

自律的な基底選択に基づく即時再構成シミュレーション Real-Time Reconstruction Simulation Based on Autonomous Basis Function Selection

大竹 雄 (東北大・工) 庄司大河 (東北大・工) 肥後陽介 (京都大・工) 吉田郁政 (東京都市大・工)

Yu OTAKE, Tohoku University

E-mail: yu.otake.b6@tohoku.ac.jp

Providing infrastructure facilities with resilient performance against accidental loads, such as natural disasters, is increasingly recognized. The authors are developing a monitoring design method to improve the resilience performance of infrastructure facilities and a way to predict the overall facility situation from monitoring records immediately. Specifically, we propose a method for immediately predicting (reconstructing) the dynamic behavior of an entire facility using the spatial mode functions (basis functions) of the facility of interest obtained from numerical analysis results. The proposed method is characterized by introducing an adaptive model that immediately determines the number of basis functions to be used for reconstruction. The effectiveness of the proposed method was verified by evaluating the seismic behavior of an embankment on a liquefiable sand layer.

1. はじめに

インフラ施設の設計において、大規模災害などの偶発性荷重に対するレジリエンス性能を付与することの重要性が認識されつつある(例えば, ISO2394¹⁾). 著者らは、インフラ施設のレジリエンス性能向上に貢献するためのモニタリング設計法を開発することを目的として研究を進めている。具体的には、施設システムに用いられる数値解析結果から得られる時空間情報を活用して、対象システム内のある部分に配置されたモニタリングセンサーから全体の挙動を即時かつ高精度に予測するための簡易手法を開発することを考えている。

庄司ら²⁾では、液状化地盤上の盛土を対象としたモニタリング観測点簡易な最適化法について研究した。画像復元技術である超解像の定式化を援用し、数値解析結果の特異値分解から得られる空間モード関数(以降、基底関数と呼称)を介して、モニタリングセンサーの観測情報からの内挿補間により、対象システム全体の挙動を予測(再構成)する方法を提案している。加えて、対象施設の内挿補間の推定誤差を最小にする最適配置問題を貪欲法により解く方法の有効性を示した。

本研究では、庄司ら²⁾の手法の即時内挿補間法(再構成法)の改良を行うことを目的とする。例えば、地震時の液状化に伴う施設挙動は時々刻々変化し、その挙動を支配するメカニズムも同様に変化すると考えられる。庄司ら²⁾では、内挿補間に用いる基底関数は時間に依存しないことを仮定しており、支配メカニズムの変化に追従できていないことが懸念される。本研究では、観測情報の特徴に応じて自律的かつ即時に再構成に用いる基底関数を選択する適応型の予測モデルを提案し、その有効性を検証する。

2. 研究方法

2.1 検証用の入力地震動合成法

Rezaeian and Kiureghian (2008)⁴⁾の統計的波形合成を日本の地震動波形の特徴にあわせて改良した糸井ら³⁾の統計的波形合成法を用いる。この入力地震動波形群は、日本全国における地殻内地震動記録(2827波)に基づいて生成したものである。本研究では、入力地震動を50波形(学習用入力地震動 $n_F=30$ 波, 検証用入力地震動 $n_V=20$ 波)をランダムに生成した。結果として、最大加速度 $120\text{cm/s}^2 \sim 320\text{cm/s}^2$, 継続時間 $15\text{s} \sim 40\text{s}$ の多様な地震動波形が得られている。

2.2 基底関数の即時選択法

数値解析により得られた物理指標の時空間情報をデータマトリックス $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ として格納し、特異値分解を用いた

次元縮約により主要な空間モード関数群(直交基底関数群)を抽出する。なお、 n は物理指標を評価する領域の次元(空間次元)、 m は数値解析の時間ステップ総数(時間次元)を意味する。

$$\mathbf{X} = \Phi \Sigma \mathbf{V}^T \approx \Phi_r \Sigma_r \mathbf{V}_r^T = \Phi_r \mathbf{A}_r$$

ここで、 Φ は左特異ベクトルを列方向に並べた行列(基底関数行列)、 Σ は特異値を対角成分に持つ対角行列、 $\mathbf{V}$ は右特異ベクトルを並べた行列である。特異値が大きい順に並べて、ある一定の次数 r までの情報のみを予測に用いる。各記号の下付き r は、 r 次元までの情報圧縮を意味する。なお、 $\Sigma_r \mathbf{V}_r^T$ を構成係数と呼称し、 $\mathbf{A}_r = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_m\} \in \mathbb{R}^{r \times m}$ と記述する。

以上の準備に基づいて、下式より、ある時刻 i における p 個のセンサーからの観測 $\mathbf{z}_i^{obs} \in \mathbb{R}^p$ から対象領域全体の状態 $\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^n$ を内挿する。

$$\mathbf{z}_i^{obs} = \mathbf{C} \mathbf{z}_i = \mathbf{C} \Phi_r \mathbf{a}_i = \Phi_r^p \mathbf{a}_i$$

ここで、 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ はダウンサンプリング行列である。 Φ_r^p は既知行列であると仮定すると、時刻 i における対象領域全体の状態 $\hat{\mathbf{z}}_i$ は下式で記述できる。

$$\hat{\mathbf{z}}_i = \Phi_r^p \hat{\mathbf{a}}_i$$

ここで、 $\hat{\mathbf{a}}_i$ の期待値と分散はカルマンフィルタにより下式で計算する。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{a}_i] &= \hat{\mathbf{a}}_i = \bar{\mathbf{a}} + \mathbf{P}_r \Phi_r^{pT} (\mathbf{V}_v^p)^{-1} (\mathbf{z}_i^{obs} - \Phi_r^p \bar{\mathbf{a}}) \\ \mathbf{V}[\mathbf{a}_i] &= \mathbf{P}_r = \left(\Phi_r^{pT} \mathbf{P}_r^{-1} \Phi_r^p + \Phi_r^{pT} (\mathbf{V}_v^p)^{-1} \Phi_r^p \right)^{-1} \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{V}_v^p$ は観測誤差の共分散行列、 $\bar{\mathbf{a}}$ は構成係数の平均値ベクトル、 $\mathbf{P}_r^{-1}$ は構成係数の事前共分散行列である。

本研究では、上記の考え方に基いて、再構成に用いる基底関数の数 r を固定する場合(手法1)と逐次的に変更する場合(手法2)の2つの方法により内挿推定を行い、結果を比較する。なお、手法2では、時間ステップ毎に周辺尤度が最大となる基底関数の数 r を定めることで逐次的にモデル選択を行う。先に示したカルマンフィルタによる構成係数の推定問題は、下式に示すように、基底関数の数 r を条件とした場合の構成係数のベイズ推定問題と解釈⁵⁾することができる。

$$P(\mathbf{a} | \mathbf{z}^{obs}, r) = \frac{P(\mathbf{z}^{obs} | \mathbf{a}, r) \cdot P(\mathbf{a} | r)}{P(\mathbf{z}^{obs} | r)}$$

周辺尤度(右辺の分母) $P(\mathbf{z}^{obs} | r)$ は、パラメータを事前分布からランダムにサンプリングされた場合、観測データ $\mathbf{z}^{obs}$ が生成される確率とも解釈できる。そして、ベイズの定理により下式のように展開することができる。

$$P(r|\mathbf{z}^{obs}) = \frac{P(\mathbf{z}^{obs}|r) \cdot P(r)}{\sum_{r=1}^n P(r) P(\mathbf{z}^{obs}|r)} = k P(\mathbf{z}^{obs}|r) \cdot P(r)$$

ここで、 k は比例定数である。これより、周辺尤度 $P(\mathbf{z}^{obs}|r)$ を最大化することは、観測データが与えられた時の基底関数の数 r すなわちモデルの事後分布 $P(r|\mathbf{z}^{obs})$ を最大化することと等価である。なお、未知量 $\mathbf{a}_i$ が正規分布を仮定できる場合、周辺尤度は下式に示す簡単な行列演算で計算することができるため、時間ステップ毎に最適な r を得ることができる。

$$P(\mathbf{z}^{obs}|r) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Phi_r^p P - \Phi_r^p T + R|^{1/2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{z}^{obs} - \Phi_r^p \bar{\mathbf{a}}_r)^T (\Phi_r^p M P^{-T} + R)^{-1} (\mathbf{z}^{obs} - \Phi_r^p \bar{\mathbf{a}}_r) \right\}$$

3. 研究結果

Fig.1 は、検証用入力地震動 20 波に対する再構成結果と FEM 解析（真値）の残差誤差（領域全体を対象とした平均絶対誤差）を棒グラフで示した図である。青色は手法 1 であり $r=2$ で固定している。オレンジ色は手法 2 の結果を示している。手法 2 が全てのケースで手法 1 に比べて推定精度が高いことが分かる。特に、手法 1 で大きな誤差が生じているケースで改善が顕著であることが分かる。

Fig.2 は、ある 1 波形に着目した再構成結果を示している。ある位置に着目した水平変位及び過剰間隙水圧の時系列を示している。上図は r と平均絶対誤差の経時変化を示し、下図は再構成結果（手法 1 ($r=2$), 手法 2 (adaptive)) と FEM 結果（真値）を重ねて示している。水平変位では、主要動が終了し、非排水挙動から過剰間隙水圧の逸散過程に移行する際に r が急激に変化している。変形が局所化する過程でより多くの基底関数が必要になることを自律的に判断していると解釈される。一方、過剰間隙水圧比は、主要動時に短周期に変動し、1.0 に飽和する過程で多くの基底関数を活用して予測精度を向上させていることが分かる。

4. 結論と今後の展望

本研究では、施設のレジリエンス性を高めるための即時予測（再構成）法を提案し、その有効性を示した。周辺尤度を用いたモデル選択を逐次的に行うことで、再構成精度を高めることができることを示した。また、この適応型モデル選択の特徴は、対象施設の挙動を支配するメカニズムと関連していることを確認した。今後はより大規模な施設への事例研究を通して実用化研究を実施する予定である。

参考文献

- 1) ISO2394. General principles on reliability for structures. 2015.
- 2) 庄司 大河, 大竹 雄, 茂野 恭平, 肥後 陽介, 村松 正吾, 効率的な即時挙動把握に向けた最適観測点配置に関する基礎研究: 土木学会論文集 A2 (応用力学), 76 巻, 2 号, p. I_25-I_33, 2020
- 3) 糸井達哉, S. Peter, 金子雅彦, 佐藤一郎. 地殻内地震の地震動時刻歴波形の統計的予測法. 第 14 回日本地震工学シンポジウム論文集, p GO16-FRI-8-11, 2014
- 4) S. Rezaeian and A. D. Kiureghian. A stochastic ground motion model with separable temporal and spectral nonstationarities. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 37(13):1565-1584, 2008.

- 5) I. Yoshida, Y. Tomizawa, and Y. Otake. Estimation of trend and random components of conditional random field using gaussian process regression. Computers and Geotechnics, 136:104179, 2021.
- 6) C. M. Bishop. 2006. Pattern Recognition and Machine Learning (Information Science and Statistics). Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

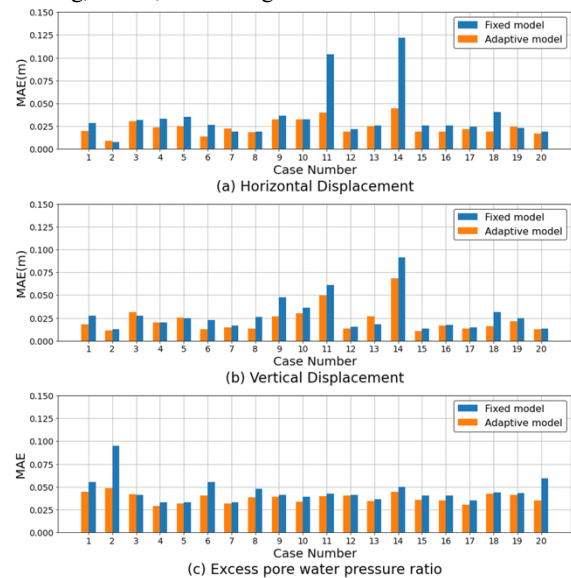


Fig.1 予測（再構成）誤差（横軸は入力地震動の No を表し、縦軸は解析対象領域全体の平均絶対誤差を表す）

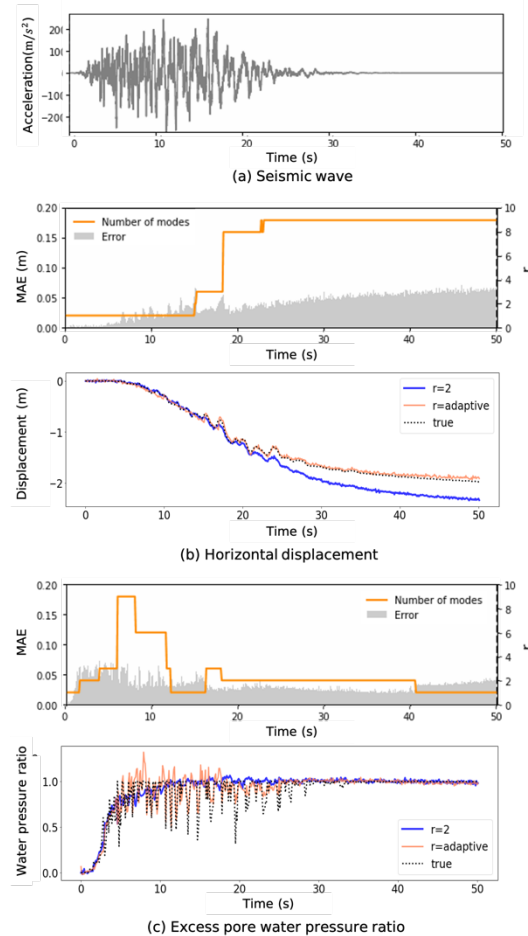


Fig.2 手法 2 における基底関数の数の変化と推定結果