

FFT 均質化手法を用いた周期ミクロ構造の弾塑性トポロジー最適化 原稿執筆要領 (シンポジウム講演概要)

Topology Optimization for Periodic Microstructure with Elasto-plastic Material Using FFT-based Homogenization (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松井 聖圭 (名古屋大・工) 干場 大也 (名古屋大・工) 西口 浩司 (名古屋大・工)
小倉 大季 (清水建設) 加藤 準治 (名古屋大・工)

Masayoshi MATSUI, Nagoya University

Hiroya HOSHIBA, Nagoya University

Koji NISHIGUCHI, Nagoya University

Hiroki OGURA, Shimizu Corporation

Junji KATO, Nagoya University

E-mail: matsui.masayoshi.w2@s.mail.nagoya-u.ac.jp

Thanks to the development of additive manufacturing technology, it is becoming possible to produce materials with desired mechanical properties defined by their periodic microstructures. Topology optimization has attracted much attention for designing optimal microstructures, but its high computational cost prevents nonlinear analysis assuming actual materials. In this study, we focus on the FFT-based homogenization approach and propose a highly efficient optimization method for elasto-plastic microstructures.

1. 研究の背景・目的

近年、積層造形技術の発展により、構造物の形状（マクロ構造）だけでなく材料の微視構造（ミクロ構造）を制御し、所望の特性を持つ材料を製造することが可能になりつつある。そのため、最適なミクロ構造を設計するマルチスケルトポロジー最適化¹⁾が注目を集めているが、高い計算コストにより高解像度での解析や非線形材料を想定した解析が困難であり、実設計への妨げとなっている。特に、弾塑性材料を想定した解析では、増分解析による反復計算が必要となることから線形弾性材料の場合と比べて極めて長い計算時間を要する。本研究はこれを解決するため、高速フーリエ変換 (FFT) に基づく均質化手法²⁾に着目し、より計算効率に優れた新しい最適化手法を提案する。ミクロ構造に巨視的なひずみを与えたときのエネルギー吸収性能の最大化問題を対象に、既往手法との比較検証を行い、提案手法の妥当性および効率性について示す。

2. 高速フーリエ変換 (FFT) に基づく均質化手法

ほとんどのトポロジー最適化が有限要素法 (FEM) による構造解析を前提としているのに対し、本研究は FFT に基づく均質化手法²⁾に着目した。これは周期性を有するミクロ構造を解くための代替手法であり、弾塑性材料を想定したアルゴリズムは次式のようになる。

$$(A) \quad \varepsilon_j^0(\mathbf{y}) = \varepsilon_{j-1}(\mathbf{y}) + (\varepsilon_{j-1}(\mathbf{y}) - \varepsilon_{j-2}(\mathbf{y})) \\ E_j = \langle \varepsilon_j^0(\mathbf{y}) \rangle \quad (1)$$

(B) iterate :

$$(a) \quad \text{compute } \sigma^k(\mathbf{y}) \text{ from } \varepsilon_j^k(\mathbf{y}), \varepsilon_{j-1}^p(\mathbf{y}), \bar{\varepsilon}_{j-1}^p(\mathbf{y}) \\ (b) \quad \Sigma^k = \langle \sigma^k(\mathbf{y}) \rangle \\ \text{if } \frac{\|\Sigma^k - \Sigma^{k-1}\|}{\|\Sigma^k\|} < \bar{\varepsilon}_{\text{homo}} \text{ break} \quad (2)$$

$$(c) \quad \hat{\sigma}^k(\psi) = \mathcal{F}\mathcal{F}\mathcal{T}(\sigma^k(\mathbf{y})) \\ (d) \quad \varepsilon^{k+1}(\psi) = \varepsilon^k(\psi) - \hat{\mathbb{G}}^0(\psi) : \hat{\sigma}^k(\psi) \quad \forall \psi \neq \mathbf{0} \\ \varepsilon^{k+1}(\mathbf{0}) = E_j \\ (e) \quad \varepsilon_j^{k+1}(\mathbf{y}) = \mathcal{F}\mathcal{F}\mathcal{T}^{-1}(\varepsilon^{k+1}(\psi))$$

$$(C) \quad \varepsilon_j^p(\mathbf{y}) = \varepsilon_{j-1}^p(\mathbf{y}) + \Delta\gamma \mathbf{n} \\ \bar{\varepsilon}_j^p(\mathbf{y}) = \bar{\varepsilon}_{j-1}^p(\mathbf{y}) + \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta\gamma \quad (3)$$

なお、本研究では線形構成則に従う弾塑性材料を想定し、von Mises の降伏基準を採用した。

3. ミクロ構造のエネルギー吸収性能を最大化する最適化問題

ミクロ構造に対してあるマクロひずみを与えたときのエネルギー吸収性能の最大化問題を次式に示す。

$$\text{minimize : } f(\mathbf{s}) = - \sum_{j=1}^n \int_Y \sigma_j(\mathbf{y}) : \Delta \varepsilon_j(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ \text{subject to : } h(\mathbf{s}) = \frac{1}{|Y|} \int_Y s_i d\mathbf{y} - \bar{V} = 0 \\ 0 < s_i \leq 1$$

目的関数 $f(\mathbf{s})$ はユニットセル Y が増分解析 n ステップにわたって吸収するエネルギー、すなわち外力がなす仕事量であり、これにマイナス符号を付けることで最小化問題としている。制約関数 $h(\mathbf{s})$ は体積制約条件であり、ユニットセル Y における材料体積分率が一定であることを表している。

目的関数の設計変数に対する感度 $\partial f / \partial s_i$ は、Kato ら³⁾の感度解析手法を用いることで次式のように陽的に計算できる。

$$\frac{\partial f}{\partial s_i} = - \sum_{j=1}^n \int_Y \frac{\partial \sigma_j}{\partial s_i} : \Delta \varepsilon_j d\mathbf{y} \quad (4)$$

なお、応力感度 $\partial \sigma_j / \partial s_i$ の計算の詳細については省略する。

4. 数値計算例

前章で示した最適化問題について、構造解析を従来のように FEM で解いた場合（従来手法）と FFT で解いた場合（提案手法）の最適化結果および計算時間を比較する。使用した CPU は Intel Xeon Gold 6136 (12 コア 24 スレッド, 3.0

Table 1 Material parameters

	phase-A	phase-B
Young’s modulus (GPa)	2	200
Poisson’s ratio	0.35	0.3
yield stress (GPa)	0.03	0.2
hardening parameter (GPa)	0.02	2
volume fraction (%)	70	30

Table 2 Average compute time per one optimization step

	FEM	FFT
case-1	5.5	0.8
case-2	137.6	2.0

(sec.)

GHz) であり、OpenMP によるスレッド並列計算を行った。境界条件としてユニットセルに与えるマクロひずみ E は次式に示す 2 通りのせん断ひずみであり、それぞれを case-1 および case2 とする。

$$E = \begin{cases} \{0, 0, 0.001\}^T & \text{in case-1} \\ \{0, 0, 0.005\}^T & \text{in case-2} \end{cases} \tag{5}$$

ユニットセルは空隙を含まない二層複合材料で構成されており、それぞれの材料パラメータを Table 1 に示す。これらは特定の材料を想定したものではないが、phase-A と phase-B にはそれぞれ何らかの樹脂および金属材料のような値を設定した。また、ユニットセルの要素数は $256 \times 256 = 65536$ 、増分解析のステップ数は 32 とした。なお、設計変数を更新するアルゴリズムには最適性規準法を使用し、過度に複雑な材料配置を避けるために密度フィルタを使用した。

最適化されたトポロジー（材料配置）を Fig. 1 および Fig. 2 に示す。これらの図から、提案手法を用いた場合であっても従来手法と概ね同一の材料配置が得られることが見て取れる。このときの相当塑性ひずみの分布を Fig. 3 に示す。ただし、case-1 の場合は弾性範囲に収まり塑性ひずみが発生しなかったため省略している。より大きなひずみを与えた case-2 では交差部で材料が降伏しており、case-1 と比較して交差部を補強するような材料配置が得られたのだと推測できる。

それぞれの解析における最適化ステップあたりの計算時間を Table 2 に示す。FEM による従来手法では case-1 に比べて case-2 の計算時間が 25 倍程度と著しく増加している。これは、Newton-Raphson 法による反復計算ごとに連立一次方程式を解く必要があり、塑性範囲での計算量が増加するためである。一方で FFT による提案手法は、そのような計算時間の増加は見られず、塑性範囲であっても高速に解析できることが読み取れる。

5. 結論

本研究は、既往の最適化手法の計算コストの削減を目的として、FFT による均質化手法を用いた弾塑性トポロジー最適化手法の開発を行った。ミクロ構造にせん断ひずみを与える単純な条件において最適化解析を行い、提案手法を用いることで既往手法と同様の最適化結果を大幅に速く求められることを定量的に示した。加えて、提案手法が塑性範囲での解析に特に効果的であることを明らかにした。

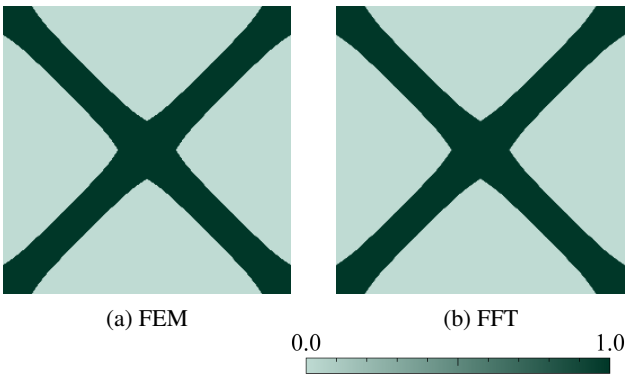


Fig. 1 Optimized topology in case-1 (elastic range)

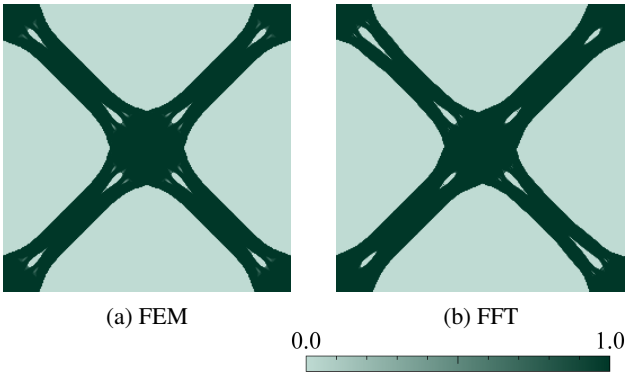


Fig. 2 Optimized topology in case-2 (plastic range)

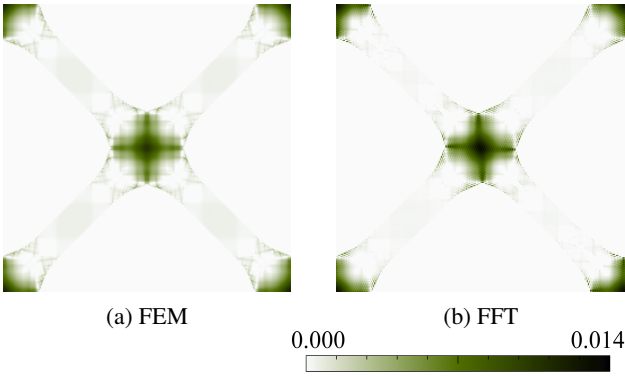


Fig. 3 Equivalent plastic strain distribution in case-2

参考文献

1) J. Kato, D. Yachi, K. Terada, T. Kyoya: Topology optimization of micro-structure for composites applying a decoupling multi-scale analysis, Struct. Multidisc. Optim., 49, pp.595-608, 2014.
2) H. Moulinec and P. Suquet: A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 157, pp.69-94, 1998.
3) J. Kato, H. Hoshiba, S. Takase, K. Terada, T. Kyoya: Analytical sensitivity in topology optimization for elastoplastic composites, Struct. Multidisc. Optim., 52, pp.507-526, 2015.