

Neural-ODE を用いた技術トレンド予測手法

中村 楼偉† 伊藤 寛祥†† 森嶋 厚行††

† 筑波大学 情報学群 知識情報・図書館学類 〒 305-8550 つくば市春日 1-2

†† 筑波大学 図書館情報メディア系 〒 305-8550 茨城県つくば市春日 1-2

E-mail: † s2413892@u.tsukuba.ac.jp

ito@slis.tsukuba.ac.jp, morishima-office@ml.cc.tsukuba.ac.jp

あらまし 企業の持続的成長には、将来有望な技術や競合他社の研究開発動向の早期予測が不可欠である。従来、技術トレンド予測には RNN や LSTM 等の系列モデルが用いられてきたが、これらは主に二つの課題を抱えていた。第一に、時間を「年」や「月」の離散ステップとして扱うため、特許出願のように不規則かつ連続的に発生するイノベーションのダイナミクスを捉えきれない点である。第二に、深層学習特有のブラックボックス性により、予測根拠となる技術変遷のプロセスを解釈困難な点である。そこで本研究では、これらの課題を同時に解決する手法として、**Potential-Based Neural-ODE (P-NODE)** を提案する。本手法は、「企業の技術戦略は潜在空間上のポテンシャルエネルギーを最小化する方向（有望な技術領域）へ遷移する」という仮定に基づき設計されており、以下の二つのアプローチを統合している。(1) **連続時間モデリング**: Neural-ODE を用いることで、スパースかつ不規則な時系列データを連続的な軌跡として捉え、従来の離散時間モデルでは捉えきれなかった微細な時間発展情報を保持したまま予測に活用することが可能となる。(2) **物理的解釈性の付与**: 技術遷移をポテンシャルエネルギーの勾配流として定式化し、その力学構造を 4 象限戦略マップ上に可視化することで、予測結果を技術ライフサイクル段階の変化として説明する。実験では、日本国内の建設企業 45 社が出願した特許データセット（2010 年～2020 年, 19,389 件）およびコンピュータサイエンス分野の ArXiv 論文データセット（2020 年～2026 年, 8,244 件）を用いて性能評価を行った。定量的評価の結果、特許データセットにおいて提案手法は MRR 0.0692, AUC 0.5962 を達成し、Static VGAE (MRR: 0.0338, AUC: 0.4777), VGRNN (MRR: 0.1415, AUC: 0.4921), Standard GODE (MRR: 0.0571, AUC: 0.5502) を上回った。統計的有意性検定 (Welch の t 検定, $n=10$) により、MRR, AUC ともに有意な改善 ($p<0.001$) が確認された。コンピュータサイエンス分野の ArXiv データセットにおいても同様の傾向が観察され、提案手法の汎用性が示された。また定性的評価として、ポテンシャルエネルギーと特許密度を軸とする 4 象限戦略マップを構築し、Levitt の製品ライフサイクル理論 [13] に基づいて、各技術を「導入期」「成長期」「成熟期」「衰退期」に分類した。これにより、ポテンシャルエネルギーが示す力学的安定性と、特許密度が示す競争強度を統合した技術フェーズの定量的同定を実現した。

キーワード ニューラル常微分方程式, グラフニューラルネットワーク, 動的グラフ学習, 特許分析, リンク予測

1 はじめに

企業の持続的成長には、将来有望な技術や競合他社の研究開発動向の早期予測が不可欠である。技術トレンドの把握 [3] や、競合分析 [1] など、その活用例は多岐に及ぶ。例えば、製造業や建設業においては、どの技術領域に投資すべきかという意思決定が企業の存続を左右するため、特許データに基づく客観的な技術戦略の策定は重要な意味を持つ。しかしながら、従来の予測手法には精度と解釈性の両面で課題が残されている。従来、技術トレンドの予測には、RNN や LSTM といった時系列予測モデルが主に用いられてきた [4]。これらは過去のデータ列からパターンを学習を行う技術である。しかし、これらの手法には大きく二つの課題がある。第一に、時間を「年」や「月」といった離散的なステップとして扱う必要があり、特許出願のような不規則で連続的なイノベーションのダイナミクスを捉えきれない。現実の技術進化は年単位で階段状に進むのではな

く、連続的に変化するものである。第二に、深層学習特有のブラックボックス性により、予測根拠となる技術変遷のプロセスを人間が解釈困難な点である。連続時間を直接扱える Neural Ordinary Differential Equations (Neural-ODE) は第一の課題に対する有効な解決策となるが、ベクトル場を任意のニューラルネットワークで表現する限り、その内部機構は依然としてブラックボックスである。そこで本研究では、Neural-ODE に物理的な制約を導入した手法、Potential-Based Neural-ODE (P-NODE) を提案する。本手法は、特許データから構築した「企業-特許」の二部グラフを潜在空間上に埋め込み、企業の技術開発行動を「ポテンシャルエネルギーの勾配に従い、より安定した有望領域へと向かう粒子の運動」として定式化するものである。本手法の新規性は、潜在空間上に「ポテンシャルエネルギー」を明示的に定義した点にある。企業の座標の時間的遷移を「ポテンシャルエネルギーの勾配に従う流れ」として記述することで、企業の戦略行動に物理的な解釈性を付与する。同時

に、この物理モデルは不規則な時系列データに対してもロバストな学習を可能にし、予測精度と解釈性の両立を実現する。これらを踏まえ、本研究では以下のリサーチクエスチョン (RQ) に答える。

- (RQ1) ポテンシャルエネルギーという物理的制約を含む Neural-ODE を用いた技術トレンド予測手法 P-NODE は、従来のモデルに比べて予測精度は向上するか？
- (RQ2) ポテンシャルエネルギーによって表現される力学は、予測結果に対してどのような解釈性を与えることができるのか？

まず、RQ1 を検証するために、日本国内の建設企業 45 社が出願した特許データセット (2010 年~2020 年, 19,389 件) を用いて、提案手法 P-NODE と、比較手法である Static VGAE, VGRNN, および Standard GODE のそれぞれについてリンク予測タスクを行い、AUC や MRR といった指標を用いて予測精度を評価・比較した (実験①)。続いて、RQ2 を検証するために、学習されたポテンシャルエネルギーが技術トレンドにどのような解釈性を与えるかを評価・分析した (実験②)。さらに、提案手法の汎用性を検証するため、コンピュータサイエンス分野の ArXiv 論文データセット (2020 年~2026 年, 8,244 件) を用いて同様の実験を実施した。実験①の結果、特許データセットにおいて提案手法 P-NODE は MRR **0.0688** (SD=0.0037), AUC **0.5962** (SD=0.0132) を達成し、Standard GODE (MRR: **0.0571**, AUC: **0.5502**), Static VGAE (MRR: **0.0338**, AUC: **0.4777**), VGRNN (MRR: **0.1415**, AUC: **0.4921**) を上回る結果が得られた。統計的有意性検定 (Welch の t 検定, $n=10$) の結果、P-NODE は Static VGAE および Standard GODE に対して MRR, AUC ともに有意に優れていることが確認された ($p<0.001$)。コンピュータサイエンス分野の ArXiv データセットにおいても同様に、P-NODE は MRR **0.0327** (SD=0.0020), AUC **0.5057** (SD=0.0188) を達成し、全ての比較手法に対して統計的に有意な改善を示した ($p<0.01$)。これにより、特許データのようなスパースかつ不規則な時系列データにおいて、連続的なダイナミクスを考慮することが有効であることが示唆された。

また、実験②の結果、学習されたポテンシャルエネルギー (構造的安定性) と特許密度 (技術競合度) を軸とした「4 象限戦略マップ」を構築し、Levitt の製品ライフサイクル理論 [13] を参考に「導入期 (有望な技術領域)」「成長期」「成熟期」「衰退期」の 4 フェーズとして技術トレンドを可視化・定義できることを示した。具体的には、『屋根開閉構造』や『自然排気システム』といった導入期の有望技術を定量的に同定できる一方、『コンクリート測定装置』といった衰退期の技術を斥力圏 (山の頂上) として識別できることを確認した。これにより、単なる将来予測に留まらず、その予測の根拠を物理的な力学構造として説明できるという解釈性を実証した。

本論文は次のように構成される。まず、第 2 章で本研究に関連する研究を紹介し、第 3 章で本研究の前提知識、第 4 章で問題設定を共有する。第 5 章で P-NODE の詳細を述べ、第 6

章で RQ1 (予測精度) について検証する。続く第 7 章で RQ2 (解釈性) の検証を行い、第 8 章で本研究を総括する。

2 関連研究

本章では、本研究の背景となる (1) 特許データ分析における既存手法とその離散的制約, (2) 連続時間モデルである Neural-ODE とその解釈性の課題, および (3) リンク予測の評価指標について概説する。

2.1 特許データ分析における離散モデルの限界

特許データは、技術のライフサイクルや企業の戦略的意図を含む重要な情報源である。その分析手法は、Narin ら [1] による引用ネットワーク分析などの統計的手法から始まり、近年では深層学習を用いた手法へと大きく転換している [3], [10]。特に時系列予測の文脈では、Hochreiter ら [4] の Long Short-Term Memory (LSTM) や、動的グラフ (Dynamic Graphs) を扱う Pareja ら [6] の EvolveGCN などが頻繁に応用されてきた。

しかし、これら既存手法の多くは、時間を「年」や「月」といった等間隔の離散的なステップ (スナップショット) としてモデル化する前提がある。特許出願のようなイベントデータは、等間隔で発生するとは限らず、データが散発的 (スパース) にしか観測されない特性を持つ。Chen ら [2] や Rubanova ら [8] が指摘するように、不規則な時系列データに対して離散モデル (RNN 等) を適用することは、モデルの適合不全 (Awkward fit) を引き起こし、イノベーションの連続的なダイナミクスを正確に捉えられないという課題がある。

2.2 Neural-ODE とブラックボックス性の課題

前節の「時間の離散化」に伴う課題を解決する手法として、Chen ら [2] は Neural Ordinary Differential Equations (Neural-ODE) を提案した。これは、ResNet のような層の積み重ねを連続極限とみなすことで、隠れ状態の時間発展を常微分方程式として記述するものである。Neural-ODE は、観測点を連続的な軌跡として補間する能力を持ち、スパースなデータに対しても高い予測精度を示すことが報告されている [11]。

しかし、Neural-ODE を含む深層学習モデルには「ブラックボックス性」という別の課題が残されている。Rudin [15] や Lipton [14] が指摘するように、深層学習は高い予測精度を達成する一方で、その予測結果に至る因果のプロセスが不透明である。特許分析においては、「なぜその技術が伸びると予測されたのか」という背景要因 (メカニズム) を人間が理解・解釈できることが、経営戦略の意思決定において極めて重要である。通常の Neural-ODE は、ベクトル場 f_θ を任意のニューラルネットワークで表現する限り、その内部機構は依然としてブラックボックスである。本研究では、この課題に対し「ポテンシャルエネルギー」という物理的制約を導入することで、予測精度と解釈性の両立を図る。

3 前提知識

本章では、提案手法 P-NODE の基礎となる Graph Attention Networks (GAT), Variational Graph Auto-Encoder (VGAE), および Neural Ordinary Differential Equations (Neural-ODE) について概説する。

3.1 Graph Attention Networks (GAT)

GAT は、注意機構 (Attention Mechanism) を用いて隣接ノードからの情報を適応的に集約する GNN の一種である。ノード i の特徴量を \mathbf{h}_i とすると、隣接ノード $j \in \mathcal{N}_i$ からの集約は以下の式で表される。

$$\mathbf{h}'_i = \sigma \left(\sum_{j \in \mathcal{N}_i} \alpha_{ij} \mathbf{W} \mathbf{h}_j \right) \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{W} は重み行列、 α_{ij} はノード i, j 間の重要度を表す注意係数である。本研究では、企業と特許という異なる種類のノード間の関係を捉えるため、エンコーダとして GAT を採用する。

3.2 Variational Graph Auto-Encoder (VGAE)

VGAE は、グラフ構造データに対する生成モデルである [5]。エンコーダは、グラフの隣接行列 \mathbf{A} と特徴行列 \mathbf{X} を入力とし、潜在変数 \mathbf{Z} の分布パラメータ (平均 $\boldsymbol{\mu}$, 分散 $\boldsymbol{\sigma}^2$) を推定する。

$$q(\mathbf{Z}|\mathbf{X}, \mathbf{A}) = \prod_{i=1}^N q(\mathbf{z}_i|\mathbf{X}, \mathbf{A}) \quad (2)$$

デコーダは、潜在変数の内積によってリンクの存在確率を復元する。

$$p(A_{ij} = 1|\mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j) = \sigma(\mathbf{z}_i^\top \mathbf{z}_j) \quad (3)$$

学習時は、再構成誤差と KL ダイバージェンスの和を損失関数として最小化する。

3.3 Neural Ordinary Differential Equations

Neural-ODE は、ResNet のような離散的な層の積み重ねを連続極限とみなすことで、隠れ状態 $\mathbf{z}(t)$ の時間発展を以下の常微分方程式 (ODE) で定義する [2]。

$$\frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = f_\theta(\mathbf{z}(t), t) \quad (4)$$

ここで f_θ はニューラルネットワークでパラメータ化された関数である。初期状態 $\mathbf{z}(t_0)$ から任意の時刻 t_1 における状態 $\mathbf{z}(t_1)$ は、ODE ソルバー (例: Dormand-Prince 法) を用いて数値積分することで求められる。

$$\mathbf{z}(t_1) = \mathbf{z}(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} f_\theta(\mathbf{z}(t), t) dt \quad (5)$$

本研究では、この f_θ をポテンシャルエネルギーによって誘導される勾配流 (Gradient Flow) として定義する。本モデルは、物理系におけるエネルギー最小化の原理にならない、企業は

市場競争において有望な (ポテンシャルエネルギーの低い) 技術領域に遷移するという仮定に基づいている。

4 問題設定

本章では、現実の特許出願プロセスを数理的な「動的グラフ学習問題」として定式化する。具体的には、企業と特許の関係を二部グラフとして定義し、その時間発展を連続時間空間で記述するための数学的枠組みを導入する。

4.1 特許ナレッジグラフの定式化

特許データは、技術を生み出す主体である「企業 (User)」と、生み出された客体である「特許 (Item)」の相互作用として捉えることができる。本研究では、これを動的な二部グラフ (Dynamic Bipartite Graph) として定義する。

時刻 t におけるグラフを $\mathcal{G}_t = (\mathcal{U}, \mathcal{P}_t, \mathcal{E}_t)$ と表記する。ここで、 $\mathcal{U} = \{u_1, \dots, u_N\}$ は企業ノードの集合であり、分析期間を通じて固定であるとする。一方、 $\mathcal{P}_t = \{p_1, \dots, p_{M_t}\}$ は時刻 t までに出版された特許ノードの集合であり、時間は累積的に増加する (すなわち $t_1 < t_2 \implies \mathcal{P}_{t_1} \subseteq \mathcal{P}_{t_2}$)。エッジ集合 \mathcal{E}_t は、時刻 t までに観測された企業と特許のペア (u, p) の集合を表す。

各ノードは、 D 次元の特徴ベクトルを持つ。時刻 t における全ノードの特徴行列を $\mathbf{X}_t \in \mathbb{R}^{(N+M_t) \times D}$ と定義する。この特徴行列には、第 5 章で述べる特許の書誌情報やテキスト埋め込みが含まれる。

4.2 連続時間ダイナミクスの導入

従来の動的グラフ学習では、時間を $\{1, 2, \dots, T\}$ という離散的なスナップショットとして扱うことが多い。しかし、特許出願は不規則なタイミングで発生するため、離散化は情報の欠落を招く。

そこで本研究では、時間を連続変数 $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ として扱う。企業 u の状態は、固定されたベクトルではなく、時間 t に依存して連続的に変化する関数 (軌跡) $\mathbf{z}_u(t) : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^K$ として定義される (K は潜在空間の次元)。同様に、特許技術のトレンドも時間とともに変化するため、特許ノード p の潜在表現も $\mathbf{z}_p(t)$ としてモデル化する。

本研究で用いる主要な記号を表 1 にまとめる。

表 1 記号の定義

記号	定義
\mathcal{U}	企業ノード集合 (全期間固定)
\mathcal{P}_t	時刻 t までに出版された特許ノード集合
\mathcal{E}_t	時刻 t までに形成されたエッジ集合
\mathcal{G}_t	時刻 t におけるグラフスナップショット
\mathbf{X}_t	時刻 t におけるノード特徴行列
$\mathbf{z}_u(t)$	時刻 t における企業 u の潜在状態ベクトル
$\mathbf{z}_p(t)$	時刻 t における特許 p の潜在状態ベクトル
$\Phi(\mathbf{z})$	潜在空間上のポテンシャルエネルギー場

4.3 タスク定義：未来リンク予測

本研究の目的は、観測期間 $[0, T_{obs}]$ におけるグラフの発展ダイナミクスを学習し、未来の時刻 $T_{pred} > T_{obs}$ における企業の技術戦略を予測することである。

具体的には、この問題を「リンク存在確率の推定問題」として定式化する。モデルは、観測されたグラフ列 $\mathcal{G}_{0:T_{obs}}$ を入力とし、未来の任意の時刻 $t' \in (T_{obs}, \infty)$ における企業 u と特許 p のリンク確率 $\hat{y}_{up}(t')$ を出力する関数 f_θ を学習する。

$$\hat{y}_{up}(t') = f_\theta(u, p, t' | \mathcal{G}_{0:T_{obs}}) \quad (6)$$

本手法において、この確率は潜在空間上の座標の近接度（内積）として計算される。

$$\hat{y}_{up}(t') = \sigma(\mathbf{z}_u(t')^\top \mathbf{z}_p(t')) \quad (7)$$

ここで $\sigma(\cdot)$ はシグモイド関数である。正解ラベル $y_{up}(t')$ は、実際に時刻 t' において企業 u が特許 p を出願していれば 1、そうでなければ 0 を取る。モデルはこの予測確率と正解ラベルの誤差を最小化するように学習される。

5 Potential-Based Neural-ODE (P-NODE)

本章では、企業の技術戦略の変化を、潜在空間上に定義された物理的なポテンシャルエネルギーの勾配に従う連続時間の運動としてモデル化する手法、**Potential-Based Neural-ODE (P-NODE)** について詳述する。本手法では、企業および特許を同一の潜在空間に配置し、ポテンシャルエネルギー地形に基づく力学系として企業の技術的遷移過程を表現する。

まず、モデルへの入力となる特徴量の構成について説明し、次に、ポテンシャルエネルギーを用いたモデルアーキテクチャの詳細を述べる。最後に、連続時間発展を学習するために用いる損失関数の定義について説明する。図 1 に、提案手法の全体構成を示す。

5.1 特徴量の構成

各特許ノード p の特徴ベクトル \mathbf{x}_p は、特許の「技術的分類」と「意味的内容」の双方を反映させるため、中村ら [12] が提案したアプローチに基づき構成する。具体的には以下の 2 種類の特徴量を生成・結合する。

5.1.1 Metadata Embedding

特許に付与される複数の分類コード（IPC, FI 等）を単一のベクトル $\mathbf{h}_{meta} \in \mathbb{R}^{64}$ に集約する。辞書照合に基づく逐次更新アルゴリズムを用い、詳細度（FI やキーワードなど後順位の情報）の重みを維持しつつ圧縮表現を行う。

5.1.2 Description Embedding

特許の要約文に対して、事前学習済み言語モデル **intfloat/multilingual-e5-large** を適用し、文脈を考慮した埋め込みベクトル $\mathbf{h}_{desc} \in \mathbb{R}^{1024}$ を生成する。

5.1.3 Feature Integration

最終的な特許ノードの特徴量 \mathbf{x}_p は、上記 2 つを結合（Concatenate）したものである。

$$\mathbf{x}_p = \text{Concat}(\mathbf{h}_{desc}, \mathbf{h}_{meta}) \in \mathbb{R}^{1088} \quad (8)$$

ここで、モデルへの入力となる特徴行列 \mathbf{X}_t は、時刻 t に存在する全ノード（企業および特許）の個別の特徴ベクトルを行方向に積層した行列として定義される。なお、企業ノードの特徴ベクトルは初期状態ではゼロベクトルとし、後述のグラフ畳み込みを通じて学習される。

5.2 モデルアーキテクチャ

提案モデルは、以下の 3 つのモジュールから構成される。

5.2.1 統合グラフエンコーダ (Unified Encoder)

企業ノードと特許ノードを同一の潜在空間に埋め込むため、Graph Attention Networks (GAT) を用いる。入力は、時刻 t における特徴行列 \mathbf{X}_t と隣接行列 \mathbf{A}_t である。GAT は近傍ノードの情報を適応的に集約し、各ノード v の潜在変数 \mathbf{z}_v の分布パラメータ（平均 μ_v 、分散 σ_v^2 ）を出力する。

$$\mu, \log \sigma^2 = \text{GAT}(\mathbf{X}_t, \mathbf{A}_t) \quad (9)$$

ここで得られたパラメータを用いて、再パラメータ化トリックにより潜在変数 $\mathbf{z}_v(t)$ をサンプリングする。

5.2.2 物理ポテンシャル場に基づく連続時間発展

本手法では、企業の技術戦略の変遷を潜在空間上のエネルギー最小化プロセスとして定式化するため、潜在空間 \mathbb{R}^D 全域にわたり定義されるスカラー場としての**ポテンシャル場** $\Phi: \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}$ を導入する。ポテンシャル場 Φ は、潜在空間上の任意の座標 \mathbf{z} における「技術的な誘引力」を表現する関数であり、位置エンコーディングを導入した多層パーセプトロン (MLP) によって次式で定義される：

$$\Phi(\mathbf{z}) = \text{MLP}([\sin(\mathbf{W}_p \mathbf{z}), \cos(\mathbf{W}_p \mathbf{z})]) \quad (10)$$

時刻 t におけるノード i の位置を $\mathbf{z}_i(t)$ とするとき、そのノードが特定の座標に存在することで保持する値を**ポテンシャルエネルギー** $\Phi(\mathbf{z}_i(t))$ と呼ぶ。本モデルにおいて、技術的に類似した特許群が高密度に分布する領域は、このポテンシャルエネルギーが極小となる「**谷 (Attraction)**」として学習される。その結果、潜在空間全体は特許のクラスタ構造を反映した**多峰性のポテンシャルエネルギー地形 (Multi-modal Energy Landscape)** として記述される。企業の技術開発行動を、地形上の負の勾配に従ってより安定した（エネルギーの低い）領域へ向かう粒子の運動として定式化する。時刻 t における企業ノード u の状態遷移（速度ベクトル）は、ポテンシャル場 Φ の勾配流（Gradient Flow）として次式で記述される：

$$\frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = -\lambda_{flow} \cdot \nabla_{\mathbf{z}} \Phi(\mathbf{z}(t)) \quad (11)$$

ここで λ_{flow} は流速を調整する学習可能なパラメータである。この常微分方程式 (ODE) を解くことにより、企業は自身の現在地から最も急な勾配方向、すなわち近傍の有望な技術トレンドへと連続時間的に引き寄せられる軌跡を描く。

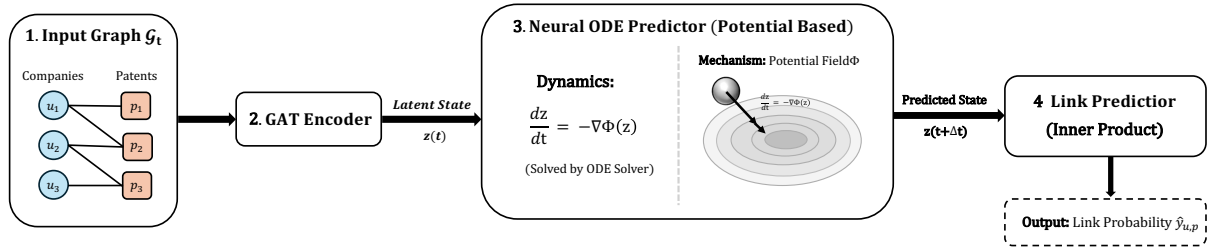


図1 Potential-Based Neural-ODE (P-NODE) のモデルアーキテクチャ概要

5.2.3 リンク予測デコーダ

未来の時刻 t' における企業 u と特許 p のリンク確率は、時間発展後の潜在ベクトルを用いて算出される。

$$\hat{y}_{up}(t') = \sigma(\text{MLP}([\mathbf{z}_u(t') \oplus \mathbf{z}_p(t')])) \quad (12)$$

5.3 損失関数

本手法の学習は、以下の5つの項からなる複合損失関数 \mathcal{L}_{total} を最小化することで行う。なお、各項の係数 $\lambda_{kl}, \lambda_{pred}, \dots$ は実験により決定される固定のハイパーパラメータである。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{recon} + \beta \mathcal{L}_{KL} + \lambda_{pred} \mathcal{L}_{latent} + \lambda_{future} \mathcal{L}_{future} + \lambda_{pot} \mathcal{L}_{pot} \quad (13)$$

各項の定義は以下の通りである。

- **再構成損失 (\mathcal{L}_{recon}):** 現在のグラフ構造 \mathbf{A}_t を復元するための負の対数尤度。頻出エッジの影響を抑える重み付けを行う。

$$\mathcal{L}_{recon} = -\mathbb{E}_{q(\mathbf{Z}|\mathbf{X}, \mathbf{A})} [\log p(\mathbf{A}_t|\mathbf{z}_t)] \quad (14)$$

- **KL ダイバージェンス (\mathcal{L}_{KL}):** 変分近似分布 $q(\mathbf{Z}|\mathbf{X}, \mathbf{A})$ と事前分布 $p(\mathbf{Z}) = \mathcal{N}(0, \mathbf{I})$ との間の距離。

$$\mathcal{L}_{KL} = \text{KL}[q(\mathbf{Z}|\mathbf{X}, \mathbf{A})||p(\mathbf{Z})] \quad (15)$$

- **潜在状態予測損失 (\mathcal{L}_{pred}):** ODE によって時間発展させた予測状態 $\hat{\mathbf{z}}_{t+1}$ と、次の時刻のエンコーダ出力 (正解とみなす状態) \mathbf{z}_{t+1} との間の L2 誤差。

$$\mathcal{L}_{pred} = \|\hat{\mathbf{z}}_{t+1} - \mathbf{z}_{t+1}\|_2^2 \quad (16)$$

- **未来リンク予測損失 (\mathcal{L}_{future}):** 予測された潜在変数 $\hat{\mathbf{z}}_{t+1}$ を用いて、未来のグラフ構造 \mathbf{A}_{t+1} を予測する際の負の対数尤度。将来予測タスクにおいて最も重視される項である。

$$\mathcal{L}_{future} = -\log p(\mathbf{A}_{t+1}|\hat{\mathbf{z}}_{t+1}) \quad (17)$$

- **対照ポテンシャルエネルギー損失 (\mathcal{L}_{pot}):** 正例ペア $(u, p) \in \mathcal{E}$ のポテンシャルエネルギー和が、負例ペア (u, p_{neg}) よりも低くなるように学習する対照学習項。この項により、特許が存在する位置がポテンシャルエネルギーの谷 (アトラクタ) として形成される。

具体的には、以下の2つの要素から構成される：

1. **マージン損失:** 正例ペアのポテンシャルエネルギー $\Phi(\mathbf{z}_u) + \Phi(\mathbf{z}_p)$ が、ランダムに選ばれた負例ペアのポテンシャルエネルギーよりもマージン m 以上低くなるよう学習
2. **正則化項:** ポテンシャルエネルギーの絶対値が過度に大きくなることを防ぐ L2 正則化

$$\mathcal{L}_{pot} = \frac{1}{|\mathcal{E}|} \sum_{(u,p) \in \mathcal{E}} \text{ReLU}(\Phi(\mathbf{z}_u) + \Phi(\mathbf{z}_p) - \Phi(\mathbf{z}_u) - \Phi(\mathbf{z}_{p'}) + m) + \alpha \|\Phi(\mathbf{z})\|^2 \quad (18)$$

ここで、 p' は p とは異なるランダムに選ばれた特許ノードであり、 $m = 0.1$ はマージンパラメータ、 $\alpha = 0.01$ は正則化係数である。

5.4 学習アルゴリズム

提案手法 P-NODE の学習プロセスの詳細を Algorithm 1 に示す。本アルゴリズムは、グラフ構造のエンコーディング、Neural-ODE による時間発展の予測、および複合損失関数によるパラメータ更新の3段階から構成される。

各エポックにおいて、モデルは時系列順にグラフスナップショットを処理する。まず、統合グラフエンコーダ (Unified Encoder) を用いて、現在のグラフ構造 G_t から潜在変数 \mathbf{z}_t をサンプリングする (行 5-7)。次に、Neural-ODE ソルバーを用いて、現在の潜在状態 \mathbf{z}_t を初期値とし、次のタイムステップ $t+1$ における状態 $\hat{\mathbf{z}}_{t+1}$ を予測する。ここでは、勾配降下流を表す微分方程式 $d\mathbf{z}/dt = -\lambda_{flow} \nabla \Phi(\mathbf{z})$ を数値積分することで、ポテンシャルエネルギーの谷への移動をシミュレートしている (行 9-11)。

最後に、観測された現在のグラフ構造および未来のグラフ構造との誤差を計算する。損失関数 \mathcal{L}_{step} は、再構成誤差、未来リンク予測誤差、およびポテンシャル場の対照学習項などの加重和として定式化され、Adam オプティマイザを用いてエンドツーエンドで最小化される (行 13-17)。このプロセスを繰り返すことで、モデルは静的なグラフ構造だけでなく、企業の技術戦略の変化という動的な力学を同時に学習する。

6 実験①：予測精度の検証 (RQ1)

本章では、リサーチクエスション (RQ1) 「ポテンシ

Algorithm 1 Training Procedure of Potential-Based Neural-ODE (P-NODE)

Input: Graph Snapshots $\{\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_T\}$, Epochs E , ODE solver (Dormand-Prince)

Output: Trained Model Parameters θ (Encoder, ODE-Net, Decoder)

```

1: for epoch = 1 to E do
2:   Initialize epoch loss  $\mathcal{L}_{total} \leftarrow 0$ 
3:   for  $t = 1$  to  $T - 1$  do
4:     // 1. Encoding Step (Graph Embedding)
5:     Get current graph  $\mathcal{G}_t = (\mathbf{X}_t, \mathbf{A}_t)$ 
6:      $\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\sigma}_t \leftarrow \text{GAT}_{\theta}(\mathbf{X}_t, \mathbf{A}_t)$ 
7:      $\mathbf{z}_t \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\sigma}_t)$  (Reparameterization Trick)
8:     // 2. ODE Prediction Step (Time Evolution)
9:     Define dynamics:  $f_{\theta}(\mathbf{z}, t) = -\lambda_{flow} \cdot \nabla_{\mathbf{z}} \Phi_{\theta}(\mathbf{z})$ 
10:    Predict future state:  $\hat{\mathbf{z}}_{t+1} \leftarrow \mathbf{z}_t + \int_t^{t+1} f_{\theta}(\mathbf{z}(\tau), \tau) d\tau$ 
11:    // 3. Loss Computation
12:    Get next graph  $\mathcal{G}_{t+1}$  and encode to  $\mathbf{z}_{t+1}$  (for  $\mathcal{L}_{pred}$ )
13:     $\mathcal{L}_{recon} \leftarrow -\log p(\mathbf{A}_t | \mathbf{z}_t)$ 
14:     $\mathcal{L}_{future} \leftarrow -\log p(\mathbf{A}_{t+1} | \hat{\mathbf{z}}_{t+1})$ 
15:     $\mathcal{L}_{pot} \leftarrow \text{ContrastiveLoss}(\Phi_{\theta}, \mathcal{E}_t)$ 
16:    Calculate  $\mathcal{L}_{KL}, \mathcal{L}_{pred}$  based on definitions
17:     $\mathcal{L}_{step} \leftarrow \mathcal{L}_{recon} + \beta \mathcal{L}_{KL} + \lambda_{pred} \mathcal{L}_{pred} + \lambda_{future} \mathcal{L}_{future} + \lambda_{pot} \mathcal{L}_{pot}$ 
18:    // 4. Optimization
19:     $\theta \leftarrow \text{Adam}(\nabla_{\theta} \mathcal{L}_{step})$ 
20:     $\mathcal{L}_{total} \leftarrow \mathcal{L}_{total} + \mathcal{L}_{step}$ 
21:  end for
22:  Update Learning Rate if plateau detected
23: end for

```

ルエネルギーという物理的制約を含む Neural-ODE を用いた技術トレンド予測手法 P-NODE は、従来のモデルに比べて予測精度は向上するか？」を検証するための実験について述べる。

6.1 実験設定

6.1.1 データセット

第4章で述べた通り、日本国内の建設企業45社が出願した特許データセット(2010年~2020年)を対象とし、前処理として、メタデータおよび要約文が欠損なく存在するレコードを抽出し、合計**19,389件**の特許を取得した。さらに、2件以上の特許を保有する企業のみ絞り込むフィルタリングを実施した結果、企業数は2,450社から1,113社へと削減され(削減率54.6%)、最終的に**19,363件**の有効な特許と**20,471ノード**(企業1,113+特許19,358)を含む動的グラフを構築した。

各ノードの入力特徴量は、第5章で述べた通り、特許の内容埋め込みベクトル(1,024次元)とIPCコード等のメタデータ埋め込み(64次元)を結合した**1,088次元**のベクトルとして表現した。企業ノードは、保有する特許の特徴量ベクトルの平均値により初期化した。

学習期間とテスト期間の分割は、時系列スプリットによ

り以下の通りとした。

- **学習期間 (Train):** 2010年~2017年(全期間の75%, 8年間)
- **テスト期間 (Test):** 2018年~2020年(全期間の25%, 3年間)

履歴参照幅は直近3ステップ(3年間)とし、各時刻における企業の潜在状態を予測する際には、過去3年分のグラフ構造を入力として利用した。

6.1.2 比較手法 (Baselines)

提案手法(P-NODE)の有効性を検証するため、以下のベースラインモデルとの比較を行った。

1. **Static VGAE** [5]: 時間の概念を持たず、全期間のグラフを静的に学習するモデル。大域的な構造把握能力の比較対象とする。
2. **VGRNN(LSTMベース)** [6]: 時間を離散的なステップ(年単位)として扱い、LSTMを用いて特徴量を更新するモデル。離散時間モデリングの代表例とする。
3. **StandardGODE**: ポテンシャル場による物理制約を持たない標準的なNeural-ODEモデル。連続時間モデリングの効果を検証するための比較対象とする。物理的制約を除外することで、ポテンシャル場の寄与を定量的に評価する。

6.1.3 評価指標

2018年から2020年のテスト期間におけるリンク予測タスクを行い、各モデルが「企業が将来どの特許を出願するか(正解リンク)」を予測する精度を評価した。評価指標には、リンク予測において一般的に用いられる**MRR**(Mean Reciprocal Rank)および**AUC**(Area Under the ROC Curve)を採用した。本実験におけるMRRは、計算効率を考慮し、各正解リンクに対してランダムにサンプリングされた99個の負例(特許)を合わせた計100個の候補内での順位に基づく**Sampled MRR**である。これは企業にとって、膨大な特許候補の中から「次にどの技術を優先すべきか」という推薦精度を測る指標となる。AUCは正例と負例を区別する大域的な分類性能を測る指標である。

各モデルについて異なるランダムシードで10回の試行を行い、その平均値と標準偏差を算出した。また、各ベースラインに対する統計的有意性を検証するため、Welchのt検定を実施した。

6.2 実験結果

6.2.1 定量的評価

実験結果を表2に示す。

表2 技術トレンド予測精度の比較(特許データセット)

Model	MRR	AUC	Training Time (s)
P-NODE (Proposed)	0.0688 ± 0.0035	0.5962 ± 0.0125	4.71 ± 0.06
StandardGODE	0.0565 ± 0.0030	0.5496 ± 0.0144	4.32 ± 0.01
VGRNN	0.1295 ± 0.4213 [†]	0.4822 ± 0.0321	8.36 ± 0.02
Static VGAE	0.0338 ± 0.0024	0.4778 ± 0.0213	3.32 ± 0.02

[†]VGRNNは10回中3回の試行で極端な外れ値(MRR=1.0)を記録したため、標準偏差が大きい。

結果として、提案手法である**P-NODE**はMRRにお

いて **0.0688** を達成し、Static VGAE (0.0338) と比較して約 **2.0 倍**、StandardGODE (0.0565) と比較して約 **1.2 倍** の精度向上を示した。これは、企業が次に出願すべき特許の優先順位付けにおいて、P-NODE がより正確なランキングを提供できることを意味する。

AUC においても、P-NODE は **0.5962** を記録し、全てのベースラインを上回った。特に、同じ Neural-ODE を用いる StandardGODE (0.5496) との差は約 **8.5%** であり、連続時間モデリングに加えてポテンシャル場による物理制約が予測精度向上に寄与していることが示された。

VGRNN については、10 回中 3 回の試行で MRR=1.0 という極端な値を記録したため、平均値が 0.1295 と高く見えるが、標準偏差が 0.4213 と非常に大きく、学習の不安定性が顕著である。これは、RNN ベースのモデルが持つ勾配消失・爆発問題や、離散時間ステップでの過学習傾向を反映していると考えられる。AUC においては、VGRNN は 0.4822 と全モデル中最も低い値を示しており、大域的な分類性能においても劣っていることが確認された。

6.2.2 統計的有意性の検証

統計的有意性検定 (Welch の t 検定) の結果を表 3 に示す。

表 3 統計的有意性検定の結果 (Welch's t-test, n=10)

Metric	Comparison	p-value	Significance
3*MRR	P-NODE vs Static VGAE	1.41e-13	***
	P-NODE vs VGRNN	5.64e-01	ns
	P-NODE vs StandardGODE	3.97e-07	***
3*AUC	P-NODE vs Static VGAE	2.43e-10	***
	P-NODE vs VGRNN	3.57e-09	***
	P-NODE vs StandardGODE	6.57e-07	***

*** p < 0.001, ** p < 0.01, * p < 0.05, ns: not significant

P-NODE は、MRR および AUC の両指標において、Static VGAE および StandardGODE に対して **p < 0.001** で有意に優れていることが確認された。これにより、(1) 静的モデルに対する動的モデリングの優位性、および (2) 物理的制約 (ポテンシャル場) の導入による精度向上、が統計的に裏付けられた。

一方、VGRNN との比較においては、MRR では有意差が見られなかった (p = 0.564)。これは、VGRNN の一部試行における極端な外れ値 (MRR=1.0) が平均値を押し上げ、分散が過大となったことに起因する。しかし、AUC においては、VGRNN に対しても高度に有意な差 (p < 0.001) が確認されており、P-NODE の優位性は明確である。

6.2.3 計算効率の評価

学習時間に関しては、Static VGAE が最も高速 (3.32 秒) であった。これは、時間発展を考慮せず、単一のグラフ構造のみを学習するためである。

P-NODE (4.71 秒) は、Static VGAE と比較して約 **42%** 長い、VGRNN の **半分程度** の計算時間で学習が完了し

た。これは、Neural-ODE が内部的に RNN のような逐次計算を必要とせず、アダプティブソルバー (Dormand-Prince 法) により効率的に時間発展を計算できるためである。

また、StandardGODE と P-NODE の比較から、ポテンシャル場の導入による計算コストの増加は約 **9%** に留まっており、精度向上 (MRR で約 **22%**、AUC で約 **8.5%**) に対して十分に許容範囲であることが確認された。

6.2.4 結果の解釈

これらの実験結果から、以下の知見が得られた。

- 連続時間モデリングの有効性:** StandardGODE が Static VGAE や VGRNN を上回る性能を示したことから、特許出願履歴のように観測間隔が不規則でスパースな時系列データに対して、連続時間モデリングが有効であることが示唆された。離散時間モデルでは時刻間隔を明示的に扱えない一方、Neural ODE に基づく手法は時間間隔の不均一性を自然に取り込むことができる。
- ポテンシャル場の寄与:** P-NODE が StandardGODE を有意に上回ったことから、物理的制約としてポテンシャル場を導入することが、予測精度の向上に寄与することが実証された。これは、ポテンシャル場が「企業は有望な技術領域 (すなわちポテンシャルエネルギーの低い谷) へと引き寄せられる」という現実の企業行動パターンを、力学系として適切にモデル化しているためであると考えられる。
- 離散時間モデル (LSTM) の限界:** VGRNN (LSTM ベース) において性能の分散が大きかった点は、固定された時間ステップで更新を行う離散時間モデルの構造的な限界を示唆している。LSTM は従来の RNN と比較して長期依存性の学習に長けているが、本実験の特許データのようにイベント発生が不規則でスパースな時系列に対しては、空白期間のダイナミクスを捉えきれず、状態更新が不安定になりやすい。このことが、学習過程における収束のばらつきや過学習を引き起こしたと考えられる。

7 実験②：潜在ダイナミクスの解釈 (RQ2)

本章では、リサーチクエスト (RQ2) 「ポテンシャルエネルギーによって表現される力学は、予測結果に対してどのような解釈性を与えることができるのか？」を検証する。P-NODE によって学習された潜在空間表現と、その上で定義されるポテンシャルエネルギー場が、技術ライフサイクル (Technology Life Cycle; TLC) に対応した構造をどの程度明示的に表現しているかを、4 象限戦略マップに基づく可視化分析を通じて明らかにする。

7.1 分析手法：4 象限戦略マップの構築

RQ2 では、潜在空間上における特許分布とポテンシャルエネルギーの関係に基づき、各技術領域を技術ライフサイ

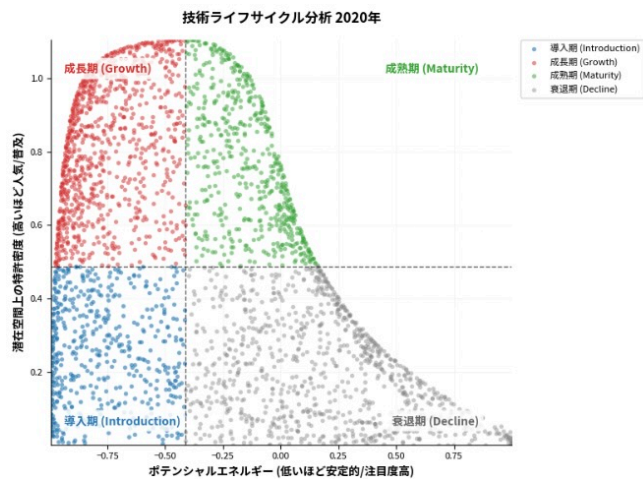


図2 潜在空間上におけるポテンシャルエネルギーと特許密度に基づく技術ライフサイクル分析(2020年時点)。各点は特許クラスターを表し、背景色は各ライフサイクルフェーズ(青:導入期, 赤:成長期, 緑:成熟期, 灰:衰退期)を示す。

クルの段階として分類・可視化する。まず、P-NODEにより得られた特許ノードの潜在表現を、主成分分析(PCA)により2次元空間へ射影する。次に、この2次元潜在空間上の特許分布に対してカーネル密度推定(KDE)を適用し、各領域における特許密度を算出した。

本研究では、以下の2軸に基づいて技術ライフサイクルを定義し、図2に示すような4象限マップを構築した。

- **横軸：ポテンシャルエネルギー (Potential Energy)**
潜在空間上で定義されたポテンシャル場の値を表す。値が低い(左側)ほど、力学的に安定であり、企業が引き寄せられる「有望な(注目度が高い)」技術領域であることを示す。
- **縦軸：特許密度 (Patent Density) KDE**により算出された潜在空間上の局所的な特許集中度であり、技術の普及度や競争の激しさを反映する。高いほど多くの企業が既に参入していることを示す。

これら2軸に基づき、各象限をLevittの製品ライフサイクル理論[13]を参考に以下のように定義した。

1. **導入期 (Introduction):** [低エネルギー・低密度]
ポテンシャルが低く将来有望であるが、まだ参入企業が少ないブルーオーシャン領域。
2. **成長期 (Growth):** [低エネルギー・高密度]
ポテンシャルが低く安定しており、かつ多くの企業が参入し急激に特許出願が増加している領域。
3. **成熟期 (Maturity):** [高エネルギー・高密度]
密度は高いが、ポテンシャルエネルギーが上昇(不安定化)し始めており、技術的な競争が飽和しつつある領域。
4. **衰退期 (Decline):** [高エネルギー・低密度]
ポテンシャルが高く(斥力が働き)、密度も低い領域。企業が撤退しつつある技術群。

Rising Stars: 2010-2020で着実に成長した技術群

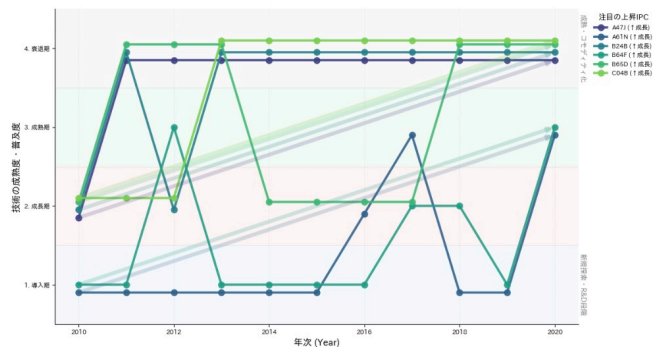


図3 2010-2020年におけるRising Star技術群のライフサイクル遷移。多くの有望技術が「導入期」から「成長期」を経て「成熟期」へと段階的に遷移している様子が可視化されている。

7.2 Rising Star 技術の軌跡分析

さらに、学習されたダイナミクスの妥当性を検証するため、2010年から2020年にかけて特許出願数が急増した「Rising Star 技術群」を抽出し、その潜在空間上での軌跡を追跡した(図3)。

図3は、代表的な成長技術(IPCコード: A47J, B24B等)のフェーズ遷移を示している。特にB24B(研削・研磨)に着目すると、2016年時点では「1. 導入期(左下)」に位置していたが、2017年には「2. 成長期(左上)」に位置していたが、2020年には「3. 成熟期(右上)」へと、5年間で段階的に遷移している様子が確認できる。これは、建設現場における仕上げ工程の自動化や効率化技術が、短期間で急速に普及・定着したプロセスを、本モデルが的確に捉えていることを示唆している。

この結果は、P-NODEが学習した「ポテンシャルエネルギーの勾配」が、単なる数値的なベクトル移動ではなく、現実の技術が「注目され(ポテンシャルエネルギー低下)、参入が増え(特許密度の上昇)、やがて飽和する(ポテンシャルエネルギーの上昇)」というライフサイクルのプロセスを正しくシミュレートしていることを示唆している。

7.3 RQ2の結論：物理モデルによる「なぜ」の説明

以上の分析より、RQ2に対する結論を述べる。P-NODEにおけるポテンシャルエネルギーの導入は、予測結果に対して以下の解釈性を与えることが明らかになった。

1. **技術フェーズの定量的同定:** 従来のリンク予測モデルは「リンクがつながる確率」のみを出力していたが、P-NODEは技術を「ポテンシャルエネルギー(将来性)」と「特許密度(現状の流行)」の2軸で評価することで、その技術がライフサイクルのどの段階にあるかを定量的に特定できる。
2. **予測根拠の物理的説明:** 「なぜその企業がその特許を出願すると予測されたのか」という問いに対し、ブラックボックス的な「特徴量が似ているから」という説明ではなく、「その技術が導入期から成長期への遷移過程にあり、ポテンシャルエネルギーの谷へ向かう強い

勾配（トレンド）が存在するため」という、力学構造に基づいた定性的な説明が可能となった。

すなわち、提案手法は高精度な予測と同時に、経営戦略上の意思決定に不可欠な「技術のライフサイクル位置」というコンテキストを提供できる点において、従来手法にはない優位性を持つと結論づけられる。

8 ま と め

本研究では、特許データを用いた技術トレンド予測において、**Potential-Based Neural-ODE (P-NODE)** を提案した。本手法は、特許出願の不規則な時系列性を捉える「連続時間モデリング」と、予測プロセスに物理的な解釈性を与える「ポテンシャル場」を統合したものである。

実験の結果、提案手法は従来の静的モデル(Static VGAE)と比較して MRR で約 2.0 倍、AUC で約 25%の精度向上を達成し、統計的にも有意な改善を示した。また、学習されたポテンシャル場を分析することで、技術トレンドを「導入期」「成長期」「成熟期」「衰退期」の4フェーズとして可視化できることを示した。特に、Rising Star 技術が導入期から成長期へと遷移するダイナミクスを捕捉できたことは、本モデルが実際のイノベーションプロセスを適切に学習していることを裏付けている。

今後の展望として、企業間の競争・協調関係(Multi-Agent 相互作用)の導入や、論文データなど他ドメインへの適用による汎用性の検証が挙げられる。

9 謝 辞

本研究の一部は JSPS 科研費 (22H00508, 22K17944) と JST CREST(Grant Number JPMJCR22M2), および株式会社熊谷組の支援を受けたものである。ここに謝意を示す。

文 献

- [1] F.Narin, K. S. Hamilton, and M. K. Olivastro, "Patents as indicators of corporate technological strength," *Research Policy*, Vol. 26, No. 3, pp. 317–332, 1997.
- [2] R.T.Q.Chen, Y.Rubanova, J.Bettencourt, and D.Duvenaud, "Neural Ordinary Differential Equations," *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, Vol. 31, 2018.
- [3] S.B.Shum, S.Decker, and A.O'Harabe, "Deep learning for patent and technology analysis: A survey," *Artificial Intelligence Review*, Vol. 55, No. 4, pp. 2631–2673, 2022.
- [4] S.Hochreiter and J.Schmidhuber, "Long short-term memory," *Neural computation*, Vol. 9, No. 8, pp. 1735–1780, 1997.
- [5] T.N.Kipf and M. Welling, "Variational Graph Auto-Encoders," *NIPS Workshop on Bayesian Deep Learning*, 2016.
- [6] A.Pareja, et al., "EvolveGCN: Evolving Graph Convolutional Networks for Dynamic Graphs," *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 34, No. 04, pp. 5363–5370, 2020.
- [7] S.M.Kazemi, et al., "Representation Learning for Dynamic Graphs: A Survey," *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 21, No. 70, pp. 1–73, 2020.
- [8] Y.Rubanova, R.T.Q.Chen, and D.Duvenaud, "Latent Ordinary Differential Equations for Irregularly-Sampled Time Series," *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, Vol. 32, 2019.
- [9] A.Bordes, N.Usunier, A.Garcia-Duran, J.Weston, and O.Yakhnenko, "Translating embeddings for modeling multi-relational data," *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, Vol. 26, pp. 2787–2795, 2013.
- [10] R.Krestel, R.Chikkamath, C.Hewel, and J.Risch, "A survey on deep learning for patent analysis," *World Patent Information*, Vol. 65, 102035, 2021.
- [11] 塚田 啓介, 杉谷 康雄, "深層学習モデルを用いた患者状態の時系列モニタリング," *人工知能学会全国大会論文集*, Vol. JSAI2021, pp. 2Xin505, 2021.
- [12] 中村 礼音. 特許データにおけるメタデータを活用したトピックモデリングに関する研究. 修士論文, 筑波大学, 2025.
- [13] T. Levitt, "Exploit the Product Life Cycle," *Harvard Business Review*, Vol. 43, No. 6, pp. 81–94, 1965.
- [14] Z. C. Lipton, "The mythos of model interpretability," *arXiv preprint arXiv:1606.03490*, 2016.
- [15] C. Rudin, "Stop explaining black box machine learning models for high stakes decisions and use interpretable models instead," *Nature Machine Intelligence*, Vol. 1, No. 5, pp. 206–215, 2019.