

望ましい歩行距離を実現するための直交距離に基づく施設配置モデル

Facility location models based on rectilinear distance to achieve desirable walking distances

副島 夕雅*・栗田 治**

Yuga Soejima*, Osamu Kurita**

This study develops mathematical models to analyze facility location for incorporating the health benefits of walking. Specifically, residents in a rectangular city are assumed to move based on rectilinear distance and we optimized facility location to close residents' walking distance to the desirable walking distance. Furthermore, we proposed a mathematical model that extends the methods in previous studies. Through this research, several insights were gained regarding the placement of two similar facilities under the rectilinear distances. This is expected to serve as a step toward bridging the gap that exists between theoretical considerations and real urban environments.

Keywords : walking distance, facility location model, rectilinear distance, 歩行距離, 施設配置モデル, 直交距離

1. はじめに

従来の都市施設配置計画において、都市における移動距離は専ら削減すべきものであるとして取り扱われてきた。基礎的な施設配置問題を挙げてみても、ミニサム型施設配置モデルは人々の移動距離の総和の最小化を、ミニマックス型施設配置問題は人々の移動距離の最大値の最小化を目的としたものである¹⁾。期待効用最大化施設配置モデルによる施設配置問題^{2,3)}では距離の減少を陽に目指しているわけではないが、施設利用者の効用関数を距離の減少関数としてとらえている点では距離を悪と捉えている。この他の施設配置研究を振り返ってみても、距離の最小化を何よりの目的として据えた例は枚挙に暇がない。「移動距離は削減すべきである」という否定的価値観は、今日に至るまで施設配置研究の根底に確かに存在している。

しかし近年、移動距離、特に徒歩移動距離に対して肯定的な評価がなされている。その第一の理由は、環境問題や少子高齢化といった国内外における社会問題の存在である。都市計画分野においても、これらの問題への対応策が提案されており、クルマ中心社会からの脱却による環境負荷への低減や都市内における道路空間の割合の見直し⁴⁾、および、少子高齢化の進んでいる地域におけるモビリティ維持のためのコンパクトな都市設計^{5,6,7)}はその最たる例であり、いずれのアイデアにおいても、交通手段としての徒歩移動が重視されている。また、歩行が死亡率を低下させることを示唆した疫学研究⁸⁾の存在も、徒歩距離に対する肯定的評価の要因のひとつである。以上のような背景から、都市内の住民が日常生活において一定の徒歩距離を確保するための施設配置研究に意義が見出だされている。

徒歩距離確保を目標とした施設配置モデルの先駆けとなった先行研究として、栗田¹⁰⁾がある。そこでは、1次元線分

都市上において、死亡率の低下を目指した望ましい歩行距離を達成するための施設配置モデル、および線分都市上にわたる死亡率の平均・分散を抑制する施設配置モデルが定式化され、最適施設配置についての数理的性質が分析されている。さらに、2次元都市領域において住民が直線距離に基づいて移動すると仮定して同様の議論をおこなったものが栗田¹¹⁾である。

これらが「徒歩距離確保のための施設配置に関する数理的な分析」というコンセプトを明示的に打ちだした先駆的な研究であることには相違ない。しかし、都市領域上において人々が直線距離により移動できる箇所は稀有であるから、上記の先行研究の内容が直ちに実際の都市空間に反映されるとは言い難い。一方、直交距離による移動は、例えば京都市や札幌市周辺のような碁盤型に道路が張られた都市や、土地区画整理事業が格子状道路の基軸パターンを伴って完遂した地区において可能である。したがって、先行研究の

表 1: 先行研究 (栗田¹¹⁾) と本論文の比較

大項目	小項目	先行研究	本論文
想定した距離尺度		直線距離	直交距離
点型の施設 (3章)	1 施設	○	○
	2 施設 (人口分布)	○ (離散)	○ (連続)
	3,4 施設	○	-
線形の施設 (4章)	1 施設 (最適化)	○ (平均死亡率抑制型)	○ (歩行距離達成型)
	2 施設	-	○
本論文独自の内容		・ <i>b</i> の値に距離依存性を導入 (4章) ・2 施設配置の有効性の示唆 (5章)	

* 正会員 慶應義塾大学 大学院理工学研究科 (Keio University)

** 正会員 慶應義塾大学 名誉教授 (Keio University)

内容を実際の都市に実装するためには、直交距離に基づいた移動を仮定したモデルによる議論が必要である。本研究では、住民の移動が直交距離に基づくとして先行研究と同様の施設配置問題を扱うとともに、配置する施設の種類の住民の移動経路選択に関して、先行研究の内容を拡張した数理モデルの提案をおこなうこととした。

本論文と先行研究の栗田¹¹⁾について、設定・結果の共通点あるいは差異を表1にまとめた。各論文において、扱った問題に○、そうでない問題に-を記しており、結果が比較可能なものについては、その内容を付記した。

2. モデル設定の概要

2.1 住民の1日当たりの歩行距離に関する前提

はじめに、栗田^{10,11)}に倣い、歩行のもつ正の効果を数理モデルに反映する。Paulchら⁸⁾の研究では、年あたりの死亡率が歩数の増加につれて減衰する傾向を持つことが示唆され、具体的数値として、60歳未満では8000~10000歩、60歳以上では6000~8000歩で死亡率が十分に抑制されると主張されている。日本人の平均的な歩幅を70cmとしてこの主張を適用すると、1日当たりの徒歩距離として60歳未満では5.6km~7.0km、60歳以上では4.2km~5.6kmと換算される。以降、先行研究^{10,11)}と同様、この距離を「生命維持のために達成されるべき歩行距離」と銘打つこととし、 a と表記する。これ以降、単数または複数の施設を配置することにより都市住民の1日当たりの徒歩移動距離を a に近づけることを考える。

住民の移動は「考察対象施設以外への移動」および「考察対象施設への移動」に大別される。前者の移動距離を b とする。 b は通勤・通学・日常生活での移動などの定常的距離である。ここで $c = a - b$ と定義すると、 c は考察対象施設への移動によって達成すべき目標歩行距離とみなせる。例えば、公民館を考察対象施設とするならば、公民館をうまく配置することによって、住民の公民館への移動距離をできるだけ c に近づけて健康効果を達成してもらう、というのが本研究のアイデアである。なお、 b の値については、住民の年齢や居住位置、職業などの社会的属性により、個人の間で差異が生まれるかもしれない。本研究では b の値に関して、全住民で一定である場合（第3節）と、住民の居住位置に依存する場合（第4節）という2つの場合をモデル化して考察した。以降では、全住民の考察対象施設への1日当たりの徒歩移動距離を目標歩行距離 c になるべく近づけるための最適化問題を扱う。

2.2 都市・住民・配置施設の仮定と定式化

はじめに、本論文における最適化問題について、その一般的な表現を記すこととする。

本研究では、分析対象となる都市領域を座標平面上における矩形領域 $R = [0, L] \times [0, M]$ ($L \geq M$) として定める。実際に数値を代入する際は、 $L = 2\text{km}$, $M = 1.6\text{km}$ とする。これは、先行研究における数値例と同様であり、東京近郊の私鉄沿線における各駅のもつ勢力圏を矩形領域と

みなしたときのサイズを想定している。

このような都市の内部に住民が密度 $\rho = \rho(u, v)$ で分布しているものとする。本研究では断りが無い限り、一様な連続的人口分布を想定している：

$$\rho(u, v) = \frac{1}{LM} \quad ((u, v) \in R). \quad (1)$$

この平面上に施設を単数もしくは複数個設置し、施設の座標に関する変数をまとめて $\mathbf{x}$ とする。施設は必ずしも R の内部に存在せずともよい。考察対象施設への訪問方法として考えられるものすべてをまとめた集合を J とし、各経路 $j \in J$ について、経路 j による考察対象施設への訪問頻度を k_j [回/日]、そのときの位置 (u, v) に居住する住民の歩行距離を $r_j(u, v; \mathbf{x})$ とする。このとき、位置 (u, v) に居住する住民の1日あたりの歩行距離の期待値 $r(u, v; \mathbf{x})$ は

$$r(u, v; \mathbf{x}) = \sum_{j \in J} k_j \cdot r_j(u, v; \mathbf{x}) \quad (2)$$

と算出できる。最適化については、目的関数 $f(\mathbf{x})$ を以下のように定義し、各住民の歩行距離と目標歩行距離 c の乖離の2乗和の最小化をおこなう：

$$f(\mathbf{x}) = \iint_{(u, v) \in R} (c - r(u, v; \mathbf{x}))^2 \rho(u, v) \, du dv. \quad (3)$$

なお、最適化の計算は数式処理ソフト Mathematica 14.2 の Minimize または NMinimize 命令を用いて実行した。

3. b の値が一律であるモデル

本節では、考察対象施設以外への移動距離 b が全住民にわたって一律であると仮定したもとで施設配置を考える。考察対象施設への移動によって達成するための c は定数であると考えて差し支えない。

3.1 1施設配置

3.1.1 最適化の概要

はじめに、位置 (x, y) に施設 F を配置する場合を考える。位置 (u, v) の住民が施設 F を訪れるとき、その移動距離 $\delta(u, v; x, y)$ は

$$\delta(u, v; x, y) = |x - u| + |y - v| \quad (4)$$

となる。さらに、全住民がこの施設を1日当たり k 回の頻度で訪れるものとすれば、住民が考察対象施設を訪れることによる徒歩移動距離 $r(u, v; x, y)$ は、居住点と施設の往復を考えることにより

$$r(u, v; x, y) = 2k\delta(u, v; x, y) \quad (5)$$

と表現できる。最適化にあたっては、達成すべき距離 c と施設訪問の距離 $r(u, v; x, y)$ の差を

$$s(u, v; x, y) = c - r(u, v; x, y) \quad (6)$$

と定義すれば、目的関数 $f(x, y)$ は以下ようになる：

$$f(x, y) = \int_{u=0}^L \int_{v=0}^M \{s(u, v; x, y)\}^2 \rho(u, v) \, du dv. \quad (7)$$

ここで,

$$\begin{aligned} I_x &= \int_{u=0}^L |x-u| du, \\ I_y &= \int_{v=0}^M |y-v| dv, \\ \gamma &= \frac{c}{k} \end{aligned}$$

と定義すれば, 式 (7) をさらに整理することができる:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{c^2}{\gamma^2} \left(\gamma^2 + \frac{4(L^2 + M^2)}{3} + 4x^2 + 4y^2 \right. \\ &\quad \left. - 4Lx - 4My + 8\frac{I_x I_y}{LM} - 4\gamma\frac{I_x}{L} - 4\gamma\frac{I_y}{M} \right). \quad (8) \end{aligned}$$

特に, 後半部について

$$g(x, y) = x^2 + y^2 - Lx - My + 2\frac{I_x I_y}{LM} - \gamma\left(\frac{I_x}{L} + \frac{I_y}{M}\right) \quad (9)$$

とすれば, $f(x, y)$ を最小化することと $g(x, y)$ を最小化することは同義である. I_x は $x < 0, 0 \leq x \leq L, L < x$ の 3 通りの場合分けのもとで具体的に計算することができるから (I_y も同様), $g(x, y)$ は 9 通りの場合分けによって具体的な関数表示ができる. したがって, 各 9 通りにおいて最適解を求めた後にそれらの結果を統合することで大域的に最適解が求まるが, 詳細な計算プロセスは紙面の都合上省略する.

3.1.2 結果と考察

最適解 (x^*, y^*) および矩形都市領域 R の中心 $C_0(L/2, M/2)$ の解析的性質は γ の値により以下の 3 通りに大別される. また, 各場合における目的関数の等値線を図 2 に示す. 赤点は最適施設配置を, 黄色い点は矩形都市領域中心 C_0 を表している:

(a) $\gamma < L/2 + M$ のとき: 矩形都市領域中心 C_0 に施設を置くことが最適であり, もちろん C_0 は極小点である.

(b) $L/2 + M < \gamma < L + M/2$ のとき:

$$\left(\frac{L}{2}, \frac{2\gamma - L + 2M}{4}\right), \quad \left(\frac{L}{2}, \frac{-2\gamma + L + 2M}{4}\right)$$

のいずれかへの配置が最適であり, C_0 は鞍点である.

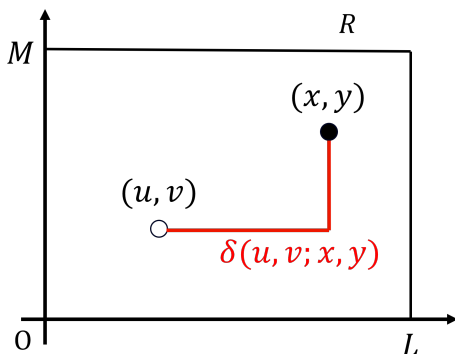
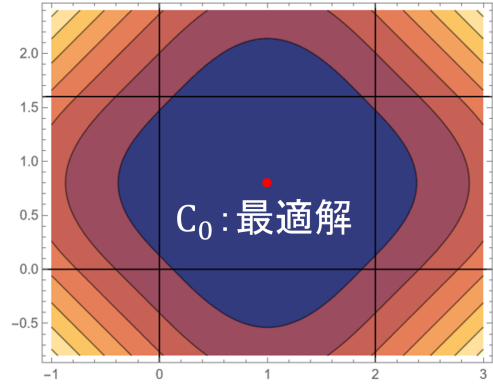
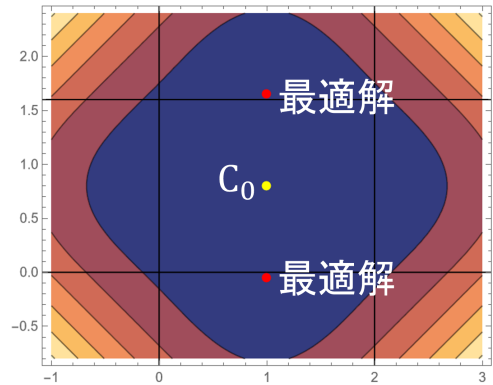


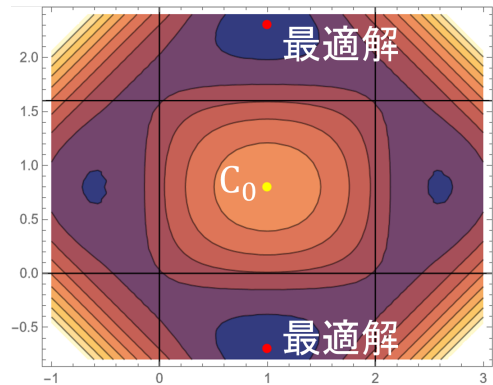
図 1: 1 施設配置のイメージ



(a) $\gamma < \frac{L}{2} + M$ の場合 ($\gamma = 2$)



(b) $\frac{L}{2} + M < \gamma < L + \frac{M}{2}$ の場合 ($\gamma = 2.7$)



(c) $L + \frac{M}{2} < \gamma$ の場合 ($\gamma = 4$)

図 2: 各パターンの例示

(c) $L + M/2 < \gamma$ のとき:

$$\left(\frac{L}{2}, \frac{2\gamma - L + 2M}{4}\right), \quad \left(\frac{L}{2}, \frac{-2\gamma + L + 2M}{4}\right)$$

のいずれか一方に施設を置く場合が最適である. このとき, 矩形都市領域中心 C_0 は極大点である.

図 2 からは γ の値が大きくなるほど, 最適とされる配置が都市中心 C_0 から離れた場所になることが示唆されている. $\gamma = c/k$ であり, この値は目標歩行距離 c が大きい場

合や訪問頻度 k が小さい場合に大きくなる。すなわち γ の値が大きいということは、考察対象施設が住民の歩行距離を満たすための寄与が少ないことを意味する。したがって、このような状況では、考察対象施設を敢えて都市の外部に配置することで都市住民の徒歩距離を確保する配置になると読み取れる。従来の歩行距離最小化を目的とした場合（Weber 問題）、最適な施設の配置場所は Weber 点となり、特に住民が矩形都市上に均一に分布する場合、その解は都市中心 C_0 に一致する。一方、徒歩距離確保を目標とした施設配置問題について、この問題の解は γ の値次第では必ずしも都市中心 C_0 に設置することが最適になるわけではない。先行研究^{10,11)}で観測された知見が直交距離に基づいたモデルにおいても生じており、古典的な施設配置問題とはまた異なる結果が得られたことが興味深い。

3.2 2 施設配置

3.2.1 最適化の概要

次に、2 つの施設 F_1, F_2 を配置したもとの、住民がこれらの施設を訪問する状況を考える。住民が複数施設を訪問するための経路選択については、(i) 個別訪問：居住点から施設までの往復をすべての考察対象施設に対して繰り返す訪問方法、あるいは、(ii) 周回訪問：居住点を起終点として与えられた複数施設を巡る訪問方法の 2 つが考えられる。個別訪問の場合は 2 施設への訪問頻度がいずれも k だとして、周回訪問の場合は、その周回をする頻度が k であるものとして議論を進める。なお、これらは、例えばスーパーと郵便局というような異なるサービスを提供する独立した 2 施設を同日に訪問するような状況を想定している。

はじめに、訪問方法の種別を問わず、 γ が矩形都市領域 R の周長以上である場合、適切に 2 施設を配置することで R 内の任意の住民の歩行距離を目標歩行距離 c に一致させることができる。

【主張】 b の値が全住民で一律である下での 2 施設配置において、各施設への一日当たりの訪問頻度が一律で k であり、かつ $\gamma \geq 2(L+M)$ が成立しているとする。このとき、例えば以下の 2 点に施設を配置することによって、矩形都市領域内の全住民の考察対象施設への歩行距離を c に一致させることができる。

$$\left(-\frac{\gamma}{4} + \frac{L+M}{2}, 0\right), \quad \left(\frac{\gamma}{4} + \frac{L-M}{2}, M\right)$$

【証明】 $\gamma \geq 2(L+M)$ より、各点の x 座標について、

$$-\frac{\gamma}{4} + \frac{L+M}{2} \leq 0, \quad \frac{\gamma}{4} + \frac{L-M}{2} \geq M$$

がいえる。ここで、点 $(u, v) \in R$ を任意にとったとき、その点に位置する住民が 2 つの施設 F_1, F_2 を訪問するときの歩行距離を計算すると、いずれの訪問方法でも c に一致する。□

上記の主張より、以降では γ がある程度小さい値をとる

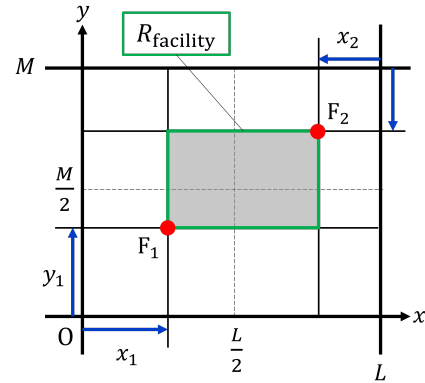


図 3: 2 施設配置に関する変数の設定

場合について、最適施設配置を考察していけば十分ということになる。いま、図 3 のように、配置する施設の座標を

$$F_1 = (x_1, y_1), \quad F_2 = (L - x_2, M - y_2)$$

とし、4 つの変数をまとめて $\mathbf{x} = (x_1, x_2, y_1, y_2)$ と表記することとする。 x_1, y_1 は座標平面における点 $(0, 0)$ を基準として x, y の増加する方向が正であるのに対し、 x_2, y_2 は点 (L, M) を基準として x, y の減少する方向が正であることに留意してほしい。また、大小関係として

$$x_1 + x_2 \leq L, \quad y_1 + y_2 \leq M$$

を仮定して差し支えない。これにより、 F_1 の x, y 座標がそれぞれ F_2 の x, y 座標以下であるという位置関係のもとで、2 施設を配置する状況を考えることができる。

そして、2 施設を対角線上の頂点とした、各辺が R の辺のいずれかと平行な辺をもつ長方形を R_{facility} とし、この長方形の周長を $s_{\text{facility}}(\mathbf{x})$ で表す。図 3 より、以下のように計算できる：

$$s_{\text{facility}}(\mathbf{x}) = 2(L - x_1 - x_2 + M - y_1 - y_2). \quad (10)$$

以上のもとで、位置 $(u, v) \in R$ の住民が 2 施設を個別訪問・周回訪問するときの歩行距離 $r(u, v; \mathbf{x})$ を計算することができる。位置 (u, v) と矩形 R_{facility} との「離れ具合」を表す指標として、関数 $d_x(u), d_y(v)$ を

$$d_x(u) = \frac{|u - x_1| + |u - L + x_2| - (L - x_1 - x_2)}{2},$$

$$d_y(v) = \frac{|v - y_1| + |v - M + y_2| - (M - y_1 - y_2)}{2},$$

と定義すれば、個別訪問の場合は

$$r(u, v; \mathbf{x}) = k(s_{\text{facility}}(\mathbf{x}) + 4d_x(u) + 4d_y(v)), \quad (11)$$

周回訪問の場合は

$$r(u, v; \mathbf{x}) = k(s_{\text{facility}}(\mathbf{x}) + 2d_x(u) + 2d_y(v)) \quad (12)$$

と求めることができる。最適化に関しては、目的関数 (3) を最小化する x_1, x_2, y_1, y_2 を求める。なお、2 施設配置の場合における目的関数は $\max, \min$ 関数を用いた形で明示的

に整理することができるが、紙面の都合上、本稿ではその表示を割愛する。

3.2.2 結果と考察

個別訪問と周回訪問のそれぞれに対し、 $k = 1.00$ と固定したもとの目標歩行距離 c を 0.0 から 7.2 まで 0.1 刻みで動かし、各場合の最適 2 施設配置を図 4 に例示した。2 施設について、 $[0, L/2] \times [0, M/2]$ に属している方を赤の丸い点で、 $[L/2, L] \times [M/2, M]$ に属しているものを青の四角い点で示している。また、各場合における最適な 2 施設のペアは矩形都市中心 C_0 に関して対称なものが組になっている。例えば個別訪問の場合、 γ の値と 2 施設配置の特徴は次のようになる：

- $\gamma = 0.0, 0.1, \dots, 1.6$ の場合：2 施設をともに矩形都市中心 C_0 に一致させることが最適となる。
- $\gamma = 1.7, 1.8, 1.9, 2.0$ の場合：2 施設を、矩形都市中心 C_0 を対称の中心として直線 $y = M/2$ 上のある 2 点に配置することが最適となる。
- $\gamma = 2.1, 2.2, \dots, 7.2$ の場合：2 施設を、矩形都市中心 C_0 を対称の中心として斜めに配置することが最適となる。

個別訪問・周回訪問に依らず、各 γ における最適 2 施設には点 C_0 を対称の中心とした回転対称性が確認できる。

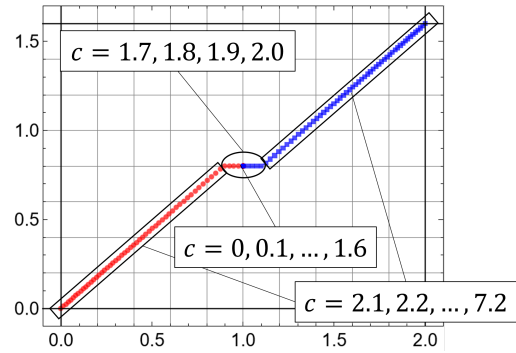
先行研究の栗田¹¹⁾では直線距離に基づき、住民の移動が個別訪問あるいは周回訪問である場合を想定した複数施設配置の解が数値的に示されている。論文に記載されている計算例としては $k = 1$ の場合であった。これによると、いずれの訪問方法を想定した場合であっても、また、目標となる歩行距離 c が $2 \sim 7$ km のいずれであったとしても、その最適解は「点型 2 施設を矩形都市中心 C_0 に集約する」「点型 2 施設を線分 $y = M/2$ 上のある 2 点に配置する（都市の外部でもよい）」のいずれかであり、点対称性を維持して斜めに配置するということは起こっていない。この点は、直線距離に基づいた先行研究¹¹⁾のモデルと明確に異なっている。

4. b の値が一律でないモデル

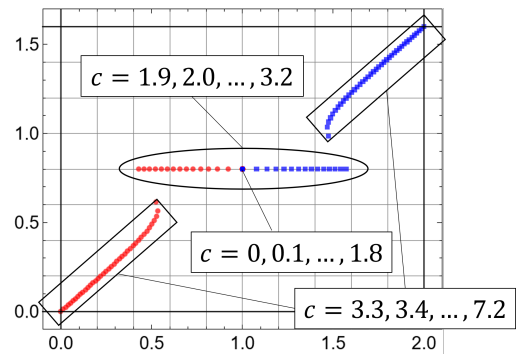
第 2.1 節において、考察対象施設以外への日常的な徒歩移動 b は年齢や居住位置、社会的属性により、住民の間で差異の生じることについて言及した。本節では、考察対象施設以外への移動距離 b が住民の居住位置のみに依存して変化すると仮定したもとの施設配置を考える。具体的には、矩形都市中心 $C_0(L/2, M/2)$ に 1 つの駅が存在し、すべての住民が日常的に頻度 k_0 でその駅を利用する場合を想定する。位置 (u, v) の住民と駅の距離 δ_0 は

$$\delta_0(u, v) = \delta\left(u, v; \frac{L}{2}, \frac{M}{2}\right) = \left|u - \frac{L}{2}\right| + \left|v - \frac{M}{2}\right|$$

と表され、住民の考察対象施設以外への移動が「主要駅への日常的な移動 $2k_0\delta_0(u, v)$ 」と「それ以外の移動 b' （本節



(a) 個別訪問の場合



(b) 周回訪問の場合

図 4: 各パターンの例示

ではこの値が全住民で一律とする)」に大別できると仮定すれば、 b の値は (u, v) に依存し、以下のように表すことができる：

$$b(u, v) = 2k_0\delta_0(u, v) + b'. \quad (13)$$

ここで b' は、住民の駅以外への日常的な移動を表す定数値である。第 2.1 節において論じた通り、考察対象施設への目標歩行距離 c は生命維持のために達成されるべき歩行距離 a から考察対象施設以外への移動によって達成される歩行距離 $b(u, v)$ を差し引いたものとして定義されるから、本節では目標歩行距離 c が u, v に依存するものとして定められる。以降、この事実を反映するために $c(u, v)$ と表記することにする。このとき、歩行距離に関する理想と実際の乖離は

$$c(u, v) - r(u, v; \mathbf{x}) = (a - b') - 2k_0\delta_0(u, v) - r(u, v; \mathbf{x}) \quad (14)$$

と表すことができる。これは「目標歩行距離を $c' = a - b'$ と見立てたときの、位置 (u, v) に居住する住民が考察対象施設への移動と主要駅への移動により達成される歩行距離と目標歩行距離の差」に他ならない。つまり、本節の最適化問題は前節の内容を基礎とすれば、見通しよく解くことができる。

4.1 1本の線的施設の配置

4.1.1 概要

本節では前節までとは打って変わって、長さ α の線分施

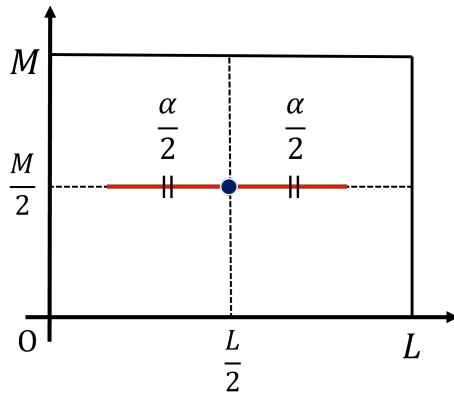


図 5: 線的施設配置 (1 施設)

設を、その中点が矩形都市中心 C_0 に一致するように直線 $y = M/2$ 上に配置するモデルを考察する。線的施設はすべて矩形都市領域内におさめるように配置するものとして、すなわち $0 \leq \alpha \leq L$ として考えるものとする。これから考える問題を実社会の状況に換言すると、「矩形都市内のメインとなる駅を中心にして商店街を設けると、日常的な駅や商店街への歩行によって、なるべく多くの住民が必要な歩行距離を確保できるようにするためには、どれほどの長さの商店街を配置すればよいだろうか？」という実践的な問いになる。

住民が線的施設を訪問する頻度を k と表すことにする。駅を挟んで両側に伸びる商店街では、それぞれの側に薬局や書店等が存在する場合が散見される。こうした状況では、いずれか片側のみの歩行によって買い物目的を達成できる場合も多い。このことを踏まえて、本モデルでは住民の選択する経路として、(1) 線的施設をすべて歩き切る場合、(2) 線的施設を半分だけしか歩かない場合の 2 通りを想定する。特に、矩形都市中心 C_0 で離脱するまたは矩形都市中心 C_0 を線的施設の利用開始点とすることにより線的施設を半分しか利用しない確率を離脱率と呼称することにし、全住民は λ の確率で後者を選択するものとする。なお、後者を利用する場合、 $u \leq L/2$ に属する住民は、領域 $x \leq L/2$ に含まれている長さ $\alpha/2$ の線的施設を、 $u \geq L/2$ に属する住民は、領域 $x \geq L/2$ に含まれている長さ $\alpha/2$ の線的施設をそれぞれ利用するものとする。また、位置 (u, v) の住民の歩行距離 $r(u, v; \alpha)$ については、2つの経路による 1 日あたりに達成することのできる歩行距離の期待値を採用することとし、これを式 (14) に代入したうえで、目的関数 (3) による最適化をおこなうこととした。

4.1.2 結果と考察

$L = 2.0$ km, $M = 1.6$ km, $k = 1$ としたうえで、 λ と最適線の施設長の関係についての数値的結果を示す。 $c' = 4.0, 5.0$ km, k_0 を 0.25 から 1.50 まで 0.25 刻みで固定した下で、 λ を 0 から 1 まで 0.05 刻みで変化させた。各場合の最適線の施設長を縦軸にプロットしたものを図 6 として記載する。

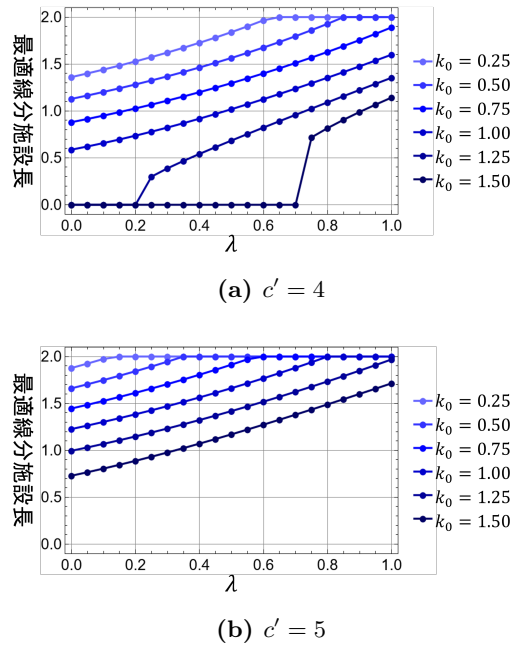


図 6: λ の値と最適線の施設長の関係

はじめに、図 6(a), 6(b) のいずれにおいても、 k_0 が小さくなるほど最適線の施設長は増加する。 k_0 が小さければ日常生活における徒歩移動が少なくなるから、必然的に線的施設を長くすることで住民の徒歩移動距離を保たなければならないことがモデルに反映された結果となった。また、図 6(a) の $k_0 = 1.25, 1.50$ の場合において、 c' の値がある一定値を下回ると、 $\alpha = 0$ 、つまり線分型ではなく点型の施設を配置することが望ましいという結果が出力される。達成すべき目標歩行距離が小さい状況、および、目標歩行距離がある程度の値に設定されていたとしても住民が離脱なく線的施設を歩く状況においては、線分型の施設を設けてしまいかえって住民を歩かせすぎてしまうため、その状況を抑えるためにははじめから点型の施設（多くの店舗を含むビルに相当）とすることが最適になると考えられる。

4.2 2本の線的施設の配置

4.2.1 概要

先ほどの線分型 1 施設に加え、さらに長さ β の線的施設を、中点と矩形都市中心 C_0 を合わせて直線 $x = L/2$ 上に配置する状況 (図 7) を考える。ここでも線的施設はすべて矩形都市領域内におさめるものとして、すなわち $0 \leq \alpha \leq L$ かつ $0 \leq \beta \leq M$ として考えるものとする。また、先ほどまでの制約に追加して、2本の線的施設の長さの合計 $\alpha + \beta$ に上限 s を設ける。これは商店街設計の予算制約に相当する。さらに、本研究のモデルにおいては、住民が線的施設を横切って移動することは不可能であるものとする。また、住民の選択する経路としては以下の 4 通りを想定する：

- (a) いずれの線的施設もすべて歩き切る場合、
- (b) 長さ α の線的施設のみをすべて歩き切る場合、

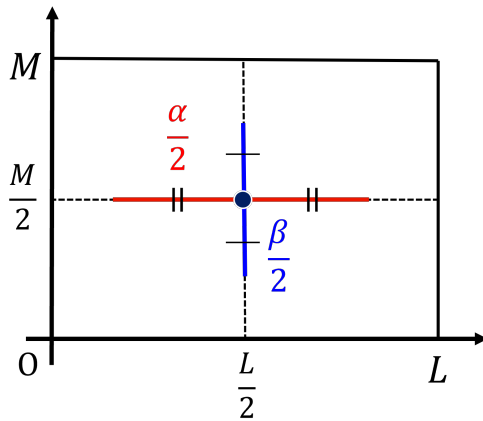


図 7: 線分型 2 施設の配置

- (c) 長さ β の線形的施設のみをすべて歩き切る場合,
(d) どちらの線形的施設も半分だけ歩く場合.

各経路の選択確率について、本節では住民が商店街のような線形的施設へ高々 1 日あたり 1 回であると仮定し、施設への訪問頻度から経路選択確率を次のように算出することとする。いま、住民が長さ α, β の線形的施設を訪問する頻度をそれぞれ k_α, k_β と表すことにする。先に列挙した 4 つめの経路の選択が「両方の施設を利用すると心に決めたうえで出向いたものの、1 つめの線形的施設をすべて歩き切らずに矩形都市中心 C_0 で離脱してしまった」場合のみになされたとした場合、離脱率を全住民一律で λ とすれば、上記の 4 種類の経路を選択する確率は経路 1,2,3,4 の順で次のように記述できる：

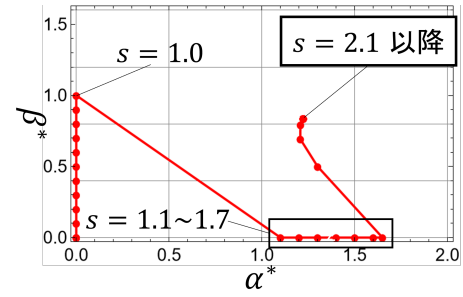
$$(1-\lambda)k_\alpha k_\beta, \quad k_\alpha(1-k_\beta), \quad (1-k_\alpha)k_\beta, \quad \lambda k_\alpha k_\beta. \quad (15)$$

以上より、位置 (u, v) の住民が 1 日当たりに達成する歩行距離の期待値 $r(u, v; \alpha, \beta)$ を算出することができるので、これをもとに目的関数 (3) の最適化をおこなった。

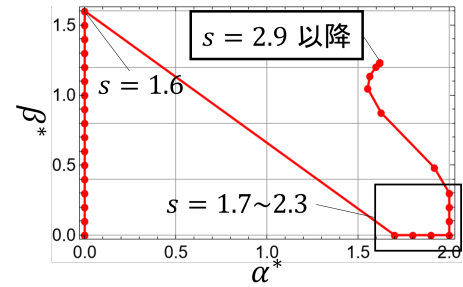
4.2.2 結果と考察

$L = 2.0$ km, $M = 1.6$ km, $k_\alpha = k_\beta = 0.8$ としたうえで、 λ と最適線の施設長の関係についての数値的結果を例示する。 c' を 4.0, 5.0 と固定したのち、2 つの線形的施設の長さ合計の上限 s を 0.0 から 3.6 ($= L + M$) まで 0.1 刻みで変化させ、それぞれの場合の最適な (α^*, β^*) の値を算出し、それらを座標平面上にまとめた (図 8)。

図 8 からは、線の施設の合計長さ上限 s が 0.0 から増加するにつれて縦方向のみに線形的施設を伸ばしていくような解になる。しかし、 s の値がある程度大きくなると一変し、今度は横方向のみに線形的施設を伸ばして配置することが最適であると出力される。また、上限 s の制約が緩くなったとしても、必ずしも縦横ともに矩形都市いっぱいに線形的施設を伸ばすことが最適になるわけではなく、ある一定の (α^*, β^*) の組に収斂することがわかる。



(a) $c' = 4$



(b) $c' = 5$

図 8: 最適線の施設長の組の図示

5. 2 施設配置の有効性に関する示唆

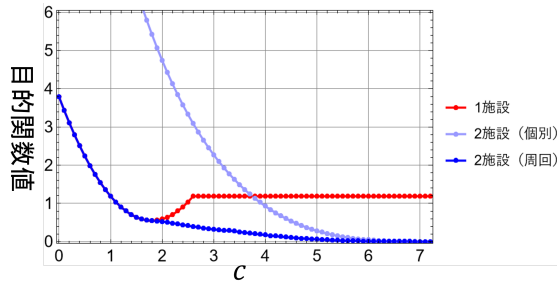
最後に、これまでの結果を総括し、 b が一律である場合の点型施設配置 (単数・複数) における目標歩行距離 c と目的関数値の関係、および b が住民の位置に依存する場合の商店街の施設配置 (1 本・2 本) における目標歩行距離 c' と目的関数値の関係についてプロットした (図 9)。特に図 9 (a) は第 3.1 節および第 3.2 節における最適化に対し、 c の値と目的関数値の関係をプロットしたものである。本図からは、目標歩行距離が十分大きい場合において、同種の施設を単数設置するよりも 2 つ設置した場合の方が目的関数値 c および c' を低減させることができていることが読み取れる。ここから、目標達成型の定式化では 2 施設配置が有効に働く可能性が期待できる。例えば、 (u, v) に位置する住民が点型 2 施設を訪問する際に (訪問方法は問わない) 歩行する距離を $\delta_{F_1, F_2}(u, v; \mathbf{x})$ と表記することにすれば、

$$r(u, v; \mathbf{x}) = k \cdot \delta_{F_1, F_2}(u, v; \mathbf{x})$$

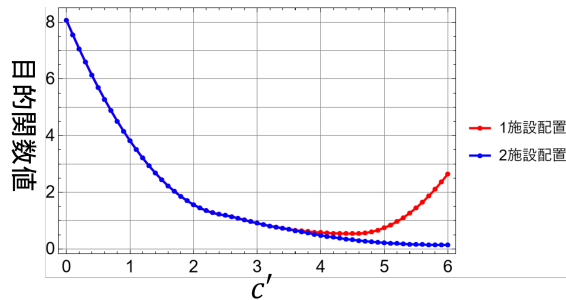
となることに注意して、次のように整理できる：

$$f(\mathbf{x}) = k^2 \left((\gamma - E[\delta_{F_1, F_2}(u, v; \mathbf{x})])^2 + V[\delta_{F_1, F_2}(u, v; \mathbf{x})] \right).$$

ただし、 $E[\delta_{F_1, F_2}(u, v; \mathbf{x})]$, $V[\delta_{F_1, F_2}(u, v; \mathbf{x})]$ はある施設配置時の下で算出される矩形都市領域内の住民の移動距離の期待値に関する平均値および分散である。これより、目的関数値を最小化するためには、「矩形都市全体において、住民が 2 施設を訪問した際に歩行する距離に関する平均値を



(a) 点型施設を配置する場合



(b) 線の施設を配置する場合

図 9: 目標歩行距離と最適配置時の目的関数値の関係

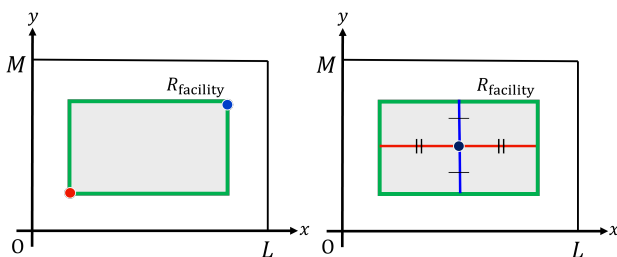


図 10: 各配置における R_{facility} の導入

なるべく γ に近づけること」および「矩形都市全体において、住民が 2 施設を訪問した際に歩行する距離の期待値に関する分散を抑制すること」の 2 点が重要となる。

一方で、同種の 2 施設を配置することで、 R 内には、図 10 のような 2 施設によってなされる矩形領域 R_{facility} が生じ、その矩形領域内の住民の移動距離の期待値を一定値に揃えることができる。数学的な厳密性をもって論じられたわけではないが、揃えられた一定値が γ に近接している、および R_{facility} がある程度の広さをもって存在していれば、2 施設配置は上記 2 点を満たすことに大きく寄与することになる。この性質は単一の施設を配置するだけでは期待できないものである上、直線距離に基づいたモデルにおいては成り立たないものである。面的な範囲の住民の歩行距離の期待値を点的・線的な施設配置によって調整できるということは、効率的な施設配置の観点において一考に値する。

© 2026 公益社団法人日本都市計画学会 本論文はクリエイティブ・コモンズ [表示-非営利-改変禁止 4.0 国際] ライセンス (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja>) のもとで出版されており、出典を表示し、元の論文を改変しないこと、また、非営利であることを条件として、著作権者の許諾を得ることなく配布や複製などの二次利用をすることができる。

6. 今後の展望

本研究では、都市住民が一定の歩行距離を確保できるようにするための施設配置モデルのうち、先行研究では取り扱われていなかった直交距離に基づく数値モデルに関する研究を進め、目標歩行距離達成型の最適化問題の定式化および得られた最適施設配置の分析とその性質に関する考察をおこなった。本モデルは住民の健康を第一義として定式化を進めたが、都市設計者の視点も取り入れた多目的最適化にも発展させていきたい。

謝辞

本研究は JSPS 科研費基盤研究 (B) 『歩行からみた都市空間の評価とインフラ適正配置に関する数理的・実証的研究, 25K01455』の助成を受けました。また、匿名の査読者からは論文全体に関して、論旨を明確にするための有益で懇切なるご助言をいただきました。心より感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 栗田治 (2004): 「都市モデル読本」, 共立出版。
- 2) 本間健太郎 (2012): 期待最大効用を最大化する施設の最適規模と最適数の解析解, 都市計画論文集, Vol.47, No.3, pp.865-870。
- 3) 栗田治 (2021): 非集計ロジットモデルの期待最大効用に着目した 2 次元平面上の施設の一般化メディアン立地原理と分散・凝集原理, 都市計画論文集, Vol.56, No.1, pp.162-177。
- 4) 安藤亮介, 氏原岳人 (2019): 歩行者中心の都市空間創出による交通手段変化の可能性, 交通工学論文集, Vol.5, No.5, pp.1-10。
- 5) 国土交通省 (2019): コンパクトシティ政策について, <https://www.mlit.go.jp/common/001273984.pdf>, 2025 年 12 月 23 日閲覧可。
- 6) 清水宏樹, 室岡太一, 谷口守 (2022): 東京都市圏における 15-minute city の実現実態 - 生活サービス拠点としての都市機能誘導区域の可能性 -, 都市計画論文集, Vol.57, No.3, pp.592-598。
- 7) 谷崎竜也, 猪八重拓郎 (2020): コンパクト化のシナリオ別にみたアクセシビリティの評価 - 熊本市を対象として -, 都市計画論文集, Vol.55, No.3, pp.266-273。
- 8) Paluch, A.E., S. Bajpai, D.R. Bassett, M.R. Carnethon, U. Ekelund, K.R. Evenson, D.A. Galuska, B.J. Jefferis, W.E. Kraus, I-M. Lee, C.E. Matthews, J.D. Omura, A.V. Patel, C.F. Pieper, E. Rees-Punia, D. Dallmeier, J. Klenk, P.H. Whincup, E.E. Dooley, K. Pettee Gabriel, P. Palta, L.A. Pompeii, A. Chernofsky, M.G. Larson, R.S. Vasan, N. Spartano, M. Ballin, P. Nordström, A. Nordström, S.A. Anderssen, B.H. Hansen, J.A. Cochrane, T. Dwyer, J. Wang, L. Ferrucci, F. Liu, J. Schrack, J. Urbanek, P.F. Saint-Maurice, N. Yamamoto, Y. Yoshitake, R.L. Newton, S. Yang, E.J. Shiroma, J.E. Fulton (2022): *Daily steps and all-cause mortality: a meta-analysis of 15 international cohorts*, The Lancet Public Health, Vol. 7, No. 3, pp. 219-228。
- 9) Duncan, G.E., et al.(2025): Association between neighborhood walkability and physical activity in a community-based twin sample, *American Journal of Epidemiology*, Vol. 194, Issue 2, February, pp.340-348。
- 10) 栗田治 (2024): 歩行による健康効果に着目した都市施設配置モデル - 望ましい歩行距離を達成する施設配置と平均死亡率を制御する施設配置 -, 都市計画論文集, Vol.59, No.3, pp.1155-1162。
- 11) 栗田治 (2025): 歩行による健康効果に着目した 2 次元空間の都市施設配置モデル - 望ましい歩行距離を達成する施設配置と平均死亡率を抑制する施設配置 -, 都市計画論文集, Vol.60, No.3, pp.634-641。
- 12) Saint-Maurice, P.F., R.P. Troiano, D.R. Bassett, B.I. Graubard, S.A. Carlson, E.J. Shiroma, J.E. Fulton, and C.E. Matthews (2020): Association of daily step count and step intensity with mortality among US adults, *Journal of the American Medical Association*, Vol. 323, No. 12, pp. 1151-1160。