

物質中の重力場理論：Einstein 方程式と Maxwell 方程式

Gravitation theory in matter: Einstein equation and Maxwell equation

Geometrize 北川 均

Geometrize H. Kitagawa

E-mail: kitagawadirac@gmail.com

人工周期構造中の素励起（例えばフォトニック結晶、フォノニック結晶）においてその周期に断熱的変調を与えた系を考える（歪フォトニック結晶、歪フォノニック結晶）。このような系においてはその素励起波動はあたかも重力作用を受けたかのようにふるまい、その理論的な枠組みは一般相対論と同様な微分幾何学によって与えられる^{[1],[2]}。素励起波動の運動方程式は次の測地線方程式で表され、曲線軌道となる。

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\sigma^2} + \Gamma^\mu_{\nu\lambda} \frac{dx^\nu}{d\sigma} \frac{dx^\lambda}{d\sigma} = 0 \quad (1)$$

ここで式中の $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ は重力の影響を表す接続である。ただし、一般相対論と異なるのはこの理論においては添え字 ν, λ について対称なリーマン接続ではなく非対称な接続が現れる点である。一方、一般相対論的重力場描像では、重力場を表現するEinstein方程式とその重力場下におけるMaxwell方程式が与えられる。我々の扱う人工2次元系においても更なる重力場理論描像としてこの二つの方程式の存在が求められる。しかしながら次の二つの問題点が存在する。

1) 一般相対論においては2次元ではEinstein方程式は存在しない。

2) 非対称接続を持つ場合Maxwell方程式のゲージ不変性が破れる。

問題点1は2次元においてEinstein方程式の左辺が恒等的に0となるためであり、問題点2は非対称接続がゲージ対称性を破るためである。

この問題を解決するために次の事実に着目する。すなわち積 $dx^\nu/d\sigma \cdot dx^\lambda/d\sigma$ が可換であることを利用すると(1)式は、次の対称化接続

$$\Gamma^\mu_{(\nu\lambda)} := \frac{1}{2}(\Gamma^\mu_{\nu\lambda} + \Gamma^\mu_{\lambda\nu}) \neq \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \nu\lambda \end{matrix} \right\} \quad (2)$$

を用いて（この接続は対称化されているがリーマン接続とは等しくはないことを最右辺は示している）次式のように表されるということである。

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\sigma^2} + \Gamma^\mu_{(\nu\lambda)} \frac{dx^\nu}{d\sigma} \frac{dx^\lambda}{d\sigma} = 0 \quad (3)$$

この事実を積極的に利用して接続として式(2)の対称化接続を採用し理論を再構築すれば、上記二つの問題点を解決することが可能となる。これにより重力場理論描像が確立される。【文献】[1] H. Kitagawa, *et al.*, Phys. Rev. A **103**, 063506 (2021). [2] 北川, 2024年春応物23p-21B-21.