

水の密度逆転領域を含む自然対流と凍結・融解の多相場数値解法 Multiphase computation method for freezing and melting of water with natural convection including density inversion region

西本 和貴 (京大院・工) 本西 亮太 (京大院・工)
鳥生 大祐 (京大・ACCMS) 牛島 省 (京大・ACCMS)

Kazuki NISHIMOTO, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Ryota MOTONISHI, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail : nishimoto.kazuki.35n@st.kyoto-u.ac.jp

A multiphase computation method was applied to the water-ice phase-change problems accompanied by the natural convections including density inversion regions in water. The computation method for the Stefan condition on the water-ice interface was improved in this study. After the basic verification of the proposed method, the experimental results of the unsteady freezing problems and those of the unsteady melting problems were calculated with the present method. As a result, it was shown that the changes in the calculated water-ice interfaces are in good agreement with the experimental results and that the natural convections with density inversion are reasonably calculated.

1. はじめに

寒冷地における路面や水道管の凍結、凍上による路面の破損のように凍結、融解現象は非常に身近な現象であり、これまでに様々な研究が行われてきた^{1),2),3)}。

本研究では、水の凍結および氷の融解現象を対象として、直交格子上で水の対流、氷内の熱伝導、水・氷間の相変化を統一的に扱える数値計算手法を構築する。特に、各計算セルで氷相の体積変化を計算する手法について、田子ら¹⁾の手法に改良を加え、計算セル内で水と氷の界面位置を考慮可能な手法を提案する。提案手法の基本的な性質を確認するために、液体の運動を無視した1次元凍結問題を計算し、理論解との比較を行う。次に、矩形領域内における自然対流を伴う凍結問題、融解問題をそれぞれ計算し、既往の実験結果^{2),3)}との比較を通じて提案手法の適用性について考察を行う。なお、本研究の数値解法では、固液相変化の取り扱いに重点を置き、相変化に伴う体積変化は無視できると仮定する。

2. 基礎方程式と凍結層厚さの計算方法

基礎方程式として、既報⁴⁾に示された非圧縮条件と運動方程式に加え、以下に示す凍結・融解の相変化時に生じる潜熱量を含むエネルギー方程式およびステファン条件を用いる。

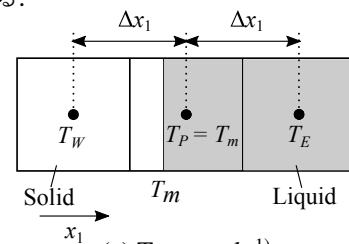
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(Tu_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{(\rho c_p)_m} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \rho_s h_L \frac{\partial f_s}{\partial t} \right\} \quad (1)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x_i} - \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial x_i} = \rho_s h_L \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \quad (2)$$

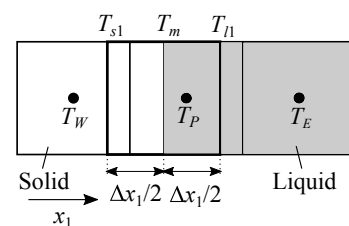
ここで、 t は時間、 x_i は2次元直交座標系の座標成分、 ρ_s は固相の密度、 h_L は凍結潜熱量である。また、 ρ は固液相の体積平均密度であり、温度 T の関数とする。 u_i 、 λ 、 c_p はそれぞれ流速の x_i 成分、熱伝導率および定圧比熱である。なお、

λ および式(1)の $(\rho c_p)_m$ の下添字 m は、液相と固相の界面である凍結界面上の値を表し、各計算セルに占める固体の体積割合 f_s を用いて、固液相の体積平均から求める。式(1)、(2)の変数の下添字 s と l は、それぞれ固相と液相の変数を表しており、 ξ_i は各セルにおける凍結層厚さの x_i 成分を表す。

本研究では、凍結・融解が生じている間は、凍結界面の温度 T_m は一定と仮定する。Fig.1 (a)に示す田子ら¹⁾の手法では、凍結界面を含むセル中心温度が凍結界面の温度 T_m と一致するとし、時間 Δt 間の ξ_i の変化量 $\Delta \xi_i$ を求める。しかし、この方法では、凍結界面の温度が T_m 以外の値も取るため、凍結・融解が生じている間、凍結界面の温度 T_m が一定であるという仮定が成立しないという問題点がある。そこで、本研究では、凍結界面の温度を T_m と固定し、凍結界面を中心としてそれぞれ $\Delta x_i/2$ 離れた温度を考慮する $\Delta \xi_i$ の計算方法を提案する。



(a) Tago et al. ¹⁾



(b) Proposed method

Fig. 1 Computation of freezing interface

3. 1次元凍結問題による本計算手法の検証

凍結層厚さを求める本手法の基礎的な性質を検証するため、Fig.2に示すような1次元の凍結界面の移動のみを考える液体の凍結問題の計算を行い、各解法の結果を比較する。

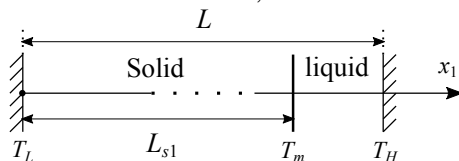


Fig. 2 Computational domain of 1D freezing problem

Fig.2の境界条件は、 $T_L = -10$ [°C] および $T_H = 10$ [°C] とし、凍結界面の温度 T_m は 0 [°C] とする。また、 L_{s1} は f_s を用いて求めた凍結界面の位置である。凍結が十分に進行した定常状態における凍結界面の位置を、田子ら¹⁾の手法より得られる結果と比較するため、Fig.3に示すように分割格子数 n_1 と L_{s1} の理論解に対する計算誤差を表す err との関係を考える。

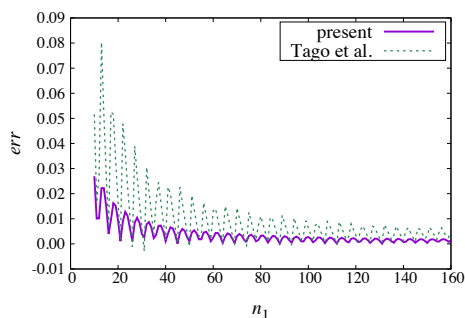


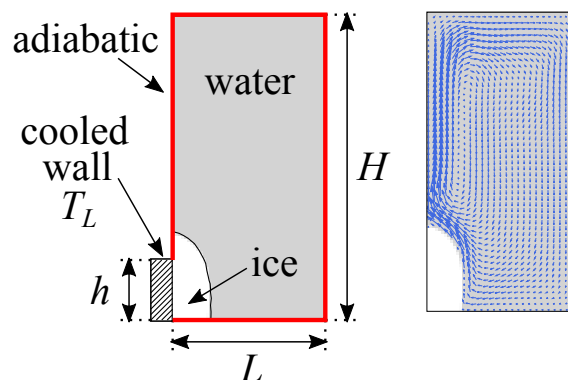
Fig. 3 Relationship between n_1 and err

Fig.3より、両手法ともに、 n_1 を大きくとるほど、 err が小さくなることが確認された。また、既往の手法と比較して、本手法では err の値が小さくなることが確認された。

4. 密度逆転領域を含む自然対流と凍結・融解問題への適用

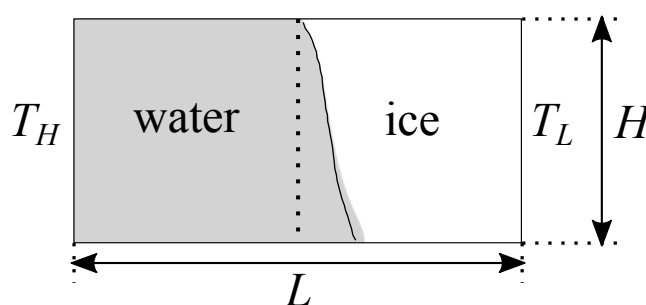
まず、Fig.4に示す条件で、自然対流を伴う凍結問題を考える。計算領域の左下部にある一定の温度 $T_L = -10$ [°C] の壁面より水を冷却する。 L は 50 [mm]、 H は 100 [mm]、 h は 20 [mm]、計算領域内の初期水温 T_0 は 4 [°C] である。また、壁面は冷却部分を除き全て断熱とし、流速の境界条件は non-slip 壁面条件を用いた。佐貫ら²⁾の実験結果と比較した計算結果および得られた流速ベクトルをFig.4に示す。Fig.4(a)では、灰色部が水、白色部が氷の計算結果、また実線が実験結果を表しており、両者はよく一致することが確認された。

次に、自然対流を伴う融解問題を考え、Virag ら³⁾の実験結果との比較を行う。計算領域はFig.5に示す矩形領域とし、左壁面より水を加熱する。 L は 0.187 [m]、 H は 0.0935 [m] である。また、左壁面の温度 T_H は 8 [°C]、右壁面の温度 T_L は 0 [°C]、上下の壁面を断熱とし、計算領域内の水および氷の初期温度を 0 [°C] とし、流速の境界条件は non-slip 壁面条件とした。Fig.5(a)では、灰色部が水、白色部が氷の計算結果、また実線が実験結果を表しており、両者はほぼ一致した。

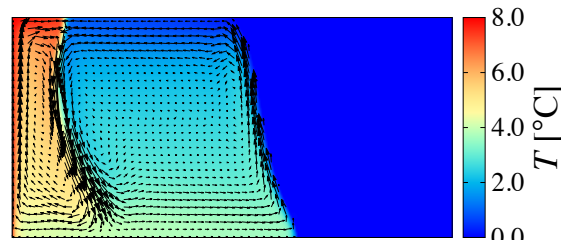


(a) Conditions and freezing interface (b) velocity vector

Fig. 4 Freezing problem at 30 [min]



(a) Conditions and freezing interface



(b) Temperature distribution and velocity vector

Fig. 5 Melting problem at 10,728 [s]

Fig.4 (b) と Fig.5 (b) では、密度逆転領域を含む自然対流が計算されている。水の密度は約 4 [°C] において最大値をとり、 0 [°C] から約 4 [°C] において密度逆転を生ずる。凍結・融解問題の凍結界面の変化を再現するには、自然対流と凍結界面の変化との相互関係を適切に扱う必要があり、本解法の有効性が確認されたと考えられる。

参考文献

- 1) 田子真, 石沢徳秀, 菅原征洋: 凍結問題の簡易的数値計算方法, 日本冷凍空調学会論文集, Vol. 26, No. 4, pp. 439-450, 2009.
- 2) 佐貫康治, 萬田哲也, 佐々木章: 局部冷却面を有するく形容器内の水の凍結, 秋田工業高等専門学校研究紀要, Vol. 31, pp. 26-31, 1996.
- 3) Virag, Z., Živić, M. and Galović, A.: Influence of natural convection on the melting of ice block surrounded by water on all sides, *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 49, No. 21-22, pp. 4106-4115, 2006.
- 4) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 瀬津家久: 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討, 土木学会論文集 B, Vol. 62, No. 1, pp. 100-110, 2006.