# 時間遅延埋め込み動的モード分解に基づくデータ駆動型地震応答解析 (シンポジウム講演概要)

Data-driven seismic response analysis based on dynamic mode decomposition with time-delay embedding

(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

塩井 瑛大(東北大学,構造計画研究所<sup>\*</sup>) 大竹 雄(東北大学) 吉田 郁政(東京都市大大学) 村松 正吾(新潟大学) Akihiro SHIOI, Tohoku University (\*Belonging from April 2023; KOZO KEIKAKU ENGINEERING Inc.)

Yu OTAKE, Tohoku University Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University Shogo MURAMATSU, Niigata University E-mail: as7401sk@gmail.com

This study aims to develop a data-driven method for seismic response analysis based on the simultaneous analysis of seismic acceleration records in three directions at the ground surface and engineering bedrock. Seismic response analysis involves dealing with non-stationary earthquake input motion and the nonlinearity of geomaterials. To address these challenges, we propose a method that combines time-delay embedding and dynamic mode decomposition for time-series data observed in real space. The proposed method aims to construct a high-dimensional linear model that accurately represents the time evolution of seismic response. In this study, we apply the proposed method to field observations and demonstrate its effectiveness for extrapolation estimation by constructing a high-accuracy linear model replicating the seismic response.

### 1. はじめに

我が国では、K-net や KiK-net に代表される高密度地震計 ネットワークに加え、建物やガスメータ等のインフラ施設 等に設置されている簡易計測器など,極めて高密度な地震 動観測記録網が整備されている. 著者らは,, これらの高密 度地震動データの有効活用を目的として, データ駆動型の 地震応答解析手法の開発を目指している. 具体的には、多 数の地表面地震動観測記録と対象地域を代表する工学的基 盤もしくは露頭基盤の地震動観測記録を活用したデータ駆 動型地震応答解析のサロゲイトモデル開発を志向する. こ の際, 地盤情報は一切利用せず, 観測地震動の応答関係の みを学習する点に特徴がある. 地震動観測記録に基づくデ ータ駆動型手法は,直達波以外の表面波や反射波,回折波 のような地震応答の3次元効果も自動的に考慮される可能 性があると考えている. 従来のモデル駆動アプローチでは 不可能とされてきた空間規模の解析を高解像度で実現し, 地盤調査が実施されていない地点の地震動観測も有効に活 用した広域的地震リスク評価やリアルタイム予測システム の構築に繋げることを目指している. このコンセプトに基 づき、著者らは、動的モード分解(Dynamic mode decomposition; DMD)の応用を検討してきた. DMD は, 現象 の支配方程式を陽に必要とせず, 時系列データの時間発展 に注目した特異値分解に基づくモード分解を行うことによ って, 時間に依存しない空間固有モードと, それぞれのモ ードに対応する時間発展を指数関数で表現し, 各モードの 減衰や周期的特徴, 系の安定性を数学的に記述する手法で ある. また, 対象物理を線形時不変システムで近似する方 法とも解釈できるため,上記のようなこのような解釈性の 高さの反面,解析対象データの定常性,線形性を強く要求 する手法でもある. 地震応答解析のような, 入力地震動の 非定常性や地盤の材料非線形性が卓越する問題に適用する ためには、これら2つの要求への対処が重要な課題となる. 本研究では、この課題に対して、実空間で観測される時系 列データに対して,時間遅延埋め込みによる高次元化と動 的モード分解による次元圧縮を融合した手法を展開し, 高 次元空間において線形モデルによる時間発展表現を可能と

する地震応答解析モデルの構築を試みる. なお, 本稿では, ある 1 地点の実観測記録を用いて, 再構成と外挿推定を行う. その上で, 時間遅延埋め込みによる状態量のデータ構造の変換が, データ駆動地震応答解析の高度化や工学的知見の獲得へ寄与するか考察を行う.

## 2. 研究に用いる手法

Fig. 1 は、提案手法の概要図を示している. Shioi et al.  $(2023)^{11}$ と同様に、Dynamic Mode Decomposition with control (DMDc)により入力地震動の非定常性を考慮したデータ駆動解析モデルを構築する. この際、時刻 $t_k$ におけるn次元の状態量(ここでは観測された加速度の3 方向成分)ベクトル $x_k \in \mathbb{R}^n$ を下に示す Hankel 行列として高次元化する.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_q \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{q+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_d & x_{d+1} & \cdots & x_m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{d \times p}$$

ここで、q = m - d + 1であり、dは遅延埋め込み階数であ る. Hankel 行列Hに対して特異値分解 $H = U_H \Sigma_H V_H$ を施し, 状態量を高次元化した空間(これを遅延座標空間と呼称す る) の中から支配的な低次元基底と低次元奇跡を求めるこ とができる.  $U_H$ は遅延座標空間の基底を形成し、 $V_H$ は、 $U_H$ の各行(固有モード)の時間発展モード、 $\Sigma_H$ はその重みを 表す. すなわち, 元の状態空空間における局所的ダイナミ ックスは $\mathbf{U}_{\mathbf{H}}$ により射影され、それらの時間発展は $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{H}}\mathbf{V}_{\mathbf{H}}$ に よって記述される. 本研究では,  $U_H$ を Delay 構造基底,  $\Sigma_H V_H$ は改めて $W_H$ と記述し, Delay 空間要素波形と呼称する. 本研究では、観測した低次元時系列データを Delay 構造基 底UHによって高次元空間にリフトさせ、Delay 空間要素波 形Wuの時間発展に対して DMDc を適用する. これにより、 元の状態空間が遅延座標空間上に再定義され、高次元化さ れ、高次元空間において DMDc による次元圧縮を行うこと で主要な基底空間における時間発展を線形モデルによって 表現可能になると考えられる. 本論文では、この手法を Time-delay DMDc (TD-DMDc)と呼称する.

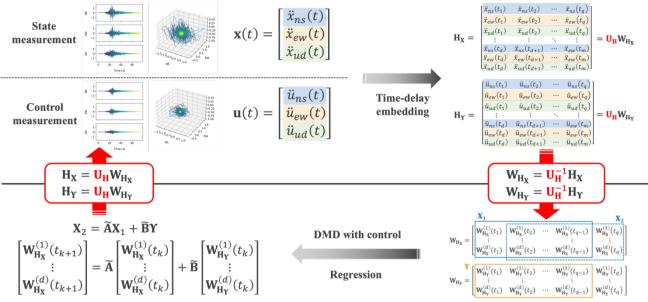


Fig. 1 Application of TD-DMDc to 3D seismic acceleration records

#### 3. 結果と考察

本研究では、宮城県仙台市仙台港雷神埠頭で観測された地震動波形<sup>2)</sup>を用いる。表層地盤は、礫や砂、シルトの互層地盤であり、工学的基盤の深度は 55.07m である。研究に用いる地表面と工学的基盤の地震動観測記録の 31 セットを研究に用いる。このうち、学習用に 30 セット、外挿推定用に地表面の最大加速度が最も大きい1セットを抽出した.

地表面で観測された3方向成分の加速度時刻歴を状態量ベクトルとし、工学的基盤で観測された3方向成分の加速度時刻歴を制御項ベクトルとし、同じ次元の遅延時間埋め込みを行い、TD-DMDcにより学習と予測を行う.

Fig. 2 はある1つの学習データに対する再構成結果を示している. Shioi et al. (2023)の手法では、地表面の加速度時刻歴の特性を適切に再現できないが、TD-DMDcによる次元拡張により再現性が向上していることが分かる.

Fig. 3 は、外挿推定用の観測記録と TD-DMDc による予測結果を重ねて示している. 外挿推定においても、観測記録の時刻歴特性を適切に予測できていることが分かる.

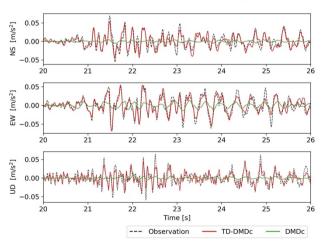


Fig. 2 Comparison of reconstruction accuracy

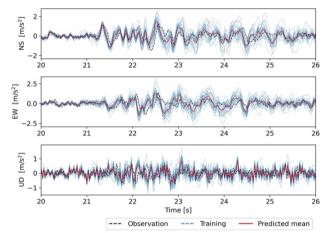


Fig. 3 Results of extrapolation estimation

## 4. 結論と今後の課題

本研究では、データ駆動地震応答解析法の開発に向けて、遅延時間埋め込みによる次元拡張に基づく動的モード分解の有効性を検証した.遅延時間埋め込みは、複雑な地震応答特性を適切に捉え、遅延時間埋め込みを行わない従来のモデルと比較して推定精度を向上させることを確認した。今後は、遅延時間埋め込みと次元圧縮の操作と力学的特性との関係を考察し、広範な問題に適用できるデータ駆動地震応答解析モデルの開発を目指す.

# 参考文献等

- Akihiro Shioi, Yu Otake, Ikumasa Yoshida, Shogo Muramatsu & Susumu Ohno, Data-driven approximation of geotechnical dynamics to an equivalent single-degree-offreedom vibration system based on dynamic mode decomposition, Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards, 2023, DOI: 10. 1080/17499518. 2023. 2184479
- 2) 独立行政法人港湾空港技術研究所,港湾地域強震観測,URL: <a href="https://www.mlit.go.jp/kowan/kyosin/eq.htm">https://www.mlit.go.jp/kowan/kyosin/eq.htm</a>