

レーザ超音波計測データを用いた非破壊評価のための トポロジ導関数による欠陥決定解析 Identification of defects using topological derivatives for QNDE with laser measurement data

中園 昂志 (京大・情報) 吉川 仁 (京大・情報)

Takashi NAKAZONO, Kyoto University

Hitoshi YOSHIKAWA, Kyoto University

FAX:075-753-5870, E-mail: yoshikawa.hitoshi.5u@kyoto-u.ac.jp

Identification of defects using topological derivatives for QNDE with laser measurement data is considered. In previous studies of an identification of defects in an elastic material using topological derivatives, the topological derivatives are defined with the displacement vectors measured on the surface of the material. However, only the normal component of the particle velocity on the surface is able to be obtained with the laser ultrasonic measurement. In this study, topological derivatives are calculated using normal particle velocities on the surface of the material. We solve a simple defect identification problem using the proposed topological derivatives. We can show that the defects are determined with sufficient accuracy using the topological derivatives calculated with the normal component of the particle velocity on the surface.

1. 序論

レーザ超音波計測による波形データを用いた定量的非破壊評価への応用を見越し、2次元弾性波動場におけるトポロジ導関数を用いた散乱体決定解析を考える。これまでに提案されている弾性体に対するトポロジ導関数を用いた散乱体決定解析では、領域の境界で計測される変位 u_i , $i = 1, 2$ を用いてトポロジ導関数が定義されている¹⁾。しかし、実際のレーザ超音波計測によって得られる計測データは対象物表面の粒子速度の法線方向成分 $\dot{u}_n$ (ここに、 $(\cdot)$ は時間微分を表す) であり、レーザ計測データを直接用いる散乱体決定解析を考えるのであれば、トポロジ導関数を定義し直す必要がある。そこで、本研究では対象物表面の法線方向の粒子速度の計測データを用いたトポロジ導関数を導入し、散乱体の決定を試みる。

2. トポロジ導関数を用いた散乱体決定解析

内部に複数の散乱体を持つ2次元の等方弾性体 Ω における初期値境界値問題を考える。ここに、 S を弾性体 Ω の表面とする。内部の複数の散乱体の占める領域の集合を D , D の境界を Γ , $\Omega_\Gamma := \Omega \setminus D$ としたときの変位 $u^\Gamma(\xi, t)$ についての動弾性方程式の初期値境界値問題を $\mathcal{P}(\Gamma)$ とする。

$\mathcal{P}(\Gamma)$:

$$\begin{cases} \Delta^* u^\Gamma(\xi, t) = \rho \ddot{u}^\Gamma(\xi, t) & (\xi \in \Omega_\Gamma, t > 0) & (1a) \\ t[u^\Gamma](\xi, t) = p(\xi, t) & (\xi \in S, t > 0) & (1b) \\ t[u^\Gamma](\xi, t) = 0 & (\xi \in \Gamma, t > 0) & (1c) \\ u^\Gamma(\xi, 0) = \dot{u}^\Gamma(\xi, 0) = 0 & (\xi \in \Omega_\Gamma) & (1d) \end{cases}$$

ここに、 Δ^* は弾性方程式の微分作用素、 t はトラクションであり、それぞれ

$$(\Delta^* u)_i = C_{ijkl} u_{l,kj} \quad (2)$$

$$t[u] = C_{ijkl} u_{l,k} n_j \quad (3)$$

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (4)$$

である。また、 p は既知ベクトル、 n は境界上の外向き単位法線ベクトル、 λ, μ はラメ定数、 ρ は弾性体の密度、 δ_{ij} は

クロネッカーのデルタ、 $(\cdot)_{,i}$ は空間座標による微分 $\frac{\partial}{\partial \xi_i}$ である。

Bonnet の研究¹⁾ では、散乱体の配置 Γ によって求まる次の目的汎関数 $J(\Omega_\Gamma)$ を用いて、トポロジ導関数を式 (7) で定義する。

$$J(\Omega_\Gamma) := \int_0^T \int_{S^{\text{obs}}} \varphi(u^\Gamma(\xi, t), \xi, t) d\ell(\xi) dt \quad (5)$$

$$\varphi(w, \xi, t) := |w - u^{\text{true}}(\xi, t)|^2 \quad (6)$$

$$\mathcal{T}(x^0) := \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi \epsilon^2} \{J(\Omega_{\Gamma_\epsilon}) - J(\Omega_\Gamma)\} \quad (7)$$

ここに、 u^{true} は正解の散乱体配置 Γ_{true} での初期値境界値問題 $\mathcal{P}(\Gamma_{\text{true}})$ の解であり、 Ω の境界の一部 $S^{\text{obs}} \subset S$ で計測できているとする。また、 Γ_ϵ は散乱体配置 Γ に中心 x^0 , 半径 ϵ の微小な円形散乱体 D_ϵ を追加した散乱体配置 $\Gamma_\epsilon = \Gamma + \partial D_\epsilon$ である。

式 (7) のトポロジ導関数を計算するには、対象物表面において変位の接線成分・法線成分の両方が必要である。一方で実際のレーザ超音波計測では対象物表面の法線方向の粒子速度 $\dot{u}^{\text{obs}}(\xi, t) = \dot{u}^{\text{true}}(\xi, t) \cdot n(\xi)$ が計測されるため、トポロジ導関数を Bonnet が定義した式 (7) の形で計算することはできない。そこで、目的汎関数を次のように $\dot{u}^{\text{obs}}$ で構成する。

$$\tilde{J}(\Omega_\Gamma) := \int_0^T \int_{S^{\text{obs}}} \tilde{\varphi}(\dot{u}^\Gamma(\xi, t), \xi, t) d\ell(\xi) dt \quad (5')$$

$$\tilde{\varphi}(w, \xi, t) := \left\{ w \cdot n(\xi) - \dot{u}^{\text{obs}}(\xi, T - t) \right\}^2 \quad (6')$$

このとき、トポロジ導関数は元の問題 $\mathcal{P}(\Gamma)$ の解 u^Γ 、以下の随伴問題 $\tilde{\mathcal{P}}(\Gamma)$ の解 $\tilde{u}^\Gamma$ を用いて式 (9) で得られる。

$\tilde{\mathcal{P}}(\Gamma)$:

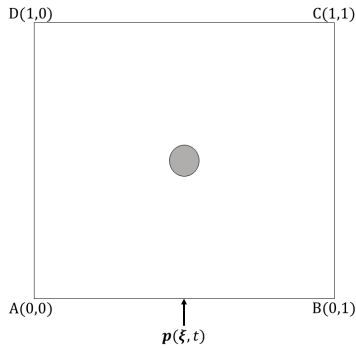


Fig. 1 中心に円形空洞を持つ2次元等方弾性体

$$\begin{cases} \Delta^* \tilde{u}^{\Gamma}(\xi, t) = \rho \ddot{u}^{\Gamma}(\xi, t) & (\xi \in \Omega_{\Gamma}, t > 0) & (8a) \\ t[\tilde{u}^{\Gamma}](\xi, t) & \\ = \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial \mathbf{w}}(\dot{\mathbf{u}}(\xi, T-t), \xi, T-t) & (\xi \in S^{\text{obs}}, t > 0) & (8b) \\ t[\tilde{u}^{\Gamma}](\xi, t) = \mathbf{0} & (\xi \in S \setminus S^{\text{obs}}, t > 0) & (8c) \\ t[\tilde{u}^{\Gamma}](\xi, t) = \mathbf{0} & (\xi \in \Gamma, t > 0) & (8d) \\ \tilde{u}^{\Gamma}(\xi, 0) = \dot{\tilde{u}}^{\Gamma}(\xi, 0) = \mathbf{0} & (\xi \in \Omega_{\Gamma}) & (8e) \end{cases}$$

$$\tilde{\mathcal{T}}(\mathbf{x}^0) = \left(A_{ijkl} \sigma[\tilde{\mathbf{u}}^{\Gamma}]_{ij} * \sigma[\dot{\mathbf{u}}^{\Gamma}]_{kl} + \rho \dot{\tilde{u}}_k^{\Gamma} * \ddot{u}_k^{\Gamma} \right) (\mathbf{x}^0, T) \quad (9)$$

ここに,

$$\sigma[\mathbf{w}]_{ij} = C_{ijkl} w_{l,k} \quad (10)$$

$$A_{ijkl} = -\frac{1-\nu}{2\mu(1+\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1-\nu}{\mu} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (11)$$

であり²⁾, $(\cdot) * (\cdot)$ は時間についてのたたみこみである。

3. 数値計算結果

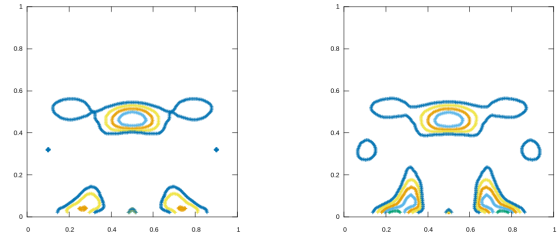
各初期値境界値問題は区分一定の空間内挿関数, 区分線形の時間内挿関数を用いて離散化を行い, 時間域の境界積分方程式法³⁾により解を求める。また, 随伴問題, 及びトポロジ導関数を計算する際に必要となる空間微分, 時間微分は差分近似により求める。

3.1 問題設定

4点 $O(0,0)$, $A(0,1)$, $B(1,1)$, $C(1,0)$ を頂点する正方形の2次元等方弾性体 (Fig. 1) を考える。この弾性体は中心 $(0.5, 0.5)$, 半径 0.1 の円形の空洞を持つ。この空洞を未知として, 弾性体表面の粒子速度の法線成分から空洞を決定する問題を考える。材料定数はそれぞれ, $\lambda = 2$, $\mu = 1$, $\rho = 1$ とする。入力として下辺の中点に次のトラクション

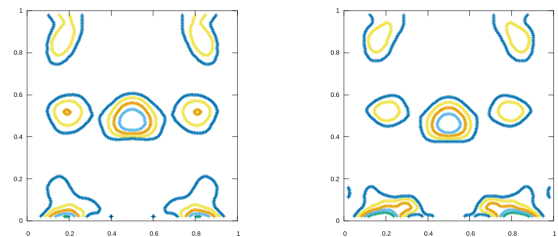
$$\begin{aligned} t[\mathbf{u}](\xi, t) &= \mathbf{p}(\xi, t) \\ &= \begin{cases} -\delta(\xi_1 - 0.5) \delta(\xi_2) \sin 4\pi t \mathbf{n}(x_1, x_2) & (0 < t < 1) \\ \mathbf{0} & (\text{otherwise}) \end{cases} \end{aligned}$$

を入射し, 時刻 $t = 2$ まで計測を行う。時間域の境界要素法において, 時間増分 $\Delta t = 0.02$, 境界要素サイズ $\Delta x = 0.02$ とした。散乱体決定解析においては, 内部に散乱体が存在しない状態, すなわち, $D = \emptyset$ とし, 弾性体の内点 (49×49 個の格子点) でのトポロジ導関数を計算した。なお, S^{obs} は (1) 辺 OA, (2) S (4 辺全て) の 2 通りを考える。



(a) $\dot{u}^{\text{obs}}$ を用いたトポロジ導関数 (b) $\dot{u}_i^{\text{true}}, i = 1, 2$ を用いたトポロジ導関数

Fig. 2 (1) $S^{\text{obs}} = \text{辺 OA}$ としたトポロジ導関数の等高線



(a) $\dot{u}^{\text{obs}}$ を用いたトポロジ導関数 (b) $\dot{u}_i^{\text{true}}, i = 1, 2$ を用いたトポロジ導関数

Fig. 3 (2) $S^{\text{obs}} = S$ としたトポロジ導関数の等高線

3.2 数値計算結果

計測する境界 S^{obs} を変えた 2 つのケースについて内点での式 (7) と式 (9) で求まるトポロジ導関数の等高線を Fig. 2, 3 に示す。なお, 図中のトポロジ導関数の値は最も小さな値となるトポロジ導関数の値で正規化されたものである。

Fig. 2(a), 3(a) より, レーザ超音波計測データ $\dot{u}^{\text{obs}}$ を用いたトポロジ導関数による散乱体決定解析においても, 正解の散乱体位置でトポロジ導関数は負の大きな値となって分布しており, 正しく散乱体の情報を推定できていることがわかる。また, Fig. 2(b), 3(b) との比較により, 対象物表面の粒子速度の接線成分は散乱体の決定にほぼ関与していないことがわかった。

4. 結論

対象物表面の法線方向の粒子速度を用いたトポロジ導関数の精度を簡単な数値例で検証した。今回扱った例では, 十分な精度で欠陥の位置の推定を行えることが確認できた。

今後の課題として, より複雑な問題や 3 次元弾性波動問題に適用した場合の精度の検証などが挙げられる。

参考文献

- 1) Marc Bonnet, *Topological sensitivity for 3D elastodynamic and acoustic inverse scattering in the time domain*, Comput.Methods Appl.Mech.Engrg.195, pp.5239-5254, 2006.
- 2) 田代匡彦・斎藤隆泰・木本和志, トポロジ感度を欠陥検出指標に用いた二次元動弾性時間反転解析とリニアアレイ探傷法への応用, 土木学会 第 23 回応用力学シンポジウム講演概要集, 2020。
- 3) 小林昭一 (編), 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000