The 32nd Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence, 2018

対称性を満たすM凸集合の和集合で表現される制約を扱うマッチングメカニズムの提案

Strategyproof and Fair Matching Mechanism for Union of Symmetric M-convex Constraints

張 語哲 *1 Yuzhe Zhang　八尋 健太郎 *1 Kentaro Yahiro　Nathanaël Barrot*2　横尾 真 *1 Makoto Yokoo

*1九州大学 大学院システム情報科学府
Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University

*2理化学研究所 革新知能統合研究センター AIP
RIKEN, Center for Advanced Intelligence Project AIP

In this paper, we identify a new class of distributional constraints defined as a union of symmetric M-convex sets, which can represent a variety of real-life constraints in two-sided matching settings. Since M-convexity is not closed under union, a union of symmetric M-convex sets does not belong to this well-behaved class of constraints in general. Thus, developing a fair and strategyproof mechanism that can handle this class is challenging. We present a novel mechanism called Quota Reduction Deferred Acceptance (QRDA), which repeatedly applies the standard DA mechanism by sequentially reducing artificially introduced maximum quotas. We show that QRDA is fair and strategyproof when handling a union of symmetric M-convex sets. Furthermore, in comparison to a baseline mechanism called Artificial Cap Deferred Acceptance (ACDA), QRDA always obtains a weakly better matching for students, and, experimentally, performs better in terms of nonwastefulness.

1. 序論

マッチング理論は，学生と学校，研修医と病院といった二種類のエージェントを適切に割り当てる問題として広く論じられている．マッチング理論において通常扱われる市場は，最大の容量を用いた個別上限制約により定義される．しかしながら，マッチング問題が取り扱うべき現実問題の多くは，学校の集合に割り当てられる学生数を制限する地域上限制約，一定数の学生が割り当てられることを各学校に保証する個別下限制約，異なるタイプの学生 (SES に基づくことが多い) を各学校に割り当てる学生数の分散に関する制約といった多種多様な制約が付与されている場合が通常である．

一対一マッチングにおける安定性は Gale と Shapley により提唱された [Gale 62]．しかしながら，一般に安定マッチングが存在しない場合も知られている．ゆえに，安定性を公平性，非浪費性と呼ばれる二つの性質に分割する考え方が一般的である．本論文では，公平性を満たした上で，可能な限り非浪費性を満たすことを目的とする．既定の上限を用いて動作する基準メカニズム Artificial Cap Deferred Acceptance メカニズム (ACDA) は，公平性，戦略的操作不可能性を満たすが，非浪費性の観点で効率的でないことが知られている．戦略的操作不可能性は，どの学生も自身の選好を偽るインセンティブを持たないことを保証する性質である．

既存研究において，実現可能な割当の集合が M 凸集合と呼ばれる概念で表現できるとき，DA に基づくメカニズムである generalized DA は，公平性，戦略的操作不可能性を満たすことが知られている [Kojima 14]．よって，公平性，戦略的操作不可能性を満たし，M 凸集合より広い制約のクラスを扱うメカニズムの考察は理論的に意義のある課題である．

本論文では，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約を新たに導入する．この制約は，M 凸集合より広い制約であり，現実のマッチング問題に幅広く応用できる制約である．凸性は和集合について閉じていないので，対称性を満たす M 凸集合の和集合は一般に M 凸集合ではない．

我々の知る限り，M 凸集合より広い制約下において公平性，戦略的操作不可能性を満たすメカニズムを考察した既存研究は存在しない．そこで，人為的に定められた上限を段階的に減少させながら，Deferred Acceptance メカニズム (DA) [Gale 62] を繰り返し適用する Quota Reduction Deferred Acceptance メカニズム (QRDA) を新たに提案する．QRDA は公平性，戦略的操作不可能性を満たし，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約を扱う．また，QRDA は ACDA より学生の満足度が高いことを理論的，実験的に示した上で，非浪費性の観点からも QRDA は ACDA より優れていることを評価実験により示す．

2. モデル

分配制約下における学生と学校間のマッチング問題は $(S, C, X, \succ_S, \succ_C, \mathcal{V})$ の組で定義される．$S = \{s_1, \dots, s_n\}$ は学生の集合である．$C = \{c_1, \dots, c_m\}$ は学校の集合であり，$M = \{1, 2, \dots, m\}$ とする．$X = S \times C$ は契約の集合であり，契約 $(s, c) \in X$ は，学生 s が学校 c に割り当てられることを意味する．$\dot{X} \subseteq X$ について，$\dot{X}_s$ は $\{(s, c) \in \dot{X} \mid c \in C\}$ を，$\dot{X}_c$ は $\{(s, c) \in \dot{X} \mid s \in S\}$ を意味する．$\succ_S = (\succ_{s_1}, \dots, \succ_{s_n})$ は学生側が持つ選好順序の組である．学生 s が持つ選好順序 $\succ_s$ は，s に関する全ての契約を厳密に順序付ける．以降では，$(s, c) \succ_s (s, c')$ を単に $c \succ_s c'$ と表すこともある．$\succ_C = (\succ_{c_1}, \dots, \succ_{c_m})$ は学校側が持つ優先順序の組である．学校 c が持つ優先順序 $\succ_c$ は，c に関する全ての契約を厳密に順序付ける．以降では，$(s, c) \succ_c (s', c)$ を単に $s \succ_c s'$ と表すこともある．$\mathcal{V} \subseteq \mathbb{N}_0^m$ は分配制約を満たす m 次元ベクトルの集合である．任意の $\nu \in \mathcal{V}$ について，$\sum_{i \in M} \nu_i = n$ を満たすとする．$\dot{X}$ について，m 次元ベクトル $(|\dot{X}_{c_1}|, |\dot{X}_{c_2}|, \dots, |\dot{X}_{c_m}|)$ を $\zeta(\dot{X})$ と表す．

連絡先: 八尋健太郎，九州大学大学院システム情報科学府，819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，yahiro@agent.inf.kyushu-u.ac.jp

定義 1 (実現可能性) $\dot{X} \subseteq X$ に対し，任意の $s \in S$ について $|\dot{X}_s| = 1$ が成り立つとき，$\dot{X}$ は学生側実現可能であるという．学生側実現可能な契約の集合をマッチングと呼ぶ．また，$\zeta(\dot{X}) \in \mathcal{V}$ が成り立つとき，$\dot{X}$ は学校側実現可能であるという．学生側実現可能かつ学校側実現可能であるとき，$\dot{X}$ は実現可能であるという．

各学校は全ての学生を受け入れ可能と仮定する [*1]．すなわち，各学校は学生を受け入れないことより受け入れることを好むとする．学生についても同様である．

また，マッチングに対しての選好順序も同様に定義する．マッチング $\dot{X}, \ddot{X}$ について，$\dot{X}_s = \{x'\}, \ddot{X}_s = \{x''\}, x' \succ_s x''$ であることを $\dot{X}_s \succ_s \ddot{X}_s$ と表す．さらに，$\dot{X}_s \succ_s \ddot{X}_s$ または $\dot{X}_s = \ddot{X}_s$ であることを $\dot{X}_s \succeq_s \ddot{X}_s$ と表す．

メカニズム φ を，学生の選好の組 $\succ_S$ を入力とし契約の集合を出力する関数と定義する．$\varphi_s(\succ_S)$ は $\varphi(\succ_S) = \dot{X}$ となる $\dot{X}_s$ を表す．また，$\succ_{S\setminus\{s\}}$ は s 以外の全ての学生の選好の組を表し，$(\succ_s, \succ_{S\setminus\{s\}})$ は s の選好は $\succ_s$，それ以外の学生の選好の組が $\succ_{S\setminus\{s\}}$ である場合の全ての学生の選好の組を表すとする．

定義 2 (戦略的操作不可能性) メカニズム φ が戦略的操作不可能性を満たすとは，任意の $s, \succ_s, \succ_{S\setminus\{s\}}, \succ'_s$ ($\succ'_s$ は s の任意の選好) について $\varphi_s((\succ_s, \succ_{S\setminus\{s\}})) \succeq_s \varphi_s((\succ'_s, \succ_{S\setminus\{s\}}))$ が成り立つことをいう．

戦略的操作不可能性は，任意の学生は他の学生の申告に関わらず，自身の正直な選好を申告することが弱支配戦略となることを保証する性質である．

定義 3 (公平性) マッチング $\dot{X}$ における $(s, c) \in \dot{X}$ に対し，学生 s が他の学生 $s'(\neq s)$ に妥当な不満を持つとは，ある学校 $c' \in C$ について，$(s, c') \succ_s (s, c)$, $(s', c') \in \dot{X}$, $(s, c') \succ_{c'} (s', c')$ が成り立つことをいう．マッチング $\dot{X}$ が公平性を満たすとは，妥当な不満を持つ学生が $\dot{X}$ に存在しないことをいい，任意の入力に対して公平性を満たすマッチングを出力するとき，そのメカニズムは公平性を満たすという．

すなわち，学生 s が s' に妥当な不満を持つとは，s は現在割り当てられている学校より c' の方が好ましく，c' も現在受け入れている s' より s の優先順序が高い場合を指す．

定義 4 (非浪費性) マッチング $\dot{X}$ における $(s, c) \in \dot{X}$ に対し，学生 s が c' の空きシートを要求するとは，$(s, c') \succ_s (s, c)$ が成り立ち，$(\dot{X} \setminus \{(s, c)\}) \cup \{(s, c')\}$ が学校側実現可能であることをいう．マッチング $\dot{X}$ が非浪費性を満たすとは，空きシートを要求する学生が $\dot{X}$ に存在しないことをいい，任意の入力に対して非浪費性を満たすマッチングを出力するとき，そのメカニズムは非浪費性を満たすという．

すなわち，学生 s が学校 c' に空きシートを要求するとは，s が現在割り当てられている学校より c' の方が好ましく，s が現在の学校から c' に移動したとしても，マッチングが実現可能である場合を指す．

マッチング理論では慣習上，公平性と非浪費性は**安定性**と呼ばれる概念として集約される．しかしながら，本研究で扱う対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約の一種である相対制約の場合に，安定性を満たすマッチングが存在しないことが示されている [Yahiro 18]．そこで，本論文では安定性という概念を公平性，非浪費性の二つに分割し，公平性を満たしつつ，可能な限り非浪費性の観点で効率的なメカニズムの設計に焦点を当てる．

$\mathcal{V}$ が M 凸集合 (連続領域の凸集合に対する離散領域の類似の概念 [*2]) であれば，generalized DA と呼ばれる DA に基づくメカニズムは，公平性，戦略的操作不可能性を満たすことが知られている [Kojima 14]．

定義 5 (M 凸集合) χ_i を i 番目の要素が 1 でそれ以外の要素が 0 の m 次元ベクトルとする．このとき，$\mathcal{V} \subseteq \mathbb{N}_0^m$ が M 凸集合であるとは，任意の $\nu, \nu' \in \mathcal{V}$ について，$\nu_i > \nu'_i$ を満たす任意の i に対し，$\nu - \chi_i + \chi_j \in \mathcal{V}$, $\nu' + \chi_i - \chi_j \in \mathcal{V}$ を満たす $j \in \{k \in M \mid \nu_k < \nu'_k\}$ が存在することをいう．

次に，集合の対称性について以下で定義する．集合の対称性は本論文で扱う制約のために必要な仮定である．

定義 6 (集合の対称性) $\mathcal{V} \subseteq \mathbb{N}_0^m$ が対称性を満たすとは，任意の $\nu = (\nu_1, \ldots, \nu_m) \in \mathcal{V}$ について，$(\nu_1, \ldots, \nu_m)$ の要素の順列で表される任意の ν' も $\mathcal{V}$ に属することをいう．

本論文では，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される分配制約を考察する．

定義 7 (対称性を満たす M 凸集合の和集合) $\mathcal{V} \subseteq \mathbb{N}_0^m$ が対称性を満たす M 凸集合の和集合であるとは，対称性を満たす任意の M 凸集合 $\mathcal{V}_i$ により，$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 \cup \cdots \cup \mathcal{V}_l$ と表されることをいう．

3. 対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約の例

本章では，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される現実的な分配制約の例を示す．まず，対称性を満たす M 凸集合により表現される分配制約を示す．

定義 8 (一様個別上下限制約) p と q をそれぞれ学校に共通の個別下限，個別上限制約とする．すなわち，$\mathcal{V} = \{\nu \in \mathbb{N}_0^m \mid \forall i \in M, p \le \nu_i \le q, \sum_{i \in M} \nu_i = n\}$ が成り立つことをいう．

一様個別上下限制約は M 凸集合で表現される [Kojima 14]．また，学校に共通の個別上下限制約が課されているため，$\mathcal{V}$ は対称性を満たす．

M 凸集合で表現される新たな制約のクラスを定義するため，最安定ベクトルを定義する．

定義 9 (最安定ベクトル) $\nu \in \mathbb{N}_0^m$ が最安定ベクトルであるとは，任意の $i \in M$ について，$\nu_i = \lfloor n/m \rfloor$ または $\nu_i = \lceil n/m \rceil$ を満たすことをいう．

次に，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される分配制約を二種類示す．

定義 10 (相対制約) α を $0 \le \alpha \le 1$ を満たすパラメータ，$r(\nu) = \frac{\min_{i \in M} \nu_i}{\max_{i \in M} \nu_i}$ とする．このとき，$\mathcal{V} = \{\nu \in \mathbb{N}_0^m \mid r(\nu) \ge \alpha, \sum_{i \in M} \nu_i = n\}$ が成り立つことをいう．

*1 強い仮定ではあるが，実現可能なマッチングの保証に必要な仮定である．

*2 厳密には，この集合は M 凸集合の拡張概念である M$^\natural$ 凸集合と呼ばれる．しかしながら，本論文のように学生が必ず学校に割り当てられる場合，M$^\natural$ 凸集合は M 凸集合と等価となる．

相対制約は複数の一様個別上下限制約を組み合わせることで表現される．例えば，$n = 21, m = 4, \alpha = 0.5$ の場合，$\mathcal{V}$ は個別上下限制約が $p = 3, q = 6$ である $\mathcal{V}_1$ と個別上下限制約が $p = 4, q = 8$ である $\mathcal{V}_2$ の和集合で表現される．

定義 11 (差異制約) d を差異に関するパラメータ，$\gamma(\nu) = (\max_{i \in M} \nu_i) - (\min_{i \in M} \nu_i)$ とする．このとき，$\mathcal{V} = \{\nu \in \mathbb{N}_0^m \mid \gamma(\nu) \leq d, \sum_{i \in M} \nu_i = n\}$ が成り立つことをいう．

差異制約も同様に，複数の一様個別上下限制約を組み合わせることで表現される．例えば，$n = 21, m = 4, d = 4$ の場合，$\mathcal{V}$ は個別上下限制約が $p = 3, q = 7$ である $\mathcal{V}_1$ と個別上下限制約が $p = 4, q = 8$ である $\mathcal{V}_2$ の和集合で表現される．

相対制約も差異制約も複数の一様個別上下限制約の組合せにより実現することができるが，一般に相対制約は差異制約で表現することができず，差異制約も相対制約により表現することができないことに注意する．すなわち，同一の制約ではない．

4. Quota Reduction Deferred Acceptance メカニズム (QRDA)

4.1 概要

Quota Reduction Deferred Acceptance メカニズム (QRDA) は Gale と Shapley による Deferred Acceptance メカニズム (DA) [Gale 62] を繰り返し用いる．標準的なマッチング問題は，$(S, C, X, \succ_S, \succ_C, q_C)$ の組で定義される．本モデルとの違いは，学校の個別上限の組 $q_C = (q_c)_{c \in C}$ が制約として与えられている点である．マッチング $\dot{X}$ が学校側実現可能とは，任意の $c \in C$ について $|\dot{X}_c| \leq q_c$ が成り立つことをいう．DA は標準的なマッチング問題において以下で定義される．

メカニズム 1 (DA)

ステップ 1 各学生 s はまだ拒否されていない学校のうち $\succ_s$ において最も好む学校を選び，申し込む．

ステップ 2 申し込まれた各学校 c は申込があった学生のうち $\succ_c$ の上位 q_c 人までを受け入れ，残りの学生を拒否する．

ステップ 3 全ての学生が拒否されなければ，メカニズムを終了する．そうでなければ，ステップ 1 に戻る．

σ をラウンドロビン順序 $c_1, c_2, \ldots, c_m$ に基づいた学校の順序列 [*3] とする．$\sigma(k)$ は σ の k 番目の学校を表し，$\sigma(k) = c_j$ とする．ただし，$j = 1 + (k - 1 \mod m)$ である．また，$\nu_{max} = \max_{\nu \in \mathcal{V}, i \in M} \nu_i$ とする．

以上の定義をもって，QRDA を定義する．

メカニズム 2 (QRDA) 任意の $c \in C$ について，$q_c^1 \leftarrow \nu_{max}$，$k \leftarrow 1$ とする．

ステージ k (≥ 1):
$(S, C, X, \succ_S, \succ_C, q_C^k)$ の組の下で DA を実行し，得られたマッチングを $\dot{X}^k$ とする．$\dot{X}^k$ が学校側実現可能であれば，$\dot{X}^k$ を出力する．そうでなければ，学校 $c' = \sigma(k)$ について $q_{c'}^{k+1} \leftarrow q_{c'}^k - 1$ とし，それ以外の学校 $c\ (\neq c')$ については $q_c^{k+1} \leftarrow q_c^k$ とし，ステージ $k + 1$ に進む．

*3 簡略化のため，σ は同じラウンドロビン順序に基づくとしているが，任意のラウンドロビン順序に基づく σ においても本論文における結果には影響しない．すなわち，任意の $l \in \mathbb{N}_0$ において $\sigma(ml + 1), \sigma(ml + 2), \ldots, \sigma(ml + m)$ が $c_1, c_2, \ldots, c_m$ の順列により表されていても構わない．

4.2 メカニズムの理論的性質

まず，対称性を満たす M 凸集合の和集合に関する性質を示す．証明は紙幅の都合上割愛する．

補助定理 1 $\mathcal{V}$ が対称性を満たす M 凸集合の和集合であるとき，全ての最安定ベクトルは $\mathcal{V}$ に属する．

次に，QRDA が公平性を満たし，実現可能なマッチングを出力することを示す．

定理 1 対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約を扱うとき，QRDA は公平性を満たし，実現可能なマッチングを常に出力する．

証明 QRDA が実現可能なマッチングを得ることなく，上限を減らし続けた場合を考える．最終的に，$\sum_{c \in C} q_c^k = n$，任意の $c \in C$ について $\lfloor n/m \rfloor \leq q_c \leq \lceil n/m \rceil$ を満たすステージ k に到達する．補助定理 1 より，全ての最安定ベクトルは $\mathcal{V}$ に属するため，得られたマッチング $\dot{X}$ は実現可能である．ゆえに，QRDA はステージ k' $(\leq k)$ で終了する．さらに，$\dot{X}^{k'}$ は $(S, C, X, \succ_S, \succ_C, q_C^{k'})$ における DA の出力結果と同等である．DA は公平性を満たす [Gale 62] ことから，$\dot{X}^{k'}$ も公平性を満たす． □

本論文において最も主要な定理を以下に示す．証明は紙幅の都合上割愛する．

定理 2 対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約を扱うとき，QRDA は戦略的操作不可能性を満たす．

QRDA では，ステージが進むにつれて学校の上限は減少していくため，後のステージで失う可能性のある学校のシートを得るために，メカニズムを早い段階で終了させようとするインセンティブを学生に与えてしまう．しかし，QRDA はこのような操作に対して頑健であることを定理 2 は示している．

4.3 基準メカニズムとの理論的関係

本節では，DA によるマッチングが分配制約を満足するような学校の個別上限を定義する手法を示す．このようなメカニズムは，Artificial Cap Deferred Acceptance メカニズム (ACDA) と一般に呼ばれている．ACDA は日本の研修医マッチングプログラムにおいて各県ごとの研修医数の偏りをなくす目的で採用されているとともに，多くの分配制約に関する既存研究でメカニズムの比較対象として利用されている．

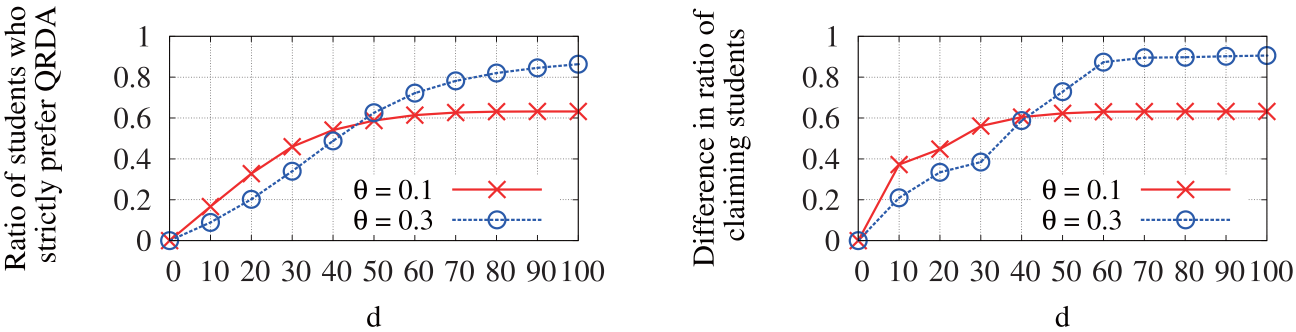
事前にどの学校が人気/不人気であるかを為政者が把握している場合，学生の満足度を最大化するような q_C を意図的に設定することができる．そうでなければ，適切な q_C を定めるために，最安定ベクトルを利用することが考えられる．最安定ベクトルに基づく ACDA は以下で定義される．

メカニズム 3 ((最安定ベクトルに基づく) ACDA) $i \leq (n \mod m)$ を満たす任意の i について，$q_{c_i} \leftarrow \lfloor n/m \rfloor$ とし，$i > (n \mod m)$ を満たす任意の i について，$q_{c_i} \leftarrow \lceil n/m \rceil$ とする．$(S, C, X, \succ_S, \succ_C, q_C)$ の組の下で DA を実行する．

定理 3 ACDA は公平性，戦略的操作不可能性を満たし，実現可能なマッチングを常に出力する．

証明は紙幅の都合上割愛するが，補助定理 1 と ACDA は DA と同等の動作であることから得られる．

QRDA で割り当てられた学校より，ACDA で割り当てられた学校を好む学生は存在しない．この事実を以下の定理で示す．



(a) QRDA を厳密に好む学生の割合

(b) 空きシートを要求する学生の割合の差

図 1: QRDA と ACDA の比較結果

定理 4 任意の学生は ACDA で得られたマッチングより QRDA で得られたマッチングを同等以上に好む．

証明 QRDA における上限が ACDA で用いた q_C と等しくなるステージを k とする．定理 1 の証明と同様に，QRDA はステージ k' $(\leq k)$ で終了する．任意の学校 $c \in C$ について $q_c^{k'} \geq q_c^k$ であり，DA の学校の上限に関する単調性 [Ehlers 16] より，任意の学生は ACDA で得られたマッチングより QRDA で得られたマッチングを同等以上に好む． □

非浪費性の観点では，ACDA より QRDA において空きシートを要求する学生数が多い場合が存在する [Yahiro 18]．すなわち，QRDA が ACDA より非浪費性の観点で常に優れることを示すことができない．Yahiro らは，相対制約の場合にこの事実を示しているが，相対制約は対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約の一種であるため，この事実は本モデルにおいても成立する．

5. 評価実験

学生の満足度，空きシートを要求する学生の割合の二つの観点から，コンピュータシミュレーションを用いて QRDA と ACDA の性能を比較した．実験には，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約の一種である差異制約を用いている．

学生は $n = 800$，学校は $m = 20$ で，Mallows モデルと呼ばれる数理モデルに基づき学生の選好を生成した．学生 s の厳密な選好 $\succ_s$ の生成確率 $\Pr(\succ_s)$ は $\frac{\exp(-\theta\cdot d(\succ_s,\succ_{\hat{s}}))}{\sum_{\succ'_s}\exp(-\theta\cdot d(\succ'_s,\succ_{\hat{s}}))}$ で与えられるとする．ここで，$\theta \in \mathbb{R}$ は拡散パラメータであり，$\succ_{\hat{s}}$ は中心選好 (我々の実験では可能な学生の選好の全通りから一様ランダムに選んでいる) と呼ばれる．$d(\succ_s, \succ_{\hat{s}})$ は $\succ_s$ と $\succ_{\hat{s}}$ 間のケンドール距離である．ケンドール距離は，$\succ_s$ と $\succ_{\hat{s}}$ 間の対象対の中で順序が不一致な対の数を表す．$\theta = 0$ のとき，一様ランダムと同一となり，θ が増加するにつれて，学生の選好は中心選好に漸近する．また，各学校の優先順序は一様ランダムで生成している．各パラメータに関して 100 問を生成してその平均を取った．

図 1 (a) は ACDA より QRDA を厳密に好む学生の割合を d に応じて示している．定理 4 より，ACDA を厳密に好む学生は存在しないが，d が大きくなると，メカニズム間の差はより顕著に見られるようになった．

S_{ACDA} (S_{QRDA}) を ACDA (QRDA) において空きシートを要求する学生の集合とし，$(|S_{\mathrm{ACDA}}| - |S_{\mathrm{QRDA}}|)/n$ としてプロットした．この様子を図 1 (b) に示している．図 1 (a) と同様に，d が大きくなると，メカニズム間の差はより顕著に見られるようになった．

6. 結論

本論文では，新たな分配制約のクラスである対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約を新たに導入した．さらに，公平性，戦略的操作不可能性を満たし，実現可能なマッチングを常に出力する QRDA を提案し，ACDA より学生の満足度が常に高いことを理論的に証明した．また，学生の満足度，非浪費性の観点から QRDA は ACDA より優れていることを評価実験により示した．

今後の研究課題としては，対称性を満たす M 凸集合の和集合で表現される制約より広い制約のクラスを扱うメカニズムの考察が挙げられる．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP17H00761 の助成を受けたものです．深く感謝いたします．

参考文献

[Ehlers 16] Ehlers, L. and Klaus, B.: Object allocation via deferred-acceptance: Strategy-proofness and comparative statics, *Games and Economic Behavior*, Vol. 97, pp. 128–146 (2016)

[Gale 62] Gale, D. and Shapley, L. S.: College Admissions and the Stability of Marriage, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 69, No. 1, pp. 9–15 (1962)

[Kojima 14] Kojima, F., Tamura, A., and Yokoo, M.: Designing Matching Mechanisms under Constraints: An Approach from Discrete Convex Analysis, in *Proceedings of the 7th International Symposium on Algorithmic Game Theory, SAGT* (2014), (the full version is available at http://mpra.ub.uni-muenchen.de/78637/)

[Yahiro 18] Yahiro, K., Zhang, Y., Barrot, N., and Yokoo, M.: Strategyproof and fair matching mechanism for ratio constraints, in *Proceedings of the 17th Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems, AAMAS* (2018), forthcoming