

BWIM における動的応答のモデル化に関する基礎的検討 Basic Study on Modeling of Dynamic Response in BWIM

丸山 晃平 (東京都市大・総合理工) 吉田 郁政 (東京都市大・都市工学) 関屋 英彦 (東京都市大・都市工学)
Kohei MARUYAMA, Tokyo City University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Hidehiko SEKIYA, Tokyo City University
E-mail: tmk02810281@gmail.com

This paper studies the modeling of dynamic response for an efficient bridge weigh-in-motion (BWIM). Rather than modeling the dynamic response directly, this study considers it as noise with autocorrelation or remove it by filtering. In the former case, the dynamic response is considered in the form of a covariance matrix of observation noise, composed of the residuals of the measured and calculated responses, in a Bayesian framework. In the latter case, the dynamic component is simply removed from the response by high-cut filter considering the natural frequency of a bridge. The accuracy of them are compared with synthesized response data of a hypothetical bridge.

1. はじめに

車両走行による繰り返し応力によって発生する疲労は鋼橋の損傷原因となっている。走行車両の車軸重量 (以下、軸重とする) 把握は橋梁損傷のための基本的データとなる。BWIM (Bridge Weigh-in-Motion) は Moses によって提唱された軸重推定手法¹⁾であり、多くの研究が行われてきた。BWIM は橋梁をはかりとみなして、橋梁のひずみや変位の応答から軸重を逆解析する手法であり、交通流を妨げることなく、計測できるという利点がある。Moses の手法は影響線の足し合わせに基づく典型的な線形逆問題であることから解析解が存在する。

Yoshida et al.²⁾は Moses が提案した手法について確率論的枠組みから解釈した方法を提案している。従来の Moses 法は重みを単位行列とした最小二乗法を用いており、確率論からみると観測量誤差をホワイトノイズと考えていることに相当する。しかし、実際には橋梁の固有振動数を反映した相関性のある応答が含まれており、これを適切にモデル化することで軸重推定結果の高精度化につながる可能性がある。本研究ではフィルタ処理を用いる従来の手法と、観測量誤差をモデル化し軸重を推定する提案手法の比較を行いその有用性を示す。

2. 動的応答と BWIM の定式化

Moses の手法ではセンサで観測されたひずみあるいは変位の応答と、影響線から算定した応答との残差二乗和を最小化することで推定する。観測量 (計測された応答時刻歴) を $\mathbf{z}$ 、各車軸に対応する影響線から作成した行列を $\mathbf{H}$ 、軸重を $\mathbf{x}$ 、観測量誤差を $\mathbf{v}$ とすると以下の関係がある。

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (1)$$

最小二乗法の目的関数は、式(2)に示す残差二乗和である。

$$J = (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T (\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \quad (2)$$

これを解くと次の最小二乗解が求まる。

$$\mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{z} \quad (3)$$

このように Moses 法では最も単純な線形最小二乗法の解を求めている。

ここでベイズの理論から解釈する。事前情報を一様分布、または十分に大きな分散を持った正規分布とし、無情報事前分布とすると推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ と、その共分散行列 $\mathbf{P}$ を算定する式は以下となる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{P}\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z} \quad (4)$$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{R}$ は観測量誤差の共分散行列であり、観測量誤差の分散と自己相関関数から得られる。 $\mathbf{R}$ 行列を単位行列としたとき式(3)と式(5)は一致することがわかる。BWIM に関する既往の多くの研究において単位行列を用いているが、これは観測量誤差をホワイトノイズと仮定していることに相当する。定常な相関性をもったノイズの場合には非対角成分は対角成分からの距離に応じた値となる。

3. 動的応答のモデル化

数値実験に基づき観測量誤差のモデル化手法の影響を検証する。対象橋梁は計測区間を 36.5 m とし、所定区間の中央にてたわみ (鉛直方向変位) 応答を計測するものとする。荷重車は Fig. 1 に示す 2 軸車と 4 軸車とし、影響線推定時は 2 軸車、軸重推定時は 4 軸車の応答を用いる。車両の速度はそれぞれ 15 m/s, 20 m/s とした。車両の軸重や軸間距離については Fig. 1 に示したとおりである。ここで動的応答は橋梁の固有振動数を想定して、自由振動の重ね合わせでモデル化する。動的応答は走行中の車両によって小さな段差など何らかの理由で発生すると仮定し、場所や大きさに関しては乱数を用いる。自由振動の振動数、すなわち橋梁の固有振動数は 3 Hz、減衰比は 0.05 と仮定する。動的応答は以下の式(6), (7)から算出する。

$$d_n(t) = \sum_{j=1}^{n_a} \sum_{i=1}^{n_t} c_{ij} d_{n0}(t - T_{ij} - T_{ej}) w_j h_i (v_{sp}(t - T_{ij} - T_{ej})) \quad (6)$$

$$d_{n0}(t) = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - h_d^2}} \exp(-h_d \omega_0 t) \sin\left(\sqrt{1 - h_d^2} \omega_0 t\right) \quad (7)$$

ここで h_d : 減衰比, $h_i(s)$: 位置 s における影響線, w_j : 車軸重量, v_{sp} : 車両速度, 固有円振動数 $\omega_0 = 2\pi f$, n_t : 各車軸による振動励起の回数, n_a : 軸数, c_{ij} : j 番目の車軸の i 番目の振動励起の振幅に対する係数, T_{ij} : 振動励起までの時間, T_{ej} : j 番目の車軸の進入時間である。 $d_{n0}(t)$ の式は、一自由度系の自由振動である。

4. 数値実験による精度評価

本検討で用いる真の影響線を Fig. 2 に示す。この影響線を用いて 4 軸の荷重車が走行した際の模擬静的応答を作成し、式(6), (7)を使って作成した模擬動的応答を加える。本検討では乱数の種を変えた 1000 ケースの模擬動的応答を作成した。模擬の静的応答と動的応答から成る応答波形の

例を Fig. 3 に示す. 1000 ケースの応答波形に対して式(4), (5)を用いて 1000 ケースの軸重を推定し, その標準偏差から推定値の精度評価を行う. なお, 平均値は真値と良好に一致することを確認している.

Table. 1 に示す 4 つの手法について軸重および車両重量推定結果の比較を行う. Method-1 は動的応答を含んだ応答波形に対して単位行列を用いる通常の Moses 法である. Method-2 は応答波形について 1 Hz の Low-pass filter を用いて, 静的応答に対して軸重推定を行う方法, Method-3, 4 は動的成分も含んだ応答を用いるが, その特性を共分散行列で考慮した方法であり, 動的成分の抽出の仕方が異なる.

4 つの手法ごとに軸重推定結果の標準偏差を Fig. 4 に示す. Method-2, 3, 4 は Method-1 と比較して, 軸重推定結果の標準偏差が大幅に減少している. Method-3, 4 を用いた場合, Method-2 と比較して 3, 4 軸目では 50 %程度に減少しているが, 1, 2 軸目に関しては大差が無い. これは軸間距離や車両速度, 動的成分の特性が関係していると推察される. Method-3, 4 を比較すると大きな差は見られない. Method-1 から 4 による車両重量推定値の標準偏差は 2.78, 2.73, 2.88, 2.82 である. 隣接する車軸の重量推定値の間に負の相関があり, その和である車両重量において誤差がキャンセルされる. そのため車両重量の推定精度はどの手法でも大差はなく良好である.

5. まとめ

本研究では BIWM における橋梁応答の動的成分のモデル化手法について, 真値がわかっている模擬データを対象として数値実験による精度比較の検討を行った. 動的応答を考慮しない通常の Method-1 に比較して, なんらかのモデル化, 対処を行う Method-2, 3, 4 では軸重推定について大幅に精度が向上している. Method-2, 3, 4 の比較では, 大きな違いは見られないが, 2 に比べ 3, 4 が多少精度が良い. 推定精度は荷重車や走行状況の諸条件, 橋梁の動特性に依存する可能性があるため, 今後多くの条件で比較検討を行い, 手法の違い, 適用性について検討する予定であり, さらに実測データへの適用, 比較も行っていきたい.

参考文献

1) Fred Moses: Weigh-in-Motion System Using Instrumented Bridge, *Transportation Eng. J. of ASCE*, Vol.105, No.TE3, pp.233-249, 1979.
2) Ikumasa Yoshida, Hidehiko Sekiya, Samim Mustafa: Bayesian Bridge Weigh-In-Motion and Uncertainty Estimation, *ASCE-ASME J. Risk Uncertainty Eng. Syst., Part A: Civil Engineering*, Vol.7, No.1, 04021001, 2021.

Table.1 Four BWIM methods for the comparison

Method	R 行列	応答変位
1	単位行列	動的成分を含んだ原波形
2	単位行列	フィルタ処理により動的成分を除去した波形
3	High-pass filter より求めた動的 応答より算定	動的成分を含んだ原波形
4	計算値と観測値 の差分 $z-Hx$ より 算定	動的成分を含んだ原波形

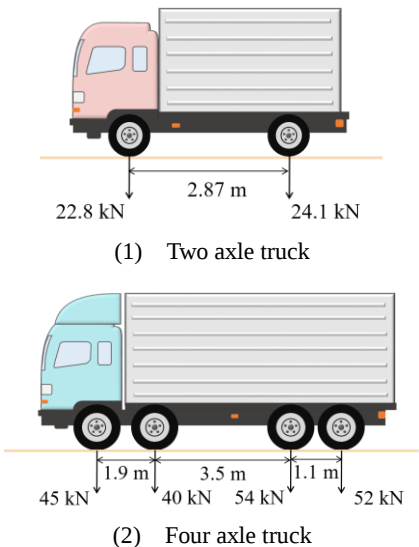


Fig. 1 Specifications of two test trucks

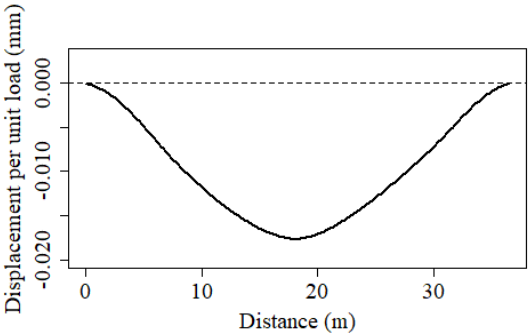


Fig. 2 Influence line for the numerical simulations

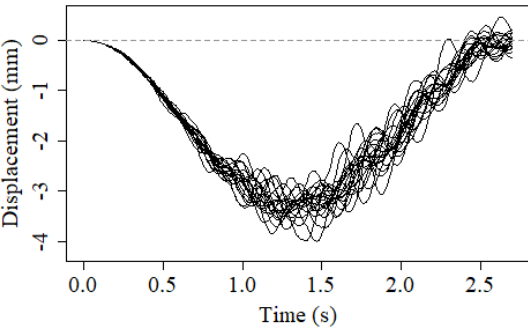


Fig. 3 Example of simulated displacement response

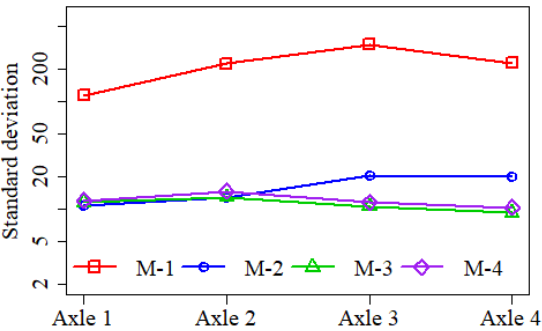


Fig. 4 Standard deviation of axle weight estimation results