# レベルセット法に基づく **3D-printing FRP** における連続繊維の配置の最適化 (シンポジウム講演概要)

Optimization of continuous fiber layout in 3D-printing FRP based on level set method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

森部 天仁(名古屋大・工)干場 大也(名古屋大・工)西口 浩司(名古屋大・工)加藤 準治(名古屋大・工)

Takahito MORIBE, Nagoya University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: moribe.takahito.i4@s.mail.nagoya-u.ac.jp

Nowadays, the development of additive manufacturing technology has made it possible to print not only metals and cements, but even continuous fiber-reinforced plastics (FRP) with 3D printers. In this study, we propose an optimal design method for continuous fiber reinforced plastic that are designed to be formed by a 3D-printer (3DP-FRP). The continuous fibers, which are the most important feature of 3DP-FRP, are represented based on

the Embedded model, and the optimal arrangement and orientation of the fibers are obtained by level set method.

## 1. はじめに

近年,積層造形技術の発展に伴い,金属や樹脂,セラミック,セメント,そして繊維強化プラスチック(FRP)が 3D プリンタで造形できるようになりつつある.中でも,連続繊維を有する FRP 材料をプリントする 3D 積層造形技術の登場は,さまざまな工学分野におけるものづくりの新時代を切り開くものとして注目されている.この技術の最大の利点は,短繊維よりも高い強度や剛性を持つ連続繊維の配置や配向を,積層面内で自由に変更できることである.

しかし、3D プリンタで造形することを前提とした連続繊維(以下、3DP-FRPと略す)の配置や配向の設計方法についてはこれまで深く検討されてこなかった.また,このような設計自由度の高い 3D-FRP に対して,従来の FRP を対象とした設計手法や経験則では限界があり、3DP-FRP 本来の性能を引出すことはできない.よって,計算機による逆解析手法で最適な連続繊維の配置や配向,もしくはトポロジーを求めることが有効であると考えられる.

このような背景から、本研究では、3D プリンタで造形されることを前提とした連続繊維強化プラスチックの最適設計手法を開発することを目的とする.

まず、本研究では、3DP-FRPの最大の特徴である連続繊維材料の表現法について示す。次に、それによって表現された連続繊維の配置や配向を最適化することで3DP-FRP構造の剛性最大化を目的とする手法を提案する。

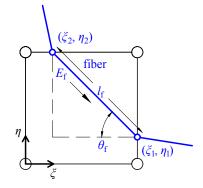
## 2. 連続繊維の材料表現

本研究では、鉄筋コンクリートの数値解析における強化鉄筋のモデルとして、Chang らによって提案された  $Embedded\ model^{1)}$  を、3DP-FRP の最大の特徴である連続繊維の材料表現に用いる.

Embedded model による材料表現の概要を以下の Fig.1 に示す. ここで連続繊維は以下の 2 つの仮定に基づく.

- (a) 繊維は、任意の要素中において直線で配置され、その断面積は一定である.
- (b) 繊維剛性は、その繊維方向にのみ寄与する.

ここで、繊維が通過する任意の要素の要素剛性マトリクスを、以下のように繊維成分と母材成分の重ね合わせによって表現する.



- onode of finite element
- boundary of finite element
- fiber intersection point on boundary
  - fiber

Fig. 1 Representation of fiber with Embedded model

$$K_{\text{ele}} = K_{\text{f}} + K_{\text{m}} \tag{1}$$

ここで、 $K_{ele}$ 、 $K_f$ 、 $K_m$  はそれぞれ、要素および繊維、母材の剛性マトリクスである。また、上記の仮定より、繊維の剛性マトリクス  $K_f$  は以下のように表される。

$$K_{\rm f} = A_{\rm f} E_{\rm f} \int_{l_{\rm f}} \boldsymbol{B}^{\rm T} \boldsymbol{T}^{\rm T} \boldsymbol{T} \boldsymbol{B} dl$$
 (2)

$$T = \left[\cos^2 \theta, \sin^2 \theta, \cos \theta \sin \theta\right] \tag{3}$$

ここで、 $A_f$ 、 $l_f$ 、 $E_f$ 、B はそれぞれ、通過する繊維の断面積、要素内の繊維長さ、繊維のヤング率、ひずみ-変位関係を表すBマトリクスであり、T は座標変換ベクトルである.

# 3. レベルセット法に基づく連続繊維の配置の最適化

連続繊維の生成および制御には、レベルセット法 <sup>2)3)</sup> を用いる. レベルセット関数によって描かれる等値線を

連続繊維として扱い、前章で示した手法でモデル化する. レベルセット関数の更新については、従来の手法と同様 にハミルトン-ヤコビ方程式に基づいて行うが、繊維のよ うな極めて異方性の高い材料を扱う最適化問題では、材 料の初期配置に強く依存する結果となる.そこで、本研 究では以下のような手順で、比較的大域的な最適解に近 い結果が得られるように繊維の初期配置を求め、レベル セット法に基づいた最適化を行う.

Step1. 母材を等方性材料と仮定し、母材のみを対象としたレベルセット法に基づくトポロジー最適化を行う.

Step2. Step1 の結果を参照し、レベルセット関数が描く ある等値線に沿って繊維を挿入し、繊維を含めた形 状最適化を行う.

また,通常レベルセット法では,領域の境界上もしくはその近傍でのみ外形形状の感度やレベルセット関数の更新速度を導出する場合が多い.しかし,提案する手法では,そういった領域から離れた位置に繊維が配置されることを考え,繊維の近傍で得られる繊維の配置に関する感度を,境界近傍のグリッド上へ伝搬させることにより,外形形状へと反映させるようにした.

## 4. 数值計算例

ここでは、本研究が提案する最適化手法を適用した例を示す。Fig.2 に計算に使用した解析モデルを示す。計算条件として、母材のヤング率を 1 GPa、繊維のヤング率を 30 GPa、また、母材と繊維のポアソン比を 0.3 とした。母材の体積制約としては 60 %を用いた。また、Step1 の母材のトポロジー最適化後、 $\phi=1.1$  および 2.1 の等値線上に繊維を挿入し、Step2 の連続繊維を含めた形状最適化を行った。

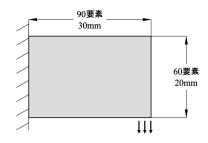


Fig. 2 Design domain and boundary conditions

Fig.3 に目的関数値の推移を, Fig.4~6 にそれぞれ初期 状態, 母材のトポロジー最適化結果, 連続繊維を挿入し た形状最適化結果を示す.

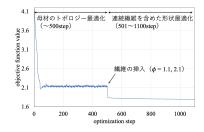


Fig. 3 The history of objective function value

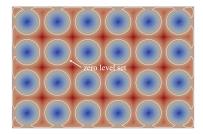


Fig. 4 Step 0 (objective function value: 4.171)

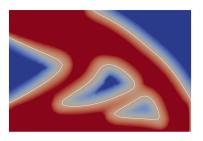


Fig. 5 Step 500 (objective function value: 1.855)

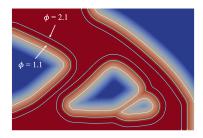


Fig. 6 Step 1100 (objective function value: 1.796)

## 5. 結論

本研究では、Embedded model を用いて連続繊維を表現し、レベルセット法に基づいて繊維の配置や配向を最適化することで、3DP-FRP 構造の剛性を最大化する手法を提案した。母材のトポロジー最適化を行った後、その結果に基づいて繊維を挿入し形状最適化を行うことで、繊維材料の初期値依存性を緩和しつつ、最終形状では繊維の挿入直後よりも性能が向上することが確認できた。

## 参考文献

- 1) T. Y. Chang, H. Taniguchi, W. F. Chen: Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete panels, Journal of Structural Engineering, 113, pp.122-140, 1987.
- 2) M. Y. Wang, X. Wang and D. Guo: A level set method for structural topology optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192, pp.227-246, 2003.
- 3) G. Allaire, F. Jouve, A. Toader: Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, Journal of Computational Physics, 194, pp.363-393, 2004.