

位相速度の空間的なばらつきに対する弾性波の反射特性に関する一考察 (シンポジウム講演概要)

A Study on reflection characteristics of elastic waves on spatial variations of phase velocity (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

古川 陽 (北海道大・工学研究院) 袴田 柊 (北海道大・工学部)

Akira FURUKAWA, Hokkaido University

Shu HAKAMADA, Hokkaido University

E-mail: afurukawa@eng.hokudai.ac.jp

In this study, we consider the reflection characteristics of elastic waves on account spatial variations of phase velocity by numerical computation. One-dimensional problem is considered, and the variation of the phase velocity distribution is expressed using Haar wavelets and random numbers. From the comparison of the computation results, we confirmed that the mean and standard deviation of the reflection coefficients are affected not only by the wavelength of the incident wave, but also by the resolution of the wavelet function.

1. はじめに

弾性波の性質は、材料物性値の空間的なばらつきに影響を受けることが知られている。例えば、コンクリート材料の場合、材料物性値のばらつきは、モルタルや骨材などの材料の構成要素や、損傷によって生じるき裂群などに影響を受ける。そのため、材料物性値のばらつきと弾性波の性質について整理することは、超音波非破壊評価に代表される弾性波の工学的な応用において重要である。

このような背景から、本研究では、材料物性値の空間的なばらつきが弾性波の反射に与える影響について、数値計算を用いて考察する。数値計算においては、1次元問題を考え、材料物性値のばらつきは位相速度の変化によって与える。位相速度にばらつきを有する領域は多層構造で表現し、その材料物性値は乱数によって与える。さらに、材料の物性値分布の表現に Haar ウェーブレットを用いることで、ばらつきの空間分布を解像度という観点から整理する。

2. 解析手法

本研究で取り扱う解析領域は線形弾性体によって構成され、次式で定義される。

$$V = \{x | x \in [0, H)\} \quad (1)$$

$$V_0 = \{x | x \in (-\infty, 0) \cup [H, \infty)\} \quad (2)$$

ここに、 H は領域 V の厚さを表す。また、これらの領域を Fig. 1 に示す。同図において、領域 V は1次元多層構造を有しており、各層の位相速度を変化させることで、材料物性値の空間的なばらつきを表現する。一方、領域 V_0 は均質領域とする。入射波は平面波とし、均質領域 V_0 の無限

遠方 ($x = -\infty$) から x 軸の正の方向に進行する。このとき、入射波の波長は λ とする。均質領域 V_0 と領域 V を構成する各層において材料物性値が異なると仮定すると、領域 V に到達した入射波は反射・透過する。このような問題は、各層の界面における波の反射・透過を考えることで解くことができる¹⁾。本研究では、領域 V に対する反射特性を、以下で定義する反射係数 $\bar{R}$ によって表現する。

$$\bar{R} = \frac{\bar{u}^{\text{refl}}(0)}{\bar{u}^{\text{in}}(0)} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{u}^{\text{in}}(0)$ および $\bar{u}^{\text{refl}}(0)$ は、Fig. 1 に示す入射波および反射波の変位に対する複素振幅に対応し、周波数 f の関数である。

Fig. 1 に示す領域における弾性波の位相速度の空間分布は、以下の式で与える。

$$c(x) = \begin{cases} c_0 F(x/H) & : x \in [0, H) \\ c_0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 c_0 は均質領域 V_0 の位相速度を表す。また、力学的インピーダンスは、式 (4) に示す位相速度 $c(x)$ を用いて、次式で与える。

$$Z(x) = \rho_0 c(x); x \in (-\infty, \infty) \quad (5)$$

ここに、 ρ_0 は均質領域 V_0 の密度を表す。また、式 (4) において、関数 $F(\cdot)$ は材料物性値の空間的なばらつきを表現し、以下の式で与える。

$$F(s) = \sum_{j=1}^N \tilde{b}_j(s) \tilde{f}_j; s \in [0, 1) \quad (6)$$

ここに、 $\tilde{b}_j(\cdot)$ は空間的なばらつきを表現するための基底関数、 $\tilde{f}_j$ は係数を表す。本研究では多重解像度表現を用いて関数 $F(\cdot)$ を表現する。そのため、 N は最大解像度 J を用いて $N = 2^J$ で与え、基底関数 $\tilde{b}_j(\cdot)$ は Haar ウェーブレット²⁾を用いて次式で与える。

$$\tilde{b}_j(s) = \begin{cases} \phi(s) & : j = 1 \\ \psi(2^m s - n) & : j = 2^m + n + 1 \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 $m = 0, 1, \dots, J-1$ および $n = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ である。このとき、関数 $\phi(\cdot)$ および $\psi(\cdot)$ は、以下に示す Haar ウェーブレットのスケーリング関数とウェーブレット関数

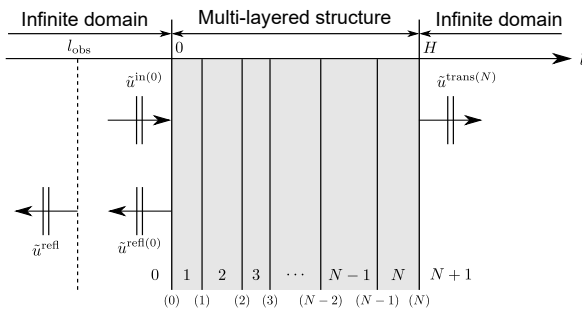
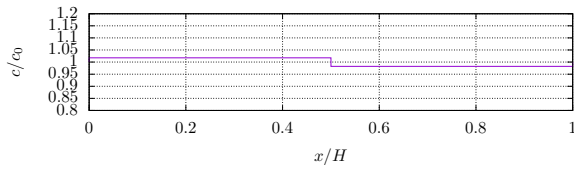
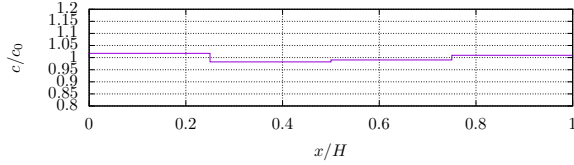
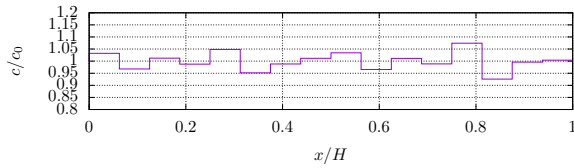
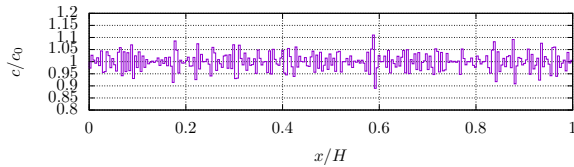


Fig. 1 Analytical domain.

Fig. 2 Spatial distribution of phase velocity in V ($J = 1$).Fig. 3 Spatial distribution of phase velocity in V ($J = 2$).Fig. 4 Spatial distribution of phase velocity in V ($J = 4$).Fig. 5 Spatial distribution of phase velocity in V ($J = 8$).

で与える.

$$\phi(s) = \begin{cases} 1 & : s \in [0, 1) \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$\psi(s) = \begin{cases} 1 & : s \in [0, 1/2) \\ -1 & : s \in [1/2, 1) \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

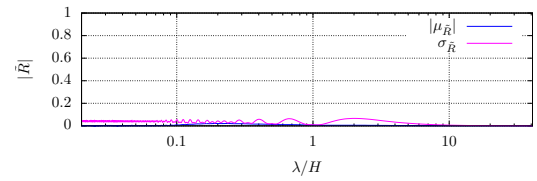
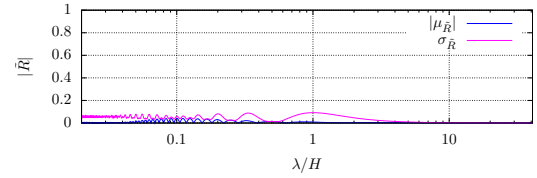
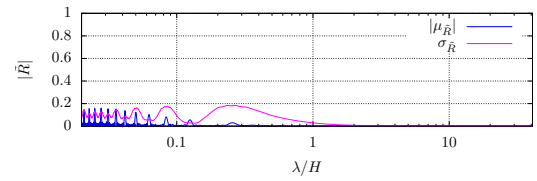
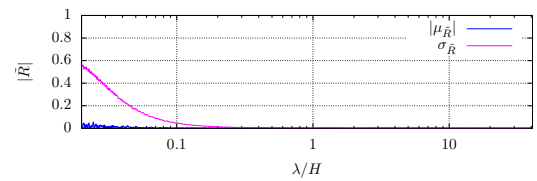
さらに, 式 (6) に含まれる係数 $\check{f}_j$ は, 次式で与える.

$$\check{f}_j = \begin{cases} 1 & : j = 1 \\ Y_j & : j = N/2 + 1, N/2 + 2, \dots, N \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

ここに, Y_j は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う乱数である. ただし, μ, σ は乱数 Y_j の平均と標準偏差を表す. 式 (10) では, $j = N/2 + 1, N/2 + 2, \dots, N$ の成分にのみ乱数を代入する. これは, 最大解像度 J に対応する成分にのみ, ばらつきが生じることを意味する. なお, Fig. 2 から Fig. 5 には, 領域 V における位相速度 $c(x)$ の空間分布の計算例を示す. これらの図から, 最大解像度 J に応じて, 位相速度の空間分布の特徴が変化していることが確認できる.

3. 数値計算例

前節に示した解析手法を用いて数値計算を行い, その結果を整理する. 均質領域 V_0 における位相速度は $c_0 = 1$ とし, 密度は $\rho_0 = 1$ とした. 領域 V の厚さは $H = 1$ とし, 材料物性値の空間分布を表現するための最大解像度は $J = 1, 2, 4, 8$ とした. 乱数 Y_j の計算では, 平均を $\mu = 0$ とし, 標準偏差を $\sigma = 0.1/3$ とした. 式 (3) によって得られる反射係数 $\bar{R}$ は, 前述の条件ごとに 500 ケースずつ実施し

Fig. 6 Reflection coefficient ($\sigma = 0.1/3$, $J = 1$).Fig. 7 Reflection coefficient ($\sigma = 0.1/3$, $J = 2$).Fig. 8 Reflection coefficient ($\sigma = 0.1/3$, $J = 4$).Fig. 9 Reflection coefficient ($\sigma = 0.1/3$, $J = 8$).

た. 得られた結果から, 反射係数の平均 $\mu_{\bar{R}}$ と標準偏差 $\sigma_{\bar{R}}$ を計算した.

解析結果として, Fig. 6 から Fig. 9 に, 反射係数の平均の絶対値 $|\mu_{\bar{R}}|$, 標準偏差 $\sigma_{\bar{R}}$ を示す. これらの図では, 横軸は入射波の波長 λ に対応する. Fig. 6 から Fig. 8 に示す結果では, 反射係数の平均 $|\mu_{\bar{R}}|$ および標準偏差 $\sigma_{\bar{R}}$ に複数のピークが出現する様子が確認された. 加えて, これらのピークに対応する波長は, 最大解像度 J に対応して変化することが確認された. 一方, Fig. 9 に示す結果では, 反射係数の平均・標準偏差に明瞭なピークは確認できなかった. さらに, 平均 $|\mu_{\bar{R}}|$ は, 他の結果と比較して極めて小さくなった.

4. おわりに

本研究では, 位相速度の空間的なばらつきを考慮し, 弾性波の反射係数の数値計算を行った. 位相速度分布のばらつきは乱数を用いて表現し, 各条件における計算結果を統計的に整理した. 本研究の解析手法では, 位相速度の空間分布の表現に Haar ウェーブレットを用いており, ばらつきを解像度という観点から整理した. 本稿に示す数値解析例では, 反射係数の平均 $|\mu_{\bar{R}}|$, 標準偏差 $\sigma_{\bar{R}}$ を示した. 計算結果の比較から, 反射係数の平均・標準偏差は, 入射波の波長のみならず, ばらつきを表現する解像度にも影響を受けることを確認した.

参考文献

- 1) 斎藤正徳: 地震波動論, 東京大学出版会, 2009.
- 2) 和田成夫: よくわかる信号処理, 森北出版, 2009.