

レール凹凸の空間的ばらつきのモデル化が 軌道振動解析結果に及ぼす影響 (シンポジウム講演概要)

Influence of modeling of spatial variation of surface profile
on simulated dynamic response of railway track
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

紅露一寛 (新潟大・工)

Kazuhiro KORO, Niigata University

E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

The variation of wheel-rail contact force induced by the spatial variation of surface profile of rails is simulated with the stochastic FEM (SFEM) and the stochastic collocation method. The spatial variation of rail surface profile is prescribed with Karhunen-Loeve expansion. The covariance kernel of the surface profile is modeled with 6-type functions. The influence of modeling of the spatial variation of the surface profile on the simulated force is investigated through numerical tests.

1. はじめに

軌道はレール、まくらぎ、軌道パッド、防振パッド、道床、路盤などから構成されるが、軌道各部の構成要素にはその形状特性値や材料物性値に様々なばらつきが内在している。一方で、これまでの軌道振動解析の大半は決定論的解析であり、構成部材の形状特性値や物性値のばらつきの影響を考慮した確率論的解析はわずかである^{1),2)}。軌道振動応答を考える上では、レール頭頂面や車輪踏面の凹凸や傷などが存在する条件下で車両が走行することで、軌道設計上検討が必要となる動的応答が観測される。これらレールや車輪の不整に起因する振動発生源として、レール頭頂面の凹凸を設定した車両・軌道連成振動解析を行なうことが一般的となっている。しかし、これらの不整は必ずしも定量的に設定できるものだけでなく、不規則・不確実な物理量として取り扱うことが現実的な場合も多々ある。

レール凹凸を考慮した振動解析を行う場合、継目落ちのようにその発生要因が明確で、観測可能なものについては決定論的に与えることはできるが、そうでない場合では、レール凹凸を確率変数として取り扱うことが妥当である。その場合、空間的に無相関な不規則に生じるものとして設定するか、軌道縦断方向の空間相関を仮定して凹凸を設定するかのいずれかの取り扱いが考えられる。特に、レール凹凸に空間の相関構造が存在するものとした場合、その相関構造のモデル化が必要となるが、モデル選択が振動解析結果に及ぼす影響や、振動解析を行なう際の確率空間での離散化条件が振動解析結果に及ぼす影響については未検討となっている。そこで本研究では、レール凹凸の空間的ばらつきを Karhunen-Loeve 展開でモデル化し、数値解の確率空間での応答を polynomial chaos(PC) 展開で近似表現した場合を対象に、空間の相関構造のモデル選択の影響や確率空間での離散化条件の影響について検討する。なお、確率論的解析は、stochastic collocation method に基づき行なうこととする。

2. 軌道振動解析モデル

軌道振動解析において用いた解析モデルを Fig.1 に示す。車両の動的応答は、上部からの死荷重の作用を受ける質点で表現した車輪の鉛直振動を考慮する。レールは Euler はり、軌道パッドの作用力は Voigt ユニットで評価する。

j 番目の走行車輪とレールとの接触力 $P_j (j = 1, 2, \dots, N_w)$ は、Hertz 接触理論により次式で定義する。

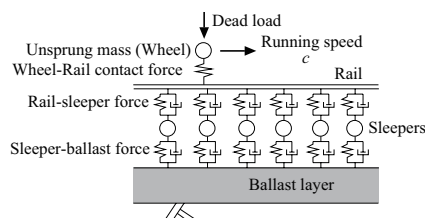


Fig. 1 振動解析モデル

$$P_j = k_c \delta_{c,j}^{3/2}, \quad \delta_{c,j} = u_{w,j} - u_{c,j} + S(x_{c,j}) \quad (1)$$

ここで、 N_w は走行車輪数、 k_c は Hertz 理論に基づき評価される接触ばね係数、 $u_{w,j}$ は車輪鉛直変位、 $u_{c,j}$ はレール・車輪接触点 $x_{c,j}$ におけるレールたわみ、 $S(x_{c,j})$ は接触点におけるレール凹凸量である。

レール凹凸 S は、その空間的ばらつきを考慮するために、Karhunen-Loeve 展開により次式で与える。

$$S(x_{c,j}) = \bar{S} + \sum_{k=1}^{N_{KL}} \xi_k \sqrt{\lambda_k} f_k(x_{c,j}) \quad (2)$$

ここで、 $\bar{S}$ は S の期待値である。 λ_k 、 f_k はそれぞれ S の共分散関数 $C(x; y)$ の固有値と固有関数であり、次の積分方程式を満足する。

$$\lambda_k f_k(y) = \int_{\Omega} C(x; y) f_k(x) d\Omega_x \quad (3)$$

なお、 Ω はばらつきを考慮する領域である。固有値 λ_k と固有関数 f_k の評価に際しては、 f に関する有限要素近似

$$f_k(x) = \sum_{i=1}^n f_{k,i} \phi_i(x) \quad (4)$$

を導入し、生じた残差に $\phi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ を重み関数とした Galerkin 方法を適用すると、次の一般固有値問題を得る。

$$\lambda_k [\mathbf{M}] \{f_k\} = [\mathbf{K}] \{f_k\} \quad (5)$$

共分散関数 C の固有値と固有関数は、式 (5) の固有値問題を数値的に解いて与えることとする。

3. 確率空間における軌道各部の動的応答の近似評価

式 (1)、式 (2) を車輪・レール接触力の定義式にそれぞれ適用した上で、レールたわみや作用力等の確率空間での応

答 $Q(\xi)$ に対し次式の polynomial chaos(PC) 展開を導入し、有限要素近似とあわせて適用する。

$$Q(x, t, \xi) = \sum_{j=1}^{N_{PC}} Q_j(x, t) \Phi_j(\xi) \quad (6)$$

なお、 N_{PC} は PC 展開項数、 Q_j は展開係数、 Φ_j は polynomial chaos³⁾、 ξ は上述の確率変数 $\xi_m (m = 1, 2, \dots, N_{KL})$ を成分にもつベクトルである。軌道各部の応答 Q の PC 展開係数 $Q_j(x, t)$ は、 N_{mcs} 通りの確率変数 ξ の下で行った決定論的解析結果を用いて、stochastic collocation method⁴⁾ により最小二乗近似を適用して得られた次式で評価する。

$$\sum_{\beta=1}^{N_{PC}} \sum_{m=1}^{N_{mcs}} \Phi_{\alpha}(\xi_m) \Phi_{\beta}(\xi_m) Q_{\beta} = \sum_{m=1}^{N_{mcs}} Q(\xi_m) \Phi_{\alpha}(\xi_m) \quad (7)$$

なお、 $\alpha = 1, 2, \dots, N_{PC}$ である。

動的応答 Q の期待値 $\bar{Q}$ と標準偏差 σ_Q は、次式で評価できる。

$$\bar{Q}(x, t) = Q_1(x, t), \quad \sigma_Q^2 = \sum_{m=2}^{N_{PC}} Q_m^2 \quad (8)$$

4. 解析条件

解析では、まくらぎ 11 本を 0.56m 間隔で配置された軌道を考え、レールは 60kg レールを対象とする。今回は空間的ばらつきを考慮する次の 6 種類の共分散関数のいずれかを選択して解析する。

$$\text{Case 1: } C(x; y) = \sigma^2 \exp\left[-\frac{r}{b}\right] \quad (9)$$

$$\text{Case 2: } C(x; y) = \sigma^2 [1 - dr] \quad (10)$$

$$\text{Case 3: } C(x; y) = \sigma^2 \exp\left[-\left(\frac{r}{b}\right)^2\right] \quad (11)$$

$$\text{Case 4: } C(x; y) = \sigma^2 \left(1 + \frac{\sqrt{3}r}{b}\right) \exp\left[-\frac{\sqrt{3}r}{b}\right] \quad (12)$$

$$\text{Case 5: } C(x; y) = \sigma^2 \left(1 + \frac{\sqrt{5}r}{b} + \frac{5r^2}{3b^2}\right) \exp\left[-\frac{\sqrt{5}r}{b}\right] \quad (13)$$

$$\text{Case 6: } C(x; y) = \sigma^2 \left(1 + \frac{r^2}{2b^2}\right) \quad (14)$$

なお、 $r = |x - y|$ である。 d はレール長さの逆数 (1/m) で与え、 $b = 0.15(\text{m})$ とした。

レールの材料物性値・形状特性値は、Young 率 $E = 210(\text{GPa})$ 、質量密度 $7.85 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$ 、断面積 $A = 77.50 \times 10^{-4}(\text{m}^2)$ 、断面二次モーメント $I = 3090 \times 10^{-8}(\text{m}^4)$ とし、これらのばらつきは存在しないものとした。レール凹凸の期待値は 0、標準偏差は 0.5(mm) とした。Stochastic collocation method を適用する際には、 $N_{sim} = 200$ に設定した。

軌道パッドのばね定数は $k_{rp} = 50(\text{MN/m})$ 、減衰係数は $\eta_{rp} = 98(\text{kNs/m})$ 、まくらぎ質量は 130(kg)、まくらぎ支持部のばね定数は $k_s = 84(\text{MN/m})$ 、減衰係数は $\eta_s = 98(\text{kNs/m})$ とした。車輪は 1 輪 (質量 900(kg)) が 30(m/s) で定速走行し、上載荷重は 45.57(kN) とした。

5. 解析結果

レール凹凸のばらつきの影響が最も大きく発現すると思われる、レール・車輪接触力の期待値と標準偏差と車輪走行位置との関係を Fig.2 に示す。なお、ここで示した解析結果は、レール凹凸の空間的ばらつきを与える KL 展開項数は $N_{KL} = 5$ 、PC 展開項数の多項式次数を一次としてお

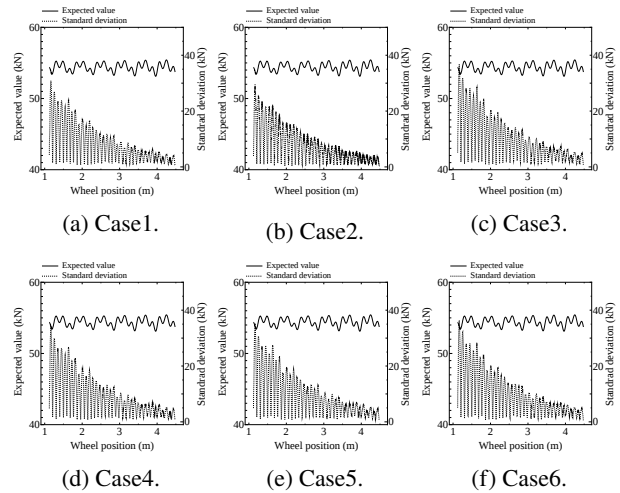


Fig.2 レール・車輪接触力と車輪走行位置の関係

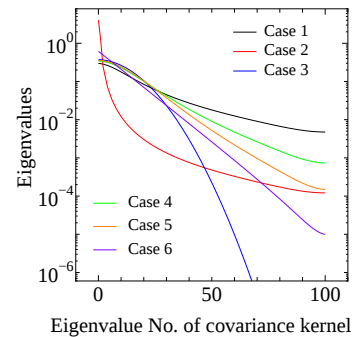


Fig.3 6 種類の共分散関数の固有値分布

り、PC 展開項数は $N_{PC} = 1 + 5 = 6$ となる。今回の解析では、レール・車輪接触力の標準偏差は車輪走行開始直後を最大 (期待値の 5% 程度) として、過渡応答の低減とともに解析結果に伝播するばらつきの影響が漸減している。6 通りの共分散関数の設定の元では、標準偏差の発現傾向や大きさの違いはほとんど認められないことがわかる。この原因は、共分散関数の固有値分布に起因するものである。Fig.3 に示した 6 種類の共分散関数の固有値分布から、特に Case1 と Case3~Case6 では 30 次以下の低次の固有関数に対応する固有値の大きさが概ね同オーダーとなっており、今回の KL 展開項数の設定では共分散関数の選択の違いがほとんど発現しないためであると考えられる。その他、KL 展開項数や PC 展開次数の設定、車輪走行速度の影響等に関する検討結果については、講演会当日に示す。

参考文献

- 1) Andersen, L. & Nielsen, S.R.K.: Vibration of a track caused by variation of the foundation stiffness. *Prob. Engrg. Mech.*, Vol.18, pp.171-184, 2003.
- 2) 紅露一寛, 阿部和久: レールに関する複数の材料物性値・形状特性値の空間的ばらつきが車両・軌道連成振動応答に及ぼす影響. 土木学会論文集, Vol.79, No.15, 22-15027, 2023.
- 3) Ghanem, R.G. & Spanos, P.G.: Stochastic finite elements. Dover, 1991.
- 4) Achharjee, S., Zabaraz, N.: A non-intrusive stochastic Galerkin approach for modeling uncertainty propagation in deformation process. *Comp. & Struct.*, Vol.85, pp.244-254, 2007.