

弾性除荷時における弾塑性トポロジー最適化の解析的感度の精度検証 (シンポジウム講演概要)

Accuracy Verification of Sensitivity for Elasto-plastic Topology Optimization at The Elastic Unloading Point (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤原 睦樹 (名古屋大・工) 干場 大也 (名古屋大・工) 西口 浩司 (名古屋大・工)
加藤 準治 (名古屋大・工)

Mutsuki FUJIWARA, Nagoya University

Hiroya HOSHIBA, Nagoya University

Koji NISHIGUCHI, Nagoya University

Junji KATO, Nagoya University

E-mail: fujiwara.mutsuki.e5@s.mail.nagoya-u.ac.jp

Topology optimization is a design method that has been developing rapidly in recent years, but has not been used much for designing nonlinear problems due to the difficulty of sensitivity analysis caused by path dependence and other factors. To address this problem, Kato, Hoshiba, et al. succeeded in reducing the computational complexity of sensitivity analysis by assuming a displacement control method and neglecting the implicit derivative term in the sensitivity analysis. However, it is known that reliable sensitivity has not been obtained for cyclic unloading. In this study, the accuracy of sensitivity under repeated unloading will be investigated based on the method of Hoshiba et al.

1. はじめに

トポロジー最適化は、設計領域、境界条件、使用材料をあらかじめ設定し、コンピュータによる逆解析を行うことで力学的に最適な材料配置を求めることができる設計手法である。このトポロジー最適化は近年発展を遂げている3D プリントなどの積層造形技術により注目を集めており、航空分野などではすでに実用化が進んでいる手法である。しかし、これらの設計の多くは線形問題を想定しており、実現に即した非線形問題による設計はあまり進んでいない。これは、経路依存性などの非線形特有の問題が感度解析を複雑にし、膨大な計算時間を必要とするためである。これに対して Kato¹⁾ や干場²⁾ らは、変位制御法を前提とすることで感度解析における陰的な微分項を無視し、感度解析にかかる計算量を減らすことに成功した。特に、干場らは繰り返し載荷を考慮した弾塑性材料のトポロジー最適化手法を開発した。しかし、この研究では再載荷後の感度の精度検証は行われているものの、弾性除荷時における感度の精度については検証されていない。

そこで本研究では干場らの先行研究をもとに、弾塑性材料の繰り返し載荷を考慮したトポロジー最適化の除荷時の感度の精度について検討していく。

2. 最適化問題の設定

本研究では靱性最大化を目的としている。そのため目的関数は吸収エネルギー最大化、つまり変位制御のもとで外力による仕事を最大化するようなものとなっている。

$$\min f(s) = - \int_{\Omega} \int_{\varepsilon} \sigma : d\varepsilon d\Omega \quad (1)$$

ここで、 σ は Cauchy の応力テンソル、 ε はひずみテンソルである。等式制約条件は、構造全体におけるそれぞれの弾塑性材料の体積比が一定となるような式である。

$$\text{s.t. } h(s) = \int_{\Omega} s_j d\Omega - \hat{V} = 0 \quad (2)$$

また、設計変数 s_j は各要素におけるそれぞれの材料の体積比としている。

$$s_j = \frac{r_j}{r_0} \quad 0 \leq s_j \leq 1 \quad (3)$$

ここで r_0 はメッシュ分割された一つのボクセル要素の体積、 r_j はそのボクセル要素の中で材料 1 が占める体積である。

本研究ではこれらの最適化問題を MMA(Moving Method of Asymptotes) を用いて解く。

3. 使用材料モデル

使用する材料モデルは Von-Mises の弾塑性モデルである。本研究では繰り返しの荷重を考えているため、Bauschinger 効果を考える必要がある。そのため硬化則は等方硬化と移動硬化を同時に考慮した複合硬化則を用い、線形硬化を仮定した。降伏関数 Φ 、硬化関数 k および背応力 β の発展式は以下の式で示される。

$$\Phi(\xi, \bar{\varepsilon}^p) = \|\xi\| - \sqrt{\frac{2}{3}} k(\bar{\varepsilon}^p) \quad (4)$$

$$k(\bar{\varepsilon}^p) = \sigma_y + h_{\text{iso}} \bar{\varepsilon}^p \quad (5)$$

$$\Delta \beta_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}} h_{\text{kin}} \Delta \bar{\varepsilon}^p \mathbf{n}_{n+1} \quad (6)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}^p$ は累積塑性ひずみ、 σ_y は初期降伏応力、 $\mathbf{n}$ は流れベクトルである。また、次式で表される ξ は Cauchy 応力の偏差成分 σ' と背応力 β の差である。

$$\xi = \sigma' - \beta \quad (7)$$

さらに、 h_{iso} は等方線形硬化係数、 h_{kin} は移動線形硬化係数であり、それぞれヤング率 E_0 と弾塑性接線係数 E_h から以下のように求められる。

$$h_{\text{iso}} = \theta \frac{E_0 E_h}{E_0 - E_h} \quad (8)$$

$$h_{\text{kin}} = (1 - \theta) \frac{E_0 E_h}{E_0 - E_h} \quad (9)$$

ここで θ は硬化係数のうち等方硬化に寄与する割合を表している。

また、式 (3) の設計変数をもとに 2 材料間の中間密度におけるヤング率 E ，弾塑性接線係数 E_h ，初期降伏応力 σ_y の 3 つの材料パラメータは以下のように内挿される。

$$E_0 = (1 - s_i^p)E_1 + s_i^p E_2 \tag{10}$$

$$E_h = (1 - s_i^p)E_{h1} + s_i^p E_{h2} \tag{11}$$

$$\sigma_y = (1 - s_i^p)\sigma_{y1} + s_i^p \sigma_{y2} \tag{12}$$

ここで、 p はペナルティパラメータであり、本研究では $p = 3$ を使用している。

4. 感度解析

本研究では MMA を用いて最適化問題を解いていくため、設計変数を更新するための目的関数の感度、すなわち目的関数の設計変数による偏微分の導出が必要となる。本研究では目的関数の感度の導出の際に Kato ら¹⁾ の手法を用いている。これは、変位制御法という限定的な条件のもと、目的関数の感度における陰的な微分項を消去することで複雑な感度解析の一部分を省略する手法である。この手法により目的関数の感度は以下のように簡略化した形で表される。

$$\frac{\partial f_{n+1}}{\partial s_j} = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial s_j} \right) : \Delta \epsilon_{n+1} d\Omega \tag{13}$$

したがって、陽的に求めることができる応力感度のみで解析の感度を得ることができる。この応力感度についてはリターンマッピングアルゴリズムによる応力の更新式を設計変数で微分して求めていく必要があるが、紙面の都合上その詳細な導出については省略する。

5. 感度の精度検証

前節で求めた感度を有限差分近似のものと比較し、その感度の精度検証を行う。有限差分近似は計算時間が長く実用的な計算には向かないが、高い精度を有するため解析的感度の精度検証におけるベンチマークとしてよく用いられている。有限差分近似による目的関数の感度は次式で表される。

$$\frac{\partial f}{\partial s_j} = \frac{f(s + \Delta s) - f(s)}{\Delta s_i}, \Delta s_j = \delta_{ij} \Delta s_i \tag{14}$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーデルタ、 Δs_i は設計変数のわずかな変化である。本研究では $\Delta s_i = 1.0 \times 10^{-7}$ としている。

続いて計算条件を示す。境界条件は Fig.1 に示すような上下端固定の柱を想定し、設計変数の初期状態は全領域一様に 0.5 となるように設定した。用いた材料パラメータは Table1 に示す通りで、今回は θ の値を変えることで移動硬化の寄与割合を変えた 3 種類の結果を示す。また、変位制御のもと荷重変位曲線が Fig.2 となるような 1 ループの繰り返し荷重で計算を回し、それぞれのステップで解析的感度の精度検証をおこなった。紙面の都合上、詳細な比較結果に関しては講演会当日に示す。

6. 結論

本研究では弾塑性材料の繰り返し载荷を考慮したトポロジー最適化手法を構築し、得られた解析的感度の精度検証および最適化結果の考察を行った。詳細な結果については講演会当日に示す。

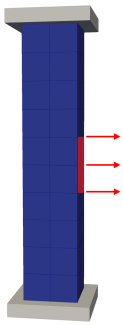


Fig. 1 Boundary Condition

Table 1 Material Parameters for Varification of Sensitivity

	Material1	Material2
E_0 (MPa)	30.0	1960.0
ν_0	0.3	0.3
σ_y (MPa)	1.0	2.9
E_h (MPa)	10	900
θ	0.6 or 0.8 or 1.0	0.6 or 0.8 or 1.0

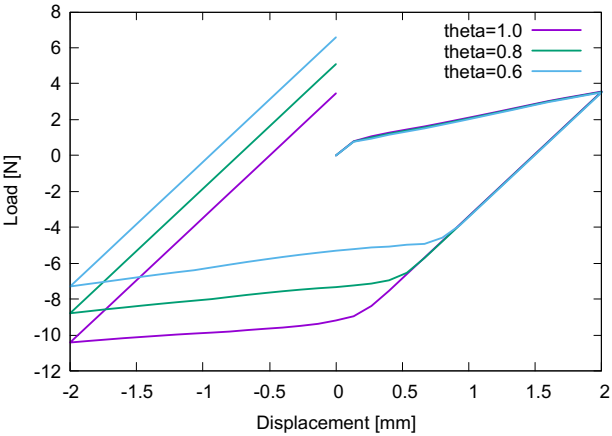


Fig. 2 Load-Displacement Curve

参考文献

1) J. Kato, H. Hoshiba, K. Terada and T. Kyoya: Analytical sensitivity in topology optimization for elastoplastic composites, Structural and Multidisciplinary Optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, 52(3), pp.507-526, 2015
2) 干場大也, 加藤準治, 高瀬慎介, 寺田賢二郎, 京谷孝史: 弾塑性材料の繰り返し载荷を考慮したマルチフェーズトポロジー最適化および解析的感度の精度検証, 土木学会論文集 A2 (応用力学), 70(2), p.p.317-328,2014