# タンクモデルによる鉛直 1 次元不飽和浸透特性の再現性評価 (シンポジウム講演概要)

Reproducibility of Vertical One-Dimensional Unsaturated Permeability in the Tank Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中村 聡司 (昭和エンジニアリング(株) 日置 和昭 (大阪工大・工)

Satoshi NAKAMURA, Syouwa Engineering Co., Ltd Kazuaki HIOKI, Osaka Institute of Technology E-mail: s.nakamura@syouwa-eng.co.jp

In this study, various tank model constants were optimized using Powell's conjugate direction (Powell) method and a random search method using a genetic algorithm (GA) method. Herein, two tank models, Sugawara model wherein the permeability from top to bottom is constant, and Aoki-Hioki model, wherein the variation in the storage height causes changes in permeability, were used and the reproducibility of vertical one-dimensional unsaturated permeability characteristics were evaluated. From the results, it was revealed that tank model constants with a higher level of reproducibility were achieved with the GA method than the Powell method, and more accurate vertical one-dimensional unsaturated permeability characteristics were reproduced with Aoki-Hioki model than with Sugawara model.

#### 1. はじめに

本研究では、まず、鉛直1次元不飽和浸透解析を行い、下面境界からの浸透量を算出し、それを地下水涵養量とした(本来、地下水涵養量は、蒸発散量や融雪などを考慮した地表付近の水収支により求めるものであるが、本研究では、この浸透量を地下水涵養量と呼ぶことにした).次に、パウエルの共役方向法り(以下、パウエル法)と、遺伝的アルゴリズムによるランダムサーチ法<sup>2)</sup>(以下、GA法)を用いて、上段から下段への浸透率が一定であるタンクモデル<sup>3)</sup>(以下、菅原モデル)と、浸透率が貯留高の変動に伴って変化するタンクモデル<sup>4,5)</sup>(以下、青木・日置モデル)の各定数について最適化を行い、両タンクモデルによる鉛直1次元不飽和浸透特性の再現性評価を試みた.

### 2. Richard 法による鉛直 1 次元不飽和浸透解析

a) 鉛直1次元不飽和浸透の基礎方程式と不飽和浸透特性 均質な地盤における鉛直1次元不飽和浸透は,不飽和領域に拡張されたダルシー則式と連続の式を組み合わせた Richards の式のに従うものとし,水分特性曲線としては, van Genuchten モデル<sup>7)</sup>を用いた.一般に,水分特性曲線に は,排水過程と吸水過程の間にヒステリシスが生じると言 われており,不飽和浸透解析には無数に存在する吸水走査 曲線の設定が重要となるが,本研究では,非定常法による 不飽和浸透試験結果<sup>8)</sup>に基づいて,吸水走査曲線のパラメ ータを設定した.

### b) 解析条件

降雨は、2021年8月8日12時~8月15日12時までの広島市西区田方における解析雨量 $^9$ を用いた。解析には、図1(a)に示す菅原モデルの第1タンクを用いて浸透量 $_{q_1}$ を求め、その浸透量 $_{q_1}$ を入力値とした。

解析は、 $\mathbf{表}$ 1 に示す4種類の試料を対象に、不飽和帯の厚さを h=1.5m、3.0m と想定し行った。初期圧力水頭分布は $\phi=-z$ とし、境界条件は、上端から浸透量  $q_1$  を与え、下端は圧力水頭を 0m で固定し、下端境界における流量を地下水涵養量として求めた。

# 3. タンクモデル定数の最適化手法

### (1) タンクモデルの構造

# a) 菅原モデルの構造

菅原モデル(図 1(a)参照)における貯留高と各タンクからの浸透量および流出量は、式(1)~式(4)のように表される.

$$\beta_{n}^{t} = \beta_{n}^{t-1} - q_{n}^{t-1} - q_{n}^{t-1} + q_{n-1}^{t-1}$$
 (1)

$$q_{\rm n}^t = \alpha_{\rm n} \times \beta_{\rm n}^t \tag{2}$$

表1 試料の諸性質 8)

|                   |                                   | - 1 - 1 - 1 | - 1 - 1 - 1 |        |        |
|-------------------|-----------------------------------|-------------|-------------|--------|--------|
|                   |                                   | 試料A         | 試料B         | 試料C    | 試料D    |
| $\rho_s (g/cm^3)$ |                                   | 2.63        | 2.69        | 2.60   | 2.65   |
| 砂分(%)             |                                   | 100         | 95          | 85     | 44     |
| シルト分(%)           |                                   | 0           | 3           | 3      | 33     |
| 粘土分(%)            |                                   | 0           | 2           | 12     | 23     |
| 細粒分含有率(%)         |                                   | 0           | 5           | 15     | 56     |
|                   | $S_{r0}$ (%)                      | 16.0        | 26.0        | 29.5   | 36.2   |
| 不飽和浸透             | $S_{max}$ (%)                     | 82.4        | 69.5        | 80.7   | 67.5   |
| パラメータ             | $\alpha_{sw}$ (cm <sup>-1</sup> ) | 0.0210      | 0.0726      | 0.0266 | 0.0162 |
| (吸水走査曲線)          | $n_{sw}$                          | 4.825       | 2.122       | 2.166  | 4.212  |
|                   | S <sub>rr</sub> ' (%)             | 15.9        | 24.6        | 24.5   | 36.0   |

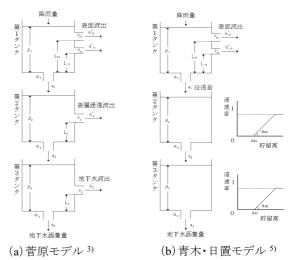


図1 タンクモデルの構造

$$q_{n}^{t} = \gamma_{n} \times \left(\beta_{n}^{t} - L_{n}\right) \quad \left(L_{n} < \beta_{n}^{t}\right)$$
 (3)

$$q_{n}^{\prime t} = 0 \qquad \left(0 \le \beta_{n}^{t} \le L_{n}\right) \tag{4}$$

ここに、 $\beta_n'$ : 各時間ステップにおける貯留高、 $q_n'$ : 各時間ステップにおける浸透量、 $q'_n'$ : 各時間ステップにおける流出量、 $\alpha_n$ : 浸透率、 $\gamma_n$ : 流出率、 $L_n$ : 側面の孔の高さ、t: 時間ステップ(=60min)、n: タンクの番号である.

#### b) 青木・日置モデルの構造

青木・日置モデル(図 1(b)参照)は、各タンクの貯留高を地盤の体積含水率、上段から下段への浸透率を地盤の不

飽和透水係数とみなし、浸透率(不飽和透水係数)が貯留高(体積含水率)の変動に伴って変化する青木モデル  $^{40}$ を日置ら  $^{50}$ が改良したもので、各タンクの浸透率  $\alpha_n$  が前時間ステップにおける貯留高  $\beta_n$   $^{61}$  の関数で表される。関数形としては、簡単のため 1 次式を仮定すると、各タンクの浸透率は、式(5)~(6)のように表すことができる。

$$\alpha_{n}^{t} = 0 \qquad \left(0 \le \beta_{n}^{t-1} \le a_{n1}\right) \qquad (5)$$
  

$$\alpha_{n}^{t} = a_{n3} \times \left(\beta_{n}^{t-1} - a_{n1}\right) \quad \left(a_{n1} < \beta_{n}^{t-1}\right) \qquad (6)$$

ただし、式(6)において  $\alpha_n' \ge 1$  となる場合は、 $\alpha_n' = 1$  とする. ここに、 $\alpha_n'$ : 各時間ステップにおける浸透率、 $\alpha_{n1}$ ,  $\alpha_{n3}$ : 定数である.なお、第 1 タンクについては、菅原モデルの第 1 タンクと同様である.

### (2) 最適化手法の概要

タンクモデル定数の最適化手法としては、パウエル法がよく用いられるが、局所的な準最適解に陥りやすいという難点がある。そのため、GA 法などの大域的探索法によるタンクモデル定数の最適化に関する研究がなされ、河川流出解析に用いるタンクモデル定数を探索する手法として有用であることが確認されている 10). 本研究では、地盤の鉛直1次元不飽和浸透特性をタンクモデルで再現しようとする場合、どちらの最適化手法が再現精度の高い定数を得られるかについて検討を行った。

## 4. 鉛直 1 次元不飽和浸透特性の再現性評価

鉛直 1 次元不飽和浸透解析により求めた地下水涵養量 (不飽和帯の厚さを 3.0m と想定した場合) の経時変化を 対象に、菅原モデルと青木・日置モデルのタンクモデル定 数を同定した結果の一例(試料B)を表2に示す.また, 同表に示したタンクモデル定数を用いて順解析を行い求め た地下水涵養量の経時変化の一例(試料 B)を図2に示す. これによると、パウエル法と GA 法では地下水涵養量の再 現精度に差異が認められること, 菅原モデルと青木・日置 モデルでも再現精度に差異が認められることを確認できる. ここで, 試料 A~試料 D における鉛直 1 次元不飽和浸透解 析結果と両タンクモデルによる解析結果との相関係数を求 めると、表3のようになる. 同表によると、何れの試料に 対しても, 相関係数は GA 法>パウエル法となっており, これは、パウエル法が局所的な準最適解に陥ったためと考 えられる. また、試料 A のパウエル法を除くと、相関係数 は青木・日置モデル>菅原モデルとなっているが、この要 因としては, 菅原モデルは上段から下段への浸透率が一定 であるため,強い非線形性を示す不飽和浸透特性に対応で きないためと考えられる. これに対し、青木・日置モデル は浸透率が貯留高の変動に伴って変化するため、強い非線 形性に対応できるものと思われる.

#### 5. まとめ

本研究で得られた知見は、以下のとおりである.

- (1) 地盤の鉛直 1 次元不飽和浸透特性を再現しようとする タンクモデル定数を最適化する場合,パウエル法より も GA 法の方が再現精度の高い定数を得られることが 明らかとなった.
- (2) 地盤の鉛直 1 次元不飽和浸透特性をタンクモデルで再現しようとする場合,上段から下段への浸透率が一定である菅原モデルよりも浸透率が貯留高の変動に伴って変化する青木・日置モデルの方が高い精度で不飽和浸透特性を再現できることが明らかとなった.

### 参考文献

 M.J.D. Powell: An efficient method for finding the mini-mum of several variables without calculating

表2 タンクモデル定数の同定結果の一例(試料 B)

(a) 菅原モデル

(b) 青木・日置モデル

|                       | パウエル法      | GA法        |                      | パウエル法   | GA⊱    |
|-----------------------|------------|------------|----------------------|---------|--------|
| $\alpha_2$            | 0.86       | 0.05       | a <sub>21</sub> (mm) | 66      | 9      |
| $L_2$ (mm) $\gamma_2$ | 19<br>0.54 | 40<br>0.00 | $a_{23}$             | 0.00071 | 0.0009 |
| $\beta_2^{0}$ (mm)    | 0.000      | 0.000      | $\beta_2^{0}$ (mm)   | 0       | 0      |
| $\alpha_3$            | 0.19       | 0.46       | a <sub>31</sub> (mm) | 61      | 5      |
| $L_3$ (mm) $\gamma_3$ | 39<br>0.13 | 33<br>0.24 | a <sub>33</sub>      | 0.02006 | 0.0008 |
| $\beta_3^0$ (mm)      | 0.000      | 0.000      | $\beta_3^0$ (mm)     | 0       | 0      |

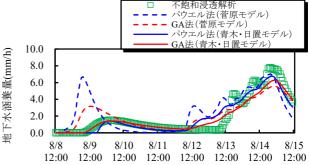


図2 同定したタンクモデル定数を用いて順解析を 行い求めた地下水涵養量の一例(試料 B)

表3 鉛直1次元不飽和浸透解析結果とタンクモデルによる 解析結果の相関係数

| タン           | ′クモデル | 最適化手法 | 試料A   | 試料B   | 試料C   | 試料D |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 菅原<br>モデル    | パウエル法 | 0.886 | 0.503 | 0.413 | 0.434 |     |
|              | GA法   | 0.893 | 0.716 | 0.467 | 0.524 |     |
| 青木・日置<br>モデル | パウエル法 | 0.745 | 0.801 | 0.774 | 0.853 |     |
|              | GA法   | 0.953 | 0.899 | 0.960 | 0.919 |     |

- derivatives, Computer Journal Vol.7, pp.155-162,1964.
- 2) Goldberg, D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley, 1989.
- 3) 菅原正巳:流出解析法, 共立出版, 1972.
- 4) 青木一男,福田護,今西肇,飯田智之,西瀬和之:地下水の鉛直かん養量および安定供給量の推定,第4回水資源に関するシンポジウム前刷集,pp.287-290,1992.
- 5) 日置和昭,中村聡司,杉本和規:修正タンクモデルの 改良とパラメータの設定,地盤の環境・計測技術に関 するシンポジウム 2011 論文集,pp.89-94,2011.
- Richards, L.A.: Capillary conduction of liquids through porous mediums, Physics 1 (5), 318–333, 1931.
- van Genuchten, M.Th.: A closed-form equation for pre-dicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol.144, pp.892-898, 1980.
- 8) 中村聡司,日置和昭:土の吸水走査とその表現方法について,材料, Vol.69, No.11, pp.829-836, 2020.
- 9) 気象庁:解析雨量 2021 年,(財)気象業務支援センター, 2021.
- 10) 田中丸治哉: タンクモデル定数の大域的探索, 農業土 木学会論文集, 第 178 号, pp.503-512, 1995.