2026年5月16日(土)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Reynolds Stress Anisotropy around Spur dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・院）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

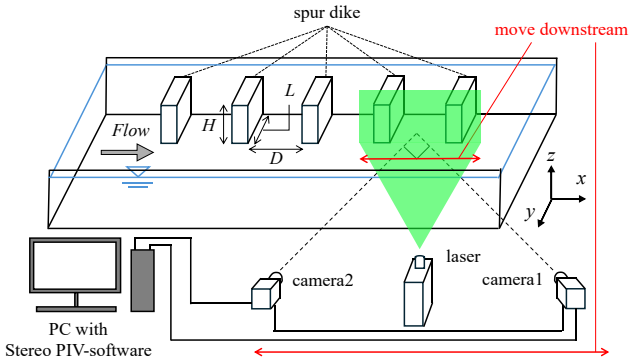
In this study, turbulent structures around the spur dikes were assessed using the turbulence triangle based on the invariants of the reynolds stress anisotropy tensor. For H/h_0=0.75, two component turbulence dominated upstream, with a downstream shift toward one component turbulence. In contrast, for H/h_0=0.37, two component turbulence remained dominant throughout the inter spur dikes region.

１．はじめに

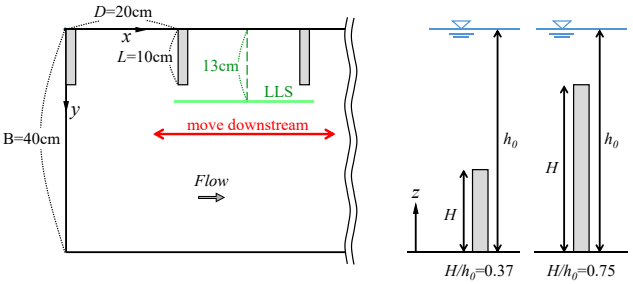
水制は水流に対し，流水を阻害してその下流側で流速を低減する機能と流れの方向を変える機能を持ち，河岸の保護や土砂制御，水深の確保などを目的に設置されている．連続的に水制を配置することで形成された凸部周辺では，上流から 1 基目の水制先端部で剥離した渦は水制群に沿って流下し，主流域と水制域内の流体を取り込みながら発達する．この渦は上流から 2 基目の水制に衝突して破壊され，一方は主流域へ，もう一方は水制域内に入ることで主流域と水制域内で物質交換が行われる．また，水位が水制を上回り，水制上を越流する流れの場合，水制による物質交換には上流側の水制先端からの渦放出に伴う流れ場の歪みに起因するものと主流域と水制域の界面に形成される混合層を介するもの，水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換の 3 つの形態がある．水制群周辺の物質交換に関して，例えば，数値シミュレーションによって水制群周辺の物質交換について検討した研究 [1]においては，浅水条件では混合層による物質交換が支配的であるのに対し，深水条件や沈水条件では二次流と三次元的な渦運動が支配的であることを示した．水理条件の違いによって，物質交換の支配機構が異なる一因として，乱れの非等方性の程度や構造が異なることが考えられる．しかしながら水路実験データに基づき，乱れの非等方性を定量的に示した例は限定的である．開水路流れにおいて非等方性に着目した研究としては，dune[2]や水中岩石 [3]周りの流れを対象とした例が挙げられるが，連続水制群周辺の流れ場を対象とした検討は十分とはいえない．本研究ではステレオ PIV を用いて，水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性の程度を定量的に示すことを目的とする．

２．研究方法

本研究では全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および左岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とした．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=10cm の流れ場を形成した．断面平均流速は約 7.5cm/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re は約 8000，フルード数 Fr は 0.075 である．水制のモデルには，水制



a) Stereo-PIV measurement.



b) Plan view.　　c) Relative spur dike height.

Fig.1 Schematic diagram of the experimental setup.

長 L=10cm，水制高 H=7.5cm，3.7cm の 2 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路片岸に水制長の 2 倍の間隔 D=20cm で 5 基配置した．

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.1 に鉛直面計測時の実験概略図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS の照射位置は，y/L=1.3 である．撮影領域は約 30cm×約 15cm である．LLS の位置を流下方向にシフトさせ，0cm≦x≦80cm の領域を計測した．2 台のカメラは水路側方に設置し，傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した．トレーサには粒径約 50μm，比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた．2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し，各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った．撮影した画像データはビットマップファイルで保存し，解析時に各ケースの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

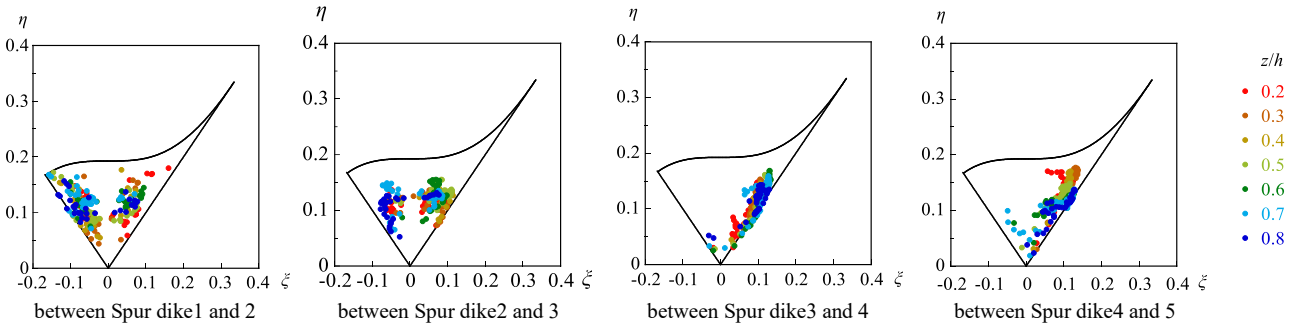


Fig.2 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.75.

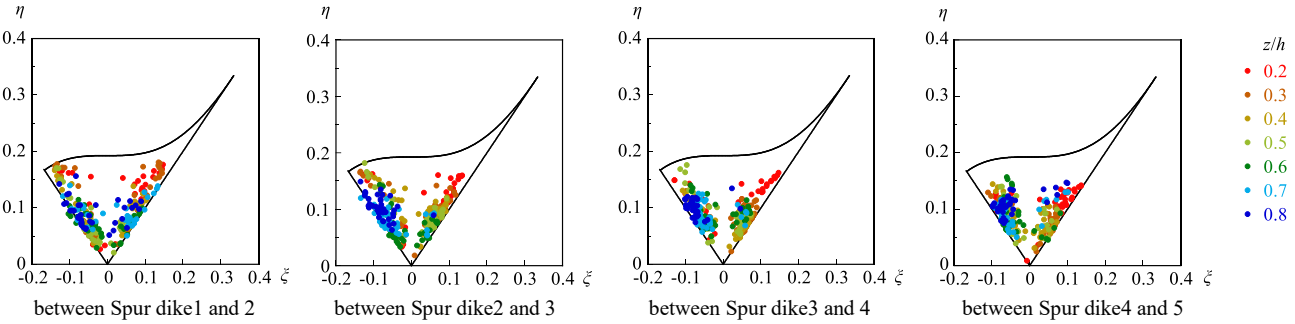


Fig.3 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.37.

ビットマップファイルを連結させた．また，水平面計測時には水路側方から LLS を照射し，水路上方にカメラを設置して撮影した．LLS の照射位置は，z=5cm である．撮影条件は鉛直面計測時と同条件の 2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で行った．鉛直面および水平面計測は，検査エリアを 32×32pixel，オーバーラップを 50%とし，画像解析を行った．計測対象領域において電磁流速計を用いた計測を行い，得られた時間平均流速値がステレオ PIV の結果と概ね一致したことから，ステレオ計測の妥当性を確認した．また，2 台のカメラの設置角度やレーザーシート厚，トレーサ粒子の大きさを工夫し，時間平均流速値の計測精度を高めた．

3．実験結果および考察

本稿ではレイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij} およびその不変量に基づく可視化を行った．ここでは，Turbulence triangle（不変量マップ）を用いた．Fig.2 にy/L=1.3 における相対水制高H/h_0=0.75 の Turbulence triangle を示す．水制間の区間によって三角形内での点群分布に明確な違いが示されている．水制 1-2 基間および 2-3 基間では，点群が pancake 型（axisymmetric contraction limit）および cigar 型（axisymmetric expansion limit）周辺に分布しており，二方向のエネルギーが卓越する乱流構造の特徴を示している．一方で，水制 3-4 基間および 4-5 基間では，cigar 型周辺への分布が確認され，特定方向の速度変動が支配的となる一方向のエネルギーが卓越する状態を示している．これらのことから，相対水制高H/h_0=0.75 の条件では，水制群上流側では水制先端からの渦放出による流れ場の歪みに起因する運動量交換と主流域と水制域の界面に形成される混合層の運動量交換，および水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換により，二方向のエネルギーが卓越する構造が形成されるが，下流側では一方向のエネルギーが支配的となる乱流構造へと遷移しているといえる．

Fig.3 に y/L=1.3 における相対水制高 H/h_0=0.37 の Turbulence triangle を示す．本条件では，いずれの水制間区間においても，pancake 型と cigar 型の双方の特徴を有する分布を示している．とH/h_0= 0.75 を比較すると，axisymmetric expansion limit への顕著な偏りは確認されない．すなわち，相対水制高が小さい条件では二方向のエネルギーが卓越する状態が水制群全体で維持されているといえる．

以上より，相対水制高H/h_0の違いにより，y/L=1.3 において，乱流の非等方度の変化することが明らかとなった．特に，相対水制高が大きい場合には，下流に向かって一方向のエネルギーが卓越する傾向が確認され，運動量輸送特性の変化と関連していると考えられる．これらの結果は，乱流モデルにおける乱れの非等方度の評価の重要性を示すと考えられる．

4．おわりに

本研究では，レイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij}の不変量に基づき，Turbulence triangle を用いて水制周辺の乱流構造を評価した．その結果，相対水制高 H/h_0および水制間区間の違いにより，乱れ特性および乱れの非等方度が顕著に変化することが明らかとなった．H/h_0 = 0.75 の条件では上流側で二成分性が卓越し，下流側に向かって一成分性が強まる傾向が確認された．一方，H/h_0 = 0.37 では全区間にわたり二方向のエネルギーが卓越する状態が維持された．

参考文献

1) W. Dong, T. Uchida, T. Inoue and T. Inoue: Effects of shallowness on coherent flow structures and mass exchange in groin fields, Physics of Fluids, 38, 016609, 2026.
2) S. Dey, P. Paul, S. Z. Ali and E. Padhi: Reynolds stress anisotropy in flow over two-dimensional rigid dunes, Proceedings of the Royal Society A, 476, 20200638, 2020.
3) M. A. Wyssmann, J. G. Coder, J. S. Schwartz and A. N. T. Papanicolaou: Volumetric characterization of spatially organized features of Reynolds stress anisotropy in the vicinity of submerged model boulders, Physics of Fluids, 37, 015194, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

Effect of Relative Spur Dike Height on Reynolds Stress Anisotropy around Submerged Spur Dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・工）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

In this study, turbulence anisotropy around spur dikes was investigated using the invariant function F. The results showed that, at half water depth, the flow inside the spur dike region was relatively close to isotropic turbulence for all cases of relative spur dike height. In contrast, near the spur dike head, the value of F decreased, indicating the formation of strongly anisotropic turbulence associated with separation vortices.

１．はじめに

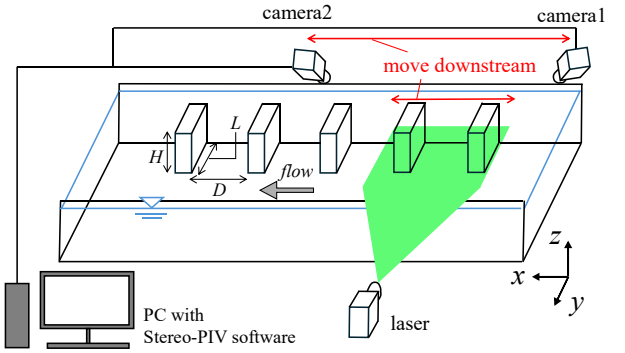
我が国の河川流域は災害を受けやすく，近年の大雨に起因する洪水において堤防越流や堤防決壊などの被害が発生している．このような水害を防止するため堤防が整備されてきたが，堤防への流水の衝突を緩和する構造物として古くから水制が用いられてきた．実河川に設置された水制は周辺の流れに影響を及ぼし，局所洗掘や土砂堆積などの河床変動を引き起こす．これらは治水機能のみならず，河川環境の形成にも関与するため，水制周辺の流れ構造および乱れ特性，河床変動特性を把握することは重要である．実河川においては平水時に水没しない非越流型水制が多く用いられており，その先端部では水跳ねが生じることが知られている．一方で増水時には水位が水制高さを上回り，越流型水制となる．越流型水制を伴う流れでは先端部の水跳ねに加えて水制上を越流する流れが発生し，周辺の流れ場に大きな影響を与えるため，非越流型水制とは異なる流れ構造，乱れ特性となる．これまでに越流型水制群を対象とした研究が行われており，相対水制高を系統的に変化させることで，平均流特性や乱れ特性に関する知見が蓄積されている．相対水制高は，水制周辺に形成される二次流構造に影響を与えることが想定される．しかしながら，水制周辺の乱れの非等方性について T. K. Pradhan・V. Chandra の研究[1]や M. Mehraein らによる研究[2]があるが，不明な点が多い．そこで本研究では水深を一定とし水制高を系統的に変化させることにより，越流型水制群周辺の乱れの非等方度の特性を明らかにすることを目的とする．

２．研究方法

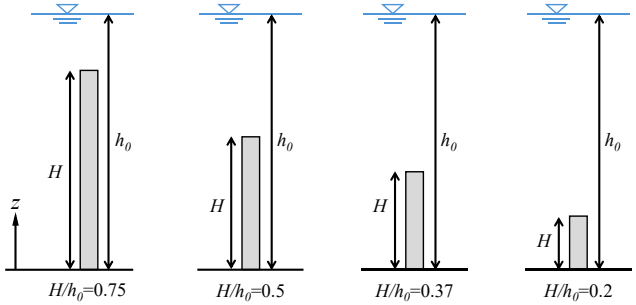
実験水路には，全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および右岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とする．Table 1 に水理条件を示す．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=0.1m の流れ場を形成した．断面平均流速 U_m=0.075m/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re=8000，フルード数 Fr=0.075 である．水制モデルには，水制長 L=0.1m，水制高 H=0.075m，0.05m，0.037m，0.02m の 4 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路側壁に垂直に，水制長の 2 倍の間隔 D=0.2m で 5 基配置した．

Table 1 Hydraulic conditions.

	h_0[m]	U_m[m/s]	Re	Fr	H[m]	H/h_0
case1	0.1	0.075	8000	0.075	0.075	0.75
case2	0.1	0.075	8000	0.075	0.05	0.5
case3	0.1	0.075	8000	0.075	0.037	0.37
case4	0.1	0.075	8000	0.075	0.02	0.2



a) Stereo-PIV measurement.



b) Relative spur dike height.

Fig.2 Schematic diagram of the experimental setup.

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.2 に水平面計測時の実験装置図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

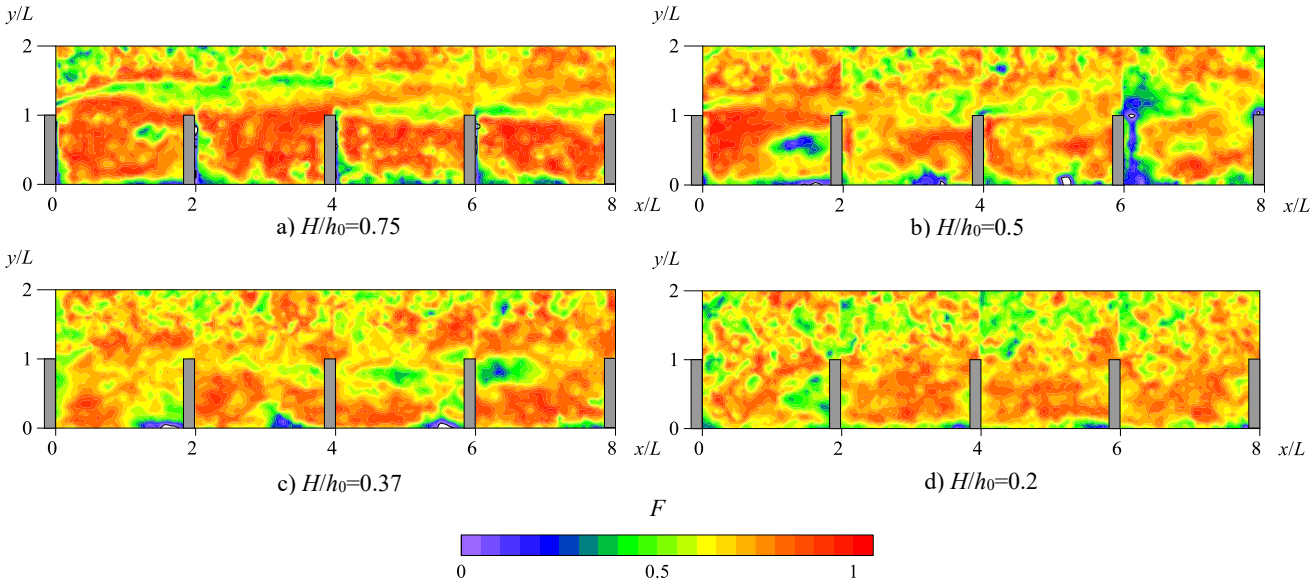


Fig.3 Planar distribution of the invariant function F at z/h_0=0.5.

の照射位置は, z=0.05m である. 撮影領域は約 0.3m×約 0.3m である. LLS の位置を流下方向にシフトさせ，$0m \le x \le 0.8m$ 0mx0.8m の領域を計測した. 2 台のカメラは水路上方に設置し, 傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した. トレーサには粒径約 50μm, 比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた. 画素数 2592×2048pixel, フレームレート 100fps, シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し, 各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った. 撮影した画像データはビットマップファイルで保存し, 連結させた. 画像解析では検査エリアを 32×32pixel, オーバーラップを 50%とした.

３．実験結果および考察

乱流の統計的性質の異方性を表す量として，速度非等方テンソル b_{ij} がある [3), 4)]. 速度非等方テンソルは，レイノルズ応力テンソルを乱れエネルギーで正規化することで，次式のように定義される.

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \tag{1}$$

速度非等方テンソルは 2 階のテンソルであり，座標軸の回転に関して不変な量を 3 個有する．速度非等方テンソルの第 1，2，3 不変量を I，II，III と表すと，以下の式のようになる．ただし，テンソルのトレースはゼロであるため，第 1 不変量は恒等的にゼロである.

$$I = b_{ij} = 0 \tag{2}$$

$$II = -b_{ij}b_{ji}/2 \tag{3}$$

$$III = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3 \tag{4}$$

本稿では，異方性の程度を評価するために不変量関数 F を用いる．不変量関数 F は，次式で定義される.

$$F = 1 + 9II + 27III \quad (0 \le F \le 1) \tag{5}$$

F=1 のとき完全等方乱流，F=0 のとき二次元乱流（流速の 1 成分が消失する状態）に対応する.

z/h_0=0.5 における水制群周辺の不変量関数の平面分布を fig.3 に示す．水制域内ではいずれの相対水制高のケースでも赤色や橙色を示しており，F の値が 1 に近いことがわかる．このことから，水制域内では相対水制高によらず比較的等方乱流に近い状態であることが考えられる．また，相対水制高が H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合，上流から下流にかけて水制域内の赤色は橙色へと変化しており，F の値がわずかに小さくなる傾向がある．これは，一方で，水制先頭部周辺に着目すると，H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合には緑色の線状の模様が形成されており，F の値が 0.4 から 0. 程度であることがわかる．これに対して，H/h_0=0.37 と H/h_0=0.2 の場合では橙色を示しており，F の値が 0.5 よりも大きく，線状の模様は形成されていない．これは水制によって流れが遮断されている断面ではないため，剥離渦の影響が弱まっているためであると考えられる．このことから, 計測断面に水制が存在する条件の H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 では，水制先頭部で発生する剥離渦の影響により，主流方向の速度変動が卓越する状態となり，周辺の流れ場よりも異方性の強い流れが形成されていると考えられる.

４．おわりに

本研究では，不変量関数を用いて水制群周辺の越流型水制群周辺の乱れの非等方性について検討した．その結果，水制域内ではすべての相対水制高のケース，比較的等方乱流に近い状態であることが確認された．一方で，水制先頭部付近では Fの値が 0.4 から 0.6 程度まで低下しており，剥離渦の形成に伴い異方性の強い乱流構造が形成されていることが示唆される．また，相対水制高が大きいケースほど，水制先頭部から下流にかけて異方性の強い流れが形成されていることを示した.

参考文献

1) T. K. Pradhan and V. Chandra: Turbulence anisotropy and length scales around a straight spur dike, Proceedings of the 23rd IAHR APD Congress, pp.197-207, 2022.
2) M. Mehraein, A. J. Schleiss, M. Goodarzi: The effects of a spur dike location in a 90° sharp channel bend on flow field: Focus on anisotropy degree and anisotropy nature, Journal of Hydro-environment Research, 48, pp.15-30, 2023.
3) 河原能久:乱流モデルの発展と河川工学への応用，土木学会水理委員会海岸工学委員会, 2000.
4) 木田重雄，柳瀬眞一郎：乱流力学，朝倉書店，pp.373-376，第 10 刷, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係（シンポジウム講演概要）

Relationship between roughness-surface pressure fluctuations and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉村　英人（岐阜大・工）　椿　涼太（神戸大・工）　赤堀　良介（愛知工業大・工）
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ryota TSUBAKI, Kobe University
Ryosuke AKAHORI, Aichi Institute of Technology
E-mail: yoshimura.hideto.g1@f.gifu-u.ac.jp

This study investigates the relationship between local pressure fluctuations at a roughness unit and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed. A laboratory experiment was conducted using a gravel-bed flume with a pressure sensor unit. Large-eddy simulation (LES) was conducted to reproduce velocity and Reynolds stress distributions observed in the experiments, and a reasonable agreement was confirmed. The ratio of pressure fluctuation intensity to bed shear stress, σ_p/τ_0, varied depending on sensor location, ranging from 1.3 to 6.9. While the top sensor showed a value close to previously reported results (≈ 3), upstream and downstream sensors exhibited significant deviations. The results suggest that interactions between turbulence structures and roughness geometry at different spatial scales influence pressure–shear relationships.

１．はじめに

河床に作用する底面せん断応力は，流れの抵抗や土砂移動を把握する上で重要な水理量であるが，実河川で直接計測することは困難である．そのため，流速やレイノルズ応力あるいは乱れ強度などの鉛直分布から，間接的に底面せん断応力を評価する方法が用いられるが，洪水中で土砂移動が起きるような状況で，河床近傍の上記流れ特性の鉛直分布を実測することは困難である．一方，底面の圧力変動強度σ_pと底面せん断応力τ_0には概ね$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$の関係があることが既往研究（例えば Amir et al.[1]）で示されており，圧力変動を計測することで，洪水中の底面せん断応力を準直接的に評価できる可能性がある．

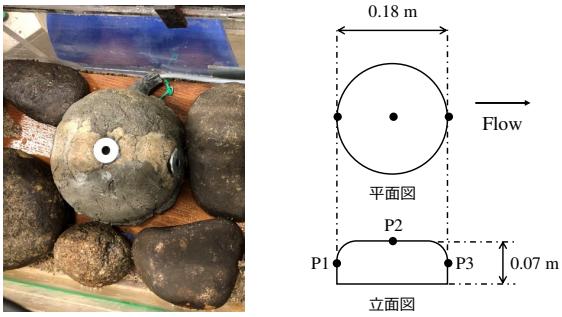
Tsubaki et al.[2] は独自に開発した圧力計 Sphera を実河川に設置し，出水時の河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を分析している．しかしながら，既往研究で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$という関係は球などの一様粗度を設置した粗面乱流場で得られた結果であり，実河川のように様々な粒径の河床材料からなる粗面乱流場においても同じ関係が成り立つのかは明らかではない．

本研究では，実河川を模擬した礫河床の開水路乱流場を対象とした可視化水理実験および LES (Large-Eddy Simulation) 解析を行い，河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を調べた．

２．可視化水理実験

実験には全長 12 m，幅 0.3 m，高さ 0.2 の水路を用いた．現地観測[2] で対象としている札内川の河床を模擬するため，水路中流域の約 2.5 m 区間において圧力センサを埋め込んだ模擬粗度（Sphera）を含む大礫を設置するとともに，中礫（粒径 12.8±3.96 mm）および細砂（粒径約 2 mm）を大礫間に充填させて水路床を形成した．模擬粗度は Fig. 1 に示すように直径 0.18 m，高さ 0.07 m から成り，表面には上流側（P1），上面（P2）および下流側（P3）の 3 点にピエゾ抵抗式絶対圧センサが埋め込まれている．3 つの圧力センサによる圧力を 50 Hz で同期して記録することができる．

水理条件として水路勾配 1/44 のもと流量Q = 2.375×10^{-2} m^3/s を与えた．P2 センサ直上における断面平均流速U_mは約 0.99 m/s，水深hは約 0.08 m であり，これらに基づくレイノルズ数は約 79,200，フルード数は約 1.1 である．



(a) Appearance　(b) Dimensions
Fig. 1 Specification of pressure measurement device, Sphera.

模擬粗度周りの流速分布は PIV (Particle Image Velocimetry) 解析により計測した．水面上から下向きに照射したレーザーシートで鉛直断面のトレーサー粒子を可視化し，ハイスピードカメラ（800 fps）で撮影した画像を解析した．撮影は模擬粗度周りを 3 領域に分けて行い，各領域には一つの圧力センサが含まれるようにした．なお，圧力センサとハイスピードカメラは同期させて計測を行った．

３．数値解析

模擬粗度周りの流れを詳細に把握するため，吉村が開発した数値計算モデル[3]を用いて LES 解析を行った．支配方程式は空間フィルタを施した非圧縮性流体の連続の式および Navier–Stokes 方程式であり，スタガード格子による有限差分法で離散化する．空間離散化には二次精度中心差分を用い，時間離散化には移流項に二次精度 Adams–Bashforth 法，粘性項に Crank–Nicolson 法をそれぞれ用い，速度と圧力のカップリングは Fractional Step 法で行う．また，SGS モデルには MTS (Mixed-Time-Scale) SGS モデルを用いた．

計算は水理実験の水路床形成区間に合わせて$L_x \times L_y \times L_z$ = 2.5 m × 0.3 m × 0.16 mの領域（x，yおよびzはそれぞれ主流，横断および鉛直方向）を対象とした．ただし，本計算では水面変動を考慮しないため，鉛直方向の計算領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

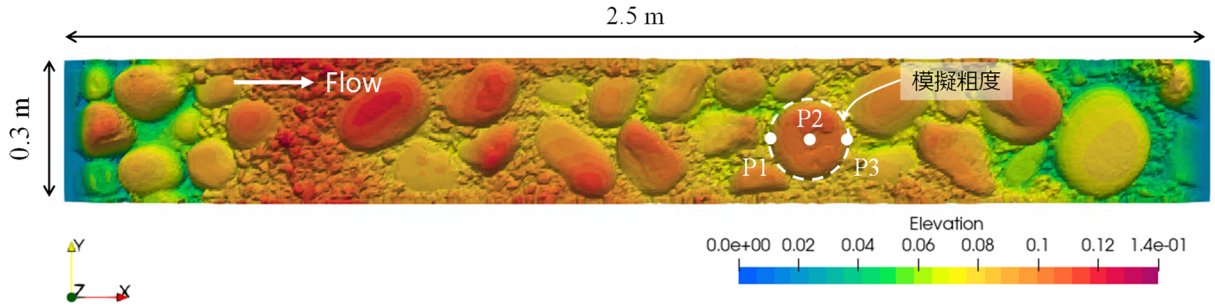


Fig. 2 Channel bed shape measured by SfM.

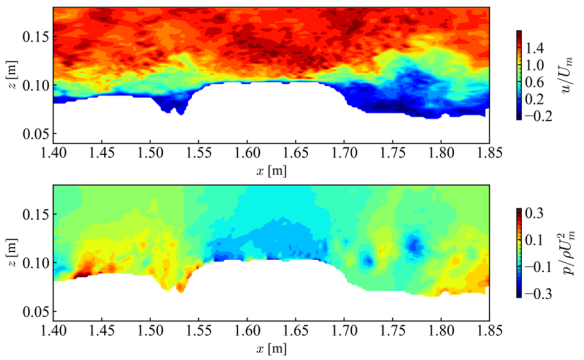
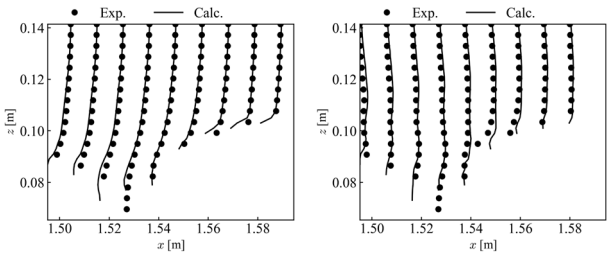


Fig. 3 Instantaneous streamwise velocity (upper) and pressure (lower) distribution obtained by LES.



(a) Mean streamwise velocity (b) Reynolds stress

Fig. 4 Comparisons between experimental and numerical results around P1 sensor.

L_zは区間内の平均水位から設定した．水路床は実験で作成した水路床を SfM で計測し (Fig. 2)，これを用いて IBM (Immersed Boundary Method) により表現した．

格子分割数は$N_x \times N_y \times N_z = 370 \times 150 \times 80$とし，主流方向および鉛直方向には不等間隔格子を，横断方向には等間隔格子を用いた．このとき，着目する模擬粗度周りでの格子解像度は$\Delta_x \approx \Delta_y \approx \Delta_z \approx 2 \times 10^{-3}$（粘性スケールで$\Delta_x^+ \approx \Delta_y^+ \approx \Delta_z^+ \approx 60$）でとなる．境界条件として主流方向には周期境界を与え，側壁には壁面モデルによるせん断応力を与えた．水路床は IBM により non-slip 条件を与え，水面には rigid-lid 近似で slip 条件を与えた．

4．結果と考察

LES により得られた模擬粗度周りの瞬時場を Fig. 3 に示す．相対水深が小さいため，粗度の影響が大きいが，十分に発達した粗面乱流場が形成されている．また，模擬粗度上流側の澱み点付近で圧力が上昇し，上面から下流側の剥離域にかけて圧力が低下する，典型的な物体周りの圧力分布が生じている．

LES の実験の再現性を確認するため，P1 センサ周りにおける平均流速分布およびレイノルズ応力分布の比較を Fig. 4 に示す．LES の結果はいずれも実験結果と一致しており，

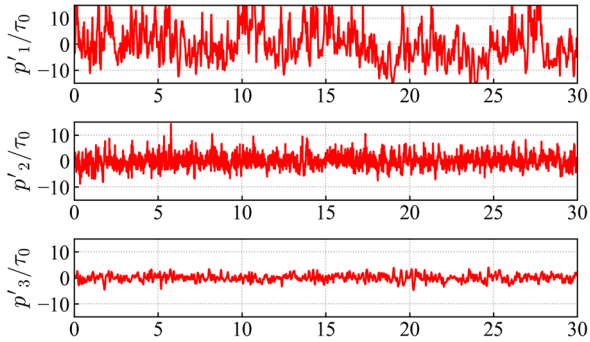


Fig. 5 Time series of normalized pressure fluctuation, p'/τ_0, obtained by LES.

乱れを含めて乱流場を再現できている．

模擬粗度周辺における底面せん断応力τ_0と各センサにおける圧力変動p'の関係を調べるため，p'/τ_0の 30 秒間の時系列を Fig. 5 に示す．ただし，底面せん断応力τ_0は，P2 センサの位置から上流および下流側 0.1 m の範囲における流速データから算出した平均流速分布を，粗面対数則にフィッティングさせて得られた底面摩擦速度$u_\tau \approx 0.07$ m/s から求めた．図よりτ_0に対する圧力変動の大きさや周期はセンサの位置により異なることがわかる．P1 センサでは 5 秒程度の比較的長い周期であり，変動も大きい．一方，P2 および P3 センサでは P1 よりも変動が小さく，周期も短い．

これらの時系列データから圧力変動強度と底面せん断応力の関係σ_p/τ_0を求めた結果，P1，P2 および P3 センサでそれぞれ 6.9，2.4 および 1.3 となった．P2 センサは既往研究[2]で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$に近い結果が得られているが，P1 および P3 センサではそれよりも過大および過小となった．同様の傾向は現地観測[2]でも確認されており，P1, P3 は粗度の間の剥離・再付着流れの特性を，P2 は粗度の上の乱流域（等流の場合の対数流速域）の乱流に起因する圧力変動を捉えていることが示唆される．

謝辞：本研究は JPSP 科研費 25K01332 の助成を受けたものである．ここに記し，謝意を表す．

参考文献

1) M. Amir et al.: Pressure forces on sediment particles in turbulent open-channel flow: a laboratory study, *Journal of Fluid Mechanics*, 757, pp. 458–497, 2014.
2) R. Tsubaki et al.: Unsteady features of bedload and near-bed turbulence measured in a braided gravel bed river , *Proceedings of the 41th IAHR World Congress*, 701, 2025.
3) H. Yoshimura and I. Fujita: Investigation of free-surface dynamics in an open channel flow, *Journal of Hydraulic Research*, 58(2), pp. 231–247, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

Fundamental Formulae Associated with Momentum Equation with Eddy Viscosity Term to Elucidate Calculated Results of Water Surface Profile (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

細田　尚（京大名誉教授）白井　秀和（北見工大・工）音田　慎一郎（京大・工）
Takashi HOSODA
Hidekazu SHIRAI, Kitami Institute of Tech.　Shinichiro ONDA, Kyoto Univ.
E-mail: hosoda.takashi.82c@st.kyoto-u.ac.jp

This paper deals with the fundamental formulae which are utilized to understand the calculated results of water surface profile in open channels by means of the one-dimensional momentum equation with the eddy viscosity term. The theoretical equation representing the water depth around the critical depth is firstly derived substituting the power series expansion into the momentum equation. It is shown that the theoretical equation is in good agreement with the calculated results within the radius of convergence. Then, the asymptotic behavior of water surface profile towards infinity in the downstream is considered applying the asymptotic expansion and substituting it to the momentum equation to fix the coefficients of each terms in the expansion. It is shown that the theoretical equation is compatible with the calculated results.

１．はじめに

渦動粘性項を有する一次元運動量方程式を用いた水面形解析法について，これまでに二階の常微分方程式である基礎式の二点境界値問題としての解析法を提案し[1]，急勾配水路上の流れを対象に上下流端の水深を与えて限界水深を通過する連続な水深分布が計算可能であることを示した．（ただし実際の強跳水ではなく乱流による運動量輸送を評価した渦動粘性項を考慮して得られる跳水状の水深急変分布を意味する．）

さらに，二点境界値法による計算結果を上流端で水深と水深の一階微係数の二つを境界条件として与える一点境界値法によって再現できることを示した[2]．本研究は，これらの計算結果として再現された限界水深を通り下流無限大で水平線に漸近する連続分布形について基本的な特性の検討を行うことを目的としている．これまでに，等流水深近傍の水深の変化特性について検討を行ったので[2]，本研究では限界水深の上下流で急変する水面形の特性，および十分下流での水平線への漸近特性に着目した理論的な考察を行う．

２．基礎式とその無次元化

Fig.1 に示した座標系の下で，単位幅に対する渦動粘性項を有する一次元連続式と運動量方程式を記述すれば式(1)および式(2)となる．

$$q = Uh = \text{一定} \tag{1}$$

$$\frac{d}{dx}\left(hU^2 + \frac{1}{2}gh^2\cos\theta\right) = gh\sin\theta - c_f U|U| + \frac{d}{dx}\left(D_{m_x}h\frac{dU}{dx}\right) \tag{2}$$

ここに，xは空間座標，Uは水深平均流速，hは水深，qは単位幅流量，D_{m_x}は渦動粘性係数，c_fは摩擦係数，θは路床勾配，g は重力加速度を表す．また，渦動粘性係数は単位幅流量を用いて次式で評価する．

$$D_{m_x} = \alpha q \tag{3}$$

ここに，αは式(3)で渦動粘性係数を評価する場合の定数．

式(2)を変形すると式(4)となる．

$$(gh^3\cos\theta - q^2)\frac{dh}{dx} = gh^3\sin\theta - c_f q^2 + D_{m_x}q\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 - D_{m_x}qh\frac{d^2h}{dx^2} \tag{4}$$

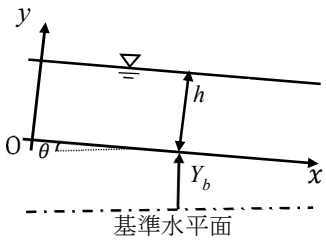


Fig.1 Coordinate system

式(4)の場合も式(5)で定義される従来の等流水深は式(4)の解となる．

$$gh_0^3\sin\theta - c_f q^2 = 0 \tag{5}$$

一方，式(6)で定義される水深は通常の限界水深の水理学的意味を有していないが，本研究でも式(6)を限界水深の定義として用いる．

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g\cos\theta}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{6}$$

次の無次元量を用いて基礎式を無次元化すれば式(7)となる．

$$x' = \frac{x}{h_c}, h' = \frac{h}{h_c}, Fr_0 = \frac{q/h_0}{\sqrt{gh_0\cos\theta}}, h_0' = \frac{1}{Fr_0^{2/3}}$$

$$(h'^3 - 1)\frac{dh'}{dx'} = c_f\left(Fr_0^2 h'^3 - 1\right) + \alpha\left(\frac{dh'}{dx'}\right)^2 - \alpha h'\frac{d^2h'}{dx'^2} \tag{7}$$

次式に示すように，式(7)にはh'が増大するとき $h' \propto c_f Fr_0^2 x'$ として表される漸近解が存在する．

$$h' \to \infty \quad \frac{dh'}{dx'} \to c_f Fr_0^2 = \tan\theta \tag{8}$$

３．考察に用いる計算結果

本研究ではこれまでに一点境界値法を用いて行った急勾配水路流れの水面形解析結果[2]を考察の対象とする．

以下に水面形計算の水理条件と計算条件を示す．上流端

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の h'とdh'/dx'の値を図中に記述した．

水理条件： $\sin\theta$=1/100， c_f=0.005， α=0.05，
q=0.003(m^2/sec)， h_0=0.00772(m)， h_c=0.00972(m)，
Fr_0=1.414

計算条件： $\Delta x'$=0.02

水面形解析結果を Fig.2 に示した．

4. 限界水深近傍での水深分布特性

水面形が通る限界水深の位置をx'_cとし，そこを原点とした空間座標を$\delta x'$とする．限界水深周りの水深を次式のべき乗級数展開を用いて表現する．

$$h' = 1 + e_1\delta x' + e_2\delta x'^2 + e_3\delta x'^3 + e_4\delta x'^4 + e_5\delta x'^5 + e_6\delta x'^6 \cdots \quad (9)$$

上式を基礎式に代入し，$\delta x'$のべき乗指数に掛かる項をゼロとおくことで係数に関する関係式が導かれる．0 次から 3 次までの関係式を記述すれば次のようになる．

0 次： $c_f\left(Fr_0{}^2 - 1\right) + \alpha(e_1{}^2 - 2e_2) = 0$

1 次： $e_1[h'^3]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_1 + \alpha(2e_1e_2 - 6e_3)$

2 次： $e_1\left[h'^3\right]_2 + 2e_2\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_2 + \alpha(2e_2{}^2 - 12e_4)$ (10)

3 次： $e_1\left[h'^3\right]_3 + 2e_2\left[h'^3\right]_2 + 3e_3\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_3 + \alpha(-4e_1e_4 + 4e_2e_3 - 20e_5)$

ここに，$[h'^3]_1$等は次式で表される．

$[h'^3]_1 = 3e_1$， $[h'^3]_2 = 3e_1{}^2 + 3e_2$， $[h'^3]_3 = 3e_3 + 6e_1e_2 + e_1{}^3$

Fig.2 に示した計算結果の限界水深位置での水深の一階微係数値をe_1として与えると，式(10)の関係式を用いてe_2~e_5の値を計算することができる．それらを用いてh'と$\delta x'$の関係を示したのが Fig.3 である．収束半径内でべき乗級数展開は次数を上げるとともに一定値に収束していくので，限界水深近傍で式(9)で表される連続な解が存在すると考えられる．また数値計算結果はべき乗級数展開とよく一致している．

5. 下流無限大への漸近特性

下流無限大で水深は次式で定義されるY'に漸近する．

$$Y' = h'_d + x'\tan\theta \quad (11)$$

ここに，h'_dは原点での下流無限大の水位に対応する水深．

h'をY'とそれからの偏差$\delta h'$の和として表す．

$$h' = Y' + \delta h' \quad (12)$$

上式を基礎式に代入し$\delta h'$の二乗以上の項を微少として無視すると，$\delta h'$に関する線形化方程式が導かれる．その際に $dY'/dx' = \tan\theta$ を用いて変数をx'からY'に変換すると次式が得られる．

$$\alpha Y'\tan^2\theta\frac{d^2\delta h'}{dY'^2} + \left(Y'^3 - 1 - 2\alpha\tan\theta\right)\tan\theta\frac{d\delta h'}{dY'} = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f \quad (13)$$

上式をみて次式で表される漸近級数展開が成立することが分かる．

$$\delta h' \propto m_{-2}\frac{1}{Y'^2} + m_{-5}\frac{1}{Y'^5} + m_{-8}\frac{1}{Y'^8} + m_{-11}\frac{1}{Y'^{11}}\cdots \quad (14)$$

この表示式を式(13)に代入しY'に関する同一のべき乗に掛かる係数をゼロと置くことで，漸近級数展開の各項の係数が満たすべき関係式が導かれる．

0 乗： $-2m_{-2}\tan\theta = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f$

-3 乗： $6m_{-2}\alpha\tan^2\theta - 5m_{-5}\tan\theta + 2m_{-2}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

-6 乗：

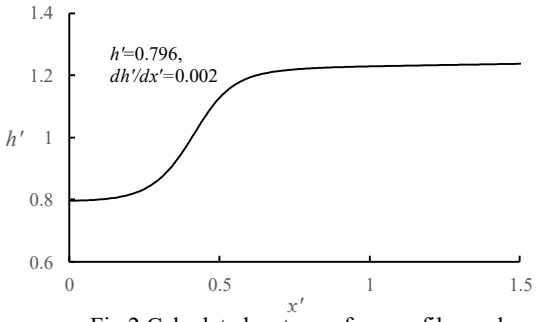


Fig.2 Calculated water surface profile used for theoretical consideration

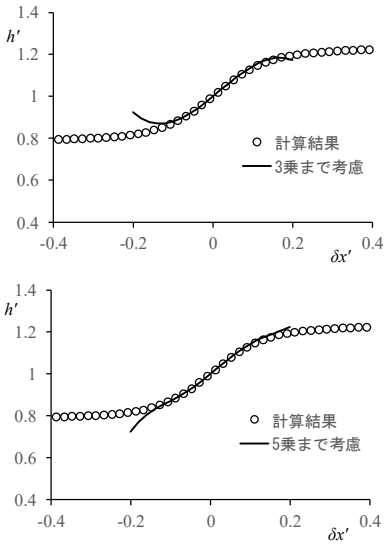


Fig.3 Comparison between theoretical equations and calculated

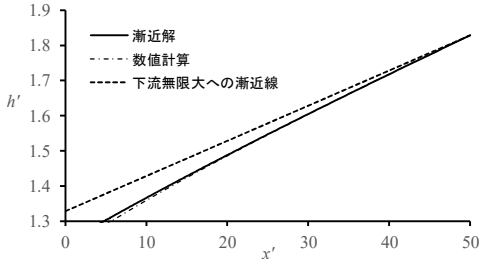


Fig.4 Comparison between asymptotic depth distribution toward downstream infinity and calculated results

$30m_{-5}\alpha\tan^2\theta - 8m_{-8}\tan\theta + 5m_{-5}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

漸近展開式に原点は存在しないので，十分下流の $x' = 50$において漸近展開式，数値解析結果および漸近線のh'が一致するとしてそれぞれのh'を示したのが Fig.4 である．漸近解は数値解析結果とよく一致しており，下流無限大への漸近挙動を表現していると考えられる．

6. おわりに

今後，路床に突起を有する流れなど種々の条件の下での解析を行いたい．

参考文献

1) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた二点境界値問題としての水面形解析法，2025 年度関西土木工学交流発表会講演概要集, II &Ⅶ-5，2025.

2) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析法に関する二，三の考察，令和 7 年度土木学会全国大会 第 80 回年次学術講演会概要集, II-72，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

振動跳水現象の 2 次元 RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes) モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

Influence of Wall Functions on Two-Dimensional RANS Simulations of Oscillatory Hydraulic Jump Phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩橋　陸（静岡大・工）　中澤　克成（静岡大・工）　横嶋　哲（静岡大・工）
吉村　英人（岐阜大・工）　藤田　一郎（(一財) 建設工学研究所）
Riku IWAHASHI, Shizuoka University
Katsunari NAKAZAWA, Shizuoka University
Satoshi YOKOJIMA, Shizuoka University
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ichiro FUJITA, Construction Engineering Research Institute
E-mail: iwahashi.riku.21@shizuoka.ac.jp

We examined the influence of wall functions, often introduced in wall-bounded turbulent-flow simulations, as well as the effect of computational grid resolution, on the prediction accuracy of oscillatory hydraulic jump phenomena using two-dimensional RANS model calculations.

1. はじめに

トレンチ付き落差工流れは幾何学形状や水理条件に応じて流況が大きく変化することが知られており[1),2)]，数値解析による再現が試みられてきた．Chiu et al.[3)] と浪平・髙木[4)] はそれぞれ RNG k–ε 及び非線形 k–ε モデルを用いて，トレンチ長を系統的に変化させた場合の流況の変化を良好に再現できることを示した．Yoshimura et al.[5)] は水理実験で周期振動跳水現象が生じたケース (fig. 1) に特に注目して，乱流モデル (RNG k–ε モデルを含む 5 種類) と計算格子解像度 (完全等間隔，0.5mm/1.0mm) が予測結果に及ぼす影響を検討し，0.5mm 格子上の SST k–ω モデル (以後，SST モデルと呼称) は振動跳水現象を正確に再現できるのに対して，他の数値予測は全て定常解となることを示した．著者ら[6)] (以後，前報) も独自開発プログラムを用いて同様の検討を行い，Yoshimura et al.[5)] と一致する結果を得るとともに，SST モデルが備える，渦動粘性係数の (特に壁近傍での) 過大評価を防ぐリミター機能が振動跳水現象の再現性のキーポイントであることを示した．

壁乱流の RANS 予測では，乱流モデルと計算格子解像度に加えて，壁面境界条件が結果に及ぼす影響も大きいと考えられる．Chiu et al.[3)] では壁境界条件に関する詳細な説明がないものの，浪平・髙木[4)] は滑面に対して粗面対数則を用いており，その理由として滑面対数則よりも良好な結果が得られたことを挙げた．Yoshimura et al.[5)] (OpenFOAM を利用) の数値予測では壁近傍の格子解像度に応じて壁関数と壁上での粘着/不透過条件の使用が自動で切り替わるのに対して，前報[6)] では全ての計算 (の全時空間) で粘着/不透過条件が課された．

そこで本研究では，前報[6)] と同じく，振動跳水が生じるトレンチ付き落差工流れに SST モデル[7)] を適用し，壁関数の適用が流動予測に与える影響を評価する．

2. 数値計算法と対象流れの概略

本研究では文献[8)] で提案された ‘気液二相アプローチ’ に基づく新たな流動解析プログラムを作成した．文献[8)] では界面捕獲法としてレベルセット法が用いられたが，本研究では VOF 法系統の THINC/WLIC 法を採用した．この気液二相流動解析プログラムの基本性能については文献[9)] を参照されたい．

ここでは 2 種類の壁面境界条件を検討する：第 1 の方法では，壁上で粘着・不透過条件 ($\bar{u} = \bar{v} = 0$, $k = 0$) を課す．ただし $\omega \equiv \varepsilon/k$ は壁上で ∞ となるため，壁からの第 1 格子点（以下，下付き添え字 w で表現）で $\omega_\mathrm{w} = 6\nu/(\beta_1 \ell_\mathrm{w}^2)$ ($\beta_1 = 0.075$, ν は流体の動粘度，ℓ_w は最も近い壁までの距離を表す）を課した．第 2 の方法では壁関数を使用した．壁からの第 1 格子点での壁接線方向流速が対数則分布

$$\bar{u}_\mathrm{w}^+ = (1/\kappa)\ln \ell_\mathrm{w}^+ + B \quad (\kappa = 0.4, B = 5.0) \tag{1}$$

に従うことを仮定して，壁面摩擦速度 u_τ を求めた．ただし，壁法線方向流速に対しては不透過条件を課した．第 1 格子点での k と ω は u_τ を用いてそれぞれ

$$k_\mathrm{w} = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{\beta^*}},\ \omega_\mathrm{w} = \frac{u_\tau}{\kappa \ell_\mathrm{w}\sqrt{\beta^*}} \quad (\beta^* = 0.09) \tag{2}$$

で与えた．また，対数則分布に代えて Spalding 則

$$\ell_\mathrm{w}^+ = \bar{u}_\mathrm{w}^+ + e^{-\kappa B}\left[e^{\kappa \bar{u}_\mathrm{w}^+} - 1 - \kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+ - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^2}{2!} - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^3}{3!}\right] \tag{3}$$

を用いた計算も行った．

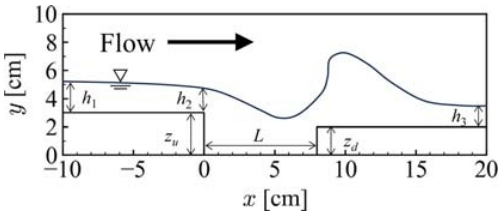


Fig. 1　Schematic of the flow over a drop with a trench. The flume-bottom slope is 1/500 and the flow discharge per unit flume width is 88.3 cm^2/s.

対象流れは前報[6)] および Yoshimura et al.[5)] と同じく，単位幅流量 88.3 cm^2/s で fig. 1 のトレンチ部を過ぎる流れで，周期 1.78 s で安定した振動跳水現象が観察[5)] されたケースである．前報[6)] と同じく，段落ち部と水路床の交点を原点として，主流方向に [−19 cm, 27.4 cm]，水深方向に [0 cm, 10 cm] の計算領域を設定し，0.5 mm および 1.0 mm の 2 種類の完全等間隔な計算格子上で数値計算を実行した．

3. 計算結果と考察

計算格子解像度（0.5 mm 格子/1.0 mm 格子）と壁関数（wall function，以下 ‘WF’ とも記載）の利用の有無によって，同じ SST モデルを用いても大きく異なる予測が得られた．Fig. 2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

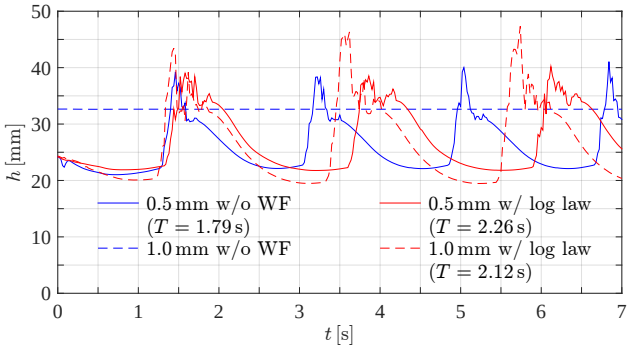


Fig. 2 Time histories of water depth at $x = 4$ cm (i.e., at the middle of the trench section) obtained from four different SST model predictions. The time period of oscillating hydraulic jumps T observed in the corresponding experiment[5] is 1.78 s.

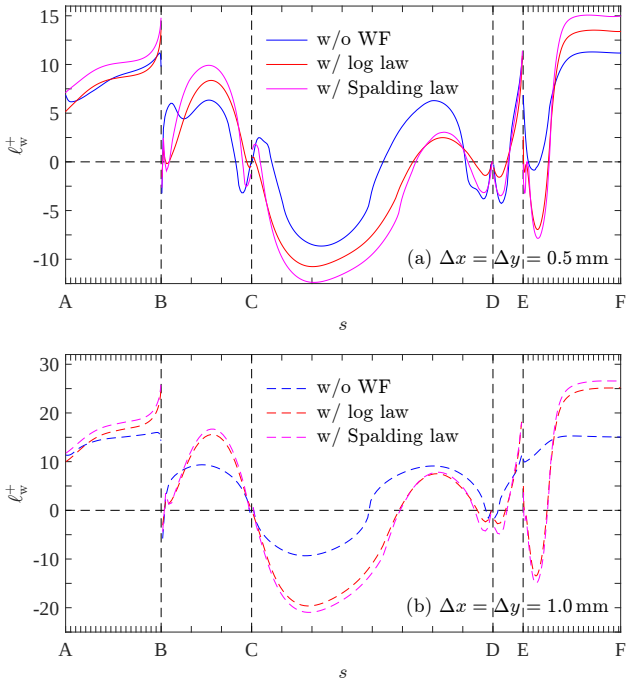


Fig. 3 Profiles of distance to the first grid point from the wall in wall units based on the time-averaged friction velocity (i.e., $\Delta x^+/2 (=\Delta y^+/2)$). Note that the ticks on the horizontal axis are marked at 1 cm intervals, and the intervals within the trench section are enlarged six times for easier viewing.

に，トレンチ部中央 ($x = 4$ cm) での水深の経時変化を示す．壁で粘着・不透過条件を課した場合（以下，‘壁関数無し’と呼称），0.5 mm 格子では水理実験と定量的にも良好に一致する予測が得られるのに対して，1.0 mm 格子では定常解が得られることは前報[6] で示した．壁関数（ここでは対数則を仮定して壁面摩擦速度を算出）を用いた場合，0.5 mm/1.0 mm のどちらの計算格子上でも安定して周期振動跳水現象が再現されたが，0.5 mm 格子では振動周期 $T = 2.26$ s，1.0 mm 格子では $T = 2.12$ s となり，水理実験結果（$T = 1.78$ s）と比べてどちらも過大予測となった．

計算格子解像度の違いや壁関数の利用の有無は，壁乱流において重要な特徴量である壁面摩擦速度 u_τ の予測に差異をもたらし，それが上述の流動の違いに至ることが考えられるため，ここでは壁からの第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ の分布を fig. 3 に示す．それぞれの計算結果に対して 1 振動周期に渡る時間平均を施し，得られた流れ場から u_τ を算出した．ここで s 軸（fig. 3 の横軸）は計算領域の上流端（点 A）から下流端（点 F）まで水路床に沿って流下するものとし，BC は段落ち壁，DE は段上がり壁，CD はトレンチ内部の水路床をそれぞれ表す．(a) には 0.5 mm 格子を，(b) には 1.0 mm 格子を用いて得られた分布を示すが，第 1 格子点までの距離は計算格子幅に比例することを考慮し，(b) の縦軸の範囲は (a) の 2 倍と設定したことに留意されたい．また，粘性距離の正負は壁第 1 格子点での壁接線方向流速の正負と一致させた．ここでは対数則に加えて，Spalding 則を仮定して u_τ を算出した場合の結果も比較する．ただし，Spalding 則を用いても，得られる流動は対数則を用いた場合とほぼ一致した（図省略）．

1.0 mm 格子を用いた場合にも第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ が 30 に達することはなく，対数則の成立を期待するには計算格子解像度が（壁近傍で）高すぎる状況と言える．ただし，壁関数の利用を伴ういわゆる高 Reynolds 数型乱流モデルが，壁関数成立の前提条件を満たさない，剥離や衝突を含む複雑流れをそこそこの精度で予測できることが指摘されており[10),11)]，この状況が直ちに低い予測精度を与えることを意味しない．対数則を用いた場合，1.0 mm 格子と 0.5 mm 格子では u_τ は概ね一致するものの，fig. 2 で見られたように，得られた流れは定量的には大きく異なったことは，乱流パラメータに壁関数（式 (2)）を課す位置の違いが予測に無視しえない影響を与えたと推察される．

壁関数無しでは，fig. 2 でも見られたように，計算格子解像度の違いが予測に質的にも大きな相違（周期振動現象の再現の有無）をもたらす反面，壁関数有りでは計算格子解像度に依らずに周期振動現象を捉えられたことは，粘着条件による壁面摩擦推定が計算格子解像度に鋭敏であること，壁関数を用いることでその影響を回避/低減し得ることを示す．

参考文献

1) 藤田, 丸山: 水工学論文集, **45**, 403, 2001.
2) Fujita: J. Vis., **5**(4), 335, 2002.
3) Chiu et al.: J. Hydraul. Eng., **143**(1), 04016077, 2016.
4) 浪平, 髙木: 土論 B1, **75**(2), I_577, 2019.
5) Yoshimura et al.: KSCE J. Civ. Eng., **28**, 1075, 2024.
6) 岩橋ら: 第 28 回応力シンポ, 2024.
7) NASA Langley Research Center: Turbulence Modeling Resource, `https://turbmodels.larc.nasa.gov/index.html`
8) 横嶋: 土論 B, **62**(4), 419, 2006.
9) 中澤ら: 土論, **79**(1), 22-00116, 2023.
10) 中山, 横嶋: 土論 II-**48**(628), 131, 1999.
11) 中山, 横嶋: 土論 II-**56**(684), 141, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

Comparison of Pressure Spikes Induced by a Single Bubble Passing Through Constrictions of Various Shapes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

許　本源（東京大・数理）　　儀我　美保（東京大・数理）　　野津　裕史（金沢大・理工）
Pen-Yuan HSU, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Mi-Ho GIGA, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Hirofumi NOTSU, Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University
E-mail: pyhsu@ms.u-tokyo.ac.jp

In various constricted geometries, we give two-dimensional numerical simulations of two-phase, incompressible, viscous flow using an isothermal sharp-interface model (without phase change). We investigate the behavior of "pressure spikes", the place where the magnitude of time derivative of pressure is large.

1．はじめに

オリフィスやベンチュリ管に代表される流路の拡大縮小部は，流量を測定や微小気泡生成をはじめとする多様な工業用途で利用されている．気泡がこうした狭路を通過する際の圧力変動は，気泡挙動や流動音発生メカニズム解明の基盤となることから，古くから活発に研究されてきた．例えば，金子ら[2]（2012）は可視化実験を通じて，ベンチュリ管を通過した気泡の微細化崩壊が拡大部の圧力回復プロセスに依存することを指摘した．梅田ら[3]（1994）は空気-水二相流スラグ流を対象とし，単一気泡のオリフィス通過時における気泡挙動，圧力変動，発生音の相関を調査している．また，近年では JIANG ら[4](2021)が，異なる形状や生成条件を持つベンチュリ管式気泡生成装置を用いて実験を行い，ノズルの縮小角と空気混入量が気泡サイズに大きな影響を与えることを明らかにした．

これらの先行研究は目的こそ様々だが，圧力変動そのものに着目した考察が主流であった．これに対し，本研究では圧力の急激な変化を的確に捉えるため，圧力の時間微分に着目し，「圧力スパイク波」という概念を導入した[1]．その上で，気泡通過時の発生音は圧力スパイク波に起因するという仮説に基づき，相変化を含まない等温・鋭敏界面モデル（二相非圧縮性粘性流体方程式）を用いた 2 次元数値シミュレーションを行った．数値手法として，CFL 条件に制約されず AMR（アダプティブ・メッシュ・リファインメント）が利用可能な，時間 2 次精度のラグランジュ・ガレルキン(特性曲線)FEM を適用し，その有効性を検証した．本稿では，特に縮口部形状の違いが圧力スパイク波の挙動に与える影響について考察した結果を報告する．

2．二流体問題

領域 Ω を，Fig. 1 のように

$$\Omega := \Omega_1(t) \cup \Gamma(t) \cup \Omega_2(t) \subset \mathbb{R}^{d(=2,3)},\ t \in (0,T)$$
$$(\Omega_1(t) \cap \Omega_2(t) = \emptyset) \tag{1}$$

とおく．境界$\partial\Omega$は$\partial\Omega_D$と$\partial\Omega_N$に分かれているとする．
$(\overline{\partial\Omega} = \overline{\partial\Omega_D} \cup \overline{\partial\Omega_N},\ \overline{\partial\Omega_D} \cap \overline{\partial\Omega_N} = \emptyset)$.

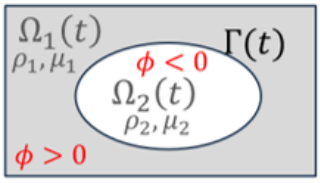


Fig. 1 Sharp interface in two-phase flow.

次の方程式（$i = 1,2$）：

$$\begin{aligned}
\rho_i \mathcal{D}_t u_i - \nabla \cdot [2\mu_i D(u_i)] + \nabla p_i &= \rho_i f, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
\nabla \cdot u_i &= 0, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
[u]_\Gamma = 0, [-pI + 2\mu D(u)]_\Gamma \hat{n} &= \sigma_0 \kappa \hat{n}, && (x,t) \in \Gamma(t) \times (0,T),\\
u &= g && (x,t) \in \partial\Omega_D \times (0,T),\\
[-pI + 2\mu D(u)] n_{\partial\Omega} &= 0, && (x,t) \in \partial\Omega_N \times (0,T),\\
u &= u^0 && x \in \Omega,\ t = 0,\\
\Gamma &= \Gamma^0 && t = 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

をみたす函数$(u,p): \Omega \times (0,T) \to \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$と
$\{\Gamma(t) \subset \Omega;\ t \in (0,T)\}$を求める問題を考える．

ここに，$T > 0$は終端時間，$\rho_i > 0, \mu_i > 0, \sigma_0 > 0$はそれぞれ密度，粘性，表面張力係数，

$$D(u) := \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^\top] \tag{3}$$

は歪み速度テンソル，$n_{\partial\Omega}$はΩの外向き法線ベクトル，$\hat{n}$は$\Omega_2(t)$の外向き法線ベクトル，κは界面$\Gamma(t)$の曲率，$[\cdot]_\Gamma$は$\Gamma = \Gamma(t)$におけるジャンプで，

$$[A]_\Gamma(x,t) := \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_1(t)}} A(y) - \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_2(t)}} A(y), \qquad x \in \Gamma(t). \tag{4}$$

流速uと圧力pは，領域Ωで定義された関数として考える：

$$u(x,t) := \begin{cases} u_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ u_2(x,t), & x \in \Omega_2(t), \end{cases} \quad p(x,t) := \begin{cases} p_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ p_2(x,t), & x \in \Omega_2(t). \end{cases} \tag{5}$$

界面$\Gamma(t)$を，レベルセット関数$\phi(x,t)$を用いて表現する：

$$\Gamma(t) = \{x \in \bar{\Omega};\ \phi(x,t) = 0\} \tag{6}$$

3．数値計算結果（二次元）

気泡が縮口部を通過する際，圧力の時間微分が短い時間に正負に大きく激変することを「圧力スパイク波」と呼ぶことにする[1]．ここでは縮口部の形状が直角型（Square-edged orifice）及び砂時計型（Sand glass like orifice）における圧力スパイク波の挙動を調べる．

まず計算領域と境界条件について説明する．垂直下から流入する場合の底面（横流入では右の側面）での境界条件（入口境界条件）から速度の垂直成分が 0 からスタートして，徐々に大きくなるポアズイユ流

$$u = [1 + \tanh(8t - 4)]x_1(1 - x_1) \tag{7}$$

を設定する．出口境界条件は応力フリー境界条件

$$[-pI + 2\mu D(u)]n = 0 \tag{8}$$

で，ほかの境界は滑りなし境界条件とする．
重力方向及びポアズイユ流の進行方向は Fig. 2（垂直下から流入）と Fig. 3（横流入）で示す．気泡の初期位置は領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

入口の底面付近にある．密度，粘性，表面張力係数は $(\rho_1,\mu_1)=(10^3,10),(\rho_2,\mu_2)=(1,10^{-1}),\sigma_0=1.96$ とする．

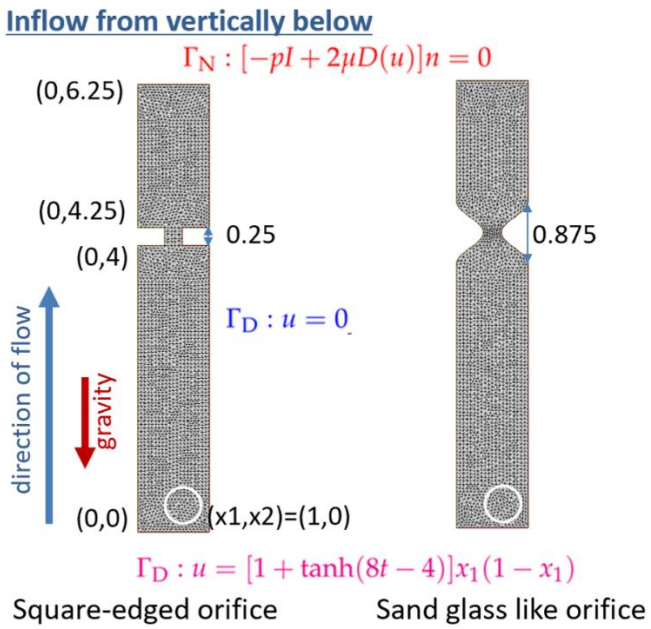


Fig. 2 Computational Domain for vertical inflow from below.

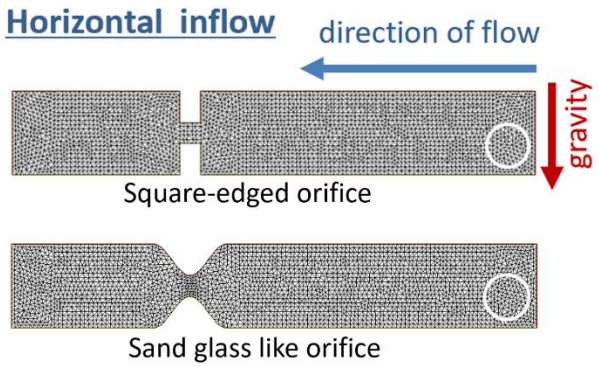


Fig. 3 Computational Domain for horizontal inflow.

今回の条件設定では上流側だけ全体の圧力変動が顕著のため，上流側の壁付近(*)での平均圧力時間微分を異なる形状の縮口部，流入方向の違いでの影響を考察した（Fig. 4 と Fig. 5）．特に気泡先端が縮流部入口に到達したタイミングで（Fig. 4 に Time=277）直角型の圧力時間微分は著しく低下する．その現象は上流側全体で起こった（fig. 6）．

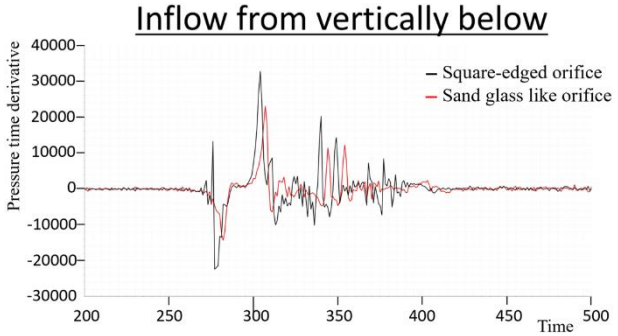


Fig. 4 Time variation of the pressure time derivative for vertical inflow from below.

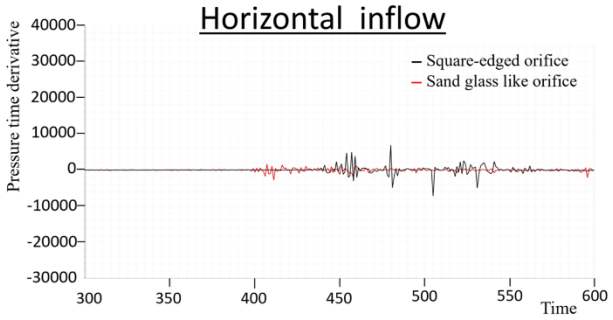


Fig. 5 Time variation of the pressure time derivative for horizontal inflow.

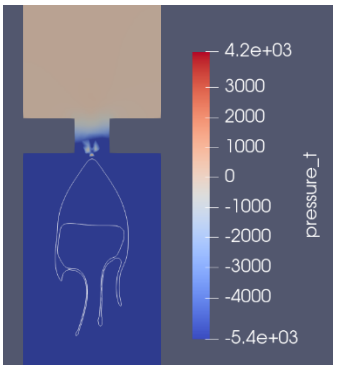


Fig. 6 Pressure time derivative distribution at the moment the bubble tip reaches the contraction entrance（Time=277）.

（＊）Fig.4 の圧力時間微分（縦軸）は上流側の壁付近（Fig.2 の直線 $\{x=(x_1,x_2);\ x_1=0.05, 0.75\le x_2\le 3.25\}$）上での平均で，Fig.5 も Fig.3 の対応する場所での平均である．横流入の計算領域は Fig.2 から９０度反時計回りにしたものである．

４．結び

単一気泡が縮口部を通過する際，直角型・砂時計型双方の形状において圧力スパイク波が発生する．最狭部の径が同一(0.25)の場合，直角型と比較して砂時計型の方が圧力スパイク波の振幅は小さい．さらに，垂直下からの流入よりも水平流入の方が振幅は小さい．この要因として，重力による気泡先頭部の縮小が考えられる．以上の結果は，形状と発生音に関する直観，および特異点が凹部で発生するという数学的直観とも整合し，圧力の空間・時間微分がいずれも小さくなることが類推できる．異なる形状間での圧力スパイク波形や振幅の相違を，数理モデルに基づいた数値解析アプローチにより考察した本知見は，形状改善による騒音低減の可能性を示唆しており，将来的な実用化が期待される．

謝辞

本研究はダイキン工業株式会社との社会連携講座「冷媒熱流体の数理」の一環として実施された。

参考文献

1) P.-Y. Hsu, M.-H. Giga and H. Notsu: Pressure Spike Generated When a Single Bubble Passes Through an Orifice, in preparation.
2) 金子 暁子，野村 康通，高木 周，松本 洋一郎，阿部 豊: ベンチュリ管内における気泡崩壊現象，日本機械学会論文集（B 編），78 巻 786 号 (2012-2).
3) T. Umeda: Noise Caused by Gas-Liquid Two-Phase Flow with Single Large Gas Bubble through an Orifice, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series B. vol.60, no.574 (1994), 56-63.
4) X. Jiang, T. Yasunobu, A. Nakamura and M. Shimazu: Miniaturization of Bubbles by Shock Waves in Gas-Liquid Two-phase Flow in the Venturi Tube, Journal of Thermal Science Vol.30, No.3 (2021) 1068-1076.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on the Flow Field Around a Robotic Hand Mimicking the Snapping Shrimp Motion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

大和田　武琉　矢木　啓介　松村　邦仁（茨城大学・工）
Takeru OWADA, Keisuke YAGI, Kunihito MATSUMURA, Ibaraki University
E-mail: 22t1038r@vc.ibaraki.ac.jp

Underwater robots designed for submerged operations and surveys are being utilized across various fields. Many underwater robots are equipped with robotic hands for grasping and manipulating objects, and their performance is a critical factor significantly influencing the success and precision of tasks. In the underwater environment, water resistance and pressure changes cause a reduction in motor function. Therefore, we focused on pistol shrimp, which achieves high-performance and efficient movement and function in the harsh underwater environment. This study investigates a robotic hand modeled after the pistol shrimp, experimentally clarifying its motion characteristics during closed action, the resulting flow behavior, and its structure.

1．研究背景・目的

水中ロボットは，海洋調査や作業など多様な分野で活用されており，対象物を把持・操作するロボットハンドの性能は作業効率や精度を大きく左右する重要な要素である．しかし，水中環境では水の抵抗や圧力変化の影響により，陸上と同様の運動性能を発揮することが難しく，高速動作や精密操作には多くの課題が存在する．一方で，自然界の水生生物は，水中環境に適応した高効率な運動機構を有している．中でも，テッポウエビはハサミを瞬間的に高速閉鎖することでジェット水流を発生させ，さらにキャビテーション現象を伴う衝撃波を生じることが知られている．[1] このはさみの運動は，獲物の捕獲だけでなく，威嚇など多様な行動に利用されており，小さな構造から大きなエネルギーを生み出す極めて効率的な機構である．本研究では，テッポウエビの模倣ロボットハンドを対象とし，その閉鎖動作における運動特性および，それに伴って発生する水流挙動，構造を実験的に明らかにする．

2．実験条件

使用するロボットハンド全体概要を Fig.1 に示す．ハサミ部は 45 ㎜×53 ㎜×12 ㎜である．左右合わせてハンドの根本部には 4 本のバネ(バネ定数 2.45N/mm)，可動部の連結部には 2 本のバネ(バネ定数 1.47N/mm)を使用する構造となっている．また，ハイスピードカメラを用いて実験を行う．撮影条件は，フレームレートが 500fps で，シャッタースピードが 1/10000s で撮影を行う．ハサミの形状は，4 種類使用する．Fig.2.1～2.5 にハサミ部の詳細図を示す．ハサミの名前をそれぞれ Type1～Type4 とした．Fig.2.6 と Fig.2.7 に Type1 と Type3 のハサミ閉鎖時の上下ハサミの断面図を示す．

撮影画像により，ハサミの周方向速度と角速度を時間差分から算出する．また，インクを用いてハサミ閉鎖時に生じる水流ジェットの発生方向および流速を観察する．さらに，PIV 解析により，ハサミ閉鎖直後に形成される水流構造を解析する．

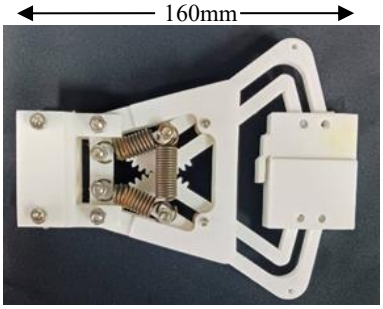


Fig.1　Robot hand used in experiment



(a) Upper scissors shape　(b) Lower scissors shape cross section

Fig. 2.1 Type 1 scissors shape



Fig.2.2 Upper scissors shape (Type2)



Fig.2.3 Upper scissors shape (Type3)



Fig.2.4 Upper scissors shape (Type4)



Fig.2.5 Lower scissors shape cross section (Type 2 to Type 4 common shape)

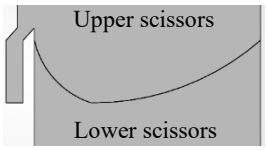


Fig.2.6 Cross-section of scissors when closed (Type 1)

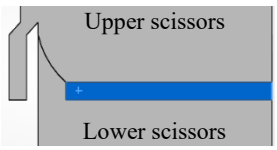


Fig.2.7 Cross-section of scissors when closed (Type 3)

3．実験・結果

3.1.　ハサミの速度測定

ハサミの閉鎖動作を定量的に評価するために，ハサミ先端における周方向速度および角速度の測定を行った．撮影した連続画像間における角速度変化量$\Delta\theta$を時間間隔Δtで除することで角速度ωを求めた．また，回転半径rと角速度ωの積により，ハサミ先端の週方向速度を算出した．Fig.3.1.1 に角速度に対するハサミ先端の鉛直方向の位置関係を表したものを示す．

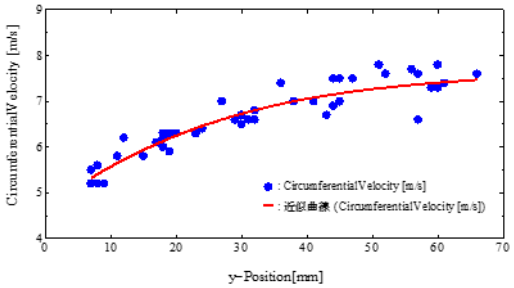


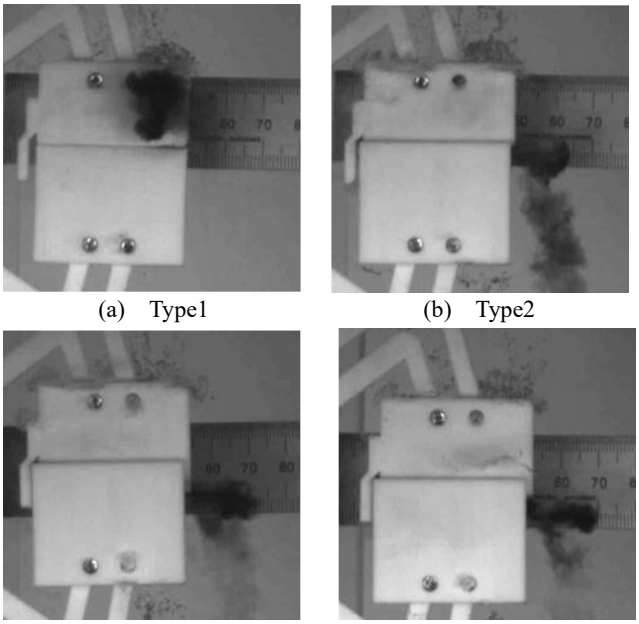
Fig. 3.1.1 Relationship between scissors tip position and angular velocity

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測定の結果，最大角速度は101[rad/s]であり，最大周方向速度は7.8[m/s]であった．

3.2. 水流ジェットの観察

ハサミ内部の構造の変化による，ハサミ閉鎖時の水流ジェットの観察を，インクを用いて可視化を行った．Fig.3.2 の(a),(b),(c),(d)に各 Type のハサミの閉鎖直後のハサミ内部から放出されたジェットの様子の撮影画像を示す．



(a) Type1　(b) Type2

(c) Type3　(d) Type4

Fig.3.2 Jet condition immediately after the scissors are closed

Type1 は Fig.3.2.(a)に示すように，ハサミの先端から鉛直上方向へジェットが放出されていることが確認できる．Type2 は Fig.3.2.(b)に示すように，閉鎖直後にハサミ先端からハサミ前方にジェットが生成されている．ジェットはハサミ先端から15mmの地点まで到達している．同様に Type3 と Type4 は Fig.3.2.(c),(d)に示すように，ハサミ前方にジェットが放出されていることが確認できる．この時の，到達位置は，約 18mm と 20mm であった．

3.3. PIV による流れの可視化

本研究では，インクによる可視化の結果を踏まえて，PIV を用いてハサミの閉鎖によって生じる流れを調べた．Fig.3.3.1 に Type1 のハサミ閉鎖後 12ms の流れを示す．ハサミ先端から鉛直上方向に渦構造が確認された．

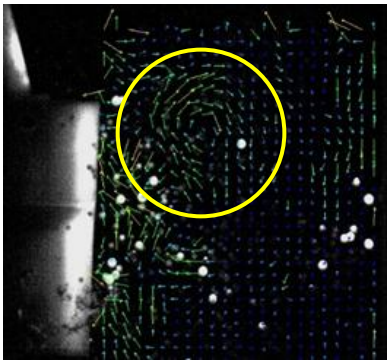


Fig.3.3.1 Flow pattern 12 ms after closure (Type 1)

Fig.3.3.2 に Type2 の PIV 解析画像を示す．これは，閉鎖後20ms の流れの様子になる．Fig.3.3.2 に示すように，ハサミ前方に渦構造が発生していた．

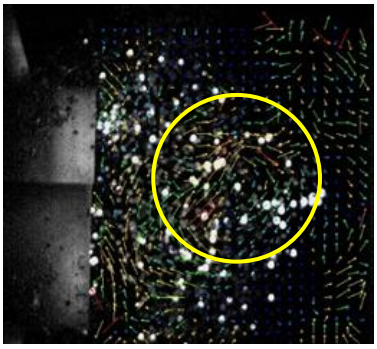


Fig.3.3.2 Flow pattern 20 ms after closure (Type 2)

同様に，Type3 および Type4 においても，PIV 解析を行った．これらの結果は，Type2 と同様にハサミ前方に渦構造が確認された． これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

4. 結論

ハサミの速度測定について，上部ハサミの先端速度は7.8[m/s]であった．実験で使用したハサミは，上下のハサミが稼働している．そのため，相対的な速度は，15.6[m/s]となる． ここで，実際のテッポウエビは，ハサミ閉鎖時には先端速度は約27[m/s]～30[m/s]と報告されている．[2][3]これと比較すると，約半分に相当する速度となることが実験で確認された．

インクを用いたジェットの可視化の実験では，Type2，Type3，Type4 について，前方にジェットを生成することが確認された．また， ジェット到達距離が変化する傾向が確認された．特に，Type3 および Type4 では，最大到達距離が約 40～43[mm]となった．これは，内部構造や開口形状の違いがジェット形成に強く影響していると考えられる．

PIV の解析結果では，インクでの実験を踏まえて，ジェットの流れの観察を行った．この実験では，Type2～Type4 で前方に渦構造が観察された．これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

実験で得られた流れおよびジェット特性は，実際のテッポウエビと比較すると速度の面では差はあるものの，ハサミ閉鎖によるジェット形成や渦構造の生成という基本的な流体挙動を再現できていると考えられる．

参考文献

[1] Detlef Lohse, Barbara Schmitz, Michel Versluis, ” Snapping shrimp make flashing bubbles,” Nature 413, 477-478, 2001
[2] Kiichi Tajima, Keisuke Yagi and Yoshikazu Mori, ” Development of an impulsive motion generator inspired by cocking slip joint of snapping shrimp,” Bioinspiration & Biomimetics, Volume 18, Number 6, 066002, 2023
[3] Kathryn Knight, ” Even the tiniest snapping shrimp claws make cracking pistol pops,” Journal of Experimental Biology, Volume 226, issue 4, jeb245565, 2023

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Contact Thermal Resistance of Wavy Surfaces under Low Pressure Conditions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮部　琉成（茨城大・工）　　垣内　幸太（茨城大・工）　　松村　邦仁（茨城大・工）
Ryusei MIYABE, Ibaraki University
Kouta KAKIUCHI Ibaraki University
Kunihito MATSUMURA Ibaraki University
E-mail: 22t1119r@vc.ibaraki.ac.jp

In structures that transfer heat through solid contact interfaces, contact thermal resistance becomes a primary uncertainty factor in thermal design. Particularly under low contact pressure conditions, the lack of true contact area due to roughness, coupled with the pronounced uneven distribution of contact caused by undulation, may reduce the applicability of existing models that use roughness alone as input. The objective of this study is to experimentally quantify contact thermal resistance in the low contact pressure region using the steady-state heat flux method. After clarifying the effects of both roughness and undulation, we compare and evaluate the prediction accuracy and applicability range of the Tachibana-Sano River model and the Tomimura model. The Tachibana-Sano model primarily models heat transfer in actual contact and void regions based on roughness and material properties, whereas the Tomimura model incorporates the influence of undulation components through parameters such as the representative void thickness.

1.初めに

固体接触界面を介して熱を伝達する構造では,接触熱抵抗が熱設計上の主要な不確かさ要因となる.とくに低面圧条件では,粗さに起因する真実接触面の不足に加え,うねりによる接触の偏在が顕著に表れ,粗さのみを入力とする既存モデルの適用性が低下する可能性がある.本研究の目的は,低面圧域における接触熱抵抗を定常熱流法により実験的に定量化し,粗さに加えてうねりの影響を整理したうえで,橘・佐野川式[1]と富村式[2]の予測精度および適用範囲を比較評価することである.なお,橘・佐野川式は主として粗さと材料物性から実接触部と空隙部の熱伝達をモデル化するのに対し,富村式は空隙の代表厚さなどを通じてうねり成分の影響を取り込む点に特徴がある.

2.実験方法

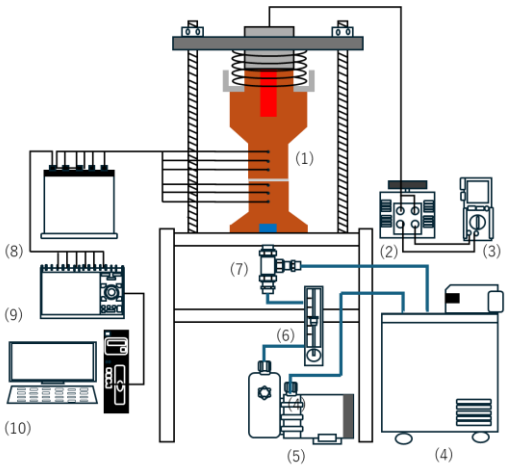


Fig.1- Overall view of the experimental equipment

本実験で使用した実験装置の全体構成を Fig.1 に示す.装置は,試験片を挟み込んだ試験部を加圧し,試験部上下に形成される温度勾配を熱電対により測定することで接触熱抵抗を評価する構成である.

実験装置は試験部,加熱系,冷却系,加圧系,計測・記録系に大別される.試験部(1)は評価対象となる接触界面を含み,接触熱抵抗の算出に直接影響するため最も重要な部分である.加熱系はスライダック(2)によりヒータ出力を調整し,マルチメータ(3)によりヒータへの入力を測定することで加熱条件を管理する.冷却系は恒温槽(4)により冷却水温度を制御し,ポンプ(5)により冷却水を循環させる.流量は流量計(6)により測定・調整し,配管は T 字継手(7)を用いてロッド部の循環が安定するよう構成した.計測・記録系は,氷点を基準温度とするためのアイスボックス(8),温度データを記録するデータロガー(9),および記録データを受信・保存する PC(10)からなる.

本研究での評価対象となる試験片は Cu(C1020),Al(A5052),SUS(SUS304)であり,それぞれの材料特性は以下の表に記載した.

Table1-Test piece physical properties

	熱伝導率(k:W/mK)	硬さ(Hv)	縦弾性係数(E:Gpa)	ポアソン比
C1020	391	115	118	0.33
A5052	140	68	68	0.33
SUS304	16.7	187	193	0.29

これらの試験片を無酸素銅ロッドで挟み込み,面圧 0.1–0.6 MPa の範囲で定常状態を形成し,接触熱抵抗をロッド間の温度差と試験片に流れる熱量から算出した.また,本研究では全体の熱抵抗から試験片のバルク熱抵抗を引きさらに 2 で割った値を本研究の片面の接触熱抵抗として算出した.

本研究では表面形状測定に AMETEK 社製 ZeGage Pro を用いた.試験片は直径 20 mm, 高さ 3 mm の円柱形である.測定は試験片表面の一辺 10 mm の正方領域（10 mm×10 mm）を対象として実施した.直径 20 mm に対して 10 mm 角は部分領域であるが, 接触界面の代表領域として同一条件で測定し, 以降の評価に用いた.

なお, 本研究では装置出力のうち, 面領域算術平均高さ Sa, 二乗平均平方根高さ Sq, 最大高さ Sz を参照した.なお,表面は

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

#400 および#2000 のサンドペーパーでの研磨により調整し,表面形状計測 Fig.2 から粗さ指標に加えて粗さより長い波長成分を表すうねりを導入した.

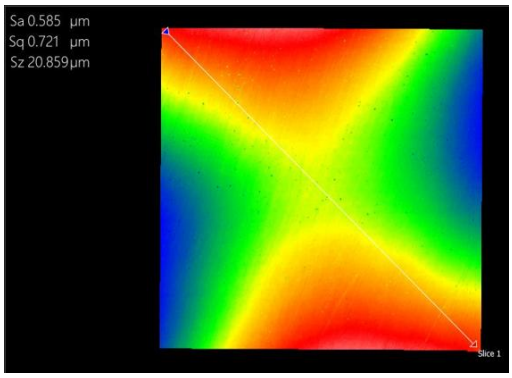


Fig.2-2D surface maps of sample polished #2000

本研究では実験条件を以下のように設定した.

Tbele2- Experimental conditions

パラメータ		条件
接触面圧力(P:MPa)		0.097~0.597
ヒータ出力(Q:W)		67
冷却水流量(L:l/min)		4
冷却水温度(°C)		20
データロガー	サンプリング周期	1/s
	サンプリング点数	10800点
試験片	材質	C1020
		A5052
		SUS304
	表面加工法	サンドペーパー#2000
		サンドペーパー#400

3.結果とモデル比較

Cu 試験片の結果 Fig.3 では,粗い表面ほど接触熱抵抗が大きく,面圧の増加に伴い単調に低下した.低面圧側では富村式が実測に近い条件が見られ,面圧増加に伴って両モデルの予測が接近したことから,支配因子がうねりから粗さへ相対的に移行する可能性が示唆された.さらに,#2000 での高圧力帯ではうねりを使用していない橘・佐野川式との差が著しく減少しているが,#400 での高圧力帯での実測値と橘佐野川式との差が#2000 ほど小さくなっていないことから,圧力による支配因子がうねりから表面粗さに変化する過程は表面粗さ・うねりによって異なることが考えられる.

また,どの圧力帯においても#2000 による表面研磨の接触熱抵抗を#400 の表面研磨の接触熱抵抗の値が下回ることがなく,表面粗さ・うねりによる接触熱抵抗の重要な部分を占めていると考えられる.

#2000 研磨による材料比較 Fig.4 では,SUS304 は Cu および Al より接触熱抵抗が大きく,面圧増加に対する低下幅も小さかった.これは熱伝導率が低いことに加え,硬さの差により真実接触面の増加が抑制され,うねりの影響が相対的に残存した可能性がある.

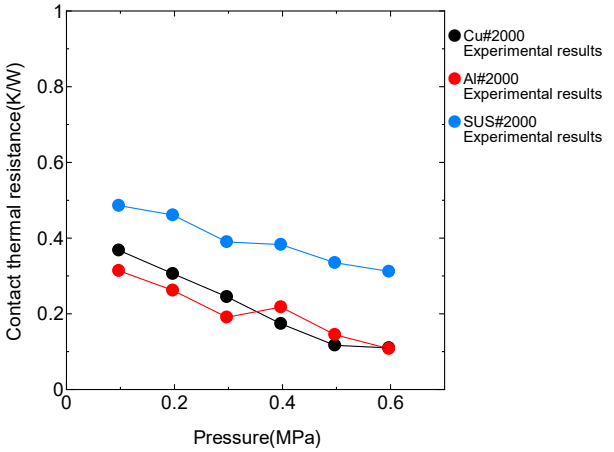


Fig3. Cu Roughness comparison: Contact thermal resistance

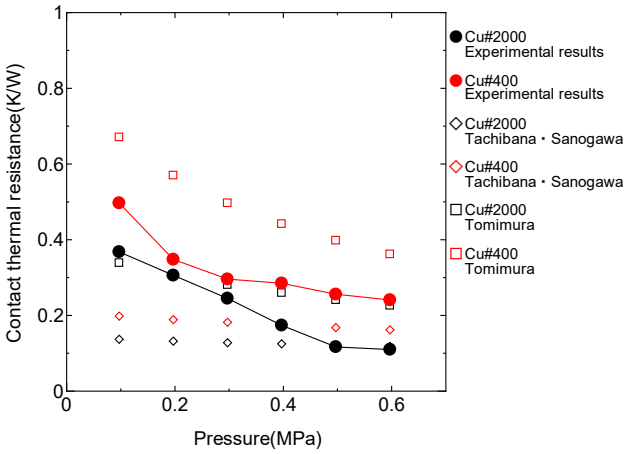


Fig4 #2000 Material comparison: Contact thermal resistance

4.まとめ

本研究の範囲では,面圧が小さい条件では,表面粗さだけでは接触熱抵抗の差を十分に説明できなかったが,表面のうねりのために接触が一部に集中し,熱が通りにくくなる可能性が示された.したがって低面圧条件の熱設計では,研磨による粗さ低減に加え,平面度の確保が重要である.

参考文献

[1] 佐野川 好母「金属接触面における伝熱に関する研究(第4 報)—接触熱抵抗の近似計算法—」, 日本機械学会論文集, B 編, 第 33 巻, 第 258 号, p1126~1133, 1967.

[2]Toshio Tomimura,Yasuo Takahashi, Tae Wan Do, Kensei Shigyo and Yasushi Koito,Simple evaluation method for temperature drop at contact interface between rough surfaces under low contact pressure conditions,
IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol.61, 012040, pp.1–11, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

Non-Destructive and Non-Contact Detection of Leak Phenomena in Pipeline based on Water Hammer-Induced Hoop Strain (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙橋　悠斗（新潟大院・自）　　萩原　大生（山口大院・創）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Yuto TAKAHASHI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Taiki HAGIWARA, Graduate School of Science and Technology for Innovation, Yamaguchi University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: a21n094k@gmail.com

In this study, pipe deformation associated with water hammer was measured in a model pipeline using the digital image correlation (DIC) method. Hoop strain corresponding to the internal water hammer pressure is calculated by DIC method. An increase in the damping rate due to leakage is observed in both the pressure and hoop strain signals, and the increase in the damping rate became smaller as the leakage occurred farther from the valve. These results suggest that the DIC method has the potential to detect leakage induced energy loss in the pipeline by non-contact measurements.

１．はじめに

上水道や農業灌漑のパイプラインは，耐用年数の超過に伴い突発事故が増加傾向にある．社会インフラとしてのパイプラインの多くは地中に埋設されているため，漏水の発生を直ちに知ることは困難であり，地表面の陥没などによって顕在化することが多い．漏水の規模が小さい段階で漏水箇所を特定する方法の開発が急務となっている．既往の研究 [1]では，水撃圧に伴う管材変形の漏水による減衰をひずみ計測により計測し，評価を試みている．本研究では，水撃圧に伴う管材変形に対してデジタル画像相関法(以下，DIC 法）による 3 次元画像解析を行い，漏水に起因する管内のエネルギ損失の非破壊検出を試みる．

２．実験および解析方法

本研究では，パイプライン内に発生させた水撃圧の漏水による減衰をモデルパイプライン実験により評価した．モデルパイプラインは，内径 100.8 mm，管厚 6.6 mm，管長 2.0 m の硬質塩化ビニル管をボルトつなぎ合わせることで構築した．全長約 65 m，高低差約 7.8 m であり，上流端に水槽，下流端にバルブを設置した．水槽水位 1.0 m 低下時にバルブを急閉塞させ，管内に水撃圧を発生させた．水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測した． DIC 法はバルブより約 24.5 m 上流地点に画像解析面を作成し，2 台の CCD カメラを用いて計測を実施した．画像解析面の大きさは 60 mm×60 mm とした．水圧計測を画像解析面より 2.0 m 下流地点の管体上部に小型圧力センサ（HTV-300KP，センシズ社）を設置することで実施した．DIC 法の計測間隔を 50 Hz，水圧計の計測間隔を 1000 Hz に設定した．実験ケースを漏水なし（Case 1），バルブから約 1.5 m 地点で漏水あり（Case 2），約 16.5 m で漏水あり（Case 3），約 20.5 m 地点で漏水あり（Case 4），約 41.1 m 地点で漏水あり（Case 5）および約 60.0 m 地点で漏水あり（Case 6）の 6 ケース実施した．

DIC 法の解析には Vic 3D（Correlated Solutions 社製）を用いて，周方向ひずみの算出を行った．パイプラインを両端自由の薄肉円筒と仮定し，水圧変動に伴う周方向ひずみの理論値の算出に次式を用いた．

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E_p}\frac{Rp}{e}, \tag{1}$$

ここで，ε_θ：周方向ひずみ，E_p：縦弾性係数（N/m^2），R：内半径（m），p：内水圧（Pa），e：管厚（m）である．水撃圧の伝播速度を次式より算出し，水撃圧の周波数の理論値を算出した．

$$a=\sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma}{g}\left(\frac{1}{E_w}+\frac{2R}{eE_p}\right)}}, \tag{2}$$

ここで，a：圧力伝播速度（m/s），γ：水の単位体積重量（N/m^3），g：重力加速度（m/s^2），E_w：水の体積弾性係数（N/m^2）である．水圧データおよび DIC 法により計測された周方向ひずみに対して，時系列データを振幅スペクトルに変換し，周波数成分を求めた．変換方法は高速フーリエ変換（以下，FFT と記す）である．FFT 結果において確認された振幅スペクトルのピークをバンドパスフィルターにより抽出し，以下の式を用いることで水撃圧の減衰特性を評価した．

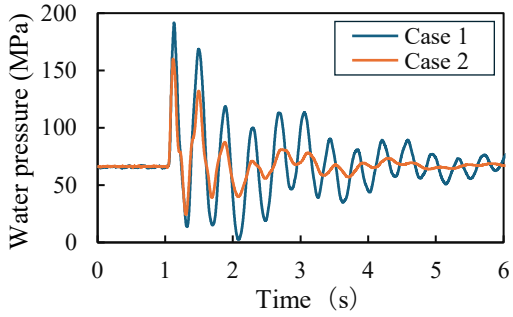
$$p(t)=\alpha e^{-\sigma t}, \tag{3}$$

ここで，p：水圧（kPa），α：初期振幅，σ：減衰率である．

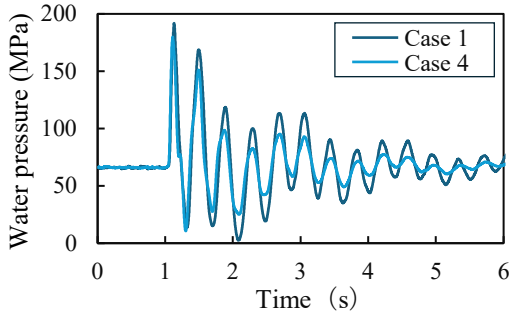
３．結果および考察

バルブから約 22.5 m 上流で計測した水圧データにおける，水撃圧発生時の時系列グラフを Fig. 1 に示す．漏水の有無での比較により，漏水による水撃圧の減衰が大きくなることが確認された．バルブ付近で漏水を発生させた Case 2 では水撃圧の減衰が大きかったのに対し，バルブから約 60.0 m 地点で漏水を発生させた Case 6 では水撃圧の減衰が Case 1 と同程度となった．水撃圧発生時の周方向ひずみの時系列グラフを Fig. 2 に示す．水撃圧発生に伴う管材変形が DIC 法によって捉えられていることが確認された．各計測地点の水圧および DIC 法により計測された周方向ひずみの FFT 結果より，2 m（単管）に起因する固有振動数および水撃圧の伝播速度の理論式より算出された水撃圧の周波数付近において振幅スペクトルのピークが確認された．このうち，水撃圧の周波数付近のピークをバンドパスフィルタにより抽出し，式 (2) を用いることで水撃圧の 1 次成分の減衰率の算出を試みた．各水圧計における水撃圧の 1 次成分の減衰率を Fig. 3 に示す．すべての計測地点において，漏水により水撃圧の減衰率が増加していることが確認された．水撃圧発生地点であるバルブから漏水地点までの距離が遠いほど水撃圧の減衰は小さいという結果であった．高

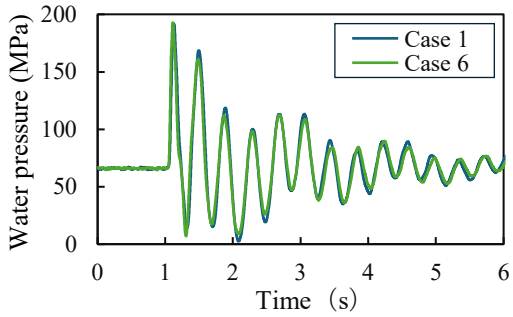
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 1 Time-series of water pressure during water hammer transient.

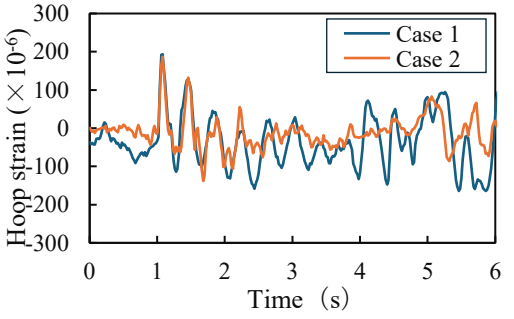
低差がほぼない水圧計 1 から 5 の減衰率は同程度であったが，水圧計 7 で計測した減衰率は値がケースによりばらついていることが確認された．周方向ひずみの減衰率も同様に，漏水による減衰率の増加が確認され，バルブからの距離が遠いほど減衰が小さいという結果となった．以上より，水撃圧に伴う管材変形の非接触計測によりパイプラインの漏水を管外面から評価できる可能性が示唆された．

4．おわりに

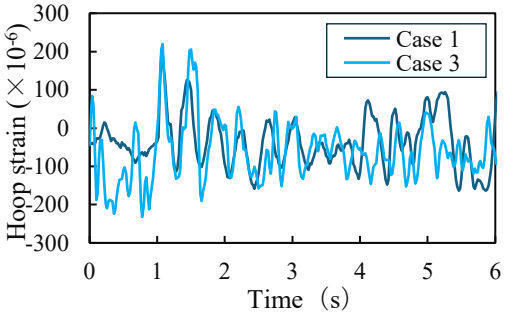
本研究では，モデルパイプラインにおいて水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測・解析した．水撃圧に伴う周方向ひずみ変動が DIC 法によって捉えられていることが確認された．漏水による水撃圧の減衰率の増加が水圧および周方向ひずみの両方において確認され，漏水が水撃圧発生地点から遠くで発生しているほど減衰率の増加が小さいことが確認された．以上より，DIC 法により漏水による管内のエネルギ損失を非接触で検出できる可能性が示唆された．

謝辞

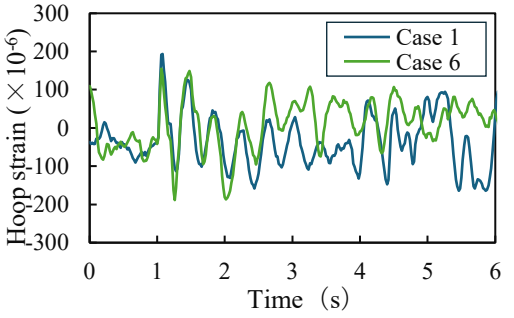
本研究の一部は、農林水産省「令和８年度戦略的農林水産研究推進事業（委託プロジェクト研究） 老朽化する農業水利施設の健全性に対する不可視な影響要因等の監視技術の開発」の補助を受け実施した．ここに記して感謝申し上げる．



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 2 Time-series of pipe hoop strain during water hammer transient.

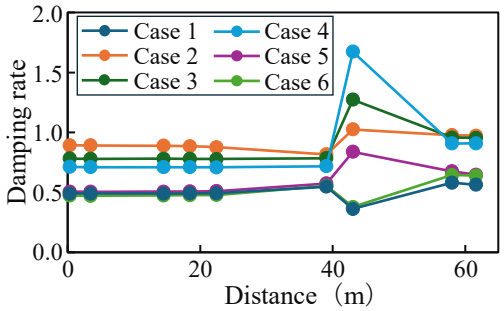


Fig. 3 Damping rate of the first component of water hammer pressure at each water pressure sensor.

参考文献

1) T. Hagiwara, Y. Asada, T. Toma, K. Kurasawa and T. Suzuki: Non-contact detection of leak-derived energy loss for an in-service pipeline system using digital image correlation, *Nondestructive Testing and Evaluation*, pp. 1-22, 2025.

2) 髙橋悠斗，坪田到馬，萩原大生，鈴木哲也：水撃圧の減衰に着目したひずみ計測によるポンプ圧送式パイプラインの漏水の非破壊検出，土木学会論文集（応用力学），82 巻 15 号，25-15035，2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

Hydraulic Experiment on Near-Bottom Flow Around a Cylinder Placed in a Bidirectional Regular Wave Field and Its Numerical Simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶川　勇樹（鳥取大・工）　　越智　丈喜（鳥取大・院）
北出　将大（鳥取大・院）　　黒岩　正光（鳥取大・工）
Yuki KAJIKAWA, Tottori University
Takeyuki OCHI, Tottori University
Masahiro KITADE, Tottori University
Masamitsu KUROIWA, Tottori University
E-mail: kajikawa@tottori-u.ac.jp

In this study, the authors aimed to clarify the near-bottom flow conditions around a circular cylinder in a bidirectional regular wave field, and conducted hydraulic experiments and its numerical simulations using a three-dimensional flow model. It demonstrated that in the bidirectional waves, the flow direction away from the cylinder is more pronounced than in unidirectional waves. Furthermore, while the three-dimensional analysis was able to reproduce the general flow conditions, challenges remained in accurately reproducing the cross-flow velocity.

１．はじめに

着床式洋上風力発電施設の基部では，波や流れの影響により局所洗掘現象が発生する．施設保護のためにも洗掘対策を実施する必要があるが，その前提として洗掘予測が極めて重要となる．従来，波のみ，あるいは波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘を対象とした研究は数多く行われてきた [1]．しかしながら，従来の研究は直線水路において一方向のみの波あるいは波・流れを対象としたものであり，実海域のような多方向からの入射・流入を想定した研究は行われていない．多方向波浪場における円柱に作用する流体力に関する研究は数多く行われているものの，局所洗掘に係る円柱周りの流況や地形変化に関する研究は行われていないのが現状である．

そこで本研究では，多方向波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘現象の解明と予測を最終目標とし，まず二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況の解明を目的として，固定床水理模型実験と三次元数値解析を行った．

２．水理模型実験の概要

本研究では Fig. 1 (left)に示す多方向造波水槽を使用した．造波装置はピストン方式であり，15 枚の造波板を時系列で位置を制御することにより多様な波を造波できる．静水深を 0.30 m とし，直径 0.15 m の円柱を二方向規則波浪場内で合成波高が最大となる位置に設置した．円柱設置位置から造波装置に対して平行移動し，同じく合成波高が最大となる位置に波高計を設置した．Fig. 1 (right)に示す点において，底面から 0.025 m 上の水平方向流速を電磁流速計により計測した．各点において波高および流速を 50 Hz で 30 秒間計測し，計測データを波の周期毎に時間平均した．実験条件を Table 1 に示す．本研究では二方向規則波だけでなく，比較のため一方向規則波の実験も行った．

３．実験結果と考察

実験結果として Fig. 2 に 1 周期分の波形（実線）を，Fig. 3 に Fig. 2 中に示される時間 $t = 0.1$ s での底面流速ベクトルをそれぞれ示す．Fig. 3 はちょうど円柱設置位置を波の峰が通過している時の状況に相当する．

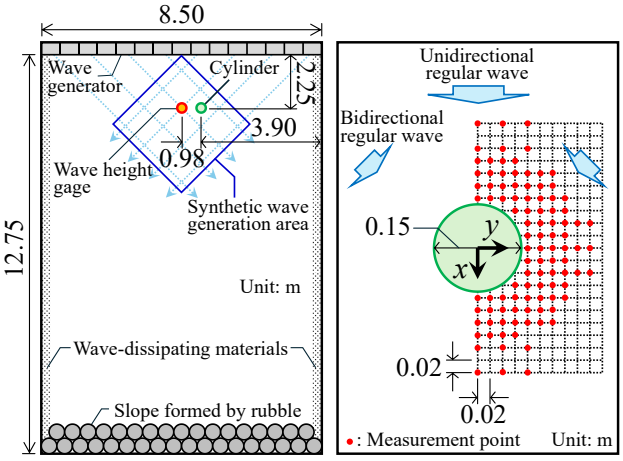


Fig. 1　Experimental wave basin (left) and flow velocity measurement points (right).

Table 1　Experimental conditions

	Water depth h_0 (m)	Wave height H (m)	Synthetic wave height H_s (m)	Wave period T (s)	Wavelength L (m)
Unidirectional regular wave	0.30	0.073	—	1.0	1.40
Bidirectional regular wave		0.052	0.103		1.38

Fig. 2 の二方向波を見ると，合成波高が計測されているため一方向波より波高が大きい．Fig. 3 を見ると，波高が異なるため流速値の比較は難しいものの，円柱前面から側面にかけて，二方向波は一方向波よりも外向き（y 軸プラス方向）の流れが強く表れている．これは，谷通過時も同様に見られた．このような流れが表れた原因は，円柱に対して波が斜め入射してきたことにある．この結果は移動床を想定した場合，洗掘に伴う流送土砂が，二方向波では一方向波に比べて円柱からより遠方へ輸送されることを示している．即ち，実海域のような多方向波浪場における円柱

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

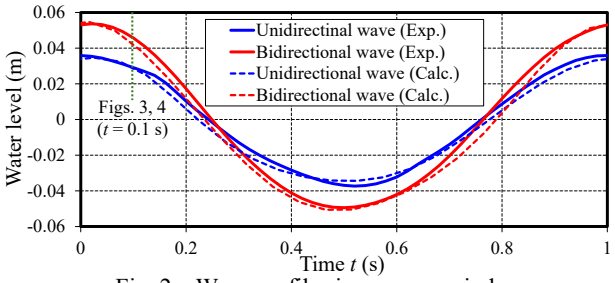


Fig. 2　Wave profiles in a wave period.

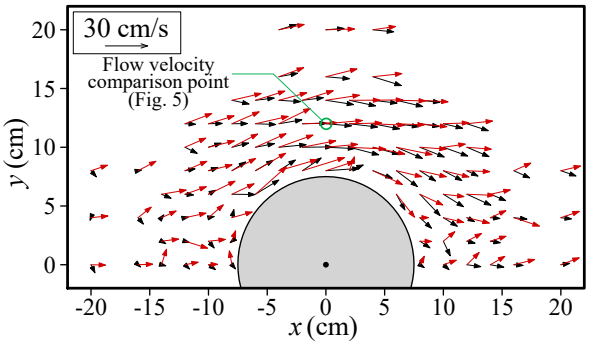


Fig. 3　Near-bottom velocity vectors in the experiments at t = 0.1 s. (black: unidirectional wave, red: bidirectional wave)

周りの局所洗掘では，洗掘孔の範囲が一方向波での予測範囲よりも大きくなる可能性を示している．事実，実海域での円柱周りの洗掘観測では，水中安息角よりもかなり緩い勾配で広範な洗掘孔が確認されている [2]．高精度な洗掘予測には，多方向波浪を考慮する必要があると考えられる．

4．三次元モデルによる実験流況の再現解析

著者ら [1]の数値モデルにより，実験の再現解析を行った．基礎方程式には FAVOR 法を導入した三次元 RANS を使用し，渦動粘性係数の評価には RNG k-ε モデルを採用した．Fig. 1 (left)中に示す合成波作成可能範囲を対象に，水平および鉛直方向格子幅をそれぞれ 0.015 m，0.005 m として解析を行った．Fig. 2 に実験と解析（破線）による波形の比較を，Fig. 4 に二方向波での底面流速ベクトル (t = 0.1 s) の比較を，Fig. 5 に Figs. 3-4 中に示される円柱側面での(a) x 軸方向底面流速 u_b および(b) y 軸方向底面流速 v_b の比較をそれぞれ示す．

Fig. 2 より，解析結果は両波とも概ね実験波形と一致しているものの，二方向波での差が若干大きい．Fig. 4 より，解析による二方向波は，円柱前面から側面にかけての y 軸プラス方向の流れおよび全体的な流況について実験結果を再現できている．Fig. 5 の流速比較を見ると，(a)の u_b では一方向波および二方向波とも解析は実験結果を再現できている．特に一方向波については Fig. 2 の波形に続き，解析結果は実験値と良好に一致している．一方，(b)の v_b については差が表れた．一方向波については，実験において正負流速値の変動が表れているものの，解析結果は概ね実験結果と一致している．しかしながら，二方向波について，実験ではほぼ正の流速値となっているものの，解析では円柱位置を波の谷から峰が通過していく際 (t = 0.5～1.0 s) に負の流速値が表れている．この間，実験においても流速値が低下しており，解析はそれを表しているものと考えられるが，低下量が大きい．数値モデルにおける乱流モデル等の影響も考えられるが，Fig. 2 に示される若干の波形の不一致が大きな原因と考えており，今後の課題である．

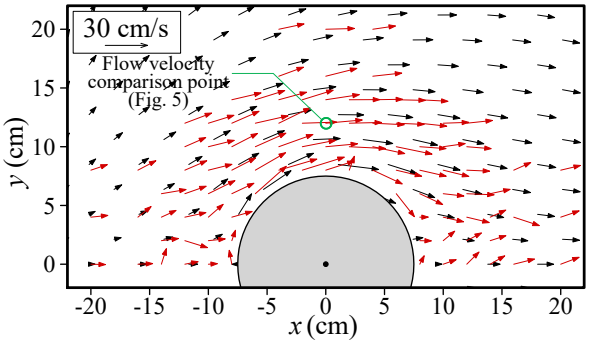


Fig. 4　Comparison of near-bottom velocity vectors of bidirectional wave at t = 0.1 s. (black: calc., red: exp.)

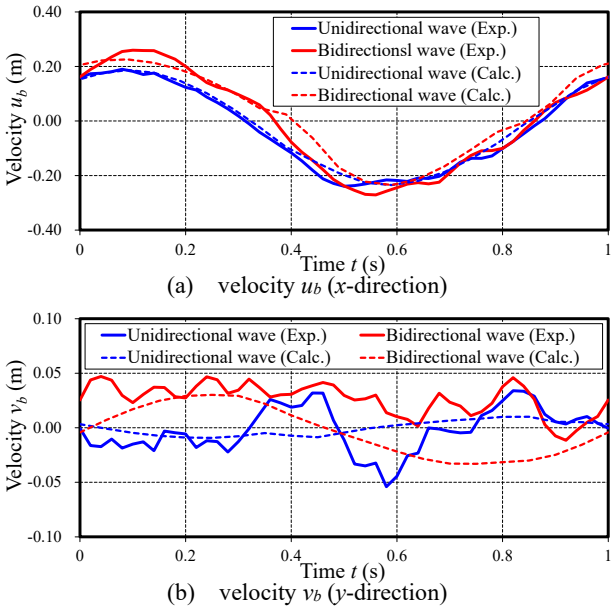


Fig. 5　Comparisons of near-bed flow velocities at the side of a cylinder in a wave period.

5．おわりに

本研究では，二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況を解明するため，水理模型実験と三次元モデルによる再現解析を行った．その結果，二方向波では一方向波に比べて円柱から遠ざかる流向が強く表れること，三次元解析により概ねの流況は再現できるものの，横断流速についてはその再現性に課題が残ることを示した．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 24K07683 の助成を受けたものです．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) 梶川勇樹，本田未依奈，原知聡，馬込伸哉，武田将英，黒岩正光：波・流れ共存場における円柱周辺の地形変化に関する大型実験の三次元解析と高速化の検討，土木学会論文集特集号(海岸工学)，80 巻，17 号，24-17192，2024.
2) 原知聡，栗原明夫，武田将英，馬込伸哉，柴田雄也，倉原義之介，間瀬肇，石川和之：実海域における没水した直立円柱周りの局所洗掘に関する現地観測，土木学会論文集特集号(海洋開発)，81 巻，18 号，25-18061，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Flow Structure around a Submerged Bridge (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山口　拓磨（熊本大）　　張　浩（熊本大）　　松村　政秀（熊本大）　　Yan WANG（熊本大）
Takuma YAMAGUCHI, Faculty of Engineering, Kumamoto University
Hiroshi CHO, Faculty of Advanced Science and Technology, Kumamoto University
Masahide MATSUMURA, Center for Water Cycle, Marine Environment and Disaster Management, Kumamoto University
Yan WANG, Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University
E-mail: bn.taku.07@gmail.com

Frequent floods exceeding the design level have caused severe damage to river-crossing bridges. This study conducted hydraulic model experiments to clarify the flow structure around submerged bridges and to quantitatively evaluate the effects of railing presence and overtopping depth on the surrounding flow. Analyses of water surface profile, time-averaged velocity and Reynolds stress demonstrate that overtopping depth and ancillary structures significantly influence the hydraulic characteristics.

１．はじめに

橋梁などの河川横断構造物の設計においては，計画出水を対象としているため，超過洪水に対する防災力が通常考慮されていない．一方，極端な気象の増加に伴い，計画規模を上回る洪水により，毎年のように橋梁上部構造や河道内の橋脚の流出被害が発生するだけでなく，周辺地域への洪水，土砂，流木災害も後を絶たない．実際，令和２年７月の豪雨では，熊本県球磨川水系において多数の橋梁が流失し，周辺地域も含めて大きな被害が生じた．このような災害の防止と軽減において，超過洪水によって橋桁まで橋梁が水没した場合の流れ構造の解明は喫緊の課題である．

水没した橋梁は，洪水の流れに大きな障害をもたらし，複雑な流れを生み出す[1)]．大本[2)]により，水位上昇など，橋梁が異常洪水に与える影響について確認されている．また，窪田ら[3)]により，複数橋梁による橋桁・流木抵抗は急激な水位状況につながり，氾濫域の流況変化が家屋被害や人的被害を助長する傾向にあることが示唆されている．一方で，既往研究では洪水や津波による橋梁への被害を最小限に抑える方法が検討され，橋桁が流れに対する障害物となり被害を拡大するメカニズムについてはあまり議論されていない[4)]．本研究では，橋梁周辺の洪水の挙動メカニズムと水害リスクの解明を目指し，欄干の有無と越流水深の違いによる水没した橋梁周辺の流れ構造に着目し，基礎水理実験を実施する．

２．実験概要

本研究は，熊本大学工学部にある全長 14 m，幅 60 cm，深さ 40 cm の可変勾配水路を用いた(Fig. 1)．橋梁模型に関しては長さ 60 cm，幅 9 cm，厚さ 3 cm の木材を用いて作成し，上流端から約 9 m 地点に設置した．実験では，欄干の有無と越流水深の違いに着目した．橋桁のみの場合を CaseA，欄干がある場合を CaseB とし(Fig. 2)，欄干付のケースでは，欄干は幅 1 mm，厚さ 1.5 cm のアルミ棒を固定し，不透過の欄干とした(Fig. 3)．また，越流水深の違いは各ケースにおいて，橋桁のみの場合を基準に初期水位から模型上部まで H_s＝0cm，1.5cm，2.5cm の 3 段階に変化させて計 6 ケースの実験を行った．水路の横断中心部でポイントゲージを用いて水位を,KENEK 社の２軸電磁流速計本体(VM-802H)と L 字型センサー(VMT-200-04PLKU)を用いて流速を測定した．計測範囲に関しては，縦断方向（X 軸）が橋梁上流側 X=-50 cm から下流側 X=50 cm の 1m 区間であり，鉛直方向（Z 軸）は河床から水面まで 0.5 cm 間隔で，サンプリング時間は 20 秒，サンプリング間隔は 0.02 秒である．水理条件を Table 1 に示す．

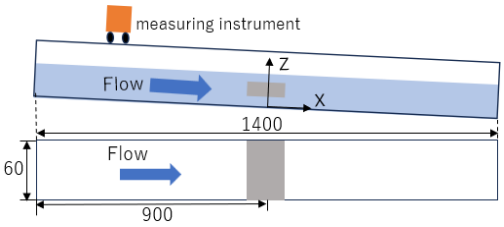
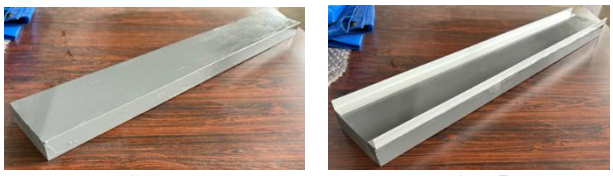


Fig. 1 Experimental water channel (cm)


CaseA　　CaseB
Fig. 2 Bridge model

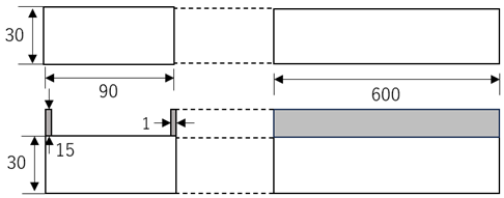


Fig. 3 Bridge model sketch (mm)

Table 1 Hydraulic conditions

流　量　Q (l/s)	26.15
水路勾配　i_0	1/1000
初期水位　h (cm)	9.0
水路幅　B (cm)	60
平均流速　U_0 (cm/s)	48.4
摩擦速度　u_* (cm/s)	2.60
フルード数　Fr	0.52
レイノルズ数　Re	33,396

３．結果および考察

実験データをもとに，水面形状，平均流速および乱れ特性について解析を行った．ここでは，各ケースにおける水面形状，縦断方向流速成分 U のコンター図，鉛直方向流速

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

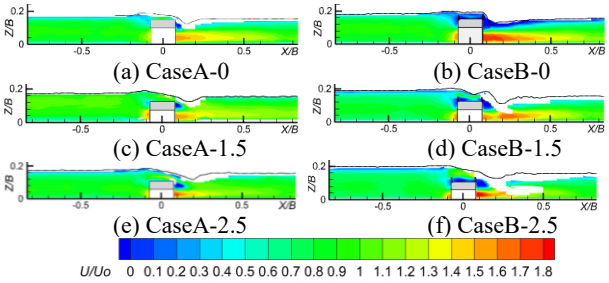


Fig. 4 Longitudinal velocity

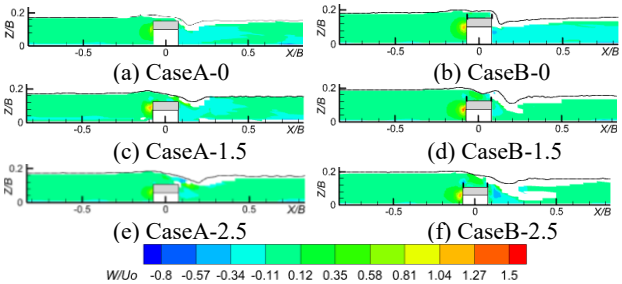


Fig. 5 Vertical velocity

成分 W のコンター図は Fig. 4，Fig. 5 に，上流側と下流側のレイノルズ応力はそれぞれ Fig. 6，Fig. 7 に示す．なお，縦断方向および横断方向の座標は水路幅 B，平均流速の各成分は等流状態における断面平均流速 U_0，レイノルズ応力は底面せん断応力ρu_*^2で無次元化した．

まず，水面形状に関して，橋梁上部の水面形は欄干がない場合では連続的に低下することに対し，また，欄干がある場合では欄干前後で乱れることがわかった．桁模型付近の下流側では橋梁からの下降流により水面が大きく低下し，橋梁から距離が離れると水位は初期水位付近で一定になっていくことがわかった．上流側の水位は CaseB-2.5 では水位が最大の 11.8 cm と初期水位から 31%の水位上昇がみられた．一方，CaseA-0 では上流側の水位が最低で 10.3 cm となり，初期水位から 14%の上昇となった．

次に，平均流速に関して，縦断方向流速はすべてのケースにおいて，堰き止めによって橋梁に向かう流速の低下が，河床付近では縦断方向流速の増加が見られ河床付近の最大流速は CaseA で $U/U_0 \approx 1.4$ 程度に対して，CaseB では $U/U_0 \approx 1.8$ と約 30%近く増大し，より広く加速域が分布する特性を示している．鉛直方向流速は，橋梁近傍で，上流側では上昇流が，下流側では下降流が発生していることがわかった．．$H_s = 0$ cm の場合，流速の最大値が CaseA の 0.38 に対し，CaseB では 1.30 と 242.1%にまで跳ね上がっている．これは，水没直後の浅い越流状態において，不透過欄干が強力な障害物として機能し，接近流の方向をほぼ完全に鉛直方向へ転換させたためと考えられる． $H_s = 1.5$ cm では Case A の 1.30 に対し，CaseB では 1.57 と 20.8%，$H_s = 2.5$ cm では Case A の 0.73 に対し，Case B では 1.27 と 74.0%の増大率となっていて，深い水没条件下でも欄干によって鉛直方向の流速が増大させられていることが分かる．

最後に，レイノルズ応力に関して，上流側の橋梁近傍(X = -6.0 cm)では，各越流水深で橋梁の橋桁底面付近からレイノルズ応力が負の値への絶対値の変化が顕著になる類似した応力分布がみられ，主流が橋梁に衝突したことによって運動量が上層へ運ばれていることが分かる．絶対値は欄干の存在および越流水深の増加によって大きくなることがわかった．また，橋梁から離れた地点(X = -50 cm)での乱れによる運動量輸送の特性は越流水深が大きくなることによって下層へ向かうものから上層へ向かうものへと変化することがわかった．下流側では，ほとんどのケースでレイノルズ応力の大部分は正の値を示しており，運動量が下層に運ばれていることが分かる．橋梁近傍(X = 10 cm)では河床から水深中央に向かって絶対値が大きくなったり，橋梁から離れた地点(X = 50 cm)では値が 0 へ近づいたりと両ケースで類似した分布特性を持っていることがわかった．

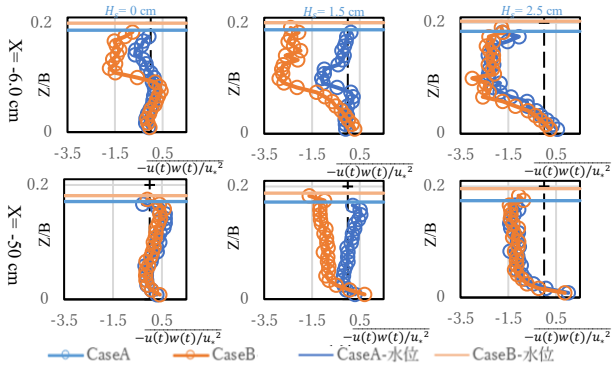


Fig. 6 Distribution of Reynolds stress in the upstream reach

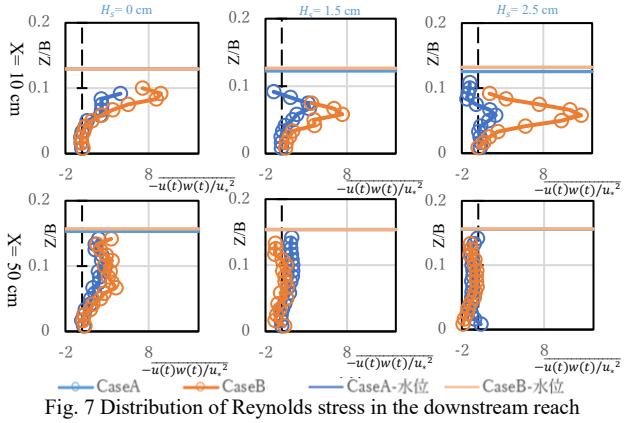


Fig. 7 Distribution of Reynolds stress in the downstream reach

4．結果および考察

本研究では，水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎水理実験を実施した．実験結果より，欄干の存在や越流水深の増加は災害リスクの増加が多岐にわたって考えられることがわかった．今後，実験ケースを増やし，欄干や越流水深が流れ構造に与える影響について，より詳細に検討する予定である．

謝辞：本研究は JSPS 科研費 24K00971 助成を受けた．

参考文献

1) 張　浩：四万十川流域における沈下橋の防災と維持管理技術の開発に関する研究，河川基金助成事業成果報告書 2016－5211－064，2018.
2) 大本照憲，岩本滉矢，宇根拓孝，平川隆一：令和 2 年 7 月球磨川水害における中州および橋梁が洪水流に与えた影響，木学会論文集 B1(水工学)，Vol.77，No.2，I_445-I_450，2021.
3) 窪田利久，柏田仁，井上隆，二瓶泰雄：三次元河川流・氾濫流一体解析法に基づく令和 2 年球磨川洪水における橋桁抵抗影響評価，木学会論文集，Vol.80，No.16，23-16157，2024.
4) 土木学会地震工学委員会：橋梁の対津波・対洪水設計に関する研究小委員会・活動報告書 2020.11.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオ PIV による計測 ～下降流に着目して～（シンポジウム講演概要）

Stereo PIV Measurements of Longitudinal Water-Surface Variations and Flow Structures around a Bridge Pier with Focus on Downflow (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

溝口　敦子（名城大・理工/東北大災害研）　　小松　洸太郎（名城大・理工）
Atsuko MIZOGUCHI, Meijo University/Tohoku University
Kotaro KOMATSU, Meijo University
E-mail: atsu@meijo-u.ac.jp

Bridge piers generate a downflow in front of the pier, which plays an important role in the initiation of local scour. In this study, laboratory experiments were conducted to investigate the relationship between free-surface variations and the downflow structure around a bridge pier under both subcritical and supercritical flow conditions. The flow field around the pier was measured using stereo PIV while the longitudinal water-surface variation upstream of the pier was recorded. The present paper reports these observations as a measurement case focusing on the relationship between longitudinal water-surface variations and the flow structure around a bridge pier.

１．はじめに

橋脚周辺では，橋脚前面に形成される下降流およびそれに伴う馬蹄渦（horseshoe vortex）が，局所洗掘の主要因の一つとして知られている．接近流は橋脚前面で停滞し，圧力上昇とそれに伴う下向き圧力勾配により下降流が発生する．この下降流は床面付近で側方流や上流向きの流れへと偏向し，橋脚基部を取り囲む馬蹄渦系を形成する．これらの流れ構造は橋脚周辺の河床せん断応力を増大させ，橋脚周辺の洗掘孔の形成および発達に大きく寄与することが指摘されている．また，洗掘の進行に伴い，これらの流れ構造も変化することが知られている [1]．しかしながら，橋脚前面に形成される下降流の発生領域や強度，およびそれらの洗掘孔発達に伴う変化は，十分な計測データが蓄積されているとは言えない．例えば洗堀孔の進展による流れの変化は最近ステレオ PIV を用いて計測されている [2]が，水面変化とともに整理された情報はほぼないに等しい．

本研究では近年の橋梁被災のうち橋脚周辺の局所洗掘現象に着目し，周辺河道に関わる水位縦断変化と洗掘孔に関わる橋脚前面の流れ構造を調べた．これまで橋脚前面における下降流の発生位置や鉛直方向の影響範囲について接近流速などの影響が指摘されているものの，自由水面の応答との対応関係や，洗掘の進行に伴う流れ構造の変化については十分に整理されていない．ここではそれらの整理を目指して，まず，橋脚周辺の水位縦断変化と流速構造の関係に着目し，常流および射流条件下における橋脚前面の下降流構造を水路実験により計測することにした．本概要は一計測事例の報告となるが，水面変化と下降流構造を整理し，橋脚周辺流れの特徴について示す．

２．実験方法

（１）実験装置

Fig.1 に示すように，実験は，長さ 10m，幅 0.2m の可変急勾配水路に三河珪砂 3 号および 6 号を張り付けた固定床を敷き橋脚を設置して行った．橋脚模型は小判型の断面で作成し，水路下流端から 3.4m の水路中央に設置した．Fig2 のように LaserSheet を入れ，側面から完全同期した高速度カメラ（カトウ光研製 K5）で撮影した動画を用いてステレオ PIV を実施した．

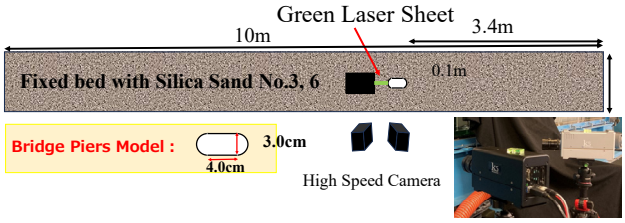


Fig.1 Experimental Set Up

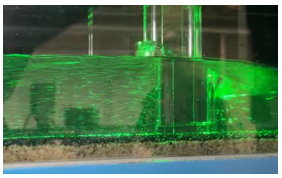


Fig.2 Laser Sheet and Pier Model

Table.1 Hydraulic conditions of the experimental case

			Fixed Bed covered by Silica Sand No.3				Fixed Bed covered by Silica Sand No.6			
Bed Slope	Q(m^3/s)	Case	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v
1/200	0.003	CaseA1	0.036	0.42	0.71	21389.7	0.027	0.55	1.07	32193.8
	0.0055	CaseA2	0.051	0.54	0.77	23037.2	0.041	0.68	1.07	32177.5
	0.008	CaseA3	0.064	0.63	0.79	23726.6	0.052	0.77	1.08	32481.8
1/100	0.003	CaseB1	0.028	0.54	1.05	31374.5	0.022	0.70	1.52	45576.4
	0.0055	CaseB2	0.039	0.70	1.13	34001.9	0.031	0.89	1.61	48195.3
	0.008	CaseB3	0.049	0.82	1.18	35524.1	0.039	1.01	1.63	48880.0
1/50	0.003	CaseC1	0.022	0.67	1.43	42765.9	0.018	0.83	1.96	58760.5
	0.0055	CaseC2	0.037	0.74	1.23	36983.7	0.025	1.10	2.21	66408.7
	0.008	CaseC3	0.039	1.03	1.66	49832.2	0.033	1.23	2.17	65060.9

（２）実験条件および計測事項

実験では，ポイントゲージによって橋脚周辺の水位とステレオ PIV によって流速を計測した．水位計測は Table.1 に示すように，底面は三河珪砂 3 号，6 号珪砂（平均粒径 2.1mm，0.21mm）を張り付けた固定床を使用し，流量，水路勾配をそれぞれ 3 パターンとする条件下で行った．3 号珪砂の固定床では橋脚前面の下降流を計測するステレオ PIV を，加えて CaseA1，C1 に限定し計測断面を横断方向にずらした計測も行った．

３．計測結果

（１）水位計測結果

Table.1 からわかるように 3 号珪砂固定床を用いて今回用いた流量通水条件下では，勾配 1/200，1/100 と 1/50 がそれ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ぞれ緩勾配，急勾配となる．本実験条件では水路幅の 15%の橋脚を置いたため，流水断面の阻害率が大きい．ただし，勾配によって橋脚モデルを置いたときの水面の変化が大きく異なり，Fig.3 に示すように緩勾配となる 1/200 では全ケース上流側の広い範囲で水深が大きくなり，橋脚下流との水位のギャップができる．その一方で，急勾配条件である 1/100 や 1/50 では水位の堰上げが橋脚直上流に限られた．加えて勾配 1/50 は直前まで水位がせきあがらず流速が大きいため橋脚前面で水深以上に水面が堰上がりケースによっては砕波のような現象も見られた．橋脚脇の水位縦断形状も含めた計測例を Fig4 に示すと，緩勾配である 1/200 のケースでは橋脚脇に大きな水面勾配ができる結果となった．

（２）流速のステレオ PIV 計測結果の例

ステレオ PIV で計測した結果の一部を Fig6 に示す．今回の計測は 4000fps で撮影した動画を用い各時間の二次元流

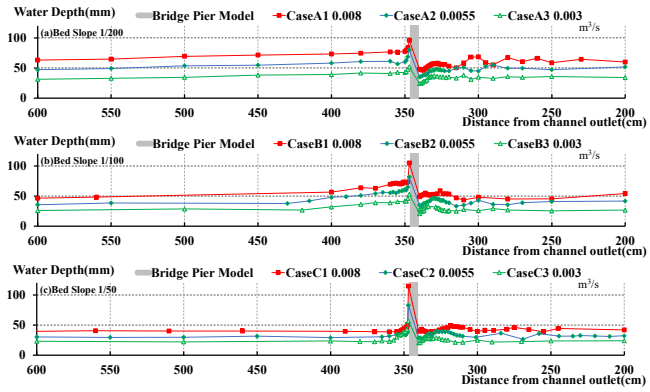


Fig. 3 Water Depth Variation along the Center Line of Channel

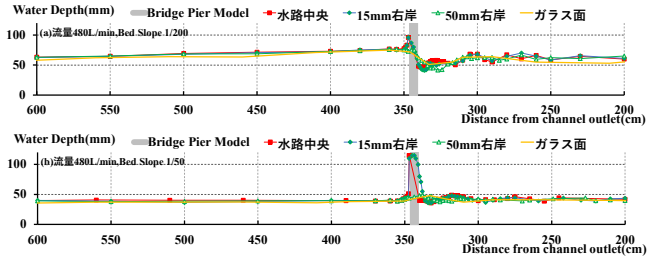


Fig. 4 Variations in Water Depth Downstream

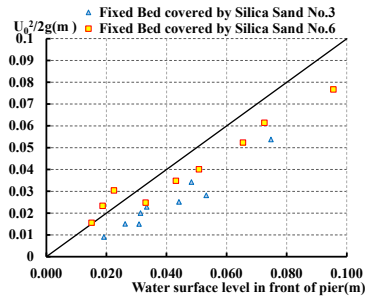
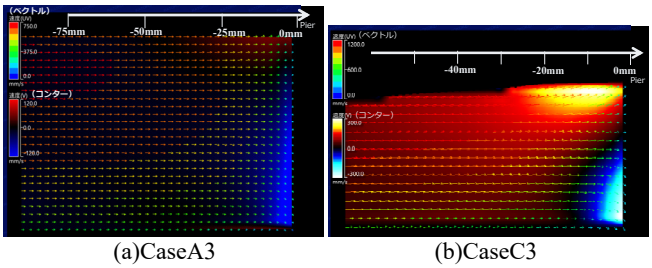


Fig. 5 Relationship between Mean Velocity Head and Water Surface Elevation at the Front of a Pier



(a)CaseA3 (b)CaseC3

Fig. 6 Velocity Vector along the centerline in front of pier

Table.2 DownFlow Condition

Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)	Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)
CaseA1	36	-127	CaseC1	27	-247
CaseA2	50	-157	CaseC2	16	-207
CaseA3	54	-174	CaseC3	19	-282
CaseB1	28	-134			
CaseB2	43	-135			
CaseB3	56	-180			

速分布を算出しており，ここでは時間平均流速分布を結果例として示す．Fig6 におけるベクトルの色は三成分含めた流速絶対値，背景のコンターは鉛直上向き成分のみの大きさを表す．これらの図から，今回の計測で橋脚前面の下降流を捉えることができたと言える．また，緩勾配の三号珪砂固定床 CaseA シリーズでは橋脚上流側の広い範囲で水位が堰上げられ流速は遅くなり，橋脚前面で下方に向かう流速も遅いものの水深方向に広い領域で現れる．一方，急勾配のケースは流量が大きくなると橋脚の直上流で水路表面付近は鉛直上向きの流れが強く表れ下方に向かう領域が水深方向には狭くかつより速い結果となった．両ケースともに上方に向かう流れは水深が小さいケースで限られた領域でしか見られないのも特徴的であった．

４．考察

本実験でも橋脚に流れがぶつかると，上方と側方に橋脚をよける流れとともに流れが強い下降流が発生する現象が確認された．ある程度水深が大きくなると鉛直上向きの橋脚前面では橋脚をよける流れが発生するが，表面近くの橋脚前面にぶつかり水面がせりあがる領域と下降流が生じる領域は分かれる．この領域境界位置と時間平均流速の鉛直下向き成分の最大値を実験結果から読み取りまとめたのが Table2 である．通常，下降流の領域は橋脚直径に依存すると言われているが，今回は緩勾配と急勾配では異なる結果となった．これは，Fig4 の例に示した周辺水面変化の違いが生む流れの特徴が関係すると考える．特に，緩勾配では上流側の水位の堰上げにより橋脚側方で水面勾配がきつくなり流速は加速するため側方の河床が大きく掘られるはずである．局所洗掘を議論する際にはこうした水路の特徴による変化を考慮したうえでの流れの検討が必要になる．

５．結論

橋脚洗堀は，下降流と馬蹄形渦と深く関連していることが知られている．本研究では，これまであまり着目されていなかった常流・射流条件が橋脚洗掘に及ぼす影響を調べる第一歩として，水路内に橋脚を入れたときの状況と橋脚前面に合われる下降流について調べた．その結果，緩勾配では急勾配と異なる下降流領域を持つ結果となった．洗堀の進行に伴う水位堰上げ解消現象と下降流の関係など今後詳細を調べる予定である．

謝辞：本研究の一部は，河川財団の河道研究プロジェクト（助成番号 2024-8111-002，代表者：溝口敦子）および JSPS 科研費（24K01136，代表：溝口敦子）の助成を受けて実施した．ここに記し謝意を表する．

参考文献

1) Bruce W. Melville: Pier and Abutment Scour: Integrated Approach, *J. of Hydraulic Engineering*, Vol.123, No.2, 1997.
2) Ulrich Jenssen, Michael Manhart: Flow around a scoured bridge pier: a stereoscopic PIV analysis, Experimental in Fluid, Volume 61, article number 217, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

An Analysis of Velocity Gradient Tensor Fields where a Vortex is Generated or Generates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中山　雄行（愛工大・工）
Katsuyuki NAKAYAMA, Aichi Institute of Technology
E-mail: nakayama@aitech.ac.jp

This study presents an analysis method to investigate geometrical characteristics of the velocity gradient tensor field around/inside a vortex. It applies theory of local flow geometry that defines the Galilei invariant coordinate system associated with the swirl plane and elliptic vortical flow geometry. An analysis of vortices in homogeneous isotropic turbulence shows that they are generated in a region where two shear tensor components support swirling and that they generates uniform strain and maximum shear components regions .

1．はじめに

渦は、気象・海洋・太陽、或いは昆虫等の非常に広範囲なスケールでの自然現象から多様な工学の分野に関わる．その渦生成のメカニズムは、乱流や対象とする流れの領域の特性や条件等により異なるが，工学分野においてその発生・生成のコントロールは必ずしも容易ではない．渦流れの特性や圧力極小等の渦特有の主要な性質は，渦中の速度勾配テンソル$\nabla \boldsymbol{v}$ の分布により定められる．このとき，渦が生成する領域はどの様な速度勾配テンソルの場であるか，或いは渦が生成した場合はこの場からどの様な強さの渦が形成され，独自の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場を形成するか，というメカニズムがそれぞれの流れの場で解ると，渦が生成する領域の予測･評価や生成後の流れの特性の評価において有効である．渦周辺の流れに応じた渦構造の特性は，渦モデル等を仮定した上で解析されているが [1]，ローカルトポロジーの理論を用いると，モデルを仮定しない現実的な渦，即ち実際に観測された渦の旋回平面や楕円方向を特定し，本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 等の分布特性を調べることが可能である [2]．

そこで，本研究では，流れの中で生成した渦とその周囲の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場の特性を解析する手法を検討し，一様等方性乱流の DNS (Direct Numerical Simulation)において乱流渦の特性を解析することを目的とする．

2．ローカルトポロジーの物理量と渦空間

渦領域は，ローカルトポロジーにおける流れの旋回有無とその強さを表す swirlity φ[3]が正である領域として同定することができる．このとき，$\nabla \boldsymbol{v}$ は複素固有値$\varepsilon_R \pm i\varphi$ を有し，複素固有ベクトル$\boldsymbol{\xi}_p \pm i\boldsymbol{\eta}_p$ の$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ により定義される平面がローカルトポロジー上の旋回平面である．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ は，これらが直交する様に設定することができ，渦流が非軸対称・楕円型軌道である場合は$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ がその長短軸となる．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$，$\boldsymbol{\xi}_p \times \boldsymbol{\eta}_p$ に平行な正規直交基底により座標系を定義すると，これは旋回平面また楕円軌道の長短軸に基づくガリレイ不変の渦空間(x_i)座標系となる．非圧縮性流体の場合，この座標系における$\nabla \boldsymbol{v}$ ($= \boldsymbol{A} = [a_{ij}] = [\partial v_i/\partial x_j]$; $i, j = 1, 2, 3$)は以下の様に表される [3]．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_R & \alpha\varphi & \omega_2 \\ -\varphi/\alpha & \varepsilon_R & -\omega_1 \\ 0 & 0 & -2\varepsilon_R \end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで，ε_R はローカルトポロジーにおける半径方向速度成分の固有値の相加平均に相当し，αは渦流対称性，ω_i は渦度ベクトル成分である．

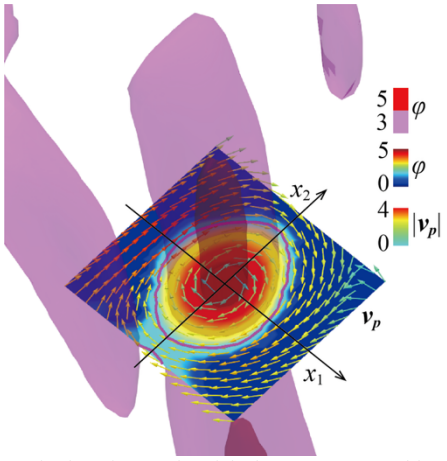


Fig. 1 A vortical region and swirl plane represented by contours of φ, and vortical flow $\boldsymbol{v}_p$ and line where $\varphi = 2$ in the plane.

3．解析法

本解析は，速度場における$\nabla \boldsymbol{v}$ より swirlity (φ)を求めて渦領域を同定し，更にこの極大点から渦中心を定めて旋回平面また渦空間座標系を定義する（Fig. 1 参照）．次に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を求め，これらを渦空間座標系の基底を用いて座標変換を行い，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分に変換する．

本座標系にて旋回平面上の渦コア（中心）領域内外の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の分布特性を調べることにより，渦の外部の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の特性が解り，また渦内部の場と比較することにより，渦自身が形成する速度勾配テンソルの特性を特定することができる．

4．乱流渦における解析と考察

一様等方性乱流の DNS にて本解析を行う．擬スペクトル法により求めたテイラーレイノルズ数 Re_λ約 35，またコルモゴロフスケールη約 0.012 における速度場において$\nabla \boldsymbol{v}$ よりφを求めて渦領域を同定し，φの 1 階導関数とヘッセ行列からこの極大点を求めて渦中心を定め，渦中心の渦空間座標系にて有限規模の渦の旋回平面を定める．前述した様に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を算出し，これらを渦中心における渦空間座標系の成分に変換し，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分を評価する．

同定した一つの渦について，渦領域と一つの旋回平面をφのコンターにて表したものを Fig. 1 に示す．旋回平面上では渦流 $\boldsymbol{v}_p$，また$\varphi = 2$ の等値線も併せて示す．本図の旋回平面上における渦空間座標系に変換した$\nabla \boldsymbol{v}$ のテンソル成

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

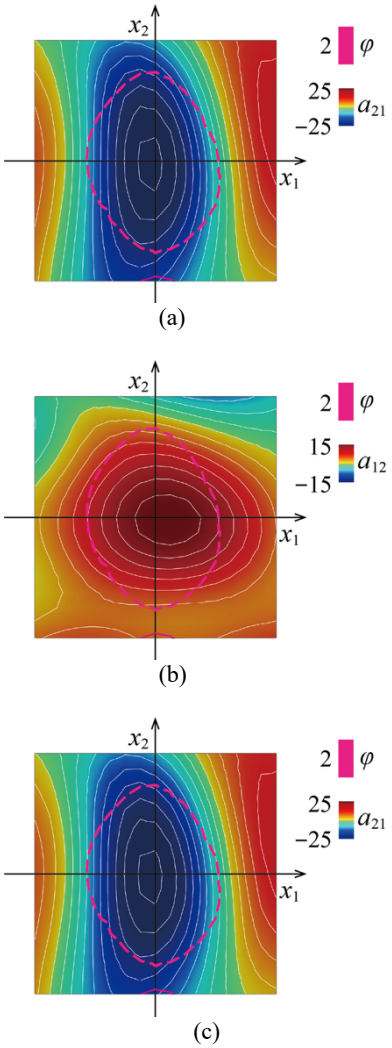


Fig. 2 Contours of (a) a_{11}, (b) a_{12}, and (c) a_{21} components in swirl plane in a vortex, with bold dot line where $\varphi = 2$.

分 a_{11}, a_{12}, a_{21} のコンターを Fig. 2 に示す．図中の太鎖線は $\varphi = 2$ の等値線である．渦領域内では，半径方向速度や歪み成分に関わる成分 a_{11} が一様な分布に変化されていることが解る．a_{12}, a_{21} は渦の旋回に関わる成分であるが，渦コア領域がこれらの成分の極大領域になっている．

渦中心周りの半径 $r = 0.5\eta \sim 5\eta$ における a_{21} の統計的な分布を Fig. 3 に示す（75 点の渦中心）．a_{21} は渦中心周りで最も強くかつ一様な分布をし，半径が大きくなるに従って値が小さくなると共に波数 2 の周期性があることが解る．これより，本成分の主要な分布特性は二次形式で表すことができると考えられる．

また，渦中心の $a_{21}(=\varphi/\alpha)$ と $r = \eta, 4\eta$ における a_{21} の結合確率密度関数(JPDF)を Fig. 4 に示す（約 106000 点の渦中心）．渦中心近傍における a_{21} は，中心の値に比例しほぼ同等の値であるが，半径が大きくなると中心の φ/α に対して値が半分以下になり，また符号が変わる領域もある．この結果は，本乱流における渦中心のこのせん断・回転成分は，渦領域周辺よりも 2 倍以上の強さになることを示している．

5. 結　　言

swirlity と渦空間座標系を用いた渦内外領域の速度勾配テンソルの解析は，渦の生成によりどの様な速度勾配テンソルの場が形成され，外部に対する各成分の強さや分布の幾何学的特性の変化を分析することができる．また，渦が生成する速度勾配テンソル場の条件の評価にも有効であると考えられる．

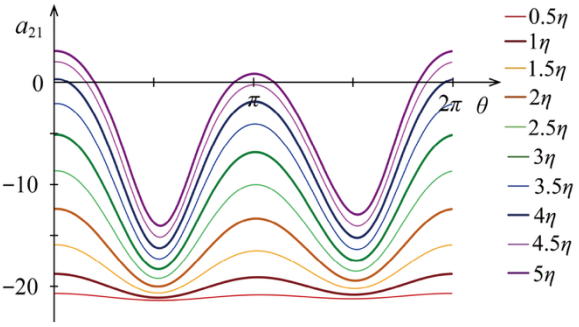


Fig. 3 Statistical distribution of a_{21} in swirl plane around a vortex center at radius $r = \eta - 5\ \eta$.

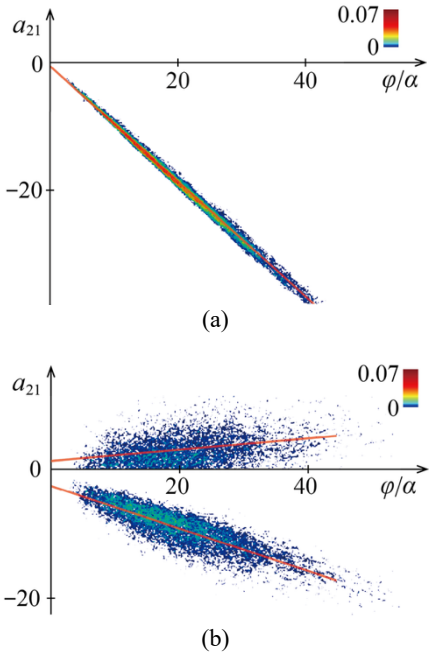


Fig. 4 JPDF of φ/α and a_{21} at $r =$ (a) η and (b) 4η.

6. 謝　　辞

本研究の一部は，東北大学流体科学研究所における公募共同研究(CP04APR25, J25I037)，核融合科学研究所における公募共同研究(NIFS25KISC019), JSPS 科研費 JP25K07589 の助成の下で行われた．

参考文献

1) A. Prochazka and D. I. Pullin: Structure and Stability of Non-symmetric Burgers Vortices, J. Fluid Mech., 363, pp.199-228, 1998.
2) K. Nakayama: Characteristics of Formation of Vortical Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence", *22nd Int. Conf. Fluid Dyn.*, pp. 1170-1171, 2025.
3) K. Nakayama: Topological Features and Properties Associated with Development/decay of Vortices in Isotropic Homogeneous Turbulence, *Phys. Rev. Fluids*, 2, 014701, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study of Weak Radiation behind Air Shock Waves (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

舩津　賢人（群馬大院理工）　　荻野　智也（群馬大院理工・院）
市橋　智志（群馬大院理工・院）　　大谷　清伸（東北大・流体研）　澁澤　健二（茨城高専）
Masato FUNATSU, Gunma University
Tomoya OGINO, Gunma University
Satoshi ICHIHASHI, Gunma University
Kiyonobu OHTANI, Tohoku University
Kenji SHIBUSAWA, Ibaraki National College of Technology
FAX: +81-277-30-1509
E-mail: masato.funatsu@gunma-u.ac.jp

In our laboratory, the characteristics of radiation behind air shock waves have been studied systematically by using a diaphragm-type shock tube. In previous studies, we generated a shock wave with an incident shock Mach number of approximately 5 and analyzed the radiation behind the reflected shock wave by using a high-speed video camera. This radiation was high intensity and varied according to Mach number. In this study, we generated a shock wave with low Mach number and focused on weak radiation to analyze the fundamental characteristics of radiation from weak to strong.

１．はじめに

本研究室では，衝撃波背後における放射特性の解明を目的として，隔膜式衝撃波管を用いた実験的研究を系統的に行っている．以前の研究[1),2)]において，入射衝撃波マッハ数と全放射強度値の関係を明らかにした（図１）．また，入射衝撃波マッハ数が高い領域（図１の赤領域）に対して狭帯域フィルターを用いた分光計測を行い，放射に窒素と酸素が寄与することがわかった．一方，低い入射衝撃波マッハ数における放射に着目した研究はほとんど行われていない．そこで本研究では，低い入射衝撃波マッハ数（図１の青領域）に着目し，M_s = 4.5，4.0の衝撃波を発生させた．狭帯域フィルターを用いて放射計測し，放射に寄与する化学種を推定し考察した．

２．実験装置および実験方法

衝撃波管は内径80 mmであり，高圧力室（長さ1,000 mm）と低圧力室（長さ4,000 mm）から構成される隔膜式衝撃波管である．駆動気体にHe，試料気体には乾燥空気（体積比率N_2 : O_2 = 79 : 21）を用いた．また，隔膜はPET（Polyethylene Terephthalate）フィルムを使用した．計測部には２つの圧力センサーを低圧力室の管端から440 mm位置，100 mm位置に設置し，それぞれチャンネル1，チャンネル2とした．衝撃波背後の放射は，衝撃波管側面に設置した観察窓（直径10 mm）より，高速度ビデオカメラを用いて観察した．本研究では５種類の狭帯域フィルターを用いた．代表的なフィルターであるMC650は中心波長648.75 nm，半値全幅12.50 nmであり窒素の原子線に対応している．

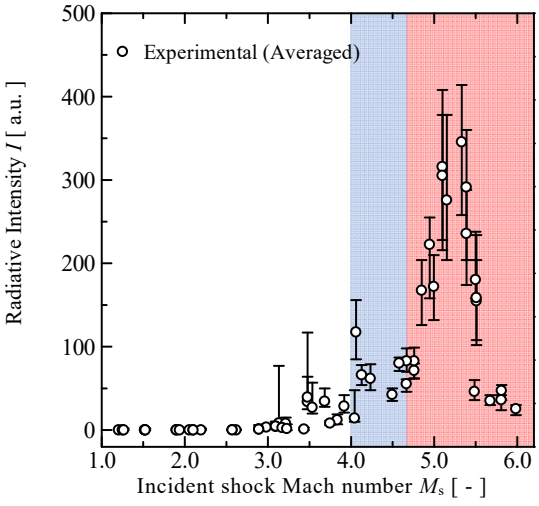


Fig. 1　Relationship between radiative intensity and incident shock Mach numbers[1)]

３．実験結果および考察

MC650の放射強度分布の時間変化から，M_s = 5.1[2)]，4.5の放射は反射衝撃波通過後に観察され放射が反射衝撃波背後で生じていることがわかる．またM_s = 5.1[2)]では観察窓全体で放射がみられM_s = 4.5では斑模様状で観察された．M_s = 4.0では放射はほとんど観察されない．放射強度値は入射衝撃波マッハ数の減少にともない減少しており，これは入射衝撃波マッハ数の減少により衝撃波背後の温度が低下したためと考えている．酸素原子線に対応するMC780においても入射衝撃波マッハ数の減少にともない放射強度値が減少している．またM_s = 4.0では放射がほとんど観察されない．これらのことから，M_s = 4.0では酸素分子や窒素分子の解離が生じず，それに由来する酸素原子や窒素原子の放射は生じていないと考えられる．

４．まとめ

M_s = 4.5では斑模様状の放射がみられ，M_s = 4.0では放射は観察されない．M_s = 4.0では分子の解離が生じず，それに由来する原子の放射が生じていないと考えられる．

参考文献

1) Suzuki, T., et al.: Experimental Study of Emissions behind Air Reflected Shock Waves, *Proc. Sympo. Shock Waves in Japan*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).
2) Aoki, S., et al.: Radiation Measurements behind Reflected Air Shock Waves with Narrow Band-pass Filter, *Proc. Sympo. Flight Mechanics and Astrodynamics*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Effects of bridge pier shape on three-dimensional vortex structures with inside of the actual scouring hole (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆（広大・工）　　内田　龍彦（広大・工）
Takashi INOUE, Hiroshima University
Tatsuhiko UCHIDA, Hiroshima University
E-mail: takashi-inoue@hiroshima-u.ac.jp

To investigate the impact of the upstream face of the bridge pier shapes on vortex structures numerically, we conducted a numerical experiment using a circular shape for upstream face with three-dimensional fixed-bed LES and compared it with the case of a rectangular shape. As the results of a numerical experiment showed that differences in pier shape affect the dissipation gradient of vorticity in the downstream. Furthermore, we revealed that the vorticity of the circular shape is increased over a bordering angle of approximately 55 degrees relative to the flow direction compared to the case of the rectangular shape.

１．はじめに

近年, 豪雨災害の激甚化に伴う大規模洪水氾濫が発生し，河川橋梁被害が頻発化している．その主要因である橋脚周辺の局所洗掘は，橋脚上流側で発生する馬蹄形渦によって引き起こされるため，橋脚構造条件（形状や幅等）や水理条件の影響を強く受ける．特に，構造条件の橋脚形状と洗掘深の関係性に着目した既往研究では，模型実験 [1),2)]や数値解析 [3)]が実施されている．網羅的な橋脚形状の比較を通して，洗掘深は矩形形状で最大となり，流線形形状で最小となった．また，洗掘深のみならず流れの鉛直分布を詳細に計測した実験 [2)]も行われているが，橋脚周辺で発生する二次流を含む馬蹄形渦構造に与える影響は解明されていない. 一方, 著者らは固液混相乱流モデルである Grid Averaged Lagrangian – Large Eddy Simulation (GAL-LES) モデルを用いて，矩形橋脚（長径 0.32m，短径 0.20m）周辺の局所洗掘解析を実施し，流砂ー馬蹄形渦の相互作用（混相流）効果を明らかにした [4)]．最近では，自由水面が実績洗掘孔内に設置された矩形橋脚周辺の馬蹄形渦構造に与える影響を数値解析的に検討した [5)]．顕著な水面変動を伴うフルード数が高い洪水時において，橋脚上流側での水位の堰上げや橋脚側面部での縮流に伴う流体運動の加速効果が発生する．しかしながら，矩形橋脚を用いた固定床解析では後者の効果が小さく [5)]，橋脚形状に起因していると考察した．そこで本研究では，橋脚上流側を半円（ここでは短径 [5)]が直径）にして数値実験を実施する（Fig.3）．まず，任意形状を考慮するために新たに導入した埋め込み境界法（Immersed Boundary Method, IBM）[例えば 6)]の精度検証として，平坦固定床条件下で実施された円柱周りの模型実験 [7)]に適用し，円柱背面から発生する wake に関する定量評価を行う．その上で，IBM により半円形状を考慮した数値実験を実施し，橋脚周辺の三次元流動構造に与える影響を検討する．

２．埋め込み境界法（IBM）の概要

本研究では GAL-LES モデルの流体相部分を用いて，三次元固定床 LES 解析を実施する．紙面の都合上，基礎方程式群や実績洗掘孔の反映方法等は既往文献を参照されたい [4,5)]．ここでは任意形状を表現するべく，GAL-LES モデルに組み込んだ IBM について説明する．IBM とはラグランジュ座標で位置付けされる固体壁の影響を，オイラー座標で解かれる流体運動に反映するために，運動方程式中の外力項の形で表現する方法である [6)]．具体には，固体壁に最も近接するオイラー格子を探索し，その距離に応じた重み付けによる補間で固体壁表面での no-slip 条件を反映した．

３．円柱周りの wake に関する再現計算

新たに導入した IBM の精度を検証するために, 円柱周辺の模型実験 [7)]に対する再現計算を実施する．本研究の三次元解析領域は Fig.1 に示すように，縦断距離 1.35m，横断距離 0.6975m，鉛直高さ 0.15m とし，上流端からの縦断距離 0.27m および水路壁からの横断距離 0.34875m が円柱（直径 D=0.09m）の中心となるように設置した．格子サイズは円柱を縦横断方向に 20 分割（0.0045m）し，鉛直方向は 0.0050m とした．本解析では既往の解析 [7)]よりも水路幅を小さく設定したため，Table 1 に示す単位幅流量 q を揃えて水理条件を調整した．また，本解析では水路上流端から流量 Q を，下流端では等流水深 h_0 を与え，それ以外の境界条件等は既往研究 [5)]と同様である．

本解析から得られた 60 秒間の時間平均の wake 構造を Fig.2 に示す．ここでは既往研究 [7)]に倣い，wake の縦横断距

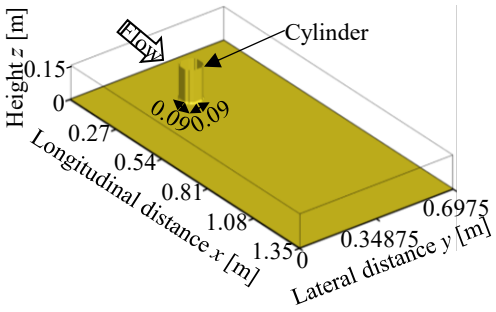


Fig. 1 Computational region for validation of IBM.

Table 1 Hydraulic conditions.

	Kirkil and Constantinescu[7)]	This study
Q [m^3/s]	0.0259	0.0126
B [m]	1.44	0.6975
q [m^2/s]	0.0180	
h_0 [m]	0.10	
Fr [-]	0.180	
Re [-]	18000	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

離（x_v, y_v）について比較すると，本解析結果の（2.50D, 1.49D）に対し，既往の模型実験と数値解析はそれぞれ（2.14D, 1.35D）と（2.28D, 1.28D）であった．そのため，本モデルでは wake の縦横断距離を若干過大に評価するが，概ね傾向を再現できていると考えられる．

４．橋脚上流側の形状が三次元渦構造に及ぼす影響

本研究における数値実験は既往研究 [5]と同様に，縦断距離 2.50m，横断距離 1.00m，鉛直高さ 0.70m の三次元解析領域を用意し，格子サイズは縦横断方向に 0.01m，鉛直方向に 0.0050m とした．ここでは，移動床解析結果 [4]から得られた実績洗掘孔も反映している．数値実験において橋脚形状を矩形から半円に変更する場合，矩形橋脚の短径を半円の直径とするため，自ずと平面積が小さくなる．その該当箇所は河床高データが存在しないため，実績洗掘深データを用いて補間した．その他の境界条件等は既往研究 [5]と同様である．

本数値実験から得られた橋脚周辺の三次元渦構造を Fig.3 に示す．ここでは，20 秒間の Q 値（=20）の時間平均像を示す．Fig.3 を見ると，半円と直線部の境界から剥離渦（Separation Vortex, SV[4,5]）が発生している．また，本解析結果の馬蹄形渦（Horseshoe Vortex1, HV1）は矩形形状 [5]よりも流下方向に伸長している．そこで橋脚右側面側の HV1 に着目し，その渦度と渦位置の縦断図を Fig.4 に示す．図中の x=0.70m が橋脚前面部，x=1.02m が橋脚後面部であり，併せて矩形形状 [5]の結果も記載する．これより，矩形形状では橋脚前面部で渦度が卓越し，下流へ伸長するに従い減衰している．一方，半円を設けた橋脚前面部では渦度が矩形形状よりも小さいが，流下に伴う減衰勾配が小さいため，流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下する．これは橋脚形状間の差によるものと示唆される．また，両ケースの渦位置は，河床勾配により流下方向に高くなるが，半円を設けた方がより高く渦が位置している．しかしながら，両ケース間の水位差がほぼないため，IBM 導入における水面変動の精度検証は今後の課題である．

５．まとめ

本研究では，橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に与える影響を検討するために，GAL-LES モデルに IBM を組み込み，橋脚上流側に半円を設けて数値実験を実施した．その結果，半円を設けた橋脚は流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下することから，橋脚上流側の形状が渦構造に影響を与えたと考えられる．

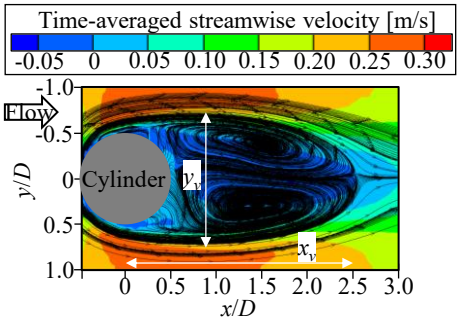


Fig. 2 Time-averaged wake structure around a cylinder.

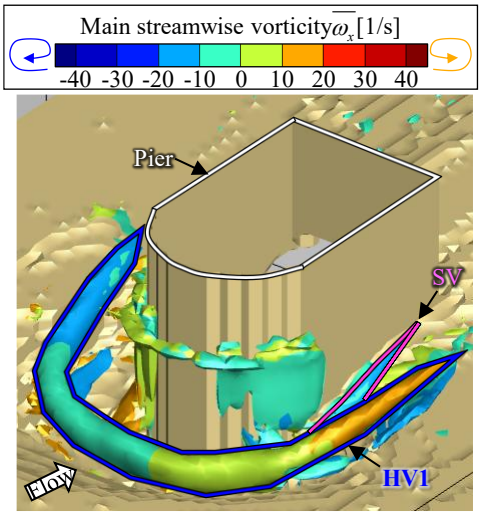


Fig. 3 Time-averaged vortex structure around a pier.

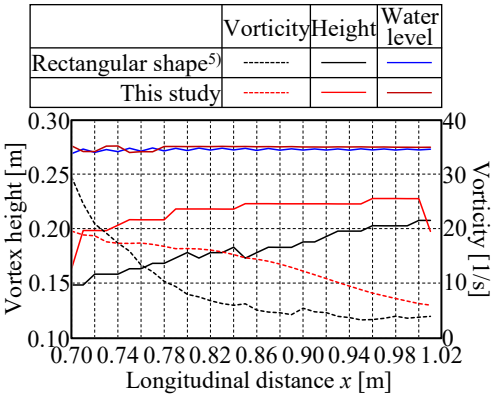


Fig. 4 Longitudinal vortex height and vorticity distribution.

参考文献

1) A. H. K. Al-Shukur and Z. H. Obeid: Experimental study of bridge pier shape to minimize local scour, International Journal of Civil Engineering and Technology, Vol. 7, No.1, pp.162-171, 2016.
2) B. A. Vijayasree, T. I. Eldho, B. S. Mazumder, and N. Ahmad: Influence of bridge pier shape on flow field and scour geometry, International Journal of River Basin Management, Vol.17, No.1, pp.109-129, 2019.
3) H. K. Jalal and W. H. Hassan: Effect of bridge pier shape on depth of scour, In IOP conference series: materials science and engineering, Vol. 671, No. 1, p.012001, IOP Publishing, 2020.
4) T. Inoue, Y. Hirotsugu, J. Kashiwada, and Y. Nihei: Interaction between horseshoe vortex structure and sediment transport around a river rectangular pier using a solid-liquid two-phase turbulent LES model, International Journal of Multiphase Flow, 186, 105153, 2025.
5) 井上隆，G. Constantinescu，内田龍彦，二瓶泰雄：自由水面が橋脚洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響に関する固定床 LES 解析，土木学会論文集，Vol.82, No.16, 25-16028，2026.
6) C. S. Peskin: The immersed boundary method, Acta numerica, 11, pp.479-517, 2002.
7) G. Kirkil, and G. Constantinescu: Effects of cylinder Reynolds number on the turbulent horseshoe vortex system and near wake of a surface-mounted circular cylinder, Physics of Fluids, Vol.27, No.7, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

Designing Bridge Piers Resistant to Scour Using Shape Optimization and Verifying Their Effectiveness Through Model Testing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣田　藍子（東京大・工）　森本　時生（東京大・工）　渡邉　健治（東京大・工）
Aiko HIROTA, The University of Tokyo
Tokio MORIMOTO, The University of Tokyo
Kenji WATANABE, The University of Tokyo
E-mail: hirota-aiko630@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study investigates a pier shape that is resistant to local scour using shape optimization with DAFoam (Discrete Adjoint for OpenFOAM). Then, by using model experiments, it confirms that the pier tilts toward the upstream side later than the piers proposed by Kosaka[1]. The pier is made by connecting two types of two-dimentional shapes obtained from two separate optimizations.

1．背景

近年，日本各地で豪雨災害による河川橋梁の局所洗掘の被害が深刻化している．一方，3D プリンティング技術の発達により，複雑な曲面を持つ大規模なコンクリート構造物の製造が比較的容易になり，3 次元的な曲面を持つ橋脚形状の製造も可能となりうる．このような中で，多くの橋脚形状が考案され [1]，また形状が局所洗掘発達メカニズムに及ぼす影響が異なる可能性についても知見が得られてきた．一方で，橋脚形状は無数にある中で全てを比較検討することは難しく，より洗掘防止効果が高い橋脚形状を考案するためには解析で形状最適化を行う必要がある．だが，定常条件の最適化においては非定常な馬蹄形渦の表現が難しく，橋脚上流側が十分に最適化されない．よって，本研究は橋脚上流側の洗掘孔内における下降流の逆流成分(馬蹄形渦の原因)による流下方向の底面せん断力を最小化する最適化と，橋脚上流端の 2 次元の最適化を組み合わせて橋脚を制作し，模型実験でその妥当性を示した．

2．研究手法

まず，洗掘孔を模した底面を再現し，3 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で最適化を行なった．橋脚上流側の洗掘孔底面で下降流が上流方向に逆流する成分は馬蹄形渦形成の原因となる．よって，橋脚上流側の洗掘孔底面にかかる流下方向のせん断力の絶対値を最小化した．導出された形状の，橋脚水面付近の断面形状を最終形状に用いた．最適化の境界条件は図 1 の通りである．次に，2 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化する最適化を行い，最終形状の橋脚上流端部分に用いた．最適化の境界条件は図 2 の通りである．本来は洗掘孔の底面に流れこむ下降流の流速平均を小さくしたいが，これは設定できない．そのため，橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化することで橋脚近傍の底面に淀みを作り，底面に速い下降流が届きにくい形状を導出した．有限体積法による流体解析とアジョイント法を用いた感度解析を組み合わせた DAFOAM を使用し，乱流モデルとして Raynolds-Averaged Navier-Stokes，渦粘性モデルとして shear stress transport(SST) k - ω モデル [2]を用い定常状態における解析を行った．

本研究では図 3 のように中型水路実験を行い，最適化の妥当性を確認した．比較する 3 ケースは，既往研究 [1]で考案された図 4 の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状であり，底面積と底面形状，重さ，実験手法は等しい．この条件で既往研究 [1]の基本形を用いた実験結果と，本研究で行った曲線型，最適化形状の結果を用い，洗掘による倒壊遅さを比較検討した．鹿島珪砂 4 号を河床材料として使用し，地盤の相対密度は 79%，砂の乾燥密度は $1.648\mathrm{g}/cm^3$，$e_{max} = 0.807, e_{min} = 0.532$である．橋脚基礎の根入れ深さは 58mm とした．給水ポンプの入れ替えにより流量を段階的に増加させ，橋脚中央部の水平変位と洗掘深を計測した．

通水中および通水後に，橋脚と周辺の洗掘孔を撮影し，多視点画像からの 3 次元復元(SfM)を用いて洗掘孔の三次元形状データを取得した．これを基に最適化で洗掘孔形状を再現した．

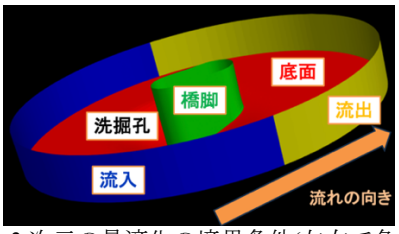


図 1　3 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

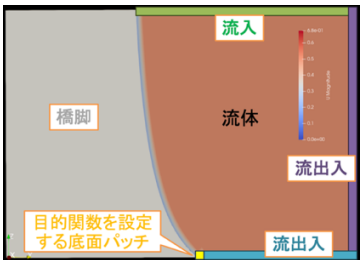


図 2　2 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

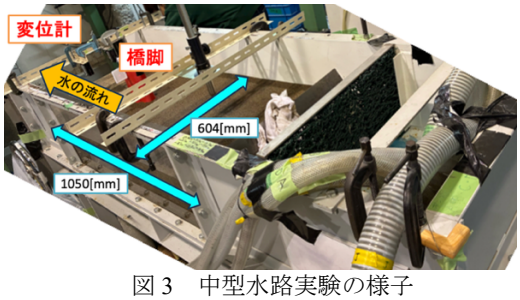


図 3　中型水路実験の様子

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

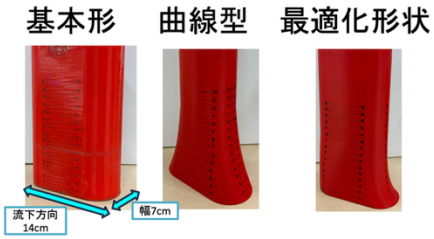


図 4　実験で比較した 3 ケース

3．最適化結果

3 次元の形状最適化については図 5 の通りである．水面付近の水平断面形状は橋脚下流側で渦ができにくい，つまり抗力が小さい形状となった．これは，流速が速い水面付近で流れが橋脚に衝突，下降しにくい形状と言える．また，底面付近の形状について，橋脚側面の上流側は底面にかけて滑らかに広がる形状になったものの，橋脚上流端はほとんど変形しなかった．これは，底面付近で一部の馬蹄形渦が直線的な流れ場として近似されることで流れ場が混在し，最適化の方向性が見えにくかったためと考えられる．

そのため，形状が十分に変化しなかった橋脚上流端の形状を 2 次元で最適化した結果，図 6 のように底面にかけて滑らかに広がる形状を得た．最終的な橋脚形状は図 7 に示すようになった．

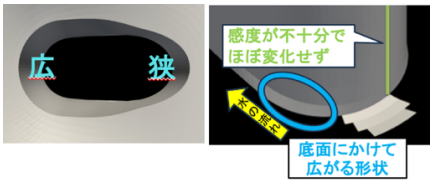


図 5　3 次元の最適化結果の水面付近(左)と底面付近(右)

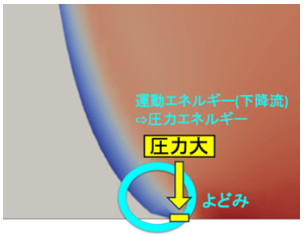


図 6　2 次元の最適化条件と最適化形状

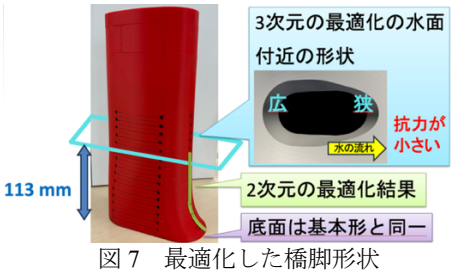


図 7　最適化した橋脚形状

4．実験結果

既往研究 [1]の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状を比較すると，最適化した形状は倒壊までの時間が一番長いという結果を得られた．最適化された形状は図 8 に示す通り，最適化で仮定した洗掘孔の深さが橋脚の底面に達し，根入れが 0 となる状況に達してから粘り強い挙動を見せ，最適化が一定程度妥当であることが示された．流量は図 9 のハイドログラフに従う．

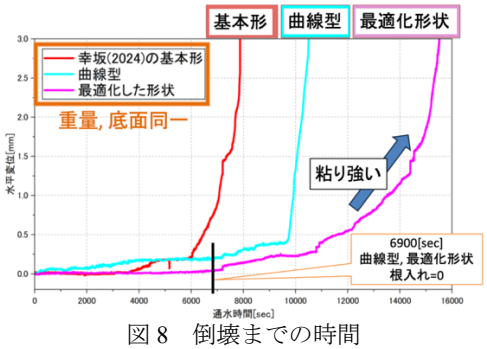


図 8　倒壊までの時間

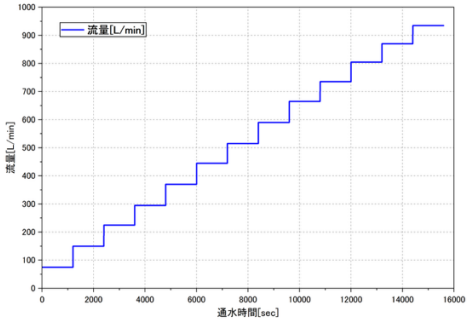


図 9　ハイドログラフ

5．結論と今後の展望

本研究の意義は通常定常条件では解けない，非定常な馬蹄形渦が発生する乱流条件において形状最適化を行なったこと，底面や河積阻害率，橋脚上端部(支承部)を大きく変更せずに洗掘に対して粘り強い形状を考案できることを示したことの 2 点に集約される．既往研究 [1]では上下流端ともに底面に広がる形状が最も洗掘に対して粘り強かったが，橋脚底面の上下流方向の拡幅、あるいは橋脚上端部(支承部)の縮小が必要であったため，曲線型は流下方向の底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 7.8cm であった．一方，今回の検討で最適化された形状は底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 11.4cm と桁の支承部分の長さがより長い．これにより，支承部が極端に短くなることで支承部が橋脚の構造上の弱点になるという問題を回避しやすいというメリットがある．

本研究においては洗掘が進行し，橋脚基礎の根入れ深さがない状態(根入れ 0)を初期状態と仮定して最適化しており，実橋梁におけるような，初期根入れ深さがある状態から根入れ深さが 0 になる洗掘進行プロセスを想定した最適化を行なっているわけではない．実際，最適化された形状と曲線型で根入れが 0 になるまでの時間はほぼ等しいことが確認された．そのため，今後根入れが 0 になる前の状態を仮定して最適化を行い，今回の最適化形状と組み合わせることで，根入れが 0 になる前後ともに洗掘に対して粘り強い挙動を示す形状が考案できると考えられる．加えてレイノルズ数を洗掘が進行する河川条件に合わせることで，個々の河川条件にあった橋脚も考案できる可能性がある．

参考文献

1)　幸坂祐紀:橋脚の 3 次元形状が橋脚基礎周辺の局所洗掘による不安定化に与える影響，第 59 回地盤工学研究発表会, 2024.
2)　Menter, F. R.: Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows (No. A-92183), 1992.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

Verification of river morphodynamic model using nonlinear stability analysis of fluvial bars (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩崎　理樹（北大・工）
Toshiki IWASAKI, Hokkaido University
E-mail: tiwasaki@eng.hokudai.ac.jp

In this study, a river morphodynamic model, Nays2DH, is verified using a non-linear stability analysis of fluvial bars. Nonlinear stability analysis provides a theoretical solution to the governing equations, enabling a rigorous assessment of whether the numerical morphodynamic model can accurately reproduce the exact analytical solution. The results generally show a good agreement with the theoretically predicted bar wavelength and height in the nonlinear level as long as the bar regime is close to the critical condition. The numerical result is also validated with the experimental data, showing a slight underestimation of the bar height.

１．はじめに

数値計算モデルを用いた河床変動解析が研究，実務など多方面から一般的に行われるようになって久しい．これは，計算機能力の向上，数値解析法の進展により，移動床力学研究で構築された形態力学モデルを実用的な計算時間で直接数値解析できるようになってきたことと，計算コード，モデルの汎用化，公開化が進み，だれでも容易に利用可能なプラットフォーム [1]が構築されてきたことによるだろう．このような環境は，河床変動解析の利用と技術の習得に対して極めて重要かつ有用なものである反面，従来一部の専門家，研究者がモデルの性能と適用性を十分吟味して使用してきたという体系とは異なるため，様々な技術背景を持つユーザーが得た数値計算結果の質をどのように担保するかという新たな問題を生み出している．すなわち，計算モデルの検証と妥当性評価，いわゆるモデル V&V のような考え方により河床変動解析の質を保証することが重要になりつつあると考えられる．

一般に移動床現象は様々な物理現象が相互に影響しあう複雑な非線形現象であり，特に実河川においてモデルの性能を保証することは容易ではない．従来，計算モデルの妥当性は，目的に応じた実験結果や観測結果との比較を通じた再現計算により検討される．この妥当性検証は，モデル性能を保証する重要なステップである一方，離散化された方程式が支配方程式の性質を十分表現できているかという検証については十分注意が払われていないように思われる．この検証フェーズでは，数値解と方程式の厳密解（理論解）との比較がなされるが，移動床現象において理論解が得られる条件・対象が，特に非線形問題において限られることによると考えられる．このような現状により，河床変動解析モデルの性能は現象との比較による妥当性検証が中心となっているが，数値解析モデルの性能，挙動（安定性や収束性など）を把握するためには，理論解と比較する検証も重要であると考えられる．

そこで本研究では，移動床現象のうち，交互砂州を解析対象として河床変動モデルの検証を行う．これは，交互砂州が底面不安定性に起因して発生する現象であり，河川における移動床解析において最も基本的な要素であるとともに，線形・弱非線形安定解析 [2]という理論体系が確立されており，理論解と数値解の比較が可能なためである．これまで，砂州の数値解析では，波長やモード数を線形安定解析結果と比較した例は数多くみられるものの [3]，波高のような非線形領域の形状特性値を理論解と比較したものは見当たらず，非線形領域におけるモデル性能の検証において理論的知見が不足している．本研究では，弱非線形安定解析から得られる砂州波高と数値解を比較することにより，非線形レベルにおける河床変動モデルの検証を試みる．

２．手法

本研究では河床変動モデルとして iRIC ソフトウェアに同封される二次元河床変動モデル Nays2DH[1]を利用する．詳細は文献を参照願うとして，ここでは本研究で重要となりうるモデル構成について簡単に示す．本モデルは，流れを平面二次元浅水流方程式で記述し，抵抗則にはマニング則を適用している．格子系には staggered 格子を用い，運動方程式を移流項と非移流項に分離し，移流項を CIP 法で解き，非移流項と連続式を連立させて解く非圧縮性流体解析法に類似した手法を用いていることに特徴がある．ここでは流砂形態として掃流砂のみを考慮し，流砂モデルには全流砂量を芦田道上式（ただし，$\tau_{*c}=\tau_*$として評価），限界掃流力を岩垣の式で計算している．後述する理論解析との整合性を取るため，横断方向流砂量式として長谷川の式を追加し，主流方向の河床勾配の影響，二次流の影響は無視している．なお，動摩擦係数と静止摩擦係数は同一の 0.84（安息角 40° 相当）としている．これはのちの実験結果と理論値の整合性を取るために設定しているため，多少大きい値となっているが，理論解と数値解の比較という意味では，任意の値であっても問題ないと考える．

この数値解析と砂州の弱非線形安定解析から得られる結果を比較することを試みる．ここでは，Carlin et al.[4]が用いた Colombini et al.[2]による砂州の弱非線形解析モデルを利用する．このモデルでは，単一モードの砂州の 3 次までの非線形効果を考慮した弱非線形安定解析により砂州の波高を求めている．この解析では，臨界アスペクト比β_cからわずかにずれた領域において，$\varepsilon=(\beta-\beta_c)/\beta_c$ で定義される増幅率をパラメータとして変数を展開している．したがって，増幅率が大きくなるにつれて厳密には理論の適用範囲外になるため，数値解との厳密な比較が可能となるのは臨界アスペクト比よりわずかにずれた領域になると考えられる．Carlin et al.は様々な流砂モデル，河床抵抗則を選択できるようなモデルを構築しており，公開されているコードを芦田道上式が考慮できるように改良して使用した．

上記二つのモデリングを同一の水理条件に適用して，波長と波高を比較する．ここでは，Redolfi et al.[5]により実施された砂州実験をもとに条件を設定する．本実験では，水路幅 0.305m，勾配 0.01 の水路に粒径 1.05mm の均一粒径を敷きならした条件で，異なる流量条件で得られる砂州の形

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

状特性について議論している．ここでは，浮州化が顕著と思われるケースを除いて，非砂州から交互砂州形成に至る範囲の流量（1.5～4.2 l/s）を設定して，数値解析と線形・弱非線形安定解析を行い，波長と波高を相互に比較した．数値解析では，水路長を 60 m とした上で，初期河床にランダムな微小擾乱を与え周期境界条件を設定し，平衡波高が十分得られるように計算時間を設定した. 計算格子数は流下，横断方向にそれぞれ 1200，16 である．マニングの粗度係数は，抵抗則に Manning-Strickler 式を適用し，粒径から 0.015481 と時空間的に一定値を与えた．平衡状態における砂州の波長と波高を求める際には，計算領域内にある砂州それぞれで値を求めて平均した．なお，波高の定義は同一砂州内における最小，最大河床高さの差とした．

３．結果とまとめ

図 1 に，得られた波長 L_b，波高 H_b をそれぞれ水路幅 B と等流水深 h_0 で無次元化した無次元波数$\lambda=(\pi B/L_b)$, 無次元波高 $H_{MB}=H_b/h_0$ を示している．横軸は設定した流量から計算されるβ, β_c をもとに求めた増幅率εである．図には，弱非線形解析に臨界アスペクト比における波数と波高（－），数値計算における平衡値（□）とともに，実験値（●）があるものは示している．また，無次元波数については，数値計算で得られる発達初期の砂州の波数（×）と線形安定解析における最大増幅率を持つ波数（－－）も併せて示している．すなわち，初期波数を線形安定解析から求まる最も発達しやすい波数と比較することにより線形領域における検証，平衡波高を弱非線形安定解析から求まる波高と比較することで非線形領域における検証，さらに実験値との比較を行うことで妥当性検証までを行うことができる．

まず，線形領域の結果を見ると，数値計算での発達初期の砂州の無次元波数は，線形安定解析から求まる最大増幅率を有する波数と若干ずれているがほぼ一致している．加えて，εが負である非砂州領域で砂州が発達しないこと，εが増大（ここでは流量の減少に対応）するほど初期波数が大きくなることなど，線形安定解析から示唆される平坦床の安定・不安定性をよく表現しているものと判断できる．

次に非線形領域の結果を見ると，数値計算における平衡波高は弱非線形安定解析から得られる波高と$\varepsilon<0.5$ の領域で極めて良い一致を示している．弱非線形安定解析の結果が厳密に保証されるのは増幅率が小さい領域であることを考えると，数値計算モデルは厳密解である理論値をよく表現しており，非線形領域においても妥当なモデルであることが理論的にも示されたと考えられる．一方，波数についてはεが 0.1 程度までは弱非線形解析で想定している臨界値とほぼ同じであるが, それ以上εが増加すると数値計算結果のほうが小さい．これは非線形領域において通常みられる砂州波長の伸長によるものであり，理論では考慮されていない点である．弱非線形安定解析において，最大波高を取る波数は臨界値とそれほど変わらないといわれているが [2], この点についてはさらに検討が必要である．臨界アスペクト比近傍では不安定となる波数帯が狭いため，最終的な平衡波数は臨界値に近い値を取りえる一方，βの増大に従い，広い波数帯の擾乱が不安定となり，これらの相互作用によって砂州形状が変化すると考えられるため，このような波長，波高の差が生じるものと考えられる．また，増幅率の増加に従い非線形性も強くなり弱非線形安定解析の適用外となることも理論値と計算値の乖離が生まれる原因であろう. さらに, 本条件では, 理論値との乖離が大きくなる$\varepsilon>0.5$ の領域において，砂州の発達に伴い，流砂量がゼロとなる領域が発生しており，流砂量に不連続部が生じる．このような場も理論の適用範囲外であり，数値計算結果との差異の原因になっていると考えられる．

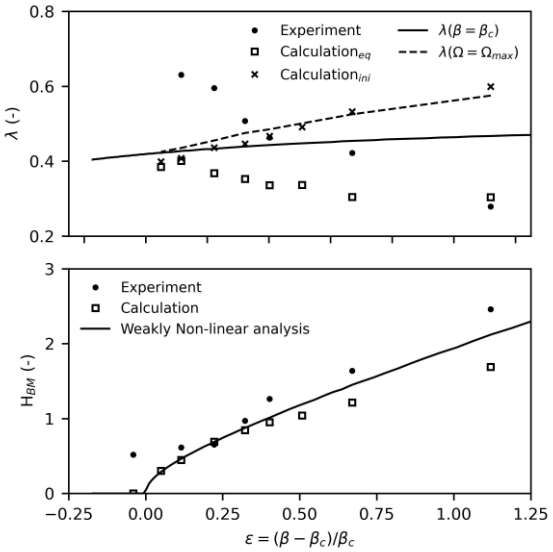


Fig. 1 Comparison of bar wavenumber and wave height given by numerical calculation, linear-nonlinear stability analysis and experiments.

最後に実験値との比較を行うことで妥当性についても検討してみる．本モデルで採用しているパラメータは，実験における波高をある程度表現するように決定したため，当然ながら数値計算結果の妥当性もそれに対応した精度となる．一方，波長については必ずしも適合性がよいわけではない．また，増幅率が大きい領域においては，計算モデルは波高を過小評価している．このような実験値と数値計算結果の差異は，モデルの限界に起因すると考えられる．すなわち，モデルで考慮していない物理要素が波長や波高に影響する可能性である．例えば，砂州の発達に伴う流線の湾曲により生じる二次流効果で波高が大きくなること，反対に初期波長は短くなることが知られている [3]．また，Redolfi et al.[5]も同様の弱非線形安定解析を行っているが，使用している流砂モデルやパラメータは異なっている．二次流モデルが本当に必要かやどのような流砂モデルが適切かなどは議論の余地があるが，物理モデルの追加や変更により，理論値と計算値がどのように変化するかを検討することで妥当性検証もより明確になると考えられる．

本件等により，Nays2DH は交互砂州解析について初期不安定性，平衡波高をかなりの精度で表現できるモデルであることが示されたが，今後は異なるパラメータにおいて検討して，結果の一般性を示していく必要がある．

参考文献

1) iRIC Project: http://i-ric.org/ja/
2) Colombini et al.: Finite-amplitude alternate bars, *J. Fluid Mech.*, 181, 213-232, 1987.
3) Iwasaki et al.: Sensitivity of free bar morphology in rivers to secondary flow modeling: Linear stability analysis and numerical simulation, *Adv. Water Resor.*, 92, pp.57-72, 2016.
4) Carlin et al.: The long-term response of alternate bars to the hydrological regime, *Water Resour. Res.*, 57, 2021.
5) Redolfi et al.: Morphometric properties of alternate bars and water discharge: a laboratory investigation, *Earth Surf. Dynam.*, 8, 789–808, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis on Bed Variations in Curved Channels Considering Pressure-Gradient Effects on Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

笠島　光司（京都大・工）　村埜　健太（京都大・工）　音田　慎一郎（京都大・工）
Koji KASASHIMA, Kyoto University
Kenta MURASAKO, Kyoto University
Shinichiro ONDA, Kyoto University
E-mail: kasashima.koji.48z@st.kyoto-u.ac.jp

It is considerable importance to predict accurately riverbed variations during floods. This study introduces a bed-load transport model that explicitly accounts for pressure-gradient effects in determining sediment transport direction and critical shear stress. The numerical model is applied to a movable-bed flume experiment with a 90-degree bend. The results showed that the model reproduces bed variations qualitatively, but quantitative agreement was further required.

１．はじめに

温度上昇による洪水規模の変化が予想されている中，外力の変化は流砂のバランスや河床変動に変化をもたらすことから，こうした応答の変化を予め推定することは治水上重要である．このような背景から高精度な河床変動解析モデルが必要とされている．

本稿では，圧力勾配力の影響を陽に考慮して掃流砂の移動方向および限界掃流力を算出するモデルを導入する．次に，90 度の湾曲部をもつ移動床水路を対象とした水理模型実験 [1]の再現計算を行い，モデルの妥当性を検証する．

２．数値解析モデル

開水路流れモデルには，非静水圧一般座標系 3 次元モデルを用いる．界面の捕捉は密度関数法により行い，基礎式中にポーラスメディア法を導入することで表面流と浸透流の計算を行う．乱流モデルには非線形$k-\varepsilon$モデルを用いる．詳細は文献 [2]を参照されたい．

河床変動モデルについては，対象とする実験の河床材料の粒径が比較的大きいことから，掃流砂のみを対象とする．河床変動モデルの構成として，以下の掃流砂量式(1)と流砂の連続式(2)を組み合わせ，河床高z_bの時間変化を算出する．

$$\frac{\boldsymbol{q}_b}{\sqrt{Rgd^3}} = 5.7\left(\tau_{*p}-\tau_{*c}\right)^{1.5}\hat{\boldsymbol{s}}_b \tag{1}$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t}+\frac{1}{1-\lambda}\nabla\cdot\boldsymbol{q}_b = 0 \tag{2}$$

ここで，掃流砂量式には Fernandez Luque & van Beek[3]による式を用いる．$\hat{\boldsymbol{s}}_b$：掃流砂の移動方向単位ベクトル，τ_{*p}：圧力勾配力を考慮した無次元掃流力，τ_{*c}：無次元限界掃流力であり後述する方法で算出する．R：水中比重，d：粒径，g：重力加速度，λ：間隙率，t：時間である．

式(1)，(2)を用いて計算を進めるためには，掃流砂の移動方向$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を与える必要がある．掃流砂の運動を鉛直 2 次元断面内で考える場合には$\hat{\boldsymbol{s}}_b$は河床近傍の流速の向き$\hat{\boldsymbol{s}}$に一致するが，横断方向に河床勾配をもつ場合には一般に$\hat{\boldsymbol{s}}_b \neq \hat{\boldsymbol{s}}$となる．横断方向の河床勾配による掃流砂の移動方向の偏りを表現するため，長谷川の式を用いる方法があるが，長谷川の式は勾配が微小であることを前提としており，移動床湾曲水路のように横断方向に安息角に近い河床勾配が生じる場合にはモデルを修正する必要があると思われる．

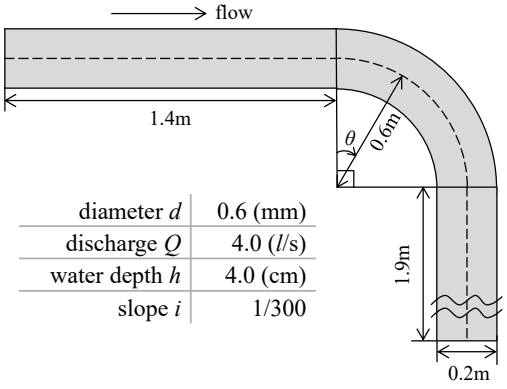


Fig. 1　Outline of calculation conditions

Seminara et al.[4]は，河床面が 3 次元的な勾配をもつ場合に砂粒子に作用する抗力，重力，揚力，摩擦力のつり合いを仮定して移動速度および方向を決定する方法を示した．また，山口・泉 [5]は，河床波形成における圧力勾配の影響を指摘し，鉛直 2 次元断面内で圧力勾配力を陽に組み込んだモデル化を行った．そこで本稿では，Seminara et al.[4]の方法をもとに，抗力，重力，圧力勾配力，摩擦力のつり合いを仮定して$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を決定する．つり合い式より次式が導かれる．

$$\left|\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right|\left(\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right) = \chi^2\tau_{*c0}\left(|\boldsymbol{G}_n|\hat{\boldsymbol{s}}_b-\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_d}\right) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{G} = -\left(\hat{\boldsymbol{k}}+\nabla p^*\right)$$

$$\boldsymbol{G}_n = (\boldsymbol{G}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\hat{\boldsymbol{n}},\quad \boldsymbol{G}_t = \boldsymbol{G}-\boldsymbol{G}_n$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{n}}$：河床面の単位法線ベクトル，$\hat{\boldsymbol{k}}$：鉛直上向き単位ベクトル，$p^*=(p+\rho gz)/\rho Rg$：ピエゾ水頭，τ_*：無次元掃流力，τ_{*c0}：水平面での無次元限界掃流力，v_b^*：無次元掃流砂速度，μ_d：動摩擦係数，$f=11.5$[3]，$\chi=0.7$ [3]である．

式(3)において$v_b^*=0$とすると次式が導かれ，無次元限界掃流力τ_{*c}を求めることができる．ただしμ_dを静止摩擦係数μ_cに，τ_*をτ_{*c}に置き換えた．

$$\left|\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}}\hat{\boldsymbol{s}}+\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_c}\right| = |\boldsymbol{G}_n| \tag{4}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

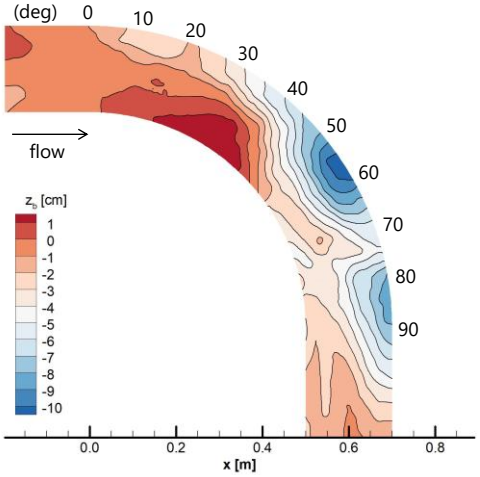


Fig. 2　Experimental results[1] of bed elevation distribution

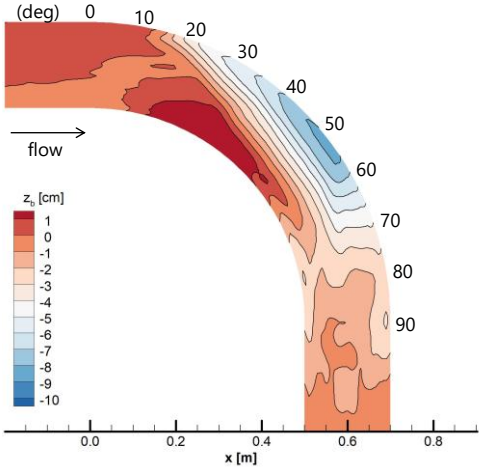


Fig. 3　Calculated results of bed elevation distribution

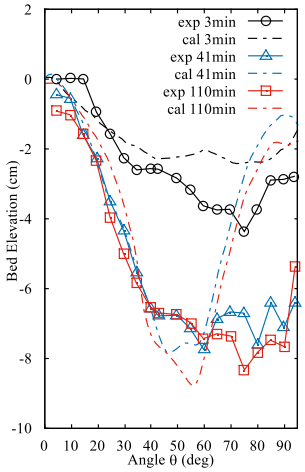


Fig. 4　Bed elevation profile along the outer bank

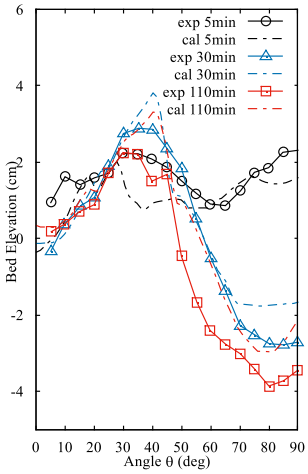


Fig. 5　Bed elevation profile along the inner bank

式(3), (4)において$\nabla p^*=0$とすれば Seminara et al.[4]の表式に，$\hat{\boldsymbol{s}}_b=\hat{\boldsymbol{s}}$，$\chi=1$とすれば山口・泉[5]の表式に一致する．

Wu[6]をもとに，式(1)では壁法則より求まる底面せん断力τ_*に圧力勾配力を考慮した次式を掃流力τ_{*p}として用いる．

$$\tau_{*p}=\left(\tau_*\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{A_3}{A_2}\nabla p^*\right)\cdot\hat{\boldsymbol{s}}_b \qquad (5)$$

ここで，砂粒子形状は球を仮定して$A_3/A_2=2/3$とする．

3．モデルの適用と結果の考察

檜谷ら[1]が行った 90 度の湾曲部をもつ移動床水路での河床変動実験をもとに，計算条件を Fig. 1 のように設定した．計算格子数は主流方向に 210（うち湾曲部に 65），横断方向に 40，鉛直方向に 80（初期状態で気相セルに 16，液相セルに 16，移動床セルに 48）とし，鉛直，横断方向および主流方向湾曲部では格子間隔を一定とした．透水係数は 0.1cm/s とした．実験と同様に 120 分間相当の計算を実施した．以下では，湾曲部入口からの角度をθとする．

実験[1]では，時間の経過とともに外岸側で洗掘部が発達し，通水後 40 分で外岸側での平均的な洗掘深がほぼ平衡状態に達した．また，外岸側洗掘部を起点として下流側に周期的に砂堆が発生し，外岸側洗掘部より生じたらせん流が内岸側下流部（θ=45~90°）を洗掘する様子が確認された．

砂堆発生時の河床高について，Fig. 2 に実験結果を，Fig. 3 に計算結果（通水後 99 分）を示す．計算結果では，実験結果と同様に外岸側洗掘部を起点とする周期的な砂堆の発生，内岸側下流部での洗掘が再現された．また，Fig. 3 より外岸側や内岸側 70°での洗掘，砂堆の発生位置は実験結果と概ね一致した．一方，計算結果では，初期河床から砂堆のトラフまで最大 3cm 程度で，実験結果の 8cm 程度と比べると砂堆の波高が小さい．また，外岸側洗掘部の最大洗掘深は実験結果では 10.5cm であったのに対し，計算結果では 9.2cm であった．

Fig. 4 に通水後 3 分，41 分，110 分での外岸側河床高の実験および計算結果を示す．これより，外岸側では通水後約 40 分で平衡洗掘深（約 8cm）に達するという実験結果が計算でも再現されている．一方で，実験では洗掘部形状がθ=40~90°を底とするすり鉢状であるのに対し，計算では底の範囲がθ=40~60°と狭い．このことが外岸側洗掘部より発生する砂堆波高の過小評価の原因と考えられる．

Fig. 5 に通水後 5 分，30 分，110 分での内岸側河床高の実験および計算結果を示す．実験結果では，通水初期（5 分）では全体的に堆積傾向がみられるが，時間が経つにつれ下流部（θ=45~90°）で洗掘が発生し，洗掘深も増大する．この経過は計算においても再現された．一方で，計算結果では実験結果と堆積，洗掘位置は一致しているものの，その河床高が全体的に 1~2cm 高い．

以上のように，計算結果では外岸側の平衡洗掘深，また外岸側洗掘部を起点とした下流の砂堆形成や内岸側の洗掘の発生について定性的に再現できた．一方で，外岸側の洗掘形状やそこから発生する砂堆の波高については実験結果と相違がみられた．掃流砂の非平衡性など今回用いたモデルでは考慮できない要素もあり，これらの要素との関連も含め今後検討したい．

参考文献

1) 檜谷・道上・川合：水工学論文集, Vol.42, pp.979-984, 1998.
2) Q. Pang & S. Onda：J. JSCE, Vol. 11, No.2, 22-15049, 2023.
3) R. Fernandez Luque & R. van Beek：J. Hydraul. Res., Vol. 14, No.2, pp.127-144, 1976.
4) G. Seminara, L. Solari & G. Parker : Water Resour. Res., Vol.38, No.11, 1249, 2002.
5) 山口・泉：水工学論文集, Vol.49, pp.937-942, 2005.
6) W. Wu: Computational River Dynamics, Tylor & Fransis, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

Representation of asymmetric large deformation behavior by finite odd elastic constitutive law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

志賀　美春（東北大・工）　中村　明莉（東北大・工）　松原　成志朗（東北大・工）
寺田　賢二郎（東北大・工）
Miharu Shiga, Tohoku University
Akari Nakamura, Tohoku University
Seishiro Matsubara, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: shiga.miharu.t1@dc.tohoku.ac.jp

This study formulates two types of odd elastic constitutive equations within the framework of finite strain theory to investigate the effect of large deformation on the nonreciprocity of materials. One presumes the linear relationship between the first odd Piola-Kirchhoff (PK) stress and the displacement gradient tensor, which is a direct extension of the infinitesimal odd elastic constitutive equation. The other is defined as the linear relationship between the second odd PK stress and the Green-Lagrange strain, so that the contribution of the rotational stress and strain disappears from this equation. To perform a finite element analysis on an odd elastic material, we devise a stress update algorithm attached to an implicit numerical scheme, as well as deriving the weak form of the governing equations with asymmetric stress and strain tensors. The performance and characteristics of the proposed model, such as the effect of large deformation on nonreciprocity and mechanical activity, are studied through not only theoretical discussion of uniform deformation problems but also finite element analyses.

1. 序論

奇弾性とは，物体の能動運動を誘発する非相反的な弾性的性質である．これは特定方向へのエネルギー変換デバイスへの応用が期待される一方で，微小変形理論の枠組みでしか議論されていない．本研究では，有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を再定式化し，大変形が材料の非相反性に及ぼす影響を調査する．具体的には，一様変形に関する理論検討に加え，奇弾性構成則を用いた構造物の有限要素解析を行い，大変形が非対称な力学挙動や能動運動のためのエネルギー生成に及ぼす影響について考察する．

2. 有限変形理論に基づく奇弾性構成則

本節では，微小変形理論に基づく奇弾性構成則[1)]を有限変形理論の枠組みに拡張し，基準配置を参照する奇弾性構成則を定式化する．ここで，ツーポイントテンソルを用いて記述する応力と物質表示で記述する応力をそれぞれ第一奇 Piola–Kirchhoff 応力（第一奇 PK 応力），第二奇 Piola–Kirchhoff 応力（第二奇 PK 応力）と呼称する．

2.1. 第一奇 PK 応力を用いたモデル

2 次元空間において，次の 2 階の基底テンソルを定義する．

$$\boldsymbol{\tau}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

これらの $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ を用いて分解される変位勾配テンソル $\boldsymbol{H}$ の成分 $H^{\mathrm{odd}}_\alpha = \tau_\alpha : \boldsymbol{H}$ を奇弾性ひずみと呼び，基準配置における基本変形モードは，それぞれ**図-1** に示す通りである．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

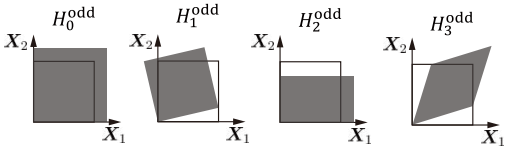


Fig. 1　奇弾性ひずみが表現する変形モード

$$P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} H^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{2}$$

ここで，P^{odd}_α は奇弾性応力であり，第一 PK 応力 $\boldsymbol{P}$ と $P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{P}$ の関係にある．また，$C^{\alpha\beta}$ は奇弾性係数行列の成分であり，接線係数 $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}}$ は第一 PK 応力の変形勾配 $\boldsymbol{F}$ に関する勾配として $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \boldsymbol{F}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$ で定義する．

2.2. 第二奇 PK 応力を用いたモデル

本モデルでは，Green–Lagrange（GL）ひずみ $\boldsymbol{E}$ を用いた奇弾性ひずみ $E^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{E}$ を用いる．なお，第二 PK 応力と GL ひずみによる仕事に剛体回転の寄与は含まれないため，$E^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

$$S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} E^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{3}$$

ここで，S^{odd}_α は奇弾性応力であり，第二 PK 応力 $\boldsymbol{S}$ と $S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{S}$ の関係にある．なお，第二 PK 応力は角運動量保存則の成立を前提とするため，$S^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．このとき，すべての α，β に対して $C^{\alpha 1} = 0$，$C^{1\beta} = 0$ が成立する．そのため，第二奇 PK 応力は連続体力学における第二 PK 応力と一致する．また，接線係数 $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}}$ は第二 PK 応力の GL ひずみに関する勾配として $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{E}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で定義する．

3. 奇弾性挙動の調査

本節では微小変形理論，有限変形理論に基づく奇弾性構成則を用いた有限要素解析を実施し，奇弾性係数および大変形が物体の材料挙動に及ぼす影響を調査する．

3.1. 一軸圧縮試験における材料挙動

図-2 に示すような境界条件で正方形試験片の一軸圧縮試験を模擬する有限要素解析を実施する．調査する奇弾性係数の組み合わせは，Lame 定数をそれぞれ $\lambda = 40$，$\mu = 40$ とする線形弾性体と等価な場合に加え，膨張・収縮と等容軸変形の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{02} = -C^{20}$）と等容軸変形と純せん断の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{23} = -C^{32}$）の 3 ケースを設定する．

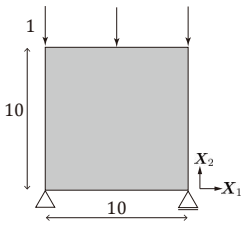


Fig. 2 一軸圧縮試験

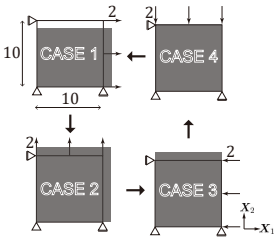


Fig. 3 ひずみサイクル

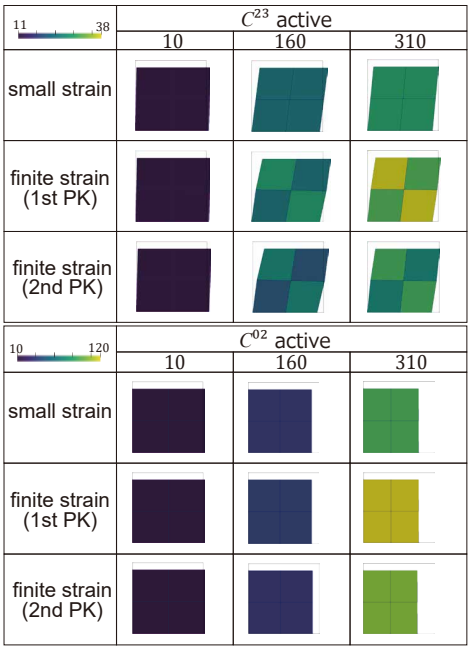


Fig. 4 変形形状と von-Mises の相当応力分布

解析結果を**図-4** に示す．変形理論にかかわらず，奇弾性係数 C^{02} を有効にすると，C^{02} が大きいほど X_1 軸方向の変形量が大きいことが確認できる．一方，奇弾性係数 C^{23} を有効にしたときは $C^{23} = 160$，$C^{32} = -160$ のときが最もせん断変形が大きいことが確認できる．したがって，せん断変形が最も大きい特異な C^{23} が存在するといえる．実際に，微小変形理論の枠組みで理論的に検討すると，

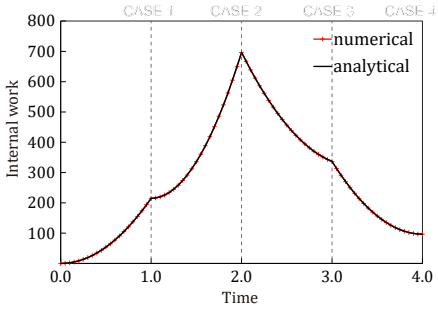


Fig. 5 微小変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

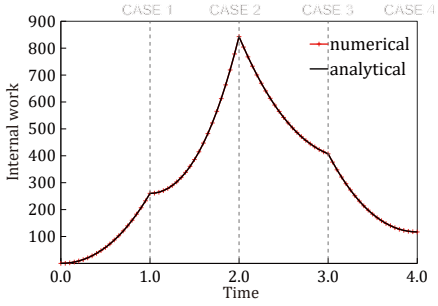


Fig. 6 有限変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

$C^{23} = \sqrt{C^{33}(C^{00} + C^{22})}$ のとき最もせん断変形が大きいことを確認している．一方で，有限変形理論の枠組みでは，幾何学的非線形性によって変形の一様性が失われることがわかる．

3.2. 力学活性の調査

Scheibner ら[1] によると，奇弾性係数行列が非対称であることにより，閉じたひずみサイクルの中で物体は外界に対して正の仕事をする．**図-3** に示すように，X_1，X_2 軸方向に ±2 の強制変位を作用するひずみサイクルに対して有限要素解析を行う．各奇弾性係数には，$C^{00} = 160$，$C^{22} = 80$，$C^{33} = 80$，$C^{02} = 10$，$C^{20} = -10$ を設定する．ひずみサイクルの中で蓄積される内部仕事を**図-5**，**図-6** に示す．ここで，数値解析によって得られた解をマーカー付の赤色の実線，解析解を黒色の実線で示している． CASE4 終了時点における内部仕事が非ゼロになったことから，奇弾性係数行列の非対称性 $C^{02} \neq C^{20}$ によってひずみサイクルの中で力学活性が生じたことが確認できる．

4. 結論

有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を定式化した．また，構築した構成則を用いた数値解析から，大変形が力学挙動の特異性を増幅したり，奇弾性係数行列の非対称性がエネルギー生成に寄与したりすることが確かめられた．今後は，$C^{02} = -C^{20}$ 以外の奇弾性係数の非対称性を考慮した場合の力学活性も調査し，力学活性のパラメータ依存性を検証する．

参考文献

1) Scheibner, C., Souslov, A., Banerjee, D., Surówka, P., Irvine, W. T. M. and Vitelli, V.: Odd elasticity, *Nature Physics*, Vol. 16, No. 4, pp. 475–480, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2 次元空間において大域参照勾配を自由度に持つ アイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

Proposal of a 2D Isoparametric Hermite Element with Global Reference Gradients in DoF (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山本　亨輔（筑波大）　　勝山　俊平（筑波大）
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
Shumpei Katsuyama, University of Tsukuba
E-mail: yamamoto.kyosuke.fu@u.tsukuba.ac.jp

We propose a 2D isoparametric Hermite element via global reference gradients as DOFs to unify geometry and field definitions. This symmetry enables homomorphic operations preserving the distributive law, mathematically integrating the initial shape and displacement. Plane stress analysis of an arch confirms that coarse meshes yield remarkably smooth gradients, validating the method's geometric fidelity and numerical consistency.

1. はじめに

構造物の荷重抵抗性能を評価する際，有限要素法（FEM）は，最も有力な数値解析手法の一種である．標準的な FEM ではC^0連続なラグランジュ要素が広く普及しているが，応力場（変位の導関数）が要素境界で不連続となるため，精度確保には細密なメッシュ分割が必要となる．特に，薄板や曲線構造モデルでは，要素境界の勾配の不連続性がしばしば問題となる．

節点導関数を自由度に持つエルミート族要素は，要素境界の連続性を自然に担保できるため，本来はC^1適合性が要求される 4 階の物理系とよく整合する．しかし，幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築 [1]においては，幾何定義に局所パラメータ微分（$\partial/\partial\xi$）が，物理場に大域座標微分（$\partial/\partial x$）が混用されることに起因して，トポロジー的な不整合が課題 [2]となっている．

本稿では，2 次元空間において幾何マッピングと変位場の双方を大域参照勾配で定義し，真の意味でのアイソパラメトリックなエルミート族四辺形要素を提案する．本手法は，座標変換の不整合を解消し，標準的手続きで滑らかな曲線表現が可能である．本要素の性能を検証するため，粗いメッシュの円弧アーチ構造を平面応力問題として解く．

2. 基礎数理

エルミート要素の定式化において，先行研究 [1), 2)]は，大域参照座標と幾何場を同一の変数と見なしてきた．本研究では，大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2)$ と幾何場（初期配置の座標系）$\bar{\boldsymbol{x}}=[\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2]^{\mathrm{T}}$を厳密に区別する．但し，節点では幾何と参照座標は一致する．つまり，節点 k において，$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x}^k)=\boldsymbol{x}^k$ である．

幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ の両方の自由度を大域参照座標 $\boldsymbol{x}$ に対する勾配を用いて定義する．つまり，

$$\boldsymbol{X}_1^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_1^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_1^k=\begin{bmatrix}u_1^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{X}_2^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_2^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_2^k=\begin{bmatrix}u_2^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix} \tag{1}$$

である．領域 Ω 内の全節点 $k=1,\dots,n$ に対して式(1)のベクトルを方向 i ごとに集約する．

$$\boldsymbol{X}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{X}_i^n\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{U}_i^n\end{bmatrix} \tag{2}$$

このとき，形状マッピングベクトル $\boldsymbol{X}$，数値解ベクトル $\boldsymbol{U}$ を以下のように定義する．

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_1\\ \boldsymbol{U}_2\end{bmatrix} \tag{3}$$

また，大域ベクトル $\boldsymbol{X}$ と $\boldsymbol{U}$ から要素eに関する成分のみを抽出する配置マトリクスを$\mathbf{T}^{(e)}$とする．

$$\boldsymbol{X}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{X},\quad \boldsymbol{U}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{U} \tag{4}$$

領域 Ω 内で定義される基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$を組み合わせて，基底関数行列 $\mathbf{G}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}$ が定義できる．今，$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$なので，要素$e$の自由度に対応した成分を取り出すと，次式となる．

$$\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix} \tag{5}$$

点$\boldsymbol{x}$が要素e内にあるとき，$\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}\mathbf{T}^{(e)}$は単位行列であるから，幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ は，次のように近似できる．

$$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}^{(e)} \tag{6}$$
$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}^{(e)} \tag{7}$$

要素がアイソパラメトリックであるとは，式(6)と式(7)の$\mathbf{G}(\boldsymbol{x})$が共通であることをいう．このとき，初期形状$\bar{\boldsymbol{x}}$，変位場$\boldsymbol{u}$を合わせた変形後の形状$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}$が次式で表されることを意味する．

$$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U})=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\left(\boldsymbol{X}^{(e)}+\boldsymbol{U}^{(e)}\right) \tag{8}$$

つまり，離散化しても分配法則が保持される準同型操作である．

次にエルミート基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})$を正規化座標系$\boldsymbol{\xi}$で再定義する．ここで，係数行列$\mathbf{A}$と基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる．

$$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) \tag{9}$$

基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を明記するために，一次元エルミート補間関数$\boldsymbol{h}(\xi)$を次のように定義する．但し，$-1\le\xi\le1$である．

$$\boldsymbol{h}(\xi)=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}(1-\xi)^2(2+\xi)\\ (1-\xi)^2(1+\xi)\\ (1+\xi)^2(2-\xi)\\ -(1+\xi)^2(1-\xi)\end{bmatrix} \tag{10}$$

関数$u(x)$のx^aとx^bにおける関数値u^a，u^bと導関数値θ^a，θ^bに対して，この補間関数は次のような近似式が定義できる．

$$u(x)=\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{x^b-x^a}{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{x^b-x^a}{2}\end{bmatrix}\boldsymbol{h}(\xi)\right)\cdot\begin{bmatrix}u^a\\ \theta^a\\ u^b\\ \theta^b\end{bmatrix} \tag{11}$$

これを 2 次元に拡張すると，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_1(\eta) \\ h_2(\xi)h_1(\eta) \\ h_1(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_1(\eta) \\ h_4(\xi)h_1(\eta) \\ h_3(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_3(\eta) \\ h_4(\xi)h_3(\eta) \\ h_3(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_3(\eta) \\ h_2(\xi)h_3(\eta) \\ h_1(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix}$$

である．点aにおいて，$\boldsymbol{N}^{(e)} = \boldsymbol{e}_1$ かつ $\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{e}_1$ である．また，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_2 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \\ \boldsymbol{e}_3 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial y}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \end{aligned} \tag{13}$$

の関係式が得られる．同様の関係式を点b，点c，点dについても求めると，係数行列$\mathbf{A}$が次のように求められる．

$$\mathbf{A}^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{A}^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix}$$

以上より，大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族四辺形要素を定式化できた．従来 [1]は，形状マッピングに$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を，場の近似に$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる非対称性があった．本稿は，式(1)のようにパラメータ勾配ではなく大域参照勾配で自由度を定義したことで，この非対称性を解消し，式(8)のような準同型性を獲得できた．

3. 曲線形状モデルの作成

要素形状が四角形$abcd$で良ければ，幾何場を歪ませる必要はないため，幾何$\bar{\boldsymbol{x}}$と大域参照$\boldsymbol{x}$は厳密に一致する．四角形要素に対して形状マッピングベクトルは，次式となる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_1^{(e)} &= [x^a \quad 1 \quad 0 \quad x^b \quad 1 \quad 0 \quad x^c \quad 1 \quad 0 \quad x^d \quad 1 \quad 0]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{X}_2^{(e)} &= [y^a \quad 0 \quad 1 \quad y^b \quad 0 \quad 1 \quad y^c \quad 0 \quad 1 \quad y^d \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{14}$$

一方，要素構成節点aに関わる形状マッピング成分を

$$\mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

のように書く．参照勾配成分$\mathbf{V}^a = \begin{bmatrix} \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix}$が単位行列でない場合，要素の各辺は曲線となる．

Fig. 1 のように，アーチを構成する非線形な四辺形要素を考える．節点kが複数の要素に共通なら，大域参照$\boldsymbol{x}$において元の線形な四角形要素の辺ベクトル$\boldsymbol{l}^L$や$\boldsymbol{l}^R$を曲線形状に合わせて接線方向へ線形変換する必要がある．つまり，$\boldsymbol{x}$座標表示の$\boldsymbol{l}^L/|\boldsymbol{l}^L|$および$\boldsymbol{l}^R/|\boldsymbol{l}^R|$をともに $\boldsymbol{g}$ へ変換する．式(15)より，$\mathbf{V}^k$は節点kにおけるこの線形変換に相当する．したがって，$\mathbf{V}^k$は，

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}^L}{|\boldsymbol{l}^L|} & \frac{\boldsymbol{l}^R}{|\boldsymbol{l}^R|} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{g} \quad \boldsymbol{g}] \tag{16}$$

を解けば求まる．節点kが端部の場合，スパン方向の辺ベクトルと半径方向の辺ベクトル$\boldsymbol{d}$を用いて，次式を解けばよい．

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}}{|\boldsymbol{l}|} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} \tag{16}$$

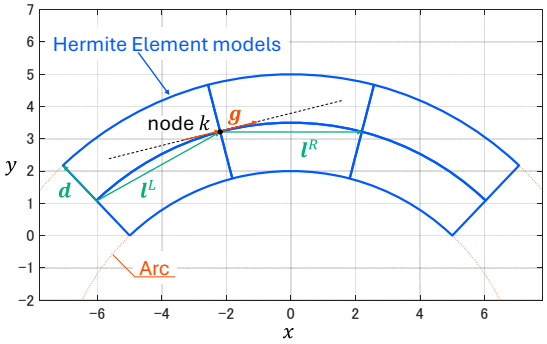


Fig. 1 The arch structure model based on Hermite elements

Table 1 The parameters of arch structure model

Span (m) L	Rise (m) H	Height (m) D	Thickness (m) t	Load (kN) P	Young's modulus (GPa) E	Poisson's ratio - ν
10	2	3	0.60	100	200	0.25

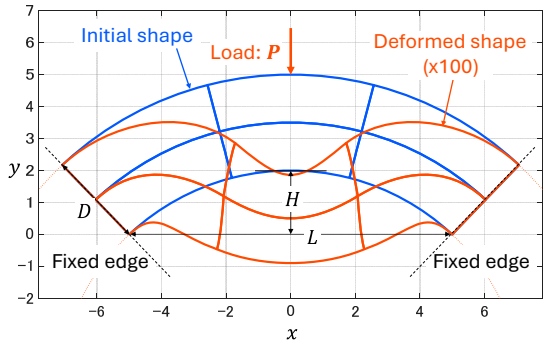


Fig. 2 The initial and deformed shapes of the arch model

4. 曲線アーチモデルの作成

内側に対応する水平方向スパン長L，厚さD，高さHとして円弧アーチをモデル化する．ここで形状マッピングベクトルの各成分は，式(16)および式(17)を用いて設定した．円弧の半径方向に節点を配置する．Table 1 にモデルのパラメータを，Fig. 2 に初期形状と変形後形状を示す．計算の結果，要素分割が粗い場合でも，要素境界において変位および勾配が極めて滑らかに連続する結果が得られた．

5. まとめ

本稿は，エルミート要素による幾何と場の離散化における非対称性を解消し，初期配置と変位の合成を単一の代数的操作へ統合した．従来のエルミート要素 [1]が抱える連続性保証のための煩雑な補正 [2]が不要となり，FEM の一般性と汎用性を保持したまま，精度と利便性を大幅に向上できると期待される．

参考文献

1) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
2) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

Mechanical Model and Finite Element Analysis of Cable Embedded in Continuum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

Numerical stability is a key challenge when using rod elements to analyze slender structures embedded in a continuum. This study proposes a simplified cable model neglecting bending stiffness to improve numerical stability. Force transmission can be represented by curvature vector of cable, enabling direct equilibrium formulations. We present this approach and an ALE cable element, demonstrating their effectiveness through numerical examples.

1. 序

連続体に埋め込まれた棒状構造の問題は，地盤アンカーによる補強や外科手術における縫合の力学モデルなどで現れる．筆者らはこれまで，曲げおよびせん断剛性を有する棒が摩擦なく連続体に埋め込まれた系に対し，ALE（Arbitrary Lagrangian-Eulerian）有限要素法[1] を用いた解析手法を提案してきた[2]．しかしながら，数値安定性や曲線形状で埋め込まれた際の曲げ剛性を考慮した初期条件の設定に課題を残している．

そこで本研究では，曲げ剛性を無視したケーブルとして構造をモデル化することで，これらの課題解決を図る．軸力のみを考慮し連続体との摩擦を無視する場合，ケーブルから連続体への力伝達はケーブルの曲率ベクトルのみで記述できる．このアプローチでは，軸力の導入されたケーブルと連続体とのつり合いとして定式化が可能であり，ケーブルの軸変形を陽に扱う必要がない．

本論文では，上述の曲率に基づく定式化に加え，軸変形を考慮したケーブルに対する ALE 有限要素法を導出し，棒要素の場合と同様の解析フレームワークを提示する．また，数値計算例を通じて各手法の特性を比較・検討し，その有効性を示す．

2. ケーブルの力学モデル

ケーブルの形状を，弧長パラメータ s を用いた位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ により定義する．このとき，曲線上の任意の点における接線ベクトル $\boldsymbol{t}(s)$ は，位置ベクトルを s で微分することにより次のように得られる．

$$\boldsymbol{t}(s) = \frac{d\boldsymbol{\phi}}{ds} \tag{1}$$

ケーブルの微小線分 Δs における力のつり合いを考える．ケーブルには軸力 N が導入されており，微小線分の両端には Fig.1 のように軸力 $N\boldsymbol{t}(s)$, $N\boldsymbol{t}(s+\Delta s)$ が作用している．これらの力と，連続体から受ける単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ とのつり合い条件は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{p}(s)\Delta s + N\boldsymbol{t}(s+\Delta s) - N\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

いま，$\Delta s \to 0$ の極限を考えると，連続体に作用する荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は次式となる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} \tag{3}$$

このとき，位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ を用いて表すと式 (1) より，

$$\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} = \frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{4}$$

ここで，$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}$ は曲率ベクトルであり，軸力 N が導入されたケーブルから連続体に作用する単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は，曲率ベクトルを用いて次のように表すことができる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{5}$$

すなわち，連続体に作用する力は曲率ベクトル方向に曲率に比例した大きさを持つ分布荷重として表すことができる．

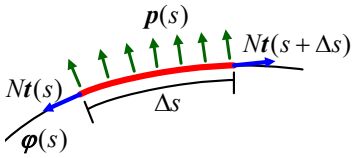


Fig. 1　Mechanical Model of Cable

3. 摩擦無しケーブルに対する計算手法

3.1. ケーブル荷重モデル

ケーブルを変形体として取り扱うのではなく，前節で述べたケーブルから連続体に伝達される力を離散化し，連続体に外力として作用させる手法を考える．このとき，ケーブルは連続体に追従する形で変形するものとする．

まず，ケーブルの形状を１次要素で近似し，ケーブルの節点と連続体を表すソリッド要素の節点は共有されているものとする．いま，Fig.2 のように節点を共有する長さ L_1, L_2 の隣接する要素において，節点における曲率ベクトルを要素の接線ベクトル $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2$ で差分近似すると，次式が得られる．

$$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \approx \frac{\boldsymbol{t}_2 - \boldsymbol{t}_1}{\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}} \tag{6}$$

一方，節点の支配領域が，隣接要素の１／２であるものとするならば，ケーブルがソリッド要素に与える等価節点力ベクトル $\boldsymbol{F}$ は次式で与えられることとなる．

$$\boldsymbol{F} \approx N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}\left(\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}\right) = N(\boldsymbol{t}_1 - \boldsymbol{t}_2) \tag{7}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

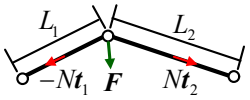


Fig. 2　Discrete Model of Cable

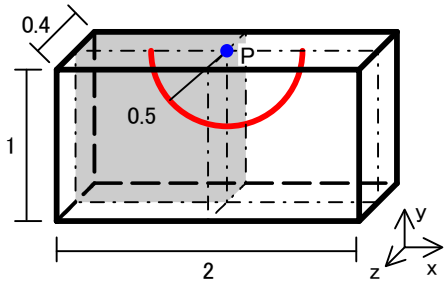
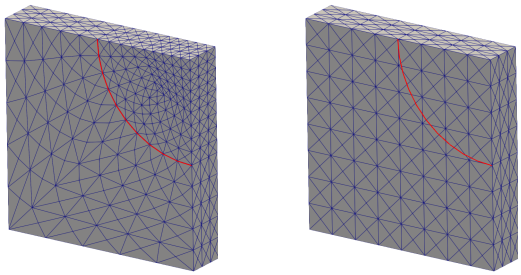


Fig. 3　Finite Element Mesh



(a) conforming model　(b) nonconforming model

Fig. 4　Finite Element Mesh

上述の手法は節点共有を前提としているが，ケーブルによる力は点荷重として評価されるため，ソリッド要素とは独立した節点配置が可能である．変形の不整合を許容すれば，複雑なケーブル経路に対してもソリッド要素の適合分割が不要となり，モデル作成の利便性が大幅に向上する．

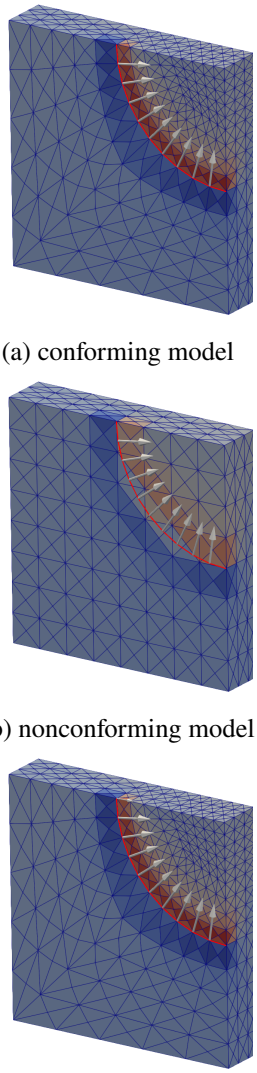
3.2.　ケーブルに対する ALE 有限要素法

ケーブルに対する ALE 定式化を行い，筆者等が提案する ALE 有限要素法による棒と連続体の摩擦無し接触の計算手法[2] の枠組みに適用する．なお，筆者等がこれまで用いてきた棒の ALE 有限要素法においては，棒の一般化ひずみには初期形状を参照した工学ひずみが用いられてきたが，本研究では，Green–Lagrange ひずみを用いた．

ケーブルの滑りを考慮するためにはケーブルの軸方向を定義することが必要となる．いま，前項における離散化で得られた節点力の方向は隣接する要素において，それぞれの方向を表す単位ベクトルの差で表されている．これは，節点力の方向と直交する方向がケーブルの力が連続体に伝達されないことを意味しており，この方向をケーブルの軸方向と定義すれば良いことが分かる．そこで本研究では，ソリッド要素の節点と重なるケーブル要素の節点に対してケーブルの変形後形状において，隣接する要素の方向を表す単位ベクトルから局所座標系を定義するものとした．

4.　数値計算例

Fig.3 のような直方体形状のソリッド要素で表された固体中にケーブルを半円状に配置し，ケーブルに引張軸力を導入する問題を考える．固体の底面は滑り条件とし，計算は対称条件を考慮し，１／４モデルに対して実行する．Fig.4 に要素分割を示す．



(a) conforming model

(b) nonconforming model

(c) ALE

Fig. 5　Force of Cable and Pressure Field

Fig.5 に固体の圧力分布とケーブルが連続体に作用する荷重ベクトルを示す．ただし，ケーブルの両端のベクトルは示していない．連続体とケーブルの節点を共有する適合型ケーブル荷重モデルによる計算結果と ALE 有限要素法による結果はほぼ一致した．一方，ソリッド要素の節点とは独立にケーブルを設定した非適合型ケーブル荷重モデルの結果はケーブル近傍のメッシュ解像度が異なることから，圧力分布において他のモデルと差異が見られるが，ソリッド要素の変形については，概ね一致している．したがって，非適合型ケーブル荷重モデルは，ケーブルを駆動力として連続体を変形させる問題に対する適用性を有するものと言える．

参考文献

1) 山田貴博: ALE 有限要素法による弾性棒の大変形解析, 日本計算工学会論文集, 7, 191–198, 2005.
2) 山田貴博: 棒と連続体の摩擦無し接触解析への ALE 有限要素法の適用, 応用力学シンポジウム, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization for Rigid-Plastic Materials with Density-Dependent Yield Strength (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沖波　暁（京都大・工学研究科）　西藤　潤（京都大・工学研究科）
Akira OKINAMI, Kyoto University
Jun SAITO, Kyoto University
E-mail: saito.jun.3n@kyoto-u.ac.jp

In this study, a topology optimization method for rigid-plastic materials is developed. First, the formulation of a mixed rigid-plastic finite element method is presented. Then, a topology optimization problem is formulated by introducing element-wise density variables as design parameters. Since the problem is non-convex, it is prone to local optima and difficulty in finding the global optimum. To address this issue, the problem is decomposed into a rigid-plastic analysis and a material distribution optimization, which are solved alternately. In addition, a density-dependent yield function is proposed to ensure physically reasonable yielding behavior according to the density value. Numerical analyses of two structures, including a cantilever beam, demonstrate the effectiveness of the proposed method.

1. 序論

土木構造物の設計において軽量化と高強度化の両立は重要な課題である．この課題を解決するための手法の一つが位相最適化[1]である．位相最適化は設計自由度が高く，人間が容易に思いつかないような構造形状を探索することができる．土木構造物の設計では塑性崩壊が起こりにくい安全な設計が求められるため，本研究では剛塑性体を対象とした位相最適化手法を開発する．最適化問題の強い非線形性に対処するため問題を問題を剛塑性解析（凸問題）と材料配置最適化（非凸問題）に分割して解く．

2. 剛塑性有限要素法

剛塑性体の境界値問題の概念図を Fig. 1 に示す．領域 D に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えたときの荷重係数 α を求める問題を考える．本問題は下界定理[2]に基づくため，力のつり合い式および塑性条件を満足し，KKT 条件から導かれる関連流れ則を満たす荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求める最適化問題である．Lagrange 乗数として変位速度 $\boldsymbol{u}$ と塑性乗数 $\boldsymbol{\lambda}$ が得られる．

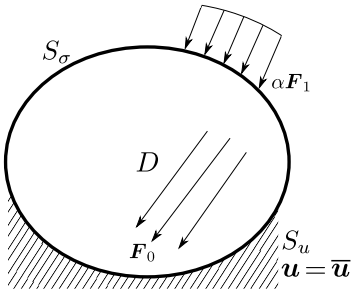


Fig. 1 The boundary value problem for a rigid-plastic body

3. 位相最適化

3.1. 定式化

剛塑性体の領域に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えるとき，荷重係数 α が最大となる密度 ρ の分布を求める．2 次元要素 e における密度 ρ^e は要素 e において物質が占める割合と定義する．密度変数 ρ^e が $\rho^e = 0$ であれば，要素は空隙である．$\rho^e = 1$ であれば，要素は完全に物質で満たされる．その間の値を取るとき，すなわち，$0 < \rho^e < 1$ であれば，要素は部分的に物質で満たされる．

下界定理に基づく剛塑性有限要素法に基づき，一定の体積制約下で荷重係数 α が最大となる密度分布 $\boldsymbol{\rho}$ を最適化する問題は式 (1)–(2) のように定式化される．

$$\max_{\alpha, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}} \quad \alpha \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} = \alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0 \\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}) \le \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{A} \le V_{\max} \\ \boldsymbol{0} \le \boldsymbol{\rho} \le \boldsymbol{1} \end{cases} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{A}$ は要素の面積を表すベクトル，$V_{\max}$ は体積制約の上限を表す．本研究における位相最適化問題は非凸であるため最適解の探索が困難である．そこで位相最適化問題を剛塑性解析と材料配置最適化に分割し，交互に解く．剛塑性解析により荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求め，材料配置最適化により密度 $\boldsymbol{\rho}$ を更新する．剛塑性解析は二次計画問題として定式化され，比較的容易に解くことができる．材料配置最適化には誤差逆伝搬法を用いた．また，チェッカーボードを抑制するため，荷重係数 α に対する密度 $\boldsymbol{\rho}$ の感度を周辺要素と平滑化する処理をした．

3.2. 降伏関数

Fin ら[3]による剛塑性体の位相最適化手法で用いられた降伏関数は密度変数に依存するが，降伏曲面の勾配の方向は応力によらず，同じであり，常に体積一定の条件を満たす．そのため，密度が 0 となる空隙の領域においても，体積一定条件が課されることとなり，変形の自由度が下がり，空隙部分に非物理的な制約が加わる．そこで本研究では空隙部で塑性ひずみを任意の方向に取ることが可能な，密度に依存する降伏関数を式 (3) に提案する．

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \rho) = \sqrt{\frac{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2}{[a(\rho)]^2} + \frac{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2}{[b(\rho)]^2}} - 1 \tag{3}$$

$$a(\rho) = c\left(\rho^n + \epsilon\right) \tag{4}$$

$$b(\rho) = -c\left[\rho^{n-1} \ln(1 - \rho) - \epsilon\right] \tag{5}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

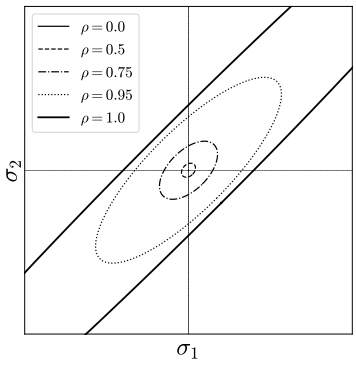


Fig. 2　Yield surface for $n = 3$ and cohesion $c = 1.0$

式 (3) による降伏曲面を図示すると，Fig. 2 のようになる．低密度領域では降伏曲面は半径の十分小さい円となり，微小な応力状態で，降伏曲面の勾配はすべての方向を向くことが可能となる．つまり，任意の塑性ひずみを取ることができ，自由な変形が可能となる．式 (4), (5) において，n の値を大きくすると，ρ の減少に対して降伏曲面の半径がより急速に小さくなる．その結果，中間密度の要素は塑性崩壊しやすく，構造に寄与しにくくなり，0 または 1 に近い密度分布が選択されやすくなる．これにより，中間密度領域が広がるグレースケールを抑制することが可能となる．

4.　数値計算例

提案した手法で構造形状が得られることを示すために，Fig. 3 のような縦横比が 1 : 2 の片持ちばりの問題を考える．左端を固定，右端に中央部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．解析の結果を Fig. 4 に示す．体積制約は 45%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ で一定とした．領域は 40×80 の正方形要素で離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のときの荷重係数 $\alpha = 2.013$ であるのに対して，得られた位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 1.966$ で塑性崩壊した．

2 つ目の例題として，Fig. 5 の縦横比が 1 : 1 の L 字型構造体に対して解析を行った．上端は固定し右端上部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．結果を Fig. 6 に示す．体積制約は 47%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ とした．領域を 1600 要素に離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のとき荷重係数が $\alpha = 0.997$ であるのに対して，位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 0.987$ で塑性崩壊した．

5.　結論

剛塑性解析と材料配置最適化を組み合わせることにより位相最適化問題の最適解を探索した．密度に依存した降伏強度を用いることで空隙の変形を正しく表現することが可能になった．本手法を用いて，片持ちばりおよび L 字型構造体を対象とした数値解析を行い，本手法により構造形状が得られることを確認した．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197–224, 1988.
2) 小林俊一 : 主双対内点法による混合型剛塑性有限要素法の開発, 応用力学論文集, Vol. 6, pp. 95–106, 2003.
3) Fin, J., Borges, L. A. and Fancello, E. A. : Structural topology optimization under limit analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, pp. 1355–1370, 2019.

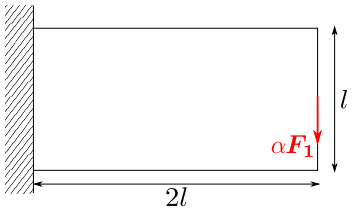


Fig. 3　Cantilever beam with an aspect ratio of 1 : 2

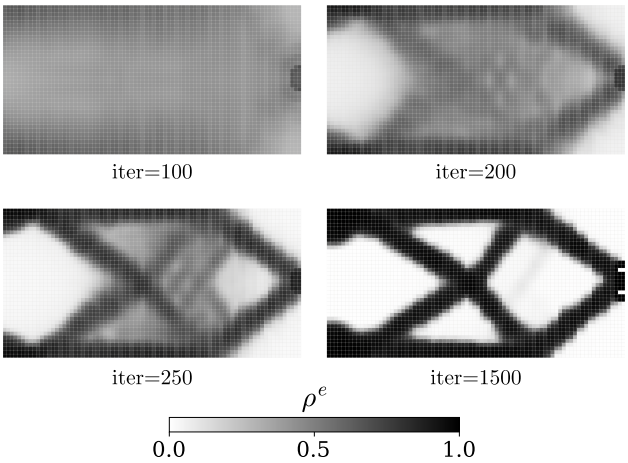


Fig. 4　Progress of topology optimization for the cantilever beam

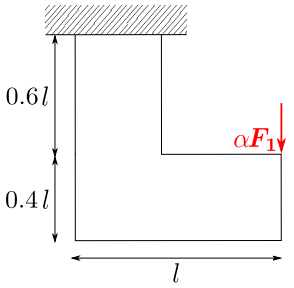


Fig. 5　L-shaped structure

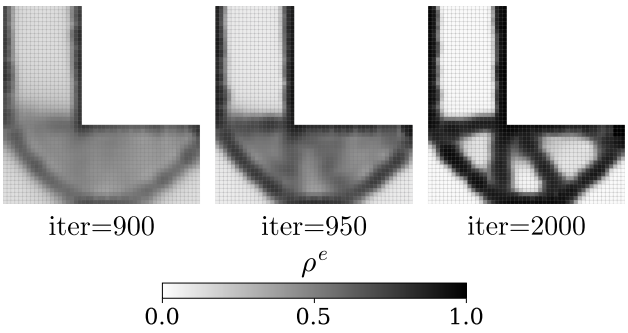


Fig. 6　Progress of topology optimization for the L-shaped structure

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

Application of Splitting Time Integrator to Shell Elements (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　英介（横浜国大・環境情報）　山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Eisuke KAMATA, Yokohama National University
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

In this study, a method to relax the time-step restriction in explicit time integration for dynamic problems of shell structures is proposed. Splitting time integrator derived from mixed finite element method, in which transverse shear stresses are introduced as independent variables, is applied to dynamic problems of shells using MITC4 shell elements. In the proposed method, bending and membrane deformations are calculated by an explicit method, and shear deformations are calculated by an implicit method.

1. 緒言

動的問題の時間積分法には，陽解法と陰解法がある．固体の過渡応答解析において，波動伝播現象としての力学特性に着目する場合には，位相誤差などの観点から陽解法を用いることが望ましい[1]．しかしながら，陽解法の数値安定性は条件付き安定であるため，時間刻みに強い制約が課される．これに対し，陰解法は無条件安定となる解法が存在することから，振動解析では，陰解法が多く採用されている．

著者らは，微圧縮弾性体[2]，ケーブル[3]，はり[4] および板[5] の動的問題に対して，陽解法の時間刻み制約を緩和する手法として，拘束条件付き問題に対する時間積分を拡張した混合型定式化に基づく分離型時間積分を提案した．この手法では，混合型定式化により独立変数として導入した変数を陰的に取り扱うことで，時間刻み制約が厳しい変形モードを陰解法，それ以外の変形モードを陽解法として求解する．これにより，陽解法を基本としながら，時間刻み制約を一部緩和することが可能となる．

陽解法の数値安定性は離散化後の系の最大固有角振動数で決定される．固有値解析による検証の結果，シェルにおいては，面外せん断成分に起因する最大固有角振動数が非常に大きな値をとることが示された．

そこで本研究では，シェルの動的問題において面内変形および曲げ変形について陽解法，面外せん断変形について陰解法となる分離型時間積分を提案する．さらに数値実験により，提案手法の数値特性を評価する．

2. 有限要素離散化

本研究では，Mindlin-Reissner 理論に基づく等方弾性シェル構造の自由振動問題を扱う．弱形式は以下のように表され，面内変形，曲げ変形および面外せん断変形に対応する項は互いに分離された形で記述される．

$$\int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA = -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma} \right) dA \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は並進および回転を含む一般化変位ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\kappa}$，$\boldsymbol{\gamma}$ はそれぞれ面内，曲げおよび横せん断の一般化ひずみベクトルを表し，$\mathbf{D}_m$，$\mathbf{D}_b$，$\mathbf{D}_s$ は対応する構成行列，$\mathbf{I}$ は一般化質量密度行列である．さらに，上式を有限要素法を用いて離散化することで変位型の自由振動の運動方程式を得る．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_s)\,\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで，$\mathbf{M}$ は全体質量行列，$\mathbf{U}$ は全体系の節点変位ベクトル，$\mathbf{K}_m$，$\mathbf{K}_b$，$\mathbf{K}_s$ はそれぞれ面内，曲げ，せん断の剛性マトリクスである．本研究では，$\mathbf{K}_s$ の導出にひずみ仮定法を用いる 4 節点四辺形双 1 次要素である MITC4 要素[6] を採用した．

また，式 (1) に対し，独立変数として面外せん断応力を導入することで次の混合型の支配方程式を得る．

$$\begin{aligned} \int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA &= -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{Q} \right) dA \\ \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \boldsymbol{Q}\, dA &= \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma}\, dA \end{aligned} \quad (3)$$

さらに，上式に混合型の有限要素近似を用いることで以下の混合型の支配方程式を得る．ただし，$\tilde{\mathbf{U}}$ は離散化された応力自由度ベクトルである．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_2^T & -\mathbf{K}_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \tilde{\mathbf{U}} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

3. 分離型時間積分

板では，せん断応力を独立変数として導入した混合型支配方程式に対し，拘束条件付き問題に対する時間積分法である Rattle 法を拡張する分離型時間積分が提案されている[5]．シェル要素でも同様の考え方に基づき，面外せん断応力を独立変数として導入する．これにより，板と同様に 2 ステージからなる全離散化方程式を得る．

[ステージ 1]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\Delta t}\left(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n \right), \\ \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^n - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^n, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^n &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n - \Delta t \dot{\mathbf{U}}^n \right) \end{aligned} \quad (5)$$

[ステージ 2]

$$\begin{aligned} \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1}, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1} &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{n+1} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

さらに，本研究では，独立変数として導入した応力自由度 $\tilde{\mathbf{U}}$ の縮約を行う．これにより，上式の剛性マトリクスは，式 (2) の変位法で用いられる剛性マトリクスに置き換えられ，混合法における応力場を定義することなく定式化

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が行える．このとき，以下の関係式を用いる．

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b, \quad \mathbf{K}_2\mathbf{K}_3^{-1}\mathbf{K}_2^T = \mathbf{K}_s \tag{7}$$

これらを式 (5),(6) に適用することで得られる本手法の分離型時間積分の全離散化方程式を以下に示す．

[ステージ 1]

$$\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n),$$
$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^n - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n - \Delta t\dot{\mathbf{U}}^n) \tag{8}$$

[ステージ 2]

$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}}\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^{n+1} - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n + \Delta t\dot{\mathbf{U}}^{n+1}) \tag{9}$$

4. 数値計算

検証問題として，円筒シェルの動的問題を設定した．円筒の半径を $R = 0.5$[m], 軸方向の長さを $L = 1.5$[m], 板厚を h とした．初期変位には固有値解析から得られる固有モードを用いて，初期速度はゼロとした．また材料定数は，$E = 200$[GPa], $\nu = 0.3, G = E/2(1+\nu), k = 5/6, \rho = 7850$[kg/m^3] とした．

(A) 数値安定性評価

安定性評価の基準は，振動が 1000 周期を経過した後，振幅が極端に増大したものを解の発散とみなし，それ以外を安定とみなす．設定問題において，要素数を 512 要素，要素分割を一様分割とし，固有値解析の 1 次モードを初期変位として与え，円筒の薄さを表すパラメータである半径と板厚の比率 $R/h = 10^a (a = 1, 1.5, 2, 2.5, 3)$ で計算を行った．Fig.1 に，本研究の手法（赤の実線）と一般的な陽解法である Verlet 法（黒の実線）による計算の数値安定性限界を示す．横軸が厚さのパラメータ R/h，縦軸が数値安定性限界であり，グラフの下側の領域で解は安定となる．Fig.1 において，Verlet 法では，板厚が薄くなるにつれて，時間刻み制約が厳しくなっている．これに対して，本研究の手法はその制約を回避し，一定の時間刻み制約が課せられていることがわかる．

(B) 位相誤差評価

固有値解析の結果から算出される固有角振動数 ω を参照解とする．設定問題において，面内変形が卓越するモードを初期変位として与え，特定の点の時刻歴応答から数値解 $\tilde{\omega}$ を算出する．Fig.2 に，位相角 $\omega\Delta t$ に対する相対角振動数 $\tilde{\omega}/\omega$ の関係を示す．本研究の手法（赤）の位相誤差を一般的な陽解法である Verlet 法（黒）および一般的な陰解法である Newmark 法（青）と比較した．Fig.2 より，本手法は陽解法と同様の数値特性を示し，陰解法に比べて位相誤差が小さいことがわかる．また，面内変形および曲げ変形が卓越する変形モードにおいて，同様の数値特性を示すことが確認された．

5. 結言

本研究では，シェルの動的問題に対して，分離型時間積分を適用した．薄肉時において，陽解法の時間刻み制約を緩和する手段として有効であることを示した．また，面内変形や曲げ変形が卓越する振動解析においては，陽解法と同等の位相誤差精度であることを示した．

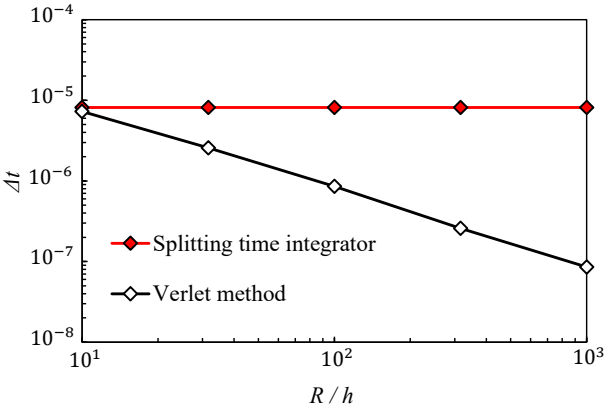


Fig. 1 Numerical stability.

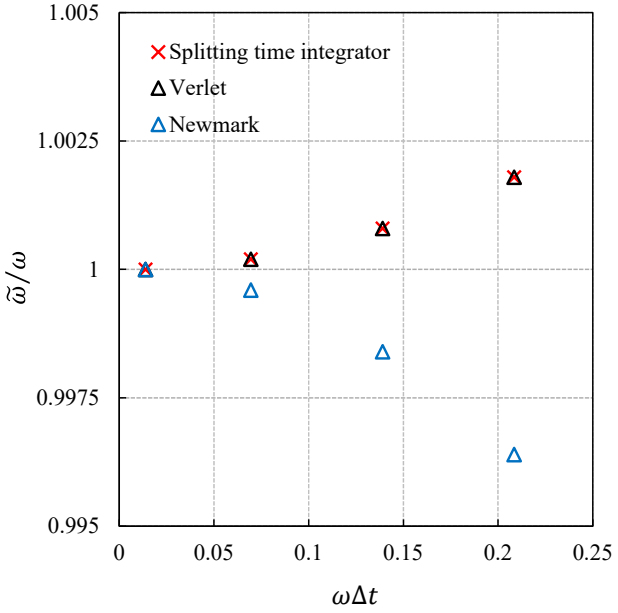


Fig. 2 Numerical dispersion.

参考文献

1) 山田貴博: 波動方程式に対するガラーキン法に基づく数値計算手法の特性評価, 応用力学論文集, 11, pp.117-122, 2008.
2) 山田貴博: 微圧縮弾性体の動的問題に対する分離型時間積分, 土木学会論文集 A2（応用力学）, 77(2), pp.217-225, 2021.
3) 池田貴和子, 山田貴博: ケーブルに対する混合型変分原理に基づく数値時間積分法, 計算工学講演会論文集, 6(1), pp.71-74, 2001.
4) 芳谷和哉，山田貴博: Timoshenko 梁要素の動的問題への分離型時間積分の適用, 計算工学講演会論文集, 28, C-07-03, 2023.
5) 芳谷和哉，山田貴博: Mindlin-Reissner 板の動的解析のための分離型時間積分, 計算工学講演会論文集, Vol.29, C-10-02, 2024.
6) Bathe, K.J. and Dvorkin, E.N.: A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation, Int. J. Numer. Methods Eng. , 21(2), pp.367-383, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

Development of self-contact algorithm in MPM for additive manufacturing simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

長瀬　颯平（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei Nagase, Tohoku University
Riichi Sugai, Tohoku University
Soma Hidano, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: nagase.sohei.r1@dc.tohoku.ac.jp

In recent years, additive manufacturing, including 3D printing, has been increasingly applied to the fabrication of concrete structures. However, a numerical method that can consistently reproduce the entire manufacturing process has not yet been established. Material Point Method (MPM) is a numerical analysis method that can unify fluid flow and solid deformation, and is expected to be able to simulate the entire manufacturing process of 3D printing consistently. In this study, we develop a contact algorithm for MPM suitable for additive manufacturing involving self-contact. It becomes possible to consider contact without additional degrees of freedom and object identification in the input by appropriately reconstructing the basis functions near the contact interface. A self-contact example is presented to demonstrate the validity of the proposed method.

1. 序論

近年，その自由度の高い設計性や省力化・省人化という観点から，3D プリンティング (3DP) によるコンクリート構造物の製造の需要が高まっている．それに伴い，構造の最適化のため様々な 3DP に対する数値解析手法が提案されてきている.[1] 一方で，製造過程を一貫して再現できる数値解析手法は確立されていない．Material Point Method (MPM) は，連続体の流体的な挙動と固体的な変形を統一的に扱うことができる数値解析手法であり，流動から堆積，硬化に至る 3DP の製造過程を一貫して再現できることが期待される．本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己との接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証する．

2. Material Point Method (MPM)

MPM は，物理領域を表現する粒子と，運動方程式の求解を行う計算格子を用いる手法である．本研究では，物理量の補間に使う基底関数として，Extended B-Spline (EBS) 基底関数を採用する．EBS 基底関数では，基底関数を degenerate と stable に分類し，degenerate な基底関数を stable な基底関数の線形結合で置き換えることで，基底関数を再構築する．Sugai et al.[2] は，EBS 基底関数を亀裂進展問題に応用し，追加自由度を導入することなく物体の分割を表現した．本研究では，これを接触問題に応用する．

3. 接触アルゴリズム

標準的な MPM では，一つの計算格子で物体の運動を追跡するため，複数物体が接近した場合に，同一節点に異なる物体の物理量が補間され，適切に物体の接触を表現することができない．そのため，既存の方法では，物体の接触面で物体ごとに計算格子を用意することで接触を表現している例が多い．しかし，この方法では，粒子生成時に物体の識別が必要であるため，自己接触を伴う問題に適用することが難しい．本研究では，接触面で EBS 基底関数を再構築することで，追加自由度と粒子生成時に物体識別の必要がない接触アルゴリズムを提案する．

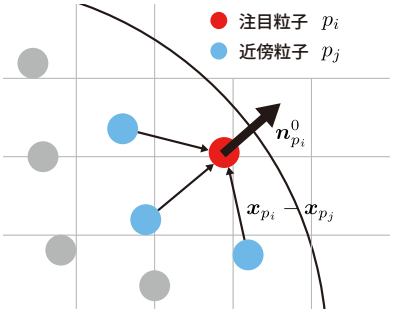


Fig. 1　粒子 p_i における外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$

まず，図 1 に示す，初期ステップにおける境界粒子とその付近の粒子の外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$ を以下で定義する．

$$\boldsymbol{n}^0_{p_i} = \frac{\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})}{|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})|} \tag{1}$$

ただし，集合 $\mathcal{N}_i$ は $\mathcal{N}_i = \{j \mid j \neq i, |\boldsymbol{x}_{p_j} - \boldsymbol{x}_{p_i}| < R\}$ で定義され，R は注目粒子 p_i の近傍粒子 p_j を決定するための距離の最大値である．このベクトル $\boldsymbol{n}_{p_i}$ は各時間ステップで変形勾配テンソルの増分 $\Delta\boldsymbol{F}_p$ を用いて更新される．また，格子の粒子密度勾配ベクトル $\boldsymbol{n}_I$ は，節点 I に最も近い位置にある粒子を p_k として $\boldsymbol{n}_I = \boldsymbol{n}_{p_k}$ とすることで決定する．これらの単位ベクトルの内積により図 2 に示すように，節点 I の所属する領域を判定する．この手続きにより，図 3 で示されるように接触面で基底関数が再構築される．その後，粒子同士で接触判定を行い，ペナルティ法に基づいて非貫入条件を課す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

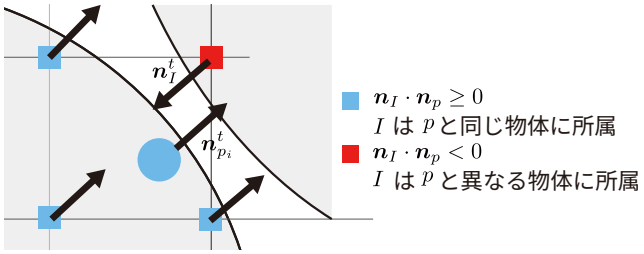


Fig. 2　節点の物体所属の判定

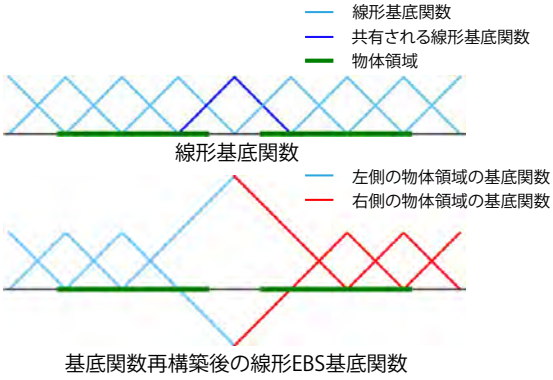


Fig. 3　接触面での基底関数の再構築

4.　検証例題

提案手法が単一物体の自己接触を表現できることを確認するために，図 4 に示す楕円リングに対する自重解析を行う．物体力として $\boldsymbol{b} = (0.0, -10.0, 0.0)\,\mathrm{m/s^2}$ を与え，リングの内側を自己接触させる．$4.0\,\mathrm{m} \times 2.0\,\mathrm{m}$ の解析領域を考え，$\Omega = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid 0.6^2 < \frac{(x_1-2.0)^2}{2.5} + (x_2-1.0)^2 < 0.9^2\}$ を満たす領域に粒子を配置し，$\Omega_1 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 \leq 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，$\Omega_2 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 > 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^4\,\mathrm{kg/m^3}$ とする．また，解析領域の下端に Dirichlet 境界条件 $v = 0$ を与える．リングに初速は与えない．詳細なパラメーターと解析条件は表 1 に示す．

解析結果として，von Mises 応力分布と変形履歴のスナップショットを図 5 に示す．$t = 0.65\,\mathrm{s}$ でリングの内側同士が接触するまでは，接触可能性がある面同士に相互作用は発生していない．このことから，適切に補間領域が切り分けられていることが確認できる．その直後，リングの内側同士が接触し，接触力が発生している．そして，反発して回復した後に再度下方に変形して，$t = 1.75\,\mathrm{s}$ で 2 回目の接触が発生している．これらのことから，提案手法は複数回の自己接触を伴う問題に適用可能であることがわかる．

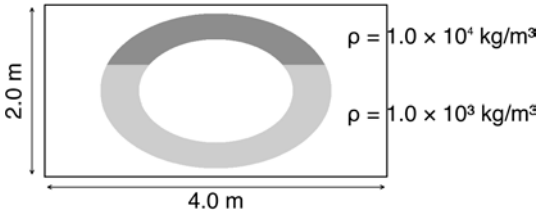


Fig. 4　リングの自己接触解析モデル

Table 1　リングの自己接触のパラメーターと解析条件

パラメーター	値
ヤング率　E	500 KPa
ポアソン比　ν	0.3
密度　ρ	$1000\,\mathrm{kg/m^3}$
ペナルティ係数　k_{nor}	$1.0 \times 10^6\,\mathrm{N/m}$
計算格子 h	0.05 m
1 格子あたりの粒子数	4×4
解析間隔　Δt	$1.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$
解析時間	2.5 s

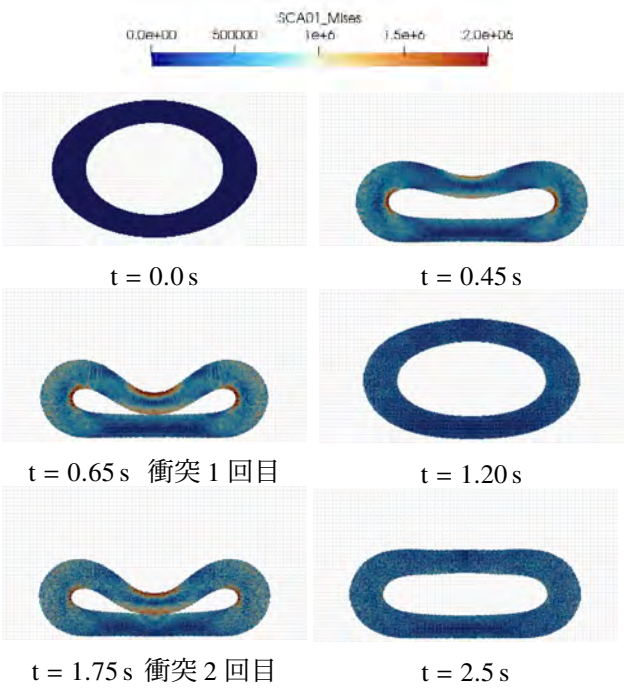


Fig. 5　リングの解析の Von Mises 応力分布と変形図

5.　結論

本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証した．提案手法では，追加自由度・粒子生成時の物体識別を必要とせずに，自己接触の表現が可能となった．一方で，コンクリート 3DP の再現解析に向けて，コンクリートに適した材料モデルの導入とその適用性検証を行うことが今後の課題である．

参考文献

1) Roussel, N., Spangenberg, J., Wallevik, J. and Wolfs, R.: Numerical simulations of concrete processing: From standard formative casting to additive manufacturing, *Cem. Concr. Res.*, Vol. 135, p. 106075, 2020.
2) Sugai, R., Han, J., Moriguchi, S. and Terada, K.: Diffusive-discrete crack transition without remeshing achieved by extended B-spline-based implicit material point method, *Comput Methods Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 421, p. 116771, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a geometric modeling method based on the method of fundamental solutions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

古川　陽（北海道大・工学研究院）
Akira FURUKAWA, Hokkaido University
E-mail: afurukawa@eng.hokudai.ac.jp

The method of fundamental solutions (MFS) is a mesh-free approach for solving boundary value problems of partial differential equations. This study presents a geometric modeling method using the MFS to reconstruct surface shapes from noisy or incomplete point cloud data. The proposed method solves boundary value problems several times and extracts the reconstructed shape from the potential field computed by the MFS.

1. はじめに

基本解近似解法（MFS; method of fundamental solutions）は偏微分方程式の境界値問題に対するメッシュフリー型解法であり，様々な物理現象に適用されている[1]．基本解近似解法は，対象とする問題の近似解をその支配方程式の基本解によって表現する．近似解に含まれる近似係数は，境界に配置された選点で境界条件を満たすように決定される．このことから，基本解近似解法では，対象とする問題の計算領域を点情報のみで取り扱うことができる．

近年，土木分野において，点群による形状モデルの生成に注目が集まっている[2]．点群による形状モデルの適用範囲は，今後も拡大を続けることが予想される．これに対して，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法が提案されている[3),4]．これらの手法では，Laplace 方程式や重調和方程式，変形重調和方程式によって与えられるポテンシャルをもとに形状を生成する．しかしながら，このような基本解近似解法を用いた手法では，ノイズや欠損を含む点群データへの適用可能性は十分に検討されていない．

以上を踏まえ，本研究では基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法は，ノイズや欠損を含む点情報によって構成された入力をもとに形状の境界を再構成し，その代表点と法線ベクトルを出力する．本研究では，対象とする問題を 2 次元問題に限定する．以下では，特に断りのない限り，ギリシャ文字の下付き添え字は 1, 2 をとり，1 つの項に繰り返し現れる下付き添え字には総和規約を適用する．

2. 基礎理論

2.1. 問題設定

本研究で対象とする問題は，以下に示す変形重調和方程式の境界値問題とする．

$$\Delta(\Delta - \lambda^2)\phi(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{x} \in V \tag{1}$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_S;\ \mathbf{x} \in S \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x});\ \mathbf{x} \in S \tag{3}$$

ここに，ϕ はポテンシャル，$\lambda\ (>0)$ は定数，V および S は計算領域とその境界を表す．また，

$$\Delta = \nabla^2 \tag{4}$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right]^{\mathsf{T}} \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = n_\alpha(\mathbf{x})\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \tag{6}$$

であり，$(\cdot)^{\mathsf{T}}$ は行列・ベクトルの転置，n_α は境界 S における単位外向き法線ベクトルを表す．加えて，$\varphi_S\ (\geq 0)$ は既知の境界値であり，g はその存在が保証された未定の境界値である．

本研究では，再構成の対象となる形状の表現に用いる点群を，点集合 $\mathcal{V}$ として以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p} \in V \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}}\}\} \tag{7}$$

ただし，点集合 $\mathcal{V}$ の要素 $\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p}$ はノイズや欠損を含む．また，次式が成り立つと仮定する．

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_{\mathcal{V}};\ \mathbf{x} \in \mathcal{V} \tag{8}$$

ここに，$\varphi_{\mathcal{V}}\ (>\varphi_S)$ は既知量である．本研究では，式 (1), (2), (8) を用いてポテンシャル ϕ を決定する．得られたポテンシャルから，式 (3) によって未定の境界値 g を決定することができる．このような手順を踏むことで，式 (1)–(3) で与えられた境界値問題の解を得る．

2.2. 基本解近似解法

対象とする問題の近似解は，式 (1) の基本解 G_s, G を用いて次式で与えられる[4]．

$$\phi(\mathbf{x}) := \sum_{n=1}^{N_y} G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)\alpha^n + \sum_{n=1}^{N_y} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)c^n;\quad \mathbf{x} \in V \cup S,\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{9}$$

ここに，α^n および c^n は近似係数を表す．また，$\mathbf{y}^n$ は基本解の源点であり，点集合 $\mathcal{Y}$ によって与えられる．さらに，基本解 G_s, G は，それぞれ以下の式で与えられる．

$$G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda}K_0(\lambda r) \tag{10}$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda^2}\{K_0(\lambda r) + \ln r\} \tag{11}$$

ここに，$K_n(\cdot)$ は n 次の第 2 種変形 Bessel 関数を表し，$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である．なお，基本解 G^s は $r = 0$ において特異性を有しているが，基本解 G は $r = 0$ において有限の値をとるため特異性を有していない．

基本解近似解法では，境界条件を満たす近似係数を得るために，以下に示す点集合 $\mathcal{S}$ によって選点 $\mathbf{x}^{\mathrm{col}:m}$ を与

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{col}:p} \in S \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{S}}\}\} \tag{12}$$

式 (9) を式 (2), (8) に代入すれば，以下に示す連立 1 次方程式を得ることができる．

$$\mathbf{A}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{A}\mathbf{c} = \mathbf{f} \tag{13}$$

$$\mathbf{B}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\mathbf{c} = \mathbf{g} \tag{14}$$

ここに，

$$(\mathbf{A}_s)_{mn} := G_s(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{15}$$

$$(\mathbf{A})_{mn} := G(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{16}$$

$$(\mathbf{B}_s)_{mn} := \frac{\partial G_s}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{17}$$

$$(\mathbf{B})_{mn} := \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{18}$$

$$(\boldsymbol{\alpha})_n := \alpha^n \tag{19}$$

$$(\mathbf{c})_n := c^n \tag{20}$$

$$(\mathbf{f})_m := \begin{cases} \varphi_{\mathcal{V}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ \varphi_{\mathcal{S}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{21}$$

$$(\mathbf{g})_m := g(\mathbf{x}^m);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \tag{22}$$

である．ここで，近似係数 α^n に対して $\alpha^n = 0$ を仮定する．このとき，式 (13) に ℓ^2 正則化を適用すれば，近似係数 c^n は次式で表現できる．

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^{\dagger}(\gamma)\mathbf{f} \tag{23}$$

ここに，

$$\mathbf{A}^{\dagger}(\gamma) = [\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{A} + \gamma\mathbf{I}]^{-1}\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \tag{24}$$

であり，γ (> 0) は正則化パラメータ，$\mathbf{I}$ は単位行列を表す．式 (24) において，行列 $\mathbf{A}$ の成分が特異性のない基本解 G のみによって構成されることに注意すれば，$\mathcal{Y} = \mathcal{V} \cup \mathcal{S}$ とすることができる．これにより，源点 $\mathbf{y}^n$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{y}^n = \mathbf{x}^n;\ n \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}} + N_{\mathcal{S}}\} \tag{25}$$

このようにして得られた近似係数を式 (9) に代入すれば，ポテンシャル ϕ を求めることができる．

3. 提案手法

前節に示した基礎理論をもとに，形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ および既知ベクトル $\mathbf{f}$ の設定，ポテンシャルの計算を複数回繰り返すことで形状を再構成する．具体的には，以下に示す Step 1 から Step 3 を順に実行する．

Step 1 では，点集合 $\mathcal{V}$ を式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ を式 (12) で与える．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{26}$$

これによって得られるポテンシャルを $\phi^{[1]}$ とする．

Step 2 では，点集合 $\mathcal{V}$ は Step 1 と同様に式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ は以下の式で与える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[2]:p} \in S^{[2]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[2]}\}\} \tag{27}$$

ただし，$S^{[2]}$ は以下のように与える．

$$S^{[2]} = \{\mathbf{x} \in S \cup \mathrm{int}(S) \mid \phi^{[1]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[2]}\} \tag{28}$$

ここに，$\varphi^{[2]}$ は定数であり，$\varphi^{[2]} \in (0, 1)$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{29}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[2]}$ とする．

Step 3 では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ を以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \bigcup_{i=1}^{N^{\mathrm{sam}}} \mathcal{V}^{(i)} \tag{30}$$

$$\mathcal{V}^{(i)} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{sam}(i):p} \in S^{\mathrm{sam}(i)} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{\mathrm{sam}(i)}\}\} \tag{31}$$

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[3]:p} \in S^{[3]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[3]}\}\} \tag{32}$$

ただし，$S^{\mathrm{sam}(i)}, S^{[3]}$ は以下のように与える．

$$S^{\mathrm{sam}(i)} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{sam}(i)}\} \tag{33}$$

$$S^{[3]} = \{\mathbf{x} \in S^{[2]} \cup \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[3]}\} \tag{34}$$

ここに，$\varphi^{[3]}$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)}$ は定数であり，それぞれ $\varphi^{[3]} \in [0, \varphi^{\mathrm{sam}(i)})$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)} \in (\varphi^{[3]}, \max(\phi^{[2]})]$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} \varphi^{\mathrm{sam}(i)} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V}^{(i)} \\ \varphi^{[3]} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{35}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[3]}$ とする．

形状の再構成は，ポテンシャル $\phi^{[3]}$ をもとに行う．このとき，再構成される形状の境界 S^{rec} は，以下の式で与える．

$$S^{\mathrm{rec}} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[3]}) \mid \phi^{[3]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{rec}}\} \tag{36}$$

ここに，φ^{rec} は定数であり，原則として $\varphi^{\mathrm{rec}} = 1$ で与える．また，再構成された形状の境界における単位外向き法線ベクトルは，次式で計算することができる．

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -\dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the interior problem} \\ \dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the exterior problem} \end{cases} \tag{37}$$

ここに，$\mathbf{x} \in S^{\mathrm{rec}}$ であり，$\|\cdot\|_2$ は ℓ^2 ノルムを表す．

4. おわりに

本研究では，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案した．提案手法は，基本解近似解法を用いて変形重調和方程式の境界値問題を複数回解き，得られたポテンシャルから対象とする形状の境界を再構成する．今後は，提案手法による数値計算を実施し，その有効性を検討する予定である．

参考文献

1) A. H. D. Cheng, Y. Hong: An overview of the method of fundamental solutions–Solvability, uniqueness, convergence, and stability, Eng. Anal. Bound. Elem., 120, pp.118-152, 2020.
2) 日高菜緒: 点群データ処理アルゴリズムの総括および土木分野での活用事例と展望, AI・データサイエンス論文集, 4, pp.301-309, 2023.
3) R. Tankelevich, G. Fairweather, A. Karageorghis: Three-dimensional image reconstruction using the PF/MFS technique, Eng. Anal. Bound. Elem., 33, pp.1403-1410, 2009.
4) C. S. Chen, L. Amuzu, K. Acheampong, H. Zhu: Improved geometric modeling using the method of fundamental solutions, Eng. Anal. Bound. Elem., 130, pp.49-57, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

Meso-scale Simulation of Three-Dimensional Map Cracking in Concrete due to Alkali-Silica Reaction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊藤 成央（茨城大） 持川 空良（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 車谷 麻緒（茨城大）
Nao ITO, Ibaraki University
Sora MOCHIKAWA, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study aims to simulate the complex three-dimensional map-cracking patterns in concrete induced by Alkali-Silica Reaction using a damage model. The actual shapes of coarse aggregates were obtained by 3D scanning and integrated into the numerical analysis. A three-dimensional meso-scale analysis was performed using a damage model capable of simultaneously simulating the expansion of coarse aggregates and the subsequent cracking of the mortar matrix. The numerical examples demonstrated that for plain concrete, the model successfully reproduced realistic map-cracking patterns. Furthermore, in reinforced concrete model, the simulation captured the predominant cracking aligned with the longitudinal reinforcement.

1. はじめに

アルカリ骨材反応（ASR）は，コンクリート構造物の耐久性を低下させる主要な劣化要因のひとつである．ASRの進行は，ひび割れの発生・進展や剛性低下に加えて，鉄筋破断を引き起こすこともあることから，その挙動の予測および評価は，コンクリート構造物の維持管理における重要課題である．ASRによる損傷過程は，膨張挙動とひび割れ進展が相互に作用するだけでなく，コンクリート内部における粗骨材の分布や形状による非均質性の影響も受ける．実験のみでASRによる損傷を定量的に予測するには限界があることから，数値解析を用いてASRによる損傷過程を再現可能なモデル開発が求められている．

ASRによる損傷を数値解析で精度よく再現するためには，コンクリート内部の粗骨材の分布と形状を再現したうえで，反応生成物（粗骨材）の膨張挙動と，それに伴うモルタルのひび割れ進展挙動をモデル化する必要がある．しかし，粗骨材は複雑な幾何形状を有し，数も膨大なため，従来の方法では粗骨材の分布や形状を反映させた数値解析が行えていない．

そこで本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASRによるコンクリート構造物の損傷過程を3次元で詳細に再現することを目的とする．ひび割れの再現精度を高めるため，3Dスキャンにより取得した粗骨材の実形状を数値モデルに直接反映させる．解析手法として，粗骨材の膨張挙動とモルタルのひび割れ進展を同時に評価可能な損傷モデルを適用し，3次元メゾスケール解析を実施する．無筋コンクリートおよび鉄筋コンクリートの数値解析例において，実現象と同様のひび割れパターンが再現できることを示す．

2. 損傷モデルを用いた有限要素解析

Fig. 1 に示すように，材料の非均質性は，長さ h の微小領域における材料1の体積率 V によって定義する．微小変形を仮定すると，3次元静的つり合い問題における支配方程式は次式で表される．

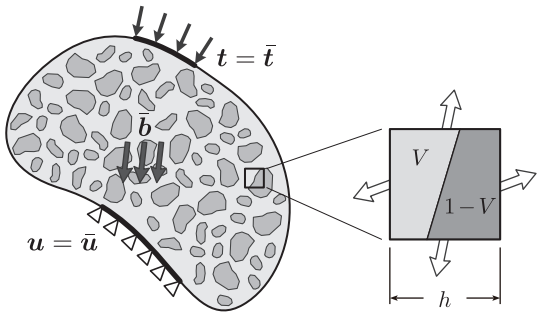


Fig. 1 Mechanical problems in heterogeneous materials

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left\{\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\right\} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D_{\mathrm{e}})\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon}' \tag{3}$$

ここで，∇ は勾配演算子，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，$\bar{\boldsymbol{b}}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみテンソル，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，D_{e} は3次元問題における損傷変数である．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は，全体の微小ひずみテンソルから膨張ひずみテンソルを除いた弾性ひずみテンソルである．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は次式で表される．

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - (1 - V)\varepsilon_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は対角成分にのみ1をもつ単位テンソル，ε_{v} は材料2に作用する膨張ひずみである．

損傷変数 D_{e} は，既往の研究[1)]を参照することとする．材料の非均質性は，体積率 V のみで与えられているため，有限要素解析においては要素内の体積率を計算するだけでよく，材料境界に沿ってメッシュ分割を行う必要がない．すなわち，メッシュレス的な有限要素解析が可能となる．

3. 数値解析例

解析対象は，**Fig. 2** に示すように，無筋コンクリート部材と鉄筋コンクリート部材とする．両者ともに寸法（mm）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

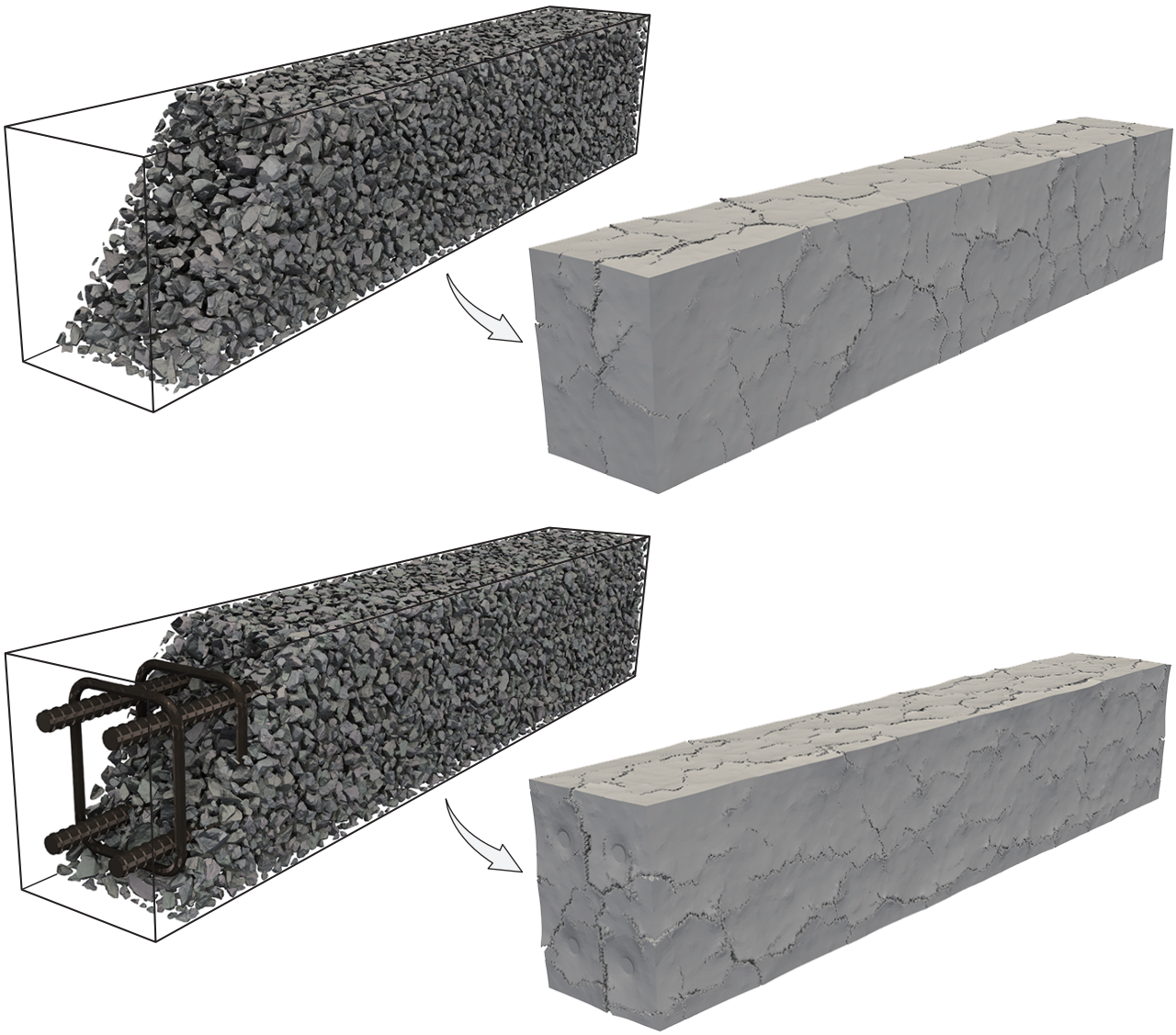


Fig. 2　3D mesoscale models and cracking patterns in plain and reinforced concrete due to ASR

は $150 \times 200 \times 1000$ である．変位境界条件として，両モデルの下面における上下方向の変位を拘束した．

材料パラメータを以下に示す．モルタルについては，ヤング率を 20 GPa，ポアソン比を 0.2，圧縮引張強度比を 12，破壊エネルギーを 0.08 N/mm，損傷発生ひずみを 0.00016 とした．粗骨材は線形弾性体と仮定し，ヤング率を 60 GPa，ポアソン比を 0.2 に設定した．また，鉄筋は解析過程で降伏しないものとし，ヤング率 200 GPa，ポアソン比 0.3 の線形弾性体とした．ASR（ゲル生成）による膨張は，粗骨材に作用する膨張ひずみとして表現する．

有限要素メッシュは，4 節点四面体要素を用いた．無筋コンクリートモデルの節点数は約 17 万，要素数は約 87 万である．鉄筋コンクリートモデルでは鉄筋形状を再現しており，節点数は約 47 万，要素数は約 272 万である．

ひび割れ進展挙動の可視化結果を **Fig. 2** に示す．これらは，筆者らが既往研究で開発した手法[2)] を用いて，損傷挙動を不連続変形へ変換した結果である．結果から，ASR において特徴的な亀甲状ひび割れが良好に再現されていることが確認できる．鉄筋コンクリートモデルでは，鉄筋による拘束効果が加わることで，亀甲状ひび割れに加えて，軸方向鉄筋に沿ったひび割れの発生も再現されている．

4. おわりに

本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASR に起因するコンクリートの損傷過程を 3 次元で再現した．数値解析例において，実現象で見られるひび割れパターンを 3 次元で再現した．無筋コンクリートでは亀甲状のひび割れが再現され，鉄筋コンクリートでは軸方向鉄筋に沿うひび割れが再現された．

参考文献

1) Kurumatani, M., Kato, T. and Sasaki, H.: Damage model for simulating cohesive fracture behavior of multi-phase composite materials, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, Vol. 10, No. 2, 2023.

2) 車谷麻緒，持川空良，伊藤成央：ボロノイ図とドロネー分割の双対性を利用した損傷挙動の不連続変形への変換とその可視化，日本計算工学会論文集，Vol. 2025, No. 20252002, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

Automatic Particle Model Generation Using Photogrammetry-Based Particle Methods (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤岡　秀二郎（九州大・工）　木元　周（九州大・工）　河合　志歩（九州大・工）
松永　幸大（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shujiro FUJIOKA, Kyushu University
Shu KIMOTO, Kyushu University
Shiho KAWAI, Kyushu University
Kota MATSUNAGA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: s-fujioka@doc.kyushu-u.ac.jp

Recent advances in particle methods have improved their accuracy and broadened their applicability; however, constructing analysis models that reflect real geometries remains time-consuming. This study proposes a photogrammetry-based modeling method using Neuralangelo. Surface geometry is reconstructed from multi-view smartphone images, converted into particles, and regularized using a surface particle shifting procedure. The proposed approach is validated using the Stanford Bunny model. Good agreement with the exact solution is obtained in the hydrostatic pressure problem, and stable pressure behavior is confirmed in the water column collapse problem.

1. 緒言

近年，大規模な土砂災害が頻発・激甚化しており，数値シミュレーションによる被害予測の重要性が急速に高まっている．これまで本研究グループでは，粒子法を用いた数値解析による土砂流動現象の再現に取り組んできた．しかし，実地形を反映した解析モデルの作成には多大な労力と時間を要し，これが迅速な災害対応や実務普及への障壁となっている．そこで本研究では，フォトグラメトリ手法の一種であり，複数の 2 次元画像から高精度な 3 次元形状を復元可能な Neuralangelo[1] を用いた粒子法解析向けのモデル作成手法（フォトグラメトリ粒子法）を開発する．そして，作成したモデルの妥当性と，粒子法解析への適用可能性を検証する．

2. 粒子法用解析モデル作成手法

2.1. Neuralangelo を用いた表面形状の再構成

Neuralangelo[1] は，多視点画像から高精細な 3 次元形状を復元するニューラル暗黙表面再構成法である．本手法では，3 次元位置 $\boldsymbol{x}$ をマルチ解像度ハッシュ符号化 $\gamma(\boldsymbol{x})$ により特徴量として埋め込み，これを MLP(Multi-Layer Perceptron) に入力することで符号付き距離関数 (SDF) $f(\boldsymbol{x})$ と色 (RGB) $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$ を同時に推定する．得られた SDF 場と RGB 場を用いてレンダリングし，観測画像との RGB 損失 $\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}}$，SDF の性質を満たすための Eikonal 正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{eik}}$，および表面の滑らかさを向上させるための平均曲率に基づく正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{curv}}$ の重み付き和 $\mathcal{L}$ を最小化するよう学習を行う．

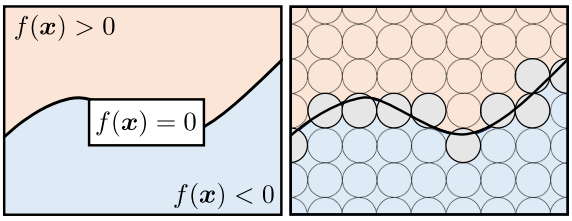
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} + w_{\mathrm{eik}}\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} + w_{\mathrm{curv}}\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} \tag{1}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} = \|\hat{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{c}\|_1 \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\|\nabla f(\boldsymbol{x}_i)\|_2 - 1\right)^2 \tag{3}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\nabla^2 f(\boldsymbol{x}_i)\right| \tag{4}$$

ここで $\hat{\boldsymbol{c}}$ は SDF と RGB から体積レンダリングにより作成された RGB の推定値である．なお，得られた表面形状データから粒子データへの変換は Fig. 1 に示すように格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出するため，粒子が表面上に必ずしも配置されず，粒子分布が不均一となる．これは，解析精度の低下や非物理的挙動の要因となり得るため，粒子の再配置が必要となる．



(a) SDF field　(b) Particle distribution

Fig. 1: Schematic of the SDF field and particle generation

2.2. 表面粒子再配列法

(1) 境界適合配置への修正

格子状の粒子を表面形状に適合させるために，各粒子の表面に対する単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ 及び表面までの符号付距離 s を用いて，境界に適合した粒子配置へと修正する (Fig. 2 左 → 中央)．

$$\delta\boldsymbol{r}_i^{\mathrm{SDF}} = -s_i\boldsymbol{n}_i \tag{5}$$

しかしながら，境界適合配置では Fig. 2 中央に示すような，不均一な配置となる．そこで本研究では粒子法で用いられる粒子再配列法の技術を転用し，粒子配置の均等化を図る．

(2) 表面粒子の均等配置手法

本研究では，粒子再配列法の一種である OPS (Optimized Particle Shifting)[2] を表面粒子の均等配置手法として用いる．表面粒子のシフトベクトル $\boldsymbol{r}^{\mathrm{OPS}}$ は，シフト係数 C_{OPS}，粒子径 d_0，単位行列 $\boldsymbol{I}$，法線ベクトル $\boldsymbol{n}$，濃度勾配 ∇C を用いて次式で表される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\delta \boldsymbol{r}_i^{\mathrm{OPS}} = -C_{\mathrm{OPS}} d_0^2 (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{n}_i \otimes \boldsymbol{n}_i) \nabla C_i \tag{6}$$

$$\nabla C_i = \sum_{j \in \Omega_i} V_j \left[1 + R_p \left(\frac{w_{ij}}{w(d_0)} \right)^n \right] \nabla w_{ij} \tag{7}$$

ここで V，w はそれぞれ粒子の体積と，粒子間距離に応じた重み関数である．また，本研究では各種パラメータを $C_{\mathrm{OPS}} = 0.01$，$R_p = 0.2$，$n = 4$ とした．

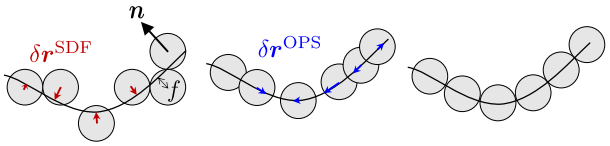


Fig. 2: Schematic of the particle shifting

3. 表面粒子再配列法の適用結果

本研究では Stanford Bunny を対象とし，Neuralangelo による 3 次元形状再構成および粒子法用モデルの作成を行った．Neuralangelo による再構成には，3D プリンタで作製した Stanford Bunny をスマートフォン端末で多視点から撮影した画像群を学習データとして用いた．

Fig. 3 に，再構成した 3 次元形状を基に作成した粒子法用モデルを示す．左から順に，初期粒子配置 (Step 0)，境界適合配置 (Step 1)，均等配置 (Step 2) を示す．Step 0 では，格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出しているため，段差および粒子分布の粗密が生じている．Step 1 では境界に適合する配置へ修正されているものの，粒子分布の粗密は解消されていない．均等配置手法の適用後には粗密が解消され，一様な粒子分布が得られている．

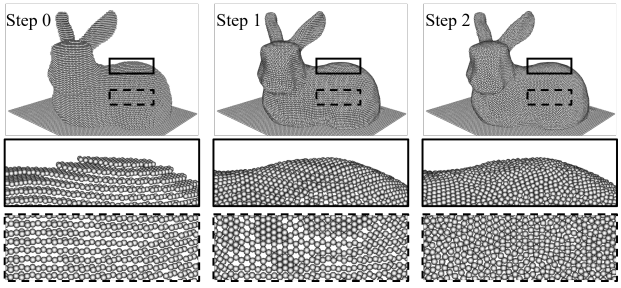


Fig. 3: Stanford Bunny particle configuration at each step

4. 流体解析による適用性検証

本章では，前章で作成した解析モデルを用いた静水圧問題および水柱落下問題を対象とした流体解析を通して，提案手法の適用可能性を確認する．なお，解析は非圧縮性流体を対象とした ISPH 法を用い，粒子離散モデルは LS-SPH (Least Squares SPH)[3),4)] を採用した．

静水圧問題では，水深 1 m の静水中に Stanford Bunny を配置した系を対象とした．Fig. 4 に，実時間 1.0 秒における中央断面の圧力分布を示す．圧力は滑らかに分布しており，厳密解と概ね一致する結果が得られた．

水柱落下問題では，0.2 m × 0.6 m × 0.6 m の水柱を Stanford Bunny の頭上から落下させた．Fig. 5 に，実時間 0.3，0.5，2.0 秒における圧力分布を示す．衝突直後の初期段階では流体と壁面との衝突面において圧力が高くなり，その後，2.0 秒においては流動が減衰し，静水圧分布への移行が確認される．

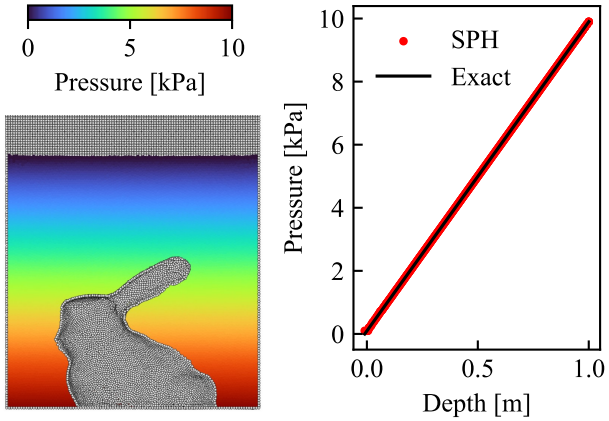


Fig. 4: Hydrostatic pressure at 1.0 s

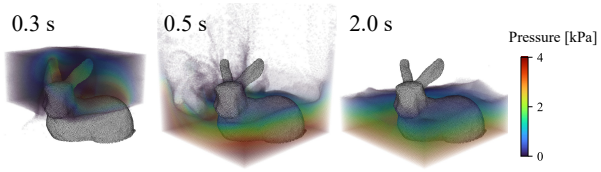


Fig. 5: Pressure field in the dynamic case

5. 結言

本研究では，フォトグラメトリ手法の一種である Neuralangelo を用いた粒子法用解析モデルの作成手法を提案した．スマートフォン端末で撮影した Stanford Bunny の画像を用い，Neuralangelo により表面形状の再構成を行った．さらに，得られた表面形状から粒子群を生成し，表面粒子再配列法を適用することで粒子を一様に配置し，粒子法に利用可能なモデルを構築した．作成したモデルを用いた静水圧問題では厳密解と良好に一致する結果が得られた．また，水柱落下問題においても非物理的な挙動や圧力振動は見られず，安定した解析が可能であることを確認した．今後は，より効果的な再配列法について検討を進めるとともに，実構造物や実斜面への適用を通じて，本手法の有用性を検証する予定である．

参考文献

1) Li, Z., Müller, T., Evans, A., Taylor, R. H., Unberath, M., Liu, M.-Y., and Lin, C.-H.: Neuralangelo: High-fidelity neural surface reconstruction, *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 8456–8465, 2023.
2) Khayyer, A., Gotoh, H., and Shimizu, Y.: Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context, *Journal of Computational Physics*, Vol.332, pp.236–256, 2017.
3) Shobuzako, K., Yoshida, S., Kawada, Y., Nakashima, R., Fujioka, S., and Asai, M.: A generalized smoothed particle hydrodynamics method based on the moving least squares method and its discretization error estimation, *Results in Applied Mathematics*, Vol.26, pp.100594, 2025.
4) 松永幸大, 藤岡秀二郎, 菖蒲迫健介, 浅井光輝: LS-ISPH: 自由表面および固体壁の制約条件付き最小二乗法による非圧縮性流体解析, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, pp.25–15012, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二重相反境界要素法および isogeometric 法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

Stochastic Homogenization with Spatially Variable Inclusion Geometry and Matrix Properties Using the Dual Reciprocity Boundary Element Method and Isogeometric eigenvalue Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

紅露　一寛（新潟大・工）　　鈴木　快（新潟大・院）
Kazuhiro KORO, Niigata University
Kai SUZUKI, Niigata University
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

In homogenization analysis of material diffusion in non-homogeneous bodies with spatially variations in inclusion geometries and matrix diffusion coefficients, the unit-cell mesh must be updated whenever the inclusion geometry changes. To reduce the computational cost associated with mesh updating, we apply the Galerkin isogeometric method to the eigenvalue analysis of the covariance function and develop a framework for evaluating the characteristic function using the dual reciprocity boundary element method (DRBEM). Numerical results are presented to assess the computational performance and limitations of the proposed approach.

1. はじめに

非均質材料を対象としたこれまでの均質化法解析[1)]では，微視構造の形状は簡易な幾何形状のもので与えたユニットセルで代表することも多く，材料物性のばらつきを考慮することはあっても，空間的な相関構造を背景としたばらつきを考慮することは少ない．これまで，著者らは，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法を提案している[2)]．文献[2)]では，空間的ばらつきに起因する均質化係数の変動を既存の決定論的解析結果を用いて non-intrusive な方法で評価するため，介在物形状の空間的ばらつきを表現する Karhunen-Loéve 展開において正規乱数を更新して解析するたびにメッシュ更新が必要となる．母材物性の空間的ばらつきも同時に考慮すると，介在物形状の更新に伴って共分散関数の固有値解析でも解析メッシュ更新が必要となる．

そこで本研究では，ユニットセル内の介在物形状と母材の拡散係数の空間的ばらつきを同時に考慮し，二重相反境界要素法[3)]により評価した特性関数から均質化拡散係数を評価する．母材の拡散係数に関する空間的ばらつきの固有値・固有関数は，メッシュ更新の手間の削減と DRBEM の離散化との親和性を考え，Galerkin isogeometric 法により固有値解析を実行する方法[4)]をとる．空間的ばらつきの影響は，均質化拡散係数のばらつきとして伝播することから，non-intrusive polynomial chaos 法 を用いて確率空間の応答を評価する．

2. 入力情報の空間的ばらつきを考慮した均質化法

本研究では，2 次元物質拡散問題について考える．非均質構造をユニットセル Y の空間周期配置で表現した上で，物理応答をミクロスケール $\boldsymbol{x}$ とマクロスケール $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}/\varepsilon$ のスケール比 ε について漸近展開し，無限小のスケール比考えることで，2 つの空間スケールでの支配方程式と初期条件・境界条件を導出する．マクロスケールでの均質化拡散係数テンソル K^*_{ij} は，ミクロスケール問題において評価される特性関数 ω_j を用いて次式で評価される．

$$K^*_{ij}=\frac{1}{|Y|}\int_Y K_{ik}(\boldsymbol{y})\left(\delta_{kj}+\frac{\partial\omega_j}{\partial y_k}(\boldsymbol{y})\right)dY \tag{1}$$

ここで，拡散係数テンソル $K_{ij}(\boldsymbol{y})$ は，介在物領域 Y_1，母材領域 Y_2 の双方において等方性を仮定し，$\kappa(\boldsymbol{y})\delta_{ij}$（$\kappa$: 拡散係数）で与える．特性関数 ω_j は，ユニットセルに関する境界値問題の解として定義される．

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_1(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_1) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_2(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(1)}}(\boldsymbol{y})+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(2)}}(\boldsymbol{y})\\&\qquad=-\kappa_1(\boldsymbol{y})n^{(1)}_k(\boldsymbol{y})-\kappa_2(\boldsymbol{y})n^{(2)}_k(\boldsymbol{y}),\ \ (\boldsymbol{y}\in S)\end{aligned} \tag{4}$$

なお，S は介在物と母材の境界面，$n^{(L)}_k$ は領域 Y_L における境界上の点における単位外向き法線ベクトル成分である．式 (3) の解は，ユニット外周においては周期境界条件を満たす必要がある．

本研究では，介在物形状 S と母材拡散係数 κ_2 の空間的ばらつきを同時に考慮する．これらのばらつきは，Karhunen-Loéve 展開で表現する．

介在物形状は，介在物形状の期待値を半径 $\bar{R}$ の円で与えたうえで，介在物半径が周方向に変動し，空間的な相関構造を持つものとする．期待値を表現する曲線座標 s を設定し，次式で与える．

$$S(s)=S_0+\sum_{i=1}^{N^{(s)}_{KL}}\xi_i\sqrt{\lambda^{(s)}_i}f^{(s)}_i(s), \tag{5}$$

ここで，ξ_i は相互に独立で標準正規分布に従う確率変数であり，$\lambda^{(s)}_i$, $f^{(s)}_i$ は形状の空間的ばらつきに関する共分散関数 $C^{(s)}$ の固有値および固有関数である．また，S_0 は S の期待値である．本研究では，共分散関数 $C^{(s)}$ は σ_R を介在物半径の標準偏差として次式で与え，積分固有値問題を Galerkin 法で離散化して解く．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$C^{(s)}(\theta_1,\theta_2)=\sigma_R^2\exp\left[-\frac{d(\theta_1,\theta_2)}{b}\right], \tag{6}$$

なお，$d=\min\{|\theta_1,\theta_2|,2\pi-|\theta_1,\theta_2|\}$，$b=1/2\pi$ とする．

一方，κ_2 の空間的ばらつきは，次の積分固有値問題の解を用いた KL 展開で表現する．

$$\kappa^{(2)}=\bar{\kappa}^{(2)}+\sum_{k=1}^{N_{KL}^{(2)}}\zeta_k\sqrt{\lambda_k^{(2)}}\Psi_k^{(2)}(\boldsymbol{y}), \tag{7}$$

$$\lambda^{(2)}\Psi^{(2)}(\boldsymbol{\eta})=\int_{Y_2}\sigma_{\kappa_2}^2\exp\left(-\frac{r(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})}{b_2}\right)\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})dY_2 \tag{8}$$

ここで，$\zeta_k^{(\beta)}$ $(k=1,2,\ldots,N_{KL}^{(2)})$ は標準正規乱数であり，$r=|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{y}|$，$b_2$ は相関長，σ_{κ_2} は標準偏差である．

3. Isogeometric 法による共分散関数の固有値解析法

式 (8) の積分固有値問題は，介在物形状の変更に伴うリメッシングの煩雑さを回避する目的で，Galerkin isogeometric 法[4] を用いる．固有関数 $\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})$ は，2 次 B-スプラインにより次式で近似する．

$$\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})=\sum_{i=1}^{N_{spl}}\tilde{\Psi}_i^{(2)}\phi_i(\boldsymbol{y}) \tag{9}$$

ここで，$\tilde{\Psi}_i^{(2)}$ は $\Psi^{(2)}$ のスプライン展開係数であり，ϕ_i は 2 次元の 2 次 B-スプラインである．

式 (9) を式 (8) に代入し，ϕ_i を重みとした Galerkin 法を適用する．その結果，次の代数方程式を得る．

$$\lambda^{(2)}\boldsymbol{M}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)}=\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)} \tag{10}$$

4. 二重相反境界要素法を用いた特性関数の評価

本研究では，式 (2)-(4) の境界値問題を境界要素法で解く．介在物領域 Y_1 では，拡散係数 κ_1 の空間変動は考えない．そのため，式 (2) を通常の境界要素法で離散化し，次の方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(1)}\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}-\boldsymbol{G}^{(1)}\boldsymbol{q}_k^{(1)}=\boldsymbol{0} \tag{11}$$

ここで，$k=1,2$ であり，$\boldsymbol{G}^{(1)}$，$\boldsymbol{H}^{(1)}$ は係数行列，$\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}$ は領域 Y_1 の境界上での ω_k に関する境界要素解を収納したベクトル，$\boldsymbol{q}_k^{(1)}$ は $\kappa_1\cdot\partial\omega_k/\partial n^{(1)}$ に関する境界要素解を収納したベクトルである．

一方，母材領域 Y_2 においては，二重相反法を用いた境界要素法 (DRBEM)[3] を用いて特性関数値を評価する．式 (3) を次式のように変形し，

$$\frac{\partial^2\omega_k}{\partial y_i^2}=-\frac{1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right],\quad(\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{12}$$

Laplace 問題の基本解 $u^*(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})$ を乗じて 2 度部分積分し，ソース点 $\boldsymbol{\eta}$ を境界上に極限移行することで，領域積分項を含む積分方程式を得る．得られた方程式の領域積分項の被積分関数を次式で近似し，

$$\frac{-1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=\sum_{m=1}^{N+L}\Lambda_{k,m}f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m) \tag{13}$$

関数 $f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ は，$\nabla^2\hat{\omega}(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)=f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ を満たす特解 $\hat{\omega}$ と関連付ける．境界上の未知量 ω_k と $q_k^{(2)}$ を近似し，N を境界要素解の近似自由度，N_{int} を母材領域中に配置する内点の総数として，$N+N_{int}$ 個の選点 η_i を用いて選点法を適用すると，次の代数方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(2)}\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}_k \tag{14}$$

ここで，$\boldsymbol{\Lambda}_k$ を消去するために，領域内部の $\omega_k(\boldsymbol{y})$ を f を用いて近似した上で，$N+N_{int}$ 個の選点 $\boldsymbol{y}_\alpha$ において選点法を適用する．その結果，$\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}=\boldsymbol{F}\boldsymbol{W}_k$ なる代数方程式を得る．一方，式 (13) に選点法を適用すると，

$$\boldsymbol{F}\boldsymbol{\Lambda}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{W}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\omega}_k \tag{15}$$

を得る．式 (15) を式 (14) に代入し整理すると，母材領域に関する次の代数方程式を得る．

$$\Big[\boldsymbol{H}^{(2)}-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\Big]\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{f}_k \tag{16}$$

最後に，介在物境界 S 上での結合条件 (4) および $\omega_k^{(1)}=\omega_k^{(2)}$，ユニットセル外周の周期条件を課すことで，境界 S，∂Y_2 および Y_2 の内点における ω_k に関する近似解を求める．

5. 均質化拡散係数の確率論的特性値の評価

2 節で説明した入力情報の空間的ばらつきは，出力結果である均質化拡散係数に伝播する．本研究では，均質化拡散係数の確率空間における応答を評価するために，Non-Intrusive Polynomial Chaos (NIPC) 法[5] を用いる．

NIPC 法では，式 (5)，式 (7) で与えた介在物形状 S および構成材料の拡散係数 $\kappa^{(2)}$ を，擬似正規乱数 $\boldsymbol{\xi}^{(\beta)}$，$\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)}$ を用いて N_{mcs} 個生成したうえで，生成した介在物形状 S_β・拡散係数値 $\kappa_\beta^{(2)}$ のもとで，決定論的解析から均質化拡散係数テンソル $K_{ij,\beta}^*$ $(\beta=1,2,\ldots,N_{mcs})$ を計算する．

一方，均質化拡散係数テンソル K_{ij}^* は polynomial chaos Φ_γ を用いた次式の polynomial chaos 展開できるものとして，

$$K_{ij}^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta})=\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}), \tag{17}$$

展開係数 $K_{ij,\gamma}$ は最小二乗法を用いて決定する．最小化する残差 R は，次式で定義する．

$$R(K_{ij,\gamma})=\sum_{\beta=1}^{N_{mcs}}\left[K_{ij}^{*(\beta)}-\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi}^{(\beta)},\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)})\right]^2 \tag{18}$$

参考文献

1) Matine, A., Boyard, N., Legrain, G., Jarny, Y. & Cartraud, P.: Transient heat conduction within periodic heterogeneous media: A space-time homogenization approach. *Int. J. Thermal Sci.*, Vol.92, pp.217-229, 2015.
2) 紅露一寛，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法，計算工学講演会論文集，Vol.27, A-09-04, 2022.
3) 田中正隆，松本敏郎，須田裕輔：傾斜機能材料の定常熱伝導問題に対する DRM 境界要素法（2 次元問題での検討）．日本機械学会論文集（A 編），Vol.67, No.662, pp.1589-1594, 2001.
4) Rahman, S.: A Galerkin isogeometric method for Karhunen-Loéve approximation of random fields. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.338, pp.533-561, 2018.
5) Eldred, M.S., Burkardt, J.: Comparison of non-intrusive polynomial chaos and stochastic collocation methods for uncertainty quantification. in AIAA Aerospace Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. paper 2009-0976, 2009.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

Analytical Solution for Bentonite Intrusion Considering Variation of Swelling Pressure in Crack (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

金氏　裕也（鳥取大・工）　　河野　勝宣（鳥取大・工）　　日浦　弘敏（鳥取大・工）
Yuya KANEUJI, Tottori University
Masanori KOHNO, Tottori University
Hiroharu HIURA, Tottori University
E-mail: kaneuji@tottori-u.ac.jp

Understanding bentonite intrusion into cracks is essential for evaluating the performance of natural barrier systems in high-level radioactive waste disposal. In this study, an analytical solution was presented to predict bentonite intrusion while accounting for variations in swelling pressure within the crack. The analytical results indicate that solute transport velocity increases as the rate of swelling pressure rises. This transport behavior occurs because the swelling pressure reaches its maximum value earlier when the rate of pressure increase is higher.

１．はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分のバリア材の長期安定性に影響を与える現象の一つとして，岩盤亀裂へのベントナイト緩衝材の侵入が考えられる．岩盤亀裂へ侵入したベントナイトの緻密度に対応して，岩盤の透水性は変動すると考えられるため，天然バリア性能を評価するためには，岩盤亀裂内のベントナイトの侵入挙動を予測することが必要となる．これまで，亀裂へのベントナイトの侵入現象に関して解析的研究が行われている．例えば，菅野・岩田 [1]は，侵入現象を膨潤に伴うベントナイト粒子の移動であると仮定し，拡散方程式を適用した数値解析により，亀裂内のベントナイトの密度分布を示した．金氏・河野 [2]は，亀裂内の体積膨張を伴うベントナイトの侵入量を予測する数値解析モデルを構築した．解析モデルは，ベントナイトの侵入距離の時間変化を予測することが可能である．金氏 [3]は，溶液圧入に起因する多孔質体中の溶質移動量を予測する解析解を導出した．解析解は，移流拡散を伴う溶質移動を表し，多孔質体中の溶液濃度分布を予測することが可能である．本研究において，この解析モデル [3]を応用し，膨潤圧の作用に起因する亀裂内のベントナイト粒子移動量を予測する解析モデルを構築することを考える．

本研究では，ベントナイトは材料構成粒子（溶質）を含む高濃度の溶液であると仮定し，亀裂内の溶質移動を対象とした解析モデルの構築を目的とする．また，亀裂内は液体で満たされている状態を想定し，液体の接触に起因してベントナイトの体積膨張が生じる．この体積膨張により生じる圧力（膨潤圧）が高濃度溶液に作用することにより，溶質移動が生じると考えられる．さらに，亀裂へ侵入したベントナイトと内在液体との界面においてベントナイトの溶出が生じると考えられる．本研究では，このベントナイトの溶出を高濃度溶液と内在液体の濃度差に起因する溶質の拡散現象であると仮定する．以上より，高濃度溶液中の溶質挙動は，膨潤圧の作用に起因する溶液移動に伴う溶質移動（移流）および濃度勾配に起因する溶質拡散（分子拡散）に支配されると考えられる（Fig. 1）．さらに，この移流拡散現象をベントナイトの侵入現象であると定義し，ベントナイト粒子の移動を表す解析解を導出する．

２．ベントナイトの侵入挙動に関する解析解の導出

先端が開口した亀裂（以下，流路）内のベントナイト（以下，高濃度溶液）の侵入現象に関する支配方程式を構築し，

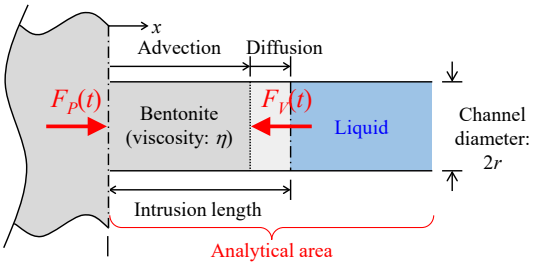


Fig. 1 Schematic of the bentonite intrusion in crack

支配方程式の解析解を導出する．本検討における解析モデルでは，流路内の 1 次元水平方向の溶質移動を対象とすることを考える．流路内を移動する高濃度溶液中の微小要素に対する溶質量の流入出を考え，物理量保存則より次式が成り立つ．

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} \tag{1}$$

ここに，$C(x, t)$は単位体積の高濃度溶液中の溶質量[kg/m^3]，$J(x, t)$は水平方向の溶質の質量フラックス[kg/(m^2·s)]，x は溶液流入位置からの距離[m]，t は時間[s]である．式(1)において，$C(x, t)$および$J(x, t)$をそれぞれ C および J と表す．本検討では，J を移流および溶質分子拡散による溶質フラックス（J_a [kg/(m^2·s)]および J_d [kg/(m^2·s)]）の和で表すこと（$J = J_a + J_d$）を考える．

溶質を輸送する高濃度溶液の移動速度を流路内流速 u [m/s]で表すと，J_a は C と u の積で表すこと（$J_a = C{\cdot}u$）ができる．ここで，先端が開口した 1 本の亀裂を 1 本の毛細管で表すことができると仮定する．また，溶質を輸送する高濃度溶液が膨潤圧の作用を受けて流路内を移動することを考える．したがって，u は膨潤圧の作用に起因する高濃度溶液の移動速度を表す．膨潤・充填性同時試験 [4]より得られたベントナイトの膨潤圧と経過時間の関係より，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大することを確認した．そこで本検討では，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大して一定圧力に収束することを仮定し，変動膨潤圧 $P(t)$ [N/m^2]を次式で定義する．

$$P(t) = P_s \cdot \left\{1 - (1-\sigma) \cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{2}$$

ここに，σ（$= P_0/P_s$）は膨潤圧比[−]，P_s および P_0 はそれぞれ膨潤圧の上限値および下限値[N/m^2]，μは膨潤圧上昇速度[1/s]である．式(2)より，膨潤圧に起因する駆動力 $F_P(t)$（=

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$P(t)\cdot\pi r^2$，r は溶液の移動経路となる毛細管半径[m]）[N]を定義する．また，高濃度溶液は非圧縮性の粘性流体であると仮定し，粘性抵抗力 $F_V(t)$ [N]を Hagen-poiseuille 流における溶液に作用する粘性抵抗力で表すと，$F_V(t)$は次式となる．

$$F_V(t)=8\pi\eta\cdot l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$

ここに，$l(t)$は高濃度溶液の流入位置から移動前面までの距離（溶液移動距離）[m]，ηは高濃度溶液の粘度[N·s/m²]である．流路内を移動する高濃度溶液に作用する力のつり合い（$F_P(t)=F_V(t)$）より，膨潤圧の作用に起因する溶液移動距離 $l(t)$に関する支配方程式は次式となる．

$$l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{r^2P_s}{8\eta}\cdot\left\{1-(1-\sigma)\cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{4}$$

また，流路内の高濃度溶液の移動速度は極めて小さいため，溶液に作用する力として慣性力は無視した．ここで，溶液移動初期（$t=0$）において溶液移動距離が 0（$l(0)=0$）であると仮定し，式(4)を変数 t に関して積分すると，式(4)の解 $l(t)$は次式となる．

$$l(t)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta}\cdot T(t)} \tag{5}$$

ここに，$T(t)$（$=t-(1-\sigma)\cdot(1-\exp(-\mu t))/\mu$）は膨潤圧の時間変化に関する物理関数[s]である．また，u が $l(t)$の t に関する 1 階微分と等しい（$u=\mathrm{d}l(t)/\mathrm{d}t$）と仮定すると，$J_a$は次式となる．

$$J_a=\frac{C}{4}\cdot\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta T(t)}} \tag{6}$$

濃度勾配に起因する溶質分子拡散は，Fick の法則により表すことができると仮定すると，J_dは次式となる．

$$J_d=-D_d\cdot\frac{\partial C}{\partial x} \tag{7}$$

ここに，D_d は液体中における溶質の分子拡散係数[m²/s]である．

式(6)および式(7)を適用した J（$=J_a+J_d$）を式(1)へ代入すると，流路内の溶質移動に関する支配方程式（非線形移流拡散方程式）は次式となる，

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{\alpha}{T(t)}}\cdot\frac{\partial}{\partial x}-D_d\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right\}\cdot C_r(x,t)=0 \tag{8}$$

ここに，$C_r(x,t)$（$=(C-C_0)/(C_s-C_0)$）は流路内の相対溶液濃度[−]，C_s は流入部溶液濃度[kg/m³]，C_0 は初期溶液濃度[kg/m³]，α（$=r^2P_s/(16\eta)$）は移流に関する物理定数[m²/s]である．

1 次元水平半無限流路を考慮する場合，溶液流入初期（$t=0$）において流路全体の溶液濃度 C は C_0 と等しいと定義する．さらに，溶液流入位置（$x=0$）における C は C_s と等しく，無限遠（$x\to\infty$）における C は C_0 と等しいと定義する．以上より，相対溶液濃度 C_r に関する初期条件および境界条件はそれぞれ次式となる．

$$C_r(x,0)=0,\ C_r(0,t)=1\ \text{and}\ C_r(\infty,t)=0 \tag{9}$$

式(9)に示す初期条件および境界条件を適用して式(8)を x および t に関して積分すると，流路内の溶質移動に関する解析解 $C_r(x,t)$は次式となる．

$$C_r(x,t)=C_{rT}(t)\cdot\mathrm{erfc}\left\{\frac{x-2\sqrt{\alpha T(t)}}{2\sqrt{D_d t}}\right\} \tag{10}$$

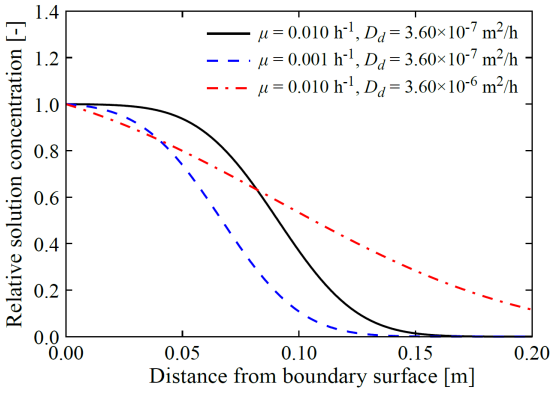


Fig. 2 Solution concentration distribution in channel for various physical constants (μ and D_d)

ここに，$C_{rT}(t)$は時間 t の任意関数[−]であり，解の収束条件である$|\mathrm{d}C_{rT}(t)/\mathrm{d}t|<\varepsilon$（$\varepsilon$は微小量）を満たす必要がある．

3．ベントナイトの侵入挙動に関する解析結果

流路内の溶質移動に関する解析解（式(10)）を適用し，溶液濃度分布の時間変化に関して解析的検討を行った．解析パラメータは，$r=3.00\times10^{-3}$ m，$C_s=1800$ kg/m³，$C_0=0$ kg/m³，$P_s=1.00\times10^5$ N/m²，$P_0=0$ N/m²，$\eta=1.40\times10^4$ N·h/m² と設定した．また，ベントナイトの膨潤圧上昇速度μおよび分子拡散係数 D_d が侵入挙動に与える影響を確認した．Fig. 2 は $t=1000$ h におけるμおよびD_dの変化による溶液濃度分布の変化を示す．Fig. 2 より，μが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹および 0.001 h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h）では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，μの増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．また，Fig. 2 より，D_dが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h および 3.60×10^{-6} m²/h）では，流路内部の広範囲に溶質が拡散する，すなわち分子拡散による溶質移動距離が増大することを確認した．D_dが極めて小さい場合，分子拡散が溶質移動に与える影響を無視することができ，溶質移動は移流現象に支配される階段関数的な進展挙動を示すと考えられる．

4．結論

1) ベントナイトを材料構成粒子が溶質となる高濃度溶液と仮定し，亀裂内を移動する溶質移動を対象とした解析モデルを構築した．
2) 解析結果より，膨潤圧上昇速度が大きい条件では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，膨潤圧上昇速度の増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．

謝辞：本研究は，日本学術振興会科学研究費（課題番号：25K01324，23K13384）の成果の一部である．

参考文献

1) 菅野毅，岩田裕美子：JNC TJ8400 2003-026，2003.
2) 金氏裕也, 河野勝宣: 土木学会論文集, **79**(15), 22-15033, 2023.
3) 金氏裕也：土木学会論文集，**81**(6)，24-00311，2025.
4) M. Kohno and Y. Kaneuji: *Acta Geotechnica*, **19**(9), 5833-5853, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

X 線 CT 画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

X-ray CT-based evaluation of the effects of model soil nails on cylindrical soil specimens (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶山　慎太郎（山梨大・工）　　麓　隆行（近畿大・理工）　　中島　晃司（近畿大・理工）　　吉田　英昭（近畿大大学院・総合理工学研究科）　　大野　司郎（近畿大・総合社会）
Shintaro KAJIYAMA, University of Yamanashi
Takayuki FUMOTO, Kindai University
Koji NAKASHIMA, Kindai University
Hideaki YOSHIDA, Kindai University Graduate School
Shiro OHNO, Kindai University
E-mail: skajiyama@yamanashi.ac.jp

This study evaluates the influence of the soil nailing method on ground deformation using X-ray CT imaging. Cylindrical soil specimens containing a stainless steel wire representing a model soil nail were displaced and scanned before and after deformation. Displacement was induced by tilting an aluminium rod at the specimen centre. CT images enabled evaluation of void redistribution and density variations around the model soil nail at each stage. Digital Volume Correlation (DVC) analysis showed reduced displacement on the passive side in the region between the model soil nail and the specimen periphery. Vertical displacement indicated upward particle movement along the model soil nail. These findings suggest that the model soil nail resists sand movement and contributes to displacement restraint within the shear zone.

１．はじめに

斜面崩壊の対策である補強土工法のうち，安価で施工が容易なものとして鉄筋挿入工法 [1]が挙げられる．鉄筋挿入工法は,斜面に削孔した孔の中に鉄筋などの芯材を挿入し，その後定着材を注入した構造物（以下，補強材と示す）を複数設置することで斜面の安定化を図る工法である．補強原理は明らかになっているものの，個々の補強材および複数の補強材による相互的な影響範囲は明らかになっておらず，経験的根拠に基づいて配置間隔や鉄筋挿入角度が定められている．元々は切土に対して発展してきた技術ではあるが，盛土に対しても補強実績が増えつつある．一方で，盛土は新設時から健全性が低下していることが指摘 [2]されている．このことから，既存盛土に対して鉄筋挿入型の補強を行う際の盛土内部の密度や含水比などは様々な状態が考えられ，補強効果，相互作用さらにそれらの影響範囲はより複雑なものになることが考えられる．補強材による補強効果がどの程度まで効果を発揮するかを数値的に示すことは，詳細な設計に非常に有意義であり，盛土の要求性能に準じたより効率的な盛土補強が可能となる．

そこで，本研究では，鉄筋挿入工が地盤の変形にどのように影響を与えているのかを明らかにするために，補強材を模擬したステンレス線を挿入した円柱供試体の土を強制的に変位させてその前後に X 線 CT 装置を用いて撮影を行い，補強材が地盤に与える影響を評価した．

２．実験概要

実験は，斜面の崩壊によって移動する土塊に対して補強材がどのように影響を与えているのかを評価するために，補強材そのものを動かすのでは無く模型地盤側を動かすことと，その動きを X 線 CT 装置で撮影するために X 線 CT 装置の撮影台に載る程度に小型化する必要があった．そこで，Fig.1 に示すように，塩ビ管内に補強材を挿入した地盤にアルミ棒を挿し，アルミ棒を傾斜させることで土に強制変位を与えその際の土の移動を評価することとした．

供試体には豊浦砂を用い，含水比を 10%に調整後，内径 130mm の塩ビ管内にて，相対密度が 70%となるように，タンパーを用いて 3 層で締め固めた．締固め後，直径 3mm のドリルで表面から深さ 75mm まで削孔し，補強材を模擬したステンレス線（直径 0.5mm）を設置した．周囲の砂との噛み合わせ効果を得るため，ステンレス線表面にはあらかじめ接着剤で豊浦砂を付着させている．このステンレス線を 22～28mm 間隔で正方形の四隅に配置し，その中心付近に地すべり挙動を誘発するためのアルミ棒（直径 10mm，設置深さ 75mm）を挿入した．

地盤内の可視化には，近畿大学所有の X 線 CT 装置 [3]を使用し，管電圧 210kV，管電流 300μA，解像度 0.0615mm の条件で撮影を行った．まず初期状態（1 回目）を撮影した後，アルミ棒下端が水平方向に約 2mm（2 回目），および約 12mm（3 回目）移動するように上端を傾斜させ，各段階で CT 画像を取得した．得られた画像に対し，3 次元画像相関法（DVC）を用いることで砂粒子の移動量を定量化した．解析には TomoWarp2[4]を用い，一辺約 1.97mm の Correlation window を設定し，その図心位置を 0.98mm ごとに 3 次元変位を算出した．



(a) Drilling　　(b) X ray computed tomography
Fig. 1 Photograph of Experiment

３．実験結果と考察

Fig. 2 および Fig. 3 に，X 線 CT 画像から得られた断面位置および各撮影段階の断面画像を示す．初期状態（1 回目）において，ステンレス線周囲には一部低輝度な領域（空隙）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が確認されたほか，層間に締固め密度の差に起因すると見られる打継ぎ面が観察された．

アルミ棒を傾斜させた 2 回目の撮影では，断面 a においてアルミ棒の移動方向（左側）に空隙が生じ，断面 A ではアルミ棒が特定の位置を中心に回転運動をしている様子が確認された．また，断面 b では一部のステンレス線周辺の間隙が埋まる挙動が見られたが，この段階ではステンレス線周辺の粒子移動は顕著ではない．

アルミ棒をさらに傾斜させた 3 回目の撮影では，断面 a や断面 A においてアルミ棒の移動により球面状のすべり面が生じたと考えられる．また，断面 b では一部のステンレス線の左側ですべり面とは異なるひび割れが生じた．

Fig. 4 は断面 b および B における DVC による変位計測結果である．黄色い点は，設置したステンレス線の位置を示している．最初の 2 行は，X 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど右側に，青が濃いほど左側に移動している．最後の 2 行は，Z 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど下側に，青が濃いほど上側に移動している．X 方向変位において，ステンレス線の左側では変位量が大きいのに対し，右側では減少しており，ステンレス線が粒子の移動を遮る機能を有していることがわかる．また Z 方向変位（垂直方向）では，ステンレス線の右側でステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が豊浦砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．なお，3 回目の撮影では粒子配列の乱れが大きく，DVC による高精度な追跡は困難であった．

4．結論

本研究では，X 線 CT 画像から補強材が地盤に与える影響を評価した。得られた知見を以下にまとめる．

結果，各変位段階においてステンレス線周辺の空隙および地盤の密度差を確認できた．この画像を基に DVC による変位計算を行うと，アルミ棒によって供試体中心から発生させた土の変位について，受働側の土の変位に着目すると，ステンレス線より円周側では変位量が減少した．また垂直方向の変位では，ステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．

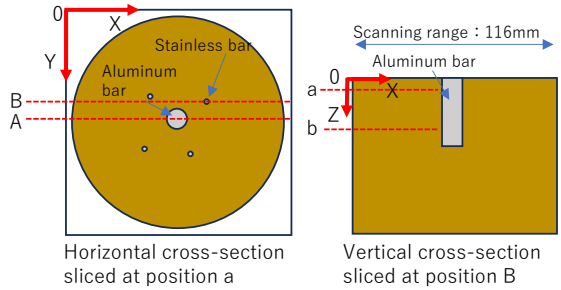


Fig. 2　Soil specimen and cutting positions of X ray CT images

参考文献

1) 公益社団法人地盤工学会: 地山補強土工法設計・施工マニュアル. 丸善出版, 2011.
2) 山本剛, 中井卓巳, 丸木義文, 小高猛司, 岸田潔, 大西有三: 長期劣化の概念を導入した道路法面の健全性評価手法の提案, 地盤工学ジャーナル, vol. 4, no. 1, pp. 21-33, 2009.
3) 麓隆行: 新しい機構の X 線 CT の開発とポリマーコンクリートの圧縮試験への適用, 土木学会論文集 E2, Vol. 69, No. 2, pp. 182-191, 2013.
4) Tudisco, E., Ando, E., Cailetaud, R. and Hall, A. S.: TomoWarp2: A local digital volume correlation code, Software X, Vol.6, pp. 267-270, 2017.

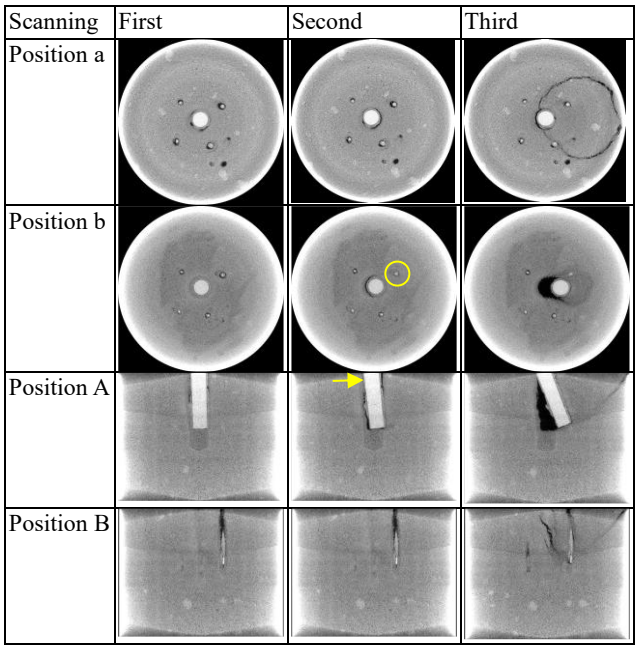


Fig. 3　Cross-section images of each position

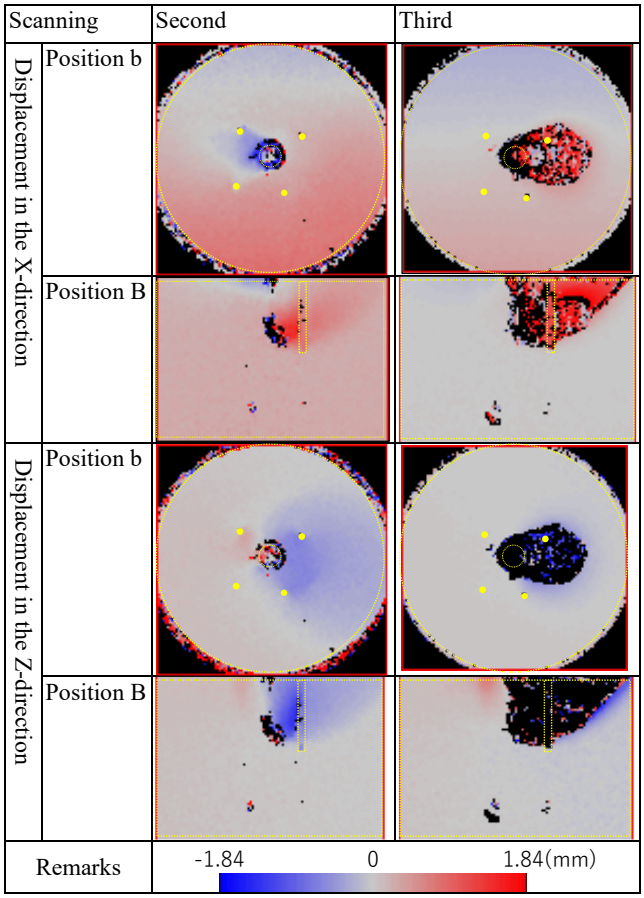


Fig. 4　Cross-section images of each position

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

Analytical study of the effect of large wood on impact loads using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竜川　太志（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Taishi TATSUKAWA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: em63025@nda.ac.jp

This study reproduces a large wood model with cylindrical elements using DEM and investigated the mechanism of impact loads of large wood accumulation acting on woody debris retention structures. As a result, the large wood accumulation density at the time of collision is the main factor in impact loads.

１．緒　言

近年，日本各地で記録的豪雨が増加し，流木災害が深刻化している[1]. 流木は浮力により浮遊状態で流下するため，住宅地やインフラに直接衝突するたけでなく，構造物への閉塞や堆積を通じて二次災害を誘発する場合がある．Fig.1に示す輪島市町野地区寺地川の被災状況からも，流木の大量堆積が，構造物損傷に大きく寄与していることが窺える．特に，流木が塊（流木群）となって構造物に衝突する場合，単体流木の衝突と比較して作用荷重が著しく増大することが指摘されている．しかしながら，その荷重増大が単なる衝突質量の増加に起因するものなのか，あるいは同時衝突や流木間の拘束による力学的相互作用（群作用）によるものなのかについては，十分に解明されていない．すなわち，流木群の形成状態と荷重ピークとの対応関係は未だ明確ではない．

著者ら[2),3)]は，これまで流木群が透過型砂防堰堤に作用する荷重特性について実験的検討を行い，流木群が瞬間的に大きな動的荷重を発生させることを明らかにした．しかし，その発生機構，すなわち流木群の形成過程，同時衝突本数，および接触ネットワークの構造が荷重ピークに与える影響については未解明である．

そこで本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群衝突時の荷重発生メカニズムを力学的観点から解析する．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群形成が荷重ピークを増幅させる機構を明らかにする．

２．実験の概要

Fig.2 に，実験装置の概要を示す．可変勾配型直線水路（長さ L = 3.4 m，幅 B = 0.3 m，深さ H = 0.5 m，勾配 θ = 0.0～20.0°）を用いた．流量は，水路上流側に設置した制御レバーにより調整した．水路下流部には荷重計測装置を設置した．Fig.3 に荷重計測装置の概要を示す．荷重計測には分力計（Y102-FX-100N）2 基を用い，これに捕捉工モデル（高さ h_c = 150.0 mm，幅 b_c = 290.0 mm，捕捉工間隔 w_c = 40.0 mm，鋼管径 D = 10.0 mm）を懸架して取り付けた．固定は，直径 6.0 mm の鋼材を，捕捉工モデルに溶接した内径 6.0 mm の中空円柱に通し，上下からナットで締結する方法とした．部材には，十分に剛性を有する鉄筋を用いた．流木群を生成のため，荷重計測装置から上流 3.4 m の位置にゲートを設置した．ゲート内に流木モデルを無作為に投入し，一定流量を供給した状態で一挙にゲートを開放することで流木群を流下させた．荷重はサンプリング周波数 200 Hz で計測し，100 Hz のローパスフィルタを適用した．流木モデル（長さ l = 180.0 mm，直径 d = 6.0 mm）には，加工性と強度のバランスに優れるラミン材を用いた．

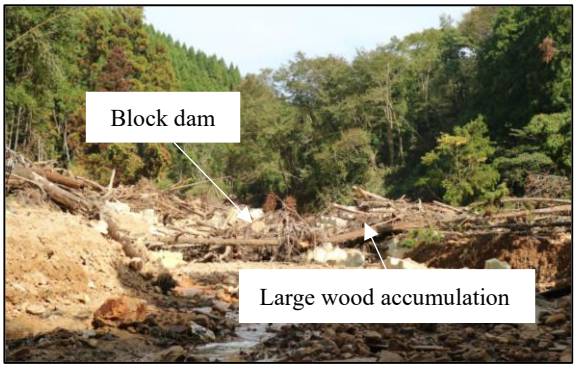


Fig.1 Destruction of emergency countermeasures (R6.10.18 Photograph)

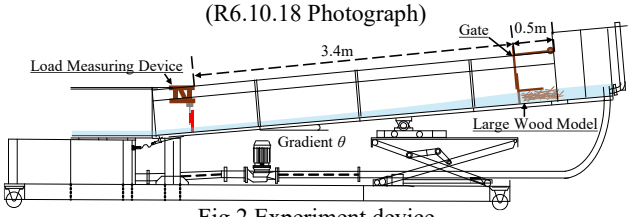


Fig.2 Experiment device



Fig.3 Measuring experiment

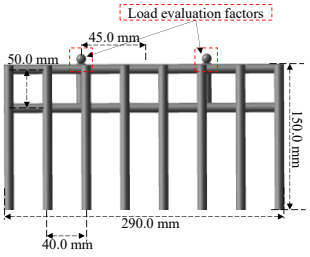


Fig.4 Measuring experiment Analysis model

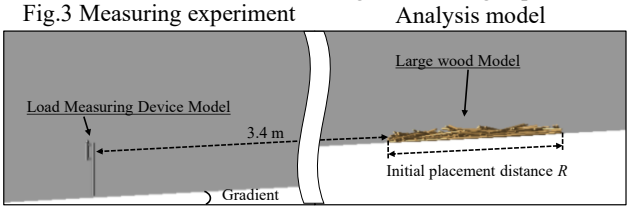
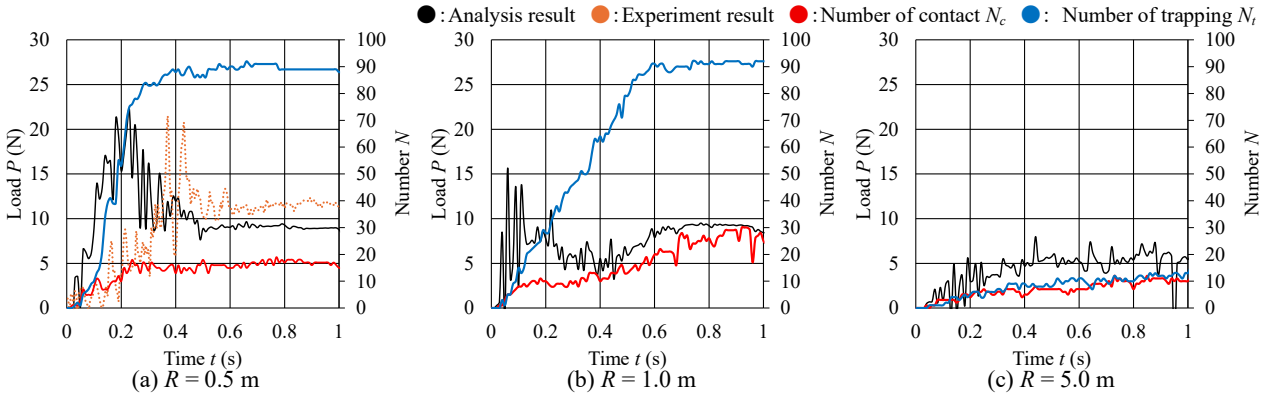


Fig.5 Analysis situation

３．解析の概要

本解析では，実験条件（勾配 θ = 3°，流量 Q = 4.7 L/s，流

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) R = 0.5 m (b) R = 1.0 m (c) R = 5.0 m

Fig.6 Analysis result (n = 100)

木本数 n = 100）を対象とした．Fig.4 に荷重計測装置の解析モデルを示す．流木捕捉工モデルは円柱形要素により構築し，分力計は 2 個の球形要素で表現した．円柱形要素端部と球形要素はばね要素で連結し，ばねの変化量から作用荷重を算出した．Fig.5 に解析状況を示す．実験と同様に下流部に荷重計測装置を設置し，その上流 3.4 m の位置に流木モデルを無作為に配置した．このとき，初期配置距離 R と定義する．流木モデルは円柱形要素で表現し，配置には落下法を用いた．水路は平面要素を用いて再現した．流水の影響は流速分布モデル [3]を用いて考慮し，流木モデルに直接速度を付与することで表現した．流速分布モデルに必要な水深および流速の条件は，実験結果に基づいて決定した．さらに，要素間のばね係数は，実験で使用したラミン材の物性値に基づき設定した．

4．解析結果

ここでは，初期配置距離 R = 0.5 m，1.0 m，5.0 m の条件で行った．解析結果を Fig.6 に示す．まず，Fig.6(a)の荷重ー時間関係に着目すると，最大衝突荷重は実験で P = 21.5 N，解析で P = 22.2 N となり，本解析手法により最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることが確認された．一方，荷重発生から最大衝突荷重に至るまでの時間 Δt は，実験で Δt = 0.37 [s]，解析で Δt = 0.20 [s]と，解析の方が短い傾向を示した．これは，解析において流木群内部の姿勢変化や相互干渉のばらつきが実験より小さく評価され，群としての緩衝効果が十分に再現されていないためと考えられる．ただし，全体的な荷重遷移の傾向は概ね実験を模擬できている．次に，初期配置距離 R の影響を比較すると，R が大きくなるほど流木群密度が低下し，Fig.6(c)に示すように明確な最大衝突荷重が発生しにくくなることが確認された．

ここで，捕捉工に対する流木の接触・捕捉状況に着目する．捕捉工に直接接触した本数を接触本数 N_c，捕捉工から上流側 0.5 m の範囲に存在し，かつ流木の流下速度が $v_f \leqq$ 0.3 m/s の流木本数を捕捉本数 N_t と定義する．時系列変化を見ると，N_c の遷移傾向自体は各条件で類似しているが，t = 1.0 [s]において Fig.6(a)で N_c = 14，Fig.6(b)で N_c = 25，Fig.6(c)で N_c = 10 と差異が生じた．これは，捕捉状況は衝突形状や群密度の違いが接触状態に影響を及ぼしていることを示す．最大衝突荷重時における接触本数 N_c と捕捉本数 N_t の関係を見ると，Fig.6(a)では N_c = 15，N_t = 75 と多数の流木が短時間で群として捕捉工に衝突しているのに対し，Fig.6(b)では N_c = 5，N_t = 5 と個々の流木がほぼ同時に衝突する状態となっている．この結果は，初期配置距離 R に起因する流木群密度の違いが衝突メカニズムを大きく変化させることがわかる．密度が大きい場合には，複数の流木が群として衝突するため，急激な荷重増加と大きな最大衝突荷重が発生する．一方，密度が低い場合には流木が個別に衝突するため群効果が弱まり，明確な最大衝突荷重は生じにくい．

以上の結果より，衝突時の流木群密度が最大衝突荷重の発生およびその大きさを支配する主要因である可能性が示唆された．すなわち，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とでは荷重発生メカニズムが本質的に異なり，これが最大衝突荷重の有無およびその規模に直接影響を及ぼすと考えられる．したがって，流木群密度を適切に評価することが，捕捉工の動的荷重評価において重要であると考えられる．

5．結　言

本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群による衝突荷重の発生メカニズムを力学的観点から検討した．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群の形成状態が荷重ピークを増幅させる機構について解析的に整理した．得られた主な成果を以下に示す．

1) 解析により，流木群の最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることを確認し，本解析手法が流木群荷重評価に有効であることを示した．

2) 初期配置距離 R の増加に伴い，衝突時の流木群密度が低下し，最大衝突荷重が減少すること，さらに明確な荷重ピークが発生しない条件が存在することを明らかにした．

3) 最大衝突荷重は，衝突時の流木群密度および同時接触本数に強く依存することを示し，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とで荷重発生メカニズムが本質的に異なることを示した．

以上より，流木群の密度特性および同時接触状態を適切に評価することが，捕捉工に作用する動的衝突荷重の合理的評価において重要であることが示唆された．

参考文献

1) 秋田寛己，今泉文寿，中谷洋明，堤大三：過去 40 年程度の主要流木災害における発生流木量の傾向について，令和 5 年度砂防学会研究発表会概要集, pp.613-614, 2023.

2) 竜川太志，堀口俊行：流木捕捉工による流木群の作用荷重に関する実験的検討，構造工学論文集, Vol.71A, pp.817-827，2025.

3) 香月智，渋谷一，大隅久，國領ひろし，石川信隆：個別要素法による透過型佐生堰堤の流木混じり土石流捕捉解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.69，No.1，pp.16-29，2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

SPH-Based Simulation of Slope Failure
Incorporating Heterogeneous Geology and Discontinuity Surfaces
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沼田　尚也（法政大・デザイン工）　　酒井　久和（法政大・デザイン工）
Naoya NUMATA, Hosei University
Hisakazu SAKAI, Hosei University
E-mail: naoya.numata.6v@stu.hosei.ac.jp

This paper proposes an SPH-based framework for seismic natural-slope failure simulation. We propose two methods: one is an internal force divergence formula handling layer boundaries with different densities and stiffnesses, and another is a technique to generate discontinuity surfaces caused by tension cracks. Results of dead-weight analysis suggest that the proposed divergence formula mitigates analytical errors. Furthermore, in the seismic slope failure simulation, the proposed discontinuity SPH model can reproduce failure behavior with tension cracks and displacement of the surface layer. These results partially support the proposed methods that work as tools to analyze slope failure with tension cracks.

1. はじめに

地震時の斜面の挙動と崩壊土砂の流動距離を推定する数値解析手法として，弾塑性構成則を導入したSPH法[1)]や地盤を弾塑性体から流体に相変化させるSPH法[2)]の適用性が検討されている．これらの研究は，SPH法の流動を伴う地盤材料の大変形解析手法としての有用性を示している．

一方，一般的なSPH法の内力及び内力の発散の計算式は，密度や剛性の異なる複数の地質で構成される自然斜面の層境界を十分に考慮できていないと考えられる．また，斜面崩壊は引張亀裂を伴う場合があるため，リスク評価において，引張亀裂による不連続面の考慮が必要だと考えられる．

本研究では，弾塑性SPH法を地震による自然斜面の崩壊挙動の解析に適用することを目的に，密度や剛性が異なる複数の地質を対象とする内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮したモデルを提案する．提案手法を導入したSPH法を引張亀裂が生じる斜面崩壊の再現解析に適用することで，手法の有用性を検証した．

2. 解析手法の概要

2.1 SPH法による固体解析

減衰を含む固体の運動方程式は，式(1)で表される．ここで，$\boldsymbol{c}$ は減衰力により低減される加速度，$\boldsymbol{b}$ は物体力及び慣性力による加速度を表す．本研究では，式(1)の $\boldsymbol{c}$ にRayleigh減衰を適用するため，小野[1)]が提案する手法を用いた．

SPH法の固体解析では，内力の発散を式(2)の右辺第一項の近似式（和モデル[3)]）で評価することが多い．ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル，m は質量，ρ は密度，W はkernel関数を表す．また，$\boldsymbol{C}$ は数値安定性のために導入される人工的な斥力項であり，本研究では人工粘性と人工応力の和を表す．

$$\frac{d\boldsymbol{v}^i}{dt} = -\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i} - \boldsymbol{c}^i + \boldsymbol{b}^i \tag{1}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \sum_j m^j\left\{\frac{\boldsymbol{\sigma}^i}{(\rho^i)^2}+\frac{\boldsymbol{\sigma}^j}{(\rho^j)^2}\right\}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{2}$$

2.2 提案手法の内力の発散の計算

式(2)による内力の発散の計算式は，粒子間に生じる力が作用反作用を満たし，正圧領域での計算が安定する一方で，負圧領域での計算で数値不安定性を誘起することが指摘されている[3)]．加えて，密度が異なる材料を用いた解析に適用した場合に，計算結果が振動することがある（Fig.2参照）．

自然斜面は密度や剛性の異なる複数の材料で構成されており，引張亀裂を考慮する場合は引張応力下の計算を安定させる必要があると考えられる．そこで，本研究では，佐伯ら[3)]が提案する差モデル型の式を内力の発散の計算に適用することを試みた．加えて，楯岡ら[4)]の提案する弾性体の緩和計算式を用いて，密度や剛性が異なる層境界での計算の安定化を図った．式(3)，(4)は，それぞれ緩和計算式を適用した差モデル，和モデルによる内力の発散の評価式である．ここで，$\boldsymbol{L}$ はkernel関数の勾配の修正行列である[3)]．

しかし，式(3)を適用した固体解析では，粒子密度が希薄な自由表面近傍で数値異常が発生し，安定した解析を実行できなかった．このため，本研究では，通常の粒子に対しては式(3)（差モデル），自由表面粒子に対しては式(4)（和モデル）を内力の発散の計算に使用する方針とした．

また，ひずみ速度 $d\varepsilon/dt$ 及び応力速度 $d\sigma/dt$ の計算には，楯岡ら[4)]が提案する弾性体の緩和計算式に修正行列 $\boldsymbol{L}$ を適用した式(5)，(6)を使用する．ここで，添字 α,β は座標方向を表し，G はせん断弾性係数，K は体積弾性係数，δ はクロネッカーのデルタ関数，$d\varepsilon_{\gamma\gamma}= d\varepsilon_{xx}+d\varepsilon_{yy}+d\varepsilon_{zz}$ である．

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^j}\frac{\boldsymbol{\sigma}^j-\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i+\rho^j}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{3}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^i\rho^j}\left(\frac{\rho^j\boldsymbol{\sigma}^i+\rho^i\boldsymbol{\sigma}^j}{\rho^i+\rho^j}\right)\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{4}$$

$$\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{m^j}{\rho^j}\left\{\left(v^j_\alpha-v^i_\alpha\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta}+\left(v^j_\beta-v^i_\beta\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\alpha}\right\} \tag{5}$$

$$\frac{d\sigma^i_{\alpha\beta}}{dt} = 2\sum_j\frac{K^iK^j}{K^i+K^j}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}+\frac{2G^iG^j}{G^i+G^j}\left(\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt}-\frac{1}{3}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}\delta_{\alpha\beta}\right) \tag{6}$$

3. 不連続面の発生を考慮したモデル

3.1 自由表面及び不連続面粒子の探査

固体の自由表面及び不連続面の探査には，粒子法による流体解析で用いられる自由表面探査の手法を援用する．本研究では，Marroneら[5)]の方法を参考に，修正行列 $\boldsymbol{L}$ の最小固有値が閾値以下であり，自由表面探査領域（Fig.1参照）に他の粒子が存在しない粒子を自由表面粒子とした．ここで，自由表面粒子とその不連続領域（Fig.1参照）に存在する粒子同士を不連続粒子のペアとして設定し，以降はSPH法による連続体の近似計算ではなく，接触の計算を行う．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2 不連続面における接触の計算

粒子同士の接触の計算は，球形 DEM と同様の線形ばね-ダッシュポット-スライダーによるモデルを適用した．ただし，粒子の回転運動は考慮していない．本研究では，ばね係数を Hertz-Mindlin モデルを基に設定し，ダッシュポットに Rayleigh 減衰を適用した．摩擦定数は，接触する粒子同士の内部摩擦角の平均値（上限 35.0 deg.）を設定した．

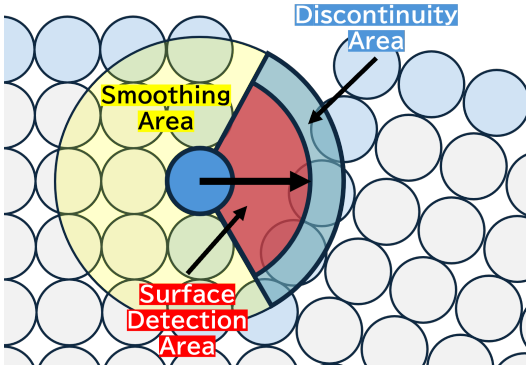


Fig.1 Sketch of Free surface and Discontinuity Detection

4. 提案手法を用いた地震による斜面崩壊解析

提案手法を用いて，篠田ら [6]の地震による斜面崩壊実験の再現解析を実施した．解析に用いた SPH モデルの物性値を Table.1 に示す．境界条件は，底面を固定，側方を鉛直ローラーとし，崩壊発生時の地震動（Fig.4 参照）を慣性力として入力した．ここでは，弱層の傾斜角を 45° とした滑落型崩壊の実験を対象とする再現解析の結果を示す．

Fig.2 に，一般的な SPH 法と提案手法による自重解析終了後の鉛直応力分布の比較を示す．提案手法を用いることで，一般的な SPH 法で発生した材料境界での応力の振動が抑制され，安定した初期応力状態を得られたことが分かる．

Fig.3 に斜面崩壊解析のスナップショット，Fig.4 に着目点（Fig.3 参照）における変位と水平方向加速度の時刻歴を示す．Fig.3，Fig.4 より，引張亀裂が生じ法肩の弱層が自立する挙動と，表層が急速に滑落する崩壊挙動を定性的に再現できたことが分かる．また，解析終了時の変位（約 0.58 m）と実験の変位（約 0.55 m）は概ね一致している．一方，実験で確認された滑落開始後に水平方向の加速度が 0 に近づく挙動の再現性は低い．これは，不連続面の粒子の接触の計算において，地盤の塑性変形に伴う履歴減衰を十分に表現できていないことが要因だと考えられる．

5. まとめ

本研究では，複数の地盤材料を考慮した内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮した SPH 法のモデルを提案し，地震による斜面崩壊の解析に適用した．その結果，提案手法の亀裂を伴う斜面崩壊に対する適用可能性が確認できた．今後は，不連続面の粒子の計算について，剛体回転と適切な履歴減衰の表現手法を導入し，進行性の斜面崩壊の表現性についても検証を行う予定である．

参考文献

1) 小野祐輔: SPH 法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.69, No.4（地震工学論文集第 32 巻），pp.650-660, 2013.
2) D. S. Morikawa, M. Asai: A phase-change approach to landslide simulations: Coupling finite strain elastoplastic TLSPH with non-Newtonian IISPH, *Computers and Geotechnics*, Vol.148, pp.104815, 2022.
3) 佐伯勇輔，辻勲平，浅井光輝: 負圧を含む非圧縮性流体を対象とした SPH 法の圧力勾配モデルの原点回帰，土木学会論文集, Vol.79, No.15, 22-15023, 2023.
4) 楯岡将規，小原治樹，小山彰規，釣谷航世，笹木亮: SPH 法による異種金属接合板の衝撃問題の解析，日本機械学会論文集（A 編），Vol.77, No.777, pp.834-842, 2011.
5) S. Marrone, A. Colagrossi, D. Le Touze, G. Graziani: Fast free-surface detection and level-set function definition in SPH solvers, *Journal of Computational Physics*, Vol.229, No.10, pp.3652-3663, 2010.
6) M. Shinoda, K. Watanabe, T. Sanagawa, K. Abe, H. Nakamura, T. Kawai, S. Nakamura: Dynamic behavior of slope models with various slope inclinations, *Soils and Foundations*, Vol.55, No.1, pp.127-142, 2015.

Table.1 Material Parameters (SPH model)

Layer	Density (kg/m^3)	Elastic modulus (kN/m^2)	Poisson's ratio	Cohesion (kN/m^2)	Friction angle (deg.)	Tensile Strength (kN/m^2)
Surface (mat. 1)	3000	8.200×10^4	0.330	107.4 (34.4)	0.0 (28.4)	26.85 (14.43)
Weak (mat. 2)	1767	5.637×10^4	0.214	2.9 (1.7)	39.5 (36.3)	2.460 (0.407)
Bedrock (mat. 3)	1890	1.000×10^5	0.267	280.5 (5.4)	57.3 (53.4)	—

※Peak state (Residual state)

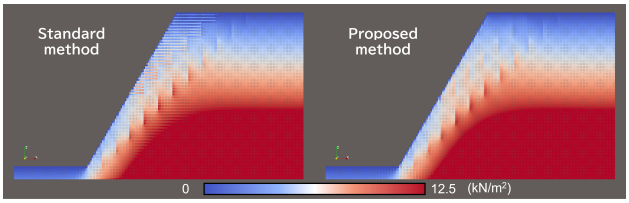


Fig.2 Comparison of Dead Weigh Analysis Results between Standard and Proposed Methods

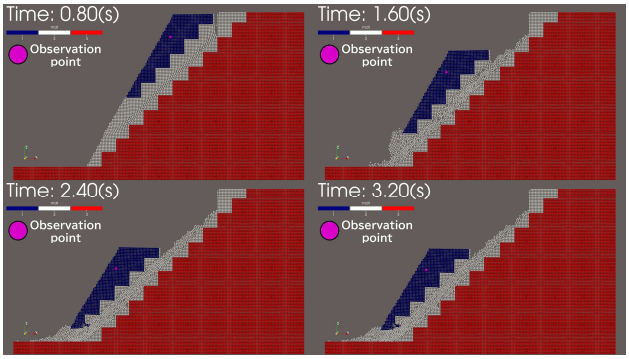


Fig.3 Snapshot of Slope Failure Analysis Result

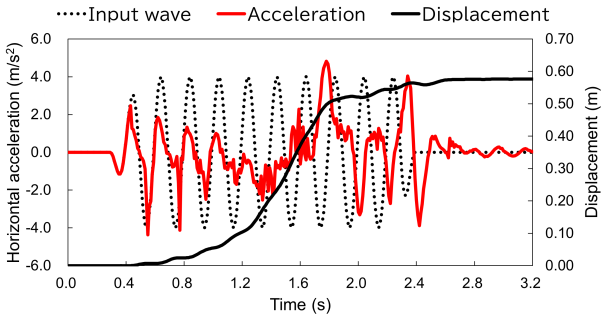


Fig.4 Time History of Displacement and Horizontal Acceleration Response at the Observation Point

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３次元 MPM-VOF の浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）
Applicability of three-dimensional MPM-VOF method for seepage failure analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

生頼　直樹（中電技術コンサルタント株式会社，京都大学・工）
橋本　涼太（京都大学・工）
Naoki ORAI, Chuden Engineering Consultants and Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
E-mail: orai@cecnet.co.jp

As a result of case study analysis of the 2011 Great East Japan Earthquake, it was shown that tsunami resistance of breakwater is effective in mitigating tsunami-induced damage at coastal area. Therefore, it is preferable to assess continuous deformation process from earthquake to tsunami for examination of tsunami countermeasure. Although computational methods which are capable to simulate three-dimensional flow field is essential for tsunami resistance evaluation, practical method was not available. As a potential solution, MPM-VOF has been proposed. However, previous studies have been limited to two-dimensional analyses, which poses a significant limitation for evaluating tsunami countermeasures where three-dimensional behaviors are predominant. In this study, two-dimensional MPM-VOF were expanded to three-dimensional MPM-VOF to address the issue. In following section, implementation of MPM-VOF method and example of calculation are presented.

１．はじめに

2011 年東日本大震災では，地震（特に液状化）および津波に対する防波堤の変形挙動の差異により，沿岸域の津波被害に差異が生じることが示された [1]．津波防災対策の検討においては地震～津波に至る変形挙動を一連で評価することが望ましいが，実用的な解析手法は確立されていない．

液状化や津波による洗掘に起因した地盤の大変形を表現しうる解析手法として，粒子と格子を併用した連続体の数値解析手法の一種である Material Point Method[2]（MPM）がある．MPM は当初，固体の大変形解析手法として提案されたが，その後，地盤を含む多孔質体の浸透－変形連成場でのボイリング解析[例えば 3]や河川堤防の越流侵食解析へと拡張されている．さらに近年では，河川堤防の決壊や土石流等への MPM の適用を目的として，界面追跡型数値流体解析法のひとつである Volume of Fluid（VOF）法と MPM とを弱連成させた 2 次元 MPM-VOF が著者の一人により提案された．MPM-VOF では，土骨格の運動を MPM，気液相の流体場を VOF 法により解析し，両者の計算結果を交互に弱連成することで，土骨格の変位場と気液相の流体場を解くことに成功している．したがって，MPM-VOF は，地震発生から津波に至る防波堤の一連の変形挙動を統合的に評価可能な解析手法としての可能性を有している．

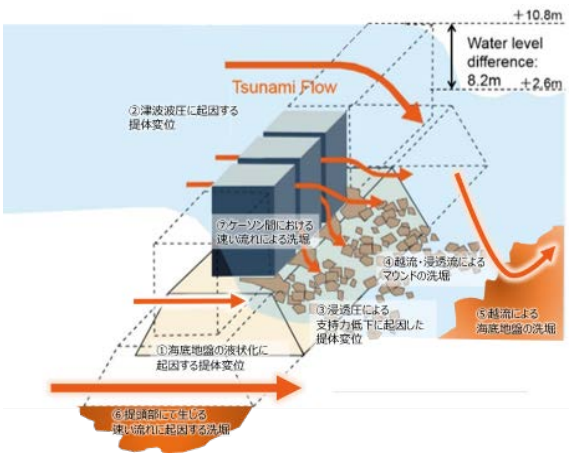


Fig. 1 Effect of flow field due to tsunami for ground [modified on 4)]

ただし，被災要因の分析結果を参照すると，3 次元流体場（例えば越流，目地部ジェット流，堤頭部の回折流れ）に起因する洗掘が被災の主要な要因であった [5]ことから，防波堤の耐津波性能の評価においては 3 次元流体場の解析が不可欠である．Fig.1 に防波堤周辺における 3 次元流体場の例を示す．しかしながら，既往の MPM-VOF での解析は 2 次元に限定されており，解析次元の観点からは，防波堤の耐津波性能を評価する手法として十分とはいえない．

そこで本研究では，3 次元流体場とそれに伴う地盤の安定性を評価することを目的として，既往の 2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．なお本稿では，津波越流の前段階である，港内外水位差に伴う浸透破壊解析への 3 次元 MPM-VOF の適用性について評価した．

以降にて MPM-VOF の手法，解析例を示す．

２．手法

2.1 飽和多孔質体の運動方程式

本研究で流体解析に用いる VOF 法では気液相両方を扱うが，地盤は飽和状態を仮定する．地盤を土粒子（固相）と間隙水（液相）からなる飽和多孔質体とみなしたとき，その運動方程式は式(1)のように表せる．

$$(1-n)\rho_S \ddot{\boldsymbol{u}}_S + n\rho_F \ddot{\boldsymbol{u}}_F = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}' - \nabla\cdot p_F\boldsymbol{I} + (1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}} + n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \qquad (1)$$

ここで変数上のドットは時間微分，バーは既知量を表し，下付き添え字の S は固相，F は気液相に関する変数であることを意味する．nは間隙率，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，ρは密度，$\boldsymbol{\sigma}'$は固相の有効応力テンソル（引張が正），p_L は液相の圧力，$\boldsymbol{I}$ は 2 階の単位テンソル，$\boldsymbol{b}$ は物体力ベクトルである．

2.2 気液相の運動方程式

本研究では格子法に基づく VOF 法により気液相の運動を解析する．液相の分布を計算格子の各セルに与える VOF 値 F で表し，流体の密度を$\rho_F = F\rho_L + (1-F)\rho_G$，粘性係数を$\mu_F = F\mu_L + (1-F)\mu_G$ で表し（ここで，下付き添え字 G は気相の変数を表す），単一の（Darcy）流速場 $\boldsymbol{v}'_F$ および圧力場 p_F で記述された Darcy-Brinkman 型の運動方程式（式(2)）と，連続式を支配方程式とする．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F'=-\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}}-\frac{1}{\rho_F}\boldsymbol{R} \quad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{R}$ は固相から受ける抗力ベクトルであり，本研究では Darcy 則を浸透破壊問題で想定される高レイノルズ数に拡張した式(3)に基づく相互作用力ベクトルを用いた．

$$\boldsymbol{R}=n\left\{\frac{\mu}{\rho_F\kappa}+\frac{\tilde{F}}{\sqrt{\kappa}}|\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s|\right\}(\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s) \quad (3)$$

ここで，κ は Kozeny-Carman 式を用いて間隙率より定まる固有透水係数，$\tilde{F}$は代表粒径を主な変数として定まる係数である．

式(2)は自由流体領域（$n=1$，$\kappa\to\infty$）では Navier-Stokes 方程式，多孔質体領域（$0<n<1$）で κ と流速が十分に小さい場合は Darcy 則に漸近する形式となっており，非圧縮粘性流体の多孔質体領域と流体領域を連続的に記述できる．

2.3 界面の移流方程式

界面を表現する VOF 値（$0\leqq F\leqq 1$）は，流体（気液相）の流速場の時間発展を計算した後，F 値の移流量を計算することで，界面の時間発展を追跡する．界面の移流方程式は式(4)のように表せる．

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla F=0 \quad (4)$$

2.4 計算方法

本研究では，土骨格の運動方程式は MPM により，気液相の運動方程式および連続式は VOF 法によりそれぞれ解く分離型解法を採用した．両手法の計算を交互に実行し，計算結果を相互に入力として与えることで，土骨格の変位場，流体の速度場・圧力場の時間発展を解析する．

MPM は，ラグランジュ的な粒子とオイラー的な背景計算格子を組み合わせたハイブリッド手法である．本手法では，連続体を有限個の物質点（粒子）で離散化し，各粒子が局所的な質量，速度，応力などの物理量を保持する．さらに，全粒子を覆う背景計算格子を設け，各粒子を格子のセル間をまたいで移動可能な積分点として，式(1)の弱形式を格子上で解く．なお，今回粒子は固相の変数のみを輸送し，式(1)の液相に関する変数には VOF 法で計算されたセル値を使用する．

VOF 法については，空間離散化に有限差分法を使用し，流速と圧力の計算はフラクショナル・ステップ法で半陰的に行う．式(3)の移流項には有理関数 CIP 法，粘性項と圧力勾配項には中心差分を使用し，VOF 値の移流は，界面の再構築法に WLIC 法 [6]を採用したドナー・アクセプター法で代数的に計算する．

2.5 計算手順

時間増分ごとの各ステップではまず，MPM の粒子の配置に基づき，間隙率の空間分布を計算する．この分布を VOF 法への入力とし，速度場および圧力場を分離して解くフラクショナル・ステップ法にて移流項，粘性項，重力項，抗力項の順に計算した後，連続式を満足するよう圧力のポアソン方程式を解き，圧力勾配項を計算する．最後に，得られた流速場から VOF 値の移流計算を行う．そして，得られた流速や圧力，VOF 値の分布を使いながら，MPM で土骨格の変形を解く，というのが 1 ステップの流れである．

以上の手順を所定のステップ数に亘り繰り返す．

3．解析例

浸透破壊解析に対する本解析手法の適用性を評価するため，検証解析として U 型水槽におけるボイリング問題の解析を実施した．Fig.2 にモデル図を示す．セルは 0.01m の等方格子とし，通水幅は 10 セル，奥行は 1 セルとし，中央部に幅 4 セルの不透水領域を設けた．左側水槽に MPM 粒子を配置し，間隙率 0.4，乾燥密度 1.62 g/cm^3，ヤング率 1.0 $\times10^4$ kPa，内部摩擦角 30°，粘着力 0 kPa，Kozeny-Carman 式に与える代表粒径 2 mm とした．固相の境界条件について，下端部節点は完全固定，側壁部節点は鉛直ローラーとした。気液相は水槽の初期水位より上方の左側側壁は流出境界としたうえで，右側水槽へ徐々に注水して水頭差を拡大させ，ボイリングを誘発した．

Fig.3 にボイリング発生直後の様子を示す．限界水頭差の理論値 2.02m に対し，本計算での限界水頭差は 2.0m と概ね一致したことから，本計算は妥当であることを確認した．

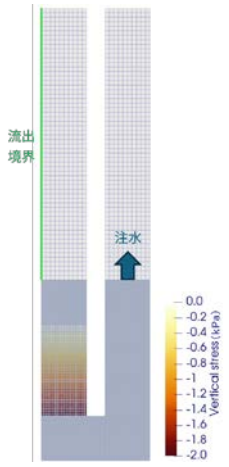


Fig. 2 Model setup

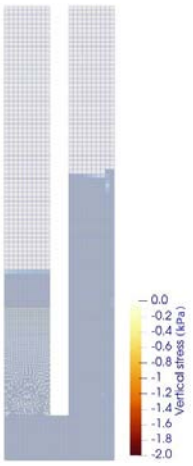


Fig. 3 Result

4．おわりに

本研究では，防波堤の地震から津波に至る耐津波性能を一連で評価する手法の構築を目的とし，2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．今後本手法の適用可能範囲を津波越流，洗堀問題へと拡張し，津波防災対策の高度化への貢献を目指す．

参考文献

1) 国土交通省　港湾局：防波堤の耐津波設計ガイドライン，2013.
2) Sulsky, D.ほか: A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 118, No. 1-2, pp. 179-196, 1994.
3) 上園浩志・橋本涼太：飽和地盤の浸透破壊問題のための MPM-FDM 連成解析, 地盤工学ジャーナル, Vol.19, No.1，pp. 57-68，2024.
4) Kazama, M.ほか: The geotechnical issues of the damage caused by the great east Japan disaster and reconstruction for the Tohoku region, The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 2, Issue 32, 2015.
5) 有川太郎ほか：釜石湾港防波堤の津波による被災メカニズムの検討-水特性を中心とした第一報-，港湾空港技術研究所資料，No.1251，2012.
6) Yokoi, K.: Efficient implementation of TINC scheme: A simple and practical smoothed VOF algorithm, Journal of Computational Physics, Vol. 226, Issue 2, 2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

下負荷面モデルを導入した RBSM による 金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis of the Stacked Element Test for Hexagonal Metal Bars Using RBSM with a Subloading Surface Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　滉一郎（法政大院・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Koichiro YAMADA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: koichiro.yamada.6x@stu.hosei.ac.jp

To establish a seismic resistance evaluation method for discontinuous rock mass, experimental and numerical studies using stacked models of hexagonal bars have been conducted. Previous research has identified challenges in setting constitutive models, with a tendency to overestimate initial stiffness. In this study, a subloading surface model, which enables a smooth representation of elastoplastic transitions, was introduced into the RBSM considering geometric nonlinearity to reproduce element tests. The results demonstrated that the stiff degradation behavior observed after loading in the experiments can be accurately reproduced.

1. はじめに

長大橋や原子力発電所等の重要構造物は，構造物そのものの耐震性は当然のことながら，基礎岩盤や隣接斜面においても耐震性評価を実施することが不可欠である．近年，重要構造物周辺の不連続性岩盤斜面を対象とした地震時安定性評価が進められており，すべり破壊に限らず転倒や崩落などの複数の崩壊モードを想定した検討が注目されているが，それらを統一的に評価できる手法は十分に確立されていない．そこで，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG では，不連続性岩盤の地震時挙動を解明するため，金属六角棒を積み上げた斜面模型の加振実験と数値解析を実施してきた [1]．

著者らは WG の一環として，金属六角棒の室内要素試験および積層斜面模型の動的挙動について，剛体バネモデル（RBSM）を用いて評価を実施してきた [2]．その結果，要素レベルから材料パラメータを再同定することにより，斜面模型の崩壊モード等を概ね再現できたが，要素試験の定量的な再現に課題を残す結果となった．特に，拘束圧の変化に伴う初期弾性係数の不連続性の再現について，新たな構成モデルの開発が必要であることが示唆された．

前述の課題を解決できる構成モデルとして下負荷面モデルが挙げられる．下負荷面モデルとは，Hashiguchi[3]により提案された非線形の材料モデルであり，降伏関数に新たな変数である正規降伏比Rを導入するだけで弾性域から塑性域への滑らかな遷移を表現することが可能となる．そこで本研究では，上記問題の解明のための基礎検討として，幾何学的非線形性を考慮した RBSM に下負荷面モデルを導入し，金属六角棒の室内要素試験の再現を試みた．

2. 解析手法の概要

(1) 幾何学的非線形性を考慮した RBSM

RBSM とは，Fig.1 に示すように，対象を剛体要素と，それらをつなぐ複数個のバネの集合体としてモデル化する手法である．要素間に分布するバネに非線形構成モデルを導入することで，ひび割れ，すべり等の不連続挙動を簡便に表現することができる．本研究では，RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目して新たに開発した，幾何学的非線形性を考慮した手法を用いた [4]．

(2) 本研究で使用する下負荷面モデルの概要

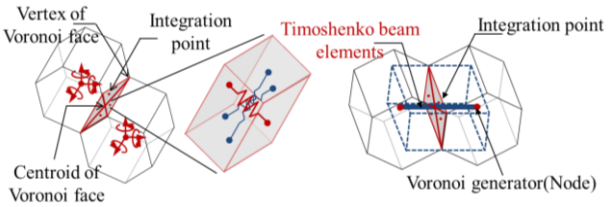


Fig. 1 RBSM overview

本研究では，バネに導入する構成モデルとして，陰的応力更新法を用いた弾塑性構成則の考え方を適用し，下負荷面モデルを導入して新たに開発した RBSM の構成モデル（以下，提案モデル）を用いて検討解析を実施した．ここでは，新たに開発した提案モデルについて説明する．

前節で示したように，RBSM では，各バネの応力およびひずみは次式のように 3 成分のベクトルで表現することができる．

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma, \tau_1, \tau_2)^T \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon, \gamma_1, \gamma_2)^T \tag{2}$$

ここで，σおよびεは，垂直バネの応力およびひずみであり，τ_1, τ_2およびγ_1, γ_2は，それぞれ 2 つのせん断バネの応力およびひずみである．バネの応力$\boldsymbol{\sigma}$およびバネのひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$は，以下の弾性構成則が成り立つとする．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{C}$は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}_p$はバネのひずみの塑性ひずみ成分である．次に，本研究で用いる降伏関数Φは Drucker-Prager 型の弾塑性構成則に基づいており，以下のように定義する．

$$\Phi(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + \eta(\bar{\varepsilon}_p) \cdot \sigma - c \tag{4}$$

ここで，$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$，$\bar{\varepsilon}_p$は相当塑性ひずみ，$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は硬化関数である．ここで，降伏関数$\Phi$に正規降伏比$R$を導入することで，下負荷面モデルを前提とする降伏関数Φ_{sub}を再定義する．

$$\Phi_{sub}(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + R(\eta(\bar{\varepsilon}^p) \cdot \sigma - c) \tag{5}$$

正規降伏比については，正規降伏比Rを用いた関数$U(R)$による発展則によって規定できる．

$$\dot{R} = \dot{\gamma} U(R) \tag{6}$$

$$U(R) = u \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\langle R - R_e \rangle}{1 - R_e}\right) \tag{7}$$

ここで，$\langle x \rangle$は Macaulay の括弧である．（$\langle x \rangle = \max(x, 0)$）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，R_eは弾性限，uは正規降伏面への接近速度を規定する下負荷面パラメータである．

硬化関数$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は，等方線形硬化に基づいており，以下のように表すことができる．

$$\eta(\bar{\varepsilon}_p) = \tan\varphi + \kappa\bar{\varepsilon}_p \tag{8}$$

累積塑性ひずみについては，以下のように塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いた発展則によって与えられる．

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \tag{9}$$

ここで，$\dot{\varepsilon}^p$は塑性ひずみ速度である．流れ則は，非関連流れ則に従うものとし，塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いて，以下のように表すことができる．

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{10}$$

$$\Psi(\bar{\tau},\sigma) = \bar{\tau} + \bar{\eta}\cdot\sigma \tag{11}$$

ここで，$\bar{\eta} = \tan\psi$であり，ψはダイラタンシー角である．提案モデルでは，上記の(1)～(11)式について，井口ら[5]が提案しているリターンマッピング法を用いて，陰的に応力積分を実行した．

3. 岩盤を模擬した金属六角棒要素試験の再現解析

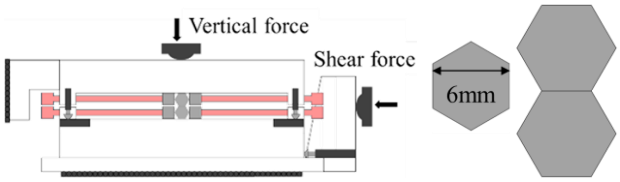
Fig. 2に既往の金属六角棒の室内要素試験の概要および解析モデルを示す．対辺6mmの六角棒要素を上下2段で配置し，所定の垂直応力になるように荷重制御で載荷後，垂直応力を一定としながら変位制御でせん断力を載荷した．垂直応力は，実験と同様に，σ_n=0.05，0.1および0.4MPaの3ケースで解析を実施した．試験方法の詳細は参考文献[1]を参照されたい．

Fig. 3 に解析により得られたせん断応力―せん断変位関係を示す．ここで，図中の Exp.は実験結果，DP は下負荷面を導入していないモデル（以下，従来モデル），sub は提案モデルを示している．(a)より，提案モデルでは，従来モデルでは再現することができなかった，実験で観測されている，初期の弾性係数の不連続性を再現可能であることが確認できる．また，(b)より，従来モデルでは，直線的な弾性挙動を示すことから，降伏までの剛性を過大に評価しているが，提案モデルでは，載荷直後から生じる剛性の低下を精度よく再現できており，実験と比較的近い挙動を示していることが確認できる．

一方で，高拘束圧下における弾性域の範囲や，低拘束圧下における最大応力の再現には課題を残す結果となった．理由として，線形の降伏関数であることや，弾性限R_eを一定として使用していることが挙げられる．実験の応答を再現するためには，非線形の降伏関数を適用し，かつ，下負荷面モデルにおける弾性限R_eに拘束圧依存性を導入する必要があると考えられ，今後検討する予定である．

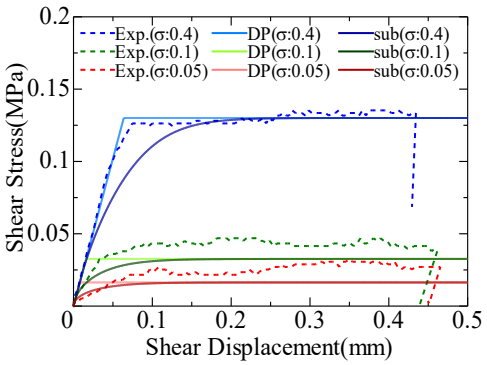
4. おわりに

本研究では，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG で実施された金属六角棒の積層模型の要素試験の検討解析の実施，および最終的には不連続性岩盤を対象とした数値解析手法の確立を目的として，下負荷面モデルを導入した拡張 RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析を実施した．検討の結果，下負荷面を導入した提案モデルでは，実験において観測された載荷直後の剛性の低下を再現でき，従来モデルの課題であった初期剛性の過大評価を改善できることを示した．今後は，非線形の降伏関数の適用や弾性限R_eへの拘束圧依存性の導入を実施し，更なる検討を進める予定である．

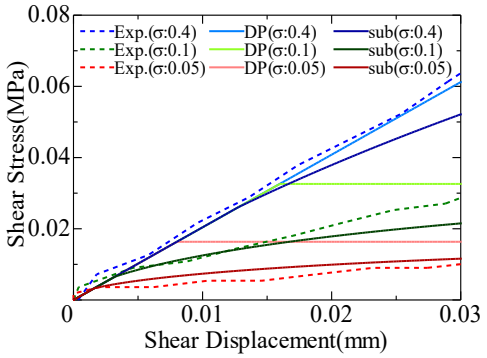


(a) Test overview (b) Analysis model

Fig. 2 Analysis overview



(a) Shear stress-displacement



(b) Comparison of initial stiffness

Fig. 3 Analysis results

謝辞：本研究を遂行するにあたり，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学委員会に関する研究小委員会斜面耐震 WG の皆様には，多大なご協力を賜った．ここに記して感謝の意を示す．

参考文献

1) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 3 フェーズ研究成果報告書，2022.
2) 山田滉一郎，木村管杜，山本佳士：拡張 RBSM による不連続性岩盤を模擬した斜面模型の動的崩壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.82，No.15，2026.
3) Hashiguchi, K.: Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Elastic-Plastic Transition, Journal of Applied Mechanics (ASME), Vol.47, pp.266-272, 1980.
4) 菊池綾嶺，中村亙，山本佳士：接触挙動を考慮した RBSM によるコンクリート構造のひび割れ進展・倒壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.80，No.15，2024.
5) 井口拓哉，福田達也，山川優樹，池田清宏，橋口公一：弾性予測子／リターンマッピングによる拡張下負荷面モデルの応力計算における負荷判定法の改良，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.73，No.2，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる 3 次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

Improvement of 3D discontinuous deformation analysis incorporating an implicit integration algorithm of friction law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

下方　淳（大成建設）　　橋本　涼太（京都大・工）*
Atsushi SHIMOKATA, Taisei Corporation
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
*E-mail: hashimoto.ryota.6e@kyoto-u.ac.jp

Estimation of seismic behavior of rock slopes adjacent to an important infrastructure has attracted increasing attention, and Discontinuous Deformation Analysis (DDA) is a promising approach because it can represent block interactions and post-failure motion. However, conventional DDA is sensitive to contact penalty parameters, and accurate prediction of sliding becomes difficult. In this study, to improve accuracy and reduce dependence on parameter tuning, a fully implicit three-dimensional DDA is developed by introducing a return-mapping-based implicit friction update combined with Newton–Raphson iteration. The proposed method is validated through direct shear, dynamic sliding, and slope-sliding benchmarks, confirming stable satisfaction of frictional strength and good agreement with theoretical solutions.

１．はじめに

従来，岩盤斜面の地震時安定性は，有限要素法による等価線形解析で得られた応力状態から算出した安全率に基づく崩壊の有無を判定している [1]しかし，この方法は入力地震動の増大に伴い，過大に安全で不経済な設計となり得る．また，近年では崩壊後の岩塊が構造物に衝突する危険性を考慮し，斜面の残留変位や崩壊した岩塊の動的挙動を評価することが求められている [2]．

本研究ではこれらを考慮することの出来る不連続解析手法のひとつである，不連続変形法（Discontinuous Deformation Analysis：DDA）[3]に着目した．DDA では接触をペナルティ法で処理しているが，適切なペナルティ係数の設定が難しいという課題がある．先行研究では不連続面に作用するせん断力の更新方法に着目し，従来手法では摩擦強度に対してせん断力の超過が生じることを指摘し(Fig. 1)，そのような超過が生じないように摩擦構成則の陰的積分アルゴリズム導入し高精度化に成功した [4]．

そこで本研究では同様の考え方を実問題への適用にあたって欠かせない 3 次元に拡張し，摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムを導入した 3 次元完全陰的 DDA を提案する．例題解析を実施し，提案手法の妥当性と適用性を評価した．

２．摩擦構成則の陰的積分を導入した 3 次元不連続変形法

提案手法ではせん断力の超過を防ぐリターン・マッピングを導入するとともに，このアルゴリズムで生じる残差による解消のため非線形方程式の解法として Newton-Raphson 法による収束計算を導入した．その際，反復過程での残差の二次収束性を保証するため，Newton-Raphson 法に整合するよう方程式を未知数である変位に関して線形化する必要がある．今，系の時刻mの状態が既知で，$m+1$での状態を求めるとして，変位$\boldsymbol{u}$に関する線形化方程式を仮想仕事の原理から以下のように求められる．

$$\sum_{i=1}^{n} {}^{m}G_i^{\mathrm{ext,int}} + {}^{m}G_{jk}^{c} + \sum_{i=1}^{n} \Delta G_i^{\mathrm{ext,int}} + \Delta G_{jk}^{c} = 0 \quad (1)$$

上式を解くことで挙動を計算している．$G_i^{\mathrm{ext,int}}$はブロックiの内力と外力による仮想仕事，G_{jk}^{c}はブロックjとkの接触力による仮想仕事を表す．このとき接触力による仮想仕事の線形化ΔG_{jk}^{c}は次式で計算される．

$$\Delta G_{jk}^{c} = \int_{\Gamma_{jk}} \Delta t_N \delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} t_N \Delta\delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \Delta \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma \quad (2)$$

ただし，t_N: 接触力の法線成分，$\boldsymbol{t}_S$: 接触力の接線成分ベクトル，g_N: 負の法線ギャップ，$\boldsymbol{g}_S$: せん断変位ベクトルである．2 次元では接触力の接線成分，せん断変位はスカラー量となり，仮想仕事の線形化項はすべてスカラーの積で表されるのに対し，3 次元ではせん断方向の仮想仕事の線形化項は力と変位の内積で表される．その結果，滑動状態では接線方向の力に貫入量とせん断変位の単位ベクトルの積が現れるため，せん断方向が変化することに関する 3 次元解析特有の線形化項が生じる．また，右辺第 2，4 項は従来の 3 次元 DDA では考慮されていない項である．

線形化方程式から剛性方程式を導出するための空間離散化は，従来の DDA と同様に物体形状を多面体ブロックにした上で，応力・ひずみが均一であると仮定し，重心の変位，回転量，ひずみ成分を変位変数として内部の変位場を近似する．また，接触処理はせん断変位量の簡素化のため，従来では考慮されている辺－辺接触処理をせず，任意の面を三角形分割した面と頂点との組み合わせで点－面接触処理を行う．

３．提案手法の妥当性検証解析

提案手法の妥当性を確認するため，一面せん断解析，動的滑り解析，斜面すべり解析の 3 例題を実施し，摩擦強度の満足性，動的応答の再現性，並びに滑動方向変化を伴う 3 次元滑りへの適用性を検証した．

(1)　一面せん断解析

摩擦強度を精緻に表現できているかを確認するために底面 2 m×2 m, 高さ 0.5 m, 単位体積重量 28.0 kN/m^3, 静止摩擦角 40°, の直方体ブロックを対象に一面せん断解析を実施した．接触ペナルティ係数を 100 MN/m とし，強制変位 1 mm を変位分割ステップ数 20, 40, 200 に分けて 3 ケースを設定した．その結果，Fig. 2 に示すように，摩擦強度（46.98 kN）を超えるせん断力が生じず，摩擦強度が安定的に満足されることを確認した．

(2)　2 ブロック系の振動解析

動的な滑り挙動の再現精度に対する，解析パラメータで

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ある接触ペナルティ係数や時間刻みによる影響を確認するため，2 つの直方体ブロックからなる系(Fig. 3)を対象に，下段ブロックへ水平方向に正弦波形の強制変位を与え，上段ブロックの変位応答を理論解と比較した．接触ペナルティ係数は 1.0×10^4, $\times10^5$, $\times10^6$, $\times10^7$ kN/m の 4 ケースとした．時間刻みの細かい 0.001 s のとき，従来手法では条件によって発散や理論解からの乖離が生じたのに対し，提案手法では全ケースで理論解を精度よく再現した(Fig. 4)．また，時間刻みを 0.01 s と粗くした場合についても，提案手法では理論解を高精度に表現できた(Fig. 5)．以上より，提案手法は従来手法と比べて，ペナルティ係数や時間刻みが解析結果や計算の安定性に与える影響を軽減し，不連続面の動的摩擦挙動を高精度に表現可能である．

(3) 斜面滑り解析

滑動方向が変化する挙動に対する適用性を検証するため，3 次元の斜面上の滑り解析を実施した．対象は傾斜 30° の斜面上に直方体ブロックを設置したもので(Fig. 6)，直方体ブロックに水平方向の初速 0.5 m/s を与えたときの変位応答を計算した．斜面上の変位の時間変化を理論解と比較したところ，接触ペナルティ係数に依らず理論解を精度よく計算できた(Fig. 7)．提案手法は 3 次元滑り挙動を高精度に表現可能である．

4．まとめ

3 次元 DDA の高精度化を目的に，摩擦構成則のリターン･マッピングと Newton-Raphson 法を導入した提案手法では，3 つの例題解析を通して摩擦強度を精緻に表現していること，ブロック間の滑り変位の解析精度とパラメータ設定のロバスト性の向上，せん断方向の変化を伴う 3 次元斜面上の滑り挙動に対する適用性を確認した．

参考文献

1) 日本電気協会 原子力企画委員会：原子力発電所耐震設計基準指針，2016.
2) 土木学会 原子力土木委員会 地震安定性評価小委員会：原子力発電所の基礎地盤及び周辺斜面の安定性評価技術＜技術資料＞「2020 年度版」 原子力土木シリーズ 4，公益社団法人 土木学会，2021.
3) Shi, G. H. and Goodman, R. E.: Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, International Journal of Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol. 13, pp. 359-380, 1989.
4) Hashimoto, R. *et al.*: Improvement of discontinuous deformation analysis incorporating implicit updating scheme of friction and joint strength degradation, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 54, pp. 4329-4263, 2021.
5) Wu, W. *et al.*: Improved friction force calculation with an augmented open-close iteration formulation in discontinuous deformation analysis, Computers and Geotechnics, Vol. 130, p. 103932, 2021.

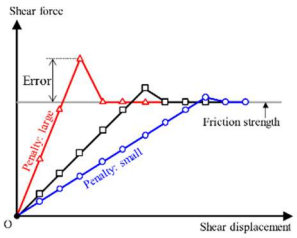


Fig. 1 Update of the friction force in the original DDA[4)]

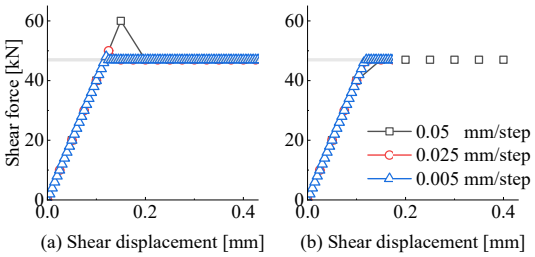


Fig. 2 Shear stress-displacement relation
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

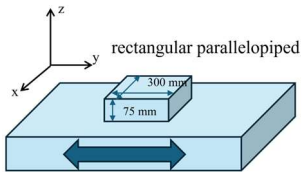


Fig. 3 Two-block vibration model

Fig. 4 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.001$ s
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

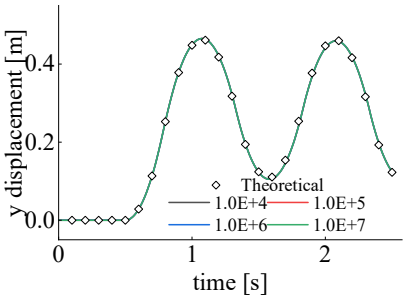


Fig. 5 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.01$ s

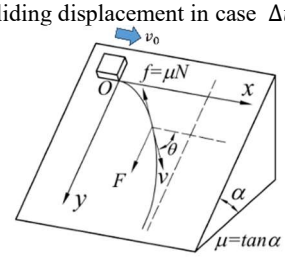


Fig. 6 Configuration of the 3D slide test [5)]

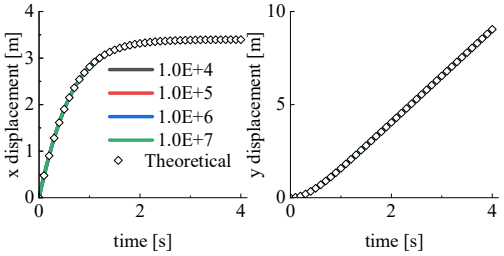


Fig.7 Displacement of blocks on slope

FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on impact resistance behavior of full-scale rockfall-protection soil embankment using the Finite Element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

瓦井　智貴（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　岸　徳光（室工大・理工）　前田　健一（名工大・工）
内藤　直人（豊橋技術科大・工）　中村　拓郎（寒地土研）　牛渡　裕二（構研エンジ）　柴田　蓮（室工大）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Kenichi MAEDA, Nagoya Institute of Technology
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
Takuro Nakamura, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Kentaro Suzuki, Koken Engineering
Ren SHIBATA, Muroran Institute of Technology
E-mail: kawarai@muroran-it.ac.jp

In this study, in order to investigate impact resistance behavior on a full-scale rockfall protection embankment, a three-dimensional elasto-plastic impact response analyses were carried out varying the energy, impact angle, and rotational component of the weight. From this study, the performance of a full-scale rockfall protection embankment in capturing falling rocks was confirmed.

１．はじめに

落石災害から道路交通網を守る落石防護工の 1 つである落石防護土堤は，現地発生土も利用可能である最も低コストな対策施設である．しかしながら，その耐衝撃挙動については十分に明らかにされておらず，耐衝撃設計法も確立されていないのが現状である．以上より，落石防護土堤の性能設計法の確立を最終目的として，本研究では落石防護土堤の耐衝撃挙動を把握するために，実規模落石防護土堤を対象に，有限要素法を用いた三次元弾塑性衝撃応答解析を実施した．ここでは，実規模衝突実験結果 [1]を基に，その耐衝撃挙動を適切に再現可能な数値解析モデルの構築を試みた．その後，重錘のかけ上がり挙動への影響要因の確認を目的に，法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比などを変化させてパラメトリック解析を実施した．

２．実験概要

Table 1 には本研究で対象とした実験 [1] のケース一覧を示している．実験ケース名に関して，第一項目は重錘の衝突位置（A, B, C）を，第二項目の M に付随する数値は重錘質量（t）を，第三項目は同ケースを実施した回数を表している．実験では，いずれのケースにおいても重錘が土堤の非衝突面側の法肩を越え，重錘が土堤を通過した．

Fig.1 には試験体図を，Fig.2 には実験状況を示している．本実験で対象とした土堤は一般的に製作されている形状を参考に，法勾配は 1:1.2，高さは 2 m，土堤延長方向を 18 m とした．正面図には全 5 ケースの重錘の衝突箇所を示している．なお，土堤材料には実験場周辺で採取可能な現地発生土である細粒分まじり砂質礫を使用した．また，実験は EOTA 型重錘を斜面勾配 50◦, 最大高さ 30 m から自由回転落下させ土堤に衝突させている．

Table 1 Test cases.

No.	Cases	Impact position	Mass of the weight M (t)	Drop height the weight H (m)	Drop-weight capture	
					Exp.	Ana.
1	A-M2.5-1	A	2.5	30	Passed through	
2	A-M2.5-2	A	2.5	30		
3	B-M1.9-1	B	1.9	25		
4	B-M1.9-2	B	1.9	22		
5	C-M1.9-1	C	1.9	22		

３．再現解析概要と結果

Fig.3 には本数値解析で用いた解析モデルを示している．

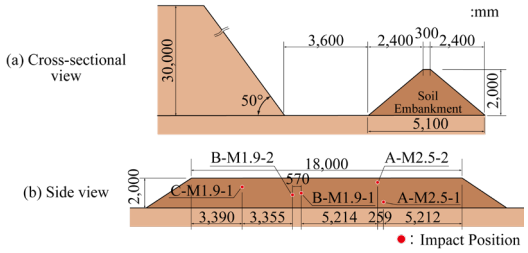


Fig. 1 Configuration of specimen.

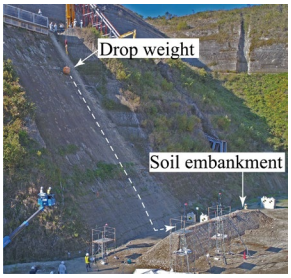


Fig. 2 Test situation.

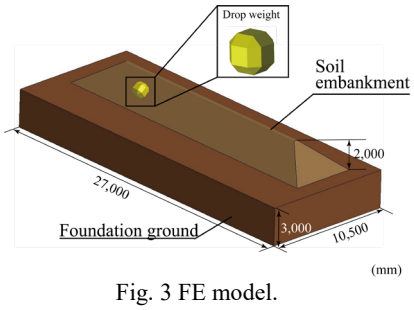


Fig. 3 FE model.

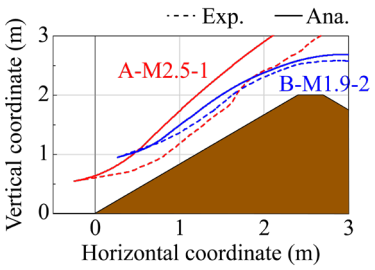


Fig. 4 Comparison of drop-weight path.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

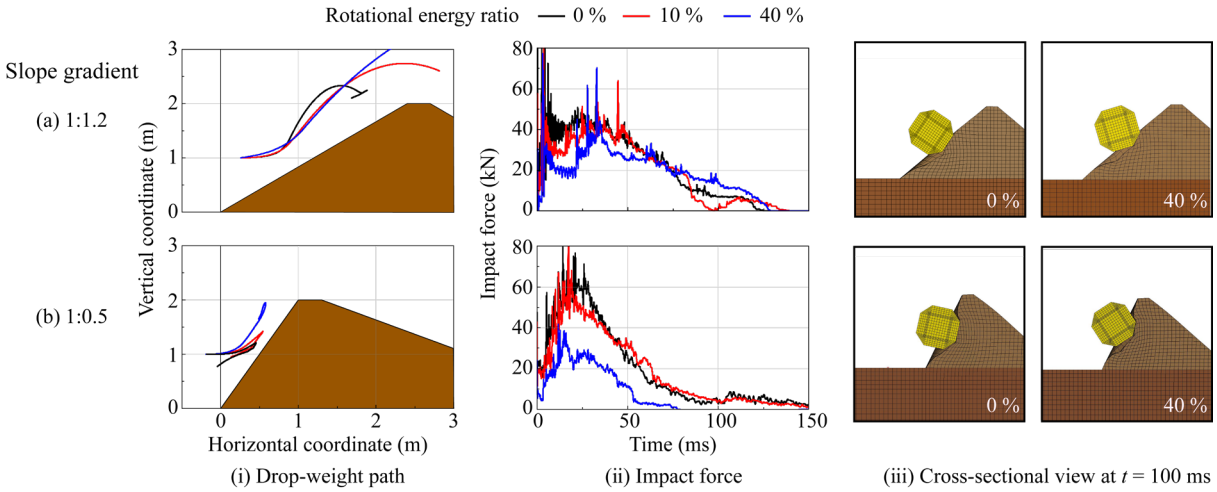


Fig. 6 Effects of rotational energy ratio and slope gradient.

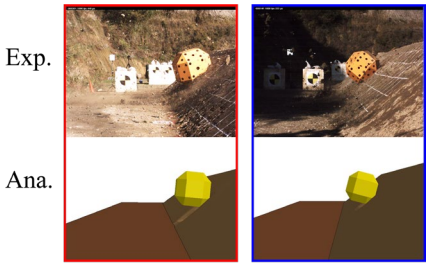


Fig. 5 Comparison of drop-weight impact behavior.

Table 2 Numerical analysis parameters.

Parameter	Values
Slope gradient	1:1.2, 1:0.5
Input energy (kJ)	100, 200, 300
Rotational energy ratio (%)	0, 10, 40
Impact angle (°)	0, 10, 20
Total number of cases	81

ここでは，土堤および基礎地盤までをモデル化することとし斜面は省略している．基礎地盤のモデル化の範囲に関しては，既往の研究結果 [1] 等を参考に土堤の耐衝撃挙動への影響が小さいと判断される程度のサイズを設定し，深さは 3 m とした．また，重錘を含む全ての材料に 8 節点固体要素を適用している．境界条件は，基礎地盤底面を完全固定とし，全側面の法線方向変位成分を拘束した．

重錘－土堤間には滑り・剥離を考慮した接触を定義し，予備解析より摩擦係数は 0.3 とした．衝撃荷重は，重錘を土堤に接する形で配置し，実験時における回転成分を含む実測衝突速度を重錘全要素に付加することで作用させた．なお，自重による影響を考慮し，スプリングバック解析を行った後に，衝撃応答解析を実施している．

Fig.4, Fig.5 には，本数値解析結果より得られた重錘軌跡図および重錘衝突後 100 ms 時点の土堤や重錘の状況を，実験結果と比較して示している．なお，一例として，ケース A-M2.5-1 および B-M1.9-2 の 2 ケースについて示した．Fig.4 より，ケース A-M2.5-1 に着目すると，破線で示す実験結果においては土堤にわずかに貫入した後，重錘はかけ上がっている様子が分かる．一方で，数値解析結果を見ると，貫入量に差はあるものの，実験結果と同様に土堤とほぼ平行に移動している様子が分かる．次に，B-M1.9-2 に着目すると，実験結果と数値解析結果は非常によく対応しており，いずれも土堤を乗り越えていることが確認できる．Fig.5 より，100 ms 時点の状況を確認すると，いずれのケースにおいても重錘の位置や土堤の変状が両者で概ね対応していることが分かる．なお，Table 1 に示す 5 ケースの再現解析を実施した結果，実験結果と同様にいずれも重錘の捕捉には至らなかった．

4．パラメトリック解析概要と結果

本節では，前節の数値解析手法を踏襲し，種々のパラメータを変化させたパラメトリック解析を実施した．Table 2 には，検討に用いたパラメータである法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比および衝突角度について，それぞれの値を一覧にして整理している．ここでは，これらを変化させた全 81 ケースの衝撃応答解析を実施した．なお，2.5 t の重錘を使用し，土堤の中央，高さ 1 m の位置に載荷した．また，本稿では一部の結果のみを示す．

Fig.6 には，法勾配を 2 種類に，かつ重錘の回転エネルギー比を 3 種類に変化させた計 6 ケースのパラメトリック解析より得られた重錘軌跡図, 重錘衝撃力および, 100 ms 時点の変形状況を示している．なお, 入力エネルギーは 200 kJ，衝突角度は 0◦ の結果である．(a) 図より，一般的な 1:1.2 勾配の場合を見ると，回転エネルギー比が 10 % 以上になると重錘が通過することが分かる．また，衝撃力を見ると，回転エネルギー比の増大に対応して 25 ~ 50 ms 間で示される平均衝撃力は小さくなる傾向が確認できる．(b) 図より，1:0.5 勾配の場合を見ると，いずれのケースにおいても勾配を急にしたことで重錘のかけ上がり挙動は抑制され、重錘を捕捉していることが分かる．

5．まとめ

1) 本数値解析モデルを用いることによって，実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動をほぼ適切に再現可能である．
2) パラメトリック解析より，回転エネルギー比が 40%程度の場合においても 1:0.5 勾配とすることによって重錘を捕捉できる可能性が示唆された．

参考文献

1) 杉山ら：落石捕捉性能把握に向けた実規模落石防護土堤の落体衝突実験，構造工学論文集，Vol. 67A，pp. 864-877，2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究
（シンポジウム講演概要）
Study on the Freezing Behavior of Soil Around U-Shaped Freezing Pipes
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

○大森　大夢（茨城大学・工）　小関　良佑（茨城大学・工）　松村　邦仁（茨城大学・工）
Hiromu Omori, Ibaraki University
Ryosuke Koseki, Ibaraki University
Kunihito Matsumura, Ibaraki University
E-mail: 22t1037x@vc.ibaraki.ac.jp

Soil freezing is the phenomenon where frozen soil forms as the pore water contained within the soil freezes. The properties of frozen soil are generally characterized by two main features: high strength and high impermeability. Due to these properties, artificially created frozen soil is sometimes utilized for applications such as frozen soil walls and ground reinforcement.
Building upon past geothermal research conducted in this laboratory, we will advance our investigation into the mechanisms of soil freezing through small-scale, preliminary experiments and analysis, focusing specifically on localized frozen ground phenomena.

１．序論
土壌凍土化とは，土壌内に含まれる間隙水が凍結することによって凍土が形成される現象である．凍土の持つ性質としては，一般的に高い強度と高い遮水性の大きく 2 つが挙げられる．凍土化することによる強度の増強は，温度低下によって土粒子同士をつないでいる間隙氷が強度を増すことで，凍土全体の強度を増強しているためである．また，高い遮水性を持つのは，間隙水の凍結による土壌内の流水経路の閉塞によるものである．これらの凍土の持つ性質から，凍土壁や地盤強化として人工的に凍土を造成させて利用されることがある．

そこで本研究では，当研究室で過去行われていた地中熱の研究を参考にして，局所的な凍土現象を対象に土壌凍土化のメカニズムを小規模で初歩的な実験と解析を通して研究を進めていく．

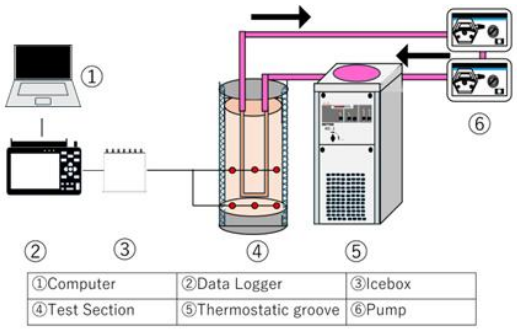
２．実験方法


Fig.1　Laboratory equipment configuration

Table.1　Temperature measurement point

測定点	名称	x[mm]	y[mm]	z[mm]	備考
Ch1	left_y43	45	40	81.75	左管近傍･下部
Ch2	right_y43	128.5	40	81.75	右管近傍･下部
Ch3	center_y43	86.75	40	81.75	中央･下部
Ch4	left_y156	45	153.5	81.75	左管近傍･上部
Ch5	right_y156	128.5	153.5	81.75	右管近傍･上部
Ch6	center_y156	86.75	153.5	81.75	中央･上部

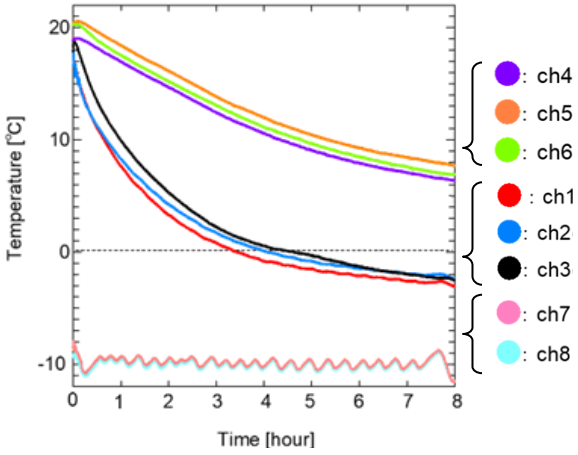
実験で用いる実験装置の概要図と温度測定点を Fig.1，Table.1 に示す．この実験装置はテストセクション，冷却システム，温度測定システムの 3 つのセクションから構成されている．テストセクションには供試体を充填させた円筒容器内に U 字型凍結管を設置し，冷却システムから供給される冷媒により凍結管の冷却を行う．温度測定システムには，供試体内部に埋設したk型熱電対とデータロガーから構成され，凍結過程における温度分布の時間変化を計測する．

３．実験結果
３.1.　温度変化
Fig.2 にブライン温度を-10℃として体積含水比を 0%（乾燥土壌），10%，20%の 3 つの条件で供試体の温度変化のグラフを示す．

どの条件での実験でも統一して言える傾向として， U 字管周り上部を計測した ch1，ch2，ch3 では冷却開始初期での温度低下が著しく指数関数的な温度変化が見られ，テストセクション内下部の U 字管の通っていない ch4，ch5，ch6 の測定点では，比較的に緩やかな温度変化が見られる．

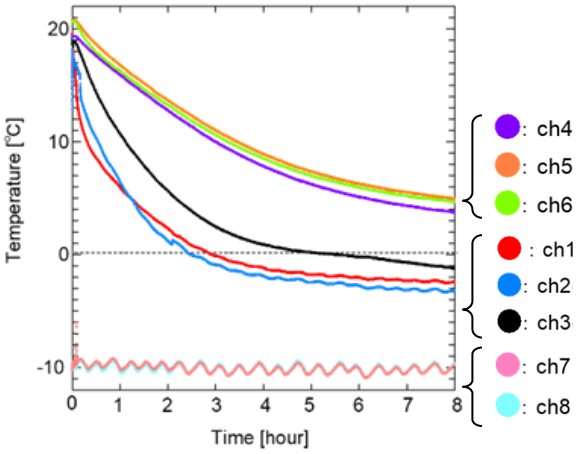
体積含水比 10%の実験結果では，U 字管中央を計測していた ch3 で冷却初期の温度勾配が激しくなり，U 字管近傍を計測していた ch1，ch2 との計測温度の差異が小さくなっており，テストセクションの下部でも温度勾配が大きくなった．また，ブライン温度が-10℃の条件で ch3 の測定点にて 0℃付近で，一時的な温度停滞が確認され，再度温度低下する現象が起きた．

体積含水比 20%の実験結果では，冷却開始から 1 時間程度のところで ch1 と ch2 の測定温度の逆転が見られた．また，ブライン温度が-10℃の条件での ch3 で含水比が 10%での結果と同様の一時的な温度停滞が確認された．



Volume water content 10%

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



Volume water content 20%

Fig.2　Temperature Change Graph

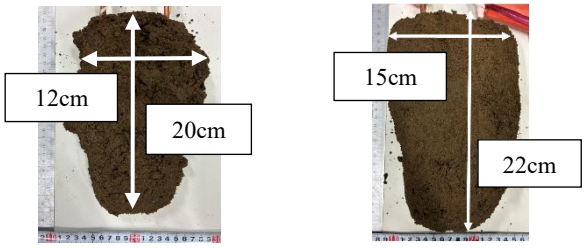
3.1.　凍土形状の観察

体積含水比 10%，ブライン温度-5℃の条件では，U 字管を中心とした円柱状に凍土が形成され，下部，左管周り，右管周りの順に大きくなった．

体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件では，他の条件で形成された凍土に比べて脆く，取り出す際に U 字管の外側の凍土が欠けてしまった．

ブライン温度-10℃での体積含水比 10%と体積含水比 20%では，U 字管周りに大きくひと塊に凍土形成が見られ，凍土壁が観察できた．

Fig.3 に体積含水比 20%のブライン温度-5℃，-10℃での形成された凍土形状を示す．



Brine temperature -5°C　　Brine temperature -10°C

Fig.3　Frozen soil formation at 20% volumetric water content

4.　解析モデル

本研究では，TRM，GCC，Power の異なる潜熱処理手法で解析を行い，それぞれの特性の比較検討を行った．本解析では，土壌内の間隙は液状水または氷で満たされていること，凍結による体積膨張等は無視すること，熱伝導率の違法性は考慮しないことなどの仮定をし，そのうえで以下の 3 次元熱伝導方程式を立てる．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}-L_f\rho_{ice}\frac{\partial \theta_{ice}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (1)$$

ここで，C_pは土壌の体積熱容量[J m⁻³ K⁻¹]，Tは温度[℃]，tは時間[s]，L_fは水の凍結潜熱[J/kg]，ρ_{ice}は氷の密度[kg/m]，θ_{ice}は体積含氷率[m³/m⁻³]，λは土壌の熱伝導率[W/mK]，x，y，zは直交座標の軸である．

GCC と Power では，式（1）から潜熱効果を見かけの体積熱容量C_aに組み込んだ形式で表すことで簡略化し，以下の式（2）で熱伝導方程式を表現し，これを解くことで絶対温度Tを導く．

$$C_a\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=\lambda\nabla^2 T \quad (2)$$

また，TRM では見かけの体積熱容量を用いず，潜熱項を除いた通常の熱伝導方程式を解き，その後に潜熱処理を行う．TRM における熱伝導方程式は次式で表される．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\nabla^2 T \quad (3)$$

5.　実験結果と解析結果の比較

Fig.4 に体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件での実験結果と GCC での解析結果を各チャンネルで比較をしたものを示す．

テストセクション下部を測定した y 43 の 3 地点では，実験開始時と実験終了時での実験値と解析値の温度差が小さいことが分かるが，実験中盤での温度差が比較的大きく見られた．また，0℃付近で見られる一時的な温度停滞が実験値と比べて解析値では短くなり，より急激に氷点下に移行する傾向がみられる．

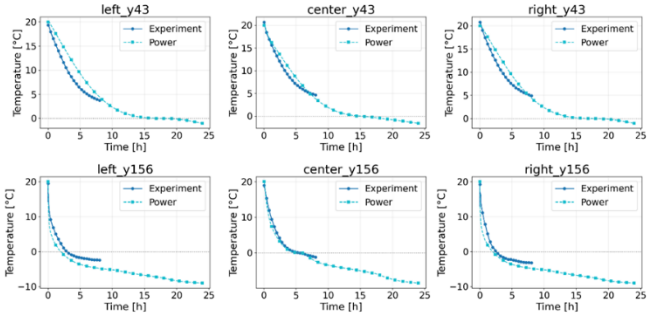


Fig.4　Comparison of experimental values and GCC (Freezer pipe temperature -10 [°C], volume moisture content 20 [%])

6.　結論

(1) 含水土壌条件にて土壌内の水分の相変化による 0℃付近での一時的な温度停滞が観測された．この温度停滞は土壌含水量が多いほど停滞時間が長くなることが分かった．この温度停滞の時間は冷却の進行を大きく阻害する要因であり，含水比の増加は冷却初期の速い温度低下を実現する一方で，温度停滞期の長時間化を生じるため，凍結進行が必ずしも迅速に進むとは限らない．

(2) 含水土壌内の水分量の増加によって，形成された凍土形状に不均一な歪さと脆弱さが見られた．含水量を増やすことで土壌内での氷化量が増加し，土壌の冷却温度が十分でないと土壌内の水分移動による含水量の偏りや水分の凍結による体積膨張，土粒子同士をつなぐ間隙氷の脆弱さ等の影響が大きくなり，土壌内の構造変化が生じると考えられる．

参考文献

[1] 含水土壌内の円管周りの凍結-種々のパラメータが凍結速度に及ぼす影響-，地盤工学ジャーナル，2008 年 5 月，vol.3，No.2，143-151

[2] 菊地駿，斎藤広隆，大石雅人 (2025): 潜熱処理の違いが飽和地盤凍結過程の数値解析に与える影響．土壌の物理性，No.159，pp.13-24.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a Coupled MPM-VOF Method Incorporating Seepage Characteristics of Unsaturated Soils (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西村　真衣（京都大・工）　　橋本　涼太（京都大・工）　　肥後　陽介（京都大・工）
Mai NISHIMURA, Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: ryota.hashimoto.6e@kyoto-u.ac.jp

To analyze large deformation of unsaturated ground, particularly failure phenomena coupled with the behavior of surface water, this study focuses on a coupled MPM-VOF method, which enables analysis of large deformation behavior of ground under the interaction between free-surface and seepage flow. This study extends MPM-VOF method to unsaturated soils incorporating seepage characteristics of unsaturated soils.

１．はじめに

不飽和地盤の大変形，特に地表水の挙動と連動した破壊現象を解析するため，自由表面流れと浸透流との相互作用下での地盤の大変形挙動が解析可能なMPM-VOF法[1](Fig. 1)に着目する．本研究ではこれに，土の不飽和浸透特性を導入して拡張することで，不飽和地盤における浸透・破壊現象を表現することを目的とする．

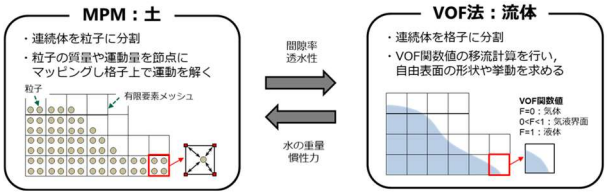


Fig. 1 Schematic figure of a coupled MPM-VOF method.

２．不飽和地盤の浸透特性を考慮したMPM-VOF法

本研究では，不飽和地盤の挙動を記述するにあたり混合体理論に基づく三相系の保存則を出発点とする．通常それらは固液簡易三相系，あるいは固気液三相系で各相の変数を明確に区別して解く．本研究では，不飽和浸透特性を考慮した非圧縮性流体の流れを VOF 法の枠組みで計算するにあたり，Carrillo ら[2]の方法を参考に，各相の流速と圧力を 1 変数場で扱い，気液相を同時に解く．このとき，支配方程式は固気液三相混合体の運動方程式，

$$(1-n)\rho_S\frac{D^S\boldsymbol{v}_S}{Dt}+n\rho_F\frac{D^F\boldsymbol{v}_F}{Dt} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'-\nabla\cdot p_F\boldsymbol{I}+(1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}}+n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \tag{1}$$

気液二相混合体の運動方程式（オイラー表示），

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F' = -\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu_F}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}} -\frac{n}{\rho_F}M^{-1}(\boldsymbol{v}_F'-n\boldsymbol{v}_S)+\frac{n}{\rho_F}\boldsymbol{F}_c \tag{2}$$

$$\boldsymbol{F}_C = M^{-1}\{M_L(1-S_r)-M_GS_r\}\nabla p_c-p_c\nabla S_r \tag{3}$$

$$M=\kappa_0\left(\frac{\kappa_L}{\mu_L}+\frac{\kappa_G}{\mu_G}\right)=M_L+M_G \tag{4}$$

三相混合体の連続式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}_F'+\nabla\cdot\big((1-n)\boldsymbol{v}_S\big)=0 \tag{5}$$

液相飽和度の移流方程式（液相の質量保存則）

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_rn\boldsymbol{v}_L)=0 \tag{6}$$

となる．ここに，下付き添字S，L，G，Fは固相，液相，気相，気液混合体の変数，ρは密度，nは間隙率，$\boldsymbol{v}$は速度，$\boldsymbol{\sigma}'$は有効応力，pは圧力（圧縮が正），$\bar{\boldsymbol{b}}$は重力加速度ベクトル，νは動粘性係数，S_rは液相飽和度，p_cはサクション，κ_0は浸透率，κ_Lとκ_Gは気液各相の相対浸透率である．サクションと相対浸透率はそれぞれ水分特性曲線モデルと不飽和透水係数モデルで飽和度と関連付ける．本定式化では，流体挙動は気液相の値を飽和度により重み付き平均した，(Darcy)流速$\boldsymbol{v}_F'=n\boldsymbol{v}_F$，平均圧力$p_F$を使って記述されており，毛管力$\boldsymbol{F}_c$はそれに伴い現れる項である．

また，平均流速を主たる未知数としている一方で，式(6)の液相飽和度の移流方程式には，液相単体の流速が含まれており，これを閉じる必要がある．本研究ではCarrillo ら[2]の方法にならい，式(6)を平均流速と液相の気相に対する相対流速$\boldsymbol{v}_r=\boldsymbol{v}_L-\boldsymbol{v}_G$を用いて書き換える．

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_r\boldsymbol{v}_F')+\nabla\cdot\{nS_r(1-S_r)\boldsymbol{v}_r\}=0 \tag{7}$$

相対流速$\boldsymbol{v}_r$は多孔質体中で気液各相の運動がDarcy則で近似できるという仮定のもと導出される次式で算出する．

$$\boldsymbol{v}_r=n^{-1}\Big[-\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)\nabla p_F +\Big(\frac{\rho_LM_L}{S_r}-\frac{\rho_GM_G}{1-S_r}\Big)\bar{\boldsymbol{b}} +\Big(M_L\frac{1-S_r}{S_r}+M_G\frac{S_r}{1-S_r}\Big)\nabla p_c -\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)p_c\nabla S_r\Big] \tag{8}$$

以上の支配方程式に基づき，式(1)の三相混合体の運動方程式はその弱形式をMaterial Point Method（MPM）で離散化し，式(2), (5), (6)は有限差分法（Finite Difference Method : FDM）で空間離散化し解く．流体挙動は移流項，粘性項，物体力項，毛管力項，抗力項，圧力勾配項を段階的に計算するフラクショナル・ステップ法を採用し解析する．各時間ステップにはまず，MPM粒子の配置を元にFDMの各セルの間隙率を計算し，流体計算を行う．その後，得られた流体の加速度，圧力，飽和度を使用してMPMの計算を実行する弱連成解析を行う．

なお，式(1)の固気液三相混合体の運動方程式は，不飽和浸透特性を考慮しない従来のMPM-VOF法で使われているものと同じであり，VOF法のみの修正によって不飽和地盤へと拡張することができる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の実装の検証

実装した不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の検証のため，Carrillo ら [2]と同条件で，気液相間の相対流速を考慮した多孔質中の二相流解析に関する二つの例題を計算した．

まずは，一方の相で満たされた多孔質体に一次元的に他方の相を一定流速で注入する Buckley-Leverett 問題で相対速度を考慮した VOF 関数の移流計算の妥当性を検証した．空気あるいは油で満たされた層に水を注入した際の時刻ごとの飽和度分布（Fig. 2）からは，開発したコードにより参照解とよく一致する結果が得られていることがわかる．

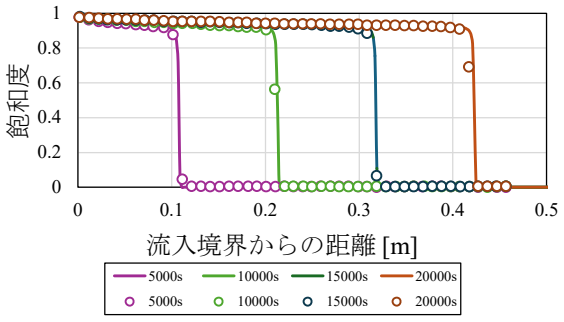
また，毛管力項を考慮した計算の妥当性を検証するため．自重条件下での平衡状態解析を行った．その結果．図 3 のような鉛直飽和度分布が得られ，参照解とよく一致した．

以上より，不飽和浸透特性を考慮した VOF 法が正しく実装できていることが確認された．

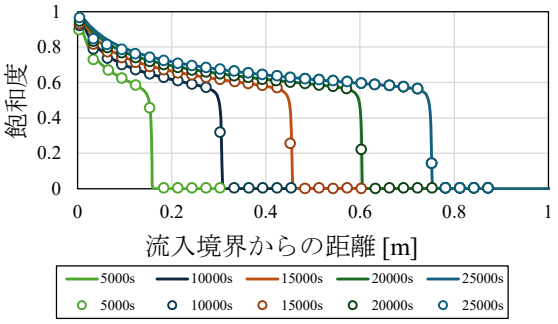
４．応用例：貯水池の水位低下による堤防の破壊問題

開発手法の，地盤の変形を生じるような問題への応用例として，Ceccato ら [3]の不飽和土－水連成 MPM での計算例を参考に，水位低下による盛土の破壊解析（図 4）を行った．自重条件下で水を解析領域左側から流出させて水位を下げた際の盛土の挙動を解析した．また，サクションの効果を検証するため，サクションを考慮する場合としない場合の 2 ケース実施した．

水位低下による有効応力の低下に起因し，いずれも図 5 のように盛土の破壊が生じた．サクションを考慮した場合，法肩で約 0.40m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.32m 変位した．一方で，サクションを考慮しない場合は法肩で約 0.65m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.65m の変位が発生し，より大きな変形を生じた．水位低下過程での盛土の不飽和化に伴うサクションの効果により，地盤の強度が増している様子を表現することができた．



(a)　Air-saturated reservoir (Brooks and Corey model).



(b) Oil-saturated reservoir (van Genuchten model).

Fig. 2 Progress of saturation profiles for Buckley-Leverett problem (Lines: MPM-VOF, Plots: reference).

５．まとめ

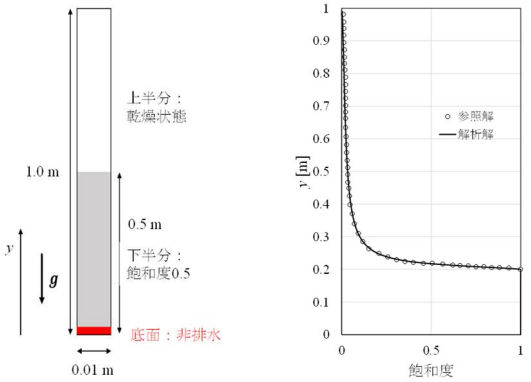
本研究では，MPM-VOF 法の不飽和地盤への拡張を行い，また，それを用いて，水位低下による不飽和化を伴う地盤の破壊現象を表現することができた．水位上昇等による飽和化を伴う地盤の破壊現象についても妥当性検証を行い，表現できるようにすることが今後の課題である．

６．謝辞

本研究は，日本学術振興会科学研究費補助金 国際共同研究加速基金（国際共同研究強化(A)）研究課題番号 21KK0254 の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

1) R. Hashimoto, R. Onakado and Y. Higo: A coupled MPM-VOF method for seepage failure of saturated ground, Proceedings of PARTICLES 2025, 2025.
2) F. J. Carrillo, I. C. Bourg and C. Soulaine: Multiphase flow modeling in multiscale porous media: An open-source micro- continuum approach, Journal of Computational Physics: X, 100073, 2020.
3) F. Ceccato, A. Yerro, V. Girardi and P. Simonini: Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil, Computers and Geotechnics, Vol.129, 2021.



(a) Initial condition.　　(b) Saturation profile at steady state.

Fig. 3 Equilibrium of gravity and capillary forces.

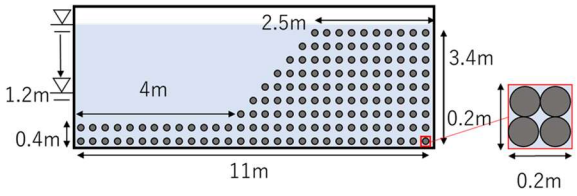
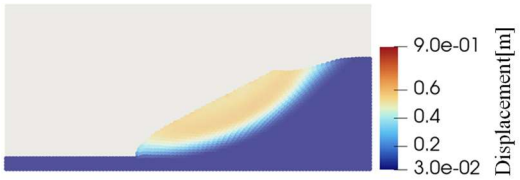
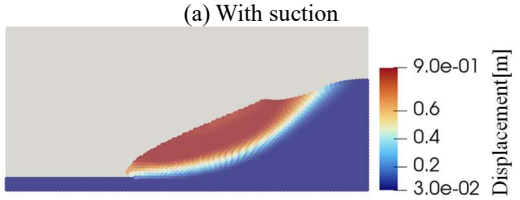


Fig. 4 Rapid drawdown problem of reservoir embankment.



(a) With suction



(b) Without suction

Fig. 5 Displacement magnitude profile at the final state.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

Experimental Evaluation of Debris Flow Impact Loads Acting on Permeable Block Dams (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

齋藤　和樹（防衛大・理工）　堀口　俊行（防衛大・理工）　井上　隆太（(一財)砂防・地すべりセンター）
Kazuki SAITO, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Ryuta INOUE, SABO & LANDSLIDE TECHNICAL CENTER
E-mail: ed24006@nda.ac.jp

This study investigates the influence of block gaps on debris-flow impact loads through model experiments. Two gap conditions were examined, and horizontal forces acting on the dam model were measured. Peak loads were similar regardless of gap size, whereas large gaps promoted drainage and reduced post-peak loads. The results indicate that while peak loads are comparable to those of closed dams, permeability significantly affects transitional and residual load components, providing a basis for load models that account for drainage effects.

１．緒　言

複合災害や地震後における土砂流出対策として応急対策工については，多くの知見が蓄積されてきたものの，構造安定性の観点から十分な検証がなされているとは言い難い．令和 6 年の能登半島地震では，河道閉塞への緊急対策としてコンクリートブロックを用いた堰堤（以下，ブロック堰堤）が設置された．ブロック堰堤の現行設計を見ると，ブロック堰堤を構造的に一体化した不透過型砂防堰堤(以下，不透過型）とみなし，土石流流体力，堆砂圧荷重および静水圧荷重を評価している [1]．しかしながら，ブロック堰堤は構造上ブロック間に僅かな間隙を有しており，不透過型とは透水性および内部拘束機構が異なる．このため，間隙の存在が土石流作用時の流体力や残留水圧分布に与える影響については十分に検討されていない．特に，設計上付加されている静水圧荷重が，透過性を有するブロック堰堤に対して妥当であるか否かについては明確な検証がなされていない．

そこで本研究では，ブロック間の排水条件が異なる 2 種類の堰堤模型を用い，土石流作用時に堰堤に生じる水平合力の時系列特性を実験的に計測する．さらに，作用荷重を衝突時, 遷移時, 準静的時に区分して評価することにより，透過性の有無が土石流作用荷重に与える影響を定量的に明らかにする．これにより，ブロック堰堤に対して静水圧荷重を設計上付加すべきか否かを検証し，透過性を考慮した設計荷重モデル構築に向けた基礎資料を整理する．

２．実験条件および概要

Fig.1 に示す実験水路は全長 4.5 m，幅 300 mm，高さ 500 mm の直線水路である．水路底面には，木製の底面粗度（高さ 0.5 cm，幅 1.0 cm，純間隔 2.0 cm）を配置した．河床勾配 θ は，石礫型土石流を想定し，$\theta = 15°$ に設定した．水路上流端には貯水タンクを設置し，ゲート操作により水を流下させる構造とした. Fig.2 に, ブロック堰堤を示す. Fig.2(a) に示す模型は ABS 樹脂を用いて 3D プリンタにより作製した．模型縮尺はフルード相似則に基づき 1/27.4 とした．実構造物におけるブロック重量を 4.0 t，コンクリートの単位体積質量を 2.3 t/m³と仮定すると，模型ブロックの相似重量は 194 g となる．なお，高さ方向に千鳥配置を再現するために，幅方向を縮小したブロック模型を用い，奇数段目の水路両端部に配置した．Fig.2(b)に堰堤模型を示す．堰堤模型は高さ方向に 6 段とし，流下方向に 1～2 段目は 3 個，3～6 段目は 2 個のブロックを配置した．間隙条件の違いを検討するため，水路幅方向に配置するブロック数を変更した 2 種類の模型を作製した．Fig.2(b),(c)に示す堰堤モデルはそれぞれ水路幅方向に 6 個と 5 個を配置し，TYPE_1（間隙小），TYPE_2（間隙大）と呼称する．

Fig.3 に荷重計測装置を示す．水路流下方向に設置した 2 本のリニアレール上に木製板を固定し，その上に堰堤模型を設置した．板下面の下流側に 100 N ロードセル 2 基を配置し，さらに堰堤後方に 100 N 分力計を設置した．堰堤模型に作用する水平合力は，2 基のロードセルと分力計の合計値とし，サンプリング周波数 1 kHz で取得した．

次に，土石流は比重 1.9 の固化石炭灰を用いた．礫径は 5-10 mm，10-15 mm，20-25 mm をそれぞれ 5.4 kg ずつ計 16.2 kg を使用した．土石流モデルは，礫モデルを水路上部に堆積させ, その後方のタンクに水を 13 L を貯水した後にゲートを解放し，定常流量 3.8 L/s を堰堤モデルに衝突する前まで通水した. なお, 実験ケースは土石流モデル 1 種類，堰堤モデル 2 種類の計 2 ケースを実施した．また，各ケースは 3 回実施した．

３．実験結果

３．１　荷重～時間関係

各条件について 3 回の実験を実施した．荷重の立ち上がり時刻を $t = 1.0$ s として整理し，波形の可読性向上のため 0.5 秒の移動平均処理を行った. TYPE_1 の最大荷重は 102.8～112.4 N であり，平均値は 107.8 N である．一方，TYPE_2 の最大荷重 103.9～105.8 N であり，平均値は 104.9 N であ

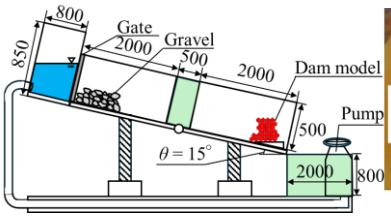
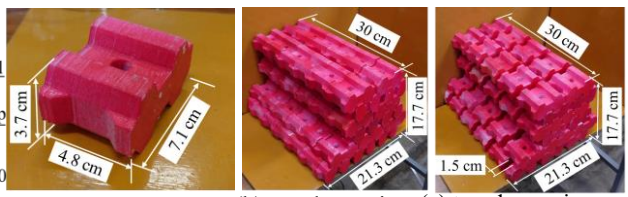


Fig. 1 Channel model



(a) Normal model　(b) top-down view (TYPE_1)　(c) top-down view (TYPE_2)

Fig. 2 Dam model

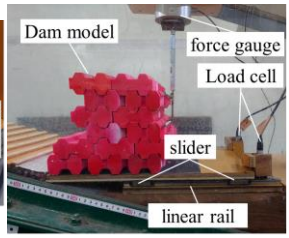


Fig. 3 Load measuring device

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 3.36 s

Fig. 5 Process of the debris flow（TYPE_1）



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 2.85 s

Fig. 6 Process of the debris flow（TYPE_2）

Table. 1 Maximum load and impulse for each phase

Dam model	Phase1			Phase2		Phase3	
	$F_{max,1}$	t_{p1}	$J_I = \int_{t_0}^{t_{p1}} F(t)\,dt$	$T_T = t_s - t_{p1}$	$J_T = \int_{t_{p1}}^{t_s} F(t)\,dt$	F_{QS}	$R = F_{QS}/F_{max}$
TYPE_1	116.7 N	1.23 s	20.2 N･s	2.13 s	174.5 N･s	81.0 N	69.4 %
TYPE_2	116.3 N	1.23 s	18.1 N･s	1.51 s	113.7 N･s	73.1 N	62.9 %

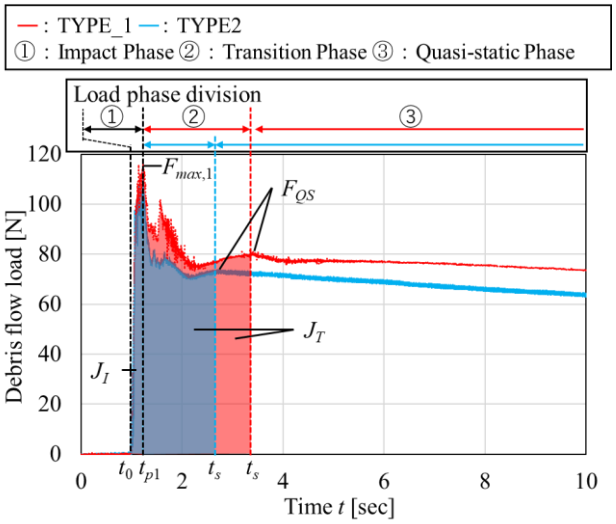


Fig. 7 Load time relation（TYPE_1,2）

る．したがって，最大荷重は間隙条件によらずほぼ同程度であることが確認された．一方，最大荷重到達後の荷重低減過程には両者で差異が認められ，TYPE_2 では TYPE_1 に比して早期に荷重が低減する傾向が確認された．この点については後節で詳述する．

３．２　衝突時の流動状況

Fig.5 および Fig.6 に，それぞれ TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースにおける衝突時の流動状況を示す．両ケースとも t = 1.23 s において堰堤天端付近まで礫が接触面を形成し，最上段ブロックを上方に変位させるようにして最大荷重が生起した．これは堰堤上流側に堰上げ背水が形成されたことを示している．

最大荷重発生後の挙動には明確な差異が確認された．TYPE_1 では越流が生起するものの，間隙からの顕著な透過の流れは確認されなかった．一方，TYPE_2 では越流が抑制され，ブロック間隙を透過した水が堰堤後方へ流出している様子が確認された．Fig.5(c)および Fig.6(c)に示す時刻では，水面形状が概ね安定し，それ以降に荷重の低減が進行していることが確認された．TYPE_2 では TYPE_1 に比して水面形状の安定が早く，荷重の低減も早期に生じる傾向が認められた．以上より，透過性が大きい場合には，最大荷重発生後に堰堤上流側の水位が早期に低下し，遷移時および準静的時における荷重が低減する可能性が示唆される．

３．３　各区分における荷重特性

Fig.7 に，TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースを比較した荷重～時間関係を示す．0～10 s に着目すると，両者とも 1.23 s において最大荷重に達しており，立ち上がり挙動および衝突時のピーク値に顕著な差は認められない．一方，最大荷重到達後の挙動には明確な差異が認められる．TYPE_1 では 1.6 s 付近で一時的な荷重再上昇が確認されるのに対し，TYPE_2 では再上昇は小さい．そこで本研究では荷重挙動を以下の 3 相に区分した．

Phase1(衝突時)：立ち上がり～最大荷重
Phase2(遷移時)：最大荷重後～荷重安定化
Phase3(準静的時)：荷重安定化以降

Phase 1 では，両者の挙動はほぼ一致しており，衝突的作用は間隙条件の影響を受けにくいことが示唆される．一方，Phase2 および Phase3 では TYPE_2 の荷重が TYPE_1 より小さく，透過性の違いが遷移過程および残留荷重に影響していることが確認された．

４．考　察

以下，各フェーズにおける荷重特性について考察する．Table.1 に，各フェーズの代表する荷重，継続時間および力積を示す．

1)Phase1（衝突時）

最大荷重 $F_{max,1}$ と立ち上がり時間 t_{p1} は，間隙条件によらずほぼ同一であった．一方，衝突時における力積 J_I は，間隙が大きい TYPE_2 の方が TYPE_1 に比して約 10%程度小さい結果となった．これは，衝突ピーク自体は礫群の慣性衝突に支配されるため間隙の影響を受けにくい一方で，衝突直後の荷重持続時間が透過の影響によりわずかに短縮された可能性を示唆している．

2) Phase 2（遷移時）

遷移時における力積 J_T は，TYPE_1 および TYPE_2 はそれぞれ 174.5 N･s，113.7 N･s となり，間隙が大きいほど力積が小さくなる結果が得られた．減少率は約 35%であり，Phase 1 に比して顕著な差が認められる．これは間隙の大きい場合，堰堤の透水性により上流水位が早期に低下し，作用荷重が減少するとともに，荷重が安定するまでの遷移持続時間 T_T が短縮されたためと考えられる．

3)Phase 3（準静的時）

準静的荷重 F_{QS} は TYPE_1 の方が TYPE_2 より大きく，残留率 $R = F_{QS}/F_{max,1}$ は，それぞれ 69.4 %と 62.9 %となった．この差は，Phase2 における上流水位の早期低下により，準静的状態における残留水圧成分が低減したことに起因する可能性がある．

５．結　言

本研究は，ブロック堰堤の間隙の大小が作用荷重に与える影響について模型実験により検討したものである．

1)荷重の立ち上がりおよび最大荷重は間隙条件によらずほぼ同じであった．一方，間隙が大きい場合には越流が抑制され，透過により上流水位が早期に低下することで，遷移過程の荷重が低減し，準静的な堆砂礫圧状態へ早期に収束する傾向が確認された．

2) 本実験条件の範囲では，衝突ピーク荷重は不透過型堰堤と同程度であることが示されたが，排水条件により遷移および残留成分が変化することから，設計荷重の取り扱いについては透過性を考慮した検討が必要である．

参考文献

1) 佐々木司，伊藤仁志，鷲見直樹：応急的に設置するコンクリートブロック積砂防堰堤の安定性に関する一考察，令和 6 年度砂防学会研究発表会概要集，p.117-118，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

Resistance mechanism of Concrete block dam models against Debris flow impact (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆太（砂防・地すべり技術センター）　香月　智（砂防・地すべり技術センター）　梶田　幸秀（九州大学・工）
Ryuta INOUE, Satoshi KATSUKI, Sabo and Landslide Technical Center
Yukihide KAJITA, Kyushu University
E-mail: inoue@stc.or.jp

This study investigates the deformation behavior of a concrete block dams subjected to debris-flow-induced forces and boulder impacts using the Distinct Element Method(DEM). Dam models using rectangular blocks and interlocking blocks were created and compared. The results indicate that, regardless of the type of external load, the ultimate limit state is characterized by separation of the dam into a resisting body and a residual body. But, the number of blocks constitution the resisting body is larger in the interlocking block type.

１．緒言

コンクリートブロックによる仮設堰堤の設計は, 全ブロックが剛結され一体構造として挙動するとの仮定のもと，不透過型コンクリート堰堤の設計手法 [1),2)]を準用して行っている．しかしながら，ブロック構造物に対してこの仮定が妥当であるかについて, 十分に検討した研究は見当たらない．そこで著者らは, ブロック堰堤の合理的な安定性照査法の検討を進めている．そこで本研究ではコンクリート堰堤に土石流が作用した際の土石流流体力と巨礫衝突による破壊メカニズムに着目し，両者の力学的相似性について個別要素法を用いて検討するものである．

２．解析要領

２．１ 照査項目

他の砂防堰堤との共通性を保つため照査すべき堤体の安全性照査項目を Table 1 に示す．Iの剛体安定性は，不透過型砂防堰堤に用いられるものである. IIの形状保持性とは, 鋼製砂防堰堤において付加して適用されているもので，あらゆる設計荷重状態に対して部材の連結を失うことなく初期形状，特にその高さを維持することをいう．

２．２ 解析手法

個別要素法は，要素間の接触状態を判定し，接触点に要素間のくい込み量に応じた接触力を与えて，要素毎の運動方程式を解き，要素の変位を求める手法である．

２．３ 解析モデル

(1) 個別ブロック要素モデル

個々の矩形ブロックモデルは, Fig.1 (a)に示すように上下面を 4 枚の三角形平面要素で，側面を 20 個の円柱形要素で，端部を 20 個の球形要素で構成する．これらは，相互の位置関係が変化しない集合体要素モデルであり矩形ブロックモデルと呼ぶ．Fig.1 (b)に示す突起ブロックモデルは, 円柱要素, 球形要素を 114 要素×4 か所＝全 456 要素で突起状に構成したものである．なお，個々のブロックの質量は，等しくなるように設定した．

(2) 堰堤モデル

個別ブロックモデルを積み上げて堰堤モデルを形成する．Table 3 及び Fig.2 に示すように, 側面平均勾配 S は, 下流面 1:0.5, 上流面 1:1.5 の非対称台形状に 3 段積層し，奥行きは通常の不透過型砂防堰堤の設計計算と同様に二次元化して 1.0 m (b_e)とした．また，ブロック堰堤の施工時に下流方向への滑動防止の

Table 1 Safety verification items of Sabo Dam.

Evaluation Items		Verification Items
I	Rigid-body stability	Bearing capacity, sliding, overturning(Middle-third criterion)
II	Shape stability	Interlayer sliding, Block assembly separation

Table 2 Block element dimension and weight.

Block type	Width ℓ_e(m)	Depth b_e(m)	Height h_e(m)	Weight (kN)	Protrusion Width ℓ_{ep}(m)	Protrusion Height h_{ep}(m)
Rectangular blocks	1.0	1.0	0.5	11		
Interlocking blocks	1.0	1.0	0.5	11	0.2	0.1

Table 3 Dimension of Sabo Dam model.

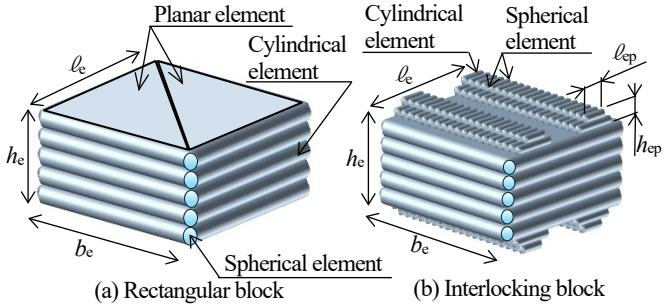
Bottom width ℓ_{BB}(m)	Top width ℓ_{BC}(m)	Dam height h_B(m)	Down-stream slope (S_d)	Up-stream slope (S_u)	Number of blocks	Gross weight (kN)
5.0	3.0	1.5	1:0.5	1:1.5	12	132.0

Table 4 Spring model parameters.

			Distinct block–distinct block	Distinct block–Concrete foundation
Normal direction spring coefficient K_n(N/m)			1.00E+07	1.00E+07
Shear spring	Spring coefficient K_s (N/m)		1.50E+05	1.50E+05
Shear spring	Coulomb friction	Adhesive strength Cs (C)	0.00E+00	0.00E+00
Shear spring	Coulomb friction	Friction coefficient μ(tanφ)	0.55E+00	0.70E+00

Table 5 Summary of analysis cases.

External load	Impact velocity (m/s)	Block type
Debris flow, Boulder	3.0, 5.0, 10.0, 15.0	Rectangular blocks・Interlocking blocks



(a) Rectangular block (b) Interlocking block

Fig. 1 Schematic diagram of the individual block model.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ため段差を設けた底版コンクリートとするので，基礎部には滑動防止の突起を設けた．

(3) 接触ばねモデル

要素間には，鉛直方向，およびせん断方向の接触ばねを設定した[3]．Table 4 に，個別ブロック要素間（Knc：法線方向，Ksc：せん断方向），個別ブロック−底面間（Knb：法線方向，Ksb：せん断方向）のばね係数を示す．

2．4 解析ケース

解析ケースは土石流区間の砂防堰堤の外力条件を想定して，土石流水深を 0.5m とした上で，流速を U=3.0,5.0,10.0,15.0m/s と 4 種類変化させ，堰堤モデルの最上段に作用させた．Table 5 に解析ケースを示す．同様に巨礫(質量 2.0 t)衝突についても，流速を 4 種類変化させて堰堤モデルの最上段の中央に衝突させた．外力を 2 種類，流速を 4 種類，堰堤モデルとして矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの 2 種類を組合せて 2×4×2=16 ケースとなった．解析結果の評価については，最大変形量(間隙量)が 0.05 m 以上を形状崩壊とした．

3．解析結果と考察

3．1 土石流流体力による影響

矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの最上段ブロックに 10 m/s 相当の土石流流体力を作用させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.3 に，突起モデルについて Fig.4 に示す．堰堤モデルに横方向の外力が作用すると，矩形ブロックでは，外力が直接作用する最上段の 3 ブロックのみが水平方向へ移動した．一方，突起ブロックでは，上段ブロックの突起が下段ブロックの突起と噛み合う構造となっているため，水平方向の力が下段ブロックへ伝達され，Fig.4 (a)に示すように 9 ブロックが一体となって抵抗する．流速 10 m/s 相当の場合，変形がさらに進行し，Fig.4 (b)に示すようにブロック群が持ち上がるように変形し，最終的に崩壊に至る．このとき外力に対して一体として抵抗するブロック群を「抵抗躯体 (Resisting body)」と定義し，抵抗に寄与しないブロック群を「残置躯体 (Residual body)」と定義した．矩形ブロック堰堤と突起ブロック堰堤では，抵抗躯体を構成するブロック数に明確な差が認められた．また，外力の作用位置や経過時間によっても抵抗躯体の構成ブロック数は変化することが確認された．

3．2 巨礫衝突による影響

同様に，質量 2.0 t の巨礫単体を 10 m/s で衝突させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.5 に，突起モデルについて Fig.6 に示す．巨礫衝突の場合も，変形過程は土石流流体力の場合と類似しており，形成される抵抗躯体を構成するブロック数は同一であった．ただし，土石流流体力の場合は荷重が継続的に作用するため，最終時刻歴においてブロックの積層状態が保持されない．一方，巨礫衝突の場合は衝突した後に巨礫が停止・離反するため，Fig.6 に示す変形が生じた後，ブロック配置は概ね初期状態に近い形へ復帰する傾向が認められた．

3．3 考察

Table 6 より、土石流流体力と巨礫衝突の破壊メカニズムには，高い相似性が見受けられる．ただし，矩形ブロックでは巨礫衝突の方がクリティカルであり，突起ブロックでは礫質量が 2.0 t において同等である．

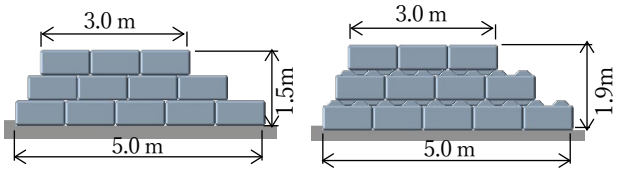
4．結言

本研究の成果を要約すると以下のようになる．

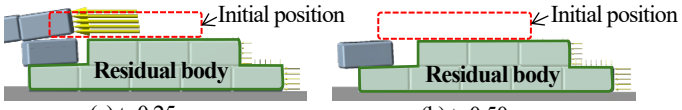
1) ブロック砂防堰堤モデルの最上段に土石流の横方向荷重が作用した場合の限界状態は，土石流外力に抵抗するブロック群(抵抗躯体)と抵抗しないブロック群(残置躯体)に 2 分割される．

2) 突起ブロック堰堤の場合，突起により横方向の外力が下段のブロックに伝達するため，矩形ブロック堰堤より抵抗力が大きくなる．

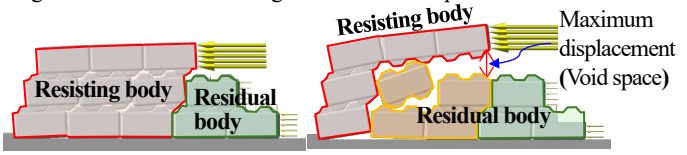
3) 土石流衝突として，連続的に作用する土石流流体力と巨礫 1 個の衝突力を比較した場合，巨礫衝突の方が小さい流速で限界状態となり，設計上クリティカルとなり得る．



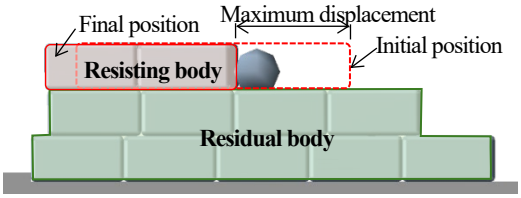
(a) Rectangular block dam model (b) Interlocking block dam model
Fig. 2 Schematic diagram of Sabo dam model.



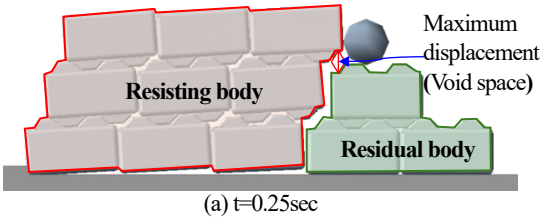
(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 3 Deformation of Rectangular block dam response to debris flow forces.



(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 4 Deformation of Interlocking block dam response to debris flow forces.



(a) t=1.00sec
Fig. 5 Deformation of Rectangular block dam response to boulder impact.



(a) t=0.25sec
Fig. 6 Deformation of Interlocking block dam response to boulder impact.

Table 6 Summary of analysis results.

Impact velocity (m/s)	Debris flow forces.		Boulder impact. (2.0t)	
	Rectangular block	Interlocking block	Rectangular block	Interlocking block
3.0	OK	OK	NG	OK
5.0	NG	OK	NG	OK
10.0	NG	NG	NG	NG
15.0	NG	NG	NG	NG

※OK:structural stability, NG:structural collapse

参考文献

1) 国土交通省国土技術政策総合研究所:土石流・流木対策設計技術指針解説 No.905, 2016
2) 社団法人全国治水砂防協会：改訂版砂防設計公式集(マニュアル), 1986
3) 井上, 香月, 志水, 三上, 栗原, 梶田:コンクリートブロック堰堤モデルの滑動・転倒安定性に関する個別要素法による検討, 令和 7 年度砂防学会研究発表会概要集, p.217-218, 2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Particle Rotation on Size Segregation of Binary Granular Mixtures in Rotating Drum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

堀口　俊行（防衛大・理工）　和田　孝志（鳥取大・工）　齋藤　和樹（防衛大・理工）
Toshiyuki Horigchi, National Defense Academy
E-mail: htoshi@nda.ac.jp

The study examines the role of particle rotation in size segregation of binary granular mixtures in a rotating drum using DEM. With rotational freedom, large particles migrate toward the surface and concentrate near the front, accompanied by significant lift-up energy and rolling-dominated contacts. When particle rotation is constrained, segregation is suppressed and sliding contacts prevail. These results indicate that particle rotation governs internal rearrangement and energy transfer, playing a key mechanical role in granular segregation.

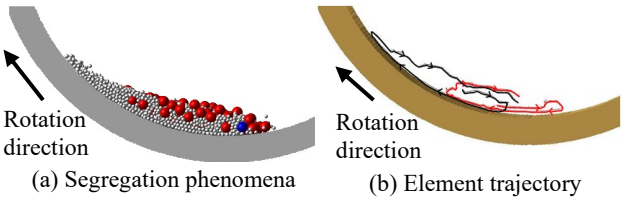
１．はじめに

土石流の内部構造を明らかにすることを目的として，これまで多様な構成則の研究が進められてきた．土石流の構成則には，水を主とした混相流として記述する体系と，乾燥粒子群を基礎とする体系の二つの枠組みが存在し，土砂濃度に応じてモデルを切り替えることで，巨視的挙動は概ね表現可能であることが示されている．しかし，これらの構成則は連続体力学と粒状体力学の概念を往復しながら構築されてきた経緯を有しており，その理論的基盤には未整理な点や力学的解釈の不明瞭さが残されている．

ところで，土石流を「粒々」の集合体として捉え，個々の粒子運動に基づいて現象を説明しようとする試みは古くから行われてきた [1]．これらの研究は不確実性を含みつつも力学的枠組みによって現象を整理し，実験結果や自然現象の解釈へと結び付けてきた．筆者らはこれまで 2 粒径混合状態における偏析問題の一つに粒子の回転の影響が大きな要因であるという仮説を示してきた [2]．しかしながら，粒子回転の影響がどのような力学量として整理されるのか，また既往の土石流の構成則 [1]の中でどの位置付けに相当するのかは明確ではない．そこで本研究は，個別要素法の結果に基づき，偏析時の粒子運動形態を詳細に検討するものである．特に，粒子に強制的な回転拘束を与えた条件との比較を通じて，回転自由度が偏析機構に及ぼす影響とその力学的要因を明らかにする．

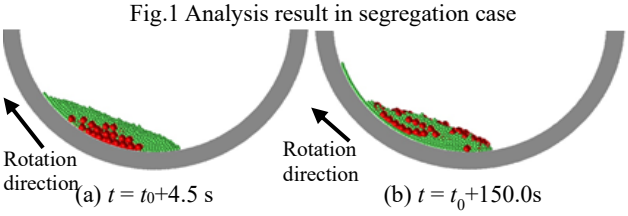
２．偏析の有無における解析結果の概要 [2]

本解析では，実験に基づき回転円筒実験を再現するため，円柱形要素を重ね合わせることで滑らかな底面を構築し，両側に壁面要素を設置して粒子の露出を防いだ．底面には，実験条件と整合するよう回転速度 0.8 m/s（16.6 rpm）となる回転を与えた．要素間の粘着力は考慮せず，礫間摩擦角 15°，礫と底面や円柱形要素間を 20°と設定した．初期配置は落下法により，二粒径混合条件では大粒径を先に堆積させ，その上に小粒径を配置することで実験と同様の初期構造を与えた．解析の結果，Fig.1(a)に示すように，二粒径混合状態において実験と同様に粒状群が形成され，大粒径が循環している粒状態の中央付近で浮き上がり，表層流に取り込まれて前方へ移動する偏析挙動が再現された（偏析条件）．Fig.1(b)に示すように，代表的な粒子軌跡からは両粒径とも時計回りの循環運動を示し，小粒径粒子の方がより広い範囲を循環することが確認された．その結果，小粒径



(a) Segregation phenomena　(b) Element trajectory

Fig.1 Analysis result in segregation case



(a) $t = t_0$+4.5 s　(b) $t = t_0$+150.0s

Fig.2 The phenomenon in no-segregation case

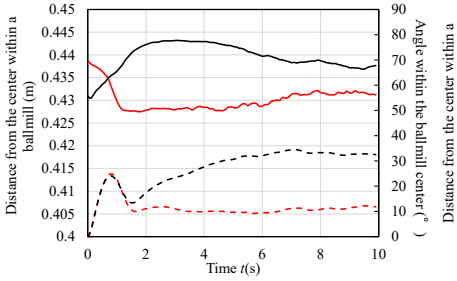
の循環運動によって大粒径が相対的に前方へ集中する構造が形成されることが示された．一方，実験観測より，粒子の回転自由度が重要に関与している可能性が示唆された．そこで，偏析が明瞭に再現された解析条件において，球形要素の回転自由度を拘束し，並進自由度のみを与えた解析（偏析が生じない条件）を実施した．その結果，Fig.2 に示すように大粒径は底面摩擦と釣り合うよう塊全体とともに後退するものの，要素間の配置変換はほとんど生じなかった．時間経過により塊形状は徐々に変化し，一部の大粒径が上層へ浮上する挙動は見られたが，循環運動が発生しにくいため先頭部へ移動することはなく，150 s ほど経過しても先頭集中する偏析が明瞭にわかるには至らなかった．

３　回転運動内の考察

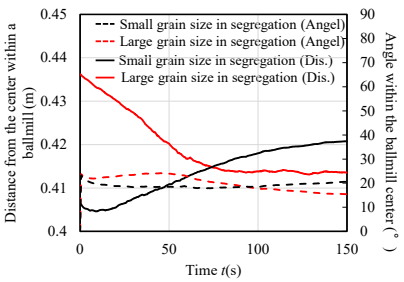
3.1　回転拘束における要素の平均位置と平均角度の影響

Fig.3(a)に示す偏析条件では，大粒径の平均位置は小粒径より常に回転円筒中心から遠い位置に分布していることが確認できる．本解析では円筒底面が 0.45 m に相当するため，大粒径の平均位置が 0.43 m 付近に推移していることは，大粒径が平均的に浅層側に集積していることを示している．また，要素の平均角度位置（点線）を見ると，0°が円筒底部に相当し，上方へ移動するほど角度が大きくなるので，初期段階では両粒径とも急激な変化を示す増加する．初期段階では両粒径とも急激な変化を示すが，その後小粒径は角度を大きくしながら外側へ分布を広げるのに対し，大粒径は比較的角度の小さい位置に留まる傾向が確認された．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Segregation case



(b) No-segregation case

Fig.3 Location and angle of large and small particles

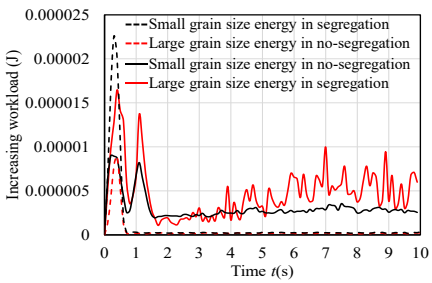


Fig.4 The increasing workload for large and small particles

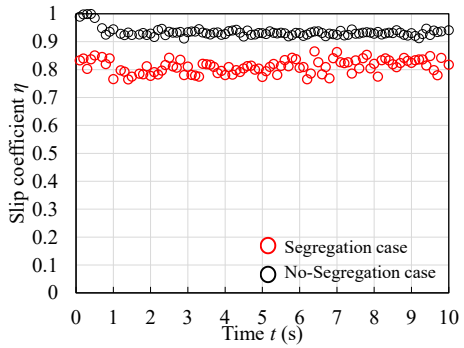


Fig.5 Comparative analysis of slip coefficient

これは，大粒径が浮き上がり効果により表層付近に保持され，流動に伴い前方へ輸送されているためと解釈できる．一方，Fig.3(b)に示す回転拘束条件では，大粒径が急激に浅層化する挙動は見られず，時間の経過とともに徐々に浅層へ移行する傾向を示した．さらに，約 100s 付近では，平均値として前縁集中に近い挙動が見られるものの，個々の要素挙動を確認すると，大粒径の明瞭な偏析は生じていないことが確認された．以上の結果より，粒子回転が許容される場合には，粒子間の再配列と循環構造が形成され，大粒径の浅層化および前縁集中が促進されると考えられる．

さらに，粒子の角度分布や前縁位置の解析結果を合わせて考察すると，大粒径は単に浅層へ移動するだけでなく，流動層の先頭部へ集中する傾向を示すことが分かった．これは，浅層の流れの早い領域に取り込まれた大粒径が循環運動を通じて前方へ輸送されるためであり，結果として「浅層化」と「前縁集中」が同時に進行する構造が形成されていることを示している．この挙動は回転自由度を拘束した解析では再現されなかった．

4.2 各要素の浮き上がりエネルギーの比較

Fig.4 に，偏析条件および回転拘束により偏析が生じない条件における大粒径・小粒径の浮き上がりエネルギーの時間変化を示す．偏析が生じた条件（実線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーが時間とともに大きく変動し，特に大粒径において顕著な増加が確認される．これは，大粒径が循環運動により繰返し持ち上げられ，浅層へ輸送されていることを示している．一方，回転自由度を拘束した条件（点線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーは殆ど発現しておらず，大粒径・小粒径ともにエネルギー変動は極めて小さい．この結果は，粒子回転が抑制されることで内部再配列および循環構造が形成されず，大粒径を持ち上げるためのエネルギー供給機構が機能していないことを示している．

以上より，大粒径の浅層化および前縁集中は，粒子回転を介して発現する浮き上がりエネルギーの生成に強く支配されていることが明らかとなった．

4.3 接触状態指標 η と偏析機構

接触状態を評価するため，接線力と法線力の比として，

$$\eta = \frac{|f_t|}{\mu f_n} \quad (1)$$

を用いて浅層せん断帯における分布を比較した．Fig.5 に示すように，偏析条件（赤）では，η は広い範囲に分布しており，摩擦限界に張り付く接触だけでなく，それより小さい値を取る接触も多く存在している．これは，粒子回転を伴うことで接触が転がり寄りとなり，接触点での拘束が緩和され，再配列が進行していることを示唆する．一方，回転自由度を拘束した偏析が生じない条件（黒）では，η は摩擦限界近傍に集中する傾向が見られる．これは，粒子が回転できないため，接触が滑り接触に近い状態となり，摩擦限界に張り付いた拘束的な接触が支配的になることを意味する．すなわち，接触点での自由度が減少し，粒子群内部の再配列が抑制されている．この違いは，浮き上がりエネルギーの発現の有無と整合している．回転自由度が存在する場合には，転がり接触を通じて粒子が上方へ持ち上げられ，内部循環が形成される．一方，回転が拘束されると，接触は主として滑りによって応答し，鉛直方向の再配列が生じにくい．その結果，大粒径の浮き上がりが抑制され，偏析が進行しない．よって，接触状態指標 η の分布変化は，粒状体の応力テンソルにおける接線応力成分の発現を変化させるものであり，回転自由度は有効摩擦係数の状態依存性を媒介する内部変数として機能している可能性がある．

5．結　言

本研究では，二粒径混合粒状体の回転円筒内偏析に対する粒子回転の影響を解析により検討した．

1)回転自由度を有する条件では，大粒径は浅層化するとともに前縁部へ集中する偏析構造が形成された．一方，回転を拘束するとこの挙動は再現されなかった．

2)偏析が生じる条件では大粒径の浮き上がりエネルギーが顕著に発現し，接触状態指標 η の分布からも転がり寄りの接触が増加していることが確認された．回転拘束条件ではこれらは認められず，滑り接触が支配的となり内部再配列が抑制された．

謝　辞：本研究は，令和 7 年度河川砂防技術研究開発公募砂防技術分野「土石流・河床変動解析手法の妥当性評価とそれに基づく高度化に関する研究」の助成を受けて行われた．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

1) 大同敦之：土石流の基礎的研究，京都大学大学院学位論文，1970
2) 堀口俊行，香月智，小川あずさ：回転円筒による 2 粒径混合粗粒材の偏析実験と個別要素法解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.72，No.1，pp.1-20，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

硬化過程および施工履歴を考慮した RBSM による コンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

Temperature Stress and Crack Propagation Analysis of Concrete Members Considering Hardening Process and Construction History Using RBSM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

村上　慧司朗（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Keijiro MURAKAMI,　Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO,　Hosei University
E-mail: keijiro.murakami.7s@stu.hosei.ac.jp

This study enhances an existing concrete thermal cracking analysis method—which already accounts for heat, moisture transfer, and hardening processes—using the 3D Rigid Body Spring Model. By refining the Solidification Model, the improved method was validated against Temperature Stress Testing Machine (TSTM) experiments, successfully reproducing the experimental values quantitatively. Furthermore, the method was extended to simulate multi-layer casting. For this stage construction analysis, the proposed method yielded qualitatively correct results, demonstrating its capability to evaluate complex thermal-mechanical interactions.

1.　はじめに

低レベル放射性廃棄物処分施設の低拡散層は，核種移行抑制を担う重要構造物である．大規模なマスコンクリートとなる本施設の施工では，水和発熱による温度ひび割れ制御が最重要課題となるが，微細なひび割れ進展を高精度に予測する手法は確立されていない．

そこで本研究では，コンクリートのひび割れリスクを定量的に評価可能な解析手法の開発を目的とし，以下の２点について検討を行った．

まず，著者ら[1)]が提案している，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM の温度応力，温度ひび割れ解析手法の妥当性確認を目的として，温度応力試験機（TSTM）による実験の再現解析を実施し，実験結果との比較を実施する．

さらに，温度応力および温度ひび割れの発生と進展を再現するためには，段階的なコンクリートの施工過程を再現することが必須であるが，前述の著者らの手法では，施工過程を考慮できていなかった．そこで本研究では，実構造物の施工プロセスに対応するため，リフトごとの打設や境界条件の更新を考慮可能な解析手法を新たに構築する．さらに，簡単な数値計算例により手法の検証を実施する．

2.　解析手法

本研究では，山本ら[2)]が提案したコンクリートを Voronoi 多面体要素の集合体として表現する三次元 RBSM(Fig.1)を用いた．要素界面に設定された垂直・せん断バネの構成則に基づき，ひび割れの発生・開口・進展を離散的に表現する．若材齢時の硬化過程の評価には，国枝らによって構築された Solidification Model（硬化モデル）を導入した(Fig.2)．これは，若材齢時のコンクリートを，時間の経過とともに無応力の硬化体が順次形成されるものと仮定し，その累積として全体の剛性を評価する手法である．

また，温度および水分移動の解析には，Voronoi 母点間を結ぶ Truss Network Model を用いた(Fig.3)．これにより，熱伝導および水分拡散方程式を解き，得られた温度・水分ひずみを RBSM の力学解析に連成させることで，温度ひび割れ解析を実現している．

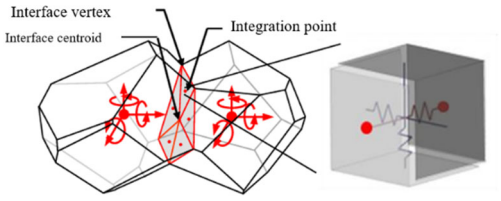


Fig.1 Voronoi tessellation, degrees of freedom of rigid elements,　and integration points

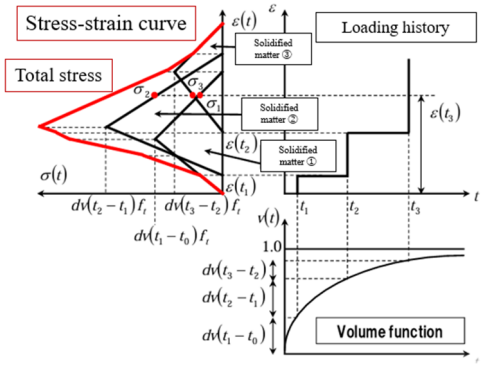


Fig.2 Schematic of the Solidification Model

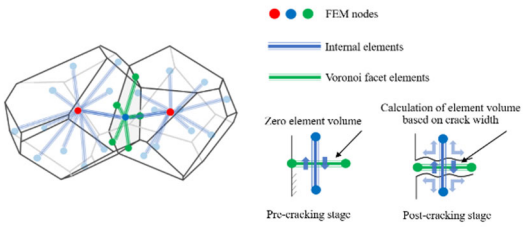


Fig.3 Outline of the coupled analysis method for moisture and heat transfer

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 解析手法の妥当性確認

本研究では，温度応力試験機（TSTM）実験のデータを対象とした解析を実施し，構築した解析モデルの妥当性確認を行った(Fig.4).

TSTM の再現解析を行った結果を，Fig.5 および Fig.6 に示す．提案モデルは実験で確認された打設初期の急激な応力緩和挙動，その後の引張応力の蓄積過程，ならびにひび割れ発生時期を高精度に再現した．これにより，提案する解析手法の妥当性が確認された．

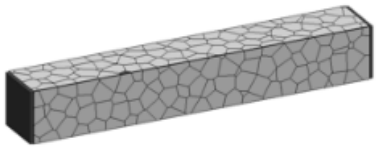


Fig.4 RBSM specimen model

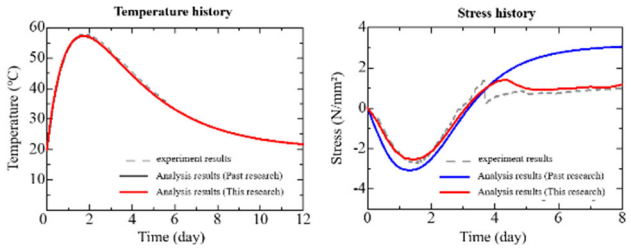


Fig.5 Analytical results: Temperature & Stress history

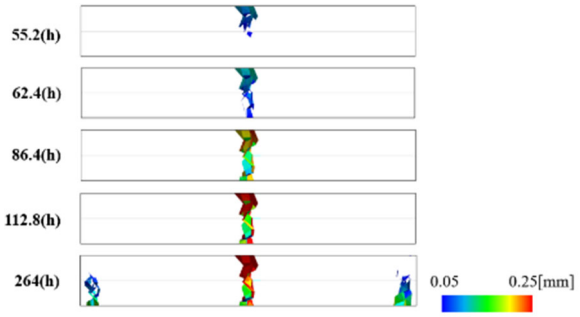


Fig.6 Crack propagation behavior

4. 施工段階解析手法の構築と検証

実構造物への適用を見据え，リフト施工に伴う解析領域の拡張および境界条件の更新を自動化する施工段階解析手法を開発し，その検証を行った．検証解析として，壁状部材（1000×300×100mm；長さ×高さ×厚さ）の二層打ち重ね解析(各リフト高さ 150mm)を実施した（Fig.7）．1 リフト目の打設から 14 日後に 2 リフト目を打設する工程を再現し，新旧コンクリート間の相互作用を評価した．

解析モデルを Fig.7 に，解析結果を Fig.8 および Fig.9 に示す．1 リフト目単独期間においては，底面拘束に起因する貫通ひび割れの発生と進展が確認された．特筆すべきは 2 リフト目打設直後の挙動であり，新設コンクリートの水和発熱が打ち継ぎ面を介して既設リフト（1 リフト目）へ伝導することで，既設リフトが再膨張（再昇温）し，発生していた引張応力が緩和され，ひび割れが閉合する現象が再現された．これらの結果より，開発した手法は，多層打設特有の熱伝導およびひび割れ挙動の変化を定性的に評価できることが確認された．

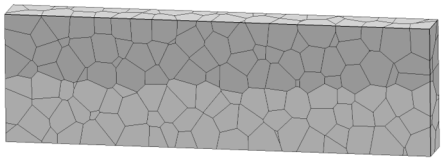


Fig.7 RBSM specimen model (Bottom: Lift 1, Top: Lift 2)

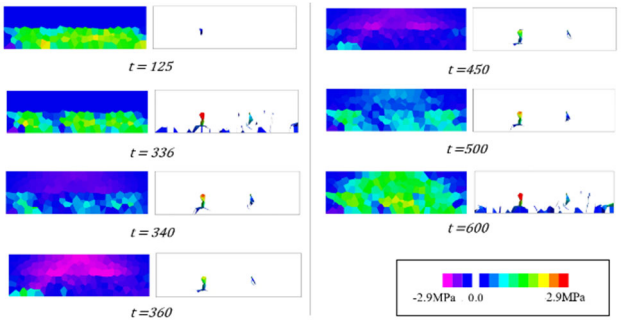


Fig.8 Evolution of stress distribution and crack patterns

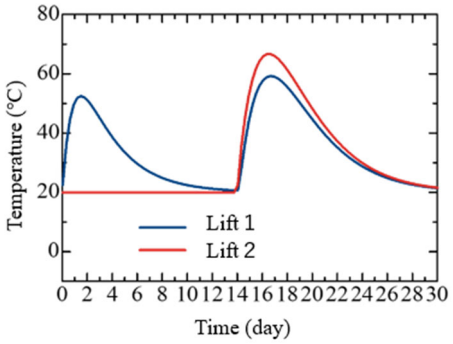


Fig.9 Temperature history of each lift

5. 結論

本研究では，硬化過程および施工履歴を考慮可能な三次元 RBSM 解析システムを開発した．

TSTM 実験との比較による妥当性確認では，コンクリートの温度ひび割れを高精度に再現できることを示し，解析手法の妥当性を確認した．

また，施工段階解析においては，新設リフトの発熱が既設リフトに与える熱・力学的影響等（再昇温による応力緩和等）を適切に表現可能であることを示した．

今後は，本解析手法の適用性をさらに高めるため，実際の低拡散層等を想定した実規模レベルのマスコンクリート構造物を対象とした解析を行い，実測データとの比較検証を行う必要がある．また，鉄筋要素をモデル内に導入し，鉄筋による拘束効果やひび割れ分散効果を含めた拡張解析を行うことで，低拡散層等の実構造物の設計・施工管理に資する解析技術としての確立を目指す．

参考文献

1) 杉本啓太，山本佳士，中村光，三浦泰人，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM による RC 部材のひび割れ進展挙動解析，土木学会年次学術講演会講演概要集，2016.9.
2) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：三次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

A Study of Shear Reinforcement Effects on Scabbing Failure of Concrete Plates Subjected to Projectile Impact(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

内山　拓也（防衛大・理工）　　別府　万寿博（防衛大・建設）
道上　剛幸（株式会社ケー・エフ・シー）
Takuya UCHIYAMA, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Takayuki MICHIGAMI, KFC Corporation
E-mail: beppu@nda.ac.jp

In this study, experimental and numerical investingations of shear reinforcement effects on the scabbing failure of concreate plate subjected to projectile impact were conducted. Numerical result was validated by comparing with test data, revealing that the shear reinforcement mitigated the scabbing failure of the concrete plate.

１．緒言

飛翔体が高速度でコンクリート板に衝突すると局部破壊が生じる．既往の研究によると，局部破壊は応力波の伝播や局所的なせん断変形によって発生することが知られている．これまでに，裏面剥離に対する補強あるいは剥離片の飛散抑制対策として，各種繊維補強コンクリートの適用およびポリウレア樹脂の塗布やシート状材料の裏面接着などが提案されている．一方で，せん断力に対する抵抗力を向上させる方法の一つとして，既設構造物へせん断補強筋を配置する方法が知られている．あと施工型せん断補強は，RC 部材のせん断耐力を 42%～171%増加させることが報告されている [1]．本研究は，局部破壊の一つである裏面剥離の抑制対策として，あと施工せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験および数値解析を行い，せん断補強の効果について考察したものである．

２．実験の概要および結果

実験は，高圧空気式飛翔体発射装置を使用した．本装置は，質量 50g～1000g の飛翔体を速度 100～500m/s で発射することができる．飛翔体は質量 300g，直径 25mm，長さ 90mm であり，先端形状は半球型である．衝突速度は約 150m/s に設定した．Fig.1 に，試験体の寸法を示す．コンクリートの圧縮強度は 38.7N/mm^2 であり，寸法は縦 500mm，横 500mm，厚さ 80mm である．用心鉄筋として，試験体の外周近傍に D10 鉄筋を配筋した．無補強コンクリート板およびあと施工型のせん断補強を施したコンクリート板を作製した．Fig.2 に，せん断補強筋の配置を示す．せん断補強筋として長さ 60mm の D10 鉄筋を使用し，かぶりを 20mm とした．せん断補強筋間隔は 35mm とし，挿入面を衝突面および裏面側に設けたケースを設定した．

Fig.3 に，表面および裏面の破壊性状を示す．図にはせん断補強筋なしのケースを N（No reinforcement），せん断補強筋の挿入面を衝突面側および裏面側に設けたケースをそれぞれ Case A および B として示している．破壊モードは裏面において剥離片が飛散した状態を裏面剥離，剥離片が飛散しない限界状態を裏面剥離限界とした。Case N は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔も生じた．Case A は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔は生じなかった．Case B は剥離片飛散が抑制され裏面剥離限界となり，孔は生じなかった．以上から，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制されることがわかる．

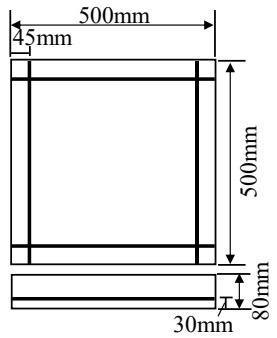


Fig.1 Test specimen

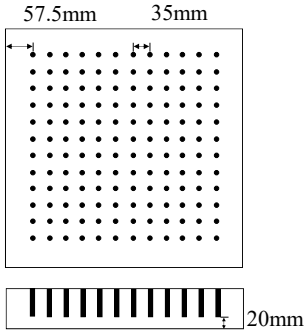


Fig.2 Shear reinforcement bars arrangement

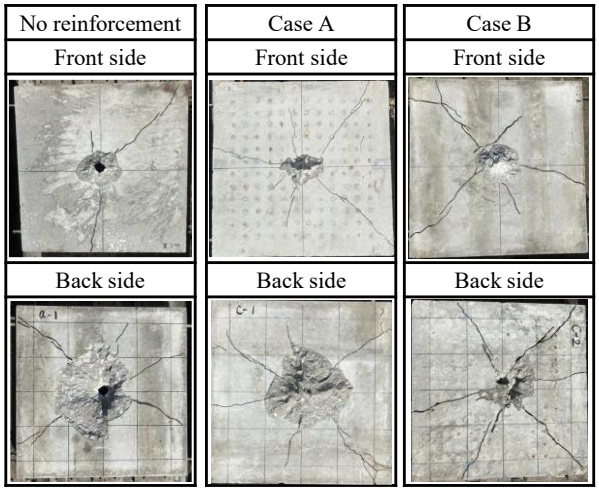


Fig.3 Failure state

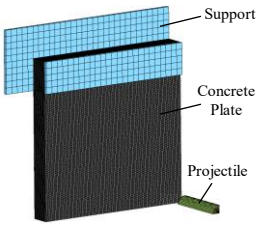


Fig.4 Numerical model

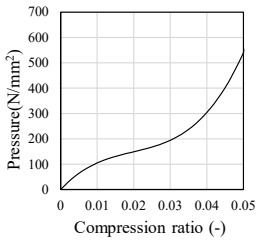


Fig.5 Pressure-compression ratio relationship

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

２．数値解析的検討

(1)　解析モデル

Fig.4 に，数値解析モデルを示す．計算時間の短縮を図るため，実験条件の対称性を考慮し 1/4 モデルを作成した．コンクリート板は 2.5mm×2.5mm×2.5mm の 8 節点 6 面体要素でモデル化し，支持具は 10mm×10mm 厚さ 5mm のシェル要素でモデル化した．鉄筋については要素長 2.5mm のはり要素でモデル化し，コンクリート要素の節点と共有して完全結合とした．境界条件としては，実験における支持具と試験体設置治具の節点を固定した．初期条件として，飛翔体の全節点に衝突速度を与えた．材料モデルについては伊東ら [2]によって提案された非線形動的コンクリートモデルを，松澤ら [3]が高度化した改良 CAPROUS モデルを使用した．Fig.5 に，圧力－圧縮率の関係を示す．Fig6 に初期降伏面，最大降伏面および残留降伏面の 3 つから成る降伏関数を，Fig7 に引張破壊に到達後の軟化挙動を示す引張軟化特性を示す．

(2)　数値解析結果

Fig.8 に，衝突後 20ms における表面および裏面の解析結果を示す．Case N では，裏面において放射状のひび割れと膨らみが確認された．Case A では裏面において放射状のひび割れと小さな膨らみが確認できた．Case B では裏面において放射状のひび割れが生じた．

応力波による局部破壊を評価するため，3 次元弾性波理論から求められる弾性波速度の算定式を以下に示す．

$$c=\sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)\rho}} \tag{1}$$

ここに，c はコンクリートの弾性波速度，E はヤング係数，ν はポアソン比，ρ は密度である．

3 次元弾性波理論によると，板厚 80mm において衝突によって生じた応力波は約 0.03ms で 1 往復する．断面に生じた損傷の進展を Fig.9 に示す．各ケースともに斜めひび割れは 0.1ms 以降に進展しており，応力波による破壊が支配的である可能性は小さいと考えられる．Case N では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できる．以降の時刻では，斜めひび割れが開口して裏面に到達した．Case A では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できたが，それ以降の時刻では斜めひび割れの開口は抑制された．Case B では，0.1ms の時点で斜めひび割れが生じたが，それ以降の時刻では斜めひび割れ方向の開口や進展は抑制された．また，斜めひび割れの角度が Case N に比べて急勾配になった．Fig.10 に，Case B におけるせん断補強筋のひずみ分布と時刻歴を示す．ひび割れが進展する近傍のせん断補強筋において部分的にひずみが発生している．図に示したせん断補強筋 B において，最大で 836 μ の引張ひずみが発生していることが確認できる．

以上より，挿入面を裏面側に設定したケースにおいて，裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

５．結言

本研究では，コンクリート板の裏面剥離の抑制対策として，あと施工型せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験を行うとともに数値解析を行って考察した．その結果，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制され，特に挿入面を裏面側に設置したケースの裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

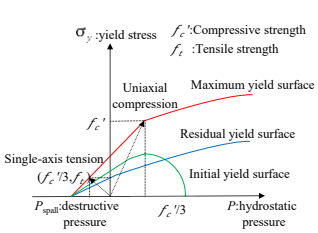


Fig.6 Yield function

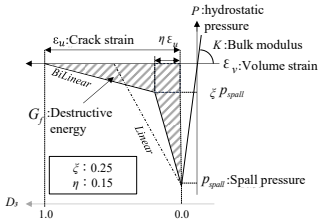


Fig.7 Tensile softening characteristics

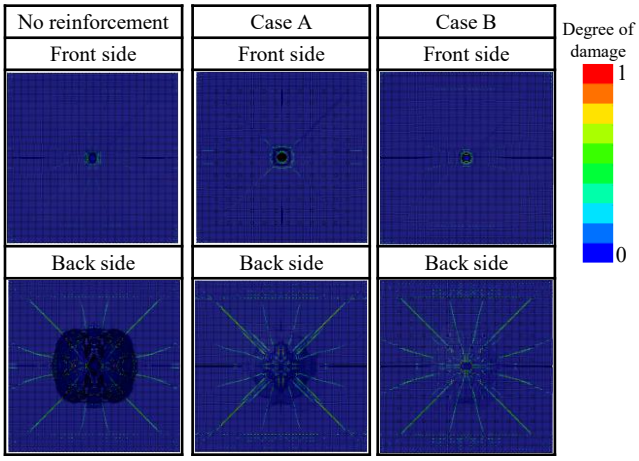


Fig.8 Fracture characteristics of the front and back surfaces

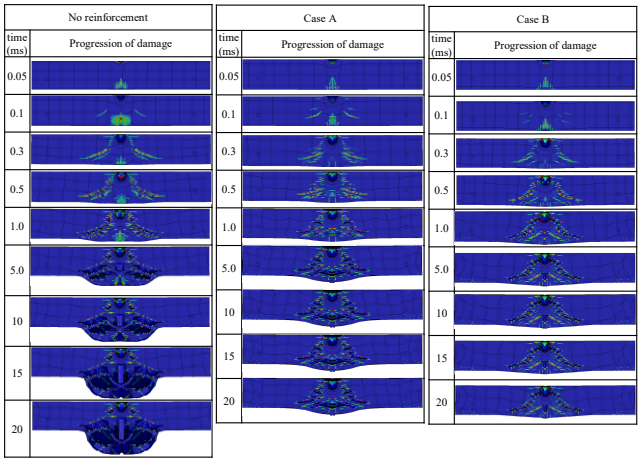


Fig.9 Failure progress in Cross-section

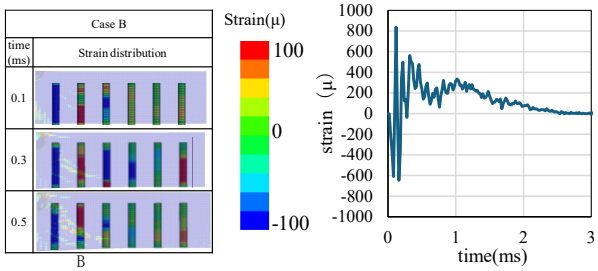


Fig.10 Strain time-history of shear reinforcement bar

参考文献

1)　一般財団法人土木研究センター：建設技術審査証明報告書あと施工型せん断補強用無機系モルタルカプセルおよびせん断補強筋「RMA」pp.285-345，2022

2)　伊東雅晴，別府万寿博，片山雅英：非線形動的コンクリート構成則 CAPROUS の開発と高速衝突解析への応用，土木学会第 10 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2010

3)　松澤遼，伊東雅晴，佐藤暁拓，大西慶弘，別府万寿博：低速から高速までの衝突を受けるコンクリート構造物の局部破壊解析に対する改良 CAPROUS モデルの適用性検討，構造工学論文集，Vol.70A，pp.964- 977，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会