# 連続的な空間的異質性を考慮した空間相互作用モデルによる地域間関係分析

**安藤 夏樹*・井上 亮**・彭 湛****

# Spatial interaction model with continuous spatial heterogeneity to analyze interregional relationships

Natsuki Ando*, Ryo Inoue**, Zhan Peng**

**Abstract:** Continuous spatial heterogeneity is that generation process of spatial phenomena changes gradually in space. While various approaches have been developed to estimate spatially varying coefficients (SVC), their application to spatial interaction models has been limited. This study constructs a gravity model with spatially varying coefficients using the eigenvector spatial filtering-based SVC (ESF-SVC) method and evaluates its effectiveness for analyzing interregional relationships. An application to commuting and schooling trips from the Tokyo Metropolitan Person Trip Survey demonstrates that the model can capture heterogeneity in trip generation and attraction that depends on origins and destinations. The results confirm the potential of incorporating SVCs into interaction models, while also highlighting an identification issue: distance decay cannot be estimated independently from the coefficients representing trip generation and attraction.

**Keywords:** 空間的異質性（Spatial heterogeneity），ESF-SVC，空間相互作用モデル（Spatial interaction model）

## １．はじめに

近年，情報化社会の進展により，様々な空間現象を記録した空間データが大量に蓄積されている．その一種である，人や物の地域間の移動を記録したデータも入手可能性が向上している．これらの移動量データに基づいて，地域間関係の強弱を表す空間相互作用を分析する研究は，社会構造の理解や都市計画において重要である．

空間相互作用分析の最も基本的なモデルは重力モデルである．$t_{ij}$を地域 $ij$ 間の移動量，$P_i$を発地 $i$ の発生量の多寡を表す指標，$Q_j$を着地 $j$ の集中量の多寡を表す指標，$d_{ij}$を地域 $ij$ 間の距離指標，$k, \alpha, \beta, \gamma$ を係数とすると，

$$t_{ij} = kP_i^{\alpha} Q_j^{\beta} d_{ij}^{-\gamma} \quad (1)$$

で表される．

重力モデルでは通常，全地域で共通の係数を推定する．しかし，もし郊外ベッドタウンの地域からの通勤移動の発生量が，同一人口規模の他の地域の通勤移動の発生量よりも多いなら，発生量指標を人口としたモデルでは，ベッドタウンの $\alpha$ は他の地域よりも大きいと考えるのが適切であろう．このように地点・地域によって被説明変数と説明変数の関係が異なる様子を表現するモデルを空間可変係数 (Spatially Varying Coefficient: SVC) モデルといい，そこではモデルで表されている空間現象の生成過程・要因が，地点・地域によって異なる「空間的異質性」を仮定している．

移動量には，以下の 2 種類の空間的異質性があると考えられる．1 つは距離が移動量に与える影響が発着地の組によって異なるという性質である．これは，歴史的・文化的な結び付きなどによって移動量の距離減衰効果が発着地の組毎に異なる場合を表す．もう 1 つは発地や着地の属性が移動量に与える影響が異なるという性質である．これは同規模の人口を持つ地域であっても，発生量や集中量の大小がある場合を表す．

本稿では，地点や地域の場所によって係数が徐々に変化する連続的な空間的異質性を仮定した分析に焦点を絞る．連続的な空間的異質性分析の手法は，Geographically Weighted Regression (GWR) (Brunsdon et al., 1996) や Eigenvector Spatial Filtering based Spatially Varying Coefficients model (ESF-SVC) (Griffith, 2008) が代表的である．これらの SVC モデルは 1 地点・地域に紐づけられた空間データを対象とするが，2 地点・地域間の関係性を表すデータである移動量の分析へ拡張する試みもなされてきた．重力モデルに GWR を組み合わせた研究は多く存在する(例えば, Nakaya, 2001; Kordi et al., 2016) が，ESF-SVC を組み合わせた研究は未だ見られない．

GWR は，全ての係数で同じ空間スケールの空間的異質性構造しか推定できず，データ件数が多いと推定に計算を要する課題を有する．GWR の拡張として係数毎に異なるスケールの空間的異質性構造を推定できる Multiscale GWR (MGWR) (Fotheringham et al., 2017)も提案されてい

* 学生会員 東北大学 大学院情報科学研究科（Tohoku University）
〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06 E-mail:ando.natsuki.s2@dc.tohoku.ac.jp
** 正会員 東北大学 大学院情報科学研究科（Tohoku University）

るが，更に推定に要する計算量が増加し，実行可能性に制約がある．一方，ESF-SVC は，係数毎に異なるスケールの空間的異質性の構造を推定できる利点があり，データ件数が大きくても推定計算の実行可能性は MGWR より大きい．空間相互作用モデルのデータ件数が，地域数の 2 乗であることを考えると，ESF-SVC に基づく重力モデルの検討は空間相互作用の空間的異質性分析の可能性を広げる上で有用だと考える．

そこで，本研究は移動量が有する 2 種類の連続的な空間的異質性を表現する方法として，ESF-SVC を基盤に，重力モデルに SVC を導入するモデルを提案する．地域 $i$ に固有の発地属性係数$\alpha_i$，着地属性係数$\beta_i$を，また地域 $ij$ 間の距離減衰係数$\gamma_{ij}$を発地 $i$ の影響と着地 $j$ の影響の和で表現し，発着地の組毎に異なる係数として設定する．東京都市圏パーソントリップ調査の移動データを用いて提案モデルを推定し，提案モデルの実行可能性を評価するとともに，推定結果に基づく地域特徴や地域間関係の把握に対する有用性を検証する．

## ２．連続的な空間的異質性の分析手法

### ２.１　GWR

地点 $i$ における GWR のモデルは，$y_i$を被説明変数，$\beta_{0,i}$を切片，$x_{k,i}$を $k$ 番目の説明変数の値，$\beta_{k,i}$を$x_{k,i}$に対する係数とすると，下式で表される．

$$y_i = \beta_{0,i} + \sum_{k=1}^{K} x_{k,i}\,\beta_{k,i} + \epsilon_i \qquad (2)$$

推定は，地点$i$に近い観測点に対しより大きな重みを設定した重み行列 $\mathbf{W}_i$ を用いた，重みつき最小二乗法で行う．$\mathbf{y}$を被説明変数ベクトル，$\mathbf{X}$を説明変数行列とすると，推定式は

$$\beta_{ik} = (\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_i\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{W}_i\mathbf{y} \qquad (3)$$

と表される．$\mathbf{W}_i$ は非対角要素が 0，対角要素$w_{i,jj}$が地域 $ij$ 間の距離$d_{ij}$を距離減衰関数に代入した値で与えられる行列で，距離減衰関数はガウス型の関数

$$w_{i,jj} = \exp\left(-0.5\left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right) \qquad (4)$$

が用いられることが多い．なお，バンド幅 $b$ は近傍範囲を定めるハイパーパラメータで，この値は交叉検定や修正赤池情報量規準を用いて決定する．バンド幅決定では，その候補に対して推定を繰り返す必要があり，地点毎の推定と併せて多くの計算を要する．

GWR の拡張手法である MGWR は，全ての係数で共通のバンド幅を用いる GWR に対し，係数毎にバンド幅を決定し，空間的異質性のスケールが異なることを表現できる．しかし，係数毎にバンド幅を変えた推定を繰り返す必要があるため，GWR 以上に計算を要する．

さて，GWR や MGWR を重力モデルに導入した研究として，Spatially Weighted Interaction Models (SWIM) (Kordi et al., 2016) や Multiscale flow-focused GWR (MFGWR) (Zhang et al., 2019) が挙げられる．SWIM には重み$w_{i,jj}$の定義に用いる距離を「発地間距離」「着地間距離」「発着地対の距離」とした 3 種類のモデルが提案されており，GWR で推定する．MFGWR は「発着地対の距離」を定義して重みを与え，MGWR で推定する．これらは，GWR や MGWR と同様に推定に要する計算量に課題がある．

### ２.２　ESF-SVC

ESF-SVC は Eigenvector Spatial Filtering (ESF) (Griffith, 1996) を基にしたモデルである．$n$×$n$ の空間重み行列$\mathbf{C}$と Centering Matrix $\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{1}\mathbf{1}'/n)$ で構成される行列 $\mathbf{MCM}$ の固有ベクトルを用いて SVC を表す．$n$ は地域数，$\mathbf{I}$は $n$×$n$ の単位行列，$\mathbf{1}$は全要素が 1 の $n$×1 ベクトルである．$\mathbf{MCM}$ の固有ベクトルは空間スケールの異なる空間相関構造を表し，値が大きい固有値に対応する固有ベクトルは大域的な構造，値が小さい固有値に対応する固有ベクトルは局所的な構造を表現する．

ESF-SVC のモデルは$\mathbf{x}_k$を $k$ 番目の説明変数ベクトル，$\circ$を要素積，$\beta^{(k)}$を$\mathbf{x}_k$に対する非可変係数，$\mathbf{E}^{(k)}$を $\mathbf{MCM}$ の固有ベクトルから$\mathbf{x}_k$に対して選択された$L_k$個の固有ベクトルで構成される $n$×$L_k$の行列，$\boldsymbol{\gamma}^{(k)}$を固有ベクトルに対する$L_k$×1 の係数ベクトルとすると，下式で表される．

$$\mathbf{y} = \sum_{k=0}^{K} \mathbf{x}_k \circ \left(\beta^{(k)}\mathbf{1} + \mathbf{E}^{(k)}\boldsymbol{\gamma}^{(k)}\right) + \boldsymbol{\epsilon} \qquad (5)$$

SVC は全域共通の$\beta^{(k)}\mathbf{1}$と空間パターンを表す$\mathbf{E}^{(k)}\boldsymbol{\gamma}^{(k)}$の和で表現される．説明変数毎に固有ベクトルの行列$\mathbf{E}^{(k)}$が異なるため，各係数は異なるスケールの空間構造を表現する．説明変数に対する固有ベクトルの選択方法として，Lasso などが提案されている (Seya et al., 2014).

地点 $i$ における ESF-SVC のモデルは，$\mathbf{row}_i\left(\mathbf{E}^{(k)}\right)$を$\mathbf{E}^{(k)}$の $i$ 行目ベクトルとすると

$$y_i = \sum_{k=0}^{K} x_{k,i}\left(\beta^{(k)} + \mathbf{row}_i\left(\mathbf{E}^{(k)}\right)\boldsymbol{\gamma}^{(k)}\right) + \epsilon_i \qquad (6)$$

と表せ，また式(5)は式(7)と書き直すことができる．

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \sum_{k=0}^{K}\sum_{l_k=1}^{L_k}\left(\mathbf{x}_k \circ \mathbf{e}_{l_k}^{(k)}\right)\boldsymbol{\gamma}_{l_k}^{(k)} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (7)$$

ここで，$\boldsymbol{\beta}$は非可変係数ベクトル，$\mathbf{e}_{l_k}^{(k)}$は$\mathbf{E}^{(k)}$の $l_k$ 列目ベクトル，$\boldsymbol{\gamma}_{l_k}^{(k)}$は$\mathbf{e}_{l_k}^{(k)}$に対する係数ベクトルである．

ESF-SVC は GWR や MGWR と比較して，利点が 2 点ある．1 点目は計算量の少なさである．GWR は，地点毎の推定とバンド幅決定に多くの計算を要するのに対し，ESF-SVC は一回の最小二乗推定で空間スケールも含めて推定ができる．2 点目は，係数毎に異なる空間スケールの空間的異質性の構造を推定できることである．MGWR も可能だが，係数毎に異なるバンド幅を探索する推定過程

に，GWR 以上の計算を要する．一方，ESF-SVC は説明変数毎に与えられた固有ベクトルの係数の推定を通して，係数毎に異なる空間構造を表現できる．

このように，ESF-SVC は計算量の少なさと異なる空間構造表現の容易さという点で GWR より優れている．そこで本研究では ESF-SVC を基盤に SVC を導入した重力モデルを提案する．提案手法では，重力モデルの 3 種類の係数 $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ を SVC とし，発地属性・着地属性・距離が移動量に与える影響の空間的異質性を区別して表現することを目指す．

## 3. 提案手法

本研究は 3 種類のモデルを提案する．モデル 1 は発地属性係数 $\alpha$, 着地属性係数 $\beta$, 距離減衰係数 $\gamma$ 全てが SVC, モデル 2 は $\alpha$，$\beta$ が SVC，モデル 3 は $\gamma$ が SVC である．モデル 1 は以下の式で表される．

$$t_{ij} = kP_i^{\alpha_i} Q_j^{\beta_j} d_{ij}^{-\gamma_{ij}}$$

$$\alpha_i = \alpha_{const} + \mathbf{row}_i(\mathbf{E})\boldsymbol{\eta}$$
$$\beta_j = \beta_{const} + \mathbf{row}_j(\mathbf{E})\boldsymbol{\mu}$$
$$\gamma_{ij} = \gamma_{const} + \mathbf{row}_i(\mathbf{E})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{row}_j(\mathbf{E})\boldsymbol{\xi} \quad (8)$$

ここで，$\alpha_{const}$，$\beta_{const}$，$\gamma_{const}$は非可変係数，$\boldsymbol{\eta}$，$\boldsymbol{\mu}$，$\boldsymbol{\nu}$，$\boldsymbol{\xi}$は固有ベクトルに対する係数ベクトルである．$\gamma_{ij}$は非可変係数，発地 $i$ の項$\mathbf{row}_i(\mathbf{E})\boldsymbol{\nu}$，着地 $j$ の項$\mathbf{row}_j(\mathbf{E})\boldsymbol{\xi}$の和で表現する．式(8)を対数化した式(9)の線形回帰モデルを，通常最小二乗法で推定する．

$$\log t_{ij} = \log P_i \cdot \alpha_{const} + \log P_i \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})\boldsymbol{\eta} + \log Q_j \cdot \beta_{const} + \log Q_j \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})\boldsymbol{\mu} - (\log d_{ij})\gamma_{const} - \log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})\boldsymbol{\nu} - \log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})\boldsymbol{\xi} \quad (9)$$

このモデルの説明変数は，$\log P_i$ ・ $\log P_i \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$ ・ $\log Q_j$ ・ $\log Q_j \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$ ・ $\log d_{ij}$ ・ $\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$ ・ $\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$である．

## 4. 通勤・通学目的の移動量データへの適用を通した提案手法の検証

提案手法の適用可能性を，平成 30 年実施・第 6 回東京都市圏パーソントリップ調査の，計画基本ゾーン間の通勤・通学目的移動量を用いて検証する．対象範囲は同調査の計画基本ゾーン全 615 地域で，東京都・神奈川県・埼玉県・千葉県の全域と茨城県南部を含む．移動量 $t_{ij}$は「目的種類：自宅–通学」と「目的種類：自宅–通勤」の移動量を集計した．発生量指標$P_i$は，同調査の基礎集計項目「居住地ゾーン別性別年齢階層別人口」から，性別・年齢階層を合計した居住地ゾーン人口を用いる．集中量指標$Q_j$は，令和 3 年度経済センサス–活動調査の全事業所数を用いた．距離$d_{ij}$は計画基本ゾーンの重心間距離により算出した．本研究では，同ゾーンを発着する内々移動と，居住地人口が 0 の 4 ゾーンは分析対象外とする．

### 4.1 説明変数特性と提案モデルの比較

適用の結果，説明変数 $\log P_i \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$ と $\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$間と，$\log Q_j \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$と$\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$間に強い正の相関が確認された．通常，ESF-SVC モデルでは説明変数に相関は発生しないため，提案モデルの説明変数の特徴が原因と考えられる．

ここで，固有ベクトルの要素積算出前の変数$\log P_i$と$\log d_{ij}$の関係に注目する（図 1）．$\log P_i$は発地毎に値が異なるのに対し，$\log d_{ij}$は発着地ペア毎に値が異なる．このため 1 つの$\log P_i$に対し複数の$\log d_{ij}$が対応し，更に$\log d_{ij}$の平均は発地に依らずほぼ同水準の値となる．$\log P_i$と$\log d_{ij}$の相関係数は 0.01 と無相関で，$\log Q_j$と$\log d_{ij}$の相関も同様に無相関である．しかし，$\mathbf{row}_i(\mathbf{E})$との要素積を取った $\log P_i \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$ と$\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$の相関係数は 0.97 となり，強い正の相関が生じる（図 2）．平均が同水準の$\log d_{ij}$に同じ固有ベクトルの要素をかけることが説明変数の相関の原因である．α, β, γ 全てが SVC のモデル 1 は多重共線性のため，係数を正しく推定できない．

また，モデル 2 の説明変数の$\log P_i \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$とモデル 3 の説明変数の$\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_i(\mathbf{E})$間，モデル 2 の$\log Q_j \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$とモデル 3 の$\log d_{ij} \cdot \mathbf{row}_j(\mathbf{E})$間にも強い正の相関が存在する．結果としてモデル 2・3 によって推定される係数の空間構造はほぼ同一であると言え，提案モデルでは発地・着地属性が移動量に与える影響の空間的異質性と，距離が移動量に与える影響の空間的異質性を区別できないことが明らかとなった．

赤池情報量規準や自由度調整済み決定係数による比較の結果，僅かながらモデル 2 の方が適合度や説明力に優れていた．そこで，次節の検証ではモデル 2 を用いる．

### 4.2 地域分析への適用可能性

発地属性係数$\alpha_i$，着地属性係数$\beta_j$それぞれの空間分布を図示し，その解釈可能性を考察する．$\alpha_i$，$\beta_j$にはそれぞれ 2 種類の解釈が考えられる．1 種類目は発地・着地属性が移動量に与える影響の空間的異質性を表すとの解釈である，$\alpha_i \cdot \beta_j$が大きいと，人口や事業所数の割に発生量や集中量が多いと解釈される．2 種類目は距離が移動量に与える影響の空間的異質性を表すとの解釈である．$\alpha_i \cdot \beta_j$が大きいと，遠距離移動の割合が高いと解釈される．

図 3 に$\alpha_i$の空間分布を示す．値が小さい 23 区などの都心とその周縁地域は，人口の割に発生量が少ない，または発生量内の遠距離移動割合が低いと解釈される．値が大きい郊外は，人口の割に発生量が多い，または遠距離移動割合が高いと解釈される．通勤移動は郊外から都心への移動が多く，また，発生量内の遠距離移動割合は郊外が高く，都心が低い．$\alpha_i$の分布は移動の特徴と合致し，解釈可能性が高い．

次に，図 4 に$\beta_j$の空間分布を示す．値が小さい都心の周縁地域は，集中量内の遠距離移動割合が低い，または

事業所数の割に集中量が少ないと解釈される．値が大きい都心と郊外は，遠距離移動割合が高い，または事業所数の割に集中量が多いと解釈される．通勤移動では，集中量内の遠距離移動割合は都心で高く，周縁地域や郊外は低いであろう．この実態を踏まえて考えると，都心やその周縁では解釈可能性が高いが，郊外は解釈が難しい．郊外はゾーン面積が大きくゾーン間距離が長いため，遠距離移動割合が大きく評価され，$\beta_j$が大きく推定された可能性が考えられる．以上より，$\beta_j$の推定結果は，着地属性と距離の相反する効果が影響した可能性が考えられ，推定結果の解釈が難しくなった可能性が示唆される．

## 5. おわりに

本研究では，連続的な空間的異質性の分析手法である ESF-SVC を基に，空間可変係数を導入した重力モデルを提案した．東京都市圏パーソントリップ調査の通勤・通学移動データを用いて提案モデルを推定した結果，移動データの生成過程が有する空間的異質性を表現できる可能性を確認した．ただし，提案モデルでは，距離が移動量に与える影響の空間的異質性と，発地属性や着地属性が移動量に与える影響の空間的異質性を分離して推定できないことが明らかとなった．

今後，発地・着地間の相互作用を表せるよう距離減衰係数の空間的異質性の新たなモデル化を検討する．また，本研究では重力モデルに GWR を導入した既往手法と比較しておらず，それらとの比較分析が必要である．

### 参考文献

Brunsdon, C., Fotheringham, A. S., & Charlton, M. E. (1996). Geographically weighted regression: a method for exploring spatial nonstationarity. *Geographical analysis*, 28(4), 281–298.

Fotheringham, A. S., Yang, W., & Kang, W. (2017). Multiscale geographically weighted regression (MGWR). *Annals of the American Association of Geographers*, 107(6), 1247–1265.

Griffith, D. A. (1996). Spatial autocorrelation and eigenfunctions of the geographic weights matrix accompanying geo-referenced data. *Canadian Geographer/Le Géographe canadien*, 40(4), 351–367.

Griffith, D. A. (2008). Spatial-filtering-based contributions to a critique of geographically weighted regression (GWR). *Environment and Planning A*, 40(11), 2751–2769.

Kordi, M., & Fotheringham, A. S. (2016). Spatially weighted interaction models (SWIM). *Annals of the American Association of Geographers*, 106(5), 990–1012.

Nakaya, T. (2001) Local spatial interaction modelling based on the geographically weighted regression approach. *Geo Journal*, 53, 347–358.

Seya, H., Murakami, D., Tsutsumi, M., & Yamagata, Y. (2015). Application of LASSO to the eigenvector selection problem in eigenvector-based spatial filtering. *Geographical analysis*, 47(3), 284–299.

Zhang, L., Cheng, J., Jin, C., & Zhou, H. (2019). A multiscale flow-focused geographically weighted regression modelling approach and its application for transport flows on expressways. *Applied Sciences*, 9(21), 4673.

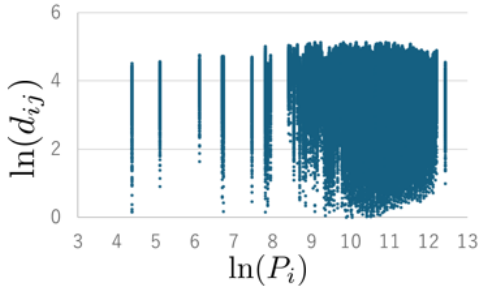



図 1　$\log P_i$と$\log d_{ij}$の値の散布図

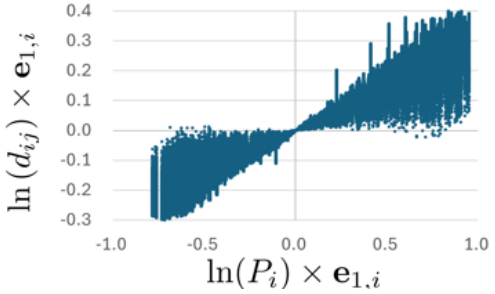



図 2　第 1 固有ベクトルと要素積をとった値の散布図

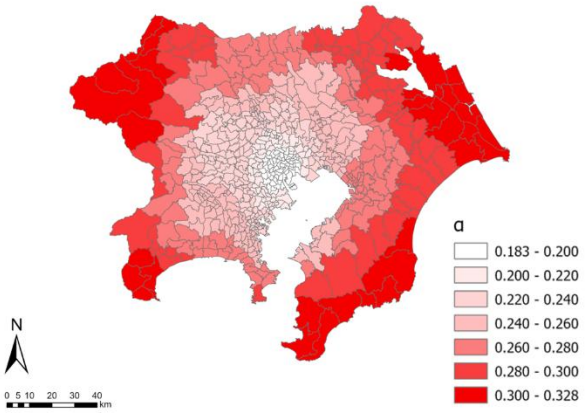



図 3　発地属性係数$\alpha_i$の空間分布

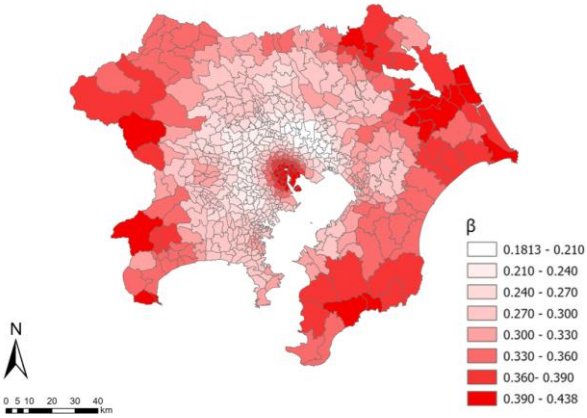



図 4　着地属性係数$\beta_j$の空間分布