

脆性-延性複合構造物のトポロジー最適化のための拡張 SIMP 法の提案

An Extended SIMP Method for Topology Optimization of Brittle-ductile Composite Structures

藤原 睦樹 (名古屋大・工) 干場 大也 (名古屋大・工) 西口 浩司 (名古屋大・工) 加藤 準治 (名古屋大・工)

Mutsuki FUJIWARA, Nagoya University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: mutsuki.fujiwara@c.mbox.nagoya-u.ac.jp

Composite structures consisting of brittle and ductile materials such as FRP or RC are widely used in engineering. However, topology optimization problems of such nonlinear materials are non-convex and discontinuous, and many material parameters are associated with the design variables in nonlinear constitutive equations. Therefore, it is usually difficult to define their interpolation form to guarantee enough numerical convergence and physical consistency. This study proposes an alternative approach based on the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method to give a suitable material model for FE analysis of brittle-ductile composite structures and topology optimization.

1. はじめに

脆性材料と延性材料の複合構造は FRP や鉄筋コンクリートなどで挙げられるように、工学的に多く用いられている構造である。この構造は強度が高い脆性材料と靱性が高い延性材料が互いの弱点を補い合っているため、高強度かつ高靱性な構造物を設計することができるという特徴がある。

しかし、このような構造のトポロジー最適化に関する研究はあまり進んでいない。これは2つの材料が非線形材料であることに起因する。通常、非線形問題は最適化問題自体に非凸性や不連続性が生じやすく、アルゴリズムの収束には内挿する材料パラメータを上手くチューニングする必要がある。しかし、非線形材料では数多くの材料パラメータが設計変数に関連づけられているため、そのチューニングが困難となる。

そこで、本研究ではこれらの問題点を避けるべく、トポロジー最適化における SIMP 法 (Solid Isotropic Material with Penalization) の概念¹⁾を拡張し、FEM およびトポロジー最適化のアルゴリズムに適した材料モデルを定義することで、簡易的な脆性材料と延性材料の複合構造のトポロジー最適化手法を提案する。

2. 最適化問題の設定

本研究では複合構造のエネルギー吸収性能最大化を目的関数としている。これは変位制御下において荷重-変位曲線の面積が最大になるような関数である。

$$\min f(s) = - \int_{\Omega} \int_{\varepsilon} \sigma : d\varepsilon d\Omega \quad (1)$$

ここで、 σ は Cauchy の応力テンソル、 ε はひずみテンソルである。等式制約条件は以下の式に示すように、脆性材料と延性材料の体積比が一定としている。

$$\text{s.t. } h(s) = \int_{\Omega} s_j d\Omega - \hat{V} = 0 \quad (2)$$

また、設計変数 s_j は各要素におけるそれぞれの材料の体積比としている。

$$s_j = \frac{r_j}{r_0} \quad 0 \leq s_j \leq 1 \quad (3)$$

本研究では、これらの最適化問題を MMA(Moving Method of Asymptotes) で解く。

3. 脆性-延性 SIMP 法および脆性-延性混合材料モデル

SIMP 法を脆性と延性の2つの非線形材料に拡張したものを脆性-延性 SIMP 法として提案する。ここで、チューニングを簡易的なものにするために、内挿するパラメータをヤング率 E 、損傷の閾値 K_0 、降伏の閾値 σ_y の3つに絞る。

$$E = (1 - s_i^p)E_1 + s_i^p E_2 \quad (4)$$

$$K_0 = (1 - s_i^p)K_{01} + s_i^p K_{02} \quad (5)$$

$$\sigma_y = (1 - s_i^p)\sigma_{y1} + s_i^p \sigma_{y2} \quad (6)$$

これらの数少ない内挿パラメータのみで計算を行うために本研究では脆性材料モデルと延性材料モデルを部分的に組み合わせた脆性-延性混合材料モデルを提案する。続いて組み合わせる2つのモデルを示す。

脆性材料モデルとしては等方損傷理論および Mazars ら²⁾の損傷発展式を用いたモデルを用いる。等方損傷理論では、損傷の進展度をスカラーの損傷変数 D を用いて表し、 D により材料の剛性は以下の式のように低下する。

$$\sigma = (1 - D)\mathbb{C} : \varepsilon \quad (7)$$

ここで $\mathbb{C}$ は弾性剛性テンソルである。また、Mazars らの損傷発展式では、損傷変数 D の発展式は圧縮と引張に分けて考えられる。

$$D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c \quad (8)$$

延性材料モデルとしては von-Mises の弾塑性モデルを用いる。von-Mises の降伏関数は以下の式で表される。

$$\Phi(\sigma', \bar{\varepsilon}^p) = \|\sigma'\| - \sqrt{\frac{2}{3}} k(\bar{\varepsilon}^p) \quad (9)$$

ここで、 σ' は偏差応力、 $\bar{\varepsilon}^p$ は相当塑性ひずみである。また、 $k(\bullet)$ は硬化関数であり、本研究では線形かつ等方硬化を硬化を仮定しているため以下の式で表される。

$$k(\bar{\varepsilon}^p) = \sigma_y + h\bar{\varepsilon}^p \quad (10)$$

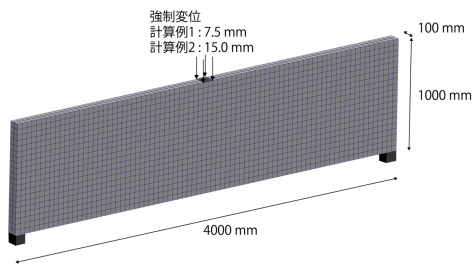


Fig. 1 Boundary condition for optimization example

ここで h は硬化係数である。
脆性-延性混合モデルではこれら 2 つのモデルをもとに、脆性材料モデル、延性材料モデルの順で計算を行う。ただし、整合性を取るために、脆性計算部分ではひずみの加算分解を考慮し、延性計算部分では損傷による材料剛性の低下を考慮している。

4. 感度解析

本研究では目的関数の感度の導出の際に干場ら³⁾の手法を用いている。これは、荷重が変位制御点にのみかけられるという特殊な条件のもと、目的関数の感度における陰的な微分項を消去するという手法である。この手法により解析的感度は以下のように簡略化した形で表される。

$$\frac{\partial f_{n+1}}{\partial s_j} = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial s_j} \right) : \Delta \epsilon_{n+1} d\Omega \tag{11}$$

したがって、応力の感度の導出のみで解析的感度を求めることができる。紙面の都合上応力感度の詳細な導出については省略する。

5. 最適化計算例

3 点曲げを模した条件において強制変位の値を 7.5mm と 15mm とした 2 つの最適化計算結果を示す。計算に使用した境界条件を Fig. 1 に、材料パラメータを Table 1 に示す。強制変位を 7.5mm とした場合の最適化計算結果を Fig. 2 に、15mm とした場合の結果を Fig. 3 に示す。

2 つの結果を比較すると、変位制御点の下部において、Fig. 2 では全て脆性材料が現れているが、Fig. 3 では脆性材料の中に延性材料が現れていることが確認できる。これは、Fig. 2 の強制変位が小さい場合では引張による脆性材料の損傷があまり進んでいないため、応力の集中部分に強度および剛性が高い脆性材料が現れているのに対し、Fig. 3 の強制変位が大きい場合では脆性材料の損傷や延性材料の降伏が進んだことにより、変位制御点下部の引張応力が支配的になる領域で脆性材料が耐荷力を発揮できなくなったことが原因だと考えられる。

6. 結論

本研究では、脆性材料と延性材料からなる複合構造のトポロジー最適化を可能にするために、SIMP 法を拡張した手法を提案した。さらに、その計算アルゴリズムをプログラムへ実装し、3 点曲げを模し、強制変位の値を変えた 2 つの最適化計算例を示した。

Table 1 Material parameters for optimization example

	Brittle	Ductile
Young's modulus (MPa)	24000	20000
Poisson's ratio	0.2	0.2
K_0	0.001	0.01
A_t	0.98	0.98
B_t	200.0	200.0
A_c	0.98	0.98
B_c	150.0	150.0
σ_y (MPa)	300	60
E_h (MPa)	7500	7500

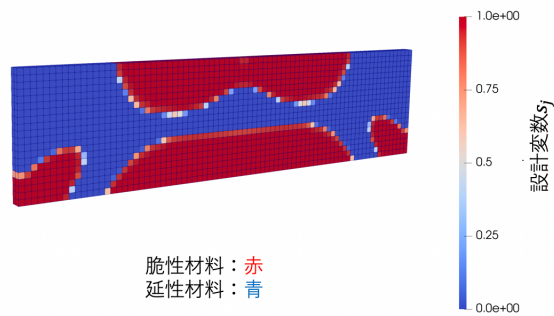


Fig. 2 Results of optimization example 1

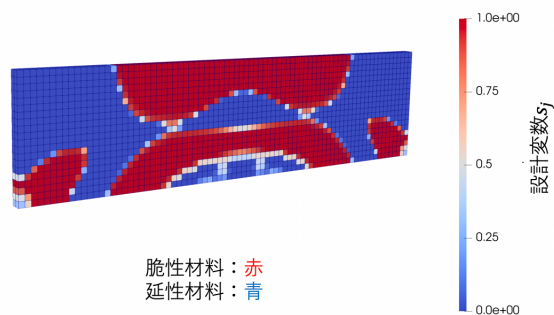


Fig. 3 Results of optimization example 2

参考文献

1) M. P. Bendsøe, O. Sigmund : Material interpolation schemes in topology optimization, Arch. Appl. Mech., 69(9)(1999), pp.635-654.
2) J. Mazars and G. Pijaudier-Cabot : Continuum damage Theory-Applocation to concrete, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, 1989, pp.345-365.
3) 干場大也, 加藤準治, 高瀬慎介, 寺田賢二郎, 京谷孝史: 弾塑性材料の繰り返し載荷を考慮したマルチフェーズトポロジー最適化および解析的感度の精度検証, 土木学会論文集 A2, Vol.70, No2, pp.317-328, 2014.