

ビルディング・キューブ法に基づく構造体と混相流の連成解析 (シンポジウム講演概要)

Coupled analysis of structures and multiphase flows based on the building-cube method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

森下 将吏 (名古屋大) 西口 浩司 (名古屋大) 嶋田 宗将 (神戸大)
千場 大也 (名古屋大) 加藤 準治 (名古屋大)

Masashi Morishita, Nagoya University

Koji Nishiguchi, Nagoya University

Tokimasa Shimada, Kobe University

Hiroya Hoshiba, Nagoya University

Junji Kato, Nagoya University

E-mail: morishita.masashi.m3@s.mail.nagoya-u.ac.jp

High-speed flooding flows that occur in swift-flowing river basins and near river bank failures cause damage to building envelopes and other structures due to unsteady hydrodynamic forces. However, there are few studies on the coupled analysis of three-dimensional gas-liquid two-phase flow and elastic structures because of the large computational cost. In this study, we focus on the Eulerian solution method based on the orthogonal mesh method, which is suitable for massively parallel computation. We propose a coupled analysis method of multiphase flows and structures based on the building cube method for large-scale coupled analysis of flooding flows and structures.

1. 緒言

山間部の急流河川流域や河川堤防の決壊場所近傍で発生する高速な氾濫流は、その非定常流体力により、建築物外壁などの構造体の損壊・流失などの被害を生じ得る。既往の氾濫解析では、1次元または2次元モデルの洪水解析モデル^{1),2)}が使用されることが一般的である。上記の研究は、2次元モデルまたはフィールドデータから得られた速度と水深を使用しているため、氾濫流の3次元構造や非定常な流体力、および構造体との相互作用の評価は困難である。既往研究では、Kankanamge らが3次元の気液二相流と剛体でモデル化した構造体との連成解析を行っている³⁾。ただし、3次元の気液二相流と弾性構造体の連成解析は、計算コストが大きい、最大で322万要素の計算メッシュ（最小要素サイズ10mm）の数値解析しか行われておらず、氾濫流と構造体との連成挙動の解明のために、さらなる大規模解析が望まれる。

そこで本研究では、超並列計算に適した直交メッシュ法に基づくオイラー型解法に着目する⁴⁾。この手法では、ビルディング・キューブ法(BCM)⁵⁾と呼ばれる階層型直交メッシュ法を用いることで、各プロセッサの計算負荷が均等になり、メモリアクセスが局所的かつ連続的になるため、高い並列化効率を実現できる⁴⁾。ただし、オイラー型解法⁴⁾では、移流計算に伴う界面および固体内部変数の数値拡散が生じるため、複雑構造および非線形固体材料の取り扱いが困難であった。そこで著者らは、これらの数値拡散を根本的に回避するために、構造領域をラグランジュ粒子によって表現し、移流による固体界面と固体内部変数の数値拡散を回避する手法⁶⁾を提案した。しかし、著者らの提案手法⁶⁾は、構造と混相流の連成問題に拡張されていない。

以上より本研究では、氾濫流と構造体との大規模な連成解析を目指して、ビルディング・キューブ法に基づく構造体と混相流の連成解析手法を提案することを目的とする。

2. 基礎方程式

本研究では、非圧縮性の仮定の下で固体と流体の基礎方程式を体積平均化した方程式を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_{\text{mix}} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_{\text{mix}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{mix}}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{mix}} \cdot \nabla) \mathbf{v}_{\text{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} \mathbf{b} \quad (2)$$

式(1)(2)の各物理量はそれぞれ以下のように定義される。

$$\mathbf{v}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\mathbf{v}}_i \quad (3)$$

$$\rho_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \rho_i \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \quad (5)$$

式(3)(4)(5)において、 ϕ_i は検査体積中の物質*i*の体積率である。本研究の数値計算においては、 ϕ_i は一つの計算セルにおける物質*i*の体積率に相当する。式(1)(2)では、各物質の速度 $\mathbf{v}_i$ を求めるのではなく、体積平均化された単一の速度場 $\mathbf{v}_{\text{mix}}$ を求める。さらに、式(4)(5)の計算では、物質毎に体積率 ϕ_i 、質量密度 ρ_i 、構成方程式を与える。以上の空間平均化された運動方程式は、構成方程式に弾性体およびニュートン流体を仮定することで、構造-流体連成問題を取り扱える定式化になっている。

3. 構成方程式

本研究では、固体の構成方程式として、次式の超弾性体モデルを仮定する⁷⁾。

$$\boldsymbol{\sigma} = G(\mathbf{B} - \mathbf{I}) + 2\mu\mathbf{D} - p\mathbf{I} \quad (6)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 $\mathbf{B}$ は左コーシーグリーン変形テンソル、 μ は粘性係数、 $\mathbf{D}$ は変形速度テンソル、 p は圧力である。流体の構成方程式としては非圧縮性ニュートン流体を仮定する。

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\mathbf{D} - p\mathbf{I} \quad (7)$$

4. 数値解析手法

4.1. フラクショナルステップ法

本研究では、基礎方程式を MAC 系解法のひとつであるフラクショナル・ステップ法⁸⁾を使って速度場と圧力場を分離して解く。まず、体積平均化を行った連続体の運動方程式 (2) は、応力について圧力 p と偏差応力 σ'_{mix} に分けて時間離散化をすることによって、以下の式のように書き換えられる。

$$\rho_{\text{mix}}^n \frac{v_{\text{mix}}^{n+1} - v_{\text{mix}}^n}{\Delta t} + (\rho_{\text{mix}} v_{\text{mix}} \cdot \nabla) v_{\text{mix}} = -\nabla p^{n+1} + \nabla \cdot \sigma'_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} b \quad (8)$$

次に、フラクショナル・ステップ法を利用して速度に関する式と圧力に関する式に分離すると、それぞれ次のようになる。

$$\rho_{\text{mix}}^n \frac{v_{\text{mix}}^* - v_{\text{mix}}^n}{\Delta t} + (\rho_{\text{mix}} v_{\text{mix}} \cdot \nabla) v_{\text{mix}} = \nabla \cdot \sigma'_{\text{mix}} + \rho_{\text{mix}} b \quad (9)$$

$$\rho_{\text{mix}}^n \frac{v_{\text{mix}}^{n+1} - v_{\text{mix}}^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} \quad (10)$$

ここで、 v_{mix}^* は中間速度と呼ばれ、 $n+1$ ステップにおける速度 v_{mix}^{n+1} を計算するために現れる中間的な解であり、物理的な意味を持たない。一方、式 (10) の両辺の発散を取り、時刻 $n+1$ でも連続の式 (1) が成立することにより、以下のポアソン方程式が得られる。

$$\frac{\nabla \cdot v_{\text{mix}}^*}{\Delta t} = \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_{\text{mix}}^n} \nabla p^{n+1} \right) \quad (11)$$

また、式 (10) は次のように書き換えられる。

$$v_{\text{mix}}^{n+1} = v_{\text{mix}}^* - \frac{\Delta t}{\rho_{\text{mix}}^n} \nabla p^{n+1} \quad (12)$$

以上を整理すれば、フラクショナル・ステップ法では次の3段階で速度と圧力が計算される。

1. 式 (9) より中間速度 v_{mix}^* を計算する。
2. 中間速度 v_{mix}^* を用いて、圧力ポアソン方程式 (11) より圧力 p^{n+1} を計算する。
3. 圧力 p^{n+1} を用いて、速度修正式 (12) より中間速度 v_{mix}^* を速度 v_{mix}^{n+1} に更新する。

4.2. 空間離散化

本研究では、アルゴリズムを単純にするため、基礎方程式の空間離散化手法としてコロケート変数配置法に基づく有限体積法を採用する。すなわち、圧力・速度・応力は同一セルの中心点で定義され運動方程式の移流項と応力の発散項、速度修正式は Red/Black オーダリングにより色分けされた逐次過緩和法 (Successive Over Relaxation Method, SOR 法) により解く。Red/Black オーダリングは、互いに依存しない交互の格子点を色分けし、並列計算機向けに並列処理ができるように改良された手法である。元の反復式と演算順序が異なるため厳密には元の解と一致しないが、大規模並列計算機には有利な手法である。

4.3. 界面捕捉法

本研究で扱う連成解析においては、異なる物体の境界面が時々刻々と変化する。この物体境界面を捕捉するために、ここでは VOF (Volume of Fluid) 法を基本とする移流計算では最も高精度な手法の1つとされる PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation) 法⁹⁾を採用する。この PLIC 法

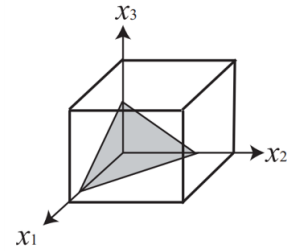


Fig. 1 Material interface in PLIC method

は境界メッシュで物体界面を線形近似して再構築し、その物体がメッシュ境界を横切る立体の体積すなわちフラックスを計算して高精度に移流計算を取り扱う手法である。

PLIC 法では体積率からメッシュ内の界面を Fig.1 のように線形近似で構築し、その界面の情報を用いて体積フラックスを計算する。ここでは1つのメッシュに N 種類の物質が存在するとしているので、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ を設定する。これらの体積率を PLIC 法により計算することで、自由移動境界面の追跡が可能となる。

5. 結言

本研究では、氾濫流と構造体との大規模な連成解析を目指して、ビルディング・キューブ法に基づく構造体と混相流の連成解析手法を提案した。数値解析例については講演会当日に紹介予定である。

参考文献

- 1) O. Mark, et.al.: Potential and limitations of 1D modelling of urban flooding, Journal of Hydrology, Vol.299, No.3-4, pp.284-299, 2004.
- 2) E. Mignot, P. Andre and T. Ishigaki: Comparison of numerical and experimental simulations of a flood in a dense urban area, Water science and technology, Vol.54, No.6-7, pp.65-73, 2006.
- 3) Sunindu L. Kankanamge, P. Mendis and T. Ngo: Use of fluid structure interaction technique for flash flood impact assessment of structural components, Journal of Flood Risk Management, <https://doi.org/10.1111/jfr3.12581>
- 4) K. Nishiguchi, R. Bale, S. Okazawa, and M. Tsubokura: Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 117(2), pp.221-248, 2019.
- 5) K. Nakahashi: Building-Cube Method for Flow Problems with Broadband Characteristic Length, Computational Fluid Dynamics 2002, Springer Berlin Heidelberg, pp.77-81, 2003.
- 6) T. Shimada, K. Nishiguchi, R. Bale, S. Okazawa and M. Tsubokura: Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 123(5), 1294-1328, 2022.
- 7) H. Zhao, Jonathan. B. Freund and Robert D. Moser: A fixed-mesh method for incompressible flow-structure systems with finite solid deformations, Journal of Computational Physics, Vol.227, pp.3114-3140, 2008.
- 8) A.J. Chorin: On the convergence of discrete approximations to the Navier-Stokes equations, Mathematics of computation, Vol.23, No.106, pp.341-353, 1969.
- 9) D.L. Youngs: Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, Numerical Methods for Fluid Dynamics, 59, pp.273-285, 1982.