

PINN を用いたリアルタイム構造振動解析の構築 (シンポジウム講演概要)

Construction of real-time structural vibration analysis using PINN

(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

奥田 東子 (筑波大・シス情) 西尾 真由子 (筑波大・シス情)
 Toko OKUDA, University of Tsukuba
 Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
 E-mail: s1911085@u.tsukuba.ac.jp

In this study, a real-time dynamic analysis of structural members was conducted using Physics-informed neural networks (PINN). Currently, many studies are working on making structural simulations interactive and real-time. However, the high computational cost of structural dynamic simulation limits its application. In this study, the Physics-informed neural networks (PINN) were used to conduct the real-time vibration analysis of a cantilever beam as a basic investigation. Prior to real-time simulation, a PINN model was constructed to solve the undamped free vibration problem of a cantilever beam. To improve the prediction accuracy of PINN, the number of automatic derivatives was reduced and weights were added to the loss function. Sequential learning and prediction for real-time simulation were then performed by PINN at fine time steps.

1. はじめに

近年, 様々な分野においてリアルタイムでインタラクティブなシミュレーションの需要が高まってきている. このような技術はインフラ構造物運用においても有用で, シミュレーション結果を可視化することで構造物の挙動の感覚的な理解を促し, 構造物の設計, 維持, 管理を効率化させる. しかし動的解析を要する構造物シミュレーションは計算コストが高く, その応用は限定的である. そこで本研究では, 構造物の動的解析手法として Physics-informed neural networks(PINN)を検討する. PINN とは 2017 年に Raissi ら¹⁾²⁾によって提案された, 損失関数に解析対象の物理法則を組み込んだニューラルネットワークで, 計算コストやデータ取得の観点からデータ同化を伴う逆解析に有効とされている. 本研究では基礎検討として, 片持ち梁の非減衰自由振動を対象に PINN によるリアルタイム構造振動解析を行い, PINN のリアルタイムシミュレーションの解析手法としての適用性を明らかにする.

2. PINN 概要

PINN の構造を Fig.1 に示す. 式(1)で記述される物理現象 $u(t, x), x \in \Omega, t \in [0, T]$ を PINN によって予測する. 境界条件は式(2), 正解データとして与えられる初期条件は式(3)で表される. N は微分演算子, B は境界演算子を表す.

$$u_t + N[u] = 0 \quad (1)$$

$$B[u] = 0, \quad x \in \partial\Omega \quad (2)$$

$$u(0, x) = h(x) \quad (3)$$

NN に (t, x) が入力され u を出力すると, u に対して自動微

分が行われる. そこに領域内の任意の点 (t, x) (コロケーションポイント) を代入することで微分方程式に対する損失関数が計算される. また境界や正解データに対応する領域の点を用いて, 境界・初期条件や観測データの損失関数が計算される. 損失関数は支配方程式や物理条件を満たすほど 0 に近づき, NN のパラメータを最適化していく. 本研究では Python ライブラリの Tensorflow を用いて, 5 層 20 ニューロン, 最適化法は L-BFGS-B の PINN を構築した.

3. 片持ち梁非減衰自由振動問題の求解

片持ち梁の非減衰自由振動のリアルタイム解析に先駆けて, PINN により片持ち梁非減衰自由振動問題の求解を行った. 支配方程式は式(4), 境界条件は固定端と自由端で式(5), 式(6)である. ここで, 初期条件 $u(0, x)$ と梁上の 3 点での観測データ $u(t, x)|_{x=0.2, 0.5, 0.8}$ は既知データとして学習に用いた. このとき, コロケーションポイントは 10000 点, 初期データ点は 1000 点, 境界データ点は 4000 点, 観測データ点は 3000 点とした. E は梁のヤング率, I は断面二次モーメント, ρ は密度, A は断面積, l は梁の長さを表す (Fig.2).

$$f(t, x) = EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

$$u(t, 0) = 0, \quad \frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 u(t, l)}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 u(t, l)}{\partial x^3} = 0 \quad (6)$$

以上の問題設定で, 式(4)の解である変位 $u(t, x)$ を PINN による求めた結果が Fig.3 である. Fig.4(a)の厳密解と比較すると解空間の概形を捉えていない.

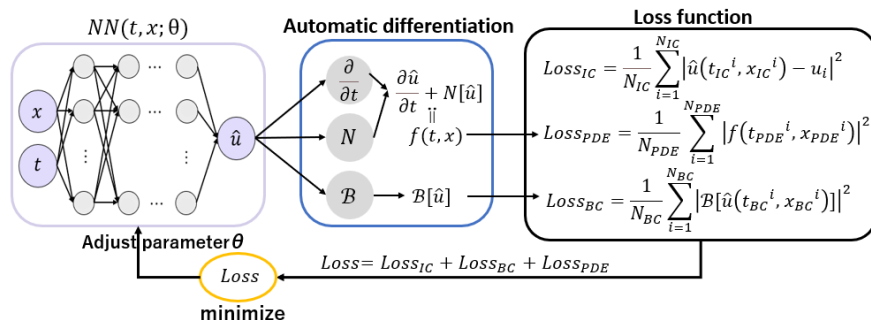


Fig. 1 Structure of PINN

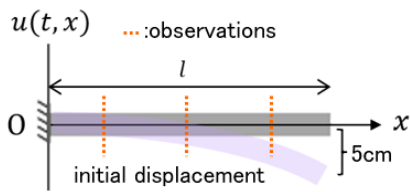


Fig. 2 A cantilever beam of problem setup

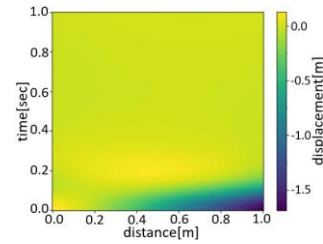


Fig. 3 PINN prediction of displacement u

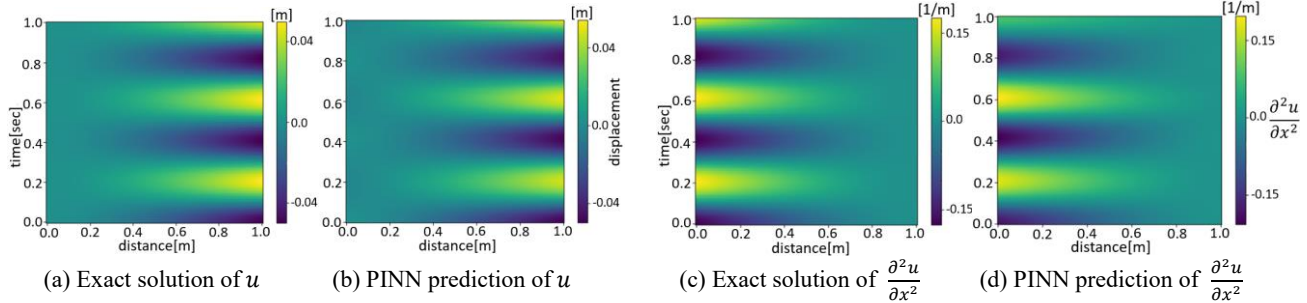


Fig. 4 Results of PINN analysis after reducing the number of automatic differentiation and assigning weights to loss function

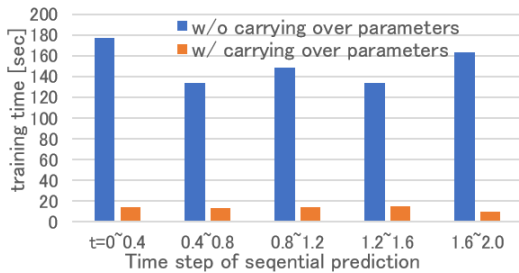


Fig. 5 Comparison of training time

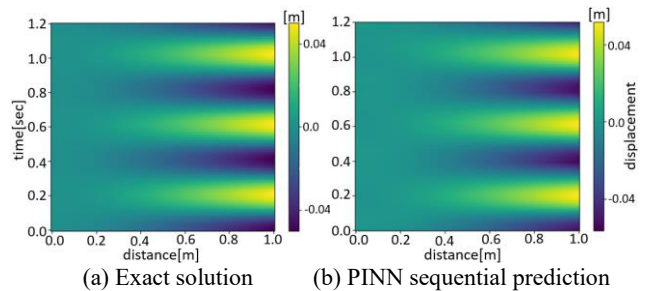


Fig. 6 Results of PINN sequential prediction of u

そこで PINN の構造を工夫することで PINN の予測精度向上を図った。まず NN の出力を変位 u とその空間二階微分 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ の二つにすることで、PINN で行う自動微分の回数を減らし損失関数の煩雑さを低減させる。さらに式(7)に示すこの問題の損失関数において、 $w_{IC} = 1, w_{BC} = 20, w_{ob} = 20, w_{PDE} = 1$ の重みを付加することで予測精度を向上させた。

$$Loss = w_{IC} \times Loss_{IC} + w_{BC} \times Loss_{BC} + w_{ob} \times Loss_{ob} + w_{PDE} \times Loss_{PDE} \quad (7)$$

以上より再構築した PINN による u と $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ の予測結果を Fig.4(b), (d) に示す。再構築した PINN の変位予測における二乗平均平方根誤差は 0.22 から 0.00084 となった。

4. PINN のよるリアルタイム振動解析

ここでは、前節で構築した PINN を用い片持ち梁の非減衰自由振動のリアルタイム解析を試みた。細かいタイムステップ Δt で PINN を逐次学習・予測させるが、各タイムステップの学習に用いる NN のパラメータの初期値に前ステップのパラメータを引き継ぐことで PINN の学習時間の短縮を図った。また Δt を片持ち梁の振動周期に近い値 0.4[sec] とし、似たパラメータのセットを引き継がせることで学習時間の最小化を図った。次のタイムステップの予測のための学習を Δt 内で行うことが出来れば、実現現象と PINN での時間が共有、連動され、PINN によるリアルタイム解析が可能となる。Fig.5 に示すように、前述した学習方法の工夫を行った場合、行わなかった場合と比べて計算コ

ストが大幅に低減した。さらに、 $t = 0 \sim 1.2[\text{sec}]$ での PINN の逐次予測の結果を Fig.6 に示す。右側の厳密解と比較すると精度よく概形を捉えている。

5. 結論

片持ちの梁非減衰自由振動問題の求解では、PINN での自動微分の回数を減らし、損失関数項に適切な重みを付与することで PINN の予測精度が向上した。PINN による片持ち梁の非減衰自由振動のリアルタイム解析では PINN の学習時間が $\Delta t = 0.4[\text{sec}]$ を上回ったが、細かいタイムステップで学習を行い、各タイムステップでの PINN の初期重みを前ステップの PINN から引き継ぐことで、解析時間の大幅な短縮が可能であると示された。

謝辞

本研究は、JST 創発的研究支援事業、JPMJFR205T の支援を受けたものである。

参考文献

- 1) M. Raissi, P. Perdikaris and G. E. Karniadakis: Physics informed deep learning(part i):Data-driven solutions of nonlinear partial differential equations, arXiv preprint arXiv:1711.10561, 2017.
- 2) M. Raissi, P. Perdikaris and G. E. Karniadakis: Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational physics, 378, pp.686-707, 2019.