

大規模土留めにおける情報化施工支援システム開発のための 線形システム型代理モデルの構築

A Linear System-Surrogate Model for the Development of Autonomous Data Oriented Construction Support System for Large-Scale Earth Retaining

児玉 真乃介 (株式会社日建設シビル) 齊藤 大雅 (東北大・工) 大竹 雄 (東北大・工)
Shinnosuke KODAMA, Design Dept., Engineering Div, NIKKEN SEKKEI CIVIL ENGINEERING LTD
Taiga SAITO, Tohoku University
Yu OTAKE, Tohoku University
E-mail: kodama.shinnosuke@nikken.jp

In order to develop a robust design method and a real-time control system for large-scale earth retaining structures, a hybrid surrogate calculation model that combines the DMD algorithm and the theory of beams on elastic floors is developed. Four simple ground heterogeneity scenarios were prepared and the effectiveness of the proxy calculation model was verified numerically.

1. はじめに

大規模な土留め工の施工時には、掘削作業を行うため長時間広大な空間を確保すること（使用性）とともに、土留め工の崩壊を防ぐこと（安全性）の両面の性能が求められる。土留め工周辺における地盤の不確実性が、土留め工の性能に影響を与える要因の一つである。設計段階では地盤の分布を全て把握することが困難であるため、地盤由来の不確実性に対してロバスト性（鈍感さ）を有した構造設計が求められる^{1)~3)}。この問題に対して、設計段階で決める構造条件だけでなく、施工時の観測結果を通して現場固有の環境条件を逐次把握するとともに、将来の予測結果に適した制御を実施することが望ましい。

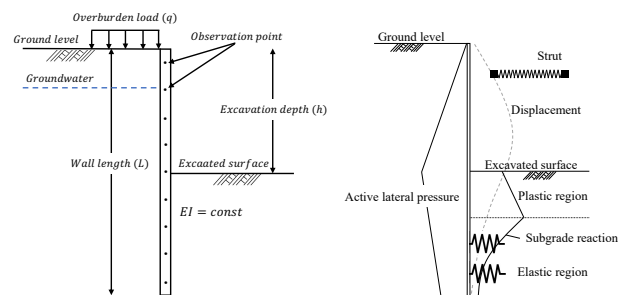
近年では、データ駆動科学が急速に発展し、膨大な時間空間情報から有意な原理を解明することにより、複雑な物理現象を短時間で代理計算することが可能となっている。データ駆動科学手法の一つである動的モード分解(DMD; Dynamic Mode Decomposition)^{4),5)}は、動的かつ複雑な非線形物理を時間および空間に変数分離し、固有値に支配されるモードの重ね合わせで表現する次元縮約モデルである。時間発展が指数関数により近似されるため、対象システムの将来挙動が単純化されており、対象物理の将来発展を考慮した最適制御を効率的に実施できる可能性がある。

本研究では、数値計算結果から得られる土留め壁の変位挙動を学習データとして、DMD アルゴリズムと弾性床上の梁理論を融合したハイブリッド型の代理計算モデルを構築する。代理モデルは、線形の微分方程式（線形システムと呼称する）の形に落とし込む点に特徴がある。この特徴により、最適化理論へ連結することが容易にできるため、将来的にロバスト設計法やリアルタイム制御モデルの構築を視野に入れている。

2. 数値計算の問題設定

Fig1(a)は、本研究で対象とする土留め壁を模擬した図である。壁長さ $L=20\text{m}$ 、掘削深さ $h=10\text{m}$ 、水位 $\text{GL}-1\text{m}$ 、壁のヤング率 $E=2.0 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ 、壁の断面2次モーメント $I=6.9 \times 10^{-4} \text{m}^4$ を想定した仮想の土留め工である。土留め壁の変位計算法は、Fig1(b)に示す弾塑性法を用いる³⁾。土留め壁は、梁モデルで、地盤はバネでモデル化される。背面地盤には、主働土圧から静止土圧を差し引いた有効側圧を作用させ、掘削側（抵抗側）の地盤反力は、せん断強度を上限値とした完全弾塑性バネのモデルが採用される。

変形係数に空間的バラツキを与え、確率過程により生成した4ケースの地盤シナリオに対して、DMDによる土留め工の数値モデルに基づいた線形システム代理モデルを構築する。この時、空間的バラツキが線形システム代理モデルに与える影響について考察する。また、上載荷重を $0\text{kN/m}^2 \sim 30\text{kN/m}^2$ の範囲で、 $\Delta q=1\text{kN/m}^2$ 毎に増加させたときの変位挙動を評価する。



(a) Earth retaining works (b) The elasto-plastic method
Fig. 1 Conceptual diagram.

3. 代理計算モデルの定式化

ある地盤シナリオ i について、下式の線形システムで壁変位分布 $\mathbf{u}_i$ の時間発展を近似する。なお、 $\mathbf{u}_i$ は、各節点の経にと回転角を格納するため $2n$ 次元ベクトルと定義する。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u}_i = \mathbf{A}_i^* \mathbf{u}_i + \mathbf{B} \mathbf{f} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}_i^* \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は、壁の変位ベクトル $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^{2n}$ の時間発展行列、 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{2n}$ は壁の変形を抑制するための強制荷重ベクトル、 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は任意地点からの単位強制荷重に対する土留め壁変形ベクトルを列方向に並べた行列で、強制荷重作用素と呼称する。ここで強制荷重作用素は、壁の諸元のみから決定されると仮定する。

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}_w(E_w, I_w, L_w)^{-1} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{K}_w(E_w, I_w, L_w)$ は、壁を弾性床上の梁でモデル化する場合の剛性マトリクスで、壁の剛性(E_w, I_w)と壁の長さ(L_w)から計算することができる。

$\mathbf{B} \mathbf{f}$ は与条件として与えるため、線形システム代理モデルの構築は、時間発展行列 $\mathbf{A}_i^*$ を定める問題に帰着する。本研究では、 $\mathbf{A}_i^*$ を以下の過程により求めることを提案している。

(1) 自立状態の壁の変形時間発展のモデル化

自立状態（ストラットが配置されていない状態）の壁の変位ベクトル $\mathbf{u}_{0,i}$ の時間発展行列 $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ に着目する。 $\mathbf{A}_i$ は弾塑

性法の解析結果として得られる壁の変位分布の時間的な変化から、動的モード分解 (DMD) により導出する。なお、DMD アルゴリズムの詳細は文献 4), 5)を参照されたい。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u}_{0,i} \approx \mathbf{A}_i\mathbf{u}_{0,i} = \boldsymbol{\Phi}_{r,i}\boldsymbol{\Lambda}_{r,i}\boldsymbol{\Phi}_{r,i}^\dagger\mathbf{u}_{0,i} \quad (3)$$

ここで、 $\boldsymbol{\Phi}_{r,i} \in \mathbb{C}^{2n \times r}$ は時間に依存しない DMD 空間モード関数、 $\boldsymbol{\Lambda}_{r,i} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ は対角項に固有値を並べた行列、 $\boldsymbol{\Phi}_{r,i}^\dagger$ は $\boldsymbol{\Phi}_{r,i}$ の擬似逆行列である。DMD 空間モード関数は、固有値が大きいものを r 個取り出すことで、次元圧縮近似する。

以上より、ある時間 k の壁変位ベクトル $\mathbf{u}_{0,i}(t_k)$ は、初期の壁変位ベクトル $\mathbf{u}_{0,i}(t_0)$ を用いて下式で計算することができる。

$$\mathbf{u}_{0,i}(t_k) = \boldsymbol{\Phi}_{r,i}\boldsymbol{\Lambda}_{r,i}^k\boldsymbol{\Phi}_{r,i}^\dagger\mathbf{u}_{0,i}(t_0) \quad (4)$$

(2) 切梁配置時における壁の変形時間発展のモデル化

弾塑性法では、壁は梁モデル、地盤はバネでモデル化され、掘削側(抵抗側)の地盤反力は、せん断強度を上限値とした完全弾塑性モデルが採用される。基本的にこのモデルを踏襲するが、地盤の非線形性については、下式のように等価線形モデルで近似する。

$$\mathbf{P}_{sa} = \mathbf{K}_{0,i}\mathbf{u}_{0,i} = \mathbf{K}_i\mathbf{u}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_{0,i} = \mathbf{K}_w + \mathbf{K}_{c,i}^{EL} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_w + \mathbf{K}_{c,i}^{EL} + \mathbf{K}_{st} \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{P}_{sa} \in \mathbb{R}^{2n}$ は外力ベクトル(有効主働側圧ベクトル)、 $\mathbf{K}_{0,i} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は自立状態の剛性マトリクス、 $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ はストラットを配置した剛性マトリクスである。それぞれ壁の剛性マトリクス $\mathbf{K}_w \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 、地盤の分布バネマトリクス $\mathbf{K}_{c,i}^{EL} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 、切梁の剛性マトリクス $\mathbf{K}_{st} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ の線形和で表現する。なお、上付きの"EL"は等価線形を意味し、 $\mathbf{K}_{c,i}^{EL}$ は地盤が線形かつ空間変動がない場合を想定した等価線形化地盤の分布バネマトリクスである。

$\mathbf{P}_{sa}$ は、切梁の配置の有無に依存しないので、切梁配置時の変位ベクトル $\mathbf{u}_i$ は、 $\mathbf{u}_{0,i}$ を用いて下式より得ることができる。

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{K}_i^{-1}\mathbf{K}_{0,i}\mathbf{u}_{0,i} = \mathbf{T}_{k,i}\mathbf{u}_{0,i} \quad (8)$$

以上より、線形システム代理モデルは、下式で記述し直すことができる。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u}_i = \mathbf{A}_i^*\mathbf{u}_i + \mathbf{B}f = \mathbf{T}_{k,i}\mathbf{A}_i\mathbf{u}_{0,i} + \mathbf{B}f \quad (9)$$

提案モデルは、自立状態を対象とした DMD 学習に基づいているため、次元圧縮が大きく期待される。

なお、不均質地盤シナリオを入力値とした数値解析に基づき $\boldsymbol{\Lambda}_{r,i}$ の期待値と分散が得られると仮定すると、 $\mathbf{A}_{r,i}$ の期待値と分散は解析的に計算することができる。

4. 数値計算の結果

Fig2 は、4 ケースの地盤シナリオに対して自立状態を仮定した弾塑性解析から DMD 空間モード関数と時間発展(固有値)を計算した結果を示している。空間モード関数に大きな違いがないことから、地盤の不均質性の影響が空間モード関数に対して鈍感であることが分かる。Fig3 は、弾塑性法値と2つの主要モードのみを用いた代理計算値を重ねて示した図である。ほぼ完全に弾塑性法値を再現していることから、提案手法の有効性が確認できる。Fig4 は、4 ケースの地盤シナリオと同じ条件下における予測の期待値と1標準偏差の範囲を示した図である。1標準偏差の範囲に4ケースの地盤シナリオの応答が含まれていることから提案手法の妥当性が伺える。

5. まとめ

本研究では、掘削完了後に上乗荷重が増加するプロセス(時間発展)における土留め壁の変位挙動を効率的に予測

する代理計算モデルを開発した。代理計算モデルは線形システムであるため、ロバスト設計法やリアルタイム制御モデルに対して有効な方法であると考えられる。今後は、掘削過程も対象とした代理モデルへ拡張を目指す。

参考文献

- 1) Shih-Hsuan Wu, Chang-Yu Ou, Jianye Ching, and C. Hsein Juang. Reliability-based design for basal heave stability of deep excavations in spatially varying soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 138(5):594–603, 2012.
- 2) Jianye Ching, Kok-Kwang Phoon, and Shung-Ping Sung. Worst case scale of fluctuation in basal heave analysis involving spatially variable clays. *Structural Safety*, 68:28–42, 2017.
- 3) Otake, Y., Kodama, S. and Watanabe, S. (2019): Improvement in the information-oriented construction of temporary soil-retaining walls using sparse modeling, *Underground Space*, 4, 3, 210-224
- 4) J. Nathan Kutz, Steven L. Brunton, Bingni W. Brunton, and Joshua L. Proctor. *Dynamic Mode Decomposition: Data-Driven Modeling of Complex Systems*. SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2016.
- 5) Arai, Y., Muramatsu, S., Yasuda, H., Hayasaka, K. and Otake, Y. (2021): Sparse-Coded Dynamic Mode Decomposition on Graph for Prediction of River Water Level Distribution, *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing Proceeding*, 3225-3229.

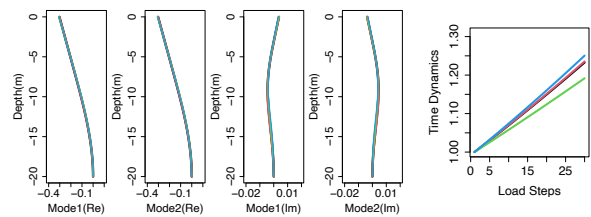


Fig. 2 DMD spatial mode and time evolution (eigenvalues).

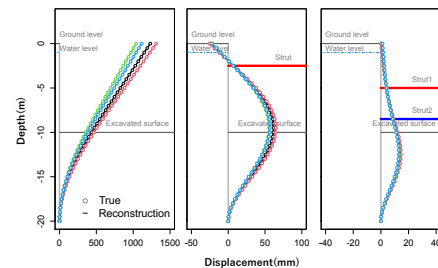


Fig. 3 Reconstruction results.

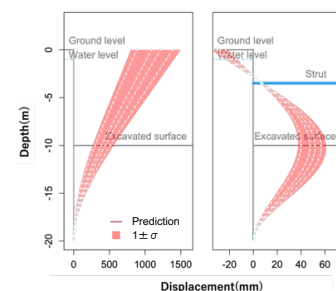


Fig. 4 Prediction results.