

SNSにおける利用者の記事拡散貢献度の定量的評価

朝澤 颯[†] 吉川 正俊[†]

[†] 大阪成蹊大学データサイエンス学部 〒 533-0007 大阪市東淀川区相川1丁目3番7号

E-mail: †{12370002,yoshikawa-mas}@g.osaka-seikei.ac.jp

あらまし SNSにおいて多数の利用者により記事が拡散された場合に、その拡散に対する各利用者の貢献度を定量化する方法を研究する。参加型ゲームにおけるプレイヤーの貢献度を定量評価するための手法であるバンザフ指数を利用することにより実際のツイートの伝搬データを用いた評価例を示し考察を行う。

キーワード SNS, 記事の拡散, 情報の伝搬, 貢献度評価, バンザフ指数

1 はじめに

SNSでの情報拡散では、最初の投稿者、それを拡散したインフルエンサー、便乗した一般ユーザなど、複数の主体が関与する。直感的には、「最初の投稿者の貢献度が最も大きい」と理解できる一方で、その「貢献度」を客観的な数値で示すことは容易ではなく、定量化は各利用者にとり公平なものでなければならぬ。本稿は、この問題に対処するために、協力ゲーム理論の貢献度評価指数であるバンザフ指数[4]を用いてSNSにおける各個人の情報拡散貢献度を定量化する枠組みを提案する。それにより、拡散に関わった各主体の寄与を数値として比較可能にし、議論の土台を与えることを目的とする。

真正かつ重要な情報が多くの利用者に広まった場合に、その貢献度を評価することは、利用者がそのような情報を拡散することの誘引となる。他方、拡散された情報がプライバシーに関わる情報[6]や誤情報/偽情報の場合は深刻な社会問題になる[26]。その対処のためには様々な対策を組み合わせる必要がある[3],[7]。このような社会的に問題がある情報が拡散された場合は、各利用者の拡散に対する貢献度は責任の程度と考えることができる。各利用者の責任程度の定量化は、拡散を抑止するための一つの基盤技術になり得ると考える。

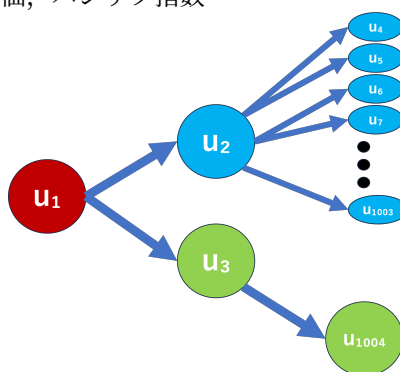


図1 記事の伝搬グラフ。

2 伝搬グラフ

ある情報がSNSによって拡散される様子を表す非巡回有向グラフを定義する。

定義 1 (伝搬グラフ). 伝搬グラフは情報がノード間で伝搬される条件を表す非巡回有向グラフ $G(R, U, E)$ である。 U はノードの集合、 $R (⊂ U)$ は最初に情報を生成したノードの集合でありソースノード集合と呼ぶ、また、ノード $r ∈ R$ をソースノードと呼ぶ。有向枝 $e(u_i, u_j) ∈ E$ はノード u_i からノード u_j へ情報が伝搬されることを表す。 R は入枝を持たないノードの集合である。

図1は、記事の伝搬グラフの例を示す。

表 1 協力の組合せによる価値（リーチ数）

組合せ	影響力
u_1	3
u_2	0
u_3	0
u_1, u_2	1003
u_1, u_3	4
u_2, u_3	0
u_1, u_2, u_3	1004

3 利用者の協力による記事の伝搬

ここでは、SNS での投稿拡散を単純化したモデルとして設定し、分析に用いる「価値」を定義する。

図 1 における次の 3 者に着目する。

u_1 ：最初の投稿者（事象の起点）

u_2 ：インフルエンサー（拡散力が非常に高い）

u_3 ：一般ユーザ（拡散力は低い）

本稿でいう「価値」は、投稿が届いた人数（リーチ数）で表す。以降、連携（誰が拡散に関与したか）を利用者の集合で表し、連携 S によって最終リーチが変わるものとして特性関数 $v(S)$ を与える。誰が行動に関わったかによってリーチ数が増える様子を、表 1 に示す。例えば、 u_1 と u_2 が協力した場合、リーチ数は 1003 となる。

4 バンザフ指数

バンザフ指数 (Banzhaf Index) は、協力ゲーム理論における貢献度を表す代表的な指数である。もともとは Banzhaf により提案され [4]、重み付き多数決ゲームにおける各プレイヤーの投票力 (power) を測るために導入された。

4.1 投票ゲームにおける定義

n 人のプレイヤー集合を $N = \{1, 2, \dots, n\}$ とし、各プレイヤー i に重み w_i を与える。閾値 q 以上で「可決」となる多数決ゲームを考え、任意の部分集合 $S \subseteq N$ に対して特性関数 $v(S)$ を以下のように定義する。

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{もし } \sum_{i \in S} w_i \geq q \text{ ならば (可決)} \\ 0 & \text{それ以外 (否決)} \end{cases}$$

プレイヤー i が含まれる連携 S について、 $v(S) = 1$ かつ $v(S \setminus \{i\}) = 0$ が成り立つとき、 i は連携 S における**決定要因 (critical player)** であるという。

プレイヤー i が決定要因となる連携の数を η_i とすると、非正規化バンザフ値は

$$B_i = \eta_i$$

であり、正規化バンザフ指数は

$$\beta_i = \frac{B_i}{\sum_{j \in N} B_j}$$

で与えられる [29]。

4.2 具体例：票数と影響力が一致しないケース

バンザフ指数は、票数（重み）が大きいことが影響力が大きいことと等しいとは限らないことを示すのにも有効である。以下に簡単な例を示す。

a) 例：学園祭の出し物を決める 3 クラス

A, B, C の 3 クラスが投票を行い、重みを

$$w_A = 5, \quad w_B = 4, \quad w_C = 2$$

とする。総票数は 11 票であり、可決ライン（閾値 q ）を過半数の「6 票以上」とする。

b) 「決定要因」の分析

可決となる連携 ($v(S) = 1$) において、各クラスが決定要因（抜けると否決）になるかどうかを確認する。

連携 {A,B}: $5 + 4 = 9$ (可決)。A を除くと 4 で否決、B を除くと 5 で否決。よって A,B は決定要因。

連携 {A,C}: $5 + 2 = 7$ (可決)。A を除くと 2 で否決、C を除くと 5 で否決。よって A,C は決定要因。

連携 {B,C}: $4 + 2 = 6$ (可決)。B を除くと 2 で否決、C を除くと 4 で否決。よって B,C は決定要因。

連携 {A,B,C}: $5 + 4 + 2 = 11$ (可決)。A を除いても 6 で可決、B を除いても 7 で可決、C を除いても 9 で可決。よって誰も決定要因ではない。

c) 影響力の算出

決定要因となった回数は $B_A = 2, B_B = 2, B_C = 2$ であり,

$$\beta_A = \beta_B = \beta_C = \frac{2}{6} \approx 33.3\%$$

となる。このように「票数の大小」と「実質的な影響力」が一致しない場合があり得ることが分かる。

5 情報拡散における貢献度の定量的評価

本節では、前節で定義したバンザフ指数の数理的枠組みを、SNS 上の拡散現象へ適用し、各利用者の「構造的な責任」を評価する手法について述べる。本手法では、情報の維持および連鎖を協力ゲームの枠組みで捉え、拡散の結果得られた総リーチ数を価値関数 $v(S)$ として定義する。

利用者 i が情報拡散プロセスに加わることで生じるリーチ数の増分は、限界貢献度

$$\Delta_i(S) = v(S) - v(S \setminus \{i\})$$

として計算される。これを全連携について集計したバンザフ値

$$B_i = \sum_{\substack{S \subset N \\ i \in S}} \{v(S) - v(S \setminus \{i\})\}$$

を、本研究における「影響力スコア」として定義し、拡散に関与した主体間の責任の重さを定量的に比較する。

5.1 理論モデルによる妥当性の確認

表 1 の定義に基づき、発信源 (u_1)、インフルエンサー (u_2)、一般利用者 (u_3) の 3 者によるトイモデルでのスコア算出を行った結果は以下の通りである。

u_1 (情報の起点):	2014
u_2 (高影響力拡散者):	2000
u_3 (一般利用者):	2

算出されたスコアは、直感的な責任の重さの序列である $u_1 > u_2 > u_3$ と完全に整合している。特に、フォロワー数に基づく拡散能力が高い u_2 よりも、

表 2 正規化バンザフ指数上位 10 位までの利用者。

バンザフ指数順位	利用者仮名	正規化バンザフ指数	フォロワー数	子孫数
1		0.296884	291286	195
2	u_1	0.257413	-1	200
3		0.221719	207674	195
4		0.221719	134175	195
5	u_2	0.000755	-1	420
6		0.000755	-1	26
7		0.000755	-1	67
8		0.000000	3322	1
9		0.000000	730	1
10		0.000000	9	1

表 3 フォロワー数上位 10 位までの利用者。

フォロワー順位	利用者仮名	正規化バンザフ指数	フォロワー数	子孫数
1		0.0	20273671	8
2		0.0	9967383	2
3		0.0	2938197	13
4		0.0	1684826	7
5		0.0	1659278	28
6	u_3	0.0	1602804	227
7		0.0	909547	119
8		0.0	617435	1
9		0.0	419268	39
10		0.0	409110	1

情報の起点である u_1 のスコアが上位となる点は重要である。これは、バンザフ指数が「その者がいなければ事象自体が成立しない」という情報の根源的な維持責任を正當に評価できていることを示唆している。

5.2 実際の投稿データへの適用と考察

実証解析として、2026 年 2 月 2 日から 3 日にかけて X に投稿された “Grammy” と “ICE” のキーワードを含む投稿群 (5,348 件) を対象に、伝搬構造の解析とバンザフ指数の算出を行った。

表 2、表 3、表 4 は、それぞれ正規化バンザフ指数、フォロワー数、子孫数が上位 10 位までの利用者を示している。フォロワー数は、今回対象とした “Grammy” と “ICE” のキーワードを含む投稿とは独立の指標であるが、(正規化)バンザフ指数と子

表 4 子孫数上位 10 位までの利用者.

子孫数 順位	利用者 仮名	正規化バン ザフ指数	フォロワー 数	子孫数
1		0.000000	-1	672
2		0.000000	176209	475
3	u_2	0.000755	-1	420
4		0.000000	-1	396
5		0.000000	-1	367
6		0.000000	-1	258
7		0.000000	-1	255
8	u_3	0.000000	1602804	227
9		0.000000	-1	209
10	u_1	0.257413	-1	200

孫数は、これらのキーワードを含む投稿に依存していることに注意されたい。二つ以上の表に現れる利用者には利用者仮名を与え、一つの表にしか現れない利用者の利用者仮名は空白としている。表 2、表 4 の中でフォロワー数が-1と表示されている利用者は、情報の起点 (Root) でありながらデータセット内にプロフィール情報が含まれていなかったアカウントである。

表 3 からは、フォロワー数が 2,000 万を超えるアカウントであっても、情報の連鎖を維持する役割を果たしていない場合、正規化バンザフ指数の値は非常に低くなるケースが確認された。これらの表からは、フォロワー数、(正規化)バンザフ指数、子孫数がそれぞれ異なる指標を与えることがわかる。この結果は、SNS における「知名度 (フォロワー数)」と、情報の信頼性や維持に関わる「構造的責任」が乖離していることを示しており、本手法が従来の影響力評価とは異なる多角的な責任評価の軸を提供できることを示唆している。

6 関連研究

6.1 ソーシャルネットワークにおける利用者の影響度計算

ソーシャルネットワークにおける利用者の影響度計算についてはいくつかの研究がある。

6.1.1 PageRank を利用した Twitter における利用者の影響度計算

Weng ら [27] は、ソーシャルネットワークの構造、発信数、特定のトピックに関する利用者間の類似度をもとに利用者間の遷移確率行列をトピックごとに定義している。この行列を用いてトピック別 PageRank を計算し、トピックを意識した利用者の影響度 TwitterRank を提案した。さらにトピックごとの重み付を行うことにより利用者の全体的な影響力を定義している。我々の研究では、特定の記事が実際に拡散された場合の各利用者の貢献度 (責任) を評価する点が異なる。

6.1.2 シャープレイ値の利用

Narayanam ら [20] は、拡散モデルとして linear threshold model を用いている。拡散力の強い top- k 利用者や全体に対して λ の割合の利用者に情報を拡散させるための最少の利用者集合を求める問題に取り組み、各ノードの Shapley 値を近似的に計算するための SPINs (ShaPley value-based Influential Nodes) と呼ぶアルゴリズムを提案している。

Gaskó ら [12] は、Social network の拡散モデルとして Independent Cascade Model (ICM) を用い、与えられた大きさ k 以下の初期シード集合 S から最終的に活性化されるノード数を最大化する影響最大化問題 (Influence Maximization Problem, IMP) に取り組んでいる。IMP は NP-hard であり、近似・ヒューリスティックが不可欠である。この論文では、協力ゲーム理論 (Shapley 値) とメタヒューリスティクス (Extremal Optimization) を組み合わせて greedy 法の高計算コスト既存 Shapley 系手法 (SPIN) のスケラビリティ問題を克服する高精度かつ実用的に解く新手法を提案している。

Chen ら [8] は、social network における情報拡散に対する各ノードの貢献度を評価するために Shapley value を用いた Shapley centrality を提案している。この研究では拡散モデルとして the (random) triggering model を用いているため、ノード間の伝達可能性を確率として与える必要がある。我々は一般的な拡散モデルではなく、実際に投稿された記事を対象とした拡散の貢献度評価を対象としているためその点が異なる。

Becker ら [5] は, Chen ら [8] の Shapley centrality を各利用者から利用者集合に拡張した Group Shapley value を提案しその最大化問題の理論的境界と, 小規模集合に対する近似可能性を示した.

6.1.3 いくつかの centrality の比較

Molinero ら [18] は, ソーシャルネットワークの中心性として, Banzhaf, Shapley-Shubik という二つの指標および二つの新たな指標 effort, satisfaction を, 従来からよく知られている degree, closeness, betweenness と比較した.

6.2 制約を持つ協力ゲーム

制約を持つ協力ゲーム [2] に関する研究は多くなされているが, その多くは公理系などの理論的性質を明らかにするものであり, 本稿のような特定の応用シナリオにおける具体的な適用について研究したものは少ない.

Faigle と Kern [10] は参加順序に制約がある場合のシャープレイ値の理論的性質を明らかにしている. Michalak ら [17] は, ゲーム理論的なグラフ中心性を Shapley 値を用いて多項式時間で計算するアルゴリズムを開発した. Michalak らのモデルでは, 効用関数が距離に応じて減衰することを仮定しているため, 本論文で対象とした問題に適用することはできない. Myerson [19] は, TU ゲームにおいて, プレイヤーをノードとする無向グラフが与えられている場合に, プレイヤー集合が連結部分グラフを構成する場合にのみ協力可能であるゲームを設定した. この場合に, Myerson 値は, いわゆる Myerson 制限ゲームにおけるシャープレイ値として定義される. Herrings ら [16] は, 無向 cycle-free グラフによって協力関係が制限される場合の TU ゲームについて考え, average tree solution という解を与えている. プレイヤーを有向グラフのノードとし, 先祖ノードが許可した場合にのみノードが連合に参加できる許可構造を持つ協力ゲーム [24] についてもいくつかの研究がある. Gilles ら [13] や van den Brink ら [25] により導入された連言アプローチ (conjunctive approach) では, プレイヤーが他のプレイヤーと協力するためには, すべての祖先の許可を必要とすると仮定する. 一方, 階層的許可構造に対し, Gilles [14], van

den Brink [22] によって導入された選言アプローチ (disjunctive approach) では, non-top プレイヤーが他のプレイヤーと協力するためには, 少なくとも一つの親の許可を必要とすると仮定する. van den Brink [23] は, 本稿で定義した伝搬グラフにおいてソースノードが唯一の場合のグラフ構造を階層的許可構造とする協力ゲームを考え公理的特徴づけを示した. Freixas ら [11] は, 投票力が複数ありそれらの強弱が全順序でモデル化できる場合のバンザフ指数について研究している.

7 議論と今後の課題

7.1 評価指標

7.1.1 バンザフ指数とシャープレイ値

協力ゲームにおける各プレイヤーの貢献度を定量的に評価する方法として, バンザフ指数と並んでシャープレイ値 [21] がよく知られている. シャープレイ値では, プレイヤー u の貢献度を計算する際, プレイヤーのあらゆる参加順序を列挙し, 各順序における u の限界貢献度の加重和を計算する. これに対し, バンザフ指数はプレイヤーの参加順序を考慮しない. バンザフ指数は半値 [9] であるため, 線形性, 対称性, 単調性, ダミー変数性といった望ましい公理を満たす. これらの公理に加え, シャープレイ値は効率性 (すなわち総ペイオフがプレイヤー間で完全に分配されること) を満たす. 我々のシナリオでは, u が S に参加した際に情報が伝搬するノードは, プレイヤーが S に参加する順序に依存しない. したがって, シャープレイ値ではなくバンザフ指数を用いることが適切であると考えられる.

7.1.2 価値関数の精緻化 (リーチ数以外の指数)

本稿では「どれだけ届いたか (リーチ)」を価値として扱ったが, 実データでは目的に応じて価値の定義を変えることができる. 例えば, 次のような指表を価値 $v(S)$ として用いる.

- **反応の量 (エンゲージメント)** : いいね数・返信数・再投稿数など
- **広がる速さ (拡散速度)** : 投稿後の一定時間 (例: 24 時間) に増えた再投稿数など
- **広がり方 (拡散構造)** : どれだけ連鎖が続いた

か（深さ）／どれだけ分岐したか（広がり）
これにより、「どれだけ大きく広がったか」だけでなく、「どれだけ反応を生んだか」「どれだけ速く広がったか」「どういう形で広がったか」も含めて影響力を評価できるようにする。

7.1.3 他の指標との比較による妥当性検証

提案手法が妥当かどうかを確かめるため、次数中心性・媒介中心性・PageRankなどの既存のネットワーク指標や、単純な再投稿数・フォロワー数と比較する。また、炎上・広告・流行など事例ごとに、「起点の人が強く出ること」「インフルエンサーが支配的になるのか」といった傾向を整理し、バンザフ指数が何を新しく説明できるのかを明確にする。

7.2 伝搬グラフとバンザフ値の関係

トピックごとに拡散の形（例：一気に広がる／長く連鎖する）を比べ、バンザフ指数がどのタイプの拡散で大きく出ることかを整理する。

7.3 計算の効率性

バンザフ指数は、「考えられる協力パターン」をすべて検討する必要があるため、その時間計算複雑さは一般に参加者数の指数オーダーになる。そのため大規模データでは、厳密計算ではなくランダムサンプリング（モンテカルロ法）などの近似計算を用いる。しかし、本稿で対象とするように参加者の参加順序が木構造により制約されている場合には、多項式オーダーでの計算が可能となる [28]。

7.4 手法の実用化

本論文の提案手法を実用化するためには、他のいくつかの要素技術と組み合わせることが必要になる。誤情報/偽情報の検知については多くの研究が行われている [15]。すべての誤情報/偽情報を確実に検知することは困難であるが、これらの技術を用いることにより社会的に影響が大きい誤情報/偽情報については検知することが重要である。

また、ソーシャルネットワークのアカウントと個人の確実な紐付け [1] も必要になる。すべてのソーシャルネットワークプラットフォームのアカウントに紐付けを課すことはプライバシー保護の点で困難であるが、個人とアカウントと紐付けられたプラッ

トフォームの場合は、ここで提案した責任評価方法と組み合わせることにより、誤情報の流通が確実に減った情報流通空間を形成できることが期待できる。

以上より、モデルで示した考え方を実データへ拡張し、SNS上の拡散における「責任の重さ」をより客観的に議論できる手法として整備していく。

8 おわりに

本稿では、SNS上の拡散を単純化したモデルを用い、誤情報や偽情報が拡散した場合の利用者の責任程度の定量化を考察した。我々はそのためにバンザフ指数によって「誰の行動が拡散結果にどれだけ効いていたか（影響力）」を数値で比較できることを示した。バンザフ指数を用いることで、SNS上の複数主体が関与する拡散に対し、各主体の「影響力（責任の重さの一側面）」を客観的に比較する一つの枠組みを与えられると考える。

一般に、情報の伝搬はグラフで表現できる。そのとき、その情報の価値、あるいはその情報を伝搬したことに対する貢献（または逆にペナルティ）を現実的な時間で定量的に計算することで社会における公正性を確保できる他の問題にも本研究の考え方を適用できると考える。本論文の手法をより効果的に適用できる応用課題の開拓も将来課題となる。

謝 辞

本研究は、JST CREST JPMJCR21M2の支援を受けたものである

文 献

- [1] Ireland pushes EU plan for ID-verified social media accounts | Digital Watch Observatory, December 2025. <https://dig.watch/updates/ireland-pushes-eu-plan-for-id-verified-social-media-accounts>.
- [2] Encarnacion Algaba and René van den Brink. The Shapley Value and Games with Hierarchies. Technical Report TI 2019-064/II, Tinbergen Institute, 2019.
- [3] Esma Aïmeur, Sabrine Amri, and Gilles Brassard. Fake news, disinformation and misinformation in social media: a review. *Social Network Analysis and Mining*, Vol. 13, No. 1, p. 30, February 2023.

- [4] J.F. Banzhaf. Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis. *Rutgers Law Review*, Vol. 19, No. 2, pp. 317–343, 1965.
- [5] Ruben Becker, Gianlorenzo D'Angelo, and Hugo Gilbert. Maximizing Influence-Based Group Shapley Centrality. In *Proceedings of the 20th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*, AAMAS '21, pp. 1461–1463, Richland, SC, May 2021. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems.
- [6] Ghazaleh Beigi and Huan Liu. A Survey on Privacy in Social Media: Identification, Mitigation, and Applications. *ACM/IMS Trans. Data Sci.*, Vol. 1, No. 1, pp. 7:1–7:38, March 2020.
- [7] Neha Chaudhuri, Gaurav Gupta, Mehdi Bagherzadeh, [18] Tugrul Daim, and Haydar Yalcin. Misinformation on social platforms: A review and research Agenda. *Technology in Society*, Vol. 78, p. 102654, September 2024.
- [8] Wei Chen and Shang-Hua Teng. Interplay between social influence and network centrality: A comparative study on shapley centrality and single-node-influence centrality. In *Proceedings of the 26th International Conference on World Wide Web, WWW 2017*, pp. 967–976. ACM, 2017.
- [9] Pradeep Dubey, Abraham Neyman, and Robert James Weber. Value theory without efficiency. *Mathematics of Operations Research*, Vol. 6, No. 1, pp. 122–128, 1981.
- [10] U. Faigle and W. Kern. The Shapley value for cooperative games under precedence constraints. *International Journal of Game Theory*, Vol. 21, No. 3, pp. 249–266, September 1992.
- [11] Josep Freixas. The Banzhaf Value for Cooperative and Simple Multichoice Games. *Group Decision and Negotiation*, Vol. 29, No. 1, pp. 61–74, February 2020.
- [12] Noémi Gaskó, Tamás Képes, Rodica Ioana Lung, and Mihai Suci. Identification of influential nodes with Shapley Influence Maximization Extremal Optimization algorithm. *Applied Soft Computing*, Vol. 146, p. 110653, October 2023.
- [13] R. P. Gilles, G. Owen, and R. van den Brink. Games with permission structures: The conjunctive approach. *International Journal of Game Theory*, Vol. 20, No. 3, pp. 277–293, September 1992.
- [14] Robert P. Gilles. *The Cooperative Game Theory of Networks and Hierarchies*, Vol. 44 of *Theory and Decision Library C*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [15] Vaishali U. Gongane, Mousami V. Munot, and Alwin D. Anuse. A survey of explainable AI techniques for detection of fake news and hate speech on social media platforms. *Journal of Computational Social Science*, Vol. 7, No. 1, pp. 587–623, April 2024.
- [16] P. Jean Jacques Herings, Gerard van der Laan, and Dolf Talman. The average tree solution for cycle-free graph games. *Games and Economic Behavior*, Vol. 62, No. 1, pp. 77–92, January 2008.
- [17] T. P. Michalak, K. V. Aadithya, P. L. Szczepanski, B. Ravindran, and N. R. Jennings. Efficient Computation of the Shapley Value for Game-Theoretic Network Centrality. *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol. 46, pp. 607–650, April 2013.
- [18] Xavier Molinero, Fabián Riquelme, and Maria Serna. Power Indices of Influence Games and New Centrality Measures for Agent Societies and Social Networks. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pp. 23–30, 2014.
- [19] Roger B. Myerson. Graphs and Cooperation in Games. *Mathematics of Operations Research*, Vol. 2, No. 3, pp. 225–229, August 1977.
- [20] Ramasuri Narayanam and Yadati Narahari. A Shapley Value-Based Approach to Discover Influential Nodes in Social Networks. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 130–147, January 2011.
- [21] Lloyd S. Shapley. A Value for N-Person Games. March 1952. 09488.
- [22] René Van Den Brink. An axiomatization of the disjunctive permission value for games with a permission structure. *International Journal of Game Theory*, Vol. 26, No. 1, pp. 27–43, March 1997.
- [23] René van den Brink. Axiomatizations of Banzhaf permission values for games with a permission structure. *International Journal of Game Theory*, Vol. 39, No. 3, pp. 445–466, July 2010.
- [24] René van den Brink. Games with a permission structure - A survey on generalizations and applications. *TOP*, Vol. 25, No. 1, pp. 1–33, April 2017.
- [25] René van den Brink and Robert P. Gilles. Axiomatizations of the Conjunctive Permission Value for Games with Permission Structures. *Games and Economic Behavior*, Vol. 12, No. 1, pp. 113–126, January 1996.
- [26] Soroush Vosoughi, Deb Roy, and Sinan Aral. The spread of true and false news online. *Science*, Vol. 359, No. 6380, pp. 1146–1151, March 2018.
- [27] Jianshu Weng, Ee-Peng Lim, Jing Jiang, and Qi He. TwitterRank: finding topic-sensitive influential twitterers. In *Proceedings of the third*

- ACM international conference on Web search and data mining*, WSDM '10, pp. 261–270, New York, NY, USA, February 2010. Association for Computing Machinery.
- [28] Masatoshi Yoshikawa and Hayate Asazawa. Efficient quantification of responsibility for the spread of misinformation and disinformation using the banzhaf index. In *5th International Workshop on Data Science for Equality, Inclusion and Well-being (DS4EIW 2026)*. IEEE, May 2026. (to appear).
- [29] 福田恵美子. 投票力指数. *オペレーションズ・リサーチ*, Vol. 55, No. 12, pp. 788–789, 2010.