2026年5月17日(日)

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

10:35 ~ 11:50 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 栞[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

14:45 ~ 16:00 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所　寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

A Method for Constructing a Multi-variate Normal Distribution Model for Soil Property Data Including Missing Values (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

河田　晃靖（東洋建設(株)・総合技術研究所）　　珠玖隆行（東京都市大学）
Kosei KAWATA, Technical Research Institute, Toyo Construction Co.,Ltd.
Takayuki SHUKU, Tokyo City University
E-mail: kawata-kosei@toyo-const.co.jp

In recent years, advanced spatial prediction methods combining large-scale geotechnical databases with complex models have gained attention. However, "black-box" estimation processes can hinder the engineering interpretability required in practical reliability-based design (RBD). Furthermore, heuristic approaches like bootstrap-based covariance estimation with ad-hoc regularization fail to fully propagate the uncertainties of missing data. To address these limitations, this study presents a mathematically rigorous fundamental Bayesian approach incorporating a Gibbs sampler with Data Augmentation under a single multivariate normal framework. By treating missing values as unknown parameters, the Gibbs sampler iteratively draws samples from the full conditional distributions of the mean vector, covariance matrix, and missing data. Rather than focusing on opaque model extensions, this paper explicitly demystifies the mathematical mechanics of the posterior updating process. We demonstrate how the estimated covariance matrix dynamically and transparently updates the mean and coefficient of variation of an unmeasured design parameter (e.g., unconfined compressive strength) given independent site-specific measurements (e.g., CPTU and index properties). This approach provides geotechnical engineers with a high degree of interpretability, theoretical strictness, and broad applicability to general geotechnical data.

１．はじめに

地盤や岩盤に関するデータベースを構築し，データを設計や施工に積極的に利用しようとする試みが，2010 年代より盛んになってきた[例えば 1)]．データベースを地盤工学実務で積極的に活用する場合には，データの可視化や構造化が重要な役割を果たす．ここで構造化とは，「データを扱いやすい統計モデルなどに縮約すること・データをモデル化すること」を意味する．

地盤工学におけるデータの構造化には，実用的な観点から多変量正規分布が一般的に用いられている．しかしながら，Phoon et al.[2)]が指摘するように，地盤のデータは欠損値を含むことが一般的であるため，いくつかの情報が欠損したデータセットに対しても機能する頑健なモデリングが必要となる．Ching and Phoon[1)]は，Johnson 変換[3)]を施した地盤パラメータに対して，bootstrap 法[4)]を用いて 2 つの地盤パラメータの相関係数を調べることで実用的な多変量正規分布モデルの構築方法を提案しており，地盤工学において広く用いられている．

統計の分野では，欠損データを含むデータセットに対して，マルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov Chain Monte Carlo Method，以降，MCMC とする）を用いて多変量正規分布を構築する方法が提案されている[例えば 5)]．この方法は Ching and Phoon の方法よりも理論的な一貫性があり，また MCMC によるサンプリングを行うだけでよいという簡便さがある．しかしながら，統計の分野で一般的に用いられている方法が地盤のデータに対して機能するかどうか十分な検証が必要となる．

そこで本研究では，欠損がありデータ量の不均一性が著しい地盤データに対する MCMC の適用性に関して，既存の方法との比較を通して議論する．

２．多変量正規分布モデルの構築法[1)]

本研究でデータの構造化に用いる多変量正規分布は，次式で与えられる．

$$N(\mathbf{z},\mathbf{C}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M|\mathbf{C}|}}\exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{z}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{z}\right) \qquad (1)$$

ここに，$\mathbf{z}$ は先述した地盤や岩盤のパラメータを Johnson 変換した後のパラメータベクトル，$\mathbf{C}$ は共分散行列を表す．上記モデルにおいて未知パラメータは共分散行列 $\mathbf{C}$ のみであるが，データベースに収録されているデータは多くの場合不完全データ（欠損値を含むデータ）であるため，単純な方法で共分散行列を計算することはできない．

Ching and Phoon[1)]らは欠損を含むデータに対して多変量正規分布モデルを構築する方法を提案しており，以下に手順の概略を示す．

Step 1: 全てのパラメータを Johnson 変換する。
Step 2: 2 つのパラメータに着目し，Bootstrap 法[3)]によるサンプリングを行う．得られたサンプルに対して共分散δ_{ij} を計算する．
Step 3: Bootstrap 法によって得られた 1000 個のδ_{ij} のサンプルの中央値を用いて仮の共分散行列 $\mathbf{C}_0$ を構成する
Step 4: 共分散行列が正則かどうかをチェックし，正則でなければ Step 3 に戻る．正則であればその $\mathbf{C}_0$ を共分散行列 $\mathbf{C}$ と定義する

上記の手順により，多変量正規分布モデルが確定し，種々の計算に利用することができる。なお，データを Johnson 変換しているため，実際の設計にモデルを利用する際は，パラメータの逆変換が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．MCMC を用いた多変量正規分布モデルの構築法

欠損の無い多変量のデータが与えられた場合，データから直接，平均値ベクトル$\boldsymbol{\mu}$と共分散行列$\boldsymbol{\Sigma}$を求めることができるが，それらのばらつきを評価したい場合には MCMC，その中でもとくに Gibbs sampler[6]が用いられることが多い．具体的には，$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$に対して以下で定義される共役な事前分布を設定し，条件付き確率から$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$をサンプリングする．

$$p(\boldsymbol{\mu}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |\boldsymbol{\Lambda}_0|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Lambda}_0^{-1} (\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)\right) \tag{2}$$

$$p(\boldsymbol{\Sigma}) = \left[2^{\nu_0 p/2} \pi^{\binom{p}{2}/2} |\mathbf{S}_0|^{-\nu_0/2} \prod_{j=1}^{p} \Gamma([\nu_0 + 1 - j]/2)\right]^{-1} \times |\boldsymbol{\Sigma}|^{-(\nu_0+p+1)/2} \times \exp\{-\mathrm{tr}(\mathbf{S}_0 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})/2\} \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{y}$ はパラメータベクトル，$\boldsymbol{\mu}_0$ と L0 は事前分布の平均値ベクトルと共分散行列を表す．また，ν_0，p，$\mathbf{S}_0$，Γはそれぞれ，自由度，データ数，$p \times p$ の scale matrix，ガンマ関数を表す．Gibbs sampler により多変量正規分布モデルを評価することができるが，上記の方法は欠損値の無い完全データに対してのみ適用できるため，欠損データに適用するための改良が必要となる．

データにランダムな欠損値が含まれている場合，データがサンプリングされる確率は，

$$\begin{aligned} p(o_i, \{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) &= p(o_i) \times p(\{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \\ &= \int \left\{ p(y_{i,1}, \ldots, y_{i,p} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \prod_{y_{i,j}:o_{i,j}=0} dy_{i,j} \right\} \end{aligned} \tag{4}$$

で与えられる．ここに，$o_{ij} = 1$ はデータ y_{ij} が観測されていることを表しており，$o_{ij} = 0$ は欠損していることを表している．データが無作為に欠測している場合，欠測データについて積分を行い，観測データの周辺確率を得ることで，欠損値を推定することができる．多変量正規モデルの特別な場合として, MCMC を用いてこの周辺確率を容易に求めることができる．

欠損のあるデータセットに対する Gibbs sampler を実装するための準備として，完全なデータセットを $\mathbf{y}$，計測データを $\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}$，欠損データを $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ と定義する．ここで推定したい事後分布は $p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}} | \mathbf{y}_{\mathrm{obs}})$であり, 以下の手順を繰り返すことで, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\Sigma}$, に加えて $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ も推定することができる．

1. $\boldsymbol{\mu}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s)})$からサンプリング
2. $\boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)})$からサンプリング
3. $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)})$からサンプリング

４．まとめ

本稿では，欠損があるデータセットに対する多変量正規分布モデルの構築方法に関して，既存の方法をレビューしつつ，MCMC を用いたアプローチに関して，その具体的方法を示した．本稿では紙面が限られているため，結果を示すことができなかったが，MCMC を用いた方法によって，簡便に多変量正規分布モデルを構築できることが明らかとなった．

地盤パラメータによっては観測できるデータ数に大きなばらつき（不均一性）が認められることもあり，これらが正規分布モデル推定に及ぼす影響や，適切な対処方法について数値実験を通して検証する予定である．

参考文献

1) Ching, J. and Phoon, K. K.: Modeling parameters of structured clays as a multivariate normal distribution, Canadian Geotechnical Journal, 49(5), 522–45, 2012.
2) Phoon, K.K., Ching, J., and Wang, Y.: Managing risk in geotechnical engineering – from data to digitalization. Proceedings, 7th International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR 2019), Taipei, Taiwan, 2019.
3) Johnson, N. L.: Systems of frequency curves generated by methods of translation. Biometrika, 36, 149-176, 1949.
4) Efron, B. and Tibshirani, R. J.: An Introduction to the Bootstrap, Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability, 456p, 1994.
5) Hoff, P.D.: A first course in Bayesian statistical methods, Springer, 270p, 2009.
6) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(6), 721–741, 1984.
7) Friedman, J.・Hastie, T.・Tibshirani, R. (2008): Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. Biostatistics, 9(3), 432-41.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察（シンポジウム講演概要）

A Consideration of deterioration models and rate of progression for road structures in cold regions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須藤 敦史（東北工大・工） 兼清 泰明（関西大・環境都市工） 丸山 収（東急建設㈱）佐藤 京（寒地土木研究所）
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Hiroaki KANEKIYO, Kansai University
Osamu MARUYAMA, Tokyu Construction
Takashi SATOH, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: atsu-sutoh@tohtech.ac.jp

This study is to conduct a unified deterioration assessment and future prediction for infrastructures in Hokkaido. The discrete damage assessment categories obtained from periodic inspections are converted into continuous deterioration assessment values and deterioration indices to grasp and predict the deterioration state of structures. Furthermore, the variability of these probability distributions, the characteristics of the tail, and the dual modes of deterioration transition rate are examined.

１．はじめに

現在，実施されている定期（近接目視）点検より得られる道路構造物（橋梁・トンネル・コンクリート構造物等）対する損傷度判定区分は Table1 の例に示す離散（レイティング）値であり，さらに管理する事業者により若干の差異があるため，統一的かつ正確な健全度の判定・診断が難しいのが現状である [1)など]．本研究では，北海道の道路構造物に対する定期点検より得られる損傷図や損傷度判定区分（離散値）から劣化評価値（連続値）や劣化指数（連続値）を求め，それら確率分布のばらつきと裾野部の特性および進展（遷移）速度の二重モードに関する検証と考察を行っている．

２．劣化特性値の連続（劣化評価値・劣化指数）変換

一般的なライサイクルマネジメント（LCM）では，構造物の供用期間における保有性能の時間的な劣化の遷移と補修・補強等との関係は，Fig.1 に示す連続的な概念で展開されている．著者らは定期点検結果および損傷図から連続的な劣化評価値（定義範囲:0.0～の実数値）を求め，さらに判定区分（4～5 区分）から，式(1)に示す連続的な劣化指数（定義範囲:0.0～1.0 の実数値）に変換している．

$$劣化指数=1/N\,\Sigma_i^N(判定区分_i \times Wf_i) \qquad (1)$$

それぞれの損傷度判定区分に応じた影響度（Wf_i）を乗じて連続的な劣化指数を求めている [2)など]．この劣化指数は健全な状態 1.0 から劣化進行に従って 0.0 に遷移する連続値となる．

さらに開発局と北海道が管理する道路構造物（函館地区）に対してそれぞれの劣化指数（簡易 BHI・簡易 THI・簡易 BOHI）を式(1)より求め（Fig.2 参照），それを統合することで対象地区の道路構造物に対する劣化評価も行える．

３．道路構造物における劣化評価値の確率分布の遷移

山岳トンネル（矢板工法）の覆工表面における損傷度判定区分における確率分布の遷移をそれぞれの経過(供用)年数（①15～30 年，②30～40 年，③40～50 年）毎に Fig.3(a)に示す．Fig.3(a)より，矢板工法の覆工表面における劣化評価値の平均とその分布は，明らかに正規分布ではなく左右非対称の分布形であり，中央値・最頻値が分布の左端に現れている．このような分布形は多くの自然現象で現れ（ベキ分布），確率分布の裾（テイル）部分の収束が非常に遅い

Table 1 Classification of road and bridge (Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Deterioration classification		State
I	healthy	There is no hindrance to the function of the road bridge
II	Preventive Maintenance Stage	A state in which the function of the bridge is not impeded, but it is desirable to take measures from the viewpoint of preventive maintenance.
III	Early Actions Stage	There is a possibility that the function of the bridge may be hindered, and measures should be taken as soon as possible
IV	Emergency Action Stage	The function of the bridge is impeded. or a condition that is extremely likely to occur and requires urgent action

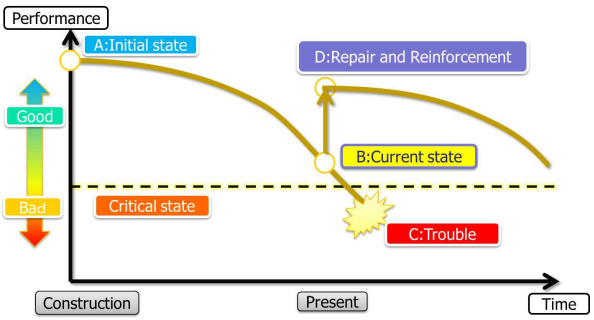


Fig. 1 The concept of life cycle costs

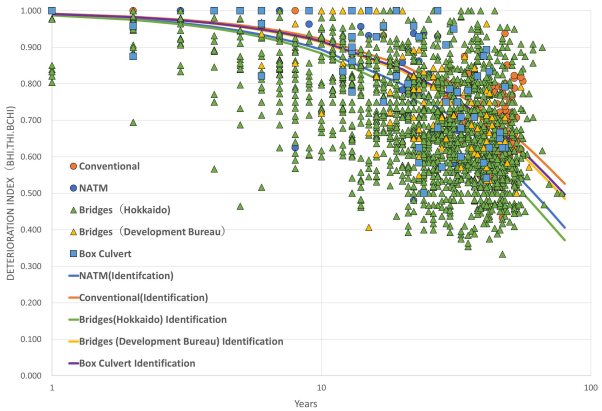


Fig.2 Road Structure Health Index in Hakodate Area

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

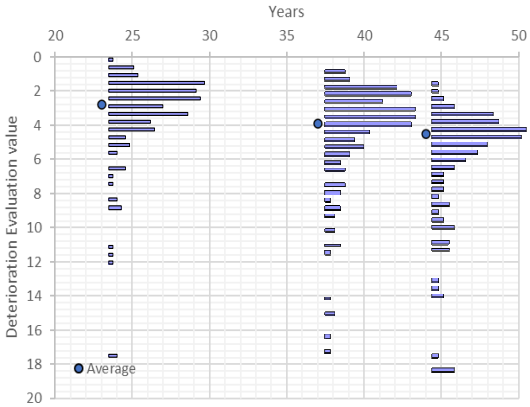


Fig.3(a) Distribution of deterioration assessment values (Conventional construction method)

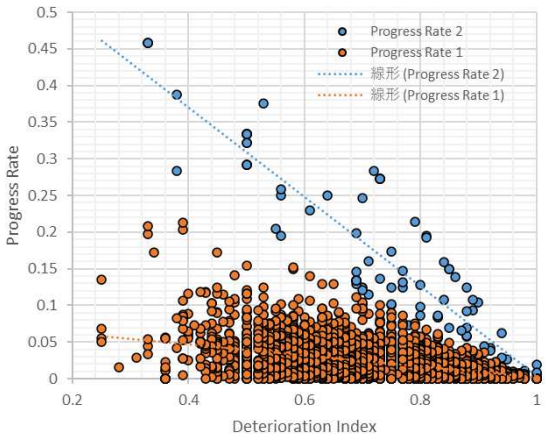


Fig.4 Deterioration index and progression rate in PC bridges

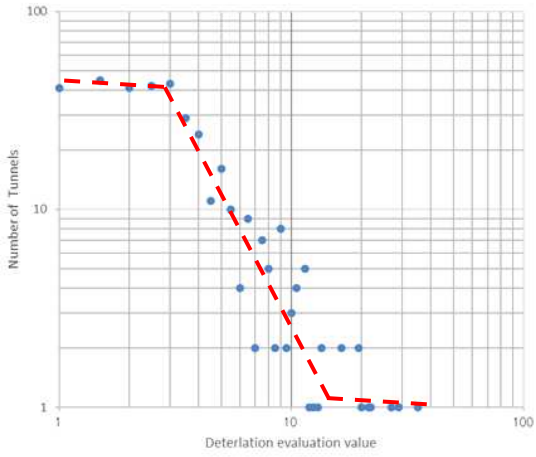


Fig3(b) Distribution of deterioration assessment values and years elapsed (Conventional construction method)

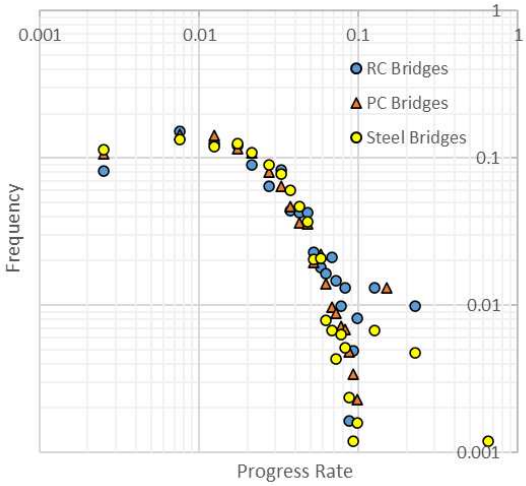


Fig.5 Distribution ratio of growth rate in bridges

（ロングテイル）分布であるため，分布形状の特定や同定が極めて困難な場合が多い．

加えて Fig.3(a)に示す劣化評価値の頻度と供用年数との関係を両対数で描くと Fig.3(b)に示すように直線で Z 形状（図中の近似では 2 つの勾配）になっている．

4．劣化指数の確率分布における二重モード性

コンクリート等は複合材料であることより，矢板工法の覆工においても劣化評価値の分布は，以下に示す式(2)～式(4) の二重モード分布として表される [3)など]．

$$f_X(x,y)=\Sigma^{2}_{i=1}\zeta_i\cdot f_X(x,t;\mu_i) \quad (2)$$

$$f_X(x,t;\mu)=e^{-\lambda t}/x\cdot\Sigma^{\infty}_{n=0}(\lambda t)^n/n!\cdot f^{n*}{}_w(\log x/x_0-\mu t) \quad (3)$$

$$f^{n*}{}_w(x)=(\rho w)^{n-1}/(n-1)!\cdot\rho e^{-\rho w} \quad (n=1,2,\cdots) \quad (4)$$

ここでμ_1，μ_2 は各モードでの平均進展抵抗，x_0は初期平均損傷度，λは雑音として導入されている複合Poisson過程の単位時間当たりの平均ジャンプ発生回数，ρ は複合Poisson 過程のジャンプの確率分布に関するパラメーター，ζ_1，ζ_2は各モードの分配比率，$\zeta_1+\zeta_2=1$であり，$f^{0*}{}_w$はデルタ関数となる．

このように，多くの材料や部材で構成される構造物では，比較的短時間で大きく成長する劣化現象が一定割合含まれていると考えられる．この点を明らかにするために劣化指数とその進展速度の関係をFig.4に示す．進展速度と劣化指数との間に比例関係が認められ，劣化指数は指数関数的な成長を示すことになる．さらにFig.5より，進展速度の遅い領域では，PC橋・RC橋・鋼橋とも同じ分布の比率構成を示しているが，進展速度の早い領域では，構造形式で分布比率のばらつきが大きい．

5. 結　論

劣化事象における進展速度の二重モードによって生じるロング・ヘヴィーテイルを示す確率分布は，維持管理や信頼性解析・リスク解析においてレベルの超過確率などに大きな影響を与えるため，確率分布がロング・ヘヴィーテイル特性を有するかどうかを把握しておくことは重要である．

参考文献

1) 建設省土木研究所：橋梁点検要領(案)，土木研究所資料，第 2651 号，1988.
2) 須藤敦史,佐藤京,兼清泰明,丸山収,西弘明: 寒冷地の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）における劣化特性とその分布について，土木学会 構造工学論文集，Vol.62A,pp.156-165, 2016.
3) 兼清泰明,丸山収,須藤敦史,佐藤京：寒冷地トンネル覆工コンクリートの損傷度確率分布のテイル特性に関する考察，日本材料学会 材料，Vol.65, No.4, pp.275-281, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

Utilization and implementation of damage assessment classification in the maintenance of cold region infrastructures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

禿　和英（㈱建設技術研究所）　須藤　敦史（東北工大・工）　佐藤　京（寒地土木研究所）
Kazuhide KAMURO, CTI Engineering Co., Ltd,
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Takashi SATO, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: kamuro@ctie.co.jp

In this study, in order to apply for the practice maintenance and management of infrastructure, the deterioration level of infrastructure is considered, based on the classification obtained from regular inspections. Finally, numerical examples are presented to demonstrate the usefulness of this identification and estimation method for infrastructure management System in cold regions (Hokkaido).

１．はじめに

我が国ではインフラに対する定期点検による健全度の判定は，Table1（山岳トンネル例）に示すように 4～5 段階のレイティング（離散）値が基本であるため，その解釈や利用等が難しく，加えて点検時期により判定基準が数回改定されており，経過年等を検討の軸とした長期にわたる一貫した劣化評価が非常に難しいのが現状である．

そこで本研究では，現状に即した維持管理の構築を目標として，まず，寒冷地（北海道）の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）の経過年数に伴って遷移する劣化過程（時間依存型マルコフ連鎖）モデルを用いて，実観測値から遷移確率行列の要素を同定し，さらに遷移確率図を作成して劣化特性の整理・検討および実装への考察を行っている．

２．時間依存型マルコフ連鎖モデルの同定

マルコフ連鎖モデル[例えば 1)]は，ある状態からつぎの状態への遷移過程モデルであり，ひとつ前の劣化評価の区分（状態）に依存する現象と考えられ，Fig.1 の例に示すように，Table1 の損傷度判定区分（ランク）に対するマルコフ遷移過程は，離散時間の経過に伴い，常にある確率 p_i で劣化する方向に遷移（1: Ⅰ⇒2: Ⅱb⇒2: Ⅱa⇒3: Ⅲ⇒4:Ⅳ）し，また確率 $1\text{-}p_i$ で停留する確率プロセスと考えられる．

このマルコフ連鎖モデルによる劣化（判定区分）の進展は，その状態や経過時間に依存して遷移するため，マルコフ連鎖における遷移確率行列の各要素は，時間経過とともに変化する値として，それらを実際の定期点検値より，数え上げ法[2)]で同定し，求めた判定区分の変動比率等により，対象物の劣化遷移および将来予測の可能性を検討する．

３．定期点検値より求めた山岳トンネルの遷移確率図

北海道開発局が管理する山岳トンネル（NATM:137，矢板工法:137 か所）に対して平成 18 年度～令和 2 年度における 14 回の定期点検結果で得られたトンネル覆工の損傷判定区分より，時間依存型（一定区間の定常性を仮定し，その区間の損傷度判定区分が時間経過に伴って遷移）マルコフ連鎖モデル[3)]に対する確率遷移行列の時間遷移を同定し，NATM と矢板工法の覆工における遷移推移図を求める．

札幌地区の NATM に対して供用初期から遷移時間間隔 4 年のトンネル覆工における遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.1 に示す．Fig.2.1 より，供用 19 年以降に補修・補強が施されている．ここで維持管理台帳を参考にして求めた補修・補強等を施さない場合の NATM 劣化遷移図

Table 1 Classification of road tunnel
(Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Judgment category		Judgment details
Ⅰ		A state in which no measures are required because there is no possibility of affecting users.
Ⅱ	Ⅱb	A condition that requires monitoring because it may affect users in the future.
	Ⅱa	Since there is a possibility that users will be affected in the future, this condition requires intensive monitoring and systematic measures from a preventive maintenance perspective.
Ⅲ		There is a high possibility that users will be affected sooner or later, so it is necessary to take measures early.
Ⅳ		A situation in which it is necessary to take urgent measures because there is a high possibility that users will be affected.

*1 "Emergency" in Judgment Category IV refers to situations ranging from situations where early measures need to be taken to situations where traffic cannot be reopened.

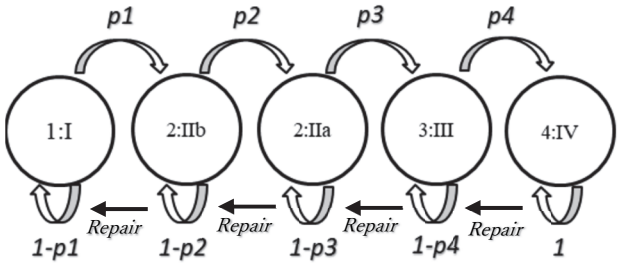


Fig. 1 Markov chain of tunnel deterioration

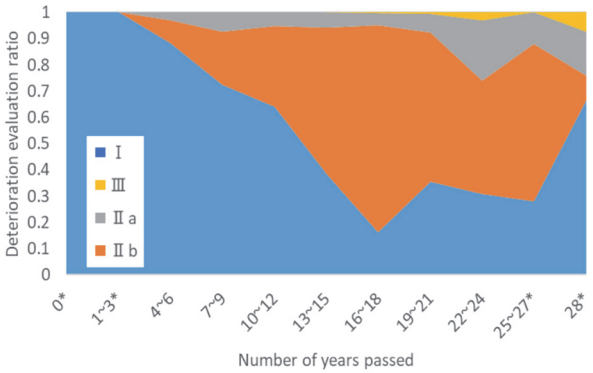


Fig.2.1 Transition probability in Sapporo area
(NATM 0 to 28 years of service)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

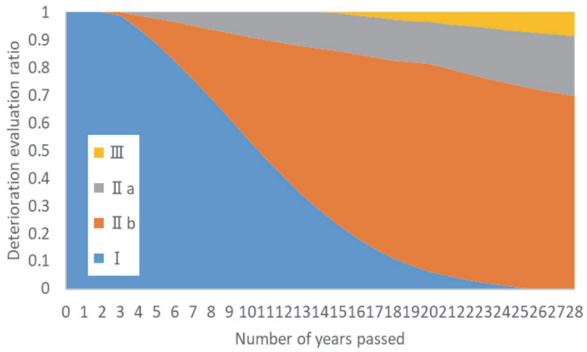


Fig.2.2 Transition probability in Sapporo area without repairs (NATM 0 to 28 years of service)

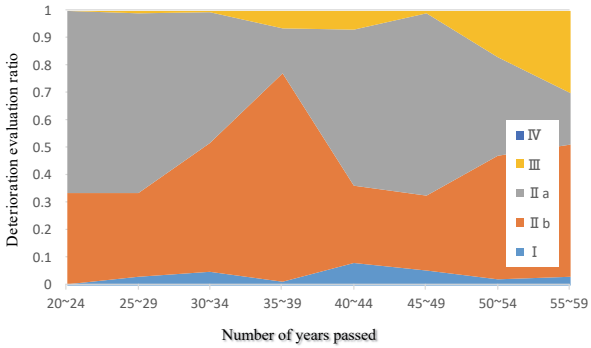


Fig.2.3 Transition probability in Otaru area (Conventional construction method 20 to 59 years of service)

Table 2 Classification of road bridge (Hokkaido Prefecture)

Judgment category	General situation
i	The damage is severe and may hinder traffic safety.
ii	The damage is extensive, and a detailed investigation is required to determine whether repairs or reinforcement are necessary.
iii	Damage is noted and continued observation is required.
iv	Damage must be recognized and its extent recorded.
OK	An inspection revealed no damage.

を Fig.2.2 に示す. 次に小樽地区の矢板工法に対して供用 20 年目から同様に遷移時間間隔 4 年におけるトンネル覆工の遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.3 に示す.

ここで矢板工法の山岳トンネルでは，供用年数約 20 年以前の覆工表面に対する点検記録は得られていない.

Fig.2 より，道内の各地区における NATM と矢板工法の覆工に対する劣化状況の把握や将来予測が可能になる.

4．定期点検値より求めた橋梁の遷移確率図

北海道が管理する歩道・自転車橋を含む橋梁（5,154 橋）に対する平成 14 年～平成 26 年度の定期点検記録から，PC 橋・RC 橋における主桁の遷移確率図（遷移間隔 5 年）同様の手法で求めたものを Fig.3.1-3.2 に示す．ここで北海道の橋梁における損傷度判定区分表を Table2 に示す.

Fig.3 より，橋梁の各部材における劣化状況の把握が可能であり，RC 橋では供用 5 年で補修・補強が施されている.

次に同様に鋼橋における床版の遷移確率図（遷移間隔 5 年）を求めたものを Fig.4 に示す．Fig.4 より，鋼橋の床版においても劣化状況の把握が可能であり，加えて RC 橋では供用 5 年程度で劣化の進行が顕著であることが判る.

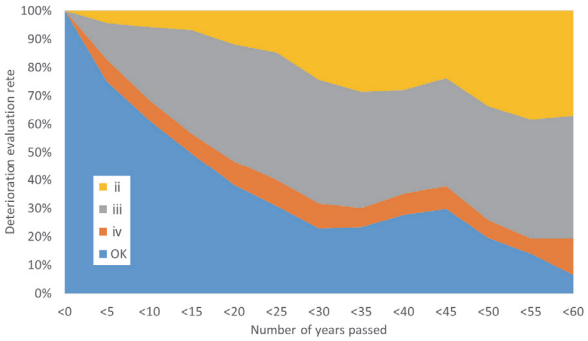


Fig.3.1 Transition probability (PC Bridge Main girder)

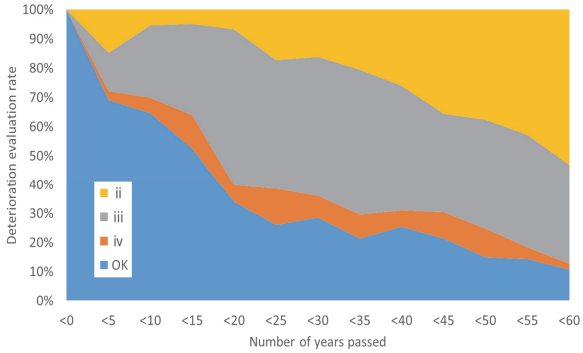


Fig.3.2 Transition probability (RC Bridge Main girder)

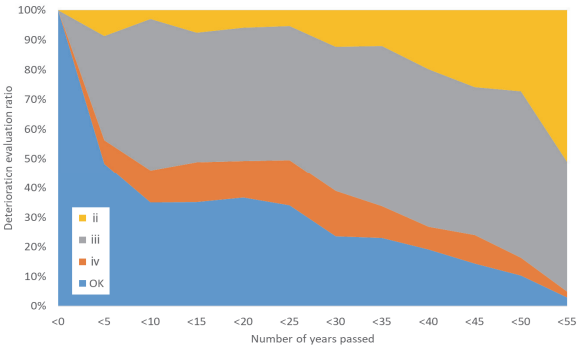


Fig.4. Transition probability (Steel Bridge floor slab)

5．結　論

本研究では，実際に得られる定期点検値（損傷度判定区分）から，時間依存型マルコフ連鎖モデルの採用により遷移確率行列が得られ，対象物における劣化の現状把握に対しての有効性が示された．加えて，遷移確率図を作成することにより，これら劣化状況の将来予測が可能になる.

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
2) 武山泰，嶋田洋一，福田正:マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破損評価システム，土木学会論文集，第 420 号，V-13，pp.135-141，1990.
3) 禿 和英，須藤 敦史，兼清 泰明，丸山 収: 寒冷地におけるトンネル覆工の経年劣化についての検討, 第 27 回応用力学シンポジウム，24001-05-02，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DIC データと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

Field estimation for Local Damage in Structural Members using DIC data and Surrogate Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　浩基（清水建設）　佐藤　開（清水建設）　山本　真哉（清水建設）　西尾　真由子（筑波大学）
Hiroki KAMDA, Shimizu Corporation
Kai SATO, Shimizu Corporation
Shinya YAMAMOTO, Shimizu Corporation
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp

Digital Image Correlation (DIC) provides dense full field strain data for identifying localized damage in structural members. In this study, a spatially heterogeneous thickness change field of a corroded steel plate under tensile loading is estimated by assimilating DIC strain data. Thickness parameters are defined on a grid in a 2D linear elastic model and updated using an Ensemble Kalman Filter (EnKF). To reduce computational cost, a Fourier Neural Operator surrogate replaces repeated ensemble simulations. Numerical tests show that higher observation density improves accuracy and reduces uncertainty, while higher noise degrades both. Estimation based on the measured DIC data capture the overall thinning trend but reveal modeling limitations.

１．はじめに

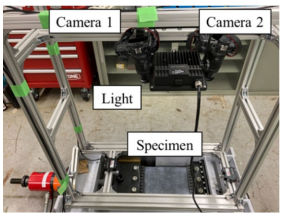
デジタル画像相関法（DIC）は高密度なデータ取得が可能であるため，この利点を生かして構造部材の局所的な変状を捉えることが可能である．さらに，DI C データを観測データとして逆解析を行うことで，ひずみゲージ計測などの空間的に疎な観測データでは困難な局所領域を対象とした状態推定への応用が期待される．いくつかの既往研究ではDICデータを用いた構造物のパラメータ推定が行われているが，上述のような DIC の高解像度のメリットを示したものは少ない．Sato and Nishio[1)]は局部損傷をもつ構造部材を対象としてDICデータを用いた荷重耐荷力の不確かさ定量化とデータ同化を行い，観測点数の増加に伴い領域全体で均質，または 2 か所に分けた領域内で均質な推定パラメータの不確かさが減少する傾向を確認した．また局所的な損傷の推定と残存性能の評価が可能であることを示した．本研究では，推定対象を空間的に非均質なパラメータへと拡張し，DIC データの有効性を示すことを目的とする．

２．問題設定

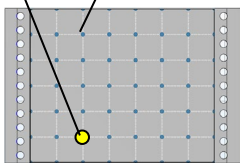
本研究では構造部材を模擬した Fig. 1(a)のような鋼板供試体の引張り試験を対象とする．DIC により得られた相当ひずみ分布を観測データとし，腐食した鋼板の板厚分布を推定する逆問題を設定する．試験の詳細は文献 [1)]を参照されたい. Fig. 1(b)に示す線形弾性体を仮定した二次元数値解析モデルの領域内をグリッド状に離散化して板厚の代表値 t_i を設定し，データ同化手法の一つであるアンサンブルカルマンフィルタ（EnKF）により観測データを再現する板厚分布を推定する. なお, EnKF の実装は pyPDAF[2)]を用いる．EnKF による推定では不確実性の表現のため，膨大なアンサンブル解析を行う必要がある．本研究では Fourier Neural Operator[3)]に基づく代理モデルを構築し，これと観測データより同化を行う．板厚の事前確率分布は文献 [1)]を参考に，2.9mm-3.2mm の一様分布を設定する. 簡単のため板厚以外の推定変数は省略する．

３．数値実験用の観測データを用いた性質把握

数値実験的にDIC観測データを様々な観測ノイズ設定のもと作成し，非均質な板厚の推定を実施した．観測点数はグリッドの粗密を変更した 4 種類を設定した．各観測技術の精度をもとに，観測ノイズ 1%はひずみゲージによる計測, 観測ノイズ 5%から 20%はDICによる計測を想定した．



(a) Tensile test setup[1)]



(b) 2D Analysis model

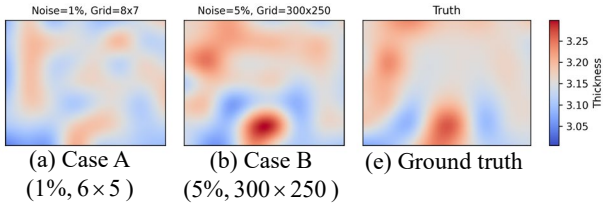
Fig. 1 Experimental and analysis setup

Table 1 Posterior distribution of t_i at point A. Cells show mean error (posterior mean minus truth) [posterior standard deviation].

Noise	Number of observations 6×5	30×25	90×75	300×250
Prior	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]
1%	0.03[0.08]	0.01[0.02]	0.01[0.01]	0.00[0.00]
5%	0.01[0.09]	0.01[0.06]	0.00[0.03]	0.01[0.02]
10%	0.01[0.09]	0.00[0.07]	-0.01[0.05]	0.00[0.02]
20%	0.01[0.09]	0.01[0.09]	0.02[0.07]	0.03[0.04]

Table 1 は板厚の代表点 A における事後確率分布の平均値と正解値の絶対誤差, および標準偏差（括弧内）である．代表点 A は腐食による減肉を仮定した領域に設けた．数値は小数点第 2 位で丸めた．事前確率分布に対し，観測ノイズ，観測点数のいずれの設定においても，正解との誤差と標準偏差が低減した．また，推定精度は観測点数の増加に対して向上し，ノイズの増加に対して悪化の傾向が見られた．Fig.2(a)-(d)は板厚分布の事後平均，Fig. 2(e)は正解となる板厚分布である．Fig. 2(a)は観測点数が 6×5 で観測ノイズが 1%の場合（Case A）, Fig.2(b)-(d)は観測点数が 300×250 で観測ノイズがそれぞれ 5%，10%，20%の場合（Case B, C，D）に対応する．上述したように，前者はひずみゲージによる計測データを用いた推定を想定し，後者は DIC による計測データを用いた推定を想定した． なお，これらはそ

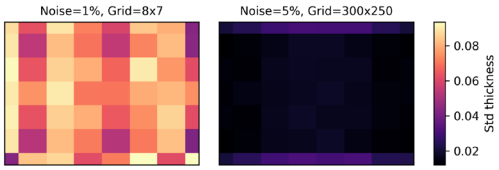
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case A (1%, 6×5) (b) Case B (5%, 300×250) (e) Ground truth

(c) Case C (10%, 300×250) (d) Case D (20%, 300×250)

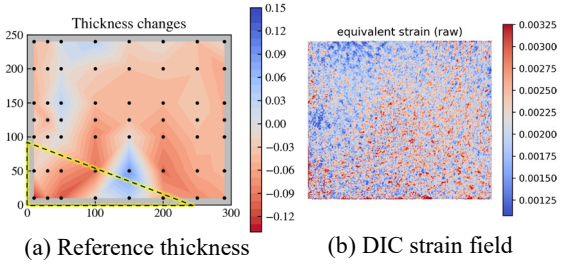
Fig. 2 Posterior mean: thickness field



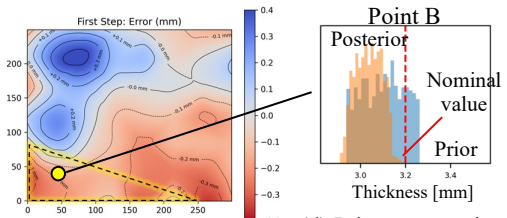
(a) Case A (b) Case B

(c) Case C (d) Case D

Fig. 3 Posterior standard deviation: thickness



(a) Reference thickness (b) DIC strain field



(c) Posterior mean thickness field change (d) Prior vs posterior (Point B)

Fig. 4 Thickness field estimation (measured DIC)

れぞれ Table 1 のハッチングをかけたセルに対応する．Case A に対し，Case B，C，D では，正解の減肉の分布傾向を捉えることができた．Fig. 3 は Fig. 2 に対応する板厚値の事後確率分布のアンサンブル標準偏差である．ここでは 8×7 の板厚について補間を用いずに示している．Case A に対し，Case B，C，D では，より不確かさが低減することができた．また，Case B，C，D では，鋼板の上下端においてその周囲に比べ標準偏差が大きい結果となった．この結果は，Fig. 2(b)-(d)の上下端においても事後確率分布の平均値が正解と乖離が生じていることと整合していると考える．

4．実際の DIC データを用いた検討結果

実際の DIC 計測データを用い，非均質な板厚の推定を実施した．Fig. 4(a)は試験前に直接計測した供試体の板厚（参照解），Fig. 4(b)は板厚推定に用いた DIC 計測データ，Fig. 4(c)は推定された板厚平均の空間分布，Fig. 4(d)は代表点 B における板厚の事前，事後確率分布である．Fig. 4(a)および Fig. 4(c)左下の三角形領域は，供試体を意図的に腐食させた箇所である．DIC データの処理条件については文献 [1]を参照されたい．Fig. 4(c)は参照解に対し，領域下半分全体，特に意図的に腐食させた三角形領域の減肉傾向を捉えることができた．Fig. 4(d)より，事後確率分布は不確かさを減少した．参照解では中央下部に局所的な板厚増加が確認されたのに対し，推定結果では同様の板厚増加は確認されなかった．この結果より，参照解における板厚増加は，剛性に寄与しない腐食生成物による可能性が示唆された．

一方，減肉量の最大の絶対値が計測値に対して 2 倍程度であることや，領域左側に板厚が増加する領域が不自然に生じた．これは，解析モデルが荷重の不均一性や面外変形を考慮しなかったため生じたと想定されることから，モデル化に関する追加の検討が必要である．

5．おわりに

本研究では，DIC データと代理モデルを活用し，構造部材における腐食状態の面的な推定を実施した．得られた知見を以下に示す．

- ひずみゲージや DIC による計測を模擬した数値観測データを用いた検討により，観測点数と観測ノイズが板厚の事後平均の正解との乖離や不確かさの程度に与える影響を調査した．観測点数の増加に伴い推定誤差と不確かさが低減し，一方で観測ノイズの増加に伴いこれらが増大する傾向を確認した．
- 数値実験による同化の検証で，ひずみゲージを想定した，観測点が少なく，かつ，観測誤差が小さい条件において板厚の面的な推定は困難であった．一方で，DIC を想定した，観測点が多く，観測誤差が比較的大きい条件では，減肉領域をより高精度に推定でき，不確かさも低減することを確認できた．DIC データを活用することで，ひずみゲージのスパースな計測では検知が難しい，面的かつ局所的な状態推定が可能になることが示唆された．
- 実際の DIC データを用いた場合においても，参照解に見られた減肉について，面的に推定ができた．また，事前確率分布に対して事後確率分布は不確かさを減少した．これより実構造の異常検知や状態推定の目的で，DIC データが活用できる可能性が示唆された．一方，不自然な板厚増加が確認され，EnKF で同化を行う数値モデルの改良が課題である．

参考文献

1) K. Sato and M. Nishio: Uncertainty quantification using digital-image-correlation data for load-carrying capacity analysis of structural members with local damages, *Structures*, **79** -109431, 2025, p. 109431.
2) pyPDAF: https://github.com/yumengch/pyPDAF.git
3) N. Kovachki, Z. Li, B. Liu, K Azizzadenesheli. K. Bhattacharya: Neural Operator: Learning Maps Between Function Spaces With Applications to PDEs, *Journal of machine learning research: JMLR*, **24** -89, 2023, pp. 1–97.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた重量推定手法に関する研究（シンポジウム講演概要）

Vehicle Weight Estimation Using Polynomial Correction Based on Vehicle Vibration at Intersection Turns (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石黒 志竜（東京大学）　薛 凱（スマートシティ技術研究所）
髙橋 泰賀（株式会社ブリヂストン）　飯村 勇作（株式会社ブリヂストン）
長山 智則（東京大学）
Shiryu Ishiguro, The University of Tokyo
Kai Xue, Smartcity Technology Research Institute
Taiga Takahashi, Bridgestone Corporation
Yusaku Iimura, Bridgestone Corporation
Tomonori Nagayama, The University of Tokyo
E-mail: nagayama@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

To efficiently combat overloaded vehicles that threaten road infrastructure, this study proposes a novel vehicle weight estimation method using an inexpensive IMU and GNSS. The method focuses on the characteristic that the ratio of roll angle to lateral acceleration (normalized roll response) during intersection turns is proportional to the vehicle's load weight. To address the major obstacle of sensor integration drift errors, a correction algorithm based on polynomial approximation utilizing straight driving sections before and after turns was developed. Experimental results from real-world driving tests with various vehicle types, from passenger cars to large trucks, achieved weight estimation accuracy around 10%. This method enables low-cost and versatile overloaded vehicle screening technology without the need for identifying unknown vehicle parameters, paving the way for societal implementation.

1. はじめに

国内の道路インフラは急速な老朽化に直面しており，特に過積載車両によるダメージは甚大であるため，効率的な過積載対策が求められている．現在，過積載対策として軸重計や Weigh-In-Motion (WIM) が用いられているが，これらは設置箇所が限定的であり，広範な監視網の構築には多大なコストを要する．

これに対し，車載の慣性計測装置（IMU）を用いて走行データから重量を推定する手法が検討されているが，IMU から重量を推定する手法は実用化されていない．

そこで本研究では，日常的な交差点旋回挙動を利用し，かつ多項式近似を用いた積分補正手法を導入することで，安価なセンサでも車両重量を推定可能な手法を構築する．シミュレーションおよび実車両走行試験の結果から本手法の有効性を検証する．

2. 重量推定の原理と信号処理

2.1. カーブ走行時の定式化と規格化ロール応答量の定義

車両が旋回する際，遠心力（横加速度 a_y）によって車体は外側へロール角 ϕ だけ傾く．車両を簡易的なハーフカーモデルと仮定し，静的なモーメントの釣り合いを考えると，以下の関係が成立する．

$$mgh_s \tan(-\phi) + ma_y h_s - K\frac{l^2}{2}\tan(-\phi) = 0 \qquad (1)$$

ここで，m はばね上質量，h_s はロール中心から重心までの距離，K はロール剛性である。微小角近似（$\tan\phi \approx \phi$）および，$K \gg mgh_s$ が成立すると仮定すれば，ロール角と横加速度の比 ϕ/a_y は質量 m に比例する．本研究ではこの指標を「**規格化ロール応答量**（normalized roll response）」と定義し，積載重量との相関を評価する．

$$m \approx \frac{Kl^2}{2h_s}\frac{\phi}{a_y} \qquad (2)$$

一方で，$Kl^2/2h_s$ は車両のロール剛性に依存するため，未知のパラメータとして同定する必要がある．本研究では，空車状態を基準として重量変動を推定するため，積載なしの状態での $Kl^2/2h_s$ を定数として扱う．

2.2. 交差点旋回区間の抽出とドリフト補正

実走行データから解析対象となる交差点区間を自動抽出するため，ヨー角速度 ω_z に着目した．交差点旋回は「一定以上のヨー角速度が，一定時間継続する」という特徴を持つ[1)]．本研究では，ω_z および a_y が閾値を超える区間を検出し，かつ継続時間や旋回前後の安定性を条件としてフィルタリングすることで，解析に適した良質な旋回データのみを抽出するアルゴリズムを構築した．

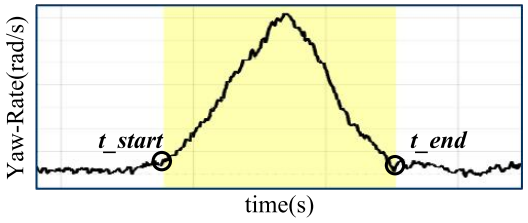


Fig. 1　交差点旋回区間でのヨー角速度 ω_z のピーク

交差点として検出される区間の閾値の条件は以下の通りにした．

- ヨー角速度 ω_z が 0.3 rad/s を超える区間が 0.8s 以上存在すること．
- 横加速度 a_y が 0.5 m/s^2 を超えること．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

- ヨー角速度 ω_z が 0.03 rad/s を下回る時刻を始点および終点とする．

一方で，実環境でロール角 ϕ を得るには，ジャイロセンサのロール角速度 ω_x を積分する必要がある．しかし，安価なセンサにはバイアスや温度ドリフトが含まれ，単純積分では誤差が累積する．

そこで本研究では，交差点旋回の前後に存在する「直線走行区間」に着目した補正手法を提案する．直線区間では本来ロール角はゼロ付近で推移することが期待される．したがって，旋回開始前（t_{start} 以前）および終了後（t_{end} 以後）の積分値に含まれる低周波成分を，センサのドリフト成分とみなすことができる．具体的には，旋回前後 5 秒間を含む区間の積分データに対し，5 次の多項式フィッティングを行い，これをドリフト成分として元の積分波形から減算することで，真のロール角成分のみを抽出する[2]．この多項式フィッティングの結果として，補正後の角度は以下の式で表される．

$$\phi_{comp}(t) = \int_{t_{start}}^{t} \omega_x(\tau)\mathrm{d}\tau - \sum_{n=0}^{5} \hat{a_n}(t - t_{start})^n \qquad (3)$$

ここで，$\hat{a_n}$ は旋回前後 5 秒の区間に対する多項式フィッティングによって得られる係数である．交差点区間における最大加速度および補正後に得られるロール角の最大値を用いて，規格化ロール応答量を算出し，これを積載重量と比較することで推定精度を評価する．

3. 実車両走行試験

3.1. 実験概要

提案手法の汎用性を検証するため，シミュレーションによる手法の妥当性の立証を行い，さらに実車両を用いた公道での走行実験を実施した．シミュレーションおよび実験における車両の積載重量は，空車状態から最大積載状態まで複数段階で変化させた．さらにシミュレーションにおいては過積載状態まで再現し，推定重量の変化を確認する．

3.2. 実験結果と考察

シミュレーションにおける重量推定の結果を表 1 に，実車両における重量推定の結果を表 2 に示す．なお，両者の重量の真値については表の左端に示す通りである．走行試験は複数の車両で実施したが，ここでは代表的な車両の結果を示す．

Table 1　シミュレーション結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1254	-3.54
1500	1380	-8.00
2000	1782	-10.9

Table 2　実車両走行試験の結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1149	-11.6
1500	1634	8.91

4. 結論

本研究では，交差点旋回時の車両のロール応答を利用した新たな重量推定手法を提案し，シミュレーションおよび実車両走行試験によりその有効性を検証した．シミュレーションおよび実データにおける推定誤差は，空車状態から最大積載状態まで，平均して誤差 10% 程度で推定可能であることが確認された．この結果は，安価な車載 IMU を用いても，適切な信号処理と補正アルゴリズムを組み合わせることで，簡易的な車両重量推定が可能であることを示している．

一方で，シミュレーションにおいては重量の増加に伴い推定重量が過小評価される傾向が見られた．これは，定数と仮定したパラメータ $Kl^2/2h_s$ が実際には積載量によって変化することが原因であると考えられる．

今後の課題としては，より多様な車両や走行条件に対する評価を行い，さらに推定精度を向上させるため，機械学習による計測データの補正やシミュレーションモデルの実データへの適合性を高めることが挙げられる．

参考文献

1) 高野瀬 碧輝 et al.：都市部環境下で適用可能な GNSS/IMU に関する研究，pp. 721-726, 自動車技術会論文集，2020. [T. Takano et al.: *Research on Applicable GNSS/IMU in Urban Environments*, pp. 721-726, 2020.]
2) 入江 清：複数観測の統合に基づいた慣性運動計測の誤差修正，No.18-15，日本機械学会シンポジウム：スポーツ工学・ヒューマンダイナミクス 2018 講演論文集，2018. [K. Irie: *Error Correction of Inertial Motion Estimation by Fusing Multiple Observations*, No.18-15, Japan Society of Mechanical Engineers, 2018.]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 琹[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

Structural system identification using Hamiltonian-based machine learning
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙原　智遥（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Chiharu TAKAHARA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail:s2210566@u.tsukuba.ac.jp

This study examines the performance of vibration data-based structural system identification implemented using port Hamiltonian Neural Network (pHNN), which is a physics-guided machine learning, where based on explicit Hamiltonian and dissipative structure. Verification was conducted through shaking table experiments on a vertical shear building model, targeting the identification of stiffness and damping parameters using measured acceleration data. To enable parameter estimation directly from acceleration responses, an appropriate formulation of the system dynamics was derived. Experiments using measured acceleration data showed increased estimation errors and instability, reflecting the effects of measurement noise and modeling uncertainties. In the results, while stiffness parameters are estimated with relatively high accuracy, the damping parameters exhibit comparatively larger estimation errors. These results indicate that while the proposed method provides a physically consistent framework for system identification, its performance strongly depends on the excitation characteristics and data quality.

１．序論

構造物のシステム同定は，構造物のモデル化の検証や更新，また構造モニタリングによる状態評価などに用いられる．ただし，実構造物を対象として計測データを用いる際には，システム同定の妥当なモデル化や計測ノイズの扱いへの検討が求められる．

一方で近年，物理法則を組み込む機械学習 (Physics-guided Machine Learning: PGML)が着目されており，動的システムの応答をもとめるだけでなく，システム同定への適用も期待されている．しかし，システム同定は実空間のシステムを扱うためエネルギー散逸を無視できず，多くのPGML では明示的にそれを考慮できなかった．その中で，エネルギー保存則を保証する Hamiltonian Neural Networks (HNN) [1]や Port Hamiltonian Neural Network (pHNN)[2] は，エネルギー逸散を伴うシステムの高精度な応答予測を可能にした．しかし，これらの機械学習においても数値解析データを用いる理想的な環境でのシミュレーションにとどまっており，ノイズを含む実構造物応答からシステムの特性値を同定する取組みは未だみられない．

そこで本研究では，多自由度系せん断モデルの振動問題を対象に，pHNN による構造システム同定を提案し，計測データのノイズやモデル化不確定性に対する頑健性を検証する．3 層のたて物せん断モデルの振動台実験を行い，取得する加速度データからの構造特性同定の精度を評価することで，システム同定への適用可能性を明らかにする．

２．pHNN によるシステム同定の定式化

本研究では多自由度系動的システムとして，3 自由度系せん断モデルを扱うこととする．システム同定では，質量行列$\mathbf{M}$を既知とし，剛性行列 $\mathbf{K}$ と減衰行列 $\mathbf{C}$ を同定する．

はじめに，ポート・ハミルトニアン系の運動方程式は，運動エネルギーT とポテンシャルエネルギーV で構成するハミルトニアン H=T+V を用いて，(1)式で表される．

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{p}} = -\dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} - \dfrac{\partial R}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{F}(t) \end{cases} \tag{1}$$

ここで，一般化運動量$\mathbf{p}$，一般化変位$\mathbf{q}$，外力$\mathbf{F}(t)$，散逸関数Rである．pHNN では剛性が関わるVと，減衰項に関わるRを，ニューラルネットワーク(NN)で近似する．

多自由度系せん断モデルに対しては，自由度iの変位をq_i，運動量をp_iとしたとき，相対変位$\delta_i = q_i - q_{i-1}$及び相対速度$\dot{\delta}_i$を用いて NN でV_iとR_iを構築する．

$$\hat{V}_i = NN(\delta_i^2), \hat{R}_i = NN(\dot{\delta}_i^2) \tag{2}$$

$NN(\cdot)$は NN によって近似される未知の非線形関数を示している．また，

$$\hat{V}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{V}_i(\delta_i), \hat{R}(\dot{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{R}_i(\dot{\delta}_i) \tag{3}$$

とする．ここで$\mathbf{p}$を用いるとハミルトニアン$\hat{H}$は次式となる．

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\mathbf{p^t M^{-1} p} + \hat{V}(\mathbf{q}) \tag{4}$$

本研究で用いるせん断モデルは線形系と仮定できるため，VとRは次式のように線形系の 2 次形式で表される．

$$\hat{V}_i = \frac{1}{2}k_i\delta_i^2, \quad \hat{R}_i = \frac{1}{2}c_i\dot{\delta}_i^2 \tag{5}$$

いくつかのδ_i, $\dot{\delta}_i$に対するVとRの推定値を用いて最小二乗フィッティングすると，k_i, c_i を次式のように同定できる．

$$k_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{V}_i(x_j)}{\sum(x_j^2)}, \quad c_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{R}_i(v_j)}{\sum(v_j^2)} \tag{6}$$

３．たて物せん断モデルの振動実験でのシステム同定

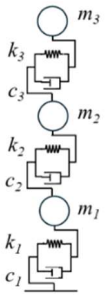
３．１　実験データの取得

本研究の検証では，Fig.1(a) に示すアルミ製の 3 層たて物せん断モデルを用いた．たて物せん断モデルは，Fig.1(b)のように質量集中系で妥当にモデル化できる．加振実験では，供試体下端を完全固定して振動台に設置し，周波数帯域 3–50Hz のランダム波形を振幅レベル 140gal RMS に設定して入力した．各層の床版には加振方向に 1 軸圧電式加速度センサを設置し，同条件で 3 回加振してサンプリング周波数 160 Hz で加速度応答を 3 データ取得した．

前項で述べたように，pHNN では入力が一般化変位 $\mathbf{q}$ と一般化運動量 $\mathbf{p}$ である．そこで，取得した加速度データを周波数領域で積分することで $\mathbf{q}$ と $\mathbf{p}$ に関わる変位と速度を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会


(a) Model specimen



(b) Lumped-mass model

Fig.1 3DOF shear building model for shake table test

導出して pHNN の入力とした．このとき変位と速度に 2–60Hz のバンドパスフィルタを施した．

３．３　比較参照値の導出と pHNN の学習

本研究では，既知として扱う各層の質量m_iは，床版や柱材、接合部を秤で測定して 3 自由度系の集中質量として振り分けた．そのうえで，pHNN による同定結果と比較するため，実験モード解析から剛性と減衰を求め，「実験値 Experimental」とした．ここでは，取得した加速度データのパワースペクトル密度のピーク値から剛性 k_i を，各ピークにハーフパワー法を適用し，モード減衰率から減衰c_iを導出した．さらに「諸元値 Nominal」として，供試体の部材寸法と物性公称値から各層の剛性 k_i を梁理論で算出した．

pHNN のネットワーク構成は 4 層 64 ニューロンとし，活性化関数は Softplus を採用した．損失関数は，加速度データ $\mathbf{a}$ と予測値 $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{M}^{-1}$ から

$$Loss = \left|\left|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\right|\right|_2^2 \qquad (7)$$

とした．最適化アルゴリズムには Adam を用い，学習率は 0.001，バッチサイズ 64，総ステップ数 30000 とした．

３．３　システム同定の結果と考察

pHNN による構造パラメータの同定結果「pHNN identified」を，前項でもとめた参照値と比較して Table.1 に示す．pHNN での同定は 3 つの計測データ各々に対して実施した．表内では 3 データでの同定値平均の実験値平均に対する相対誤差，また 3 データでの同定値のばらつきを相対レンジで示した．剛性については，3 つのパラメータで実験値に対して相対誤差 15% 程度以内の同定精度を示しており，相対レンジも高くて 1%程度と安定していた．同定値と実験値いずれにおいても諸元値とは差異があり，計測データから，より実際の応答に基づく構造パラメータが得られていることが見て取れる．一方，減衰については同定精度が実験値に対して低く，ばらつきも大きい結果となった．ただし減衰パラメータ ci の同定値からモード減衰率を導出すると，各モードで 1%程度となり，実験供試体の構造減衰として

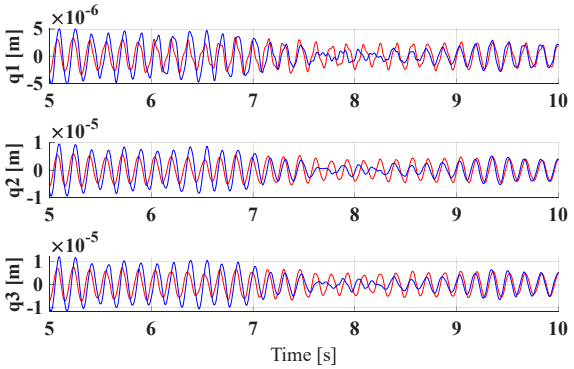


Fig.2 Comparison of time-history displacement **q** (Blue: calculated q using identified **M** and **K**, Red: experimental data)

は概ね妥当な値が得られた．減衰の同定精度が低く剛性では比較的高精度で安定して同定値が得られた要因には，このせん断モデル系において動的応答に対して剛性マトリクスの感度が高いことが 1 つ考えられる．また，散逸関数Rから粘性抵抗のみを考慮して減衰マトリックス$\mathbf{C}$を求めるところで，同定に大きな制約がかかっている可能性がある．

最後に，同定された剛性k_iと減衰c_iを用いて剛性マトリクス K と減衰マトリクス C を導出し，実応答との整合を調べた．K と C はから運動方程式(1)を構成し，振動台上に設置した加速度を入力として，ルンゲクッタ法で時刻歴応答 **q** をもとめた．Fig. 2 に，実験での加速度データと重ねて示す．波形の振幅は減衰の同定誤差により異なっているものの，周期と位相はよく一致していることが見て取れる．

４．結論

本研究では，ハミルトン系の運動方程式に基づく機械学習 pHNN をシステム同定に適用した．検証は，3 層のたて物せん断モデルを用いて，実験で得る加速度データから剛性と減衰の同定を行った．その結果，剛性について頑健性が確認できたが減衰については計測ノイズやモデル化誤差，非線形要素の影響から同定誤差が生じることが確認された．

今後は線形ばねや線形粘性抵抗のみであるという仮定を緩和し，非線形なばねや非線形な減衰の同定も可能な構造を検討する．さらに，減衰率の求め方に関してもさらなる検討が必要である．

参考文献

1) Greydanus, S., Dzamba, M., & Yosinski, J. (2019). Hamiltonian neural networks. Advances in neural information processing systems, 32.
2) Desai, S., Mattheakis, M., Sondak, D., Protopapas, P., &Roberts, S. (2021). Port-Hamiltonian neural networks forlearning explicit time-dependent dynamical systems. arXiv preprint arXiv:2107.08024.

Table.1 Comparisons of model parameters by pHNN identifications to experimental and nominal values

Model parameter		pHNN identified					Experimental (mean of three data)	Nominal
		Data 1	Data 2	Data 3	Relative error of mean [%]	Relative range[%]		
Stiffness [kPa]	k_1	12.4	12.5	12.5	-1.7	0.946	12.3	16.0
	k_2	11.6	11.6	11.6	-15.6	0.150	13.6	
	k_3	12.4	12.3	12.4	-5.2	1.27	12.8	
Damping [Ns/m]	c_1	4.09	1.92	3.03	-22.8	72.0	2.71	—
	c_2	4.34	2.42	2.50	+161.5	63.4	0.94	
	c_3	2.44	1.73	1.09	-89.6	34.2	1.95	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ベイズ最適化を用いた RBSM 解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

Material Parameter Identification for Rigid Body Spring Model (RBSM) Analysis Using Bayesian Optimization
(Proceedings of the Symposium on Applied Mechanics)

爲井　秋成（法政大・工）　山田　滉一郎（法政大・工）　芳賀　栞（法政大・工）　山本佳士（法政大・工）
Shusei TAMEI, Hosei University
Koichiro YAMADA, Hosei University
Shiori HAGA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: shusei.tamei.5b@stu.hosei.ac.jp

In numerical analyses aimed at reproducing the complex nonlinear behavior of concrete and rock, identifying material parameters that are difficult to determine directly through experiments remains a critical issue. In this study, Bayesian optimization was applied to identify constitutive parameters of a Drucker–Prager-type model for nonlinear incremental analyses using the Rigid Body Spring Model (RBSM). The objective function was defined as the sum of mean absolute errors between simulated and experimental shear stress–displacement curves obtained from direct shear tests of stacked metal hexagonal bars under three normal stress levels (0.40, 0.10, and 0.05 MPa). The results demonstrate that the proposed approach enables stable and highly accurate parameter identification with a limited number of trials, thereby confirming its effectiveness.

1．研究背景

構造物および周辺地盤に対する耐震設計や安全性評価などを適切に行うためには，材料の非線形挙動を高精度に再現可能な数値解析手法の確立が不可欠である．有限要素法（FEM）や剛体バネモデル（RBSM）を用いた数値解析では，材料パラメータの設定が解析結果に大きく影響する．一方で，マクロな対象では実験から直接的にパラメータを決定することは困難であり，従来は解析者が手動でキャリブレーションすることが一般的である．しかし，この方法は解析回数が膨大になる場合や材料パラメータの探索が困難になる場合がある．また，対象が非線形である場合には決定することがさらに困難であることが課題とされている．

近年，このような問題に対してマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）や遺伝的アルゴリズム（GA）といった逆解析手法が用いられることが多い．しかし，非線形性が強い場合に局所的な最適解に陥りやすいことや膨大な計算時間が必要となってしまうといった課題が指摘されている[1]．そこで本研究では，ブラックボックス最適化手法の一つであるベイズ最適化に着目した．ブラックボックス最適化とは，数値解析過程がとても複雑である場合や未知である場合でも，入力と出力のみを用いて最適な出力を得る入力の組み合わせを探索する手法である．ベイズ最適化では入力と出力よりガウス過程回帰を用いて目的関数を確率的に近似し，期待改善量などの獲得関数によってより良い結果が得られると考えられる点を決定し，評価を行う．この操作を繰り返し行い，最適解を探索する．これにより，非線形性に強く，少ない試行回数で最適化が可能となる．

本研究では，基礎的な検証として既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒の一面せん断試験を対象に，RBSM の材料パラメータ同定を行う．また，ベイズ最適化の有用性を確認するために，MCMC および GA との比較を実施する．

2．解析手法

本研究では岩盤材料を対象とし，Fig. および Fig. 2 のような金属六角棒の一面せん断試験 [2),3)]を模擬する数値解析モデルとして剛体バネモデル(RBSM)を用いる．構成則には Drucker-Prager 型モデル [4)]を採用し，垂直バネとせん断バネの弾性係数比，内部摩擦角，硬化係数の三つの材料パラメータを同定対象とする．

材料パラメータ同定は逆解析問題として定式化し，数値解析と実験によって得られるせん断応力―変位関係の差を目的関数として定義する．本研究では垂直応力 0.4MPa，0.1MPa，0.05MPa の 3 条件における平均絶対誤差を合計した値を目的関数とし，3 つの応力条件を同時に再現できる一つのパラメータセットの推定を行う．最適化手法として，非線形性に強く，少ない試行回数で推定が行うことが可能なベイズ最適化を用いる．サロゲートモデルの構築にはガウス過程回帰を用い，獲得関数には期待改善量（EI）を適用する．探索には Python ライブラリである Optuna[5)]を用い，ガウス過程のハイパーパラメータおよび探索点の探索を自動的に逐次最適化することで，少ない試行回数で高精度なパラメータ推定を実現する．

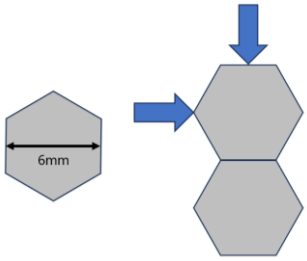


Fig. 1 Metal hexagonal bar

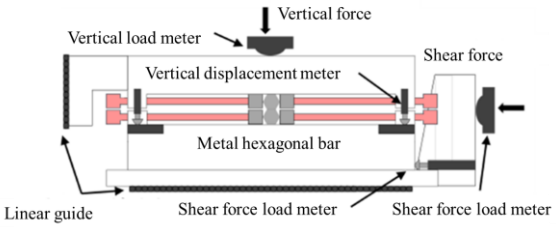


Fig. 2 Test diagram

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析概要・結果

本研究の最適化における推定範囲は，パラメータごとに感度解析を行い，実験結果を十分に包含するように決定した．感度解析により決定した推定範囲基づき，サロゲートモデル構築のために初めに与える初期データ数を 20 個，試行回数 60 回で解析を行った．その結果として得られたせん断応力―変位曲線を Fig. 3 に示す．次に他手法との比較において，上記と同条件で初期データを変更した 5 ケースについて，MCMC と GA でもパラメータ推定を行った．それぞれの最終平均目的関数値を Table 1 に示す．さらに，ベイズ最適化の結果に達するまでの回数を検証した結果を Fig. 4，拡大したものを Fig. 5 に示す．結果より，ベイズ最適化は他手法よりも少ない解析回数で既往の試験を十分に再現できる材料パラメータを推定可能であることが確認された．また，他手法と比べ，初期データへの依存性が低いことが明らかにされた．

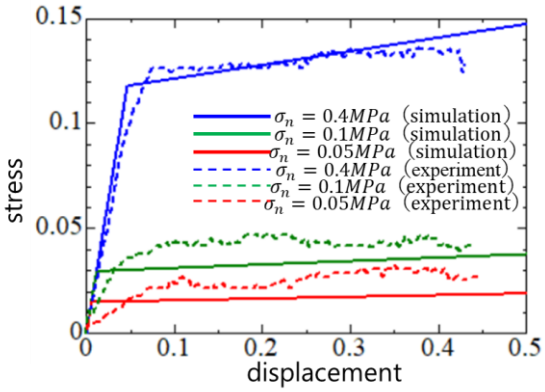


Fig. 3 Estimated displacement-stress curve

Table1 average objective value

Average objective value		
Bayesian optimization	MCMC	GA
0.02137	0.02400	0.02730

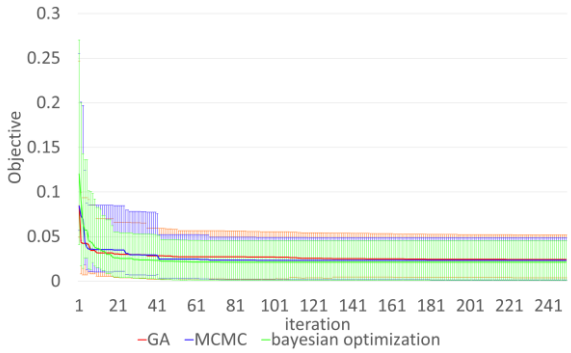


Fig. 4 Comparison of iteration result

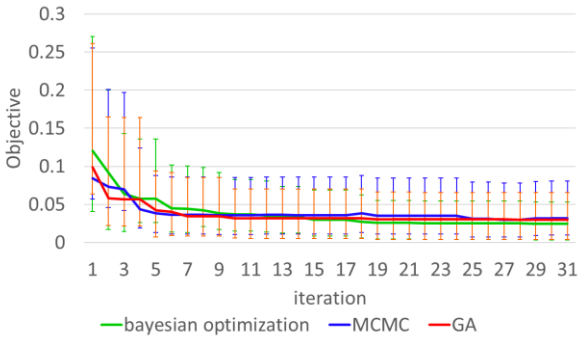


Fig. 5 Comparison of iteration result (enlarged view)

４．結論

本研究では，既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒による一面せん断試験を対象に，ベイズ最適化を用いて材料パラメータ同定を行った．結果より得られた知見を以下に示す．

(1) ベイズ最適化を用いることで，一つの材料パラメータセットで 3 つの垂直応力条件の実験結果を概ね同時に再現することができた．

(2) ベイズ最適化は，MCMC や GA と比べて初期データへの依存性が低く，少ない解析回数で良い目的関数値に到達したことから，計算コスト低減が期待できる．

今後は，マクロな試験を対象とし，さらに非線形性の強い数値解析モデルに対して材料パラメータ同定を行いベイズ最適化の有用性を確認する必要がある．

５．参考文献

1) Levasseur, S., Malécot, Y., Boulon, M., and Flavigny, E., Identification of material parameters using genetic algorithms, Engineering Structures, Vol.30, No.5, pp. 1365–1374, 2008.

2) 岡田哲実，納谷朋弘，和仁雅明，大塚康範：不連続性岩盤を模擬した金属六角棒積層の斜面模型の動的挙動評価(1)研究の取り組み方法と材料の室内試験，第 15 回岩の力学国内シンポジウム講演集，pp.387-392, 2021.

3) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 4 フェーズ研究成果報告書，2025.

4) 山田滉一郎，山本佳士：幾何学的非線形性を考慮した RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析，第 51 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集，公益社団法人土木学会，pp. 13-18, 2025.

5) Akiba, T., Sano, S., Yanase, T., Ohta, T., & Koyama, M., Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining (KDD 2019), pp. 2623–2631, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

Bridge cable damage identification using modal vibration characteristics and the spectral element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鍔本　優希（京都大・工）　　古川　愛子（京都大・工）
Yuuki TSUBAMOTO, Kyoto University
Aiko FURUKAWA, Kyoto University
E-mail: tsubamoto.yuuki.66v@st.kyoto-u.ac.jp

In the maintenance of cables, monitoring cable degradation is of critical importance. However, reliable methods for assessing cable integrity have not been established. This paper proposes a new method for estimating cable damage based on the vibration characteristics of higher-order modes. The proposed method employs the spectral element method (SEM) to accurately evaluate higher-order modal characteristics with a small number of elements. By using natural frequencies and mode shapes, the method identifies the tension and the bending stiffness of each segment, both of which decrease due to cable damage. Numerical verification confirmed that the proposed method can accurately estimate both the tension and bending stiffness of each segment.

１．本研究の背景と目的

近年，建設後長期間が経過したケーブル系橋梁の老朽化が進行しているが，ケーブルの継続使用可否を判断するための知見が乏しく，健全度評価手法の確立が望まれている．本研究では，ケーブルの健全度評価においてこれまで利用されてこなかった高次モードまでの振動特性と，それらを少ない要素数で高精度に解析可能なスペクトル要素法（SEM）[1]を用いたケーブル損傷同定手法を提案し，数値シミュレーションによりその有用性を検証することを目的とする．ケーブルの損傷により張力と曲げ剛性が変化するとモデル化し，張力および箇所ごとの曲げ剛性を推定することにより，損傷状態を同定する．

２．ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響

実存する斜張橋ケーブルを対象とし，張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁でモデル化した（Fig. 1）．有限要素法（FEM）を用いて 1000 個の要素で等分割し，両端単純支持とした．健全時のケーブル諸元は，密度 8.35 ton/m^3，断面積 1.14×10^{-2} m^2，ヤング率 2.0×10^8 kN/m^2，断面 2 次モーメント 5.13×10^{-6}m^4, 張力 539.1kN, 長さ 106.1894m である．

下端から全長の 10%に相当する区間（要素番号 1～100）に損傷を仮定し，断面積を 15%，断面 2 次モーメントを 27.75%低下させた．断面積減少に伴う張力低下も考慮した．ケーブルの定着間距離一定（張力による軸伸び一定）の仮定のもと，損傷時張力を健全時に比べ 1.7%低下させた．また，損傷によって質量およびヤング率は変化しないと仮定し，軸方向自由度を固定することで曲げ変形のみを対象とした．その結果，損傷に伴う固有振動特性の変化は主として張力および曲げ剛性の低下に起因する．

Fig.2 に，1～50 次モードの固有振動数の変化率（健全時に対する損傷時の比）を示す．赤色は張力低下を考慮した場合（張力・曲げ剛性ともに変化），青色は張力低下を考慮しない場合（曲げ剛性のみ変化）である．固有振動数は曲げ剛性に対する感度が低く，低次では特にその影響は小さい．主として張力低下により減少することが示された．

Fig.3 に 1 次および 50 次モードのモード形状を健全時と損傷時で比較した結果を示す（最大値を 1 に正規化）． 1 次モードでは顕著な変化は認められないが，50 次モードでは振幅変化および位相ずれが確認された．なお，張力低下の考慮の有無による差は小さく，高次モード形状の変化は主として曲げ剛性低下に起因することが示された．

３．スペクトル要素法の概要と有限要素法との比較

前章の結果より，曲げ剛性の変化を捉えるには高次モード形状が有効であることが示された．しかし，FEM で高次振動特性を高精度に算定するには多くの要素分割が必要となる．逆解析による損傷同定では繰返し計算が不可欠であるため，少ない要素数で固有振動特性を精度よく評価できる数値解析手法が有効である．

スペクトル要素法（SEM）[1]は，FEM と同様に構造物を有限個の要素に分割してモデル化するが，形状関数を振動数の関数として厳密に導出する点に特徴がある．ケーブルを張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁としてモデル化する際，位置xにおける円振動数ωのモード関数 $y(x,\omega)$ は，

$$y(x,\omega) = C_1 \exp(i\alpha x) + C_2 \exp(-i\alpha x) + C_3 \exp(\beta x) + C_4 \exp(-\beta x) \quad (1)$$

と表される．ここにαとβはωの関数である．SEM では，



Fig. 1 Analytical model

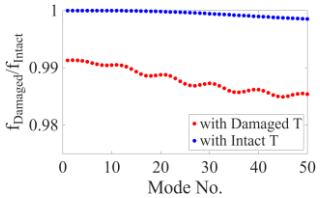


Fig. 2 Ratio of natural frequencies (damaged/intact)

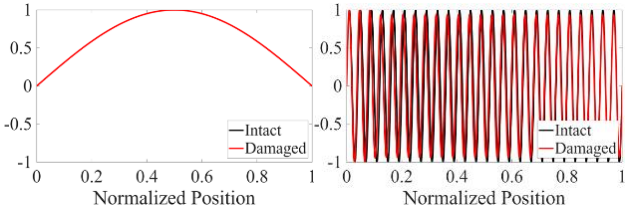


Fig. 3 Comparison of mode shapes (intact vs. damaged)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$\exp(i\alpha x)$, $\exp(-i\alpha x)$, $\exp(\beta x)$, $\exp(-\beta x)$ を形状関数として用いて厳密な要素動剛性行列を構築するため，最小限の要素数で理論解と一致する解が得られ，高振動数領域の解析に適している．一方，FEM では多項式形状関数を用いるため，波長の短い高次モードを精度よく再現するには細かい要素分割が必要となる．なお SEM では動剛性行列の最小特異値が極小となる振動数が固有振動数，対応する右特異ベクトルを固有ベクトルとする．

健全ケーブルを対象に，要素分割数 25，100，300，500，1000 の場合の固有振動数を FEM および SEM で算出し，理論解との比を比較した（Fig. 4）． その結果，FEM では高次モードほど細かく分割する必要があるのに対し，SEM では少ない分割数でも理論解と良好に一致することが確認された．モード形状についても同様の傾向が確認された．

4．ケーブル張力と箇所別曲げ剛性の推定手法の提案

第 2 章の結果より，張力と曲げ剛性は固有振動特性に対して異なる感度を有することが示された．すなわち，低次固有振動数は主として張力低下により減少し，曲げ剛性の影響は限定的である一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して比較的高い感度を示す．これを踏まえ，本研究では張力と箇所別曲げ剛性を段階的に推定する 2 段階推定法を提案する．SEM により算出される固有振動特性が観測値を最もよく再現するよう，最小二乗法により未知数を推定する．

(1) 第 1 段階：張力および一様曲げ剛性の推定

第 1 段階では，張力およびケーブル全体で一様と仮定した曲げ剛性を未知数とし，1～5 次モードの固有振動数を用いて推定する．i次モードの固有振動数f_iにおける全体動剛性行列$S(f_i)$の最小特異値 $\sigma_{min}(S(f_i))$ は 0 となることから，観測固有振動数 f_i が与えられたとき，次式を最小化することにより張力Tおよび一様曲げ剛性$UniEI$ を推定する．

$$\min_{T,UniEI} \sum_{i=1}^{5} \left[\sigma_{min}(S(f_i))\right]^2 \tag{2}$$

(2) 第 2 段階：箇所別曲げ剛性の推定

第 2 段階では，第 1 段階で得られた張力 T を既知量として固定し，モード形状から箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．$\boldsymbol{EI}$ は，ケーブルを複数領域に分割し，各領域内で曲げ剛性が一様であると仮定した場合に，各領域の曲げ剛性を成分にもつベクトルである．i次モードの計測点 j におけるモード形状$\phi_{i,j}$を，各モード内で最大振幅値$\phi_{i,max}$により正規化する．この正規化量について，SEM 解析値と観測値の差を最小二乗法により評価し，箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．

$$\min_{\boldsymbol{EI}} \sum_{i} \left[\sum_{j=1}^{m} \left\{ \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{th} - \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{obs} \right\}^2 \right] \tag{3}$$

ここで，mは計測点数，thは SEM 解析値，obsは観測値を示す．

5．提案手法の検証

第 2 章で対象としたケーブルを Fig. 5 のように 5 領域に等分し，中央領域に損傷（断面積 15%低下，断面 2 次モーメント 27.75%低下）を仮定した．各領域に箇所別曲げ剛性 EI_1～EI_5 を設定した．桁側（左側）ではケーブルへのアクセスが容易であることを想定し，当該領域をさらに 5 等分して 9 要素に分割し，節点 2～9 の 8 点でモード形状を計測するものとした．すべての固有振動数およびモード形状には，一様乱数により 1%の計測誤差を付与した．

(1) 第 1 段階

張力推定結果を Table 1 に示す．推定値を真値で除した値を示している．比較のため 46～50 次および 1～50 次モードを用いた場合も検討したが，低次の 1～5 次モードを用いた場合が最も安定した推定精度を与えた．第 2 段階の推定にはこの張力を採用する．

(2) 第 2 段階

箇所別曲げ剛性の推定結果を Table 2 に示す．評価指標として式(4)に示す平均絶対誤差率（MAPE）を用いた．

$$MAPE = \frac{1}{5}\sum_{g=1}^{5} \left| EI_g^{est} / EI_g^{true} - 1 \right| \tag{4}$$

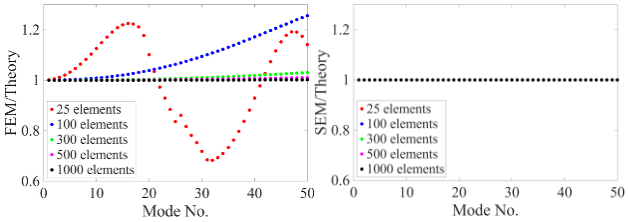
ここで，gは領域番号， $true$およびestはそれぞれ真値および推定値を示す．Table 2 より，高次モード形状を用いることで推定精度は向上し，特に 1～50 次モードを用いた場合には MAPE が 0.7%となり，高精度で箇所別曲げ剛性を推定できることが確認された．

6．結論

ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響を検討した結果，固有振動数は主として張力低下に支配される一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して高い感度を有することが明らかとなった．また，高次モードまでの振動特性を精度よく評価する上で，少ない要素数で理論解と良好に一致する SEM が有効であることを確認した．これらの知見に基づき，低次固有振動数による張力推定と，高次モード形状による箇所別曲げ剛性推定からなる 2 段階推定法を提案した．数値解析による検証の結果，提案手法によりケーブルの損傷を同定可能であることを示した．

参考文献

1) James F. Doyle, Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, Springer, 1997.



(a)FEM (b)SEM

Fig. 4 Natural frequency ratios to the theoretical solution

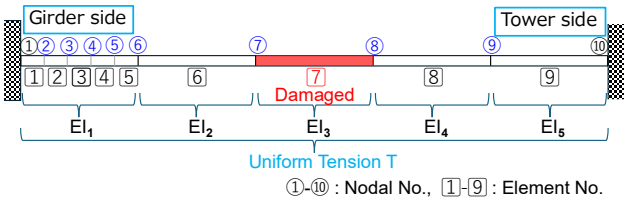


Fig. 5 Analytical model

Table 1 Tension estimation results (estimated/true)

1-5th	46-50th	1-50th
0.984	0.676	1.018

Table 2 Bending stiffness estimation results (MAPE)

1-5th	46-50th	1-50th
0.436	0.024	0.007

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Drive-by Monitoring のための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

Stabilization of an Unobservable State-Space Model in Drive-by Monitoring and Its Application to Bridge End-Damage Detection (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

秦　涼太（東京理科大）　　勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Ryota SHIN, Tokyo University of Science
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: shin.ryota.sp@alumni.tsukuba.ac.jp

Drive-by Monitoring enables bridge condition assessment using vehicle-mounted sensors. Conventional methods obtain displacement by integrating acceleration and applying a high-pass filter to suppress numerical drift, which may attenuate important low-frequency components. This study proposes a VBISI method based on an unobservable state-space model that reconstructs input profiles without high-pass filtering. Numerical simulations under noise-free conditions show that the proposed model achieves higher parameter estimation accuracy than an observable model, particularly for bridge edge damage detection.

1. はじめに

交通・物流を支える橋梁は，経年的劣化や外的作用により構造性能が変化し，重大な事故や社会的損失を引き起こす可能性がある．このため，構造健全性モニタリングは，予防保全型維持管理を実現するための重要な技術として注目されている（Fujino & Siringoringo, 2020）．近年，車両にセンサを搭載し，橋梁通過時の車両応答から橋梁状態を推定する Drive-by Monitoring が提案されている（Yang et al., 2004）．本手法は橋梁側に多数のセンサを設置する必要がなく，迅速かつ低コストなスクリーニング技術として期待される．

しかし，車両応答には路面凹凸や車両-橋梁相互作用（VBI）の影響が重畳し，橋梁損傷に起因する成分のみを抽出することは容易ではない（Malekjafarian et al., 2015）．特に，車両質量が橋梁質量に対して無視できない場合，見かけの固有振動数が走行位置に応じて変動することが知られており（Cantero & O’Brien, 2013；Chang et al., 2014），固有振動数などのモード特性に基づく損傷評価には限界がある．さらに，橋梁端部の損傷はモード形推定において検知が難しいことも報告されている（Yamamoto et al., 2023）．

これに対し，車両・橋梁・路面を力学モデルに基づいて同時に同定する Vehicle-Bridge Interaction System Identification（VBISI）法は，モード特性ではなく力学パラメータを直接推定する構造同定法として提案されている（Yamamoto et al., 2022a）．しかし，加速度データのみを観測量とする場合，状態空間モデルは一般に可観測性を満たさず（片山, 2018），測定ノイズを含む場合には数値積分誤差やフィルタ処理の影響により，同定精度が低下する可能性がある（長山ほか, 2019）．

本研究では，可観測性を満たさない状態空間モデルに対しても計算を安定化できる新たな VBISI 法を提案する．具体的には，可観測性を満たさない場合であっても一意に定まる観測可能な状態変数が存在することに着目し（Wang et al., 2019），カルマンフィルタで推定されたそれらの変数を車両の運動方程式に代入して入力プロファイルを算出する枠組みを構築する．これにより，ハイパスフィルタに依存せずに低周波成分を保持したまま推定を行うことが可能となり，同定精度の向上が期待される．

本論文では，提案手法の有効性を数値シミュレーションにより検証する．車両にはハーフカーモデル，橋梁には Euler-Bernoulli 梁モデルを用い，測定ノイズを含まない条件下での同定精度を評価する．さらに，橋梁端部に剛性低下を導入した損傷シナリオを設定し，端部損傷の検知可能性について検討する．これにより，橋梁損傷における難検知領域である橋梁端部損傷に対する本手法の適用可能性を明らかにすることを目的とする．

2. 基礎数理

車両-橋梁相互作用系では，車両への入力プロファイル$\boldsymbol{u}(t)$は路面プロファイル$\boldsymbol{r}(t)$と橋梁プロファイル$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t)$の和で与えられる．ここで，橋梁プロファイルは橋梁節点変位$\boldsymbol{w}_b(t)$は，車軸位置へ写像する行列$\mathbf{L}(t)$により，

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t) = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}_b(t) \tag{1}$$

と表される．一方，橋梁への入力であるタイヤ接地力$(V_i(t), i$はそれぞれ前軸と後軸)は，車両のバネ下変位などから計算でき，橋梁外力ベクトルは，

$$\boldsymbol{F}(t) = \mathbf{L}(t)\begin{bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{H}(t) \tag{2}$$

で与えられる($\mathbf{H}(t)$は支点反力成分)．

車両系の運動方程式(ハーフカーモデル)を

$$\mathbf{M}_v\ddot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{C}_v\dot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{K}_v\boldsymbol{w}_v(t) = \mathbf{F}_v\boldsymbol{u}(t) \tag{3}$$

とし，離散化した拡張状態ベクトルを

$$\boldsymbol{Z}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

で定義する(離散時刻 $t_k = k\Delta t$)．この時，拡張離散時間状態空間モデルは，

$$\boldsymbol{Z}_k = \bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_k, \quad \boldsymbol{s}_k = \mathbf{H}\boldsymbol{Z}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k \tag{5}$$

とかける．ここで$\boldsymbol{s}_k$は観測ベクトルであり，本研究では加速度のみを観測とするため，$\boldsymbol{s}_k$は$\ddot{\boldsymbol{w}}_v$で構成される．また，$\boldsymbol{\omega}_k$はプロセスノイズであり，$\boldsymbol{\epsilon}_k$は観測ノイズである．この時，可観測行列

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}}^{n-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

のランクが状態次元nに達せず，$rank(\mathbf{O}) < n$となり，状態全体は可観測ではない．すなわち，加速度観測のみから$\boldsymbol{Z}_0$を一意に定められず，そのままではカルマンフィルタ推定が不安定化しうる．

可観測性を満たさない場合でも，状態$\boldsymbol{Z}_k$のうち一部は観測$\boldsymbol{s}_k$から一意に推定できる（観測可能な部分空間が存在する）．本研究では，判別法(Wang et al., 2019)に基づき観測可能な状態変数は車両振動成分（$\boldsymbol{w}_{v,k}$と$\dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}$に対応）があることに着目

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

する．そこで，本研究は「入力$\boldsymbol{u}_k$を状態空間モデルで直接推定する」ことを避け，カルマンフィルタで安定に推定できる車両振動成分のみを用いて入力を計算する方針を採る．

カルマンフィルタにより得られる推定値$\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,k}$と$\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$，$\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$を用い，車両運動方程式を$\boldsymbol{u}_k$について解く($\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$は，$\bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1}$より得る)．擬似逆行列を用いて

$$\widehat{\boldsymbol{u}}_k = \mathbf{F}_v^{\dagger}\left(\mathbf{M}_v\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{C}_v\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{K}_v\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,\mathrm{k}}\right) \tag{7}$$

として，入力プロファイルを直接計算できる．この操作により，$\boldsymbol{u}_k$を状態として推定する際に生じる不可観測成分の影響を回避し，数値的に安定な入力推定を実現する．推定した$\widehat{\boldsymbol{u}}_k$は$\widehat{\boldsymbol{u}}_k \approx \boldsymbol{r}_k + \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$を満たすため，橋梁動的応答解析により，$\boldsymbol{w}_{b,k}$を計算し，$\widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{b,k}$を得ることで，路面は$\boldsymbol{r}_k = \widehat{\boldsymbol{u}}_k - \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$として分離できる．VBIS 法では，前後輪が同一路面を走行するという拘束を用い，前軸・後軸で推定される路面が一致するように車両・橋梁パラメータを更新して同定を行う．

本研究では，橋梁剛性の端部要素に剛性低下を与えた損傷シナリオを設定し，同定で得られる端部要素の剛性推定値を損傷指標として，端部損傷の検知可能性を数値シミュレーションで検討する．

3. 数値シミュレーションの結果

本研究の数値シミュレーションは，ハーフカーモデルと Euler-Bernoulli 梁モデルを用いた VBI 系を構築し，橋梁を 7 要素に分割して検証を行った．端部損傷は端部要素（EI_1）の曲げ剛性を健全時の 50%に低下させることで模擬した．観測量は車両の鉛直加速度とし，測定ノイズは付加していない(車両速度 10m/s，時間刻み 0.001s，実験回数 16 回)．

図 1 にパラメータ推定結果を示す．左図は提案手法であり，右図は可観測性を満たすカルマンフィルタ（ハイパスフィルタ適用）の結果である．不可観測モデルでは，端部要素の剛性低下がほぼ真値どおりに推定され，他の要素も概ね健全値付近に同定された．すなわち，損傷が端部に局在していることが明瞭に再現されている．なお，カルマンフィルタの観測ノイズ項に微小な値を加えているため，真値に一致はしない．

一方，可観測モデルは端部剛性の低下傾向は確認できるものの，推定値は真値から乖離し他の要素にも誤差が生じた．可観測モデルは，加速度を数値積分して変位を生成する際に生じるトレンドに対処するため，カットオフ周波数 0.05 Hz のハイパスフィルタを適用している．しかしながら，この処理により橋梁応答の低周波成分も同時に減衰し，剛性同定に必要な情報が一部失われた可能性がある．以上より，ノイズを含まない理想条件においては，低周波成分を保持できる提案手法の方が高精度に端部損傷を同定可能であることが確認された．

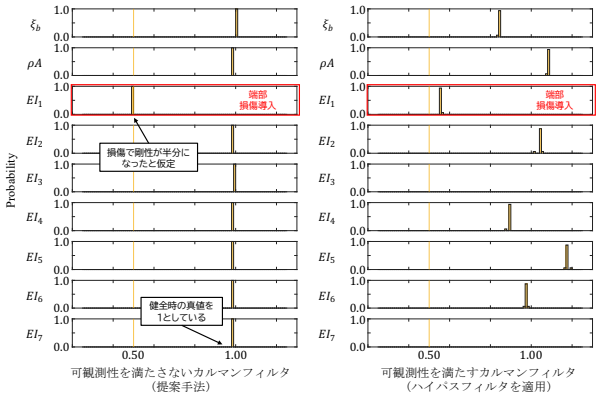


図1：不可観測モデルと可観測モデルの橋梁パラメータ推定結果の比較（端部損傷，ノイズ 0%）

4. 考察

本結果の差異は，低周波成分の取り扱いが同定精度に影響を与えた可能性に起因すると考えられる．橋梁の剛性変化は，振動モードの変化だけでなく，車両通過時の準静的たわみ応答にも反映される．この準静的応答は比較的低周波帯域に含まれるため，当該成分を適切に保持することが剛性推定に寄与している可能性がある．可観測モデルでは，数値積分に伴うドリフトを抑制するためにハイパスフィルタを適用しているが，その結果として準静的成分の一部が減衰し，同定に利用可能な情報量が減少したことが推定誤差の増加につながったと解釈できる．

一方，提案手法では観測可能な状態成分を用いて運動方程式に基づき入力を再構成するため，低周波成分を保持したまま推定が行われる．VBI 系は車両と橋梁が相互作用する結合系であり，入力・応答の双方に構造情報が分散して現れる特徴を有する．このような系においては，観測量の種類だけでなく，信号処理の方法が識別可能な情報に影響を及ぼすと考えられる．本結果は，観測設計と信号処理の選択が同定性能に与える影響を示す一例と位置付けられる．

ただし，本検討はノイズを含まない数値シミュレーションに基づくものであり，実環境では低周波帯域が環境ノイズやセンサ誤差の影響を受ける可能性がある．さらに，走行速度や損傷位置の違いが低周波成分への寄与にどのように影響するかを体系的に検討することにより，本手法の適用範囲をより明確にできると考えられる．

参考文献

1) Cantero, D. and O'Brien, E. J.: The non-stationarity of apparent bridge natural frequencies during vehicle crossing events, *FME Transactions*, Vol.41, No.4, pp.279-284, 2013.
2) Chang, K. C., Kim, C. W. and Borjigin, S.: Variability in bridge frequency induced by a parked vehicle, *Smart Structures and Systems*, Vol.13, No.5, pp.755-773, 2014.
3) Fujino, Y. and Siringoringo, D. M.: Recent research and development programs for infrastructures maintenance, renovation and management in Japan, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.16, No.1, pp.3-25, 2020.
4) Malekjafarian, A., McGetrick, P. J. and O'Brien, E. J.: A review of indirect bridge monitoring using passing vehicles, *Shock and Vibration*, 286139, pp.1-16, 2015.
5) Wang, H., Nagayama, T. and Su, D.: Estimation of dynamic tire force by measurement of vehicle body responses with numerical and experimental validation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.123, pp.369-385, 2019.
6) Yamamoto, K., Fujiwara, S., Tsukada, K., Shin, R. and Okada, Y.: Numerical studies on bridge inspection using data obtained from sensors on vehicle, *Proceedings of the 13th International Workshop on Structural Health Monitoring (IWSHM 2022)*, pp.756-763, 2022.
7) Yamamoto, K., Shin, R. and Mudahemuka, E.: Numerical verification of the drive-by monitoring method for identifying vehicle and bridge mechanical parameters, *Applied Sciences*, Vol.13, No.5, 3049, 2023.
8) Yang, Y. B., Lin, C. W. and Yau, J. D.: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, No.3-5, pp.471-493, 2004.
9) 片山徹：システム同定―部分空間法からのアプローチ，朝倉書店，2018.
10) 長山智則，趙博宇，薛凱：走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定，土木学会論文集 E1, Vol.75, No.1, pp.1-16, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

Seismic response prediction from limited observation data using mode superposition transfer learning (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

才田　大聖（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Taisei SAIDA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: saida.taisei.tj@alumni.tsukuba.ac.jp

This study proposes Mode Superposition Transfer Learning (MSTL), a physics-informed transfer learning method for seismic response prediction with limited observations. Based on modal superposition method, the ground motion to structural response mapping is learned in two steps: a deep learning model is pre-trained to predict a set of Single Degree of Freedom (SDOF) responses from ground acceleration, and then a second deep learning model is fine-tuned to combine these SDOF responses into the response of the target structure. The method is verified on observation data from a two-span RC box-girder bridge, predicting transverse deck displacement from ground accelerations. MSTL improves R^2 and more accurately captures response peaks than training without MSTL, indicating its effectiveness in small-data settings.

1．序論

日本は地震多発国であり、構造物の地震時の挙動を把握し、それに基づいて耐震補強などを行うことが重要である。ここで地震時挙動を予測するためには有限要素法などの数値計算が用いられることが多い。しかし、実構造物の持つ材料特性や境界条件などを正確に数値解析モデル化することは困難であり、正確な地震応答挙動把握は難しい。

そこで近年、数値解析モデルを介さずに、地震の地盤加速度と構造物の応答の時刻歴波形間の関係を深層学習モデルでモデル化する研究が行われてきている。このモデル化では、入力となる地震動と出力となる構造応答の関係性自体が、構造物の動的特性を内包しているため、境界条件等も暗にモデル化に組み込まれることとなる。こうしたデータ駆動型の深層学習モデルは実際の観測データから学習されるため、数値解析モデルよりも高精度なモデルを作成できる可能性があり、注目されている。

地震応答予測における深層学習モデルとして、Convolutional Neural Networks (CNN) や Long Short-Time Memory (LSTM) がよく用いられており、構造物の地震応答挙動を予測できる可能性が示されてきている。著者らにおいても、説明可能な地震応答予測モデルとして、Explainable Seismic Response Networks (ExSRNet) を提案してきており、実構造物の挙動を高精度に予測している [1]。しかし、これらの深層学習モデルはデータ駆動型である上に、そのパラメータ数は多く、構造物の地震観測といった少数のデータから学習することが難しいことが課題となる。

そこで本研究では、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 (Mode Superposition Transfer Learning, MSTL) を提案する。モード重ね合わせ法に基づくと、線形な多自由度系応答(MDOF)は複数の 1 自由度系(SDOF)の応答の重ね合わせで表現できる。そこで MSTL では、SDOF 応答からなるデータセットを基に事前学習を行い、実構造物である MDOF 応答からなるデータセットでファインチューニングを実施する。SDOF 応答といった物理的な知識を事前にモデルに埋め込むことにより、少ない観測データからでも高精度な地震応答予測モデルを構築できる可能性がある。検証では、2 径間 RC 箱桁橋の実観測データを用いて学習を実施し、将来的な地震応答の予測精度を MSTL の有無で比較し、MSTL の有効性を示す。

2．モード重ね合わせ法に基づく MSTL の実装

時刻$t = 1, \dots, L$において、地震加速度$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_L)^\mathsf{T}$と構造物応答$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_L)^\mathsf{T}$が観測されているとする。地震応答の予測においては、写像$\mathbf{y} = \mathcal{G}(\mathbf{x})$を近似することが目的となる。ここで、データが豊富な状況下においては、観測データを用いてパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を持つ深層学習モデル$\hat{\mathcal{G}}_{\boldsymbol{\theta}}$を構築し、$\mathcal{G}$を近似すればよい。しかし、地震観測において通常、地震観測回数は少なく、深層学習モデルを直接学習させると、過学習しやすく学習が難しい。

そこで MSTL では、モード重ね合わせ法に基づき、$\mathcal{G}$の学習を 2 段階の学習として捉える。具体的には、$\mathcal{G}$をゼロから学習する代わりに、地震動から SDOF 応答の集合への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答の集合から対象構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成写像$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として考える。2 段階にすることにより、$\mathcal{F}$を対象構造物の観測データなしに学習することが可能となり、$\mathcal{P}$のみを観測データから学習すればよく、過学習を抑えられることが期待される。

実装では、Fig. 1 に示すように 2 段階の学習が行われる。1 段階目の事前学習においては、$\mathcal{F}$を近似する深層学習モデル$f_{\boldsymbol{\theta}}$を大規模な SDOF の応答データより学習する。この学習により、SDOF の応答を予測可能なパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を獲得する。2 段階目のファインチューニングでは、事前学習済みの$f_{\boldsymbol{\theta}}$を再利用し、地震波形から SDOF 応答$\mathbf{Z}$を予測する。続いて、$\mathcal{P}$を近似する深層学習モデル$p_{\boldsymbol{\phi}}$を学習することで、

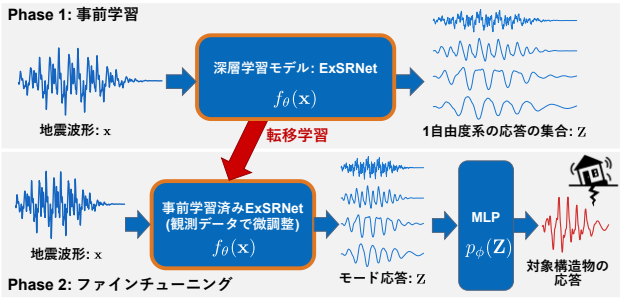


Fig. 1 Overview of Mode Superposition Transfer Learning

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

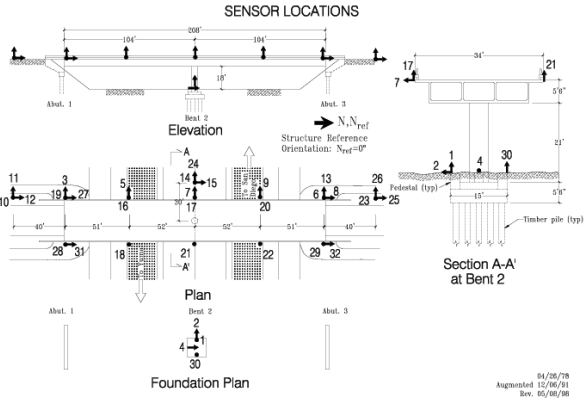


Fig. 2 Sensor Locations of RC bridge [3)]

対象構造物の応答を学習する。ここでp_ϕは SDOF 応答を非線形に重ね合わせる多層パーセプトロン(MLP)である。f_θについては、時刻歴予測が可能な任意のモデルを使用可能であるが、本研究においては ExSRNet[1)]を使用する。θおよびϕの最適化においては、Sharpness Aware Minimization を適用した RAdam を使用する。また、事前学習に用いる SDOF 応答のデータセットは、0.2 から 10 Hz の固有振動数の範囲で 64 の振動数を設定し、入力地震動として K-NET および KiK-net の強震記録 [2)]から計測震度 4.5 以上の加速度波形を 4,254 波形取得して用いた。すなわち、事前学習用データセットの応答数は 64×4,254=272,256 となり、大規模なデータセットである。

３．２径間 RC 箱桁橋の観測データを用いた検証

検証では、Center for Engineering Strong Motion Data[3)]で公開されている 2 径間 RC 連続箱桁橋の実観測データを用い、地震応答予測モデルを MSTL により構築し、予測精度を評価する。対象橋梁は全長 63.4m、1 径間当たりの長さが 31.7m である。観測点として、Fig. 2 に示すように多数の加速度計が設置されている。検証では、入力として地盤の加速度（ch14, ch15, ch24）を用い、橋軸直角方向の床版位置での変位（ch7）を出力とする。訓練・検証データとして、2008～2010 年 5 月の 9 観測を用い、テストデータには 2010 年 7 月以降の 2 観測を用いた。これにより、過去の地震記録で学習し、未来の応答を予測できるかを検証する。

まず、テストデータに対する予測精度を評価する。Table1 に、各テスト地震記録に対する決定係数 R^2 を示す。 ここで、ExSRNet-MSTL は MSTL を適用したモデル、ExSRNet は MSTL を適用しないモデルである。いずれの地震においても ExSRNet-MSTL が ExSRNet の精度を上回っていることが確認できる。通常の ExSRNet では、観測データから地震動の特徴抽出と、構造応答への変換の両方をゼロから学習しなければならず、過学習や局所解に陥りやすい。対して ExSRNet-MSTL では、事前学習の段階で多様な固有周期を持つ SDOF の揺れ方を既に学習している。そのため、対象構造物に対する学習は、獲得済みの特徴量をどのように組み合わせれば観測応答を再現できるか、というモードの重み付けとその微調整のみを学習すればよく、学習が容易化したことが精度向上につながったと考えられる。

次に、具体的な応答を確認するため、BorregoSprings (2010-07-07) 地震における変位応答の最大応答付近の予測結果を Fig. 3 に示す。 図中、黒線はセンサの値、赤点線は ExSRNet-MSTL、青点線は ExSRNet の予測値を表す。 また、横軸は時間を表し、縦軸は変位である。Fig. 3 の最大応答付近（15～17 秒）において、ExSRNet は応答を過小評価し、ピークのタイミングや形状にずれが見られるのに対し、ExSRNet-MSTL はピークのタイミングと振幅ともに精度よく捉えている。これは、MSTL によって獲得された表現が、実際の構造物応答といった複雑な応答特性に対しても有効に機能していることを示唆している。

Table 1 Accuracy of Seismic Response Prediction

地震名	R^2（ExSRNet-MSTL）	R^2 (ExSRNet)
BorregoSprings (2010-07-07)	**0.9345**	0.7289
BorregoSprings (2016-06-10)	**0.7627**	0.4389

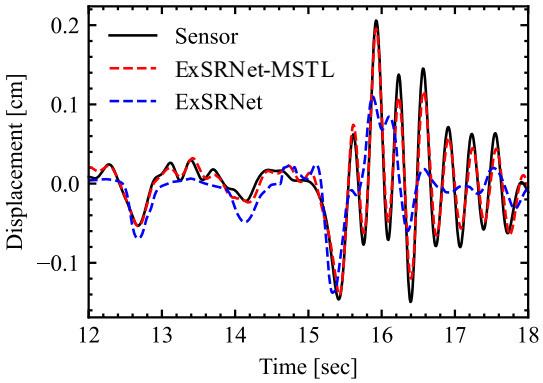


Fig. 3 Predicting Response of RC Bridge

４．結論

本研究では、地震観測データが少数であることに起因する深層学習モデルの過学習を課題として、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 MSTL を提案した。MSTL は、地震動から構造物応答への写像を、地震動から SDOF 応答への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答から構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として捉え、SDOF の大規模データで$\mathcal{F}$を事前学習し、実構造物の観測データで主に $\mathcal{P}$をファインチューニングする 2 段階学習により学習を安定化させる。

2 径間 RC 連続箱桁橋における検証では、MSTL を適用した ExSRNet-MSTL は、適用しない ExSRNet と比較してテスト地震で R^2 が向上した。以上より、SDOF 応答に基づく物理的知識を事前学習として埋め込む MSTL は、少数の実観測データしか得られない実構造物の地震応答予測において有効であることを示した。

謝辞

本研究は JST 創発的研究支援事業 JPMJFR205T 及び、JSPS 科研費 24KJ0474 の助成を受けたものです。また、計算資源は筑波大学計算科学研究センターの学際共同利用プログラムにより提供されました。

参考文献

1) T. Saida and M. Nishio: ExSRNet: Explainable deep learning model for seismic response prediction with frequency attention mechanism, Engineering Structures, 343, pp.120953, 2025.
2) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience: NIED K-NET, KiK-net, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, 2019.
3) California Geological Survey and U.S. Geological Survey: Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD), U.S. Geological Survey, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について（シンポジウム講演概要）

On the self-equilibrated stress fields and couple stress fields in Linear Theory of Elasticity (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鳥巣 茂樹（武庫川女子大学・建築）
Shigeki TOSU, Mukogawa Women's University
E-mail: tosu@mukogawa-u.ac.jp

The Cauchy stress field, a symmetric tensor field, ensures couple equilibrium on a sub-body, but it is indeterminate with respect to external force fields because it contains self-equilibrated stress components that exist in the absence of external loading. Eliminating these components renders the stress field unique relative to the external forces, and the traction field also becomes unique. The resulting stress field admits scalar and vector potentials, but maintaining couple equilibrium on a sub-body requires the existence of couple stresses. Thus, eliminating self-equilibrated stresses while excluding couple stresses is incompatible.

１．線型弾性論

3 次元 Euclid 空間上の単連結領域を占める弾性体 B が，外力場に依り $\acute{\mathrm{B}}$ に変形し，静力学的に平衡するとき，物体力･表面力 vector 場 $\{\acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\acute{\boldsymbol{x}} \in \acute{\mathrm{B}}$, $\acute{\boldsymbol{\xi}} \in \partial\acute{\mathrm{B}}$ を，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV = \acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\boldsymbol{x} \in \mathrm{B}$, $\boldsymbol{\xi} \in \partial\mathrm{B}$ と物質表示し，変位 vector 場を $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \acute{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}$ とすれば，外力場の並進力･偶力平衡式は下式となる．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\big)\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\big)\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

このとき，変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ と外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ は幾何学的非線型となり，数理的扱いが困難となる．

そこで，変位場および外力場が微小量と仮定すれば，非線型項 $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ は 2 次微小量として無視出来て，線型化出来ると言うのが，所謂微小変位理論 [1) 487G.] である．しかし，弾性 energy $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ も 2 次微小量として無視出来て，弾性論が成立たない．

線型弾性論では，外力場･内力場の並進力･偶力平衡に，変位場･歪場･構成則が関わらないことを前提とし，(2)式は

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{\xi}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{3}$$

となる．つまり，外力場は，弾性体の無変位･初期状態，即ち剛体状 B 上の vector 場であり，純幾何学的に，B 上で内力場，即ち応力場と平衡する．変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ も，外力場と線型関係を成す B 上の vector 場と言う数理的措定と言える．

２．弾性変形と変位場の可積分条件

弾性体と言う限り，他の連続体と一線を画する物性を備えている．その物性を端的に表せば，加力に依り isotopic かつ滑らかな変形を生じ，除荷すれば初期状態に復元する物性と言える．isotopic な変形とは，平たく言えば，内部構造，例えば弾性体に埋込まれた微細な格子構造を保存する変形であり，内部構造が破断･圧潰･重畳･反転あるいは自己交差･接触･貫入を生じない．更に，変形の滑らかさ，即ち内部構造が屈折･捩折を生じないことも求められる．

弾性体 B が外力作用に依り変形し，単連結領域 $\acute{\mathrm{B}}$ となるとき，写像 $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\in\mathrm{B} \to \acute{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) \in \acute{\mathrm{B}}$ が局所的に単射または微分同相となるには，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は C^1 級で，連続な変位勾配 tensor 場 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$，変形勾配 tensor 場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{I}+\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が存在し（勾配の一般的な表現は $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$），下式を満足しなければならない．

$$\det\big(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\big) = 1 + e(\boldsymbol{x}) + \mathrm{adj}\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) : \mathbf{I} + \det\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) > 0 \tag{4}$$

なお，$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ とおき，偏差歪 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$，置換 tensor を $\boldsymbol{\epsilon}$ とすれば，$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ は下式

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = e(\boldsymbol{x})\,\mathbf{I}/3 + \omega(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

のように直交分解出来る．$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が微小なら，(4)式は満たされ，$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$ の局所的単射性と向き保存（orientation preserving）[5) 5. 5.] が保証される．

一方，$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が C^2 級なら，下の Poisson 方程式が成立つ．

$$\nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \tag{6}$$

$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) \to \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が単射となり，凸領域 B の原点 $\mathrm{O}\in\mathrm{B}$ に対する Cesàro の変位場求積法の下式が一意的であるためには，

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{u}(r\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{0}) + \boldsymbol{k}\cdot\int_0^r \boldsymbol{J}(s\boldsymbol{k})\,ds \quad \text{for} \quad \forall\boldsymbol{k}\in\mathrm{S}^1 \tag{7}$$

不定成分 $\nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を排除し，下式が成立たねばならない．

$$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = -\nabla\cdot\boldsymbol{\epsilon}\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

つまり、Saint- Venant の歪場適合方程式ではなく、上式を満たさねばならない。上式は $\partial_i\big(\partial_j u_k\big) = \partial_j(\partial_i u_k)$ for $i\neq j$ と書けるので，偏微分の順序交換条件･Young の定理･Schwarz の可積分条件とも呼ばれる．弾性体 B に埋込まれた単純閉曲線を，弧長助変数 s で C: $\boldsymbol{c}(s)\subset\mathrm{B}$ と表現すると，C の接線 vector 場は $\boldsymbol{c}'(s) = \lambda(s)\in\mathrm{S}^2$ で，C は弾性変形に伴い $\acute{\mathrm{C}}$: $\acute{\boldsymbol{c}}(s) = \boldsymbol{\varphi}\big(\boldsymbol{c}(s)\big) = \boldsymbol{c}(s) + \boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ に変形する．任意の単純閉曲線 C を境界とする曲面を Π，即ち $\mathrm{C} = \partial\Pi$ とすれば，C 上の変位 vector 場 $\boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ の増分の周回積分は，Stokes の定理より，下式となる．

$$\oint_{\boldsymbol{c}(s)\in\mathrm{C}} \lambda(s)\cdot\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)\,ds = \int_{\boldsymbol{x}\in\Pi} \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x})\,dS = \boldsymbol{0} \quad \because \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{9}$$

$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ なら，積分経路 C に依らず周回積分は零となり，変形後の曲線 $\acute{\mathrm{C}}$ も閉曲線で，弾性体 B に埋込まれた任意の単純閉曲線 C が，大域的にも破断･転位 [3)] しないことを保証している．$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\to\acute{\boldsymbol{x}}$ は大域的に単射とは言えず，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線とは必ずしも言えないが，局所的には，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線と言えるので，ambient isotopic な変形と看做せる．

このとき，$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \mathbf{I} = 0$ より，下式

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\,\nabla\,e(\boldsymbol{x}) - (1/2)\,\nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{10}$$

$$\therefore \nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\,e(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{11}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = 0 \quad \because \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) : \mathbf{I} = 0 \tag{12}$$

が導ける．この歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ は，(12)式の拘束を有し，独立な要素は 3 要素であり，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ の独立な要素数と一致し，冗長性を持たない．(10)式は，$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を意味

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

せず，偏差歪 tensor 場 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$ は $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ に従属し、勾配 $\{\nabla e(\boldsymbol{x}), \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が生ずる見掛の歪場であることを表す．

Navier-Cauchy の運動方程式から，導かれる波動方程式

$$\ddot{e}(\boldsymbol{x}) = c_P \nabla^2 e(\boldsymbol{x}),\quad \ddot{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{x}) = c_S \nabla^2 \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{13}$$

も，歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が弾性 energy を伝搬することを示す．

3．自己平衡応力場

古典的弾性論に従えば，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し，応力 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が存在し，境界閉曲面 ∂B の法線 vector を $\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})$ とするとき，下式の平衡方程式を満たす．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) \quad \text{in} \quad \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{15}$$

正定値剛性 tensor を $\mathbf{C}$ とし，構成則 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})$ の存在を仮定すれば，⑭・⑮式を満たす解は一意的と Kirchhoff は主張した [2) 118.]が，柔性 tensor を $\mathbf{S}$ とする $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{S}:\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が普遍的弾性構成則であり、Stokes も指摘するように $\mathbf{S}$ は正則とは限らず，$\mathbf{C}$ も存在するとは限らない．また，Beltrami の適合条件式 [4) 7. 3.]も，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0}$ から $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ は導けない．

⑫・⑬式を 3 連立の偏微分方程式と Neumann 境界条件と看做せば，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ の 9 or 6 要素は冗長で，解は不定となる．⑭・⑮式に含まれる自己平衡(self- equilibrated)応力場とは，下式を満たす成分 $\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) \neq \boldsymbol{0}$ で，Kirchhoff が応力場一意性の背理法証明で用いた，異なる 2 解の差分に他ならない．

$$\nabla\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{16}$$

これを排除するためには，下式が成立たねばならない．

$$\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{17}$$

一方，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ は⑸式と同様に，偏差応力 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$ とするとき，下式のように直交分解出来る．

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,\mathbf{I}/3 + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ p(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\mathbf{I},\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\boldsymbol{\epsilon} \tag{18}$$

よって，$\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\nabla p(\boldsymbol{x}) - (1/2)\nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})$$

$$\therefore -\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{19}$$

更に，$\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = (2/3)\,p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - (1/2)\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})$$

$$\therefore \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}),$$

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = 0 \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{20}$$

が成立ち，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \to \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ の一意的関係，下式も成立つ．

$$p(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}),\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{21}$$

このとき，⑲式は vector 場 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ の Helmholtz 分解式となり⑪式に一致し，⑳式は vector $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})$ の直交分解式となる．⑲・⑳式を満たし，応力 potential 場とも言える $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\}$ は，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し一意的であり(Friedreichs 分解)，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \leftrightarrow \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ も双射の関係となる．

なお，応力場が対称 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$ $\therefore \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ とするなら，⑭・⑮式は，下式の“hydrostatique”に帰する．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{22}$$

よって，応力 tensor 場の不定性、即ち自己平衡応力場成分の排除と偶応力場の排除は，相反し，両立しない．

4．偶応力場

外力場が変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を生じるまでに弾性体 B に成す仕事 U_{B} は，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ と $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が線型関係で，⑲・⑳式が成立てば，下式となり，弾性 energy として保存される．

$$U_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\cdot\,dV + \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\,dS$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\big)\,dV = \int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} W(\boldsymbol{x})\,dV \tag{23}$$

よって，下式の Hooke の法則が成立ち，

$$e(\boldsymbol{x}) = \kappa^{-1}\,p(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \kappa > 0,$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda > 0,\ \ \because \nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{24}$$

⑶式は下式となって，剛体回転を生じないことを保証する．

$$2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV = 2\lambda\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\,dV = \boldsymbol{0} \tag{25}$$

切断原理に従い，任意の部分領域 $\mathrm{B_P}\subseteq\mathrm{B}$ の境界面 $\partial\mathrm{B_P}$ 上に並進・偶 traction vector 場 $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$, $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$ on $\partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta}$ が存在し，部分固体 $\mathrm{B_P}$ 上に作用する物体力場と平衡するとすれば，下式が成立つ．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{26}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \big(\boldsymbol{\zeta}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\big)\,dS = \boldsymbol{0} \tag{27}$$

このとき，⑳式と同様な下式が成立てば，⑳式を満たす．

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) = p(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta} \tag{28}$$

更に，下式が成立つならば，⑸・⑵式を満たす．

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) = -2\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta},$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B} \ \ni\boldsymbol{\xi} \tag{30}$$

$$\because 2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{31}$$

変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を層状 vector 場成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x})$ と管状 vector 場成分に分解し，管状 vector 場成分を剪断変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x})$ と湾曲変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ に分解すると，下式となる．

$$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) \tag{32}$$

このとき，⑵8)～⑶0)式および⑵3)式の部分積分から下式，

$$2\,W(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = -\nabla^2\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{33}$$

が成立つので，下式の Hooke の法則が導ける．

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \mu^{-1}\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda,\,\mu > 0 \tag{34}$$

よって，応力場 $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\}$ は弾性歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ の連続性を保証し，Poisson 方程式⑶3)の正則性に依り，偶応力場 $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})$ の連続性が $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ の滑らかさ C^2 級を保証する．

5．まとめ

抑も線形弾性論は，〈外力場→応力場→歪場→変位場〉の線型な因果関係を導くことで，〈応力場→外力場〉・〈変位場→歪場〉が一意的でも，逆が不定なら，線形弾性論は成立たない．Cauchy の応力場は，偶応力場を排斥することで，対称 tensor 場となり，不定性を孕むが，自己平衡応力場を排除すれば，静水圧場に帰する．即ち，応力場の不定性の解消と偶応力場の排斥は，二律背反し，両立しない．そこで，自己平衡応力場成分を含まない応力場と偶応力場に基づく，線型弾性論を示した．(なお、Cosserat 兄弟の偶応力理論から自己平衡応力場を排除すれば、本論に帰着する．)「静力学=vector」⇒「解析力学=scalar」と言う弾性論史，あるいは「有理力学 : 連続体=無構造」⇒「弾性=構成則」は，「弾性=柔性(力→変形)=幾何学」と言う視座を隠蔽している．

参考文献

1) 日本数学会編集: 岩波 数学事典, 第 4 版, 岩波書店, 2007.
2) Love A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity (2nd Edition), Cambridge: at the University Press, 1906.
3) Kröner E.: Continuum Theory of Dislocations and Proper Stresses (Trans. by Delphenich D. H.), Springer Verlag, 1958.
4) Fung Y. C.: Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, 1965.
5) Ciarlet P. G.: Mathematical Elasticity Vol. 1: Three-dimensional Elasticity, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Directivity and Beam Forming Capability of Photo Acoustically Generated Ultrasonic Waves
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

木本　和志（岡山大・環境生命自然科学）　一水　信之介（岡山大・環境生命自然科学）
斎藤　隆泰（群馬大・理工学府）
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Shin-nosuke ICHIMIZU, Okayama University
Takahiro SAITO, Gunnma University
E-mail: kimoto@okayama-u.ac.jp

Photo acoustic (PA) ultrasonic generation has several advantages over conventional piezoelectric transducers. In the context of ultrasonic flaw detection, a notable potential advantage is the ability to excite ultrasonic beams from curved surfaces. To explore this possibility, directivity characteristics of photo acoustically generated ultrasonic beam are investigated in this study, using a sample with partially curved surface. It is found as a result that the PA generated ultrasonic beam deflects to the direction perpendicular to the surface where the beam is generated. Also shown is that the 6dB beam width is as broad as 30 to 40 degrees. It can thus be expected that the PA method is amenable for phased array beam forming for sub-surface flaw detection.

1. はじめに

超音波探傷試験は，鋼橋における疲労き裂の検出や評価に用いられている．鋼橋の超音波探傷試験では，通常，接触型の圧電トランスデューサ (探触子) が用いられ，探触子はカップラントを用いて対象物に密着させる必要がある．そのため，曲面や段差のある箇所での送受信は簡単ではなく，対象物の形状に合わせたシューに探触子をマウントすることや，シューの形状や素子配置を変化させることのできるアダプティブ探触子を用いる必要がある．一方，パルスレーザー照射によって超音波を励起する光音響法は，平坦でない箇所からも非接触で超音波を励起できる．疲労き裂が発生する溶接継手には溶接ビードの余盛りがあり，表面が平坦でない．そのような箇所で光音響法を用いることができれば，近距離からき裂や溶接欠陥に向けて強い超音波を送信できる可能性がある．しかしながら，光音響法は鋼橋の超音波探傷に用いられておらず，内部きずの探傷に適した超音波ビームを，曲面や傾斜した平面から入射できるかどうかは明らかでない．

このことを踏まえ本研究では，アブレーションモードの光音響法で励起した超音波の伝播状況を，溶接余盛りを模擬した試験体を用い透過波測定を行って調べた．本発表では，多点送信によるビーム合成において成否の鍵となる，個別送信点からの超音波が示す指向性について得られた知見を中心に報告を行う．

2. 実験方法

光音響法による透過波測定に用いた装置の構成を図 1 に，試験体の形状と寸法を図 2(a) に示す．超音波の励起には Q スイッチ Nd:YAG レーザーを，受信にはレーザードップラー振動計 (LDV:Laser Doppler Vibrometer) を用いた．YAG レーザーの波長は 1,024nm, 出力は 20mJ で，凸レンズを用い，試験体表面でスポット径が約 1mm となるようにして照射した．LDV の帯域は 0.1Hz~20MHz で，十分な幅の周波数帯域が確保されている．試験体には，突き合わせ溶接継手の余盛りを模擬するために，半径 14.5mm の円弧状の凸部を設けている．模擬余盛りの幅は 20mm, 高さは 4mm で，図 2 の奥行き方向は厚さ 35mm で一様な断面形となっている．試験体は，加工が容易な真鍮を用いて作成し，フライス盤による切削とヤスリがけによる研磨で表面を成形した．試験体作成後は側面のスキャン画像を取得し，設計寸法と大きな差が無いことを確認した．また，比較のため，図 2(b) に示す，大きさ 100mm×25mm×35mm の真鍮ブロックを参照試験体として用いた．真鍮の弾性波速度は，別途，圧電探触子で測定したところ，P 波速度は 4.4km/s, S 波速度は 2.1km/s であった．以下，(a) を模擬余盛り試験体，(b) を参照試験体と称する．送受信点位置は，試験体底面の中央を原点とする xy 座標系で表す．ただし，受信点座標は $(x, y) = (x, 0)$，送信点座標は (x_s, y_s) と書いて互いに区別する．受信は試験体と送信位置によらず，一律に，$|x| \leq 40$mm(区間 BB') において 0.5mm ピッチで行った．送信は，模擬余盛り試験体では $|x_s| \leq 12$mm の区間 AA' から，参照試験体では $x_s = 0$mm からのみ行った．

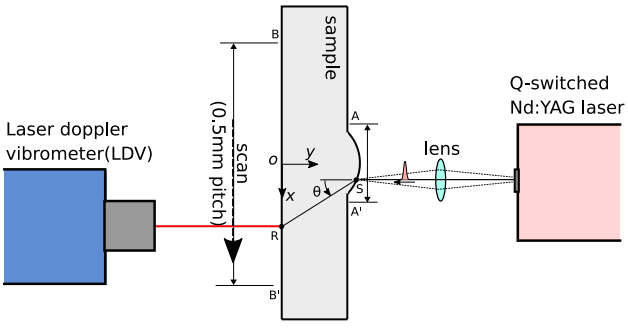


Fig. 1　Experimental setup for the photo acoustic ultrasonic transmission test

3. 実験結果

測定結果の一例を図 3 に示す．この図は，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) で超音波を励起した結果得られた走時波形である．横軸は時間 $t[\mu s]$，縦軸は測定位置 x[mm] を表し，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

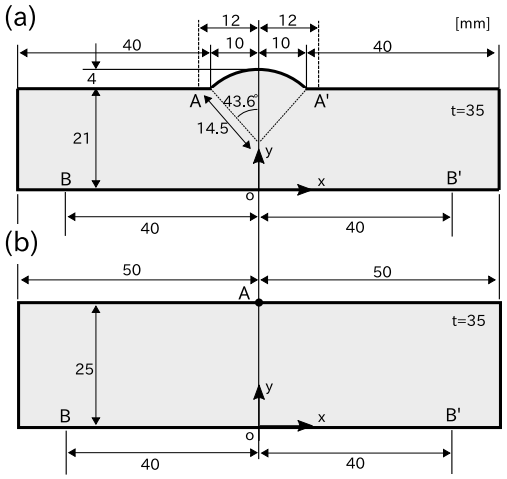


Fig. 2　Samples for the ultrasonic measurements

最大値で無次元化した振幅をカラー表示している．真鍮の弾性波速度から予想される時間と位置で P 波と S 波のパルスが明確に現れており，他にも，試験体の角部や上下面からの反射波が見られる．縦波は送信点直下で最も早く到達し，測定範囲全体 $|x| \leq 40$mm に渡って観察されている．紙面の都合上，ここでは割愛するが，参照試験体でもよく似た走時波形が得られる．ただし，超音波の広がりは平面から送信を行った参照試験体でより大きく，最大振幅は模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) の方がやや大きい結果となった．以下，本稿では，模擬余盛りから送信を行った場合の P 波の指向性に関する結果を示す．

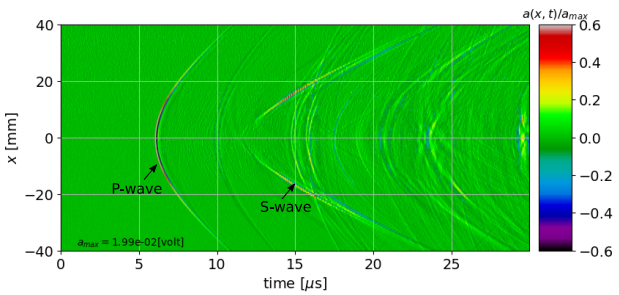


Fig. 3　Travel-time plot for the measured waveforms (transmission from $x_s = 0$mm)

4.　指向性の評価

LDV 測定では，振動速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ のレーザー照射方向成分 v_n が得られる．従って，送信点から観測点をみる方向を θ(図 1 を参照) とすれば，$|\boldsymbol{v}| = v_n/\cos\theta$ の関係がある．また，点源からの弾性波は伝播距離 $r = y_s/\cos\theta$ に比例して振幅が低下する．これらの効果を補正し，超音波強度と伝播方向 θ の関係を調べるためには，LDV 測定で得られた波形に $y_s/\cos^2\theta$ を乗じたものを用いればよい．ここで，(x_s, y_s) から送信し，$(x, 0)$ で受信した超音波の時刻歴波形を $a(x, t; x_s)$ と表す．これを，上の考えに基づいて補正し，その最大振幅

$$I(\theta; x_s) = \max_t \left\{ \frac{a(x, t; x_s)}{\cos^2\theta} \right\} \tag{1}$$

を超音波強度として用いる．さらに，異なる送信位置に対する結果を互いに比較するために，次のように規格化し，これを放射パターンと呼ぶことにする．

$$D_P(\theta; x_s) = \frac{I(\theta; x_s)}{\max_\theta \{I(\theta; x_s)\}} \tag{2}$$

図 4 は，このようにして推定した，P 波の放射パターンを示したものである．参照試験体に対する結果をみると，$D_P(\theta; 0)$ のピーク方向 θ_p は送信点直下にな，$\theta_p = -10°$ 程度となっている．このことは，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) から送信した場合も同じで，YAG レーザーの強度が軸対象でなく空間的な偏りがあることが原因として考えられる．ただし，超音波ビーム軸をピーク方向 θ_p でなく，$D_P(\theta; x_s)$ を重みとした方向 θ の平均 $\bar{\theta}$ で評価すれば，$\bar{\theta} \simeq 0$ となり，図 3 で P 波到達時間が $x = 0$mm に関して上下対称であることと整合する．超音波の広がりは，参照試験体が模擬余盛りの場合よりもやや大きい．半値幅 (half width at half-maximum)$\Delta\theta_{6\mathrm{dB}}$ で言えば，参照試験体は約 50 度，模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) で約 40 度となっている．この違いは，試験体表面の曲率の影響を受け，超音波が緩くフォーカスがかかったためと解釈できる．模擬余盛り試験体，$x_s = -4$ と -9mm の場合，半値幅はより小さくなるが，最低でも $\Delta\theta_{6\mathrm{dB}} = 30$ 度程度と，P 波が広い範囲に伝わることがわかる．ただし，これらのケースではビーム軸が $\theta > 0$ 方向に大きく傾き，概ね送信点位置の法線ベクトル方向に向へ強い超音波が向かう．

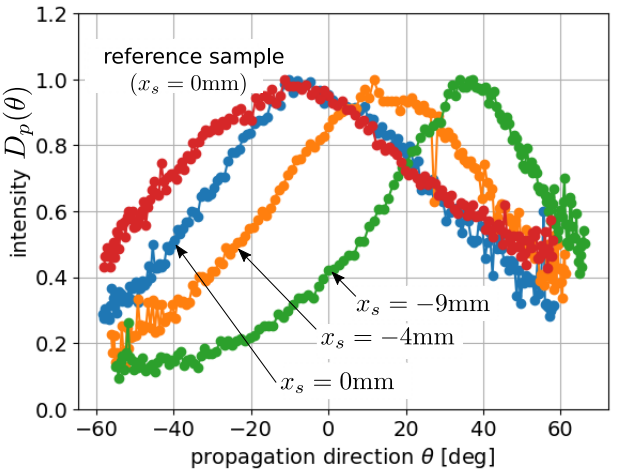


Fig. 4　Directivity of the photo acoustically generated ultrasonic P-wave.

5.　まとめ

以上のように，光音響法による超音波励起では，試験体表面の曲率や傾きの影響を受け，ビーム幅やビーム軸方向が変化する．これは，一点からの入射では，期待する方向に強い超音波を送信できるとは限らないことを意味する．従って，光音響法を超音波探傷に用いる場合，表面形状と指向性の関係をよく理解した上で，多点送信によるビーム制御を行う必要がある．幸い，アブレーションモードでは，よく広がる強い P 波を励起することができ，ビームフォーカシングやステアリングに加え，超音波イメージングにも利用し易いやすいと期待される．発表では，この観点を加え，光音響法で励起された P 波の指向性と，ビーム合成性能について調べた結果について報告する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較 (シンポジウム講演概要)

Comparisons of the classical and quantum mechanics approaches to point-like scatterers (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

東平光生（東京理科大学・創域理工学部）
Terumi TOUHEI, Tokyo University of Science
E-mail: ttouhei@rs.tus.ac.jp

The interaction effects of point-like scatterers is investigated in mathematical methods for the quantum and classical mechanics. We address the renormalization theory used in the quantum mechanics and observe that renormalization of coupling constant is also required in classical mechanics regime. We prove the strong convergence of the operator for the Dirac-type scatterers to the free Hamiltonian in the classical mechanics, where the interaction effects of the Dirac-type scatterers are disappeared. We observe that the Foldy algebraic equation in the classical mechanics regime remains valid in this limit process.

1. はじめに

量子論における波動関数は，量子の存在の確率密度関数として特徴づけられ，作用素に関しては observable として自己共役性が要請される．一方で，古典力学での波動場は，音響場などの物理的な意味が付与され，波動場の作用素は結果的に自己共役であることが多いと考えれる一方で，量子論のように始めから自己共役性が要請されるわけではない．量子論と古典論のこのような差異にも関わらず，古典論で音響場を扱う場合など量子論での方程式の構造と類似する場合がある．こうした意味で，量子論と古典論で，それぞれ展開されてきた数理の比較しその差異を考察することは意義があると考えられる．本稿では，この問題に関するいくつかの考察のポイントに言及する．

2. 微小散乱源の方程式と量子論からのアプローチ

本稿では，次の Dirac 散乱体による散乱問題を考える．

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \qquad (1)$$

古典力学側からの描像で方程式について述べれば，p は音響場の圧力としての意味を付与する．また，ω は角振動数，α は散乱源を識別するための番号でここでは散乱源の総数を N としている．また $m_\alpha\omega^2$ は coupling constant，$\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数 $\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_F$ とは散乱源に波動を照射するための点源の位置，Δ はラプラシアン，k は媒質の波数である．

ここでは，この方程式を巡って，量子論ではどのようなことが言われているかを概観する．量子論での議論では p は量子の存在の確率密度関数関数として読み替える．式 (1) に現れる Dirac type の散乱源 (ポテンシャル) は Fermi pseudo potntial[1] の問題として定義される．主たる論点は，式 (1) に現れた作用素の逆

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right)^{-1} \qquad (2)$$

は定義できないと言うことである．この問題を解決するために coupling constant $m_\alpha\omega^2$ を再定義 (renormalization) することが必要である．さらに，この renormalization で得られた作用素が observable として自己共役性が要請される．限れられた紙面でこの問題を論じることは不可能であり．結果のみ記述すると，以下のようになる．

$$\begin{aligned}(H-k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} [\Gamma_\theta]^{-1}_{\alpha\beta} G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}'), \quad (\mathrm{Im}\, k > 0) \end{aligned} \qquad (3)$$

ここに H は式 (1) の作用素の第 1 項と 2 項で coupling constant に renomrmalization を施し，さらに自己共役性を要請したものである．G_k は free space の Green 関数

$$G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \frac{1}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \qquad (4)$$

$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta}$ は相互作用を表現する係数行列で

$$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta} = \begin{cases} \theta_\alpha - \dfrac{ik}{4\pi}, & \alpha = \beta \\ -G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (5)$$

ここに θ_α は

$$-\infty < \theta_\alpha \leq +\infty$$

を満足する任意のパラメータである．このように，作用素の自己共役拡張は唯一でなく無数に存在する．この任意パラメータの決定は数学の問題でなく物理の問題である[2]．なお，renormalization された coupling constant は $\theta_\alpha - ik/(4\pi)$ で元の $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なっている．

3. 古典論からみた微小散乱源の問題

Foldy(1945)[3] が提示した微小散乱源の相互作用方程式は量子論の問題よりもむしろ古典論での波動散乱問題への方法論と捉えられ，多くのアプリケーションの実績がある (例えば[4])．Dirac-type の散乱源の方程式 (式 (1)) に対しても，Foldy の方程式の適用事例は存在し，Hu and Sini ([4]) は次式が相互作用の近似であるとする．

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} p(\boldsymbol{r}_\beta) = G(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_F) \qquad (6)$$

ここに $\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta}$ は Foldy の相互作用方程式の係数行列で

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha = \beta \\ -m_\alpha\omega^2 G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (7)$$

Hu and Sini と比較して Martin[5] は Dirac-type の散乱源の扱い，特に Green 関数の特異性と Dirac のデルタ関数の特異性が重なる相互作用には，式 (7) の適用には慎重である．Foldy の相互作用方程式が活躍する古典的な散乱理論では，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Dirac-type の散乱源への扱いに関しては，見解が分かれることもある．

ところで，式 (2) で述べた逆作用素が定義できない問題は量子論特有のものでなく，Dirac-type の散乱源を扱う場合の数学的な問題のはずである．古典力学の場で，この問題を検討するために，有限の support の散乱源からの極限以降のプロセスで Dirac-type 散乱源を捉え直す．出発点として，

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{m_\alpha \omega^2}{(4/3)\pi a^3} X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \tag{8}$$

を考える．ここに，散乱源は球と考え，a はその半径である．また

$$X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| \le 1 \\ 0, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| > 1 \end{cases} \tag{9}$$

である．式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素は，Schrödinger 作用素における井戸 potentail の議論[6] を参考にすることで，自己共役性を満足することが導ける．それにも関わらず，この方程式の解表現は，やや煩雑な計算ののち，coupling constant を再定義しなければならないという結果が出てくる．量子論での renormalization とは状況が異なるものの，古典場においても renormalization が必要となる．

式 (8) の逆演算子の表現は次式となる

$$\begin{aligned} &(H_a - k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') \end{aligned} \tag{10}$$

ここに，H_a は式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素で renormalization を施したもので，添え字にスケールパラメータ a を明記した．また $s_\alpha(a)$ は renormalization を施した coupling constant で $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なる形式となる．非常に煩雑な形式であるものの散乱源のスケールパラメータ a に比例する．即ち，

$$s_\alpha(a) \propto a \tag{11}$$

であり，決して $m_\alpha\omega^2$ には比例しない．また

$$\left[\Gamma_a^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \text{when } \alpha = \beta \\ -s_\beta(a) G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \text{when } \alpha \ne \beta \end{cases} \tag{12}$$

式 (7) と (12) の比較で明らかなように両者の対角項は 1 であり，Foldy の提示した相互作用方程式は renormalization を施した方程式でも成立している．

式 (10) の表現は有限な空間 scale a の散乱源に対するものである．Dirac-type の散乱源がどのような性質を持つか，$a \to 0$ の極限移行によって議論を行う必要がある．

まず，再定義された coupling constant で構成される $\Gamma_a^{(F)}$ に対しては次式が成立することを見るのは容易である．

$$\|I - \Gamma_a^{(F)}\| \to 0, \ (a \to 0) \tag{13}$$

ここに，I は単位行列である．式 (13) は十分小さな a に対して $\Gamma_a^{(F)}$ が逆行列を持つことを示す．さらに，任意の $\epsilon > 0$ に対して $a_0 > 0$ をとることで

$$1 - \epsilon \le \|{\Gamma_a^{(F)}}^{-1}\| \le 1 + \epsilon, \ (0 < a < a_0) \tag{14}$$

の一様有界性も導ける．

次に $f \in L^2(\mathbb{R}^3)$ をとり，関数 g をを次のように定義する．

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{r}) &= \left(H_a - k^2)^{-1} f - (-\Delta - k^2)^{-1} f\right)(\boldsymbol{r}) \\ &= \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1}_{\alpha\beta} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) \\ &\quad \times \int_{\mathbb{R}^3} G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') f(\boldsymbol{r}') d\boldsymbol{r}' \end{aligned} \tag{15}$$

式 (14) の一様有界性から実は

$$\|g\|_{L^2(\mathbb{R}^3)} \to 0, \ (a \to 0, \mathrm{Im}(k) > 0) \tag{16}$$

が導かれる．この意味で式 (16) は

$$\mathrm{s}\text{−}\lim_{a\to 0} \left(H_a - k^2\right)^{-1} = \left(-\nabla^2 - k^2\right)^{-1}, \qquad (\mathrm{Im}\,(k) > 0)\,. \tag{17}$$

を意味する．ただし，s−lim は強収束である．式 (8) を出発点として Dirac 散乱源を近似して散乱源の空間 scale を無限小に移行させる process では Foldy の相互作用方程式を保持しつつも，Dirac 散乱源の相互作用は消失する．この状況は量子論での renormalization における任意パラメータの選択において

$$\theta_\alpha = \infty \tag{18}$$

に対応する．

4. 結論

本稿では，微小散乱源の相互作用解析における数学的アプローチにおいて，量子論と古典論の対比を試みるとともに，Dirac type の散乱源の相互作用はどうあるべきかの考察を行った．この考察はあくまで，数学的アプローチに着目したものであり，散乱源の空間スケールが量子論の守備範囲かどうかを問題にしたものではない．本稿での検討によれば，量子論で Dirac-type の散乱源に対して coupling constant の renormalization が必要とされるように，古典場でも同様に coupling constant の renormalization が必要とされる．また，有限な空間 scale の散乱源の極限移行の結果，Dirac 散乱源の相互作用は，作用素の強収束の意味で消失する．以上の結果は多くの数値解析，特に結晶構造の解析などで，実績のある古典場のコミニュティーには，意外な結果となる可能性がある．本稿の数学的考察の結果が，既存の多くの結果と調和的であることを実証することが今後の課題である．

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 25K15150 のサポートを受けました．関係各位に感謝いたします．

参考文献

1) Albeverio, S., Gesztesy, F., Høegh-Krohn, R. and Holden, H. (1988). Solvable models in quantum mechanics, Springer-Verlag, (1988).
2) Reed and Simon, Method of Modern Mathematical Pyhisics, II (Fourier analysis and self adjointness), Academic Press, 1975.
3) The multiple scattering of waves I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers., Physical Review, 67, 107-119, 1945
4) Hu, G., and Sini, M. Elastic scattering by finitely many point-like obstacles, J. of Mathematical Physics, 54,042901, 32013
5) Martin, P.A., Multiple scattering, Interaction of time-harmonic waves with N obstacales, Cambridge University Press, 2006
6) 中村周，量子力学のスペクトル理論，共立講座 21 世紀の数学 26, 2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

Shear Lag Theory for CFRP-Bonded Steel Tubes Subjected to Torsional Moment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

水谷　壮志（関大・環）　　伊佐治　響己（関大・環）　　石川　敏之（関大・環）
Morimune MIZUTANI, Kansai University
Hibiki ISAJI, Kansai University
Toshiyuki ISHIKAWA, Kansai University
E-mail: mizutani@kansai-u.ac.jp

As a countermeasure against deterioration in steel signposts and lighting poles, bonding carbon fiber reinforced polymer (CFRP) is effective. The authors previously evaluated load transfer in CFRP-bonded steel tubes subjected to axial force and bending moment based on shear lag theory. However, pole bases and joints are also subjected to torsional moment. This study extends shear lag theory to CFRP-bonded steel tubes subjected to torsional moment. The derived equations agree well with finite element results.

１．はじめに

鋼製の標識柱や照明柱などの損傷の多くは腐食であり，基部，接合部や開口部などの不連続部に発生しやすい [1]．また，風による繰返し荷重により，疲労き裂も発生している．このような損傷への対策の一つとして，繊維強化樹脂（FRP）を接着する方法がある [2]．FRP は耐腐食性を有し，損傷部に接着剤で貼付するため，施工が容易である．特に，高強度・高弾性な炭素繊維強化樹脂（CFRP）は，鋼桁などの補修においても利用されている [2]．

筆者らは鋼管構造に CFRP を接着接合した際の，力の伝達をせん断遅れ理論により評価してきた [3]．せん断遅れ理論は，鋼部材と CFRP の軸力または曲げモーメントを接着剤のせん断応力が伝達するとした理論モデルである．しかし，標識柱や照明柱の基部や接合部は曲げモーメントに加えて，ねじりモーメントも作用する．そこで，本研究ではねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，せん断遅れ理論を適用し，力の伝達について評価する．

２．せん断遅れ理論に基づく CFRP 接着鋼管の分担ねじりモーメントおよび接着剤に生じるせん断応力

本研究では図 1 に示す CFRP 接着鋼管を対象とする．鋼管の全周に CFRP が接着されており，鋼管と CFRP で作用したねじりモーメントを分担する．図 2 に微小区間 dx における鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の模式図を示す．接着剤は鋼管と CFRP の周方向の変位差によりせん断応力が生じる．したがって，接着剤のせん断応力は次式で与えられる．

$$\tau_e(x) = G_e/h \cdot \{\lambda_s(x) - \lambda_c(x)\} \tag{1}$$

ここに，x は CFRP 接着中央からの位置，$\tau_e(x)$は接着剤のせん断応，G_e は接着剤のせん断弾性係数，h は接着厚さ，$\lambda_s(x)$は鋼管外周の周方向変位，$\lambda_c(x)$は CFRP 内周の周方向変位である．

式(1)を x で微分することで次式を得る．

$$d\tau_e(x)/dx = G_e/h \cdot \{\gamma_s(x) - \gamma_c(x)\} \tag{2}$$

ここに，$\gamma_s(x)$は鋼管外周のせん断ひずみ，$\gamma_c(x)$は CFRP 内周のせん断ひずみである．ただし，接着厚さ h が大きい場合にも精度よくの接着剤のせん断応力を算出するために，鋼管および CFRP のせん断ひずみは次式のように接着厚さ中央の位置に外挿する [3]．

$$\gamma_i(x) = (r_s + h/2)T_i(x)/(J_i G_i) \quad (i = s, c) \tag{3}$$

ここに，$i = s$ は鋼管，$i = c$ は CFRP の各部材を指し，$T_i(x)$は部材 i に生じるねじりモーメント，r_i は部材 i の外周半径，J_i は部材 i の断面 2 次極モーメント，G_i は部材 i のせん断弾性係数である．

図 2 に示す微小区間 dx の鋼管に対して，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$と接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$の力のつり合い式を変形し，次式が得られる．

$$dT_s(x)/dx = 2\pi(r_s + h/2)^2 \tau_e(x) \tag{4}$$

式(4)を x で微分し，式(2)，式(3)を代入し，整理することで，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$に関する 2 階の微分方程式が次式で得られる．

$$d^2T_s(x)/dx^2 - c_t^2 T_s(x) = -c_t^2 \xi_t T \tag{5}$$

$$c_t^2 = 2\pi G_e/h \cdot (r_s + h/2)^3 \cdot 1/\{J_s G_s (1 - \xi_t)\} \tag{6}$$

$$\xi_t = G_s J_s/(G_s J_s + G_c J_c) \tag{7}$$

式(5)の一般解は次式で得られる．

$$T_s(x) = C_1 \cosh(c_t x) + C_2 \sinh(c_t x) + \xi_t T \tag{8}$$

ここに，C_1 と C_2 は未定係数である．接着中央で鋼管のねじりモーメントが対称となる条件（$dT_s(0)/dx = 0$）より，$C_2 = 0$ である．また，接着端部で鋼管のねじりモーメントが作用するねじりモーメントとなる条件（$T_s(l) = T$）より，$C_1 = (1 - \xi_t)T/\cosh(c_t l)$である．

式(8)に未定係数 C_1，C_2 を代入して整理することで，鋼管のねじりモーメントが次式で表される．

$$T_s(x) = (1 - \xi_t)\{\cosh(c_t x)/\cosh(c_t l) + \xi_t/(1 - \xi_t)\}T \tag{9}$$

CFRP のねじりモーメントは $T_c(x) = T - T_s(x)$より，得られる．接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$は式(4)に式(9)を代入して整理することで得られる．

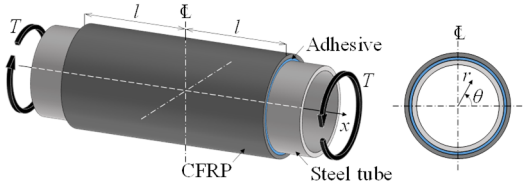


Fig. 1 CFRP-bonded steel tube under torsion moment.

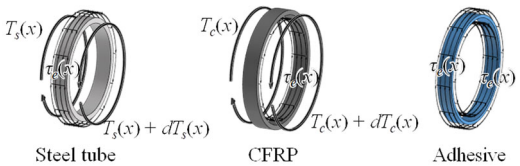


Fig. 2 Force equilibrium of each member in an infinitesimal element dx.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断応力分布

本章では，**２章**で導出したせん断遅れ理論に基づく理論式を用いたせん断応力の分布を示す．また，有限要素解析を実施し，理論式の妥当性を確認する．有限要素解析解析と比較するために，理論式の鋼管と CFRP の分担ねじりモーメントは，それぞれの外面のせん断応力へ変換する．また，CFRP 内のせん断遅れを考慮するために換算接着層厚（$h' = h + t_c G_e/(3G_{12})$）[4]を使用した．

計算例とした寸法および材料特性を表 1 に示す．CFRP は±45°に繊維配向された直交異方性材料を想定している．有限要素解析モデルを図 3 に示す．解析要素は 8 節点 6 面体完全積分要素であり，それぞれの部材を厚さ方向に 4 分割，周方向は 2.5°ずつ，長手方向は 2.5 mm ずつ分割している．モデル左端は完全固定とし，右端にねじりモーメント $T = 0.5$ kN·m を与えた．

図 4 に各部材のせん断応力分布を示す．図の縦軸は各せん断応力を作用せん断応力（$\tau_s = Tr_s/J_s$）で無次元化しており，横軸は CFRP 接着中央からの位置 x を接着半長さ l で無次元化している．図 4(a)は鋼管および CFRP の外面のせん断応力分布であり，鋼管と CFRP とが完全合成として挙動する際の理論値も破線で示している．また，図 4(b)は，接着厚さ中央のせん断応力分布である．

図 4 より，理論式および有限要素解析の値がよく一致している．また，図 4(a)より接着端部から中央に向かって，理論式および有限要素解析のせん断応力が完全合成の値に収束している．さらに，図 4(b)より接着剤のせん断応力は接着端部で最大となる．

４．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管の定着長

他の CFRP 接着接合においても，図 4(a)のように接着端部付近は完全合成とならず，この範囲は補修・補強範囲の外側に定着長として確保する必要がある [5]．したがって，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管においても，定着長を考える．接着半長さ l_n の CFRP を接着した際に，接着中央の鋼管のねじりモーメント $T_s(0)$が任意の収束度 η 以下となるような条件から，定着長 l_n が次式で得られる．

$$l_n \geq 1/c \cdot \cosh^{-1}\left\{1/(\eta - 1)\cdot(1/\xi_t - 1)\right\} \qquad (10)$$

ここに，η は 1 より大きく 1 に近い値である．文献 5)では，収束値に対して 1%の許容を設定し，$\eta = 1.01$ としている．

３章の計算例において，$\eta = 1.01$ として定着長を算出すると $l_n \geq 33.4$ mm であり，接着端部から 35 mm の位置（$x/l = 0.65$）で完全合成の値に十分収束していることがわかる．

５．おわりに

本研究では，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の理論式を示した．理論式は有限要素解析とよく一致した．また，定着長の算出式も示した．

参考文献

1) 宮原史，桑原正明，白戸真大: 道路附属物の損傷実態と安全性確保策，日本風工学誌，第 43 巻，第 1 号（通号 154 号），pp. 23-28, 2018.
2) 土木学会 複合構造委員会: FRP 複合構造の設計・維持管理に関する最新の調査報告，複合構造レポート 20, 2023.
3) 石川敏之，水谷壮志：CFRP 接着された鋼管の定着長とはく離に対するエネルギー解放率，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol. 77, No. 1, pp. 59-72, 2021.
4) 白井瑛人，北根安雄，石川敏之，伊藤義人: 軸力が作用する CFRP 接着補修鋼板に対する CFRP 板のせん断変形を考慮した理論解析，構造工学論文集 A, Vol. 61A, pp. 798-807, 2015.
5) 土木学会 複合構造委員会: 2024 年制定 複合構造標準示方書, 2024.

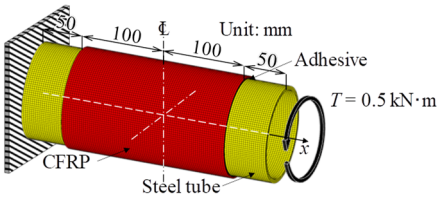
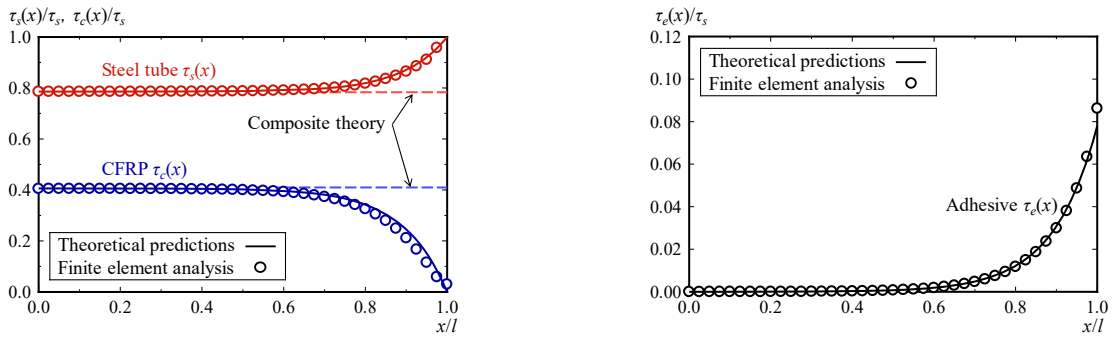


Fig. 3 Finite element model.

Table 1 Material properties and dimensions of each member.

	Steel tube	Adhesive	CFRP*
Young's modulus [GPa]	$E_s = 200$	$E_e = 2.500$	$E_1 = 2.847$, $E_2 = 3.591$, $E_3 = 3.591$
Poisson's ratio	$\nu_s = 0.300$	$\nu_e = 0.360$	$\nu_{12} = 0.016$, $\nu_{23} = 0.954$, $\nu_{31} = 0.020$
Shear modulus [GPa]	$G_s = E_s/\{2(1+\nu_s)\} = 76.923$	$G_e = E_e/\{2(1+\nu_e)\} = 0.919$	$G_{12} = 0.919$, $G_{23} = 37.770$ (= G_c), $G_{31} = 0.919$
Thickness [mm]	$t_s = 4.5$	$h = 1.0$	$t_c = 2.0$
Outside radius [mm]	$r_s = 57.15$		$r_c = r_s + h + t_c = 60.15$

* 1: radial, 2: tangential, 3: longitudinal directions.



(a) Outer surfaces of the steel tube and CFRP, (b) Mid-thickness of the adhesive layer.

Fig. 4 Shear stress distribution in the CFRP-bonded steel tube.

大域参照勾配を用いた Hermite 族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

Three-Dimensional Bridge Modeling Using the Hermite Family Finite Element Method with Global Reference Gradients (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: s2520872@u.tsukuba.ac.jp

To address Japan's bridge aging and labor shortages, this study develops a 3D simulation platform for vehicle-bridge interaction. Utilizing Hermite-family finite elements that share displacement and slope at nodes, alongside Kirchhoff-Love plate theory, the model balances efficiency and accuracy. A coordinate transformation method was introduced to manage spatial arrangements of members. Results confirm the method's utility as a prototype for simulating dynamic bridge behavior under traffic loads, establishing a framework for future accuracy enhancement.

１．研究背景

橋梁の一斉老朽化が進む中で，交通振動データに基づいて橋梁構造を診断する技術[1,2]の開発が進められている．ただし，実橋で観測される交通振動データにはしばしば近接固有モードが卓越する．これは，橋梁の三次元的な構造において，片側の車線のみに交通荷重が作用し，ねじりモードを励起するためと考えられる．したがって，交通振動ベースの橋梁診断技術開発には，車両-橋梁相互作用系の三次元モデルに基づく数値シミュレーションが必要である．

しかし，一般的に三次元橋梁モデルの数値シミュレーションは計算負荷が高く，膨大な交通振動データから構造同定するには高精度かつ軽量な数値計算モデルが必要である．橋梁のように薄板構造を組み合わせた構造系を効率よく計算する方法として，既往研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素[3]の適用が検討されている．既往研究において，板要素の定式化に際し，要素形状や配置の組み合わせに起因した，要素境界における物理量の不整合が生じるといった課題があった．

物理量の不整合は幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築[4]における幾何定義に局所パラメータ微分($\partial/\partial\xi$)が，物理場に大域座標微分($\partial/\partial x$)が混用されることに起因し，トポロジー的な不整合[5]となっていた．ここで，大域参照微分を局所パラメータ微分に線形変換により直接反映可能なように定義する方法に着目し，大域参照勾配法として提案する．

本研究では，Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案し，定式化を行う．得られた式に基づき構築された三次元橋梁モデルは，要素数を減らしながらも精度を維持して計算可能なため，従来の計算負荷を抑制しつつ，複雑な橋梁構造を精緻に表現することが期待できる．モデルの妥当性検証のため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．

２．Hermite 族有限要素法

Hermite 族有限要素法は，節点において変位と勾配を共有する．本研究では，節点における勾配成分に変位の大域参照座標における導関数で定義する大域参照勾配を用いた．橋梁モデルが定義されている三次元直交座標系内の大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)$ と幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ および変位場 $\boldsymbol{u}$ を定義すると，式(1)のように書ける．

$$\boldsymbol{x}=\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u} \tag{1}$$

節点 k において形状マッピングベクトルの成分 $\boldsymbol{X}_i^k$ と数値解ベクトルの成分 $\boldsymbol{U}_i^k$ $(i=1,2,3)$は，以下の式(2)となる．

$$\boldsymbol{X}_i^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_i^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{U}_i^k=\begin{bmatrix}u_i^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix} \tag{2}$$

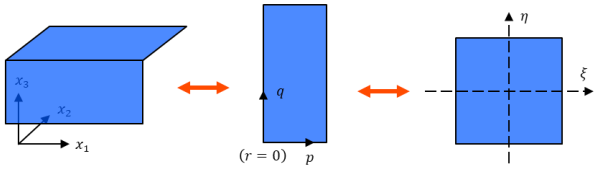
上記を定義により，橋梁の三次元的なモデルであっても座標変換の不整合を解消することで，一般的な計算順序により数値シミュレーションの実装が可能となる．

３．座標変換

Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素（H-KLP 要素）を用いてモデル化した床版，主桁および横桁で構成される橋梁では，三次元に組み合わされた要素(Fig.1 (a))間での共通節点において，自由度である変位と勾配は共有される．板の面内方向として p,q 軸を面外方向として r 軸を定義した基準座標系(Fig.1 (b))は，局所座標系として二次元正規化座標系(ξ,η)の H-KLP 要素における親要素(Fig.1 (c))の線形変換によって得られる．さらに，基準座標系を回転変換することでモデルの直交座標である大域参照座標系と関連づける手法を大域参照勾配法として新たに導入した．すなわち，式(2)の導入により，Fig.1 の各要素間は勾配に用いる座標系を統一的に扱うことが可能となる．

４．車両-橋梁モデル

車両は車体（スプリング上）重心の三次元座標と 4 つのばね下質点の垂直変位（スプリング下）を考慮した 7 自由度 Full-Car モデルを扱う．(Table 1) 走行速度は 10 m/s とし



(a) Global (b) Rotational (c) Normalized

Fig.1 Coordinate system transformation

Table 1 Vehicle parameters

symbol	name	unit	value
m_s	Body mass	kg	11406
m_{ui}	Unsprung mass	kg	435.000
c_{si}	Sprung mass	kg/s	1.590×10^4
c_{ui}	Unsprung damping	kg/s	4.000×10^6
k_{si}	Sprung stiffness	N/m	0.750×10^6
k_{ui}	Unsprung stiffness	N/m	1.380×10^6

Table 2 Elastic web parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	20000
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	2.00
t_g	Thickness	m	0.04

Table 3 Concrete deck material parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	3500
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	5.50
t_g	Thickness	m	0.500

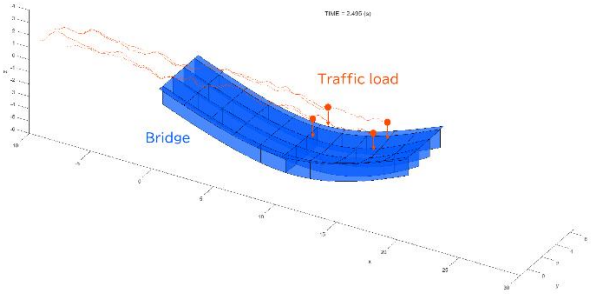


Fig.2 3D-simulation result (Perspective view)

た．橋梁は 4 本の主桁と 1 本の横桁を弾性体ウェブ（Table 2）として，床板はコンクリート（Table 3）としてモデルのパラメータを設定した．橋梁の各パラメータは，鋼橋の試設計データ [6]を参考にした．橋梁の要素分割について，主桁は橋軸方向に 3 要素，鉛直方向に 1 要素，横桁は橋軸直角方向に主桁との交差点に対応して，3 要素に分割した．また，床板は橋軸方向に 10 要素に分割した．これらは一般的なラグランジュ要素と比べ，比較的小さい．

これらの車両-橋梁モデルを用いて，4 つの車輪の挙動を模擬した交通振動に基づく交通荷重に対する橋梁のたわみを再現するシミュレーションを行う．ただし簡便のため，本検討においては車両-橋梁相互作用系を考慮しない．

5．結果と考察

シミュレーションの特定時刻における画像を Fig.2 に示す．この時刻の画像は，計算上において，特異な結果を意味しない．また，たわみが明確になるよう，可視化の際にたわみに 20000 倍の係数をかけているが，実際の値には影響しない．橋梁の片側を走行する車両による荷重に対し，推定される橋梁中点における節点のたわみは 0.187mm 程度であるところ，主桁中央部が最大 0.192~0.195mm たわむ様子が再現された．本検討において，定式化に基づき構築されたモデルが，設定された条件において，妥当であることが確認された．これらの分割数は一般的なラグランジュ要素での分割と比較すると小さい為，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなど，より計算負荷の高い問題への適用可能性が示唆される．

6．まとめ

本研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案，定式化した．構築された三次元橋梁モデルは妥当性を検証するため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．以下に知見を示す．

1. 大域参照勾配法を適用した主桁，横桁および床板で構成された三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現された．

2. 要素数の少ない三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現されたことから，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が示唆される．

今後の取り組みとして，車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が考えられる．また，大域参照勾配の導入により，幾何場と変位場の足し合わせを統合し，Hermite 要素のたわみとたわみ角の連続性を保証する複雑な過程が不要となったことから，より一般的な計算過程を保持することで，Hermite 族有限要素法の汎用性向上が期待される．

参考文献

1) R. Shin, Y. Okada, K. Yamamoto: Discussion on a Vehicle-Bridge Interaction System Identification in a Field Test, Sensors, 23(1), 539, 2023.
2) M.J. Whelan, M.V. Gangone, K.D. Janoyan, R. Jha: Real-time wireless vibration monitoring for operational modal analysis of an integral abutment highway bridge, Engineering Structures, 31(10), pp. 2224-2235, 2009.
3) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
4) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.
5) 勝山俊平，田口由得，澤原菜々子，後藤由佳，山本亨輔: Hermite 族適合要素による有限要素解析を用いた 3 次元橋梁モデルの検討，令和 7 年度土木学会全国大会第 80 回年次学術講演会, 12PM2-Ae-16，熊本, 2025.
6) 原隆, 環境・都市システム教科書シリーズ 15 鋼構造学，コロナ社，2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

Likelihood free Hierarchical Bayesian model updating of an existing seismically isolated bridge using variational autoencoder (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松浦　奈央（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Nao MATSUURA, Hokkaido University
Masaru KITAHARA, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study proposes a likelihood-free hierarchical Bayesian model updating framework based on a Variational Autoencoder (VAE) for calibrating an existing seismically isolated bridge model. The pre-trained VAE enables implicit likelihood evaluation without imposing parametric assumptions on the probability distribution of measured seismic response data. Furthermore, to address the high dimensionality of parameters in multi-span bridge systems, a hierarchical Bayesian formulation is introduced. By incorporating mechanical similarity among bridge piers, the proposed approach enhances parameter identifiability and improves estimation stability.

１．研究背景と目的

橋脚の地震荷重を低減する目的で免震支承が広く用いられているが，近年はその経年劣化が顕在化している．劣化した支承を大規模地震後に早期発見・補修するため，地震観測データと数値解析モデルを組み合わせ，供用下における橋梁の現有性能を定量的に評価することで，橋梁全体の健全性や個別の支承の機能低下を効率的に把握することが期待される．

このような背景に対し，観測誤差やモデル化誤差などの不確実性を確率的に考慮できるベイズモデル更新理論が注目されている．しかし，観測量として地震時の時刻歴応答を用いる場合，尤度評価に時刻間独立性や誤差分散の仮定が必要となり，推定の不確実性が事後分布に適切に反映されない可能性がある．また，多径間連続橋では推定対象となる構造パラメータ数が多く，観測データの情報のみでは解が一意に定まらず安定した推定結果を得ることが難しい [1]．

これに対して，深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダ（VAE）を用いて観測データの確率分布を仮定せず尤度評価を行う手法が提案されている [2]．本研究では，VAE を用いたベイズモデル更新法を多径間免震橋へ適用するため，各径間で支承と橋脚の復元力特性は大きく異ならないという構造的特徴に着目し，階層ベイズモデルの応用を検討した．

２．VAE を用いた階層ベイズモデル更新の概要

ベイズモデル更新は，次式に示すベイズの定理を用いた確率論的なモデルパラメータの更新手法である．

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D}) \propto P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta}) \tag{1}$$

ここで，$P(\boldsymbol{\theta})$はモデルパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の事前分布であり，その期待値やとり得る範囲に関する事前情報を表す．$P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は$\boldsymbol{\theta}$が与えられたときの観測データ$\boldsymbol{D}$の生起確率を表す尤度関数である．これらを掛け合わせることで，データ$\boldsymbol{D}$が観測されたときの$\boldsymbol{\theta}$の事後分布$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})$を得る．事後分布は，観測誤差やモデル化誤差による構造パラメータの不確実性を表す．

本研究では，李ら [2]の手法に基づき VAE を用いて観測データの確率分布をエンコーダで近似することで尤度評価を行う．VAE は，入力データ$\boldsymbol{X}$から潜在変数$\boldsymbol{z}$の確率分布を出力するエンコーダ$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{X})$と，潜在変数$\boldsymbol{z}$からデータ$\boldsymbol{X}$を再構成するデコーダ$p_{\eta}(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{z})$の 2 つのニューラルネットワークにより構成される．多数のデータを同時に学習することで，高次元データの確率構造を低次元の潜在空間上で表現することができる．

学習済みの VAE に観測データを入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})$，$\boldsymbol{\theta}$に対して地震応答解析で求めた応答予測を入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})$，$\boldsymbol{z}$の標準正規分布$q_{\phi}(\boldsymbol{z})$を用いて，尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は次式で表される [2]．

$$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \approx q_{\phi}(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \propto \int \frac{q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})}{q_{\phi}(\boldsymbol{z})} d\boldsymbol{z} \tag{2}$$

このように，VAE を導入することで観測データの確率分布を仮定せず尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$を求めることが可能となる．

また，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$がハイパーパラメータ$\boldsymbol{\psi}$の確率分布に従うとして階層ベイズモデルを構築する．$\boldsymbol{\psi}$自体も未知量として扱い$\boldsymbol{\theta}$と同時に推定する．$\boldsymbol{\psi}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\psi})$，$\boldsymbol{\theta}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})$とすると，$\boldsymbol{\theta}$と$\boldsymbol{\psi}$の事後分布は式(3)で求められる．

$$p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}|\boldsymbol{D}) \propto p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})p(\boldsymbol{\psi}) \tag{3}$$

本研究では，$\boldsymbol{\psi}$は橋梁全体での期待値$\boldsymbol{\mu}$と径間毎のばらつきを表す分散$\boldsymbol{\sigma}^2$からなるものとし，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$は以下の正規分布に従ってサンプリングする．

$$\boldsymbol{\theta} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) \tag{4}$$

これにより，橋梁全体に共通のハイパーパラメータ$\{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2\}$と個別の構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$を同時に推定する．

３．対象橋梁及び解析方法

鉛プラグ入り積層ゴム支承を有する 5 径間連続 RC 免震橋 [3]を対象に，**図−1** に示す 2 次元有限要素モデルでモデル化した．モデルの詳細は文献 [3]を参照されたい．本研究では，経年劣化による力学特性の変化として，免震支承のバイリニアモデルにおける初期剛性K_{b1}，降伏後剛性K_{b2}，降伏荷重Q_bおよび橋脚基部の Takeda モデルにおける初期剛性K_{p1}，降伏曲げモーメントM_yの設計値に対する変化率を**表−1** の通りランダムに設定した．これらのパラメータを用いて地震応答解析を行い，**図−1** の赤点で示す桁中央と各橋脚天端の計 5 か所の加速度応答時刻歴にノイズを付与して観測データを作成した．入力地震動は，レベル 2 設計地震動の II-I-1 地震動を用いた．

ハイパーパラメータの事前分布は一様分布とし，構造パラメータの設計値に対する範囲を**表−2** のように設定した．この事前分布から 30000 組の$\boldsymbol{\theta}$をランダムに生成し，上記 5 か所の加速度応答時刻歴を求めて VAE の学習を行った．潜在変数$\boldsymbol{z}$の次元数は 40 とした．同様の手順で 3000 組の検証用データセットを用意し，構築した VAE の推定精度を確認した．また，事後分布の推定には文献 [1]と同様に遷移マルコフ連鎖モンテカルロ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

法を用いて，サンプル数は 5000 とした．

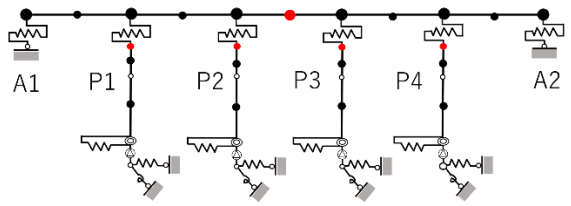


図-1：対象橋梁の 2 次元有限要素モデル

表-1 :経年劣化を考慮した構造パラメータ値（設計値比）

径間	K_{b1}	K_{b2}	Q_b	K_{p1}	M_y
P1	1.12	1.21	0.58	0.83	0.58
P2	1.12	1.27	0.46	0.72	0.69
P3	1.05	1.35	0.39	0.89	0.52
P4	1.36	1.03	0.50	0.69	0.46

表-2 :ハイパーパラメータの事前分布（設計値比）

ハイパーパラメータ	下限	上限	確率分布
期待値$\boldsymbol{\mu}$	0.2	1.9	一様分布
標準偏差$\boldsymbol{\sigma}$	0.05	0.20	一様分布

4．解析結果

全構造パラメータの事後分布を**図-2** に示す．図中の赤線は各パラメータの真値を示す．なお，階層ベイズモデル更新では各径間でのハイパーパラメータの事後分布も推定されるが，本研究では構造パラメータの推定結果を直接評価するため，図には構造パラメータの事後分布のみを示している．

図より，事後分布のばらつきはパラメータの種類や径間によっても異なり，学習済みの VAE を用いることで尤度関数に仮定を設けることなく各パラメータの不確実性を適切に定量化することができたものと考える．また，ほとんどのパラメータで事後分布は真値近傍に分布しており，真値が分布内に収まっていることがわかる．事後分布の平均値と真値の相対誤差は最大でも 40 %程度であり，多くのパラメータで 20 %以下となった．以上より，階層ベイズモデルを適用することで局所最適解に陥ることを防ぎ，経年変化後の構造パラメータを適切に推定することができたものと考える．

5．結論

本研究では，VAE を用いた尤度関数の近似手法を階層ベイズモデルに拡張し，既存免震橋の橋梁全体系モデルの更新を検討した．これにより，既往の経験的な尤度関数を用いて全パラメータを独立に推定した場合と比較して，推定精度を大幅に向上させるとともに，パラメータや径間の違いによる不確実性を事後分布として適切に考慮することができた．

今後は，観測データのノイズレベルの違いや入力地震動の強度，振幅特性の違いによる推定精度の検証を行うとともに，より詳細な解析モデルを用いてモデル化誤差の影響を明示的に考慮した検討などを行う予定である．

参考文献

1）片山創一朗，北原優，長山智則：複数観測点での地震応答を用いた既存免震橋のベイズモデル更新，土木学会論文集，Vol.81，No.15，24-15022，2025.
2）李尚元，松本雄馬，八百山太郎，肥田剛典，糸井達哉：変分オートエンコーダによるベイズ更新を用いた非線形地震応答解析モデルの更新手法の提案，日本建築学会構造系論文集，Vol.88，No.812，pp.1406-1416，2023.
3）土木学会地震工学委員会編：橋の動的耐震設計，pp.147-161，丸善出版．2003.

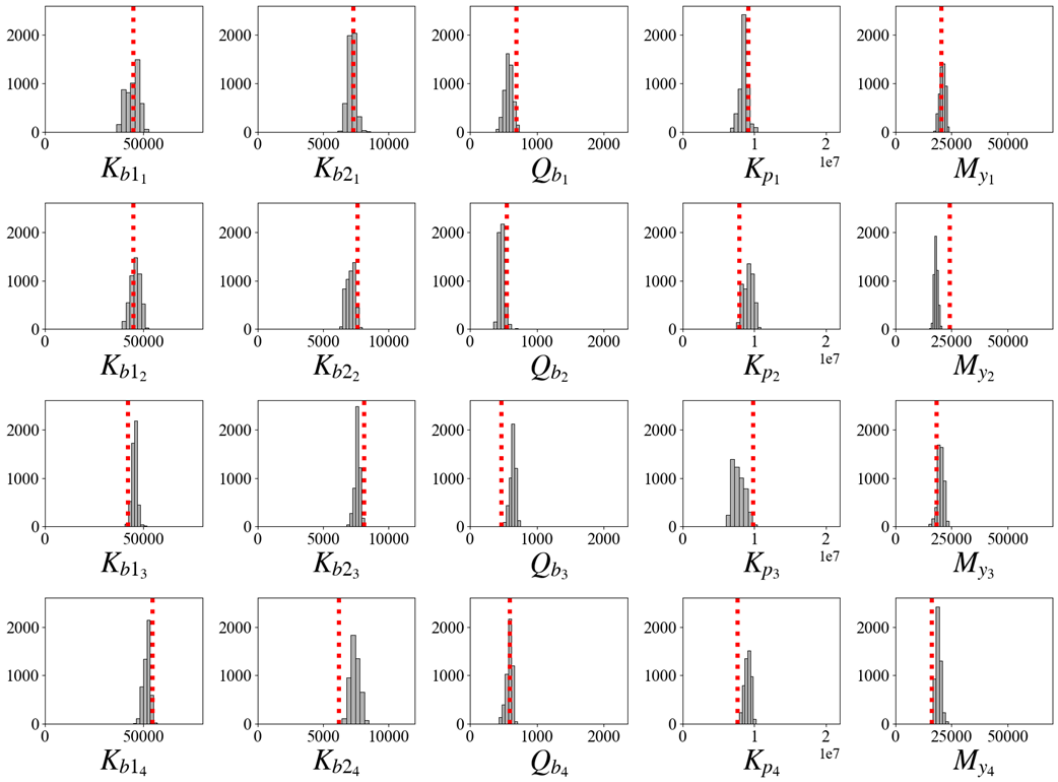


図-2：構造パラメータの事後分布

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

Comparative Study of Learning Functions in High-Dimensional Reliability Analysis Combining Active Learning and Dimensionality Reduction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　良典（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Ryosuke Takahashi, Hokkaido University
Kitahara Masaru, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study compares different learning functions for the Adaptive active Subspace-based heteroscedastic Gaussian Process (AaS-hGP), a recently proposed high-dimensional active learning reliability analysis method. First, we conduct a sensitivity analysis on a 50-dimensional benchmark to determine the optimal threshold for the well-known EFF and H functions. Subsequently, the H-function with the optimized threshold is applied to a 100-dimensional ship rolling problem. The results demonstrate that the H function achieves superior accuracy and efficiency compared to the conventional U function.

1. はじめに

地震や風，波浪など確率的な外乱を受ける構造物の性能評価では，その不確実性を考慮した信頼性解析が重要となる．近年では，ガウス過程（GP）モデルとモンテカルロ法（MCS）による能動学習手法である AK-MCS[1]およびその派生手法が，精度と効率性の高さから広く注目されている．しかし，上記の自然外力は一般に数百次元の入力変数を持つ確率過程としてモデル化されるため，次元の呪いにより GP モデルの適用は困難である．

これに対し，能動学習で求めた勾配情報に基づき逐次的に次元削減を行う Active Subspace 法と，次元削減に伴う不確実性を不均一ノイズとして扱う不均一分散 GP（hGP）を組み合わせて AK-MCS を高次元信頼性解析に拡張した AaS-hGP が提案されている [2]．しかしながら，hGP モデルの能動学習において，訓練点を追加するための学習関数の選択が，破壊確率の推定結果に与える影響については十分に検証されていない．

そこで本研究では，ベンチマーク例題と船体の非線形横揺れ運動を対象に，AK-MCS で広く用いられる 3 つの学習関数について，AaS-hGP による破壊確率の推定精度および効率性の比較検討を行う．

2. AaS-hGP の理論

2.1 手法の概要

AaS-hGP では，入力変数$\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^D$を Active Subspace 法により低次元の特徴変数$\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^{d_r}$（$d_r \ll D$）へ射影し，その空間上で限界状態関数を hGP モデルで代理する．通常の GP が等分散を仮定するのに対し，hGP は空間依存の分散$\epsilon(\boldsymbol{\psi})$を導入することで，次元削減による不確実性を確率的に表現する．

能動学習においては，hGP モデルの予測平均および予測分散を用いて学習関数を評価し，追加の訓練点を選択する．破壊確率に関する収束条件を満たすまで，次元削減と hGP モデルの更新を繰り返す．本手法の計算フローを Fig. 1 に示す．

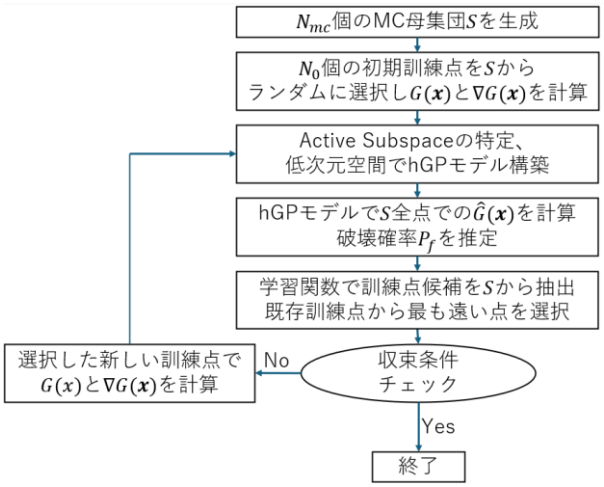


Fig. 1 The flowchart of AaS-hGP algorithm

2.2 学習関数の比較

本研究では，次の 3 つの学習関数を比較対象とする．（1）EFF 関数 [3]は，限界状態近傍における期待改善量に基づく関数である．（2）U 関数 [1]は信頼性指標に基づく関数であり，AK-MCS および AaS-hGP で標準的に用いられている．（3）H 関数 [3]は予測分布の情報エントロピーに基づく関数であり，初期訓練点の配置に依存せずロバスト性に優れることが指摘されている．

3. ベンチマーク例題による検討

限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$が次式で与えられる，50 次元のベンチマーク問題を考える．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{-1}{0.65}\prod_{j=1}^{50}\frac{4x_j - 2 + \lambda_j}{1 + \lambda_j} \tag{1}$$

ここで，x_jは$[0,1]$の一様分布，λ_jは$\lambda_j = 1\ (j = 1, \ldots, 4)$，$\lambda_j = 500\ (j \geq 5)$である．

MCS のサンプル数$N_{mc} = 10^6$，初期訓練点数$N_0 = 50$とした．Active Subspace の次元数d_rは，hGP モデルの予

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測平均の二乗平均平方根誤差が閾値$\epsilon_d^t = 0.01$を下回るよう適応的に決定した．収束条件は，破壊確率の相対変化量とその変化率が閾値（共に$\epsilon^{tol} = 0.001$）を 3 回連続で満たすこととした．

原著論文 [2]では，U 関数の値が 2 以上となるサンプルを候補点とし，現在の訓練点と最も距離の離れた点を追加訓練点として選択している．本研究では，事前検討に基づき EFF 関数の値が 0.2 以上，H 関数の値が 0.15 以上となるサンプルを候補点とした．

以上の条件のもと，各ケースについて乱数シードを変えて 20 回の独立試行を実施した．Fig. 2 に各学習関数における Active subspace の次元数の推移を示す．図より，学習関数によらず初期段階で有効次元数$d_r = 4$を特定し，低次元特徴空間における能動学習が適切に行われていることがわかる．

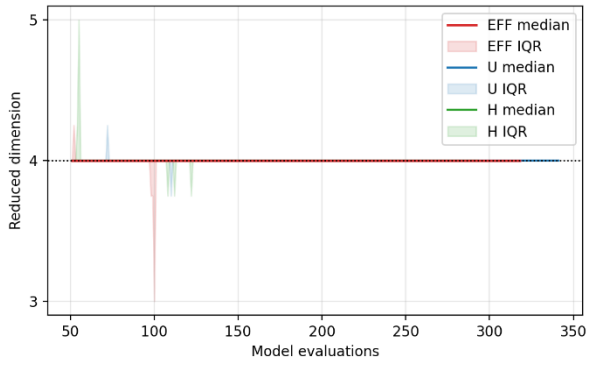


Fig. 2 Transition in the active subspace dimensionality

Table 1 に破壊確率P_fの推定結果を示す．なお，参照解は10^6回の MCS で算出した．いずれの学習関数でもP_fの相対誤差は 2%以下となり，AaS-hGP の高い推定精度が確認された．特に，H 関数は推定誤差，モデル評価回数の平均値，標準偏差がいずれも最小であり，他の学習関数を用いた場合より推定精度および効率性に優れる結果となった．

Table 1 Results for the benchmark example

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	4.96	-	10^6	-
AaS-hGP (EFF)	4.89	1.50	255	36.4
AaS-hGP (U)	4.92	0.71	254	40.9
AaS-hGP (H)	4.94	0.34	246	28.8

4. 実工学例題への適用

実工学問題における適用性を検証するため，不規則波中における船体の横揺れ運動を対象とした信頼性解析を実施した．Takami and Kitahara[4]のバルクキャリアについて，その横揺れ運動は次式で記述される．

$$\ddot{\phi} + 2\xi_1\omega_0\dot{\phi}_e + \xi_2|\dot{\phi}|\dot{\phi} + \frac{\xi_3\dot{\phi}_e^3}{\omega_0} + \frac{\omega_0^2 GZ(\phi)}{GM} = \frac{M(t)}{J_x} \quad (2)$$

ここで，減衰定数は$\xi_1 = 0.01$，$\xi_2 = 0.073$，$\xi_3 = 0.51$であり，ϕは横揺れ角，J_xは慣性を考慮した横揺れ半径，$GZ(\phi)$は復元力を表す復元挺である．入射波スペクトルを離散化した際の各周波数成分の係数を，100 次元の互いに独立な標準正規分布に従う入力変数$\boldsymbol{x}$とした．$M(t)$は波浪外力モーメントであり，対象船の主要パラメータと$\boldsymbol{x}$より求められる．限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$は，600 秒間の解析において横揺れ角ϕが許容角$\phi_f = 0.4$ radを超える事象として，次式により定義した．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{\phi(\boldsymbol{x}, t)}{\phi_f} \quad (3)$$

$N_{mc} = 10^6$，$N_0 = 50$，$\epsilon_d^t = 0.01$，$\epsilon^{tol} = 0.005$とし，U 関数および H 関数を用いて各 5 回の独立試行を行った．

解析結果を Table 2 に示す．ベンチマーク例題の結果と同様，U 関数と比べて H 関数は少ない計算コストで高い推定精度を示した．解の安定性についても，H 関数では U 関数と比較して訓練点数のばらつきが小さく抑えられている．以上より，100 次元の不規則波を考慮した船体の非線形横揺れ運動においても，H 関数を用いることで初期訓練点の配置に左右されず，AaS-hGP により安定して破壊確率を推定できることが確認された．

Table 2 Results for the engineering application

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	1.10	-	10^6	-
AaS-hGP (U)	1.33	20.5	262	62.0
AaS-hGP (H)	1.19	8.1	247	47.1

5. 結論

AaS-hGP を用いた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討を行い，H 関数を用いることで推定精度と計算効率を向上させつつ，初期訓練点への依存性を大幅に低減できること可能性があることを明らかにした．

参考文献

1) Echard, B., Gayton, N. and Lemaire, M.: AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation, Structural Safety, Vol.33, No.2, pp.145-154 (2011).
2) Kim, J., Yi, S. and Song, J.: Estimation of first-passage probability under stochastic wind excitations by active-learning-based heteroscedastic Gaussian process, Structural Safety, Vol.100, 102268 (2023).
3) Lv, Z., Lu, Z. and Wang, P.: A new learning function for Kriging based structural reliability analysis, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.51, No.1, pp.11-25 (2015).
4) Takami, T. and Kitahara, M.: Active learning-based estimation of extreme roll motion in beam seas with supervised dimensionality reduction and gradient approximation, ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, Vol.12, No.1, 04025104 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Parameterized Physics-Informed Neural Networks と各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

Estimation of Posterior Distribution of Unsaturated Soil Hydraulic Properties Using Parameterized Physics-Informed Neural Networks and Multiple Data Assimilation Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福永　竜世（立命館大学）　伊藤　真一（立命館大学）　酒匂　一成（鹿児島大学）
Ryusei FUKUNAGA, Ritsumeikan University
Shinichi ITO, Ritsumeikan University
Kazunari SAKO, Kagoshima University
E-mail: gr0752hv@ed.ritsumei.ac.jp

This study evaluated the capability of multiple data assimilation methods to estimate posterior distributions when Parameterized Physics-Informed Neural Networks (P-PINNs) are employed as surrogate models. Specifically, we focused on the Particle Filter (PF), Ensemble Kalman Filter (EnKF), Marginalized Particle Filter (MPF), and Markov chain Monte Carlo (MCMC) methods. These methods were combined with P-PINNs to estimate the parameters related to unsaturated soil hydraulic properties based on measurement data obtained from a water retention test using the soil column method. The characteristics of each method are discussed in terms of the estimation accuracy and computational cost. The results indicate that all methods accurately estimated the posterior distribution. Furthermore, it was found that the use of P-PINNs alleviates particle degeneracy in PF and reduces the computational costs associated with the MCMC methods.

１．はじめに

データ同化は，数値解析モデルを観測データに基づいて修正・更新する方法である．代表的な手法としては，Kalman Filter や Particle Filter（以下，PF）などが挙げられ，土木工学分野においても構造同定や地盤パラメータの同定など様々な適用事例が報告されている．これらの観測更新アルゴリズムを比較した研究として，珠玖ら [1]は 2 自由度せん断問題に様々な手法を適用し，その特性を計算効率と事後分布の推定精度に着目して議論している．その結果，粒子数を増やすことで事後分布の推定精度は向上するが，計算コストが大きくなることが課題とされている．また，Yang et al.[2]は山留め掘削問題を対象とした地盤パラメータの推定に対して PF とマルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）を適用し，MCMC 法は計算負荷が大きいことを指摘している．このような計算コストの課題に対して，少ない粒子数で効率的に事後分布を推定可能な手法として Ensemble Kalman Filter（以下，EnKF），Merging Particle Filter（以下，MPF）などが提案されている．しかし，これらの手法は多峰性の分布の推定は難しいなど適用範囲に制約がある．

その一方で，粒子数を削減するのではなく数値解析を高速で行う方法としてサロゲートモデルの活用が考えられる．中でも本研究では，物理法則を満たす解を算出できるサロゲートモデルである Parameterized Physics-Informed Neural Networks（以下，P-PINNs）に着目する．P-PINNs は一度モデルを構築すると，任意の材料パラメータに対して高速で数値解析結果を算出できる．そのため，多数回の順解析を必要とするデータ同化手法においても，現実的な計算時間およびメモリで事後分布を推定可能であると考えられる．これらを踏まえると，従来の限られた試行回数での事後分布推定に関する議論ではなく，サロゲートモデルを用いた場合の各種データ同化手法の事後分布推定能力を再度評価する必要がある．本研究では，不飽和浸透問題を対象として P-PINNs により高速で不飽和浸透解析が可能なサロゲートモデルを構築し，そのモデルと PF，EnKF，MPF，MCMC 法により不飽和浸透特性の事後分布を推定する．そして，P-PINNs を用いた場合の各手法の特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して明らかにする．

２．問題設定と P-PINNs の適用

本研究では，不飽和浸透挙動の時系列データを得るために図-1 に示す試験装置を用いて土柱法による保水性試験を実施した．本試験では，供試体内の高さ 10 cm と 20 cm の位置に土壌水分計を設置することで体積含水率の経時変化を計測した．土試料として豊浦砂を用い初期飽和度 S_r = 10%，間隙比 e = 0.78 となるように締固めて供試体を作製した．図-2 は土柱法の試験結果を示している．本研究では，この計測データに基づいて，P-PINNs と各種データ同化手法を組み合わせることで，不飽和浸透特性の事後分布を推定する．

P-PINNs による不飽和浸透解析を行うための支配方程式には Richards 式，水分特性曲線モデルには式(1)に示す van Genuchten モデル，不飽和透水係数モデルには式(2)に示す Mualem モデルを用いた．

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha\psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \tag{1}$$

$$k(\psi) = k_s S_e^{0.5} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \tag{2}$$

ここで，S_e は有効飽和度，θ_s は飽和体積含水率，θ_r は残留体積含水率，α と n は水分特性曲線の形状を決定するパラ

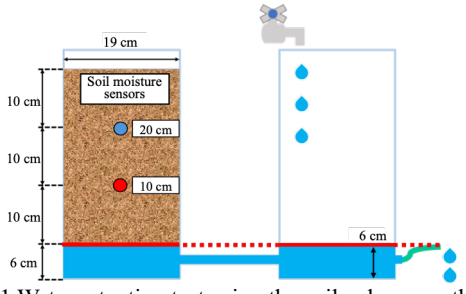


Fig. 1 Water retention test using the soil column method.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

メータ，k_s は飽和透水係数を表している．この不飽和浸透解析を行う際に土ごとで値の異なるパラメータは θ_s, θ_r, α, n, k_s の 5 つである．そのため，P-PINNs モデルでは，初期条件と 5 種類の不飽和浸透特性を入力データとして学習し，任意の条件に対して瞬時に土柱法の不飽和浸透挙動を再現できるモデルを構築した．P-PINNs モデルの構築方法および妥当性に関しては既往の研究を参照されたい [3]．

3．各種データ同化手法

本研究では，不飽和浸透特性の事後分布を推定する方法として，PF，EnKF，MPF，MCMC 法を用いた．PF，EnKF，MPF はシステムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれるアンサンブルで近似的に表現し，ベイズの定理に基づいてアンサンブルを逐次更新することで事後分布を求める方法である．一方で，MCMC 法はマルコフ性を仮定したモンテカルロ法を行うことで，事後分布に従う乱数を発生させることができる手法である．本研究では，観測誤差に正規分布を仮定しているため事後分布は以下の式で表される．

$$p(y \mid \mu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(y - h(\mu)\right)^{\mathrm{T}} R^{-1}\left(y - h(\mu)\right)\right] p(\mu) \quad (3)$$

ここで R は分散共分散行列，y は計測データ，$h(\mu)$はパラメータ μ において事前に構築した P-PINNs モデルによる数値解析結果，$p(\mu)$は事前分布である．分散共分散行列 R は各深度の計測データの変動幅の 35%とし，比対角項は考慮していない．また，事前分布はパラメータの変動幅の中央値を平均値，変動幅の 25%を標準偏差とする正規分布を設定した．これらの条件で各手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，その特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して議論する．

4．解析結果

PF，EnKF，MPF では粒子数を 100,000 個として事後分布を推定した．また MCMC 法では試行回数 0 回～20,000 回までをバーンイン期間とし，バーンイン後の 20,000 回～100,000 回の値を事後分布として用いた．まず各手法の計算コストを比較すると，MCMC 法では約 2.0 分程度，それ以外の手法では約 1.0 分程度で事後分布を推定できた．MCMC 法は計算コストの大きさを課題として指摘されることが多いが，P-PINNs であれば実用的な時間内での事後分布推定が可能であると言える．

図-3 は推定した不飽和浸透特性の累積分布関数を示している．同図より，データ同化手法によらずほぼ同じ事後分布を推定できていることがわかる．一般に PF は粒子の退化が問題となるが，図-3 に示す累積分布関数は滑らかな形状を示している．これは粒子数を十分に増やしたためであり，P-PINNs の計算の高速性を活用することで，効率よく粒子の退化を解消できていると考えられる．最後に，推定した事後分布の妥当性を確認するために，水頭法による保水性試験を実施し，その結果と推定した水分特性曲線を比較した．図-4 はその比較結果を示しており，実線は事後分布から算出した水分特性曲線の平均値，点線は $\mu \pm 2\sigma$ の範囲を示している．推定した水分特性曲線は，水頭法試験の値の傾向を十分な精度で再現できており，各手法において同程度の信頼区間で事後分布を推定できていることが確認できる．以上の結果から，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であるが，不飽和浸透特性は時不変なパラメータであることを考慮すると，非逐次型のベイズ更新手法である MCMC 法を用いることが望ましいと考えられる．

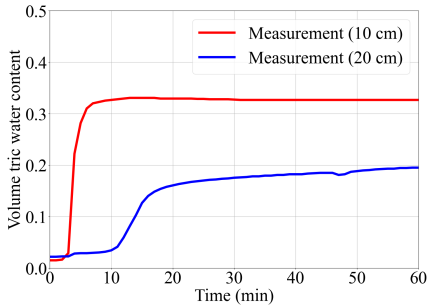


Fig. 2 Measurement data.

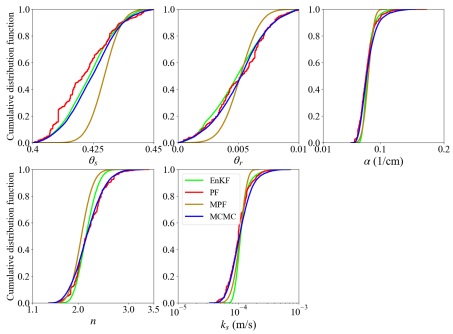


Fig. 3 Cumulative distribution functions of estimated parameters.

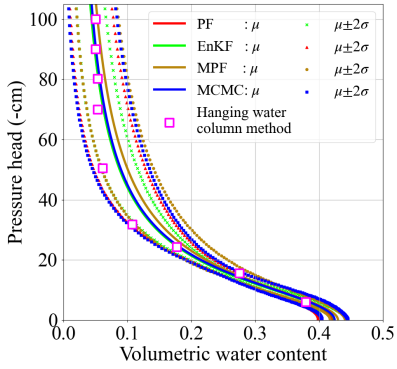


Fig. 4 Comparison results of soil water characteristics curve.

5．まとめ

本研究では，土柱法による保水性試験の計測データに基づいて各種データ同化手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，P-PINNs を用いた場合の各種法の特性について議論した．その結果，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であることがわかった．また，P-PINNs の高速性を活用することで，粒子の退化や MCMC 法における計算コストの課題を解消できることが明らかになった．

参考文献

1) 珠玖隆行，吉田郁政，山本真哉，田中耕司，藤澤和謙，野村泰稔:各種観測更新アルゴリズムによる事後確率分布の推定，土木学会論文集 A2(応用力学)，71，pp.I_59-I_70, 2015.
2) N. Yang, T. Le and L.T. Nguyen: Comparison of Markov Chain Monte Carlo and Sequential Monte Carlo techniques for calibrating soil parameters in a braced excavation, Proceedings of the XVIII ECSMGE, pp.949-954, 2024.
3) 福永竜世，伊藤真一，酒匂一成:Physics-Informed Neural Networks とベイズ推定を組み合わせた不飽和浸透特性推定手法の提案，第 60 回地盤工学研究発表会，22-7-1-04, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地震波動伝搬問題への Physics-Informed Neural Networks の適用における Fourier Feature Mapping と適応型重みづけの有効性評価（シンポジウム講演概要）

Effectiveness of Fourier Feature Mapping and Adaptive Weights in Physics-Informed Neural Networks for Seismic Wave Propagation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉本　圭吾（東京科学大学）　　宮本　崇（東京科学大学）
Keigo Yoshimoto, Institute of Science Tokyo
Takashi Miyamoto, Institute of Science Tokyo
E-mail: miyamoto.t.725e@m.isct.ac.jp

Conventional Physics-Informed Neural Networks (PINNs) suffer from degraded training convergence primarily due to gradient pathology and spectral bias. To mitigate these, we propose an improved PINNs framework integrating Fourier Feature Mapping (FFM) and adaptive weights. Ablation studies on 2D seismic wave propagation demonstrate that our method significantly enhances convergence and accuracy, proving highly effective for both forward and inverse problems.

1. はじめに

地下構造の推定手法の 1 つである Full Waveform Inversion (FWI) の計算コストを解決する手法として、Physics-Informed Neural Networks (PINNs)[1] が注目されている。しかし、従来の PINNs には、各損失項の勾配が不均衡になる勾配病理と、高周波成分の学習が進まないスペクトルバイアスという 2 つの課題がある。これらに対し、適応型重みづけ[2] や Fourier Feature Mapping (FFM)[3] などの手法が提案されているが、両者を統合した効果や、観測地震動から地盤構造を推定する逆問題への有効性は十分に明らかにされていない。そこで本研究では、適応型重みづけと FFM を統合した改良型 PINNs フレームワークを提案する。本稿では、地震波動伝搬シミュレーション（順問題）および不均質地盤の速度構造推定（逆問題）を対象に、提案手法の有効性を確認する。

2. 方法

2.1. 支配方程式

地盤内の SH 波 (水平偏波横波) の伝搬に関する支配方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial^2 u(\mathbf{x},t)}{\partial t^2} = c^2(\mathbf{x})\nabla^2 u(\mathbf{x},t) + s(t)G(\mathbf{x},\mathbf{x}_s), \tag{1}$$

ここで $\mathbf{x} = \{x, z\}$ は 2 次元媒体における空間座標ベクトル、$\mathbf{x}_s = \{x_s, z_s\}$ は震源の座標を表す。また $c(\mathbf{x})$ は地盤の速度構造モデルであり、$u(\mathbf{x}, t)$ は時間領域における変位である。$s(t)$ は震源時間関数であり、中心周波数 f_0 と遅延時間 $t_0 = 1/f_0$ を持つリッカーウェーブレットを使用する。$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)$ には、ガウス形状を持つ滑らかな空間依存場を用いる。

2.2. PINNs の定式化

本研究では、ニューラルネットワークを用いて波動場 $u(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$ および速度構造 $c(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$(逆問題時) を近似する。以下の損失関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})$ を最小化することでネットワークパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を学習する。

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \lambda_{pde}\mathcal{L}_{pde} + \lambda_{ic}\mathcal{L}_{ic} + \lambda_{bc}\mathcal{L}_{bc} + \lambda_{data}\mathcal{L}_{data}, \tag{2}$$

ここで λ は各損失項の重み係数であり、$\mathcal{L}_{pde}$,$\mathcal{L}_{ic/bc}$,$\mathcal{L}_{data}$ はそれぞれ支配方程式、初期・境界条件、および観測データに対する二乗和残差（MSE）を表す。

2.3. 提案手法

本研究では地震波動伝搬シミュレーションおよび地下構造推定の精度向上を目的として、従来の PINNs に対し以下の 2 つを導入する。

1. **適応型重みづけ (Adaptive weights) の導入**
   勾配病理を緩和し、マルチタスク学習における収束速度を向上させるために、Wang ら[2] によって提案された適応型重みづけを用いる。
   適応型重みづけにおいて、各損失項の重みは次式で表される。
   $$\lambda_k = \frac{\sum_j \mathrm{Tr}(\mathbf{K}_j)}{\mathrm{Tr}(\mathbf{K}_k)} \quad \text{for} \quad k \in \{pde, ic, bc, data\}, \tag{3}$$
   ここで $\mathbf{K}_k$ は第 k 損失項に対応する NTK 行列であり、その (i, j) 成分はパラメータ θ に関するネットワーク出力 u の勾配の内積として定義される。
   $$\mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \nabla_\theta u(\mathbf{x}_i), \nabla_\theta u(\mathbf{x}_j) \rangle. \tag{4}$$
2. **入力層への Fourier Feature Mapping(FFM) の導入**
   スペクトルバイアスを緩和し、高周波成分を含む波動場の再現精度を向上させるために、Tancik ら[3] によって提案された Fourier Feature Mapping (FFM) を導入する。FFM は、正弦関数と余弦関数を用いて入力値を高次の特徴量空間へ埋め込む操作であり、次式で表される。
   $$\gamma(\mathbf{x}) = [\cos(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x}), \sin(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x})]^\mathsf{T}, \tag{5}$$
   ここで $\gamma(\mathbf{x})$ は $\mathbb{R}^{2m}$ 次元のベクトルであり、m はフーリエ特徴量の数である。行列 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m\times d}$ の各成分はガウス分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ からサンプリングされ、学習中は固定される。分散 σ はマッピングする周波数の分布およびニューラルネットワークが優先的に学習する周波数を決定するハイパーパラメータである。

3. 数値実験

3.1. 実験設定

本研究では、順問題および均質・不均質媒質における逆問題の計 3 ケースで検証を行ったが、本稿ではその内の 1 つ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

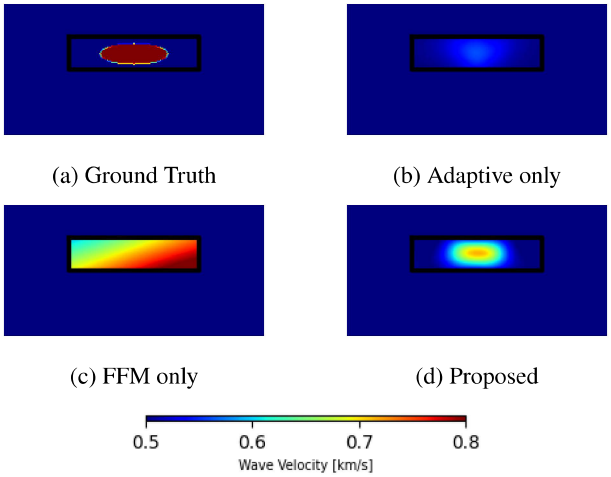
である不均質媒質における逆問題に焦点を当てる。計算領域は $x \in [0, 1000]$ m,$z \in [0, 500]$ m、解析時間は $t \in [0, 1.5]$ s とした。震源には中心周波数 5.0 Hz の Ricker wavelet を用い、$(x, z) = (500, 400)$ m に設置した。観測データとして、地表 ($z = 0$) に等間隔に配置した 41 点の受振器で取得された波形を用いた。推定対象の速度モデルは、背景速度 0.50 km/s の均質媒質中に、楕円状の高速度異常 (0.80 km/s) が存在する設定とした。

初期条件として、時刻 $t = 0$ において変位および速度がゼロとなる静止状態（$u = \partial u/\partial t = 0$）を与えた。また、境界条件として地表（$z = 0$）において応力がゼロとなる自由表面条件（$\partial u/\partial z = 0$）を課した。

ニューラルネットワークの構造は、変位 u の推定には全結合層 5 層（各層 80 ニューロン）を用いる。また、速度モデル c の推定に全結合層 5 層（各層 32 ニューロン）を用いた。活性化関数は全て Tanh を用いた。学習点数は、領域内部（PDE）$N_{pde} = 20,000$、初期条件 $N_{ic} = 8,000$、境界条件 $N_{bc} = 8,000$、観測データ $N_{data} = 8,000$ とした。最適化手法には Adam（学習率 1.0×10^{-4}）を用い、80,000 回の学習を行った。提案手法の有効性を検証するため、以下の 4 モデルを設計し性能の比較を行った: Baseline (通常の PINNs)、Adaptive only (適応型重みづけのみ適用)、FFM only (FFM のみ適用)、Proposed (提案手法)。

3.2. 結果と考察

Fig.1 に各モデルによる速度構造の推定結果を示す。この図から、Proposed（提案手法）が他のモデルと比較して、楕円の形状および速度値の両方を最も高精度に再現できていることがわかる。



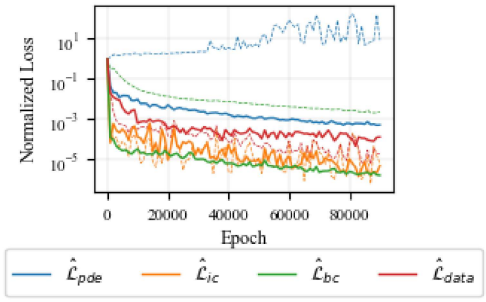
(a) Ground Truth　(b) Adaptive only

(c) FFM only　(d) Proposed

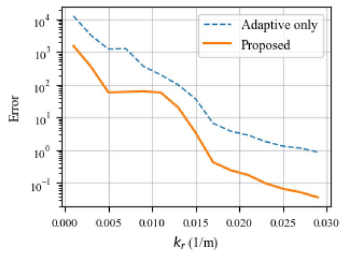
Fig. 1: Comparison of inversion results.

(1) 適応型重みづけの効果

各損失項の収束バランスを評価するため、学習初期の値で正規化した損失関数の推移を Fig.2a に示す。FFM のみを用いたモデル (FFM only) に着目すると観測データ項 $\hat{\mathcal{L}}_{data}$、初期条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{ic}$ および境界条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{bc}$ は、10^{-2} から 10^{-5} オーダーでま偏りなく減少している。一方、支配方程式項 $\hat{\mathcal{L}}_{pde}$ は、学習回数が増えても 10^{0} 付近で停滞しており、支配方程式の学習が進んでいないことが確認される。これに対し適応型重みづけを導入した提案手法 (Proposed) に着目すると、すべての損失項が 10^{-2} から 10^{-5} オーダーまで偏りなく減少している。この結果は、適応型重みづけにより



(a) Loss histories



(b) Radial average spectrum at $t = 0.36$ s

Fig. 2: Quantitative evaluations. (a) Solid and dashed lines indicate Proposed and FFM only, respectively.

各損失項間の勾配のアンバランスが緩和されたことを示している。

(2) Fourier Feature Mapping の効果

スペクトルバイアスを可視化するため、特定の時刻における波動場のスナップショットの誤差を波数領域で評価する。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を次のように定義する。

$$S(k_r) = \frac{1}{N_{k_r}} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{k_r}} |\mathcal{F}\{u_{pred}\} - \mathcal{F}\{u_{ref}\}|^2, \tag{6}$$

ここで $\mathcal{F}$ は 2 次元フーリエ変換、Ω_{k_r} は半径 $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ を持つ波数の集合を表す。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を Fig.2b に示す。同図より提案手法 (Proposed) は、Adaptive weights のみを用いたモデル (Adaptive only) に比べ、全波数領域にわたって誤差を大幅に低減しており、FFM がスペクトルバイアスを効果的に緩和することが分かる。

4. おわりに

本研究では、PINNs における勾配病理およびスペクトルバイアスを緩和するため、適応型重みづけと Fourier Feature Mapping (FFM) を統合した改良型フレームワークを提案し、地震波動伝搬および速度構造推定への有効性を検証した。数値実験からは、適応型重みづけによる損失項の収束バランスの改善と、FFM による高周波成分の再現性向上の相乗効果が確認され、いずれか一方を用いたモデルと比較して、順問題・逆問題ともに解の精度が大幅に向上することが示された。

参考文献

1) Raissi, M., et al.: J. Comput. Phys., 378, 686-707, 2019.
2) Wang, S., et al.: J. Comput. Phys., 449, 110768, 2022.
3) Tancik, M., et al.: NeurIPS, 33, 7537-7547, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

拘束条件を緩和した Data-Free Physics-Informed Neural Network による非圧縮性 Navier–Stokes 方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

Simulation of Navier–Stokes Equations by Data-Free Physics-Informed Neural Network with a Relaxed Incompressibility Constraint (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

出口　翔大（筑波大学）　三目　直登（筑波大学）　浅井　光輝（九州大学）
Shota DEGUCHI, University of Tsukuba
Naoto MITSUME, University of Tsukuba
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: deguchi.shota.gm@u.tsukuba.ac.jp

Physics-Informed Neural Networks (PINNs) approximate solutions to partial differential equations (PDEs) by incorporating the residuals of the governing equations into the training process. Their flexibility makes them suitable for inverse problems, where unknown parameters are sought, and for parametric problems, where solutions must be evaluated under varying parameters. However, the accuracy and reliability of PINNs for inverse and parametric analysis depend heavily on those for forward problems, which has not been sufficiently investigated. In this study, we examine the application of PINNs to the forward problem of the incompressible Navier–Stokes equations, and investigate the influence of the penalty coefficient associated with the incompressibility constraint on the accuracy and reliability of the resulting PINN solutions.

1. はじめに

Physics-Informed Neural Network (PINN)[1] は，Neural Network の学習において，当該の物理現象を記述する支配方程式の残差を利用する枠組みである．解くべき方程式が既知であれば観測データ無しに問題の近似解を求めることが可能であり（順解析），また，方程式に未知の係数が含まれる場合には観測データに基づいて方程式に含まれる係数等の逆推定が可能である（逆解析）．その柔軟性から，PINN は流体力学や生体工学など幅広い分野で応用されている．

著者らの先行研究では，非圧縮性 Navier–Stokes 方程式（非圧縮性 NS 式）において，境界条件の厳密な要請[2] と適応的な重みの調整[3] を併用することにより高精度な逆解析が可能であることを実証した[4]．一方，PINN が有効となる方程式の逆解析やパラメトリックな問題に適用する際には，その順解析に関する精度や信頼度が十分である必要がある．PINN が非圧縮性 NS 式の順解析ソルバーとして，どの程度の精度と信頼性を有するか，或いは精度や信頼性を担保するにはどのような工夫が必要であるかについては，未だ議論の余地が残されている．本研究では，PINN の非圧縮性 NS 式の順解析への適用に着目し，特に低〜中程度の Reynolds 数の流れ場を堅牢に予測するための工夫を検討する．

2. 機械学習手法

2.1. 問題設定

本研究では定常な非圧縮性 NS 式を考える．但し，外力は作用しないものとする．

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\boldsymbol{u} \quad \text{in} \quad \Omega \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \quad \text{in} \quad \Omega \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u} = (u, v)^\top$ は速度，p は圧力，Re は Reynolds 数であり，$\mathrm{Re} = 1{,}000$ とする．本研究では 2 次元のキャビティ流れを対象とし（$\Omega = (0,1)^2$），解の不連続性を回避するため，以下の境界条件を与える[5]．

$$\boldsymbol{u} = (4x(1-x), 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u} = (0, 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \tag{4}$$

ここで，$\Gamma_1 = \{(x,1) \mid x \in (0,1)\}$，$\Gamma_2 = \partial\Omega \setminus \Gamma_1$ である．

2.2. Physics-Informed Neural Network (PINN)

PINN[1] は式 (1)–(4) の解 $(\boldsymbol{u}, p)$ を Neural Network $(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}, p_{\boldsymbol{\theta}})$ により近似し，以下の損失関数を最小化する．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}_u(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{L}_v(\boldsymbol{\theta}) + \beta_c\mathcal{L}_c(\boldsymbol{\theta}) \tag{5}$$

$$\mathcal{L}_u = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)u_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_x p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 u_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{6}$$

$$\mathcal{L}_v = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)v_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_y p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 v_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{7}$$

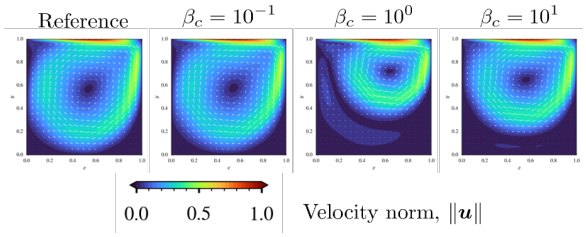
$$\mathcal{L}_c = \int_\Omega |\nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\theta}$ は Neural Network の学習可能パラメータ，$\beta_c (\in \mathbb{R}_+)$ は質量保存則に関する制約条件（式 (8)）に乗ずるペナルティ係数である．また，PINN では，境界条件に関するペナルティ項を式 (5) に付随させることにより式 (3)–(4) を近似的に満足させることが一般的であるが[1]，本研究では距離関数を用いてこれを厳密に課すこととする[2,4]．したがって，式 (5) に当該のペナルティ項は要さない．なお，圧力は，その平均値がゼロとなるよう指定する（$p, p_{\boldsymbol{\theta}} \in \{q \in L^2(\Omega) \mid \int_\Omega q\, d\boldsymbol{x} = 0\}$）．また，Neural Network の幅は 64，深さは 5，活性化関数は $\tanh(\cdot)$ に固定し，学習は Adam により 100,000 エポックだけ実行する．

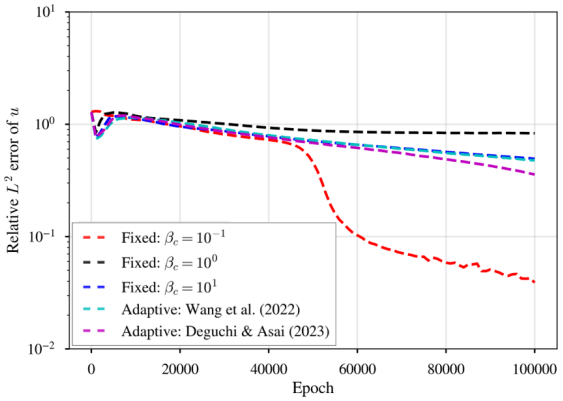
2.3. ペナルティ係数のチューニング

式 (5) のように複数の損失関数を伴う場合には，ペナルティ係数 β_c を適切にチューニングすることが肝要である．これには，固定値を採用する方法と，適応的な値を定める方法がある．適応的な方法には，各損失関数間の Neural Tangent Kernel (NTK) のトレースを同等にする方策[6] や勾配ノルムを同等にする方針[3] が知られている．詳細は文献

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 参照解および推論解の速度分布



(b) 参照解と推論解との相対 L^2 誤差（水平速度に関するもの）

図-1: ペナルティ係数 β_c の設定による解の差異

に譲るが，本研究では，前者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}^{(k)}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}^{(k)})}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}^{(k)})} \tag{9}$$

なるペナルティを，後者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u^{(k)} + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v^{(k)}\|}{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c^{(k)}\|} \tag{10}$$

なるペナルティを採用することとする．なお，$\boldsymbol{K}_{(\cdot,\cdot)}$ は NTK，$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_{(\cdot)}$ はパラメータ勾配であり，上付き文字 $(\cdot)^{(k)}$ はエポック数を指す．

3. 数値実験結果

式 (1)–(4) を式 (5)–(8) の損失関数に基づき PINN により求解した結果を**図- 1** に示す．なお，参照解は有限差分法により作成した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数 β_c を固定値とした場合（$\beta_c = \{10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}\}$）と適応的に定めた場合[3),6)] での結果を示している．ペナルティ係数を適応的に更新した場合，その係数はどちらも $\beta_c = 5 \sim 10$ 程度に収束し，また，その際の解の様相は固定値 $\beta_c = 10^{1}$ を用いた場合に類似していたため，**図- 1 (a)** からは可視化を省略している．

図- 1 (a) より，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ の場合，渦が上部壁に周辺に形成され，領域全体への運動量の輸送が不十分である．同様の傾向は，適応的なペナルティ係数を採用した場合にも確認している．一方，$\beta_c = 10^{-1}$ の場合には，渦が領域中央部に形成され，参照解との相対 L^2 誤差も低減している（**図- 1 (b)**）．**図- 1** には，幅 64，深さ 5 の Neural Network を用いた際の結果を示しているが，幅 64・128，深さ 4・5・6 の設定においても同様の傾向を確認した．

特に，適応的にペナルティ係数を定めた場合について注目する．Wang et al.[6)] による方法では，100,000 エポック経過時点において，$\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}) = 5.99 \times 10^{6}$ に対し $\beta_c \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}) = 5.20 \times 10^{6}$ なる関係を得ており，本問題において各損失関数に対応する NTK のトレースを同等にすることができている．また，Deguchi & Asai[3)] の方法では，$\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v\| = 1.96 \times 10^{-1}$ に対して $\beta_c\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c\| = 2.79 \times 10^{-1}$ であり，各勾配ノルムも同程度に制御されている．即ち，両手法ともに，複数の損失関数の影響を同等に扱う，というペナルティ係数の設計指針を達成することはできている．しかしながら，係数が $\beta_c = 5 \sim 10$ 周辺に収束するとともに，解の様相も $\beta_c = 10^{1}$ と類似していることから，非圧縮性条件を過拘束する状態となっていると考えられる．以上より，非圧縮性 NS 式を PINN により順解析する場合，質量保存則を過度に強く課すことは必ずしも解の精度向上に寄与せず，寧ろ，拘束条件を適切に緩和することが，物理的に妥当な流れ場の再現に重要であると考えられる．

4. おわりに

本研究では，PINN の非圧縮性流れへの適用を念頭に，運動量保存則，質量保存則の寄与の制御について検討した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数を固定値とした場合と適応的に定めた場合の結果を比較した．結果として，$\beta_c = 10^{-1}$ を採用し非圧縮性条件を緩和した場合には，定性的に妥当かつ定量的にも参照解と合致する解を得ることができた．一方，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ や適応的なペナルティを用いた場合，渦が上部壁に周辺に留まり，力学的に可容な解を得るに至らなかった．以上の結果は，これまで PINN の枠組みの中で，複数の損失関数の影響を同等にすることが重要と考えられてきたことに対して，非圧縮性 NS 式の順解析においては，質量保存に関する拘束条件を強く課すことが必ずしも解の精度向上や力学的に妥当な解への収束に寄与しないことを示唆している．今後は，有限要素法における混合補間に類する考えを Neural Network 構造の設計に導入することにより，本障壁を克服する方法を検討する．

参考文献

1) Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George Em Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 378, pp. 686–707, 2019.
2) Natarajan Sukumar and Ankit Srivastava. Exact imposition of boundary conditions with distance functions in physics-informed deep neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 389, p. 114333, 2022.
3) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Dynamic & norm-based weights to normalize imbalance in back-propagated gradients of physics-informed neural networks. *Journal of Physics Communications*, Vol. 7, No. 7, p. 075005, 2023.
4) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Reliable and efficient inverse analysis using physics-informed neural networks with normalized distance functions and adaptive weight tuning. *Machine Learning: Science and Technology*, Vol. 6, No. 4, p. 045055, nov 2025.
5) Zhongkai Hao, Jiachen Yao, Chang Su, Hang Su, Ziao Wang, Fanzhi Lu, Zeyu Xia, Yichi Zhang, Songming Liu, Lu Lu, and Jun Zhu. PINNacle: A comprehensive benchmark of physics-informed neural networks for solving PDEs. In *The Thirty-eight Conference on Neural Information Processing Systems Datasets and Benchmarks Track*, 2024.
6) Sifan Wang, Xinling Yu, and Paris Perdikaris. When and why pinns fail to train: A neural tangent kernel perspective. *Journal of Computational Physics*, Vol. 449, p. 110768, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization Analysis of a Shallow Foundation for Minimizing Immediate Settlement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竹田　光希（関西大学・環境都市工）　　松岡　勇樹（京都大学大学院・工）
タンジャラスリタラトーン・タナワット（チュラロンコン大学）　　宮﨑　祐輔（関西大学・環境都市工）
Koki Takeda, Kansai University
Yuuki Matsuoka, Kyoto University
Tanawat Tangjarusritaratorn, Chulalongkorn University
Yuusuke Miyazaki, Kansai University
E-mail: k612326@kansai-u.ac.jp

This study investigates the mechanism of immediate settlement minimization in topology optimization considering soil flexibility, where stiffness maximization is set as the objective. For a shallow foundation structure, topology optimization was performed by incorporating elastic theoretical solutions for ground response. The results suggest that load transfer paths are formed according to soil flexibility, and that settlement is suppressed as structural stiffness is maximized.

１．はじめに

建設業において，生産性向上をかなえる技術として建設用 3D プリンターへの注目が高まっており，2025 年には技術指針案 [1]が作成された．複雑な構造でも再現できることが特徴で，その施工事例は増加傾向にある．また，材料分布を設計変数とするトポロジー最適化は，複雑な形状を出力するため，3D プリンターとの親和性が高いといえる．

地盤構造物へのトポロジー最適化設計の適用においては，土と構造物の相互作用を考慮し，所要の性能を満足できるよう検討することが必要不可欠である．Cortez et al.[2]は，間接境界要素法と有限要素法の組み合わせによって地盤上の構造物に対するトポロジー最適化計算手法を示した．密度法の一つである TOBS（Topology Optimization of Binary Structures）法を用いた計算例を示し，地盤の状態に応じて異なる構造が得られることを明らかにした．しかし，地盤の柔軟性が最適化構造の荷重伝達メカニズムに及ぼす影響についての考察は不十分である．

そこで，本研究では，この荷重伝達メカニズムの解明を目的として，ベンチマークコードとして使用されている Top99 コードを Ferrari and Sigmund[3]が高速化した解析コードに対して，Cortez et al.[2]の手法を実装した．地盤上の構造物としてシンプルな形状の浅い基礎を対象にトポロジー最適化解析を行い，荷重伝達のメカニズムを考察した．

２．地盤-構造物の相互作用を考慮した最適化計算手法

本研究では，Ferrari and Sigmund[3]による MATLAB コードで記述された高速度のトポロジー最適化計算プログラムを基に，Cortez et al.[2]が示した手法を参考に解析を行った．地盤反力計算の流れを Fig.1 に示す．式(1)のように外力に対して構造の内力と地盤反力の合計が釣り合うことを仮定する．構造物底面と地盤表面は密着し，その変位が一致する条件の下では，構造物に作用する地盤反力 $\boldsymbol{q}$ [N/mm^2]は地表面変位 $\boldsymbol{Du}$ を用いて式(2)のように表せる．

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Ku} + \boldsymbol{Aq} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{U^{-1}Du} \tag{2}$$

$\boldsymbol{F}$：外力ベクトル，$\boldsymbol{K}$：全体剛性行列，$\boldsymbol{u}$：節点変位ベクトル，$\boldsymbol{A}$：面反力→節点反力の変換行列，$\boldsymbol{q}$：地盤反力ベクトル，$\boldsymbol{U}$：面反力→変位の変換行列，$\boldsymbol{D}$：節点変位→面変位の変換行列である．

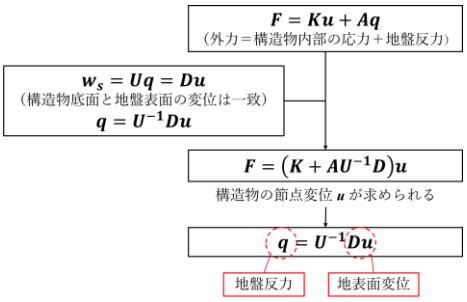


Fig. 1 Flow of Subgrade reaction Calculation

$$w_z(x,y) = \iint_D \frac{1-\nu^2}{\pi E_s} \frac{q(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} d\xi d\eta \tag{3}$$

$$w_x(x,y) = \iint_D \frac{1+\nu}{\pi E_s} \frac{p(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} \times \left\{(1-\nu)+\nu\frac{(x-\xi)^2}{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right\} d\xi d\eta \tag{4}$$

$\boldsymbol{U}$ 行列は，半無限弾性体とみなした地盤に，鉛直及び水平の点荷重が載荷されたときの変位を表す Boussinesq 解と Cerruti 解を式(3),(4)のように構造物の接地面積で積分したもので構成される．$\boldsymbol{U^{-1}}$ 行列を用いることで地表面の変位から地盤反力が計算できる．$w_z(x, y)$：地表面の点(x, y)の鉛直変位，$w_x(x, y)$：地表面の点(x, y)の水平変位，D：荷重の作用面積，$q(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する鉛直面荷重，$p(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する水平面荷重，E_S：地盤のヤング率，ν：地盤のポアソン比である．

３．解析条件

本解析の最適化問題は，剛性最大化を目的として次のように定式化される．

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x}} :\quad & c(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{F^T u} \\ \text{Subject to} :\quad & \frac{V(x)}{V_0} = f \\ & \boldsymbol{F} = \left(\boldsymbol{K} + \boldsymbol{AU^{-1}D}\right)\boldsymbol{u} \\ & 0 < x_{min} \le x_e \le 1 \end{aligned} \tag{5}$$

$c(x)$：コンプライアンス，$V(x)$：材料が占める体積，V_0：設計領域の体積，f：体積使用率，x_{min}：密度の下限値，x_e：要素密度である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

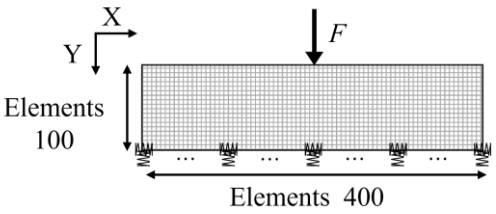


Fig. 2 Loading and boundary conditions

なお，対象とする沈下量は即時沈下によるものである．そのため，構造物と地盤が密着している条件下において構造物の剛性最大化問題を解くことで，ひずみが最小化され，同時に沈下量を最小化していることが考えられる．また，平面ひずみ状態を仮定し，奥行は十分に大きいものとする．収束条件については，式(6)の Cortez et al.[2]が示したコンプライアンスに関する条件に加え，SIMP（Solid Isotropic Material with Penalization）法の性質である中間密度の残留を考慮して，式(7)より密度更新に関する条件を設定した．

$$\frac{\left|\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_1(i)\right|}{\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_2(i)} \le 0.001 \tag{6}$$

$$\max_e \left|x_e^{(k)} - x_e^{(k-1)}\right| \le 0.01 \tag{7}$$

式(6)において，$\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_2(i)$は直近 5 回分のコンプライアンスの合計，$\left|\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_1(i)\right|$はその前の 5 回分のコンプライアンスの合計である．この場合，直近 10 回分の処理コンプライアンスの変化割合が 0.001 以下になれば収束とみなす．実装においては，式(6), (7)をいずれも満たすか，最大処理回数に到達した時点で処理を終了した．解析条件を Fig.2 に示す．浅い基礎構造を想定した荷重条件を設定し，体積使用率は 50%，境界条件は固定条件を設けず，水平と鉛直の地盤反力のみで支持するものとした．地盤の柔らかさについては，式(8)の構造物と地盤のヤング率比 m によって設定し，m = 1, 10, 100, 1000 とした．

$$m = \frac{E_0}{E_s} \tag{8}$$

E_0：構造物のヤング率で，E_0 = 1.0 N/mm² とする．

4．結果と考察

Fig.3 は，地盤が最も柔らかい m = 1000 の最適化構造の主応力線図である．赤色を圧縮，青色を引張とする．構造下部の曲げ変形に伴う引張り応力は，下に凸の放物線状の部材が受け持ち，上載荷重による圧縮応力は外周のアーチ構造と中央からハの字型に枝分かれした部材によって接地面全体に分散させながら伝えている．Fig.4 は最適化処理の 1 回目と処理終了時の沈下量分布を比較したものである．中央での沈下量は約 0.3%抑制され，両端部での沈下量は約 0.2%増加している．また，Fig.5 は最適化終了時の構造下端要素の鉛直応力分布と，鉛直地盤反力分布を比較したものである．構造物から最終的に地盤へ伝達される荷重は端部で最大となっており，その大きさや分布形状は地盤反力と概ね一致している．

以上より，最終的な最適化構造から地盤への荷重伝達メカニズムは Fig.6 のように考えられる．m = 1000 のように，地盤に対して構造物が固い場合，構造物は変形できず，一様に沈下しようとする．その結果，基礎端部を抑え込むような応力分配となり，釣り合うように地盤反力も端部で最大となる．本ケースで得られた構造においては，アーチ構造とハの字に形成された部材がその応力分配に寄与している．よって，m = 1000 のケースでは，最適化によって形成された引張部材で曲げ変形を抑制し，圧縮部材で荷重を分散することで沈下量の最小化がなされているといえる．

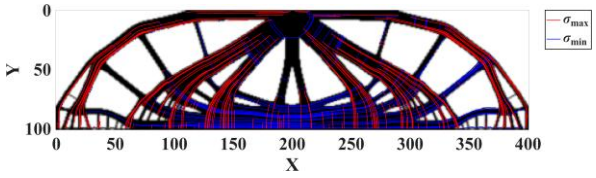


Fig. 3 Principal stress trajectories (m = 1000)

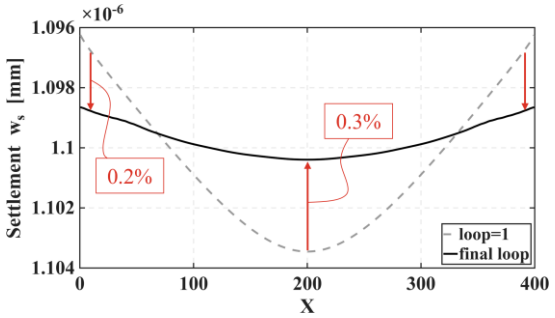


Fig. 4 Change in settlement due to optimization

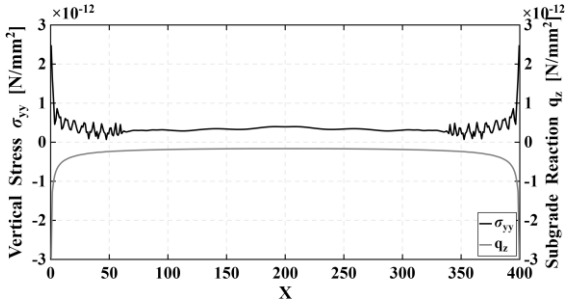


Fig. 5 Relationship between the vertical stress at the bottom elements of the foundation and the subgrade reaction

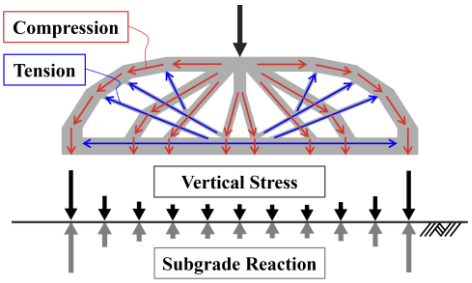


Fig. 6 Relationship between foundation, vertical stress, and subgrade reaction

5．おわりに

本研究では，地盤の柔軟性を考慮したトポロジー最適化計算について，構造的な観点から考察を行った．その結果，剛性を最大化する過程において，荷重を接地面全体に分散し，地盤の柔らかさに応じた荷重伝達経路を形成することで沈下量を最小化していることが示唆された．

参考文献

1) 土木学会コンクリート委員会編：建設用 3D プリント埋設型枠を用いたコンクリート構造物の技術指針(案)，コンクリートライブラリー，土木学会，2025
2) Cortez et al.：On the influence of soil flexibility in structural topology optimization，Numerical and Analytical Methods in Geomechanics，Vol.47，pp.2618-2642，2023
3) Federico Ferrari，Ole Sigmund：A new generation 99 line Matlab code for compliance topology optimization and its extension to 3D，Structural and Multidisciplinary Optimization，Vol.62，pp.2211-2228，2020

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和土地盤解析に対する 固液気三相型 MPM に関する基礎的検討 (シンポジウム講演概要)

Basic Examination about Solid-Liquid-Gas Three-phase Material Point Method towards Unsaturated Soil Analysis (Proceeding of Symposium on Applied Mechanics)

今泉　颯平（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）　寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei IMAIZUMI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: imaizumi.sohei.t5@dc.tohoku.ac.jp

The purpose of this study is to propose the v_s−v_w−v_a formulation of unsaturated soil, which explicitly evaluates the velocity of air phase in the void of unsaturated soil, and to incorporate the formulation to Material Point Method (MPM). Velocities of each solid, liquid, and air phase that makes up unsaturated soil are treated as primary unknowns. Single-point/Three-phase spatial discretisation is adopted. After describing the governing equations of each phase, an MPM-based spatial discretisation and explicit time integration is derived. The proposed method is verified through the one-dimensional consolidation problem under saturated situations, and one-dimensional drainage problem under unsaturated situations. Finally, the method is validated by replication analysis of an infiltration-induced slope failure experiment of quartz soil. The effects of the kinematics of pore air, such as suction commits to the strength of soil skeleton are assessed by comparing with former solid-liquid formulations of MPM and FEM analyses. We also identify the limitations seen through these analyses and consider the possibilities of improvement for the proposed method.

1. 序論

世界各地で，気候変動により土砂災害は頻発・激甚化の傾向にあり，その危険性の予測，発生時の影響の正確かつ低コストな評価のため，数値解析手法は重要性を増している．固体解析，流体解析に特化した手法では，固体的性質と流体的性質を併せ持つ土砂の運動の過程を一貫して解析することは困難であり，これに対し固体と流体を単一の枠組みで解析できる手法である MPM（Material Point Method）の有用性が注目されている．不飽和土の MPM 解析では多くの既往研究において，間隙空気の影響を考慮しない二相系定式化が行われ，間隙空気の作用による地盤挙動への検証は十分なされていない．そこで本研究では，間隙空気に対して陽に速度定式化を行う固液気三相型 MPM を提案し，この数値不安定性に関する問題点を整理し，不飽和土解析への適用性を検証する．

2. 混合体の支配方程式

不飽和土において，間隙の飽和度 S_w は間隙空気圧 p_a と間隙水圧 p_w の差として定義されるサクション $p_c = p_a - p_w$ によって決定され，その関係は SWCC により記述される．本研究では van Genuchten モデルを用いる．

運動方程式は固相，液相，気相の各相について，混合体理論に基づいて定式化する．ここに $\boldsymbol{a}_\alpha$ は各相 α（= s, w, a）の加速度，$\boldsymbol{v}_\alpha$ は速度である．ρ_α は各相の真密度，k_w，k_a はそれぞれ透水係数，透気係数，θ は間隙率，$\boldsymbol{b}$ は物体力を表す．

各相に対して質量保存則を適用し，圧力・応力の増分を得る．液相と気相の質量保存式は次式で与えられ，それぞれの圧力増分はこれらの連立方程式の解として得る．

$$\theta\Big(\frac{S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_w}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_a}{\partial t} + S_w\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_w + (\boldsymbol{v}_w - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{1}$$

$$\theta\Big(\frac{1-S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_a}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_w}{\partial t} + (1-S_w)\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_a + (\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{2}$$

3. 一粒子三相型 MPM 離散化

MPM では連続体を Langrange 的物質点群に離散化する．主変数の計算は FEM 同様の積分アルゴリズムによる．混合体の離散化には複数の手法が存在し，本研究で用いる一粒子三相型（Single-point/Three-phase）型では，各物質点が三相の質量配分を持つ．物質点は土骨格を代表し，間隙水・空気の運動は土骨格から Euler 的にとらえる．物質点数が少なく済み計算コストを低減できるほか，雨水浸透など，流体相が固体相中に拡散する現象の解析への適用性が高い．また，本研究では時間積分に陽解法を用いる．

4. 解析例題

4.1. Liakopoulos 実験の再現解析

不飽和土解析の例題として，Liakopoulos[1] による一次元間隙水流出実験の再現解析を行った．実験装置・解析モデルの概要は図-1 に示す．物性値は Schrefler と Scotta[2] における FEM での再現解析に用いられたものに準拠する．結果は実験値のほか，上記研究の FEM 解析の結果と比較を行った．底部解放後実時間 10 分経過時の間隙水圧，間隙空気圧分布の計算結果は図-1 に示す通りとなり，既往の解析による数値解とある程度の整合が見られた．

4.2. 石英斜面浸透崩壊実験の再現解析

解析手法の妥当性検証のため，夏目ら[3] による石英斜面浸透崩壊実験の再現解析を試みた．物性値は実験で用いられたものと揃える[3] ほか，石英地盤の SWCC には物性の類似性を踏まえ，三河珪砂 6 号のパラメータによる van Genuchten モデルを用いる[4]．実験装置の概要は図-2 のとおりである．モデル底部への流入境界条件は静水圧を液相

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

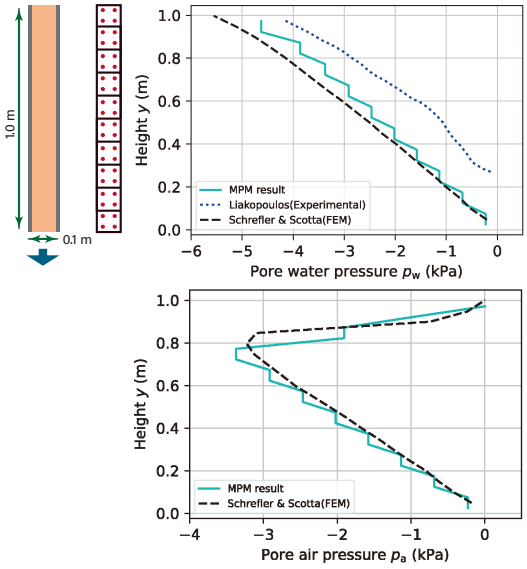


Fig. 1　一次元流出解析 モデル・結果

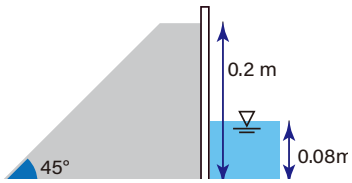


Fig. 2　石英斜面浸透　モデル概要

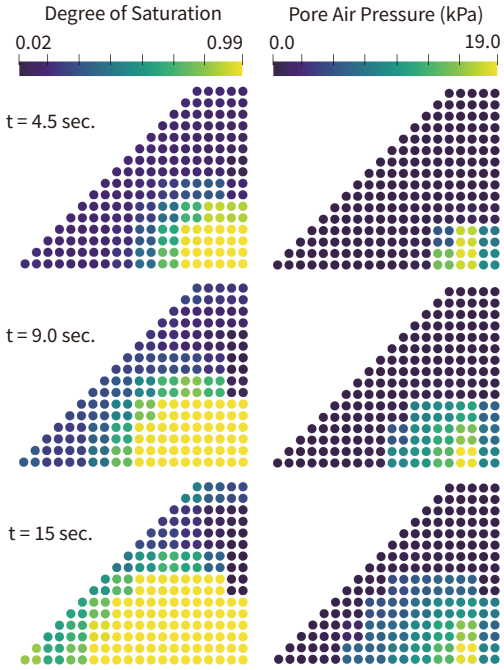


Fig. 3　石英斜面浸透解析結果

への表面力へ換算し，境界付近の物質点に課すことにより表現する．

解析の結果，図- 3 に示すように石英内部への浸透により飽和度が時間発展する様子が確認できる．また，流入開始直後に間隙空気が地盤内部で圧縮され，圧力が高まる様子も確認できる．これにより，提案手法によって，気相の影響を評価しつつ地盤内への浸透現象の傾向をある程度評価できることを検証できたといえる．しかし，圧力振動および飽和度分布の実験結果との不整合などの課題が見られ[3]，境界条件，パラメータ設定についてより詳細な検討が必要である．

5.　結論

本研究では気相を陽に考慮した三相系速度定式化による陽解法 MPM のアルゴリズムを構築した．Liakopoulos 実験[1] の再現解析により，提案の解析アルゴリズムの妥当性が検証され，石英地盤への浸透解析の結果，実現象とのある程度の整合性が確認されたものの，安定性の向上および，パラメータ設定の違いによる計算結果への影響の検証の余地がある．気相の存在が大きな影響を持つ現象，また地盤の崩壊の大変形を含む問題への適用性能評価により，提案手法の問題点を整理し手法を高度化することが今後の課題である．

参考文献

1) A. C. Liakopoulos: Transient flow through unsaturated porous media, Ph.D Thesis, University of California, Berkeley, 1964.
2) B. A. Schrefler, R. Scotta: A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media, Computer Methods Applications for Mechanical Engineerings, 3223, 3223-3246, 2001.
3) 夏目将嗣, 小高猛司, 岡本隆明, 李圭太: 屈折率マッチング法を用いた模型実験による浸透場の盛土崩壊時の内部挙動の可視化, 第 60 回地盤工学研究発表会, 2025
4) 吉川高広, 野田利弘, 小高猛司, 崔瑛: 空気～水～土骨格連成有限変形解析を用いた浸透破壊メカニズムに関する考察, 計算工学講演会論文集, vol.21, , 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

観測と数値解析を融合した 地震力による斜面崩壊の広域即時予測 (シンポジウム講演概要)

A Rapid Regional-Scale Prediction of Earthquake-Induced Landslides through Integration of Observations and Numerical Simulations (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小島　空（東北大）　松田　晃汰（東北大）　湯　東暘（東北大）　須郷　大地（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　大野　晋（東北大）
櫻庭　雅明（日本工営株式会社）　佐藤　誠一（日本工営株式会社）
野島　和也（日本工営株式会社）　森口　周二（東北大）
Sora Kojima, Tohoku University
Kota Matsuda, Tohoku University
Tang Dongyang, Tohoku University
Daichi Sugo, Tohoku University
Reika Nomura, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Susumu Ohno, Tohoku University
Masaaki Sakuraba, NIPPON KOEI
Seiichi Sato, NIPPON KOEI
Kazuya Nojima, NIPPON KOEI
Shuji Moriguchi, Tohoku University
E-mail: kojima.sora.p4@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a framework for the rapid prediction of earthquake-induced slope failures over a regional-scale using observed data obtained from seismic observation distributions combined with numerical simulations. In the proposed framework, the spatial distribution of ground motion is estimated using a limited number of observation points whose locations are optimized in advance based on the results of seismic ground motion analyses. In addition, a surrogate model trained on the results of slope stability analyses performed under uniformly distributed seismic loading conditions is employed to reduce computational cost, enabling the rapid estimation of distributions of the factor of safety. The proposed framework was applied to a risk assessment of a specific urban area, demonstrating its performance.

1. 目的

日本には急峻な山岳地域が広く分布し，斜面崩壊の危険性について検討を行うべき地域が多く存在する．斜面崩壊の誘因となる地震が全国各地で頻発していることからも，地震に起因する斜面崩壊リスクの高精度な評価は重要な課題である．本研究では，地震を誘因とする広域の斜面崩壊を地震発生後に即時評価する枠組みを提案する．研究の全体像を Fig.1 に示す．この枠組みでは，地震動解析と斜面安定解析の 2 種類の数値解析を事前に実施する．実際に地震が発生した際，地震動解析結果と観測結果を融合することで，地震力分布の即時的な把握が可能になる．また，地震力分布を入力とする代理モデルを構築することで斜面安定の即時評価が可能となる．本研究では，この枠組みを実際の都市に適用し，その有用性について議論する．

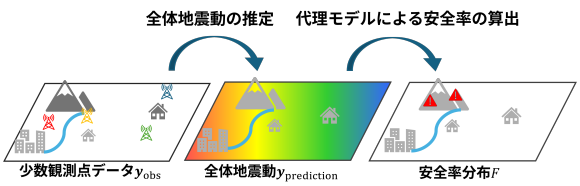


Fig. 1　Overview of the framework

2. 空間モードを活用した地震力の即時推定

ここでは，地震動解析とその結果の空間モード分解，およびその空間モードを利用した地震力分布の即時推定の方法について説明する．地震動解析では，多様な地震シナリオを考慮するために断層サイズやアスペリティの位置や数を変更し，地表面最大加速度（PGA: Peak Ground Acceleration）分布を得る．本研究では，各ケースの PGA 分布を列ベクトルとするデータ行列 $\boldsymbol{X}$ から，特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition) の理論に基づいて空間モードを抽出し，次式のように上位 r モードの 左特異値ベクトル行列 $\boldsymbol{U}_r$，特異値行列 $\boldsymbol{\Sigma}_r$，右特異ベクトル行列 $\boldsymbol{V}_r$ によって表現する．

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}_r \boldsymbol{\Sigma}_r \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\Sigma}_r$ の k 行 k 列成分 σ_k，$\boldsymbol{V}_r$ の j 行 k 列成分 v_{jk} を掛け合わせ，$z_{jk} = \sigma_k v_{jk}$ と定義すると，行列 $\boldsymbol{X}$ の j 列目のベクトルである $\boldsymbol{x_j}$ は次式のように表される．

$$\boldsymbol{x}_j = \sum_{k=1}^{r} \boldsymbol{u}_k z_{jk} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u}_k$ は $\boldsymbol{U_r}$ の k 列目のベクトルである．z_{jk} を $k = 1, \ldots, r$ まで並べたベクトル $\boldsymbol{z}_j$ は，j 番目のケースを再構成する POD 係数ベクトルである．このように，データに対応する POD 係数ベクトル $\boldsymbol{z}$ を得ることでデータの再構成が可能となる．観測点の位置を表現する行列 $\boldsymbol{H}$ を用いると，任意の観測データ $\boldsymbol{y}$ は次式のように表現される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{z} \tag{3}$$

上式を一般化逆行列の考え方を用いて，空間モードに対する POD 係数ベクトル $\hat{\boldsymbol{z}}$ について解くと次式のようになる．

$$\hat{\boldsymbol{z}} = (\boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r)^{\dagger}\boldsymbol{y} \tag{4}$$

また，式 (4) の $\hat{\boldsymbol{z}}$ と $\boldsymbol{U}_r$ を用いて，対象領域全体の PGA 分布 $\hat{\boldsymbol{x}}$ が次式のように得られる．

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{U}_r\hat{\boldsymbol{z}} \tag{5}$$

3. 斜面安定解析とその代理モデル

3.1. 三次元 LEM に基づく斜面安定解析手法

式 (5) で得られる PGA 分布から，3 次元極限平衡法 (LEM: Limit Equilibrium Method) に基づく斜面安定解析手法の 1 種である Hovland 法[1] を用いて，安全率 F を算出する．地震力を考慮するとき，地震力の大きさ K については，土柱の自重 W と水平震度係数 k_h から決定される（式 (6)）．なお，本研究では，k_h を地表最大加速度 (PGA) の関数として式 (7) により表現するものとする[2]．

$$K = k_h W \tag{6}$$

$$k_h = \begin{cases} \dfrac{PGA}{g} & \text{if } PGA \leq 200\,\text{gal} \\ \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{PGA}{g}\right)^{1/3} & \text{if } PGA > 200\,\text{gal} \end{cases} \tag{7}$$

3.2. 斜面安定解析の代理モデル

3 次元 LEM の結果に基づく代理モデルは，各評価点毎に構築するものとし，地震力（水平震度係数 k_h）を入力データとして，Fig.2 のように線形補間を用いて安全率を算出する．学習データは，上式 (6)，(7) により一様な地震力で計算された複数ケースの安全率分布である．対象とする地震動の各計算点における k_h の値に対して，線形補間により安全率の値が算出される．

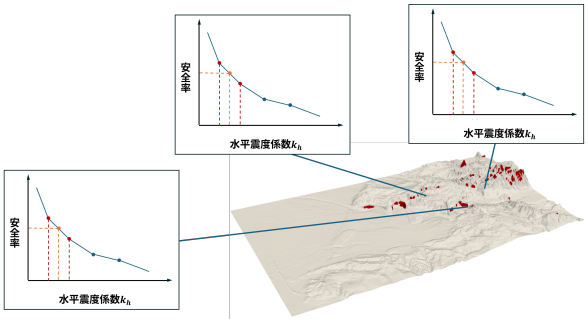


Fig. 2　Surrogate model of slope stability analysis

4. 数値実験および検証

4.1. 対象地域と対象断層

仙台市青葉区の一部地域 (4855 m × 8510 m) を対象とし，地震ハザードステーション (J-SHIS)[3] にて公開されている長町–利府断層の想定条件 (Fig.3) を基準として，マグニチュードの異なる複数シナリオを考慮した．設定を変更して得た地震動解析結果からデータ行列を作成し，そのデータ行列から空間モードを抽出するとともに，少数観測点の配置の配置を決定した．

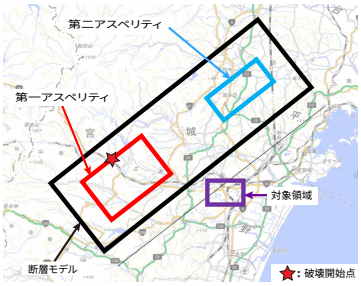


Fig. 3　Fault model

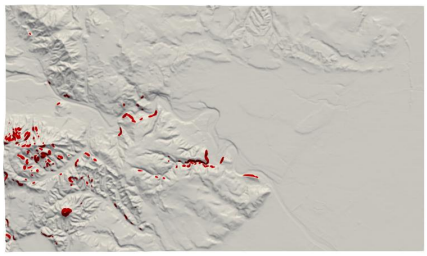


Fig. 4　Result obtained by proposed framework

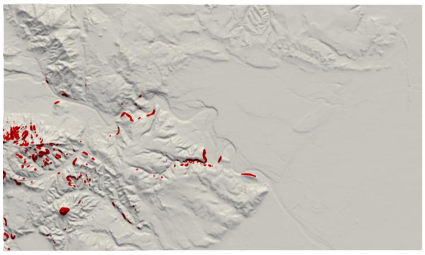


Fig. 5　Result obtained by simulations

4.2. 精度検証

Fig.4 は提案する枠組みの結果であり，Fig.5 はすべての工程を数値解析によって実施した結果である．これらの図は，安全率が 1 以下の部分を，斜面崩壊危険領域として赤く示している．これらの結果より，本研究の枠組みによる計算は，広域の安全率分布傾向を概ね再現できていることが確認される．

5. 結論

本研究では，地震発生直後に斜面崩壊分布を推定可能とする数値解析と観測を融合した枠組みを提案した．その枠組みを仙台市青葉区の一部地域に適用して検証を行った結果，すべての計算を数値解析で実施した場合の結果と比較して，斜面崩壊の危険箇所の空間分布の傾向をよい精度で再現できることが確認された．

参考文献

1) Azzouz, A. S., Baligh, M. M.: Discussion of “Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method” by H. J. Hovland, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 104(9), pp.1206–1208, 1978.
2) 野田節男, 上部達生, 千葉忠樹: 重力式岸壁の震度と地盤加速度, 港湾技術研究所報告, 第 14 巻 第 4 号, pp.67–111, 1975 年 12 月.
3) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience (NIED): J-SHIS: Japan Seismic Hazard Information Station, https://www.j-shis.bosai.go.jp/map/, Accessed: 2025-08-20, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

Improving the efficiency of critical slip surface identification for regional-scale slope hazard assessment using a three-dimensional limit equilibrium method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須郷　大地（東北大）　John CHOE（ワシントン大）　Nilo DOLOJAN（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　渡邊　康介（中部電力）
森口　周二（東北大）
Daichi SUGO, Tohoku University
John CHOE, University of Washington
Nilo DOLOJAN, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Kosuke WATANABE, Chubu Electric Power
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: daichi.sugo.s2@dc.tohoku.ac.jp

This study aims to accelerate critical slip surface identification in a three-dimensional limit equilibrium method for regional-scale slope hazard assessment. We apply two optimization approaches, particle swarm optimization (PSO) and Bayesian optimization (BO), to the slip surface identification problem and compare their accuracy and computational cost. A case study is conducted on the real topography of Kamaishi City, Iwate Prefecture, Japan, where the factor of safety (FOS) is evaluated using the Hovland method. Under a fixed computation time for a representative terrain cell, both PSO and BO achieve small errors relative to a grid-search reference; however, BO shows a larger spread in converged solutions. In contrast, BO greatly reduces the number of objective function evaluations compared with PSO, suggesting its advantage when FOS evaluation is computationally expensive. Furthermore, applying PSO to all terrain cells shows that it can identify near-critical slip surfaces over real topography with accuracy comparable to the grid-search reference while reducing computational cost.

1. 諸言

3次元極限平衡法（LEM: Limit Equilibrium Method）（例えば[1),2)]）を用いた斜面安定解析は，地理情報システム上で解析可能なもの（例えばXie et al.[3)]やMergili et al.[4)]）や，広範囲を解析するためのソフトウェア（Scoops3D[5)]）が存在しており，広域の斜面安定解析手法として1つの有力な選択肢となりつつある．しかし，広域への3次元極限平衡法の適用において，計算コストの大部分を占める臨界すべり面探索の効率化の検討は，グリッドサーチベースのもの[6)]に限られており，最適化手法の適用性の検討は不十分である．そこで，本研究では，メタヒューリスティクスの代表的手法である粒子群最適化[7)]（PSO: Particle Swarm Optimization）と，逐次モデルベース最適化手法の代表的手法であるベイズ最適化[8)]（BO: Bayesian Optimization）を臨界すべり面探索へ援用することで，計算精度および計算コスト低減性能の比較を行う．これにより，広域の斜面安定解析において，すべり面抽出の精度を維持しつつ，より効率的な解析を実施可能にすることを目的とする．

2. 解析手法

2.1. 3次元極限平衡法

3次元LEMは，仮定されたすべり面に対して，抵抗力と駆動力の比から安全率を算出する手法である．安全率Fは，次式のように定義される[9)]．

$$F = \frac{1}{T}\{cA + (N - uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{1}$$

ここで，Tはせん断力，cは粘着力，Aはすべり面の面積，Nは垂直力，ϕは内部摩擦角，$\boldsymbol{g}$は重力方向の単位ベクトル，$\boldsymbol{n}$はすべり面法線方向の単位ベクトルである．本研究では，Hovland法[1)]にならい，土柱間内力を全て無視して次式のようにNおよびTを算出する．

$$N = -W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) \tag{2}$$

$$T = \frac{1}{F}\{cA - (W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) + uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{3}$$

式(2)および(3)を，次式で示されるモーメントのつり合い式へ代入することで安全率を得る．

$$\sum(\boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{T} + \boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{N} + \boldsymbol{r}_g\times\boldsymbol{W})\cdot\boldsymbol{\xi} = 0 \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{r}_b$は楕円体中心から分割されたすべり土柱底面への位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_g$は楕円体中心からすべり土柱の重心への位置ベクトルである．

2.2. 臨界すべり面探索

本研究では，臨界すべり面探索の効率化のためにPSOとBOを用いる．PSOの粒子群の位置と速度の更新式およびBOの獲得関数に基づく逐次更新の詳細は関連論文[7),8)]を参照されたい．

3. 解析結果

解析対象領域は岩手県釜石市の一部領域（600×600 m^2）とする．メッシュサイズは1 mである．まず，対象領域内の代表地形セル1つについて，計算時間をPSOとBOの両方で10秒に固定して計算を行った場合の収束値の分布をFig.1に，参照解との誤差と目的関数の呼び出し回数（安全

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

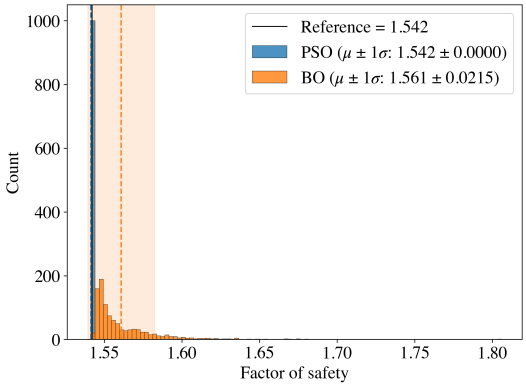


Fig. 1　Distribution of converged values for PSO and BO.

Table 1　Errors and number of objective function evaluations for PSO and BO.

	Mean	Within ϵ (%)			Objective Calls
		0.1	1.0	5.0	
PSO	1.542	1000	1000	1000	6962
BO	1.561	13	616	976	51

率の計算回数）を Table 1 に示す．なお，参照解はグリッドサーチによる探索の最小値としている．Fig.1 より，PSO と BO はどちらも参照解との誤差は小さいものの，BO の方が収束値のばらつきが大きい結果となっていることが確認できる．一方で，Table 1 より，目的関数の呼び出し回数は PSO では 6962 回，BO では 51 回と，BO の方が大幅に少ないことが確認できる．これは，計算プロセス中で最も支配的な計算コストが，PSO では目的関数の評価，BO では統計モデルの更新という違いに起因する．今回の計算条件下では同じ計算時間で PSO の方がより精度の良い結果となったが，目的関数の評価コストがより大きい条件下では BO の方が有利となる可能性がある．ただし BO は Fig.1 のように収束値にばらつきがあるため，ばらつきを最小化できるよう，カーネルや獲得関数の選択などの計算条件に注意が必要である．

次に，解析対象領域内の全地形セルに対して PSO による計算を行った結果を Fig.2 に，全セルでの参照解との差をプロットしたもの Fig.3 に示す．Fig.3 より，PSO は代表セルだけでなく領域全体でも参照解との誤差が少ない結果となっており，グリッドサーチベースの解析から精度を落とすことなく，計算コストを低減することが可能であることが確認された．

4.　結言

本研究では，3 次元 LEM の臨界すべり面探索を効率化するため，PSO と BO を援用して斜面安定解析を実施し，計算精度と計算コストを比較した．その結果，安全率の評価コストが大きい場合には，BO が PSO に比べて計算コストを大幅に低減できることを確認した．また，PSO は実地形において高い精度で臨界すべり面探索が可能であることも示された．より効率的な臨界すべり面探索のため，BO の収束値のばらつきを抑制するように探索プロセスを改善することが今後の課題として挙げられる．

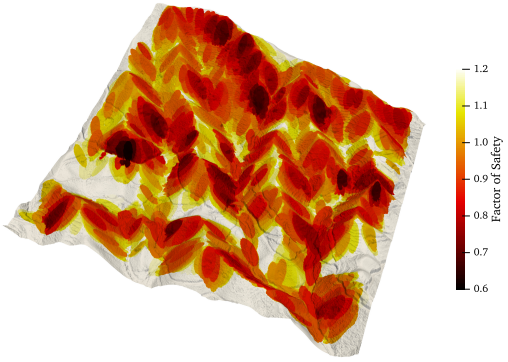


Fig. 2　Factor of safety distribution obtained using PSO.



Fig. 3　Difference in factor of safety between the reference solution and PSO.

参考文献

1) Hovland, H. J.: Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method, ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, No. 9, pp.971 – 986, 1977.
2) Hungr, O.: An extension of bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions, G´eotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 113 – 117, 1987.
3) Xie, M., Esaki, T. and Cai, M.: GIS-Based Implementation of Three-Dimensional Limit Equilibrium Approach of Slope Stability, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 132, No. 5, pp. 656 – 660, 2006.
4) Mergili, M., Marchesini, I., Alvioli, M., Metz, M., Schneider-Muntau, B., Rossi, M. and Guzzetti, F.: A strategy for GIS-based 3-D slope stability modelling over large areas, Geoscientific Model Development, Vol. 7, No. 6, pp. 2969 – 2982, 2014.
5) Reid, M. E., Christian, S. B., Brien, D. L. and Henderson, S. T: Scoops3D: software to analyze 3D slope stability throughout a digital landscape, United States Geological Survey, 2015.
6) Rao, B., Burman, A. and Roy, L. B.: An E ffi cient Box Search Method for Limit Equilibrium Method-Based 3D Slope Stability Analysis, Transportation Infrastructure Geotechnology, Vol. 11, No. 1, pp. 327 – 358, 2024.
7) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN), Vol. 4, pp. 1942 – 1948, 1995.
8) Jones, D. R., Schonlau, M. and Welch, W. J.: E ffi cient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, Journal of Global Optimization, Vol. 13, No. 4, pp. 455 – 492, 1998.
9) Turnbull, W. J. and Hvorslev, M. J.: Special problems in slope stability, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 93, No. 4, pp. 499 – 528, 1967

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

Hybrid MPM–FEM analysis for reproducing piping phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鈴木　祐太（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
野村　怜佳（東北大学）　森口　周二（東北大学）　小高　猛司（名城大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Riichi SUGAI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Takeshi KODAKA, Meijo University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: yuta.suzuki.q6@dc.tohoku.ac.jp

The material point method (MPM), suited for large-deformation analyses of fluidized soils, has previously been combined with Eulerian FEM into a hybrid MPM–FEM framework for soil–water interaction based on mixture theory. Although B-spline basis functions mitigate the cell-crossing error, their non-interpolatory nature hinders exact imposition of Dirichlet boundary conditions at interior boundaries. This limitation is addressed by developing a multi-patch B-spline-based hybrid MPM–FEM, where the multi-patch approach ensures Kronecker delta property at patch interfaces, enabling exact enforcement of interior boundary conditions such as those on an embedded sheet pile. A numerical simulation of piping failure around a sheet pile is presented, demonstrating the method's ability to qualitatively reproduce the sequential processes of subsidence, uplifting, piping, and sedimentation observed in experiments.

1. 序論

ヒービングやクイックサンド，パイピングのような現象は，土留めを要する施工における安全性の観点で重要な問題として知られる．これらの現象は，地盤内部の透水現象や土圧の不均衡などの複雑な過程に起因し，多段階的に発生しうるものであり，このような現象に対する数値解析手法の開発は重要な課題の一つである．連続体の離散化解析手法の一種である material point method (MPM) は土砂の大変形や崩壊を伴う現象の解析に適しており，特に Pan ら[1] は土砂挙動の解析に MPM を，流体挙動の解析に安定化有限要素法を用いた MPM–FEM ハイブリッド法を提案し，地すべり津波などの動的な解析に成功している．しかし MPM–FEM ハイブリッド法は，メッシュ内部における厳密な Dirichlet 境界条件の適用が困難であるため，矢板のような構造物が存在する問題に対しては適用が難しいという課題がある．そこで本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，矢板周縁の Dirichlet 境界条件の適用を可能にし，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行う．

2. MPM–FEM ハイブリッド法

本章では，MPM–FEM ハイブリッド法に基づく数値解析手法のうち，特に支配方程式の定式化，および multi-patch B-spline 基底関数について説明する．詳細な定式化については，Pan ら[1] を参照されたい．

2.1. 支配方程式

本研究では，Biot の混合体理論に基づき，地盤材料を固相（土骨格）と流体相（水および空気）からなる混合体として支配方程式を記述してその運動を表現する．固相と流体相の運動方程式，および混合体の連続式はそれぞれ次式で表される．

$$(1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}a_i^{\mathrm{s}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}}{\partial x_j} + \hat{P}_i - p^{\mathrm{f}}\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + (1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}b_i^{\mathrm{s}} \tag{1}$$

$$\theta\rho^{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial t} + \bar{v}_j^{\mathrm{f}}\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial x_j}\right) = -\theta\frac{\partial p^{\mathrm{f}}}{\partial x_i} - \hat{P}_i + \theta\rho^{\mathrm{f}}b_i^{\mathrm{f}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\left((1-\theta)v_i^{\mathrm{s}} + \theta v_i^{\mathrm{f}}\right)}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

ここで，上付き文字の “s” は固相，“f” は流体相の物理量であることを示しており，以下両者を α (= s, f) によって表す．また，θ は土の間隙率，p^{f} は流体相の圧力，ρ^{α} は密度，b_i^{α} は物体力であり，$\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}$ は固相の平均応力テンソル，v_i^{α} および $\bar{v}_j^{\mathrm{f}}$ は，それぞれ α 相の速度と流体相の移流速度である．$\hat{P}_i$ は固相と各流体相の間にはたらく抗力を表し，Forchheimer 式を参考に定式化する．なお，式 (3) は土粒子と流体相それぞれに非圧縮性を仮定したうえで，固相と流体相の連続式を展開して足し合わせることで導かれている．

2.2. Multi-patch B-spline 基底関数

MPM では “cell-crossing error” と呼ばれる数値誤差を抑制するために基底関数を工夫する必要があるが，本研究では区分的に滑らかな multi-patch B-spline 基底関数を用いる．

p 次 B-spline 基底関数は広義単調増加なノット ξ_i の集合であるノットベクトル $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n+p+1}\}$ によって定義され，C^{p-1} 級の連続性を持つ．また，同時にノットベクトルによってパッチ（領域）が定義され、その境界に該当する点で $p+1$ 回同じノットを繰り返すオープンノットベクトルを用いることによって，対応する基底関数が Kronecker デルタ特性を得るため，パッチ境界で厳密に Dirichlet 境界

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

条件を課すことができる．

その一方で，B-spline 基底関数は一つのパッチで生成されるメッシュ境界以外の制御点では Kronecker デルタ特性を持たないため，メッシュ内部に壁面が存在するような問題に対しては適切な境界条件の適用が困難であった．Multi-patch B-spline 基底関数は，パッチと呼ばれる部分領域に対して B-spline 基底関数を定義し，それらの基底関数を結合する手法である．これによって Fig. 1 に示すように，パッチの境界（$\xi = 3$）において基底関数の連続性が C^0 に低下するが，Kronecker デルタ特性を持つため，内部の制御点に対しても厳密に Dirichlet 境界条件を課すことができる．

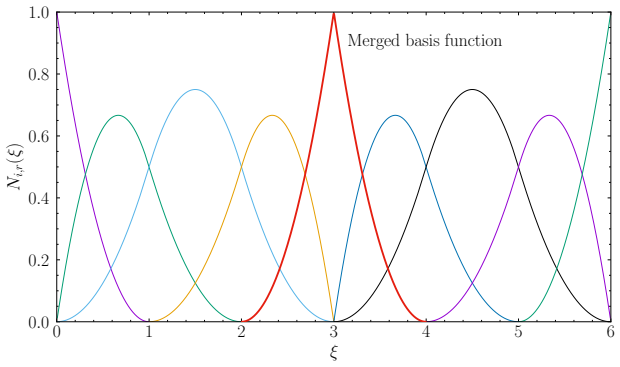


Fig. 1　Multi-patch B-spline basis functions.

3.　矢板周りのパイピング現象の再現解析

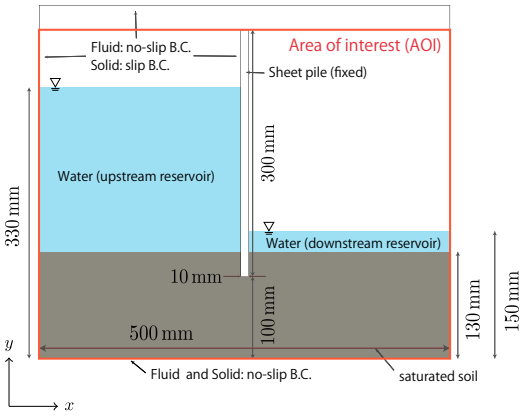


Fig. 2　Numerical model for the simulation of piping failure.

Fig. 2 に示すようなモデルを用いて Table 1 に示す解析条件のもとで，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．ただし，奥行き方向に 1 要素を配置する準 3 次元モデルとし，各要素に対して $4\times4\times1$ 個の土粒子を配置した．また，時間刻み幅は 1×10^{-5} s とし，重力は解析初期に 0.1 s かけて準静的に作用させた．

解析結果を Fig. 3 に示す．本解析では土の沈下・隆起，パイピング（クイックサンド），および土の堆積の一連の現象が再現された．この一連の流れは既往の実験における観測[2] と定性的に一致した．特に 0.5 s から見られたパイピング現象においては，水みちが曲線的に形成され，下流側の矢板近傍に土が滞留する様子が再現されており，実験

Table 1　Parameters for the simulation of piping failure.

Parameter	Value
Solid	
Soil particles' density ρ^s	2.5×10^3 kg/m^3
Median soil particle diameter D_{50}	0.3×10^{-3} m
Initial porosity θ_0	0.45
Young's modulus	70 MPa
Poisson's ratio	0.3
Cohesion c	0 kPa
Friction angle ϕ	25°
Dilation angle ψ	0°
Fluid	
Density of air ρ^g	1.206 kg/m^3
Dynamic viscosity of air μ^g	1.82×10^{-5} Pa s
Density of water ρ^ℓ	0.998×10^3 kg/m^3
Dynamic viscosity of water μ^ℓ	1.002×10^{-3} Pa s
Gravitational acceleration g	9.81 m/s^2

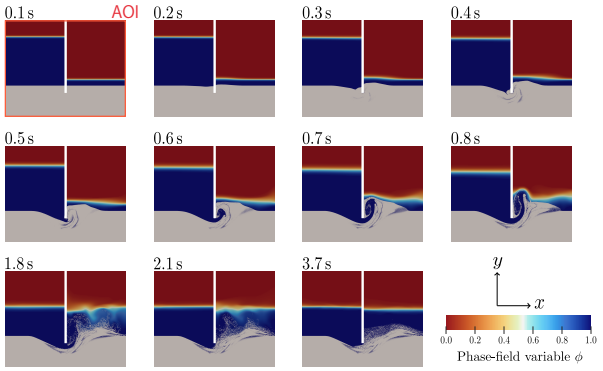


Fig. 3　Sequential results (fluid interface and MPM particle positions)

で確認できる特徴的な挙動と整合した．

4.　結論

本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，浸透崩壊現象の一種である矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．数値解析の結果，本手法は矢板周りのパイピング現象において連続的に発生する各段階を定性的に再現できることを示した．しかしながら，多くの実験で行われているような水を注入することで水位差を緩やかに変化させる過程は再現できておらず，実験との定量的な比較は今後の課題である．

参考文献

1) S. Pan, Y. Yamaguchi, A. Suppasri, S. Moriguchi, K. Terada: MPM–FEM hybrid method for granular mass-water interaction problems. Computational Mechanics, 68, pp. 155–173, 2021.
2) T. Kodaka, F. Oka, R. Morimoto: Seepage Failure Analyses of Sandy Ground Using a Liquefaction Analysis Method Based on Finite Deformation Theory, Computational Mechanics–New Frontiers for the New Millennium, pp. 387–392, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Logarithm Conformation Representation による圧縮性流体方程式の数値計算
（シンポジウム講演概要）

Numerical simulation of the compressible fluid equation based on Logarithm Conformation Representation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中澤　嵩（金沢大学・学術メディア創成センター）
Takashi NAKAZAWA, Kanazawa University
E-mail: tnakazawa@staff.kanazawa-u.ac.jp

F. De Vuyst suggests a new mathematical model for compressible Euler equation, which is able to decrease calculation costs because Galerkin method could be used for discretizing in space, FVM and DGM. are not used. In this presentation, the author focus on Compressible Navier-Stokes equation and try to solve 2D Viscous Sod Shock Tube Problem at Re=200.

１．はじめに

航空工学や自動車工学では非定常・圧縮性（高レイノルズ数）流体を扱う必要があるため，式(1)に記述している圧縮性 Euler 方程の利用が一般的である．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})=0,\\&\frac{\partial \rho\boldsymbol{u}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u})+\nabla p=0,\\&\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\nabla\cdot\{(\rho E+p)\boldsymbol{u}\}=0.\end{aligned} \tag{1}$$

この圧縮性流体を扱う際，非圧縮性流体と比較して，時空間に複雑な応力分布が発生し，局所的に密度が集中する衝撃波が発生する．このような場合には，衝撃波を高精度に捕捉する必要があるため，界面を高精度に解像することが可能な有限体積法や不連続ガラーキン法等を用いた空間離散化が行われるが，形状最適化を行う際には順問題だけでなく逆問題を解く必要があるためアルゴリズムが非常に煩雑となることが予想される．

２．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

支配方程式として式(2)に記述している F. De Vuyst が提案している数理モデル(1)を活用することにする．

$$\begin{aligned}&\frac{Da_\rho}{Dt}+\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0,\\&\rho\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}+p\nabla a_p=0,\\&\frac{Da_p}{Dt}+\gamma\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0.\end{aligned} \tag{2}$$

この数理モデル(2)は，密度と圧力と対して log 変換を行うことで衝撃波近傍における数値フラックスを精度よく近似することが期待されている．

$$a_\rho=\log(\rho),a_p=\log(p)$$

また，数理モデル(1)と同様の位相速度$u,u-c,u+c$や適合方程式

$$\begin{aligned}&D_1\rho-\frac{1}{c^2}D_1p=0,\\&D_2u+\frac{1}{\rho c}D_2p=0,\\&D_3u-\frac{1}{\rho c}D_3p=0\end{aligned}$$

が得られることが分かっており，最終的にはリーマン不変量も一致する．結果的に，この数理モデル(2)はこの数理モデル(1)と同等の数学的性質を引き継いでいると考えられる．

３．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(2)を圧縮性Navier-Stokes方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\begin{aligned}&\rho\frac{Da_\rho(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,\\&p\frac{D\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p=(\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}},\\&p\frac{Da_p}{Dt}+\gamma p(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=(\gamma-1)\boldsymbol{\sigma}:\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\\&+\frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla\cdot\{\exp(a_p-a_\rho)\nabla(a_p-a_\rho)\}\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{\mu}{Re}\left(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}+(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}-\frac{2}{3}(\nabla\cdot\boldsymbol{u})\boldsymbol{I}\right),T=\frac{p}{\rho}$$

である．

４．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

時間方向に離散化する際に，特性曲線法を用いて物質微分を数値的に近似することをすることを前提とすると，下記のように$a_\rho,\boldsymbol{u},a_p$に関する偏微分方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\\&\rho^n\frac{D\boldsymbol{u}^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p^n-\frac{1}{2}\Delta t\nabla\cdot\{(\nabla p^n)\boldsymbol{u}^n\}=0,\\&p^{n-1}\frac{Da_p^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\gamma p^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\end{aligned} \tag{4}$$

圧縮性流体場の数値計算には，これまで保存系を用いることが一般的であり，非保存系で記述される数理モデル(2)に関する数値計算スキームはほとんど存在しない．

５．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(4)を圧縮性 Navier-Stokes 方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\rho^n \frac{D\boldsymbol{u}^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt} + \{1 + a_\rho^n - a_\rho^{n-1}\}\nabla p^n - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(p^n \nabla a_p^n)\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\}$$
$$= (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\},$$
$$p^{n-1}\frac{Da_{\mathrm{p}}^{n-1}}{Dt} + p^{n-1}(\nabla \cdot \boldsymbol{k}) + (\gamma - 1)M^{n-1} : \nabla \boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$$
$$= \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\} - \frac{1}{2}\Delta t \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla$$
$$\cdot \left[\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\right] \quad (5)$$

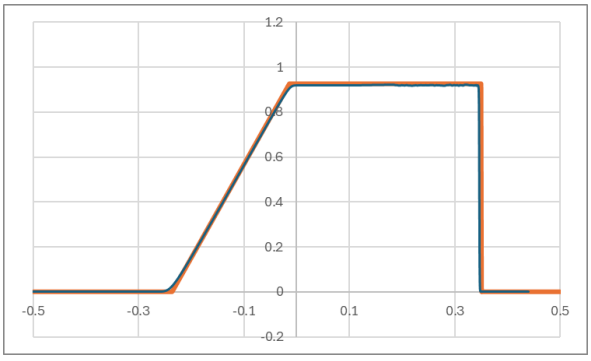
ここで,

$$M^{n-1} = p^{n-1}I - \boldsymbol{\sigma}^{n-1} = \begin{bmatrix} p^{n-1} - \sigma_x^{n-1} & -\tau^{n-1} \\ -\tau^{n-1} & p^{n-1} - \sigma_y^{n-1} \end{bmatrix},$$
$$\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}$$
$$= T^n \left[\{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}^2 + \nabla \cdot \{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\right],$$
$$T^n = \frac{p^n}{\rho^n} = \exp(a_p^n - a_\rho^n)$$

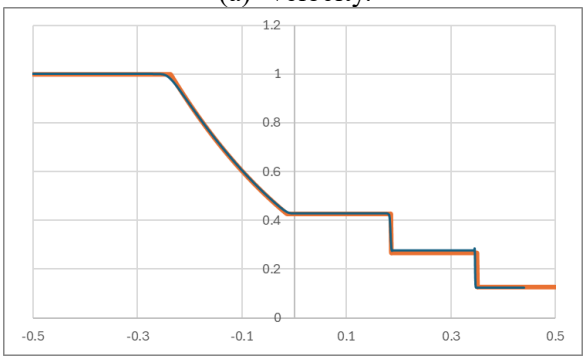
である.

6. 数値計算結果：1D Sod Shock Tube Problem

圧縮性 Euler 方程式を計算し，1 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．まず初めに，最小のエッジサイズΔxを5×10^{-4}として，a_ρ, u, a_pの基底関数として P2-P2-P2 (Fig.1)の計算を行った．各図の橙色が$t = 0.2$における厳密解，青色が数値解のプロファイルとなっている．数値結果から，厳密解に近いプロファイルとなることが明らかとなった．



(a) Velocity.

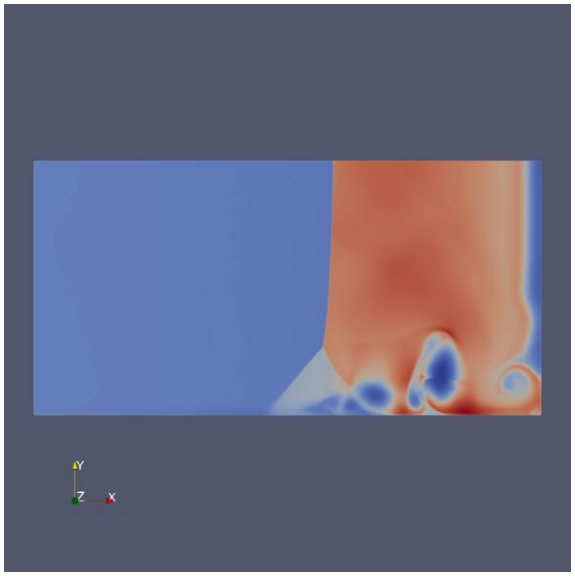


(b) Density.

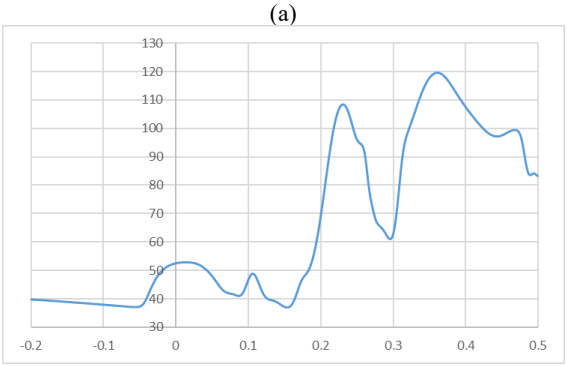
Fig.1. a_ρ, u, a_p for P2-P2-P2.

7. 数値計算結果：2D Sod Shock Tube Problem

最後に，圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解き，2 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．その際，レイノルズ数 Re は 200 として，その他のパラメーターは圧縮性 Euler 方程式を解いた時と同じものを用いた．その結果，先行研究と同様の密度分布が得られていることが分かった．



(a)



(b)

Fig. 2. 時刻$t = 1$における(a)密度分布と(b)底面における密度プロファイル.

非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a High-Order Accurate Meshless Method for Incompressible Gas-Liquid Two-Phase Flows (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石川　玄貴（東北大）　阿部　悠太（東北大）　山田　正太郎（東北大）
Genki ISHIKAWA, Tohoku University
Yuta ABE, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: ishikawa.genki.p2@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a high-order and stable meshless method for incompressible gas–liquid two-phase flows. To overcome the limitations of conventional meshless schemes, we employ a polyharmonic spline (PHS)–based RBF-FD method with polynomial augmentation, incorporating a staggered velocity–pressure arrangement is employed for accurate and stable spatial discretization. The incompressible Navier–Stokes equations are solved using a rotational incremental pressure-correction scheme with second-order temporal accuracy. The gas–liquid interface is captured by a Cahn–Hilliard phase-field model, integrated with the scalar auxiliary variable (SAV) approach. Benchmark results confirm the accuracy and stability of the proposed framework.

1. 研究背景と目的

本研究では，Flyer et. Al. (2016a, 2016b)が提案する PHS 補助多項式付き RBF-FD 法とスタガード配置に基づいて，高精度な気液二層流解析法を構築する．

Navier–Stokes 方程式には回転増分型圧力修正法を適用し，Adams–Bashforth 法で時間 2 次精度を確保する．界面追跡には Cahn–Hilliard 方程式に基づく Phase-Field 法を用い，SAV 法と BDF2 によりエネルギー安定かつ時間 2 次精度を実現する．

2. RBFモデル

2.1. 散乱点に基づく局所差分近似

本研究で用いる RBF-FD 法は，構造格子を前提とする従来の有限差分法(FDM)を一般化し，任意配置の散乱点に対して局所的な差分近似を構築するメッシュレス法である．RBF-FD における考え方は，ある点 $\boldsymbol{x}_0$ の関数 $f(\boldsymbol{x}_0)$ の微分を stencil と称する近傍点集合 $\mathcal{N}$ の関数値を用いた線形結合として

$$\mathcal{L}f(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j f(\boldsymbol{x}_j) \tag{1}$$

と近似することである．ここで，$\mathcal{L}$ は微分演算子，w_j は重みであり，n は stencil を構成する散乱点の数である．重み w_j を決定するために，関数 $f(\boldsymbol{x})$ が動径基底関数 $\phi^k(\boldsymbol{x})$ $(k=1,\cdots,n)$ の線形結合で表されると仮定する．

$$\phi^k(\boldsymbol{x})=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{2}$$

式(2)に微分演算子を作用させ，係数 λ_j の任意性を考慮することで次式を得る．

$$\mathcal{L}\phi^k(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{3}$$

式(3)より，連立一次方程式が得られる．

$$\mathbf{A}\mathbf{w}=\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 \tag{4}$$

ただし，

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\phi^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ \phi^n(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^n(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathbf{w}=\begin{pmatrix}w_1\\ \vdots\\ w_n\end{pmatrix},\ \mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}\phi^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}\phi^n(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{5}$$

である．式(4)を解くことで，重み w_j を求めることができる．

この重みの決定手法は以下の最適化問題として定式化できる．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n} J(\mathbf{w})=\frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w}-\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_c \tag{6}$$

2.2. PHSと補助多項式による重み決定

Flyer et. Al. (2016a, 2016b)は 基底関数に PHS を採用した上で，多項式補強を行うことにより停滞誤差の生じない RBF-FD を構築できることを示した． PHS は次式で定義され，図-2 に示す形状をとる．

$$\phi^j(r)=r^q,\quad r=\sqrt{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_j)^2} \tag{7}$$

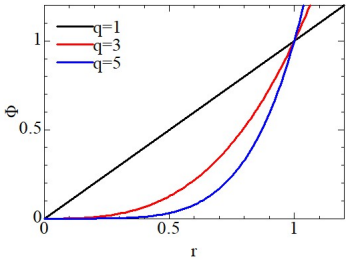


図-2 PHS 関数

一方で, PHS に基づく係数行列 $\mathbf{A}$ は, 条件付き正定値であり，PHS のみでは特異である．補助的に，多項式再現性を保証する条件を課す. べき関数 $p^\alpha(\boldsymbol{x})$ が微分演算子 $\mathcal{L}$ に対して正確に再現されるように重みを決定する．

$$\sum_{j=1}^{n} w_j p^\alpha(\boldsymbol{x}_j)=\mathcal{L}p^\alpha(\boldsymbol{x}_c) \tag{8}$$

式(8)は以下のように行列表現できる．

$$\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}=\mathcal{L}\mathbf{p}_0 \tag{9}$$

ただし，

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}p^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ p^m(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^m(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}p^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}p^m(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{10}$$

である．Lagrange の未定乗数法を用いて，式(6)の最適化問題に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

式(9)を制約条件として課した以下の問題を考える．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n,\boldsymbol{\gamma}\in\mathbb{R}^m} L(\mathbf{w},\boldsymbol{\gamma}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w} - \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}(\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w} - \mathcal{L}\mathbf{p}) \quad (11)$$

ただし，$\boldsymbol{\gamma}$ は Lagrange の未定乗数である．停留条件より，得られる以下の連立一次方程式を解くことで重みを決定する．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{P}\\ \mathbf{P}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{w}\\ \boldsymbol{\gamma}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0\\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0\end{pmatrix} \quad (12)$$

補助多項式で補強されたこの拡大行列は full-rank であり，境界・内部を問わず一貫した手順で安定した差分重みを構築することが可能となる．なお，本研究では，この空間離散化手法を Augmented PHS-FD (APF)と称することにする．

2.3. ノード配置

本研究では Navier-Stokes 方程式における速度-圧力連成の安定性を高めるため，圧力ノードと速度ノードをスタガード配置する．速度ノードでは，微分演算子 $D(V\to V)$，$D(V\to P)$ を構築するため，図-3 の(a)(b)のような stencil を用いる．同様に，圧力ノードでは微分演算子 $D(P\to V)$，$D(P\to P)$ を構築し，図-3 の(c)(d)のような stencil を用いる．

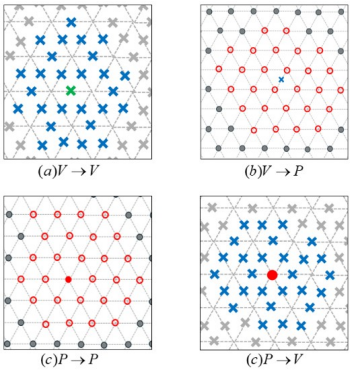


図-3 圧力点 p と速度点 v の stencil

3. Navier-Stokes方程式による流体解析

本研究で対象とする非圧縮流れの支配方程式は，非圧縮性の Navier-Stokes 方程式と連続式である．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} \quad (13)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0 \quad (14)$$

これらを数値的に解くために射影法を採用する．標準型の射影法では，仮速度が非圧縮性条件を満たさないことに起因して，壁境界付近で数値境界層が発生することが知られているため，Timmerman et al. (1998)によって提案された回転増分型圧力修正法を本研究では採用する．さらに，移流項に Adams-Bashforth 法を用いることで時間積分を行う．

4. Phase-Field法による界面捕捉

Phase-Field 法は，界面を明示的に追跡することなく，フェーズフィールド変数 ϕ を用いて相分布および界面を連続的に表現する手法である．本研究では，以下の Cahn-Hilliard 方程式を解くことで，界面の時間発展を記述する．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\phi = M\nabla^2\mu \quad (15)$$

$$\mu = -\varepsilon^2\nabla^2\phi + f'(\phi) \quad (16)$$

ただし，M はモビリティ係数，ε は界面幅を制御するパラメータ，$f(\phi)$ はダブルウェルポテンシャルである．

Cahn-Hilliard 方程式を解くに際し，ϕ に関する 4 階の微分方程式を，ϕ と μ に関する 2 本の 2 階微分方程式に分解する混合法を採用する．さらに，Shen et al., (2018) に倣い，非線形自由エネルギー項を次式の補助変数を導入することで線形化する Scalar Auxiliary Variable (SAV) 法によって解く．

$$r(t) = \sqrt{\int_\Omega f(\phi)dx + C} \quad (17)$$

ただし，C は正の定数である．

この手法では，式(15)，(16)に加え，式(17)から導出される次式が支配方程式となる．

$$\frac{dr}{dt} = \int_\Omega \frac{f'(\phi)}{2r}\frac{\partial\phi}{\partial t}dx \quad (18)$$

時間微分項を 2 次の後退差分法(BDF2)で近似することで，時間 2 次精度を有する無条件安定スキームの構築が可能となる．

5. 数値解析例

構築した解析手法を用いて，液滴衝突解析を行った．同じ大きさの 2 つの液滴に向かい合うように正反対の速度を与え，衝突した際の挙動を確認した．初期高さが異なるため，2 つの液滴は合体した後，楕円型となり回転し円形に近づく様子が確認された．

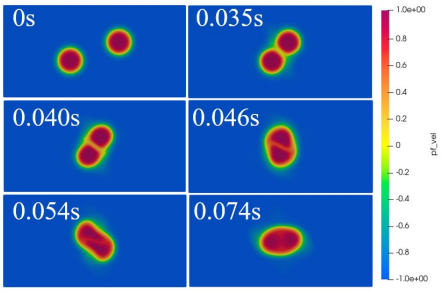


図-8 液滴の合体の様子

6. 結論

本研究では，PHS＋補助多項式型 RBF-FD 法に基づく高次精度メッシュレス解法 (APF)と，回転増分型圧力修正法および Phase-Field 法を組み合わせた非圧縮性気液二相流解析手法を構築した．

参考文献

1. Flyer, N., Barnett, G. A., and Wicker, L. J. (2016a): Enhancing finite differences with radial basis functions: Experiments on the Navier-Stokes equations., Journal of Computational Physics., 316, 39-62.
2. Flyer, N., Fornberg, B., and Barnett, G. A. (2016b): On the role of polynomials in RBF-FD approximations: I. Interpolation and accuracy, Journal of Computational Physics., 321, 21-38.
3. Shen, J., Xu, J., Yeng J. (2018): The scalar auxiliary variable (SAV) approach for gradient f lows, Journal of Computational Physics 353, 407–416.
4. Timmermans, L.J.P., Minev, P.D., Van de Vosse, F.N. (1996): An approximate projection scheme for incompressible flow using spectral elements, Int. J. Numer. Methods Fluids, 22, 673-688.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Large scale simulation of fall fracture prevention structures using Eulerian fluid-structure interaction analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松本　大河（名古屋大学・工 / 理研）　西口　浩司（名古屋大学・工 / 理研）
下村　明司（株式会社 Magic Shields）　一木　昭洋（株式会社 Magic Shields）
横井　正人（株式会社 Magic Shields）　伊藤　麻由美（株式会社 Magic Shields）
加藤　準治（名古屋大学・工）
Taiga MATSUMOTO, Nagoya University/RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University/RIKEN
Hiroshi SHIMOMURA, Magic Shields, Inc.
Akihiro IKKI, Magic Shields, Inc.
Masato YOKOI, Magic Shields, Inc.
Mayumi ITO, Magic Shields, Inc.
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: matsumoto.taiga.w3@s.mail.nagoya-u.ac.jp

To prevent fall-related fractures in the elderly, flooring materials must ensure both walking stability and impact absorption. This study aims to evaluate practical-scale mechanical metamaterials designed to meet these conflicting requirements using Eulerian fluid-structure interaction analysis. We compared a 20 mm thick structure utilizing internal air pressure with a 10 mm thick structure employing negative stiffness. Results demonstrated that the negative stiffness structure, despite half the thickness, exhibited a 15 percent higher energy absorption density. Furthermore, its superior initial stiffness to peak load ratio confirms that negative stiffness behavior effectively achieves both high walking stability and efficient energy dissipation.

1. はじめに

高齢者の転倒骨折が深刻な社会問題となっており，これを防止する衝撃吸収技術が求められている[1)]．しかし，従来の材料では歩行時の安定性と衝撃吸収性を両立することが難しく，転倒リスクが高まるおそれがある[2)]．

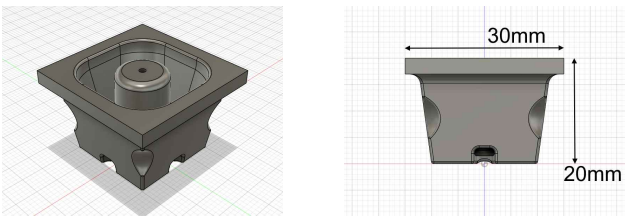
この課題に対して，メカニカルメタマテリアル（MM）が注目されている．MM は，特定のユニット形状を設計し，従来の材料では実現困難な特性を実現できる人工構造である．近年では，MM 特性を用いた歩行時に剛性を維持し，転倒時にのみ衝撃を吸収する床材が開発されている．

竹内らはオイラー型流体-構造連成解析において粘性-超弾性構成則を提案し，シミュレーションを実施した．しかし，実用サイズでの性能検証や，複数構造の比較は十分に行われていない．

本研究では，複数の MM を用いた実用サイズの衝撃吸収構造を数値解析し，力学的性能を多角的に評価する．

2. 衝撃吸収構造の設計

本研究では Fig.1，Fig.2 に示す 2 種類の MM の力学的考察を行う．



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 1　Type A のイメージ図

Type A は厚さ 20mm のユニット構造を持ち，ユニット中央円柱内部の空気圧を利用し，衝撃吸収性能を高めている．

Type B は Type A と比較し，厚さが 1/2 となり，軽量化や床材としての実用化に向けた改良モデルである．ユニット四隅に配置した中央にくぼみがある L 字柱により，座屈制御を行う．

3. 基礎方程式

複雑な大変形が予想される MM の衝撃吸収性能を検証するにあたり，オイラー型流体-構造連成解析を用いる．

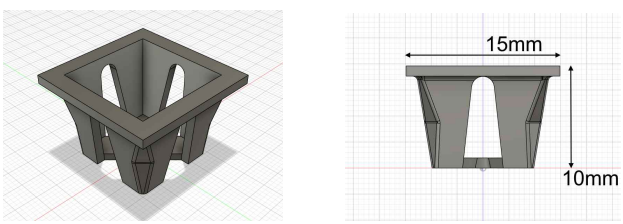
非圧縮性を仮定した，空間平均化を施した支配方程式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \cdot \nabla)\, \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} + \rho_{\mathrm{mix}} \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，混合物の物理量は体積率 ϕ_i を用いて以下のように定義される．

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{v}}_i, \quad \rho_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \rho_i, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \tag{3}$$



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 2　Type B のイメージ図

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固体の構成方程式においては，Simo の粘性-超弾性モデル[4] を採用し，Cauchy 応力を次のように加算分解する．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}} \tag{4}$$

体積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}}$ は非圧縮性条件より決定され，等積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}}$ は次式で定式化される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} - \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{Q}_i \tag{5}$$

$$\frac{D\boldsymbol{Q}_i}{Dt} + \frac{1}{\tau_i}\boldsymbol{Q}_i = \frac{g_i}{\tau_i}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} \quad (i = 1, \cdots, m) \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は超弾性体構成則に従い，$\boldsymbol{Q}_i$ は粘性-超弾性ユニットの応力であり，τ_i は緩和時間，g_i は実験的パラメータである．

超弾性体の偏差応力 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は，非圧縮性 neo-Hooke 体を仮定して以下で計算される．G_0 は瞬間せん断弾性率である．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} = G_0(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{I}), \tag{7}$$

流体については，非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を用いる．

4. 各構造の力学的性能検証

本節では，各構造の力学的性能を数値解析により比較検証する．中心剛体を 5 m/s で押し込み，圧縮試験を実施した．解析対象は，Type A が 5 × 5，Type B が 10 × 10 のユニットを配置した 15cm 四方の MM 構造である．計算には理化学研究所のスーパーコンピュータ「富岳」を用い，OpenMP と MPI によるハイブリッド並列計算を実施した．

Fig.3 に各構造で得られた荷重変位曲線を示す．すべての構造において初期剛性は高く維持できている．

各構造の力学的特性をより深く比較するため，単位体積あたりの衝撃吸収エネルギーを評価した．厚さ 20mm の Type A におけるエネルギー吸収密度は約 0.641 J/cm^3 であったのに対し，厚さ 10mm の Type B は約 0.735 J/cm^3 を示した．これは，Type B が体積比で約 15 %高いエネルギー吸収効率を持つことを意味する．さらに，本研究の主目的である歩行安定性と衝撃吸収性の両立を示す指標として，初期剛性を初期ピーク荷重で除した値を算出した．結果として，Type A が 0.379 にとどまる中，Type B は 0.578 と明確に高い数値を示した．Type B に見られる底面の大きな変形を伴う負の剛性挙動は，高い初期剛性を維持したまま転倒時のエネルギーを極めて効率的に散逸させていると推察される．

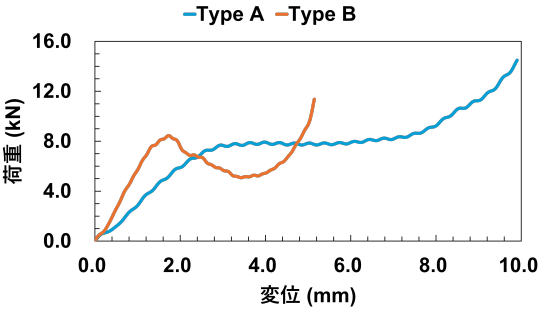
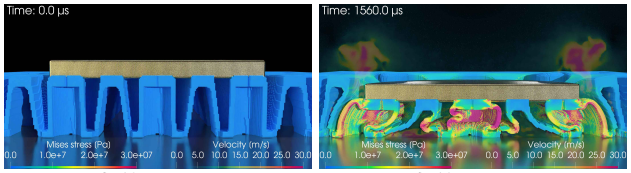
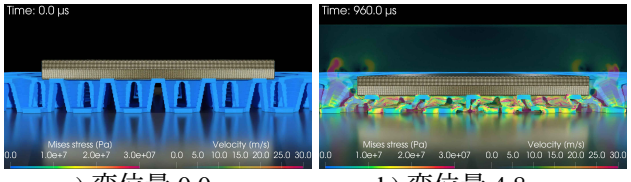


Fig. 3　各構造の荷重変位曲線比較



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 7.8mm

Fig. 4　Type A の断面図



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 4.8mm

Fig. 5　Type B の断面図

5. 結論

本研究では，内部空気圧を主要な吸収機構とする Type A に対し，座屈と負の剛性を活用する Type B は，厚さが半分であるにもかかわらず，単位体積あたりのエネルギー吸収効率が約 15 %向上することが明らかとなった．加えて，初期剛性とピーク荷重の比を用いた独自の評価手法により，Type B が歩行安定性の確保と転倒時の衝撃緩和という相反する要求をより高い水準で両立し得ることが定量的に示された．今後は，これら異なる衝撃吸収メカニズムを複合的に最適化し，高齢者の安全を支える新たな床材設計指針の構築が期待される．

参考文献

1) Moreland, Briana. ”Trends in nonfatal falls and fall-related injuries among adults aged ≧ 65 years-United States, 2012–2018.” MMWR. Morbidity and mortality weekly report 69 (2020).
2) Laing, Andrew C., and Stephen N. Robinovitch. ”Low stiffness floors can attenuate fall-related femoral impact forces by up to 50 % without substantially impairing balance in older women.” Accident Analysis & Prevention 41.3 (2009): 642-650.
3) 竹内秀輔, et al. ”マーカー粒子を用いたオイラー型構造解析による粘性-超弾性解析.” 計算工学講演会論文集= Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science/日本計算工学会 編. Vol. 27. 東京: 日本計算工学会, 2022.
4) Simo, J.C. (1987) : ON A FULLY THREE-DIMENSIONAL FINITE-STRAIN VISCOELASTIC DAMAGEMODEL: FORMULATION AND COMPUTATIONAL ASPECTS, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING Vol.60, pp.153-173
5) Tan, Xiaojun, et al. ”Negative stiffness mechanical metamaterials: a review.” SMS (2024).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明（シンポジウム講演概要）

Elucidation of Hydraulic Characteristics of Foot Protection Blocks Based on Massively Parallel 3D Flow Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　晟太（名古屋大・工，理研）　西口　浩司（名古屋大・工，理研）
加藤　準治（名古屋大・工）　戸田　祐嗣（名古屋大・工）
Seita YAMADA, Nagoya University，RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University，RIKEN
Junji KATO, Nagoya University
Yuji TODA, Nagoya University
E-mail: yamada.seita.s2@s.mail.nagoya-u.ac.jp

The intensification of flood flows driven by recent climate change has created an urgent need to ensure the stability of foot protection works. Conventional design methods fail to sufficiently account for block behavior within actual complex turbulent flow fields, making the accurate prediction of failure risks difficult. To address this challenge, this study evaluated the hydraulic characteristics of solitary and grouped foot protection blocks using large-scale parallel 3D flow analysis on the supercomputer "Flow".

1. はじめに

近年，気候変動に伴う水災害が激甚化する中，侵食や洗掘による河川堤防の破堤危険度を正確に評価することが治水上の喫緊の課題となっている．例えば，令和元年東日本台風における千曲川の被災事例では，砂州の移動に伴う洗掘により護岸基礎部が崩壊し，堤防の欠損へと至ったことが報告されている．このような洗掘への対策として，流勢を減じ洗掘を緩和することを目的に根固め工が広く設置されている．しかし，現行の根固めブロックの設計法にはいくつかの課題が指摘されている．第一に，ブロックの安定性は水路実験に基づく限界流速式を用いて所要重量が決定されているが，実河川で期待される「群体効果」（粗度や噛み合わせによる安定性向上）のメカニズムは明確化されていない．第二に，ブロック自体の滑動に加え，近年の被災事例で確認されている「吸い出し現象」（河床低下に伴いブロック下の土砂が吸い出され沈下・流出する現象）に対して，現行基準は定性的な記述にとどまっており，具体的な機能要件の評価手法が確立されていない．これらの被災メカニズムを解明するため，物理模型実験による検証が進められているが，ブロック周辺の複雑な乱流場に計測器を設置すると本来の流況が変化してしまう懸念があり，実験のみで詳細な流体力の分布や微細な流況構造を捉えることには困難が伴う．一方で数値解析は，流れの中に計測器を設置することなく任意の点における速度や圧力を評価でき，3次元的な渦構造の可視化が可能である．そこで本研究では，スーパーコンピュータ「不老」を用いた大規模並列3次元流体解析を導入し，根固めブロック周辺の水理特性を解明することを目的とする．従来の実験計測ではブラックボックスとされてきたブロック近傍の詳細な速度場および圧力場を数値的に再現・可視化することで，ブロック移動の駆動力となる流体力を評価し，将来的な被災機構解明と堤防危険度評価技術の高度化に向けた基礎的知見を得ることを目指す．

2. 基礎方程式

本研究では，対象とする流体は水であり，密度変化を無視でき，せん断応力がせん断速度に比例する非圧縮性ニュートン流体であると仮定する．流体の質量が時間変化によって消滅・生成することなく保存されることを示す連続の式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は物質点の速度ベクトルである．また，流体の運動量は，流体に作用する力との釣り合いによって変化することを示すコーシーの運動方程式を以下に示す．

$$\rho \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，D/Dt は物質時間導関数，ρ は物質の質量密度，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力，$\boldsymbol{b}$ は単位質量あたりの物体力を表す．方程式を閉じた系として解くために，応力テンソルと流体の変形との関係を結びつける構成方程式は以下のように示される．

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{3}$$

ここで，ここで，μ は粘性係数，$\boldsymbol{D}$ は変形速度テンソル，p は流体の圧力である．

3. 数値解析手法

本研究では，計算コストの削減と並列計算効率の向上を目的とし，解析領域の分割には階層直交メッシュを採用する．この手法では，物体近傍や流れの変動が激しい領域には微細な格子を配置し，それ以外の領域には粗い格子を配置することで，計算精度を維持しつつ格子点数を抑制することが可能となる．運動方程式の時間方向の離散化にはフラクショナルステップ法を用いる．この手法は，速度場と圧力場の計算を分離して行う解法である．空間方向の離散化にはセル中心有限体積法を用いる．これは，計算格子の中心に速度や圧力などの物理量を定義し，検査体積（セル）に出入りする流束（フラックス）の収支に基づいて保存則を満たすように離散化する手法である．物体表現手法として Constraint Immersed Boundary Method（C-IBM）を用いる．C-IBM は仮想外力項を離散化前の運動方程式に加えることで物体を表現する手法である．

4. 単体の根固めブロックの流れ解析

本節では，本研究で用いる数値解析手法の妥当性の検証

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を目的とし，単体の根固めブロックを設置した流れ解析を行い，一定の範囲のレイノルズ数における抗力係数，揚力係数について，既往の水理実験の結果と比較する．レイノルズ数，抗力係数，揚力係数は以下の式を用いて算出した．

$$Re = \frac{\rho U l}{\mu} \tag{4}$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_D} \tag{5}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_L} \tag{6}$$

本研究では，ρ は流体の密度 [kg/m^3]，U は流体の流入速度 [m/s]，l は根固めブロックの高さ [m]，μ は流体の粘性係数 [Pa · s]，F_D は抗力 [N]，F_L は揚力 [N]，A_D，A_L はそれぞれ抗力，揚力が作用する面積 [m^2] とする．流入流速を 0.4 ~ 1.0 m/s（Re = 24,000 ~ 60,000）の範囲で変化させ，抗力係数 C_D および揚力係数 C_L を算出した．既往の水理実験と本研究での数値計算によって得られた抗力係数とレイノルズ数の関係，揚力係数とレイノルズ数の関係を Fig. 1，Fig. 2 に示す．また，抗力係数・揚力係数の，実験値および計算値のそれぞれの平均値を Table 1 に示す．

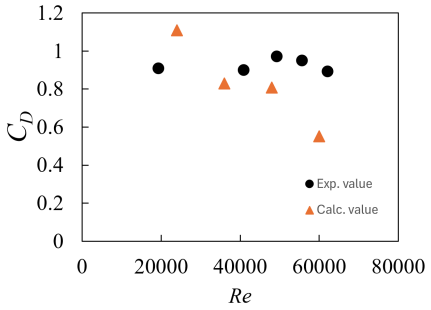


Fig. 1　Drag coefficients at various Reynolds numbers

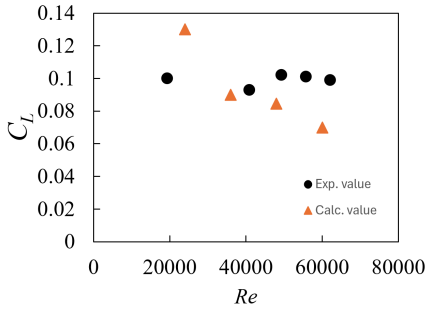


Fig. 2　Lift coefficients at various Reynolds numbers

Table 1　Experimental and calculated values of each coefficient

	C_D	C_L
Mean experimental values	0.92	0.10
Mean calculated values	0.83	0.094

5.　群体の根固めブロックの流れ解析

本節では，国総研の群体の根固めブロックを設置した水理実験を数値解析でモデル化し，解析領域全体の速度場，圧力場を計算し，群体の根固めブロックの被災につながる流体力の影響について考察を行う．速度場の可視化結果より，ブロック群への衝突による減速域の形成と，下流側における渦の発生が確認された（Fig. 3）．特にブロック下流側には時計回りの渦が形成されており，この渦による流体力がブロックに作用していることが示唆された．また，圧力場においては，ブロック上流側で高圧，下流側および内側で低圧となる傾向が確認された（Fig. 4）．実験では最下流部のブロックから滑動が確認されているが，解析結果においても同箇所周辺で顕著な圧力勾配が生じており，この圧力差が移動を促す駆動力として作用したと推察される．



Fig. 3　Velocity field



Fig. 4　Pressure field

6.　結論

スーパーコンピュータ「不老」を用いた C-IBM による大規模流体解析を行い，根固めブロック周辺の水理特性を評価した．単体解析による既往実験との比較から手法の妥当性を示した上で，群体解析により，従来計測が困難であったブロック間隙や近傍の詳細な 3 次元流況および圧力分布を明らかにした．今後は，流体力によるブロックの移動や，河床材料（土砂）の影響を考慮した連成解析への拡張が課題である．

参考文献

1) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，73，2，pp.153-163，2017.
2) 松尾峰樹，三好朋宏，平出亮輔: 根固めブロックの群体効果に関する水理実験について，河川技術論文集，30，pp.245-250，2024.
3) Rahul Bale, Neelesh A. Patankar, Niclas Jansson, Keiji Onishi, Makoto Tsubokura:Stencil Penalty approach based constraint immersed boundary method, Computers & Fluids, 200, 104457，2020.
4) 戸田 祐嗣, 岩崎 理樹, 溝口 敦子, 磯部 良太, 鈴木 克尚, 坂野 アイカ, 中島 由以佳, 田中 規夫, 藤田 光一（2024.7）：現況河道の状態把握を起点とした堤防の侵食・洗掘破堤危険度評価手法の実践的開発 ～2019 年 10 月洪水による千曲川での被災事例を検討対象として～，土木学会論文集，80，7，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

One-way fluid–structure interaction analysis for evaluating the mechanical behavior of trees under fluid forces (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

武田　万有花（東北大）　鈴木　祐太（東北大）　中村　明莉（東北大）
野村　怜佳（東北大）　松原　成志朗（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）
森口　周二（東北大）
Mayuka TAKEDA, Tohoku University
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Akari NAKAMURA, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: takeda.mayuka.s5@dc.tohoku.ac.jp

This study conducts a one-way fluid–structure interaction analysis to evaluate the behavior of a tree in flowing water. In the fluid analysis, we employ the SUPG/PSPG stabilized finite element method, and free surface of the water waves is captured using the Phase-field method. The fluid forces calculated from the fluid analysis result are input to the structure analysis as boundary conditions. To evaluate the structural response against the fluid flow, we conduct dynamic analysis of a continuum using the finite element method. The deformation and stress distribution under fluid forces are visualized, and the effect of the tree's complex shape on the mechanical behavior is discussed. Additionally, we consider the implication of one-way coupling for evaluating the trees' performance and vulnerability from the perspective of disaster mitigation.

1. はじめに

津波や洪水などの水害に対して，防潮林を利用した防災・減災の取り組みが行われている．一方で，流木化による被害増大も懸念されており，防災設備としての樹木の限界を把握することが求められる．現地調査や実験，数値解析により樹木の減災効果を評価する研究[1)2)]は多く行われているが，没水した樹木の力学挙動やその複雑形状が流れから受ける作用については未解明な部分が多い．

本研究では，流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施する．流体解析結果から算出される流体力を構造解析において荷重境界条件として課すことで片方向に連成する．構造解析では樹木を連続体としてモデル化し，流体力作用時の応力状態や変形を観察することで，樹木の減災性能および限界評価に向けた片方向連成解析の有効性を検証するとともに，双方向連成解析への展望を述べる．

2. 片方向流体・構造連成解析手法

2.1. 3 次元流体解析

本研究では，樹木まわりの流れを記述する支配方程式として，以下の非圧縮性 Navier–Stokes 方程式と連続式を用いる．

$$\left.\begin{aligned} &\rho_\mathrm{f}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=\boldsymbol{0}\\ &\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0\end{aligned}\right\}\quad \text{in } \Omega_\mathrm{f} \tag{1}$$

ここで，ρ_f は密度，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，$\boldsymbol{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は応力テンソル，Ω_f は流体解析領域である．下付きの “f” は流体に関する物理量であることを意味する．本研究で対象とする水はニュートン流体であることから，応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は圧力 p，粘性係数 μ，変形速度テンソル $\boldsymbol{D}$ を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=-p\boldsymbol{I}+2\mu\boldsymbol{D} \tag{2}$$

空間離散化には SUPG/PSPG 安定化有限要素法を適用する．自由表面の捕捉には Phase-field 法を適用し，時間離散化には Crank–Nicolson 法を適用する．

2.2. 構造解析

構造解析では，樹木を連続体としてモデル化し，動的つり合い問題を考える．時刻 t における現在配置 B_t 内の任意の物質点 $\boldsymbol{x}$ での動的つり合い問題は，運動方程式，モーメントのつり合い式，材料構成則，変位・ひずみ関係式，変位境界条件，荷重境界条件による境界値問題として記述される．なお，B_t における Dirichlet 境界，Neumann 境界をそれぞれ $\partial_D B_t$，$\partial_T B_t$ とする．

$$\nabla_{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}-c\dot{\boldsymbol{d}}+\rho_\mathrm{s}\boldsymbol{g}(t)=\rho_\mathrm{s}\ddot{\boldsymbol{d}}\quad \text{in } B_t \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\quad \text{in } B_t \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}(\boldsymbol{F})\quad \text{in } B_t \tag{5}$$

$$\boldsymbol{F}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{x}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{d}+\boldsymbol{I}\quad \text{in } B_t \tag{6}$$

$$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_0(t)\quad \text{on } \partial_D B_t \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}\boldsymbol{n}=\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)\quad \text{on } \partial_T B_t \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}$ は応力テンソル，c は減衰係数，$\boldsymbol{g}(t)$ は体積力ベクトル，$\boldsymbol{F}$ は変形勾配テンソル，$\boldsymbol{d}$ は変位ベクトル，$\boldsymbol{d}_0(t)$ は強制変位ベクトル，$\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)$ は表面力ベクトルである．下付きの “s” は構造に関する物理量であることを意味する．空間離散化には有限要素法，時間離散化には Newmark-β 法を適用する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

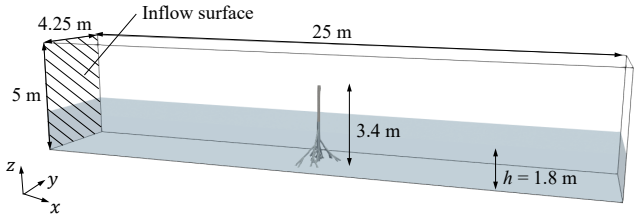


Fig. 1 Fluid domain

Table 1 Parameters used in the analysis

Parameters	Values
Density of water ρ_w	$998\,\mathrm{kg/m^3}$
Density of air ρ_a	$1.205\,\mathrm{kg/m^3}$
Viscosity of water μ_w	$1.01 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Viscosity of air μ_a	$1.81 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Initial water depth h	1.8 m
Density of tree ρ_s	$800\,\mathrm{kg/m^3}$
Young's modulus E	$1.0 \times 10^9\,\mathrm{Pa}$
Poisson's ratio ν	0.0

2.3. 流体力の算出

本研究では，流体解析において樹木の変形・運動による作用を考慮しない．ゆえに，流体解析では構造物表面を静止した壁面として考慮し，底面と同様のすべりなし条件を課す．構造解析では，流体解析から算定される流体力を境界上に外力として作用させることにより片方向連成解析を行う．すなわち式 (8) の $\bar{\boldsymbol{t}}_s$ について，

$$\bar{\boldsymbol{t}}_s = \boldsymbol{t}_f \tag{9}$$

と定義する．$\boldsymbol{t}_f$ は流体解析によって算定される流体力ベクトルである．流体力は，以下の Cauchy の式に基づいて構造物表面の各節点における表面力ベクトルとして算定する．

$$\boldsymbol{t}_f = \boldsymbol{\sigma}_f \boldsymbol{n} = (-p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau})\,\boldsymbol{n} \tag{10}$$

ここで，$\boldsymbol{t}_f$ は流体と構造物境界の表面力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_f$ は流体の応力テンソル，$\boldsymbol{n}$ は外向き単位法線ベクトル，p は圧力，$\boldsymbol{\tau}$ はせん断応力である．

流体解析では 4 節点四面体要素を用いており，境界面上では三角形メッシュが形成される．この三角形メッシュにおいて，各節点における外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$ は隣接・近傍の三角形要素の外積によって算定される外向き単位法線ベクトルを足し合わせ，正規化することで求める．

流体解析において，各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ は形状関数と流速の節点値を用いて，次式で近似する．

$$\tau_{ij}^e = \mu\left(\frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^e}{\partial x_i}\right) \approx \mu\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} u_{i\alpha} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} u_{j\alpha}\right) \tag{11}$$

上式で得られる各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ について，要素体積 V^e で重み付き平均をとり，各節点に振り分けることで各節点のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$ を算出する．以上で算出された各節点の外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$，せん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$，圧力値 p を Cauchy の式 (10) に代入することで，各節点の流体力を表面力ベクトルとして得る．

3. 樹木モデルの片方向連成解析

提案手法を用いて，マングローブを模した樹木モデルの解析を行う．樹木モデルは植物の自己相似性を考慮して作成した．流体解析領域を Fig. 1に示す．流入境界では x 軸方向に流速 $\hat{u} = 0.1\,\mathrm{m/s}$ を課す．構造解析では，有限変形を仮定し，材料モデルには圧縮性 neo-Hookean 超弾性モデルを用いる．その他の解析条件は Table 1の通りである．

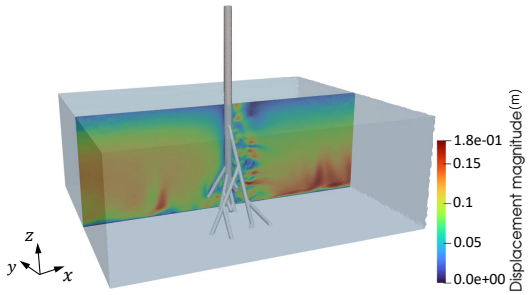


Fig. 2 Flow around the tree

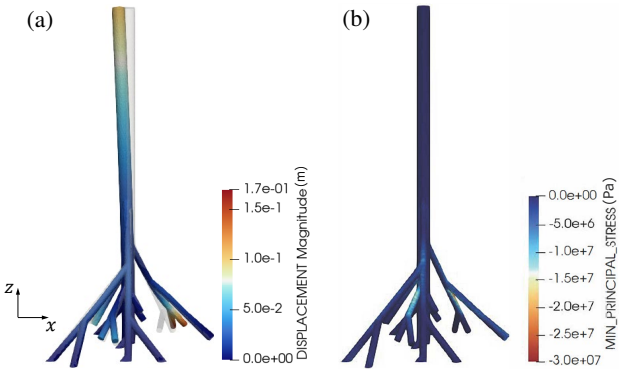


Fig. 3 Results of the structure analysis: (a) Deformation, (b) Stress distribution

流体および構造解析結果を Figs. 2, 3に示す．構造解析結果（Fig. 3）より，樹木の上部および底面に拘束されていない根の部分における変形と根の分岐部分への応力集中が確認される．根の非拘束部における大変形は，樹木の複雑形状が流れに影響を及ぼすことを示唆している．また，根の分岐部分への応力集中より，マングローブのような樹形では根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性が考えられる．

4. 結論

流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施した．マングローブを模した樹木モデルの解析結果は，根という樹木特有の形状が流体力により変形し，流れに影響を及ぼすことを示唆した．加えて，根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性も示された．没水した樹木の力学挙動について体系的な知見を得るには，様々な樹種の物性・形状を考慮した解析が必要であることから，計算コストを抑えた片方向連成解析は有効な手法となり得る．一方で，樹木が流れに与える影響など相互作用の考慮のためには双方向連成解析の開発が必須であり，今後の課題としたい．

参考文献

1) 首藤伸夫: 防潮林の津波に対する効果と限界, 海岸工学講演会論文集, Vol. 32, pp. 465–469, 1985.
2) Mukherjee, A., Cajas, J. C., Houzeaux, G., Lehmkuhl, O., Suckale, J. and Marras, S.: Forest density is more effective than tree rigidity at reducing the onshore energy flux of tsunamis, *Coastal Engineering*, Vol. 182, p. 104286, 2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づく Physics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

Real-Time Tsunami Wavefield Prediction Using Physics-Informed Neural Network Based on Latent Representation Learning of Observation Data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

多田　瑛貴（公立はこだて未来大学）　島内　宏和（公立はこだて未来大学）
野村　怜佳（東北大学）　外里　健太（八戸工業大学）　森口　周二（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）　高瀬　慎介（八戸工業大学）
Teruki TADA, Future University Hakodate
Hirokazu SHIMAUCHI, Future University Hakodate
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenta TOZATO, Hachinohe Institute of Technology
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shinsuke TAKASE, Hachinohe Institute of Technology
E-mail: b1022149@fun.ac.jp

Current real-time tsunami prediction largely relies on numerical simulations that solve discretized governing equations; however, achieving high accuracy requires computational resources. Recent machine-learning approaches predict only at discrete locations and do not enforce physical constraints. Someya and Furumura (2025, *Geophys. J. Int.*, 242(3)) demonstrated the potential of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) for estimating initial wavefields in a single-scenario setting; however, their framework requires retraining after each tsunami event and is not suited for rapid prediction. In this study, we propose a method combining an autoencoder for latent representations of observations with a PINN to generate tsunami wavefields across multiple scenarios.

1. 背景

現在の津波即時予測システムでは，有限体積法等のメッシュに基づく数値シミュレーションが広く用いられている．しかしながら，地震発生後にシミュレーションを行う場合，高精度な結果を迅速に得るにはスーパーコンピュータをはじめとする大規模な計算資源が必要となる．予測の迅速化や災害時の安定的な運用の観点からは，限られた計算資源で効率的に予測可能な手法が求められる．

事前計算された数値シミュレーション結果のデータベースを構築し，類似するシナリオを探索する手法が提案されている．Gusman らは，推定された津波源の情報に基づいてデータベースを探索し，小規模な計算資源を用いた高解像度の津波予測を実現した[1]．また野村らは，ベイズ更新を用いて最も類似する津波シナリオを継続的に探索する手法を提案した[2]．これらの手法では高速かつ物理法則に従う予測が可能である一方で，データベースに含まれないシナリオに対する汎化性能には限界がある．

近年，機械学習手法の一つであるニューラルネットワーク（NN）を用いた研究が進められている．Liu らは，ファンデフカ海峡における沖合の地点の時間波形を入力とし，セイリッシュ海の複数の地点における時間波形の予測を出力とするモデルを，複数の機械学習手法を用いて構築し比較を行った[3]．また牧野嶋らは，GNSS による測地データおよび沖合の観測情報を入力とし，陸上の浸水高の予測を出力とする，畳み込み NN に基づく手法を提案し，東北地方太平洋沖地震を対象とした数値実験で高い予測精度を示した[4]．これらの手法では迅速に結果を得られ，事前に作成された学習データにない津波にも対応し得る一方で，予測は離散地点に留まり，モデルの学習や推論の過程において物理法則は考慮されていない．

物理法則を制約条件として組み込んだ NN である Physics-Informed Neural Network（PINN）[5] の導入も検討されている．染矢と古村は，単一のシナリオにおいて，沖合の観測情報を用いて PINN を学習し，初期の津波波動場を推定する手法を提案した[6]．同手法は計算コストが高いモデルの学習を地震発生後に行う必要がある．さらに，将来予測に用いる場合には別途数値シミュレーションが必要となる．

2. 目的

本研究では，事前計算された複数のシナリオのシミュレーション結果からなるデータセットを用いて，津波の観測情報を低次元の潜在表現へ圧縮する NN を構築し，PINN に接続することで将来も含む津波波動場を生成する手法を提案する．提案手法の全体像を図 1 に示す．潜在表現が津波シナリオの特徴を適切に捉えていれば，地震発生後にモデルを新たに学習することなく，学習データにない津波を含めた複数のシナリオ，および未観測の時間領域にも対応できる可能性がある．

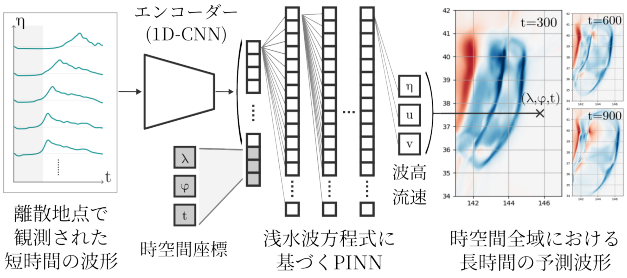


Fig. 1　提案手法の全体像．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 提案手法

本手法では，二つの NN を用いる．一方は観測情報の低次元な潜在表現を獲得するオートエンコーダーであり，もう一方はこの潜在表現および時空間座標を入力とし，対応する座標の波高と流速を出力する PINN である．オートエンコーダーの概要を図 2 に示す．オートエンコーダーは，エンコーダーとデコーダーの二つの NN から構成され，それぞれ 1 次元の畳み込み NN を用いて構成する．エンコーダーは各観測点の時間波形を入力として時間方向に圧縮・統合し潜在表現を出力する．デコーダーは潜在表現を入力とし，元の時間波形を再構成する．PINN は全結合型 NN と学習済みのエンコーダーの重みを凍結して連結し構成する．学習は，各シナリオのシミュレーション結果上の観測点およびランダムにサンプリングされた点における再現誤差と，浅水波方程式に基づく損失を組み合わせた目的関数を最小化することにより行う．

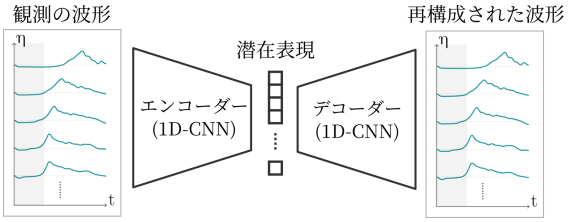


Fig. 2　オートエンコーダーのモデルの概要.

4. 実験と評価

本研究では，東北地方太平洋沖の地震を想定し，GeoClaw (`https://www.clawpack.org/geoclaw`) により生成した津波シミュレーションを用いてモデルを学習した．モデルの基礎的な性能を検証することを目的として，震源位置を東経 142 度 30 分～143 度，北緯 38 度～38 度 30 分の範囲に限定し，計 457 件のシナリオを用いた．321 件，68 件，68 件に分割し，それぞれ訓練，検証，テスト用データとして用いた．モデルの入力は，海底地震津波観測網 S-net の観測点における地震発生後 5 分間の時間波形とし，出力は 5 分後から 20 分後までの津波予測とした．評価指標としては，平均絶対誤差（MAE）とバリアンスリダクション（VR）を用いた．観測点である S-net，観測点に含まれない沖合のランダムな 500 地点，沿岸での全国港湾海洋波浪情報網（NOWPHAS）の観測点での精度を評価に用いた．

5. 結果と考察

PINN の予測精度を表 1 に示す．観測点である S-net における VR は，学習データで 92.8%，テストデータで 87.9%であった．染矢と古村[6] による類似実験では，観測時間内かつ単一シナリオを対象とした学習で VR は 93.7%と報告されており，本研究はテストデータにおいても近い値となった．また，提案手法は，地震発生後に追加の学習等を必要としない計算効率の高い予測が可能である．

観測点以外の地点では，沖合のランダムな 500 地点における VR は学習で 91.1%，テストで 87.5%となっている一方，沿岸部の地点で構成される NOWPHAS における VR は学習データにおいて 73.3%，テストにおいて 68.5%となり，相対的に低い精度となっている．沿岸部の地形は複雑であり，また反射波の影響などもあること等が要因の候補して上げられる．ランダムサンプリングにおいて沿岸部を優先する，損失に重み付けを施す等で対応できる可能性がある．

PINN のシナリオごとの S-net 観測点における MAE の分布を図 3 に示す．斜線ハッチの棒は学習データセットに対する MAE，点状ハッチの棒はテストデータセットに対する MAE を示す．双方において，極少数のシナリオでのみ MAE が著しく大きくなっていることが確認できる．今後は，ネットワーク・アーキテクチャを調整しつつ，12,000 件のシミュレーション結果を用いた学習を行うことで，東北地方太平洋沖地震を対象として，その多様な発生シナリオを広範に捉えることができるかを検証する．

Table 1　PINN の予測精度

観測点	指標	学習	テスト
S-net (観測点)	平均 MAE (m)	0.101	0.142
	平均 VR (%)	92.80	87.90
沖合 (500 地点)	平均 MAE (m)	0.085	0.109
	平均 VR (%)	91.08	87.49
NOWPHAS	平均 MAE (m)	0.344	0.383
	平均 VR (%)	73.30	68.50

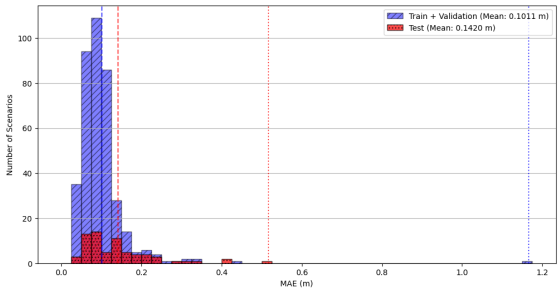


Fig. 3　各シナリオの PINN の MAE の分布 (S-net 上).

謝辞：本研究成果の一部は，大阪大学 D3 センターの大規模計算機システムを利用して得られたものです．

参考文献

1) A. R. Gusman *et al.*, A methodology for near-field tsunami inundation forecasting: Application to the 2011 Tohoku tsunami, *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 119, 8186–8206, 2014.
2) R. Nomura *et al.*, Sequential Bayesian Update to Detect the Most Likely Tsunami Scenario Using Observational Wave Sequences, *J. Geophys. Res.: Oceans*, 127(10), e2021JC018324, 2022.
3) C. M. Liu *et al.*, Comparison of Machine Learning Approaches for Tsunami Forecasting from Sparse Observations, *Pure Appl. Geophys.*, 178(12), 5129–5153, 2021.
4) F. Makinoshima *et al.*, Early forecasting of tsunami inundation from tsunami and geodetic observation data with convolutional neural networks, *Nat. Commun.*, 12, 2253, 2021.
5) M. Raissi *et al.*, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, 378, 686–707, 2019.
6) M. Someya and T. Furumura, Physics-informed neural networks for offshore tsunami data assimilation, *Geophys. J. Int.*, 242(3), ggaf243, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

VM-SPH 法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

Accelerated high-viscosity flow simulation using VM-SPH
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岡野　翔大（九州大・工）　森川　ダニエル（同済大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shodai OKANO, Kyushu University
Daniel Morikawa, Tongji University
Mitsuteru Asai, Kyushu University
E-mail: s-okano@doc.kyushu-u.ac.jp

This study applies the VM-SPH method to highly viscous fluid analysis. In ISPH, explicit treatment of the viscous term requires extremely small time increments, and IISPH still requires small time increments due to splitting errors. VM-SPH adopts a fully implicit stabilized monolithic formulation, thereby eliminating both issues. Plane Poiseuille flow simulations demonstrate convergence to the analytical solution regardless of time increment, with speed-up of approximately 31 times over IISPH and 96 times over ISPH.

1. 序論

Lagrange 記述によるメッシュフリーの粒子法は，領域の変形を粒子によって表現でき，個々の構成要素の移動を効果的に追跡することに優れていることから，流体-構造連成解析や相変化を伴う複雑な現象において多くの研究が進められてきた．代表的な手法として，SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法やその非圧縮性流体向けの応用である ISPH（Incompressible SPH）法[1] などが挙げられる．ISPH 法は，射影法に基づき支配方程式を分離したうえで，粘性項と外力項を陽的に，圧力項を陰的に解く半陰解法型時間積分を採用している．

しかしながら，ISPH 法には重要な課題がいくつか存在する．そのうちの一つが，高粘性流体の扱いの困難さである．ISPH 法では粘性項を陽的に扱うことから，拡散に関する数値的安定性条件を満たす必要がある．そのため，高粘性流体を扱う場合は極めて小さな時間増分が要求され，その結果，著しく大きい計算コストを要する．また，支配方程式の分離に起因する分離誤差[2] は，高粘性の場合に無視できない大きさとなる．例えば，土木工学の分野では，フレッシュコンクリートの充填解析などでこの課題は大きな技術的制約となる．

この課題に対し，完全陰解法型時間積分の IISPH（Implicit ISPH）法[3] が提案されている．IISPH 法は，速度求解と圧力求解を分離したうえで，それぞれを陰的に求解する手法であり，これにより合理的な計算コストでの数値計算が可能となる．しかし，分離誤差は依然として残る．

本研究では，より根本的な解決策として，速度-圧力一体型 SPH（VM-SPH：VMS-based monolithic SPH）法[4] を適用し，合理的な計算コストのもとで数値的安定と精度を両立した高粘性流体解析を試みる．

2. 数値計算手法

本研究では，非圧縮性 Newton 流体を対象とする．支配方程式は，以下の Navier-Stokes 方程式と連続の式で記述される．

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{g} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \tag{2}$$

ここで，$\mathbf{v}$，ρ，p，ν，$\mathbf{g}$ はそれぞれ速度，密度，圧力，動粘度，単位体積当たりの外力である．式 (1)，(2) に 1 次の差分近似を適用し行列形式で書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \Delta t\nu\nabla^2 & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \nabla^\top & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^{n+1} \\ p^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

ここで，Δt は時間増分である．

このとき，式 (3) の行列は強圧性を満たしておらず，解の一意性を喪失する．そこで VM-SPH 法では，VMS（Variational Multiscale）を導入し，物理量の場を解像スケールとサブスケールに分解する．解像スケールの速度と圧力を未知変数として式 (3) を書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\Delta t\nu\nabla^2 - \dfrac{\tau_2\Delta t}{\rho}\nabla\nabla^\top & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\nabla^\top & -\tau_1\nabla^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{v}}^{n+1} \\ \bar{p}^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} + \tau_1\rho\nu\nabla^2\bar{\mathbf{v}}^n \\ -\dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\bar{\mathbf{v}}^n \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

ここで，τ は時間増分や密度から定まる安定化パラメータ，$\bar{\mathbf{v}}$，$\bar{p}$ は速度と圧力の解像スケール成分である．この操作により強圧性が満たされるので，速度と圧力の同時求解が可能となる．

このとき，式 (4) は異なる次元（運動量と質量）を連立させて解いている．密度，動粘度といった物理パラメータや，空間・時間の解像度といった計算パラメータの選び方によっては，VMS を導入してもなお固有値分布が悪くなる場合がある．そこで，本研究では式 (4) を解く際にブロック対角スケーリング前処理付き BiCGstab 法を用いている．

3. 数値計算例

高粘性流体解析における時間増分の影響を検証するために，Fig. 1 に示す平面 Poiseuille 流れをシミュレーションする．流体の物理定数は密度 $\rho = 1000$ kg/m^3 および動粘度 $\nu = 0.1$ m^2/s に設定した．計算条件は，時間増分 $\Delta t = 10^{-1}$ ～10^{-5} (s)，SPH 粒子径 $d = 0.005$ m とした．初期条件として，速度および圧力はゼロに設定した．境界条件として，壁面に非滑りの Dirichlet 条件を，流入/流出境界に規定圧力の Dirichlet 条件を課す．ISPH 法および IISPH 法の場合は，圧力 Poisson 方程式を解くためにさらに壁面に圧力の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Neumann 条件を課す．

Fig. 2 に，流路中心の速度の時間発展を示す．Fig. 2(a) に示す ISPH 法の場合は，時間増分が十分小さい $\Delta t = 10^{-4}$, 10^{-5} s のケースのみで圧力 Poisson 方程式が収束し，その他の時間増分が大きいケースは発散した．これは，ISPH 法が半陰解法型時間積分を採用しており，粘性項を陽的に評価しているためである．Fig. 2(b) に示す IISPH 法の場合は，粘性項を陰的に評価するため時間増分に対して無条件安定となり，すべてのケースで計算を実行可能である．しかし，時間増分が十分小さいケースでは理論解に収束しているものの，分離誤差の影響で，時間増分が大きくなると理論解から乖離している．分離誤差は高粘性流れ問題で特に顕著となることが知られており[2]，本例題においても分離誤差を低減するには時間増分を小さく設定する必要があることが確認された．一方，Fig. 2(c) に示す VM-SPH 法の場合は分離誤差が発生せず，全ての時間増分において理論解と一致する定常解に収束した．なお，計算初期において $\Delta t = 10^{-1}$ s のケースがわずかにずれているが，これは初期速度ゼロから定常状態に至るまでの非定常な発展過程を粗い時間増分では詳細に追跡できないためである．重要な点は，VM-SPH 法は粗い時間増分においても最終的に正しい定常解に収束することである．

以上から，VM-SPH 法は直接法に基づく完全陰解法であるため，時間増分に対して無条件安定であり，かつ，分離誤差が発生しないことを確認した．したがって，対象とする現象の時間スケールに応じて時間増分を大きく設定可能であり，実用上の優位性が示された．例えば，本例題で相対誤差が 10%以下となる解を得るために必要な最大の時間増分は，ISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，IISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，VM-SPH 法では $\Delta t = 10^{-1}$ s である．Table 1 に示す通り，この条件下での $t = 1.00$ s までの総計算時間は，それぞれ 117.7 秒，37.7 秒，1.23 秒である．すなわち，IISPH と比較して 30.7 倍，ISPH 法と比較して 95.7 倍の高速化を達成した．

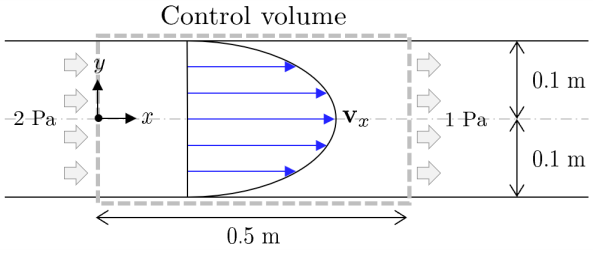


Fig. 1　Geometry of plane Poiseuille flow

4. 結論

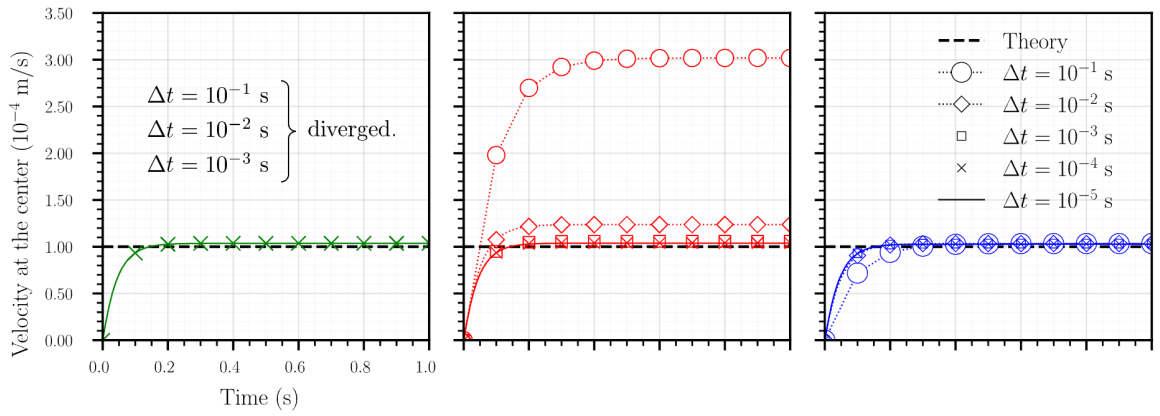
本研究では，ISPH 法における高粘性流体解析の諸問題を解決するため，VM-SPH 法を高粘性流体解析に適用した．基礎検討として実施した平面 Poiseuille 流れでは，数値的安定性・精度の観点から本手法が従来手法と比べて時間増分を大きくとることができ，その結果高効率な数値計算を実施可能なことを確認した．今後の展望としては，より実務的な工学問題への応用を目指し，二層流や非 Newton 流体に対しての拡張を進めていく方針である．

参考文献

1) Shao, Songdong and Lo, Edmond YM：Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, Advances in water resources, Vol. 26, No. 7, pp. 787-800, 2003.
2) Perot, J Blair：An analysis of the fractional step method, Journal of Computational Physics, Vol. 108, pp. 51-58, 1993.
3) Morikawa, Daniel and Asai, Mitsuteru and Idris, Nur' Ain and Imoto, Yusuke and Isshiki, Masaharu：Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method, Computational Particle Mechanics, Vol. 6, pp. 529-544, 2019.
4) 岡野翔大, 森川ダニエル, 葛宇甯, 浅井光輝：変分マルチスケール法による安定化を導入した速度-圧力一体型 SPH 流体解析, 計算工学講演会論文集 (Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science), Vol. 30, pp. 860-864, 2025.
5) Hughes, Thomas JR and Feijóo, Gonzalo R and Mazzei, Luca and Quincy, Jean-Baptiste：The variational multiscale method—a paradigm for computational mechanics, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 166, No. 1-2, pp. 3-24, 1998.

Table 1　Total computational time up to $t = 1.0$ s

	10^{-1} s	10^{-2} s	10^{-3} s	10^{-4} s	10^{-5} s
ISPH				117.7	1003.4
IISPH	0.84	6.98	37.7	253.1	1773.3
VM-SPH	1.23	6.30	18.3	163.5	1268.9



(a) ISPH　(b) IISPH　(c) VM-SPH

Fig. 2　Time history of x-direction velocity at the center

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Implicit ISPH 法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Efficient Seepage Flow Simulation Based on the Implicit ISPH Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　和真（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Kazuma TAKAHASHI, Tohoku University
Kunpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: takahashi.kazuma.p8@dc.tohoku.ac.jp

Conventional semi-implicit Incompressible SPH (ISPH) methods for simulating unified free-surface and seepage flows suffer from severe time-step constraints. To resolve this issue, this study applies the Implicit ISPH method to the Darcy-Forchheimer-Brinkman equation. This approach establishes a more stable numerical framework regarding time increments. In this study, the accuracy and validity of the proposed method are verified through 2D Poiseuille flow and numerical seepage flow experiments.

1. はじめに

近年，豪雨災害の増加に伴い，土砂災害による被害が頻発化，深刻化の傾向にある．特に，越水のような自由表面流れと堤体内部を流れる浸透流が複合的に作用する場合，堤体の侵食が促進され，決壊に至るケースが多い．このような現象の原因究明や対策工の検討において，浸透流解析は重要な役割を果たす．著者らは，粒子法 (SPH) による浸透流ー地表流統一解析[1] を適用してきたものの，実時間スケールでの長時間解析の実現には，時間刻みの制約による計算コストの増大と数値不安定性の解消が課題となる．

本研究では従来の Semi-Implicit ISPH 法よりも粗い時間増分で安定した解析が可能な Implicit ISPH 法[2] を導入し，浸透流解析のさらなる効率化を目指す．本発表では，2 次元 Poiseuille 流れや浸透流の数値実験を通して，提案手法の有用性と妥当性を検証する．

2. 計算手法

2.1. 支配方程式

本研究では自由表面流と浸透流を統一的に記述可能な Darcy-Forchheimer-Brinkman(DFB) 方程式 (式 (1)) を用いる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_D}{\partial t} + (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D = \frac{\varepsilon_f}{C_r}\left\{-\frac{1}{\rho_f}\nabla p + \nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D + \boldsymbol{f}_d + \boldsymbol{b}\right\} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}_D$，p，ρ_f，$\boldsymbol{b}$ は Darcy 流速，圧力，流体密度，物体力である．また，C_r，ν_E，$\boldsymbol{f}_d$ はそれぞれ仮想質量係数，有効動粘性係数，多孔質体から受ける抗力であり，多孔質体の間隙率 ε_f で決定される．特に，抗力 $\boldsymbol{f}_d$ は式 (2) に従う．

$$\boldsymbol{f}_d = -\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2}\boldsymbol{v}_D - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D|\boldsymbol{v}_D \tag{2}$$

本研究では線形・非線形抗力係数として，Ergun モデル ($\alpha = 150, \beta = 1.75$) を用いる．$D_{50}$ は土粒子の平均粒径である．本検証では透水係数と平均粒径の関係を示す Kozeny-Carman 式により，抗力式を透水係数 K_h で表現する．なお，本研究では PSTs(粒子再配列法) を組み込むことを考慮し，ALE 記述の DFB 式を用いる[1]．

2.2. 従来法:Semi-Implicit ISPH 法

著者らは，DFB 方程式に対し，Semi-Implicit ISPH 法[1] を適用してきた．この手法では，式 (1) を予測ステップ，修正ステップに分離し，速度を陽的に，圧力を陰的に算出する．

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\left\{\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^N + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^N) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N\right\} \\ \boldsymbol{v}_D^{N+1} = \boldsymbol{v}_D^* - \Delta t\,\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}\left(\dfrac{1}{\rho_f}\nabla p^{N+1}\right) \end{cases} \tag{3}$$

この手法では速度更新が陽的に行われるため，時間刻み Δt が式 (4) の時間制約条件を満たす必要がある[2,3]．

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu},\quad C_{\mathrm{f_d}}\frac{K_h}{\varepsilon\|g\|}\right) \tag{4}$$

ここで，h，$u_{\max}$，K_h はそれぞれ平滑化長，最大流速，透水係数である．透水係数が小さい場合，式 (4) の第 3 項が支配的となり，極めて小さい時間刻みが要求される．

2.3. Implicit ISPH 法の適用

本研究では，Implicit ISPH 法[2] を DFB 方程式に適用することで，時間刻みの制約を緩和し，浸透流解析の効率化を図る．ここで，DFB 方程式内の粘性項および抗力項における仮速度 $\boldsymbol{v}_D^*$ を用いて表し，これを陰的に求める．すなわち，式 (3) の予測ステップを式 (5) に置き換える．

$$\boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\frac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^* + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^*) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N \tag{5}$$

ただし，抗力項 $\boldsymbol{f}_d^*$ の非線形項を反復法を用いて算出するのは計算コストが高いため，式 (6) のように線形化を施す．

$$\boldsymbol{f}_d^* = \left(-\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2} - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D^N|\right)\boldsymbol{v}_D^* \tag{6}$$

3. 粘性項・抗力項の陰的算出の有効性検証

3.1. 粘性項の陰的算出の有効性:2 次元 Poiseuille 流れ

まず，異なる時間増分 Δt で 2 次元 Poiseuille 流れを用いて Implicit ISPH 法による粘性項の陰的計算の検証を行う．解析モデル Fig. 1 に，定常状態の速度分布 $u(y)$ と平均流速 $\hat{U}$ の理論解を式 (7) に示す．なお，解析では定常時の平均流速が 5.0 cm/s となるよう物体力を設定した．

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - hy);\quad \hat{U} = -\frac{h^2}{12\mu}\frac{dp}{dx} \tag{7}$$

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu} \approx 1.6\times10^{-3}\right) \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

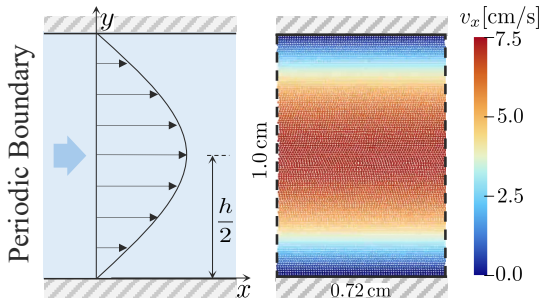


Fig. 1　2D poiseuille flow model and simulation results

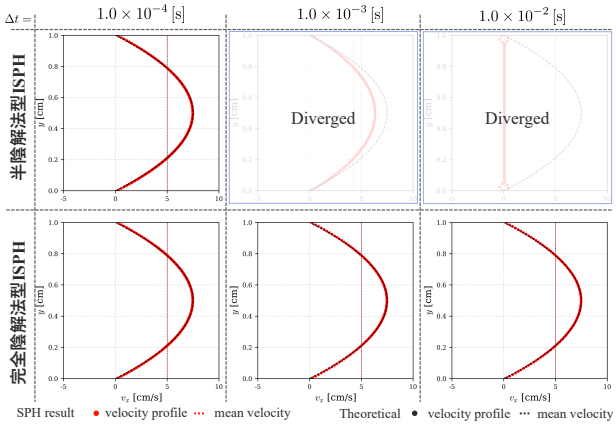


Fig. 2　Velocity profiles at different time increments

Fig. 2 に各時間増分による Semi-Implicit ISPH 法と Implicit ISPH 法による解析結果をそれぞれ示す．速度のプロファイルを点で，平均流速を鎖線で示し，理論解を黒，解析結果を赤色にて示す．$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ s では両手法とも理論解と良好に一致したが，Semi-Implicit ISPH 法では時間増分を大きくすると数値発散が生じた．具体的には，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-2}$ s では動粘性係数に基づく制約を，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ s では流速増大に伴い速度に基づく制約を満たさなくなったことに起因する (式 (8))．一方 Implicit ISPH 法による解析は，実施した全ての時間増分で解析が可能でかつ理論解と一致しており，時間制約に対する堅牢性と有用性が確認された．

3.2.　抗力項の陰的算出の有効性: 浸透流の数値実験

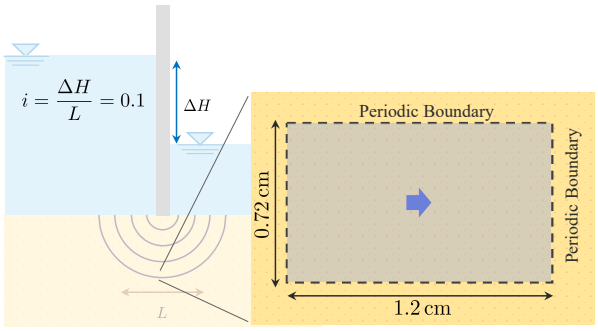


Fig. 3　Numerical experiment model for seepage flow

次に，抗力項の陰的算出の有効性を検証するため，Fig. 3 に示すモデルを用いて浸透流解析を行う．本解析では動水勾配 $i = 0.1$ に相当する物体力 $\boldsymbol{b}$ を作用させ，周期境界条件および粘性項無視の仮定を適用する．この条件下では，定常状態において物体力と抗力が釣り合うため，流速は理論上，透水係数 K_h に収束すると考えられる．以上を踏まえ，時間増分と透水係数を変化させた複数の条件下で解析を実施し，提案手法の有用性を検証する．

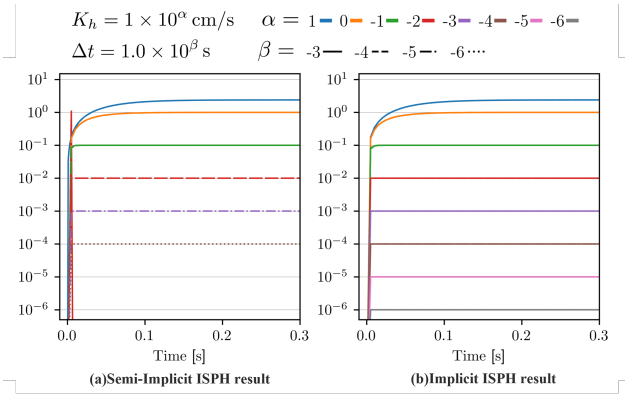


Fig. 4　Numerical experiment results for seepage flow

Fig. 4 (a) に Semi-Implicit ISPH 法の，(b) に Implicit ISPH 法の解析結果を示す．各透水係数による結果を線の色で区別し，各時間増分における結果を線種で区別する．高透水係数領域では両手法とも概ね透水係数値に収束したが，最も高い $K_h = 1.0 \times 10^{-2}$ m/s の場合において，流速増大に伴う非線形抗力の影響によって理論値からの乖離が見られた．なお，この傾向は両手法に共通している．一方で透水係数が低い領域では，Semi-Implicit ISPH 法は時間制約が厳しくなり数値発散が生じた．一方，Implicit ISPH 法は，いずれの透水係数においても発散せず安定して収束しており，その妥当性と有用性が確認された．

4.　結言

本研究では，浸透流解析の効率化を目指し，DFB 方程式に対して粘性項および抗力項を陰的に取り扱う Implicit ISPH 法を適用した．2 次元 Poiseuille 流れおよび浸透流の数値実験の結果，従来法では数値発散が生じる大きな時間増分や低い透水係数の条件下においても，本手法は安定して理論解・設定値に収束し，粘性項や透水係数によって決まる時間制約条件を大幅に緩和できることが確認され，計算コストと数値安定性の課題を解決しうる高効率な浸透流解析手法として有用である．今後の展望として自由表面領域を含むような実験との比較・検討を通して本手法の妥当性を確認する予定である．

参考文献

1) K.Tsuji, S.Fujioka, D.S.Morikawa, M.Asai : A reliable SPH (2) formulation for Darcy–Forchheimer–Brinkman equation using a density-based particle shifting in the ALE description. *Comput. Part. Mech.*, pp. 1–29, 2024.
2) D.S.Morikawa, M.Asai, N.Idris, Y.Imoto, M.Isshiki : Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method. *Comput. Part. Mech.*, Vol. 6, pp. 529–544, 2019.
3) D.S.Morikawa, M.Asai : Soil-water strong coupled ISPH based on u-w-p formulation for large deformation problems. *Comput. Geotech.*, Vol. 142, pp. 104570, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率な ISPH 法（シンポジウム講演概要）

A Highly Accurate and Efficient ISPH Method via the Fast Runge-Kutta Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　恵天（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Yoshitaka INOUE, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: inoue.yoshitaka.r8@dc.tohoku.ac.jp

Time integration in Incompressible SPH (ISPH) is typically limited to first-order accuracy, and high-order Runge-Kutta (RK) methods are computationally expensive due to repeated the Pressure Poisson Equation (PPE) solving. To overcome this issue, we introduce the Fast Runge-Kutta (FRK) methods into the Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) framework. The FRK methods reduce the multiple PPE solves of RK methods to just one at the final stage. The results confirm that the FRK method achieves numerical stability comparable to RK methods at no greater computational cost than conventional first-order schemes, thereby improving computational efficiency.

1. はじめに

SPH 法等の粒子法はメッシュフリーの特性から大変形解析に有効だが，従来の非圧縮性 SPH (ISPH) 法は時間積分が 1 次精度に留まり，数理的な厳密性に課題があった．

時間高次精度化に Runge-Kutta (RK) 法を適用する場合，非圧縮性流体解析では段数分だけ計算負荷の高い圧力 Poisson 方程式 (PPE) を解く必要があり，計算コストの増大が実用上の障壁となっていた[1]．

そこで本研究では，格子法で近年提案された Fast Runge-Kutta (FRK) 法[2] に着目した．FRK 法は中間ステージの圧力を過去の値から近似評価し，PPE の求解を最終段の 1 回に限定しつつ高次精度を維持できる．本研究はこの FRK 法を粒子法へ導入する．特に，計算点の移動と速度更新を分離する[3]Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) 法へ適用し，通常の時間 1 次精度手法と同等の低コストで高精度化を達成する高効率な解析フレームワークの確立を目指す．

2. 支配方程式と TE-ISPH 法

2.1. 支配方程式 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian 記述)

非圧縮性 Navier-Stokes 方程式は，以下の質量保存則および運動量保存則で記述される．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は流速，p は圧力，$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}$ は相対速度，$\boldsymbol{w}$ は任意の輸送速度，$\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ は ALE 微分を表す．

2.2. TE-ISPH 法のアルゴリズム

本研究で採用する TE-ISPH 法は，速度の更新と位置の更新を分離する手法である[3]．速度更新時には計算点（粒子）を固定 ($\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$) して Euler 記述による支配方程式を解き，その後に粒子を移動させる点にある．これにより，移動粒子系特有の複雑な幾何学的補正を回避している[3]．

時間 1 次精度の陽的 Euler（EE）を用いた TE-ISPH 法の具体的な計算アルゴリズムは以下の通りである．

- **速度更新:** 計算点を現在の位置 $\boldsymbol{x}^n$ に固定し（$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$），仮速度 $\boldsymbol{v}^*$ の計算，圧力 Poisson 方程式 (PPE) の求解，および新時刻の速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ の算出を行う．

$$\boldsymbol{v}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\left(\nu\nabla^2\boldsymbol{v}^n + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{v}^n\cdot\nabla)\boldsymbol{v}^n\right) \tag{3}$$

$$\nabla^2 p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^* \tag{4}$$

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \boldsymbol{v}^* - \frac{\Delta t}{\rho}\nabla p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{5}$$

- **位置更新とリマッピング:** 得られた流速 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ と粒子配置の均一化のための粒子シフト $\delta\boldsymbol{r}$ を用いて粒子位置を更新し，新しい位置 $\boldsymbol{x}^{n+1} = \boldsymbol{x}^n + \Delta\boldsymbol{r}$ へ移動させる．その後，粒子移動に伴う物理量のズレを補正するため，2 次項までの Taylor 展開を用いて物理量を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ へ再配置 (リマッピング) する．ここで，$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta t/2\cdot(\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^n + \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}) + \delta\boldsymbol{r}$ である．

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^{n+1}}^{n+1} \approx \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} + \sum_{m=1}^{2}\frac{1}{m!}(\Delta\boldsymbol{r}\cdot\nabla)^m\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{6}$$

3. TE-ISPH 法の時間積分の高精度化

3.1. Runge-Kutta 法による TE-ISPH 法

時間積分の高精度化を目的として，2 段 Runge-Kutta 法 (RK2)[1] を TE-ISPH 法に適用する．$\tilde{a}_{i,j}$，$\tilde{c}_i$ は RK 法の係数である．アルゴリズムは以下の通りである．

- **第 1 ステージ（仮速度と PPE）:**

$$\boldsymbol{v}_{(1)}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\tilde{a}_{1,0}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v}^n), \tag{7}$$

$$\nabla^2 p_{(1)} = \frac{\rho}{\tilde{c}_1\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}_{(1)}^*, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{v}_{(1)} = \boldsymbol{v}_{(1)}^* - \frac{\tilde{c}_1\Delta t}{\rho}\nabla p_{(1)}. \tag{9}$$

- **第 2 ステージ（最終速度の決定）:** 第 1 ステージの結果を用いて再度仮速度を計算し，PPE を解いて最終速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ を求める．通常の RK 法では，各ステージで PPE を解く必要があり，その計算コストが大きい．
- **位置更新とリマッピング:** 得られた速度に基づいて粒子位置を更新する．粒子移動に伴う物理量の不整合を補正するため，2 次の Taylor 展開を用いて速度および圧力を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ に再配置する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2. Fast Runge-Kutta (FRK) 法の適用

通常の RK 法ではステージ数と同数の PPE 求解が必要である．一方，格子法で提案された FRK 法[2] は，中間ステージの圧力を既知の圧力から近似することで，PPE の求解を最終ステージのみに限定する手法である．

本研究ではこの FRK 法を TE-ISPH 法に適用する．2 段 FRK（FRK2）法と通常の RK 法の主な違いは以下の通りである．

- **第 1 ステージ:** 中間圧力を $p_{(0)} \approx p^n$ と近似し，PPE を解かずに圧力勾配項を評価して中間速度 $\boldsymbol{v}_{(1)}$ を求める．
- **第 2 ステージ（最終段）:** 非圧縮条件を満たすため，この段階で PPE を解き最終速度を決定する．これにより，RK 法と同様の時間精度を維持しつつ，PPE の求解回数を 1 ステップあたり 1 回に削減できる．

4. 数値検証

提案手法の精度と効率を検証するため，非圧縮性流体解析のベンチマークである 2 次元 Taylor-Green Vortex (TGV) 問題を用いた．空間 2 次精度を示す SPH(2)[4] を用いている．

4.1. 問題設定と評価指標

計算領域を $[-L, L] \times [-L, L]$ の正方形領域とし，全周に周期境界条件を適用する．速度場 $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y)$ および圧力場 p の厳密解は以下の通りである．

$$v_x = U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \sin(kx) \cos(ky) \tag{10}$$

$$v_y = -U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \cos(kx) \sin(ky) \tag{11}$$

$$p = \frac{\rho U^2}{4} \exp\left(-4\nu k^2 t\right)\left\{\cos(2kx) + \cos(2ky)\right\} \tag{12}$$

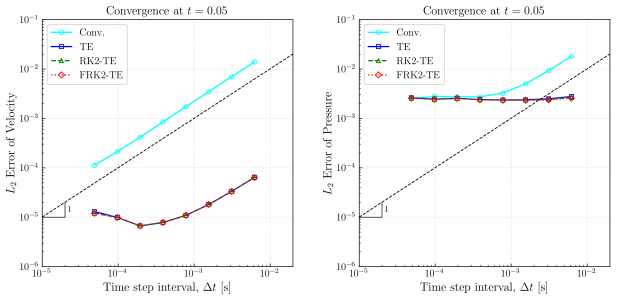
ここで，波数 $k = \pi/L$，代表長さ $L = 1\,\mathrm{m}$，密度 $\rho = 1\,\mathrm{kg/m^3}$，動粘性係数 $\nu = 10^{-3}\,\mathrm{m^2/s}$，代表速度 $U = 1\,\mathrm{m/s}$ と設定した (レイノルズ数 $Re = 1000$)．定量的な評価指標として相対誤差ノルム L_2 を用いる．

4.2. 検証結果と考察

誤差評価: 初期粒子間隔 $\Delta x = 2^{-6}$ m を固定し時間収束を検証した．TE-ISPH 法は従来 ISPH 法に比べ，速度誤差を約 2 オーダー低減した (Fig.1(a))．一方，圧力誤差は時間刻みに対してほぼ一定であり，空間誤差が卓越していることが確認された (Fig.1(b))．

リマッピング誤差の影響: 移動粒子解析では，Δt を小さくするほど Taylor 補間による累積誤差が増大した ($\Delta t < 1/5120\,\mathrm{s}$, Fig.1(a))．RK 法，FRK 法を導入しても補間誤差が卓越し，精度向上は限定的である．

FRK アルゴリズムの性能評価: Reynolds 数（$Re = 1000$）条件下において，提案手法は陽的 Euler（EE）法と比較して約 4 倍大きな時間刻み Δt で安定計算が可能であり（Fig.2），安定領域の大幅な拡大を確認した．これは高次時間積分の導入により数値的不安定性が効果的に抑制されたことを示している．さらに，Table 1 に示す通り，FRK 法（FRK2）の計算コストは従来の 1 次精度手法の約 1.2 倍に留まり，RK 法（約 1.7 倍）と比較しても計算効率に優れる．以上より，本手法は安定性向上と計算効率の両立を実現していることが示された．



(a) velocity (b) pressure

Fig. 1: Time Convergence at $t = 0.05$s (Moving particles)

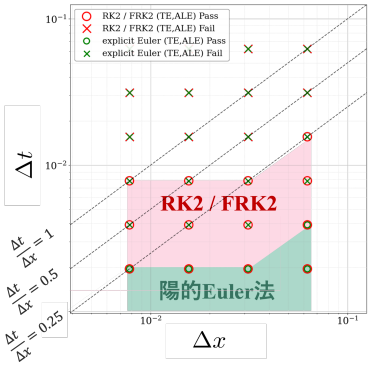


Fig. 2: Numerical stability ($Re = 1000$).

Table 1: Computational cost per step (ms).

Resolution	EE	RK2	FRK2 (Prop.)
$L/64$ ($N = 16{,}384$)	18.85	32.14	22.36
$L/128$ ($N = 65{,}536$)	74.61	120.25	89.99

5. 結言

本検証により，空間微分の誤差と Taylor 補間の累積誤差が時間精度の向上を制限する要因として残存するものの，FRK 法を導入した TE-ISPH 法のフレームワークは，従来法の 1.2 倍の低計算コストで RK 法と同等の数値安定性を実現できることが確認された．PPE を最終段でのみ解くことによるコスト削減効果は大きく，長時間の計算を要する非圧縮性流体解析の実用的なソルバーとして有望である．

参考文献

1) Sanderse, B. and Koren, B.: Accuracy analysis of explicit Runge–Kutta methods applied to the incompressible Navier–Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, 231, 2012.
2) Aithal, A.B., Tipirneni, M., Ferrante, A.: Temporal accuracy of FastRK3, *J. Comput. Phys.*, 475, 2023.
3) Matsunaga, T. and Koshizuka, S. : Improvement of the time marching method in a particle method, *Trans. JSME*, 87, 2021, pp. 20-437.
4) Asai, M., Fujioka, S., Saeki, Y., Morikawa, D.S. and Tsuji, K. : A class of second-derivatives in the Smoothed Particle Hydrodynamics with 2nd-order accuracy and its application to incompressible flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 415, 2023, 116203.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

A machine-learning-based warm-start predictor for accelerating an implicit kinetic solver (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宿南 湧真（兵県大・情報）　安田 修悟（兵県大・情報）　Martin FRANK（SCC, KIT）
Yuma SHUKUNAMI, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Shugo YASUDA, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Martin FRANK, Scientific Computing Center, Karlsruhe Institute of Technology
E-mail: minamium.shukunami@gmail.com

運動論モデルの陰解法では，衝突項に起因する強い数値的剛性のため内部 Picard 反復回数が増大し，計算コストが支配的となる．本研究では，巨視量の 1 ステップ更新量をニューラルネットワークで予測する Warm-Start 予測子を導入し，陰解法の初期値を改善する手法を提案する．Boltzmann – BGK 方程式に対する有限体積陰解法に適用し，Sod 衝撃管問題において Picard 反復回数を大幅に削減できることを示す．

1. はじめに

希薄気体の衝撃波や蒸発・凝縮流など，界面近傍で強い非平衡が生じる気体の輸送現象に対しては，分子の衝突過程を考慮した気体分子運動論（ボルツマン方程式）による記述が必要となる．またボルツマン方程式は連続体極限において，通常の流体力学の基礎方程式であるナビエ＝ストークス方程式を導出できることから，流体力学のメゾスコピック理論としても重要な意義を有する．[1)]

一方で，ボルツマン方程式やそのモデル方程式（運動論モデル）では，時間および空間変数に加えて，気体分子の速度も独立変数として扱う必要があるため，運動論モデルの数値計算は，連続体モデルと比較して計算コストが大きくなる．さらに，連続体極限近傍では，分子の衝突過程を記述する衝突項の緩和時間が，マクロな時間スケールに比べて非常に短くなるため，数値的な剛性も問題となる．

数値的剛性に対する代表的な対処法として陰解法が用いられるが，運動論モデルは衝突項に複雑な非線形項を含むため，単純な陰解法では各時間ステップにおいて非線形問題を解くためのピカール反復が必要となる．しかし，その反復回数は連続体極限において著しく増加するため，陰解法のみでは数値的剛性を十分に緩和することが難しい．

この種の課題に対して，運動論モデルと関連する巨視量方程式を援用した加速法 (例えば，HOLO スキーム[2)]) や漸近保存型スキーム (Asymptotic Preserving 法[3)]) など，様々な高度な数値スキームの開発・研究が活発に行われている．しかし，これらの数値スキームは，個々の運動論モデルの理論的な解析によって個別に導出されるものであり，一般な運動論モデルに対する汎用性のある手法とは言い難い．

そこで本研究では，運動論モデルの一般的な陰解法スキームに対して，ニューラルネットワークを導入し，内部ピカール反復を加速する Warm-Start 予測子を組み込む手法を提案する．これにより，既存の陰解法の構造を維持したまま低コストで数値的剛性の影響を緩和することができるようになる．

2. Boltzmann-BGK 陰解法と Picard 反復

本節では，物理空間 1 次元，速度空間 1 次元の BGK 方程式に対する陰解法スキームとその内部ピカール反復について解説する．

2.1. BGK モデル方程式

物理空間 1 次元 (x)，速度空間 1 次元 (v) の BGK 方程式は以下のように書ける．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_M - f}{\tau}, \tag{1}$$

ここで，$f(t,x,v)$ は速度分布関数，$f_M(t,x,v)$ は局所マクスウェル分布，$\tau(t,x)$ は衝突項緩和時間である．

局所マクスウェル分布 $f_M(t,x,v)$ と緩和時間 $\tau(t,x)$ は，速度分布関数 $f(t,x,v)$ のモーメントから次のように定義される巨視量 (数密度 $n(t,x)$，流速 $u(t,x)$, 温度 $T(t,x)$)，

$$n(x,t) = \int f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2a}$$

$$n(x,t)u(x,t) = \int v\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2b}$$

$$n\,(u^2+T) = \int v^2\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v. \tag{2c}$$

を用いて，以下のように求められる．

$$f_M(x,v,t) = \frac{n(x,t)}{\sqrt{2\pi\,T(x,t)}}\exp\left(-\frac{(v-u(x,t))^2}{2T(x,t)}\right), \tag{3}$$

$$\tau(x,t) = \frac{\widetilde{\tau}}{n(x,t)\sqrt{T(x,t)}}. \tag{4}$$

ここで，$\tilde{\tau}$ は，時空間に依存しない定数パラメータである．

2.2. 陰解法スキーム

BGK 方程式 (1) の有限体積法に基づく陰解法スキームは次のように書かれる．

$$f_{i,j}^{k+1} = f_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x}v_j\left(\hat{f}_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} - \hat{f}_{i-\frac{1}{2},j}^{k+1}\right) + \frac{\Delta t}{\tau_i^{k+1}}\left(f_{M,i,j}^{k+1} - f_{i,j}^{k+1}\right). \tag{5}$$

ここで，上付き添字 k は時間ステップ，下付き添字 i, j はそれぞれ，空間メッシュと速度空間メッシュを表す．また，右辺第 2 項にあるハット ‘‘ ˆ ’’ は有限体積セル界面での数値フラックスを表す．

2.3. 内部ピカール反復

陰解法スキーム (5) の解 $f_{i,j}^{k+1}$ は，Algorithm1 のピカール反復によって求める．ここで，収束判定は許容誤差 abs_tol

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を用いて次のように行う．

$$\left\| \frac{\mathbf{W}_i^{(z+1)} - \mathbf{W}_i^{(z)}}{\text{abs_tol} + \text{picard_tol} \max\left(\left|\mathbf{W}_i^{(z+1)}\right|, \left|\mathbf{W}_i^{(z)}\right|\right)} \right\|_\infty \le 1. \quad (6)$$

Algorithm 1 Fully implicit BGK step with Picard iteration

1. 初期化: $f^{(0)} \leftarrow f^k$ とし, $f^{(0)} \mapsto \mathbf{W}^{(0)} = (n, (nu), T)$ を計算する.
2. for $z = 0, 1, \ldots, N_{\max} - 1$:
   (a) $f^{(z)} \mapsto \mathbf{W}^{(z)} = (n, (nu), T)$ を計算し, $\tau^{(z)}, f_M^{(z)}$ を構成する.
   (b) $\{A_j(\mathbf{W}^{(z)}), \mathbf{b}_j(\mathbf{W}^{(z)})\}$ を組み立て, $A_j f_{\cdot,j}^{(z+1)} = \mathbf{b}_j$（速度ごとの三重対角）を batched GTSV で解き, $f^{(z+1)}$ を得る.
   (c) $f^{(z+1)} \mapsto \mathbf{W}^{(z+1)}$ を計算し, 収束条件 (6) を満たせば停止する.
3. $f^{k+1} \leftarrow f^{(z+1)}$.

3. MIWS-Net: Macro Informed Warm Start Neural Network

MIWS-Net は, BGK 方程式の非線形性が巨視量に依存する点に着目し, ピカール反復の初期値を ‘‘巨視量空間’’ で直接改善するための Warm-Start 予測子モデルである. 具体的には, セルごとの入力として $\mathbf{W}^k = (n^k, (nu)^k, T^k)$ とスカラー条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$ を与え, 出力として $\Delta\mathbf{W}$（次時刻に向けた巨視量の更新量）を予測する. CNN により空間局所構造（衝撃波近傍の勾配・局在）を捉え, ResNet により安定な残差学習として $\Delta\mathbf{W}$ を学習することで, 平坦領域での不要な摂動を抑えつつ, 支配的な非線形モードを先に潰すことを狙う. 推論は時間ステップごとに 1 回であり, 分布関数が物理次元と速度次元を持つことに比べて, MIWS-Net は物理次元のみの推論であるので計算コストは通常線形ソルバが支配的となるよう設計可能である. そして, 推論によって得られた $\Delta\mathbf{W}$ に基づいてピカール反復の初期値を与え, 既存解法のフローのまま反復削減を行えることが特徴である (Algorithm2).

Algorithm 2 MIWS-Net warm-start for fully implicit BGK step

1. 入力: $\mathbf{W}^k$ と条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$.
2. 推論: $\Delta\mathbf{W} \leftarrow \text{MIWS-Net}(\mathbf{W}^k; \Delta t, \bar{\tau})$.
3. warm-start 巨視量: $\mathbf{W}^{(0)} \leftarrow \mathbf{W}^k + \Delta\mathbf{W}$.
4. warm-start 初期分布: $f^{(0)} \leftarrow f_M(\mathbf{W}^{(0)})$ として初期値を構成する.
5. 以降の Picard 反復は Algorithm1 と同一とする.

4. 性能評価と結果

一次元 Sod shock tube 問題を, 空間分割数 $n_x = 1024$, 速度空間分割数 $n_v = 256$, 時間刻み幅 $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$, ステップ数 $100 steps$, 緩和時間パラメータ $\bar{\tau} = 5 \times 10^{-7}$ の条件で数値計算し, 性能評価結果を Table.1 および Fig.1 に示す. ここで, ‘‘Base’’ は Algorithm1 , ‘‘Warm-Start’’ は Algorithm2 の結果を表す.

Table.1 は, Picard 収束許容値 tol を変化させた場合の総反復回数 iters_b（Base）, iters_w（Warm-Start）と, その比 $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$ を示す. tol = 10^{-6} において $\text{sp}_{it} = 3.33$ が得られ, Warm-Start により反復回数が大きく削減されることが確認できる.

Fig.1（左軸）は 1 ステップ当たり平均計算時間を示し, 反復回数の削減に対応して Walltime も同程度の倍率で短縮されており, 本設定では MIWS-Net の推論コストは Picard 反復計算に比べ十分小さいことが分かる. また Fig.1（右軸）は, Base の tol = 10^{-8} を参照解として最終ステップにおける巨視量の差の L_∞ ノルムを示す. Warm-Start は tol = 10^{-6} 程度まで参照解に対して同程度, あるいはそれ以下の誤差に収束しており, 反復削減と精度の両立が確認できる. なお Walltime の計測は NVIDIA A30 GPU 上で行った.

Table 1 Total Picard iterations (Base and Warm start). Here $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$.

tol	iters_b	iters_w	sp_{it}
10^{-4}	150493	113602	1.32
10^{-5}	347869	133962	2.60
10^{-6}	504556	151724	3.33
10^{-7}	586876	184022	3.19
10^{-8}	609104	225637	2.70

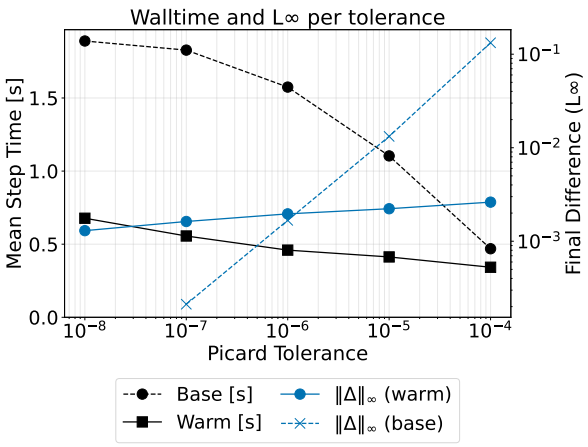


Fig. 1 Mean step time (Base and Warm start) per Picard tolerance and final L_∞ differences.

5. kineticEQ

本研究で開発したソルバは kineticEQ としてパッケージ化している. kineticEQ は, 主に運動論方程式を対象とした GPU ソルバであり, Python/ PyTorch を基盤として C++/CUDA 拡張により計算コアを実装している. 詳細は講演時に説明する.

謝辞：本研究は JSPS 科研費 25K07246 の助成および学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（JHPCN）の支援 (課題番号 jh250073) を受けた.

参考文献

1) 曾根良夫, 青木一生著: 分子気体力学 (朝倉書店, 1994).
2) W. T. Taitano, *et. al.*: Moment-Based Acceleration for Neutral Gas Kinetics with BGK Collision Operator, J. Comput. Theor. Trans., **43**, (2014).
3) S. Jin: Efficient asymptotic-preserving (AP) schemes for some multiscale kinetic equations, SIAM J. Sci. Comput., **21** (1999).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

陽的感度とエネルギー密度関数内挿による 高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

Computationally Efficient and Extensible Elastoplastic Topology Optimization Using Explicit Sensitivity and Energy Density Function Interpolation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

奈良 峻輔（名大）　西口 浩司（名大）　加藤 準治（名大）
Shunsuke NARA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: nara.shunsuke.w9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

We propose a computationally efficient and extensible elastoplastic topology optimization framework. In path-dependent problems, conventional Adjoint Variable Methods (AVM) lead to excessive memory and computational costs, in addition to the complex derivation of constitutive law sensitivities hinders implementation. We address these challenges by integrating explicit sensitivity analysis (Kato et al., 2015) and energy density function interpolation (Han et al., 2026) to eliminate history storage and constitutive law differentiation. Numerical examples demonstrate significant memory and time savings over AVM, and high extensibility via multi-material design combining von Mises and Drucker-Prager criteria.

1. はじめに

弾塑性体に代表される経路依存性を有する問題のトポロジー最適化では，感度解析における実装の複雑さと計算コスト，およびメモリ消費量が課題となっている．感度の導出にあたっては，複数の方程式からなる構成則を微分する必要があり，材料モデルの高度化につれてそのプロセスは複雑化する．また，一般に用いられる随伴変数法は，構造解析とは逆の荷重ステップ方向への随伴方程式の求解と全ステップの状態変数の保存を必要とし，大規模解析への適用が困難であった．

メモリ消費量の課題に対し，Kato et al. (2015)[1] によって提案された陽的感度解析手法が有効である．本手法は，構造解析と同一の方向で感度計算を完結させることが可能であり，随伴変数法による逆解析や履歴保存を回避できる．しかし，材料モデルごとに煩雑な微分の導出と実装が必要であり，モデルの高度化に伴う拡張性が制限されていた．

一方で，材料モデルの高度化に伴う課題に対しては，Han et al. (2026)[2] がエネルギー密度関数の内挿を提案している．これは，構成則の設計変数微分の導出を不要とする実装上の利点を有する．しかし，同手法は随伴変数法の枠組みで適用されているため，メモリ消費量の問題は依然として未解決のままである．

そこで，本研究では Kato et al. (2015)[1] の陽的感度解析手法と Han et al. (2026)[2] の内挿概念を統合した，新たな感度解析手法を提案する．これにより，高度な非線形材料モデルに対しても容易に拡張可能であり，かつ計算資源の制約を受けにくい実用的なトポロジー最適化が実現される．

本報では，エネルギー吸収性能最大化に対する本手法の定式化を示し，数値計算例を通じてその有効性を検証する．まず，提案手法のメモリ消費量の随伴変数法に対する優位性を証明する．さらに，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準に基づく複数材料を用いた最適化計算例を提示し，構成則が混在する複雑な問題においても力学的に合理的な解が得られることを実証する．

2. 最適化問題

本研究では，密度法に基づく 2 相材料のトポロジー最適化を定式化する．設計変数は各有限要素における材料 2 の体積率 s_j であり，$s_j = 0 \in [0,1]$ が材料 1，$s_j = 1$ が材料 2 に対応する．目的関数 $f(\boldsymbol{s})$ は構造の吸収するエネルギーの最大化とし，制約条件 $g(\boldsymbol{s})$ として構造全体の材料 2 の体積上限 $\hat{V}$ を設ける．

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{s}) = -\int_\Omega \int_{\hat{\varepsilon}} \boldsymbol{\sigma} : \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}\, \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad g(\boldsymbol{s}) = \int_\Omega s_j \,\mathrm{d}\Omega - \hat{V} \le 0 \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{s} = \{s_1, \ldots, s_N\}^T$ は設計変数ベクトル，Ω は設計領域，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力，$\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみ増分，$\hat{\varepsilon}$ は与える変位に対応するひずみである．

従来の密度法では材料定数を内挿するが，本研究では Han et al. (2026)[2] に倣い，エネルギー密度関数 Ψ (Energy Density function, EDF) の内挿概念を導入する．Han らは DMO に基づく内挿関数を適用したが，本研究では SIMP 法に基づく以下の内挿関数を用いる．

$$\Psi = (1 - s_j^p)\Psi^{(1)} + s_j^p \Psi^{(2)} \tag{3}$$

ここで，$\Psi^{(1)}$，$\Psi^{(2)}$ はそれぞれ材料 1，2 のエネルギー密度関数，p はペナルティである．常に $\Psi^{(1)} \le \Psi^{(2)}$ が成立するものとする．式 (3) をひずみで微分することで，以下の応力内挿式が得られる．

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - s_j^p)\boldsymbol{\sigma}^{(1)} + s_j^p \boldsymbol{\sigma}^{(2)} \tag{4}$$

3. 感度解析手法

感度解析手法として，Kato et al. (2015)[1] に基づく手法を採用する．同手法では，荷重が変位制御点のみに作用するという条件のもとで，仮想仕事式によって陰的微分項を相殺する．これにより，目的関数感度 $\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s})$ は次式のように陽に導出される．

$$\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s}) = \sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \nabla_{s_j} f_n(\boldsymbol{s}) = -\sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \int_\Omega \nabla^*_{s_j} \boldsymbol{\sigma}_n : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n \,\mathrm{d}\Omega \tag{5}$$

ここで，$\nabla^*_{s_j}$ は現在の変位（ひずみ）を固定した条件付き

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微分を表す．式 (4) より，本定式化における応力感度 $\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n$ は容易に得られる．

$$\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n = p s_j^{p-1}(\boldsymbol{\sigma}_n^{(2)} - \boldsymbol{\sigma}_n^{(1)}) \tag{6}$$

本手法により，弾塑性解析のような経路依存問題においても，複雑な構成則の微分や随伴方程式を必要とせず，各相の応力差のみによる効率的な感度の算出が可能となる．

4. 計算効率の検証

本節では，提案手法の計算効率を随伴変数法[3] との比較により検証する．ここでは，1,250 要素の片持ち梁に対し，荷重ステップ数を 25, 50, 100 と変化させた際の初期 3 ステップの平均計算時間および平均最大メモリ消費量を計測した．なお，材料定数（弾性係数 E，ポアソン比 ν，初期降伏応力 σ_{Y}，弾塑性接線係数 E^{ep}）は Table 1 に準拠する．

検証結果を Fig. 1 に示す．最大メモリ消費量については，随伴変数法は履歴変数の保存に起因してステップ数に対し線形に増大する．対して提案手法は，ステップ数に依存せずほぼ一定の値を維持しており，経路依存性に伴うメモリ制約を根本的に解消していることが確認できる．また，計算時間においても，提案手法は随伴変数法より増加率が小さい．これは，随伴変数法が各ステップでグローバルな随伴方程式の求解を要するのに対し，提案手法は各積分点における局所的な感度更新のみで完結するためである．以上より，大規模かつ多ステップの解析において，提案手法が計算資源の観点で顕著な優位性を有すると実証された．

5. 拡張性の検証

本節では，提案手法の拡張性を示すため，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準が混在する複数材料設計への適用例を示す．ここでは，材料 1 に Drucker-Prager 則，材料 2 に von Mises 則を適用したトポロジー最適化を行った (Fig. 2(b))．比較として，両材料ともに von Mises 則に従う従来の材料内挿に基づく定式化[1] による結果も併記する (Fig. 2(a))．なお，材料定数は前節と同様である．

最適化結果を見ると，Fig. 2(b) は (a) と比較して，材料 2

Table 1 Material parameters.

	Material 1	Material 2
E[MPa]	30,000	210,000
ν	0.3	0.3
σ_{Y}[MPa]	30	300
E^{ep}[MPa]	500	2,000

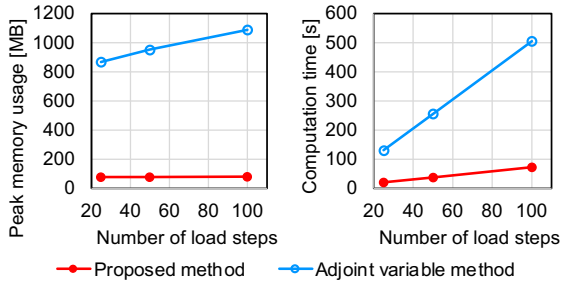


Fig. 1 Verification of computational costs, left: peak memory usage, right: computation time (Avg. of 3 runs; Intel Xeon Gold 6326 2.90GHz, 8 threads).

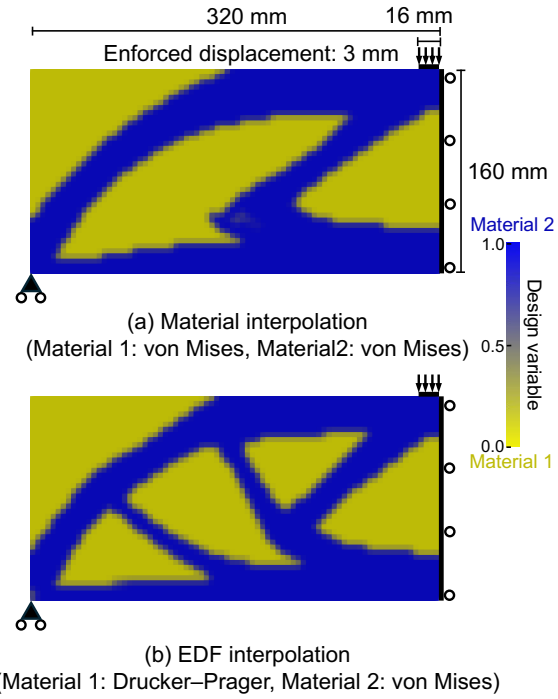


Fig. 2 Optimization results, (a) conventional material interpolation scheme, (b) proposed EDF interpolation method.

の領域が多岐に分岐した構造となった．これは，(b) の材料 1 が Drucker-Prager 則に従い引張強度が低くなるため，引張領域において高い強度を有する材料 2（von Mises）を分散配置し，構造全体の靭性を確保しようとした結果である．

また，目的関数値は (b) が -2.86×10^4 となった．一方，(a) で得られた最適構造に対し，(b) と同一の構成則を用いて再解析を行ったところ，その値は -2.45×10^4 にとどまった．すなわち，(b) の方がより高いエネルギー吸収性能を有している．これは，提案手法が各材料の力学的特性を適切に反映し，複合的な材料モデルに対してより合理的な最適解を導出できたことを示唆している．

6. まとめ

本研究では，計算効率と拡張性を兼ね備えた弾塑性トポロジー最適化手法を構築した．随伴変数法に対するメモリ・計算時間の著しい削減効果を実証するとともに，von Mises と Drucker-Prager 則の混在設計を通じ，複雑な構成則への高い適用性を示した．

参考文献

1) J. Kato, H. Hoshiba, S. Takase, K. Terada and T. Kyoya: Analytical sensitivity in topology optimization for elastoplastic composites, Struct. Multidisc. Optim., 52, pp. 507-526, 2015.
2) J. Han, K. Izui and S. Nishiwaki: Extended discrete material optimization: A generalized framework for multi-material topology optimization of nonlinear material constitutive models, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 451, 118682, 2026.
3) R. Alberdi, G. Zhang, L. Li and K. Khandelwal: A unified framework for nonlinear path-dependent sensitivity analysis in topology optimization, Int J Numer Methods Eng., 115, pp. 1-56, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証 （シンポジウム講演概要）

Comparative Verification of Mechanical Properties in Topology-Optimized Structures Based on Ogden Model and Small Deformation Theory (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

島田　知明（名古屋大・工）　奥田　裕也（ヤマハ発動機株式会社）
西口　浩司（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）
Tomoaki SHIMADA, Nagoya University
Yuya OKUDA, Yamaha Motor Co., Ltd.
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In structural design assuming rubber materials, topology optimization based on small deformation theory is often applied in practical or initial design stages due to its low computational cost and ease of implementation. However, it is not guaranteed that such design solutions can perform their intended functions under actual large deformation environments, raising concerns about potential structural failure. In this study, we constructed a finite deformation topology optimization framework using the Ogden model and compared the obtained optimal structures with solutions derived from small deformation theory. Numerical experiments involving large compressive deformation revealed that the solutions based on small deformation theory exhibited significant unstable behavior as geometric nonlinearity increased, failing to support the prescribed load. These results quantitatively demonstrate the indispensability of finite deformation theory in the design of rubber materials.

1. はじめに

ゴム材料を前提とした構造設計において，計算コストや実装の容易さから，実務あるいは初期検討段階において微小変形理論に基づくトポロジー最適化[1]が適用されることが多い．しかし，その設計解が実際の大変形環境下で意図した機能を発揮できるかは保証されず，構造的な不具合を招く懸念がある．特に，防振ゴムや免震積層ゴムのような大変形を前提とする部材では，幾何学的非線形性が支配的となり，微小変形理論に基づく設計解は致命的な機能不全に陥るリスクが高い．本研究では，Ogden により提唱された超弾性モデル[2]を用いた有限変形トポロジー最適化フレームワークを構築し，得られた最適構造を微小変形理論による解と比較する．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示す．

2. 微圧縮性 Ogden model の定式化

有限要素法における数値的不安定性や体積ロッキングを回避するため，本研究ではひずみエネルギー密度関数 Ψ を，偏差項 Ψ_{dev} と体積項 Ψ_{vol} の和として記述する微圧縮性 Ogden モデル[2]を採用する．任意の項数 N を持つ偏差項 Ψ_{dev} は主伸張比 λ_i を用いて次式で定義される．

$$\Psi_{dev} = \sum_{m=1}^{N} \left[\frac{\mu_m}{\alpha_m} (\lambda_1^{\alpha_m} + \lambda_2^{\alpha_m} + \lambda_3^{\alpha_m} - 3) - \mu_m \ln J \right] \quad (1)$$

ここで，J は体積変化率（ヤコビアン），μ_m, α_m は材料定数である．一方，体積項 Ψ_{vol} はペナルティ関数として以下の形式を採用する．

$$\Psi_{vol} = \frac{1}{2}\kappa(J-1)^2 \quad (2)$$

ここで，κ は体積弾性率である．初期せん断弾性係数 μ_0 を $\mu_0 = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N} \mu_m \alpha_m$ とすると，κ は $\kappa = \frac{2\mu_0(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ （あるいは単に $\kappa = 50\mu_0$ などの設定値）で与えられる．

3. 設計変数とエネルギー補間スキームによる安定化

設計変数として，各要素 e に要素密度 $s_e \in [s_{min}, 1]$ を割り当てる（本実装では $s_{min} = 10^{-3}$ とする）．中間密度の補間には SIMP 法[3]を用い，低密度要素の安定化には Wang ら[4]のエネルギー補間スキームを Ogden モデルへと拡張して導入した．本手法は，低密度領域の構成則を，数値的に不安定な超弾性モデルから，幾何学的非線形性を伴わない線形弾性モデルへと滑らかに置換することで計算の安定化を図るものである．具体的には，要素 e における補間されたひずみエネルギー密度関数 $\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e)$ を次式で定義する．

$$\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e) = (s_e)^p \left[\Psi_{\mathrm{NL}}(\gamma_e \boldsymbol{u}_e) + (1-\gamma_e^2)\Psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{u}_e) \right] \quad (3)$$

ここで，$\boldsymbol{u}_e$ は要素 e の節点変位ベクトル，$(s_e)^p$ は SIMP 法に基づくペナルティ項，p は SIMP 法に基づくペナルティ係数（通常 $p \geq 3$），Ψ_{NL} は Ogden モデル等の非線形ひずみエネルギー密度関数である．また，Ψ_{L} は微小ひずみ理論に基づく線形弾性エネルギー密度関数である．補間係数 γ_e には，密度 ρ_e に依存する平滑化ヘヴィサイド関数[4]を用いた．

4. 最適化問題の設定

本研究では，所定の強制変位（変位制御）条件下における外力仕事最大化を行う．最適化問題は，物理密度 $\boldsymbol{\rho}$ に依存する全ひずみエネルギーの負値を目的関数とし，以下のように定式化される．

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{s}}{\text{minimize}} \quad & J(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{s}), \boldsymbol{u}) = -\Pi_{int} = -\sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} \tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, \rho_e) d\Omega_e \\ \text{subject to} \quad & \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{f}_{int}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) - \boldsymbol{f}_{ext} = \boldsymbol{0} \\ & g(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_{e=1}^{N_{el}} v_e \rho_e}{V_0} - \bar{V} \leq 0 \\ & 0 < s_{min} \leq s_e \leq 1 \quad (e = 1, \ldots, N_{el}) \end{aligned} \quad (4)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Parameters of Ogden model

m	1	2	3
α_m	2.0	4.0	7.0
μ_m (MPa)	1.611	0.4	0.077

ここで，Π_{int} は構造全体のひずみエネルギー，$\tilde{\Psi}_e$ は式 (3) により定義された要素ひずみエネルギー密度関数である．制約条件式の $\boldsymbol{R}$ は力のつり合い式，$\boldsymbol{f}_{int}$ は内力ベクトル，$\boldsymbol{f}_{ext}$ は外力ベクトルである．$g(\boldsymbol{\rho})$ は物理密度に基づく体積制約であり，$\bar{V}$ は許容体積率を表す．最適化アルゴリズムは MMA[5] を用いる．

5.　数値計算例

本検証では，微小変形理論（線形弾性）と Ogden モデルを用いたそれぞれの最適化構造，変形図および荷重変位曲線を比較する．設計領域は 100×40 mm の長方形とし，これを 100×40 要素で離散化した片持ち梁モデルを用いた．最適化時の強制変位量は，線形弾性体では微小変形（0.01 mm），Ogden モデルでは大変形（20.0 mm）を想定した．3 項 Ogden モデル ($N = 3$) のパラメータは Table 1 の値を用い，比較対象の線形弾性体の材料定数は，Ogden モデルの初期接線剛性と一致させた（$E = 8.0$ MPa，$\nu = 0.49$）．体積制約は設計領域の 50% とし，空隙領域の剛性は固体相の 10^{-3} 倍に設定した．

最適化された構造を Fig.1 に示す．線形弾性体では，領域の上下で線対称かつ細長いトラス状の部材が支配的な構造が得られた．一方，Ogden モデルでは，応力集中を緩和するような滑らかなトポロジーが得られた．特に，大変形時に引張・圧縮が著しい箇所に部材が厚く配置される傾向が見られた．Fig.2 に，得られた最適構造に対して鉛直下向きに 20.0mm の強制変位を与えた変形図を，Fig.3 に荷重変位曲線を示す．線形理論に基づく最適解は，変位 5.0mm 付近で部材の局所的な座屈が生じ，急激な剛性低下を示した．これは構造全体がトラス的な軸力支持から，曲げ主体の不安定挙動へ移行したことに起因する．これに対し Ogden モデルによる最適解は，大変形域まで安定して荷重を支持し，高いエネルギー吸収性能を示した．これは，Ogden モデルが伸張に伴う急激な剛性化（ひずみ硬化）を表現できるため，局所的な変形集中が抑制され，部材全体で荷重を分担するメカニズムが働いたと考えられる．微小変形を仮定する最適化では，幾何学的剛性の低下や回転モードの発生を予測できず，大変形環境下では所定の耐荷力を発揮できない危険性があることが実証された．

6.　まとめ

本研究では Ogden 超弾性モデルを用いたトポロジー最適化によって得られた最適構造を，微小変形理論による解と比較した．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示した．

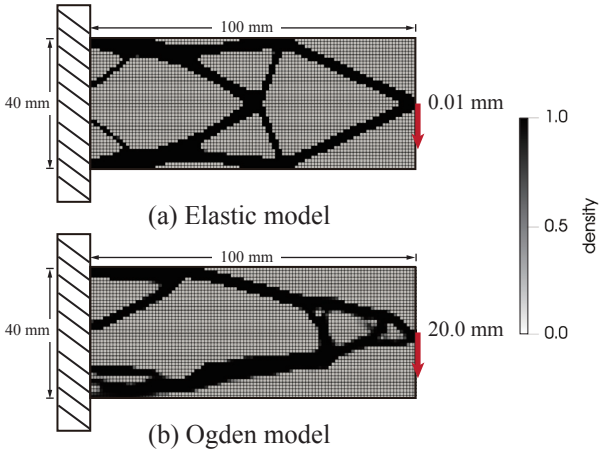


Fig. 1　Optimized structures

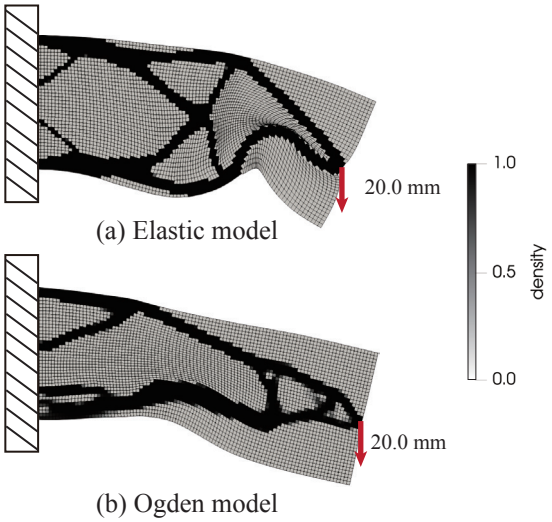


Fig. 2　Deformed structures

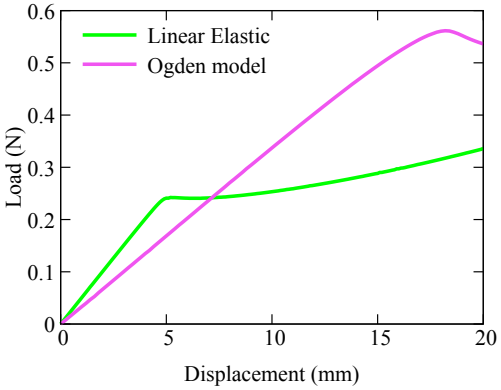


Fig. 3　Load-Displacement curves

参考文献

1) M. P. Bendsøe, N. Kikuchi: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, No.2, pp.197-224, 1988.
2) R. W. Ogden: Proc. Roy. Soc. Lond. A, 326, 565, 1972.
3) M.P. Bendsøe, O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization, Archive of Applied Mechanics, 69, pp. 635-654, 1999.
4) F. Wang, B. S. Lazarov, O. Sigmund, J. S. Jensen: Interpolation scheme for fictious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.276, pp.453-472, 2014.
5) K. Svanberg: The method of moving asymptotes a new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, pp.359-373, 1987.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Stable Diffusion を用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Text-Driven Topology Optimization Using Stable Diffusion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野村　璃歩（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Riho NOMURA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: riho.nomura.8i@stu.hosei.ac.jp

This study explores text-driven topology optimization using Stable Diffusion and ControlNet to balance mechanical constraints with design intent. Using SIMP-generated images for training, we evaluated the model's performance across various resolutions. Results indicate that low-resolution outputs prioritize adherence to mechanical conditions, while high-resolution outputs enhance stylistic control via text prompts. This demonstrates that resolution is a critical factor influencing the trade-off between structural integrity and aesthetic integration. This framework offers a novel approach to integrating generative AI into structural engineering and design.

１．はじめに

近年，企画・構想段階で多様な案を短時間に生成し，要件に応じて探索・比較・選択する，生成デザインが注目されている．土木・建築では剛性などの力学性能に加え，外観・景観に関する，例えば「造形的美しさ」や「周辺環境との視覚的な調和」といった，定性的価値も同時に扱う必要がある．しかし，SIMP 法等のトポロジー最適化は FEM 解析を伴う反復計算のため，条件変更のたびに再計算が必要で設計探索に不向きである．学習ベースの代替モデルやテキスト制御の研究は進む一方，力学条件と意匠指示を同時に条件付けした場合の整理が不足している．

そこで，本研究では Stable Diffusion と ControlNet[1]を用い，境界条件画像とプロンプトを同時入力して最適化結果を拘束生成する枠組みの基礎的な検証を試みる．具体的には，再現性・条件追従性・未学習体積率への汎化と，解像度が条件拘束とプロンプト反映のバランスに与える影響を評価することを試みる．

２．トポロジー最適化と潜在拡散モデルの概要

(1) トポロジー最適化

トポロジー最適化は指定した固定設計領域内で，要求される性能を持つ構造を探索する材料分布問題であり，外形および形態ともに自由度の高い手法である．SIMP 法では，設計領域を要素分割し，各要素に密度を設計変数として材料分布を表現する．境界条件と設計パラメータから，力学的に合理的な密度分布を得る手法である．

(2) 潜在拡散モデル

本研究では，Stable Diffusion とその拡張機能である ControlNet を用いて検証を行う．Stable Diffusion はプロンプトから画像を生成するモデルで，潜在拡散モデル LDM[2]を用いる．LDM はノイズを加える拡散過程と，それを除去して復元する逆拡散過程を反復して学習を行う．Stable Diffusion では，プロンプトのみで境界条件の空間的配置を指定することが難しいため，ControlNet により境界条件を示す条件画像を入力可能にし，より精度の高い条件付けを行った．本検証では，Fig.1 に示すように，正解画像をトポロジー最適化結果，プロンプトを境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語の短文，条件画像を固定点・載荷点を示す図として同時に与える．

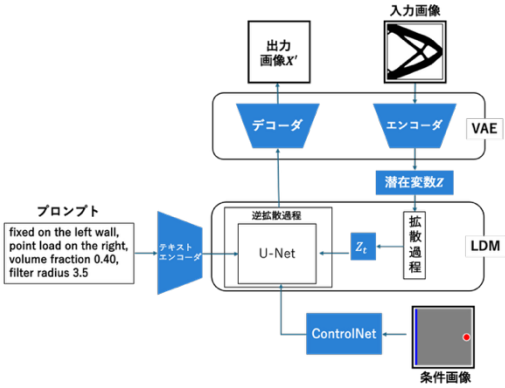


Fig. 1 Model Architecture of Stable Diffusion and ControlNet

３．検証概要

1)　学習データ生成：SIMP 法で左端固定および右端固定の片持ち梁と単純梁のトポロジー最適化を多数実行し，収束した密度分布を正解画像として作成した．Fig. 2 に示すように，固定点･載荷点は灰色背景に描画して条件画像とし，境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語短文をプロンプトとして付与した．

2)　生成モデル学習：Stable Diffusion に ControlNet を追加し，トポロジー最適化結果画像を条件画像とプロンプトから生成するよう，ControlNet 部分のみ追加学習した．

3)　評価観点：128 × 128解像度を用いて，学習データ再現性および条件追従性と未学習体積率への汎化を確認する．512 × 512解像度では，数値条件の追従に加え，意匠プロンプト・ネガティブプロンプト・プロンプト強度操作に伴う形態変化と，条件拘束とのトレードオフを整理する．

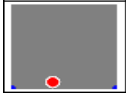
条件画像	正解画像	プロンプト
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the left wall, point load on the right, volume fraction 0.32, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the right wall, point load on the left, volume fraction 0.43, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,supported at both bottom ends, point load at lower center, volume fraction 0.05, filter radius 4.0

Fig. 2 Overview of the Training Dataset

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．検証結果

本検証では，128 × 128解像度を用いて，境界条件および数値条件に対するサロゲート性を確認し，512 × 512解像度では意匠テキストによる多様性と条件拘束の関係を検証した．

(1) 学習データ再現性および汎化性能の検証

128 × 128解像度では，Fig. 3 に示すように，学習時と同じ条件を与えると，生成結果は，固定点および載荷点の配置に概ね一致し，条件付きで学習分布を再現できた．また，Fig. 4 の上段に示す体積率の増加に伴う材料量の増大傾向，および同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化など，数値指示に沿った形態傾向が確認された．さらに，Fig. 5 に示すように，載荷点位置の変更に応じて主部材の向きが変化し，条件画像への追従も概ね成立した．一方，体積率の一部区間を除外して学習した場合，Fig.6 に示す通り，内挿は連続的に補完できたが，学習範囲外の外挿では指示と一致しない結果が生じ，汎化に限界があることが確認された．

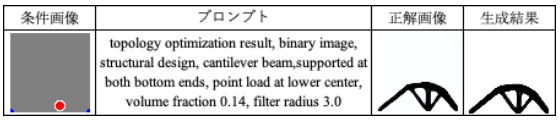


Fig. 3 Reproducibility of the Training Data

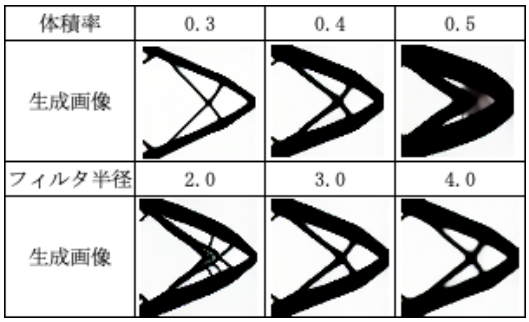


Fig. 4 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

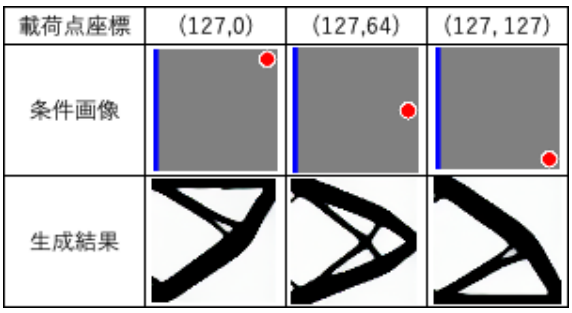


Fig. 5 Compliance with Load Position Changes

(2) テキスト条件に基づくデザイン生成例と解像度の影響

512 × 512解像度では，Fig. 6 の上段に示すように，体積率$f = 0.3$~0.5の範囲で変化させても形態差は小さく，数値条件の反映は限定的であった．一方，同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化や載荷点移動に伴う主構造の向き変化は確認されたが，追従が弱い例も見られた．さらに，Fig. 7 に示すように意匠語彙を追加すると，同一境界条件でも分岐の細密化や太線化など表現様式が変化し，ネガティブプロンプトの差異のみでも出力が変化した．加えて，Fig. 8 に示す通り，対象語彙の重みおよびプロンプト強度による影響度の調整も可能であることが可能であった．ただし，強度を高めるほど境界条件や数値パラメータへの追従が弱まる傾向も確認された．

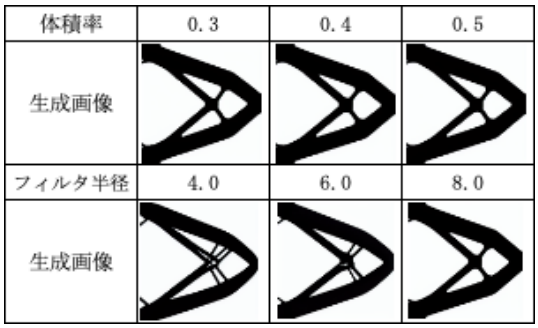


Fig. 6 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

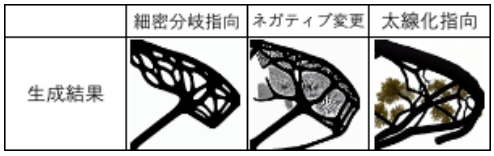


Fig. 7 Comparison of Generated Morphologies under Different Prompts

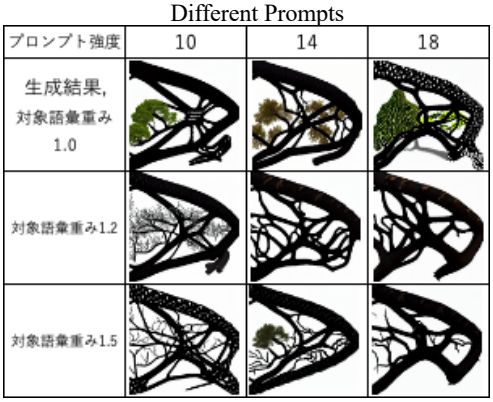


Fig. 8 Effect of Keyword Conditioning Weight and Prompt Strength on Generated Morphology

５．結論

本研究では，Stable Diffusion および ControlNet により，境界条件画像とプロンプトを同時入力してトポロジー最適化画像を生成する枠組みの検証を行った．本研究で用いた128 × 128解像度では，学習データの再現と載荷点追従が概ね成立し，体積率・フィルタ半径の変化に応じた形態傾向も得られた．一方，未学習体積率では内挿は連続的だが外挿では不一致が生じ，汎化に限界がある．また，512 × 512解像度ではフィルタリング半径や載荷点には一定の追従が見られ，さらに意匠語彙や強度操作により形態変化が可能であるが，強度を高めると条件拘束が弱まる傾向が確認された．

参考文献

1) Lvmin Zhang, Anyi Rao, Maneesh Agrawala : Adding Conditional Control toText-to-Image Diffusion Models , arXiv:2302.05543v3, 2023.
2) Robin Rombach, Andreas Blattman, Dominik Lorenz, Patrick Esser, Bjorn Ommer : High-Resolution Image Synthesis with Latent Diffusion Models, CVPR 2022 , arXiv:2112.10752, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Topology Optimization Using Quantum Hamiltonian Descent (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

片野　桃香（法政大・デザイン工）　遠藤　克浩（産業技術総合研究所）　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Momoka KATANO, Hosei University
Katsuhiro ENDO, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp

Topology optimization problems often get trapped in local optima and are computationally expensive, making it difficult to obtain a global optimum at practical scales. One potential method to resolve this tradeoff is Quantum Hamiltonian Descent (QHD), derived by quantizing classical gradient descent, which is expected to run with high accuracy on fault-tolerant quantum computer (FTQC). In this study, we propose a quantum algorithm that uses QHD to solve topology optimization problems on FTQC. As a numerical experiment, we validate the proposed method using a simple two-dimensional truss structure and confirmed that an optimal solution can be obtained with appropriate hyperparameter settings.

１．はじめに

トポロジー最適化は，所与の設計領域内で力学的に最適な材料配置を探索する手法であり，構造の位相変化を許容するため高い設計自由度を有する．本質的に 0 と 1 の材料分布を求める組合せ最適化の性質を持つことや，複雑な制約条件が加わることにより，最適化問題は強い非凸性を示し局所最適解に陥りやすいという課題がある．さらに，滑らかで実用的な構造形態を精度良く表現するためには設計領域の高解像度な離散化が不可欠であり，それに伴い設計変数が膨大となる結果，実規模問題では計算負荷が著しく高くなるという課題がある．こうした課題を克服する計算基盤として，近年，誤り耐性汎用量子コンピュータ（FTQC）の実現に向けた研究が加速している．さらに，古典的な勾配降下法を量子化して導出される量子ハミルトニアン降下法（QHD）が提案されており，量子トンネル効果による大域的最適解への収束と，FTQC 上での実行を通じた量子加速の可能性が示されている [1]．本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を試みる．

２．理論

(1) トポロジー最適化

本研究では，コンプライアンス最小化を目的とするトポロジー最適化問題を，制約条件をペナルティ項として組み込んだ目的関数Jの最小化問題として定式化する [2]．

$$J(\boldsymbol{u},\boldsymbol{\rho}) = \lambda_C \boldsymbol{f}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{u} + \lambda_V \left(\frac{\sum_{k=1}^{n_\rho} V_k(\rho_k)}{V_0} - V_T\right)^2 + \lambda_S \|\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{u} - \boldsymbol{f}\|^2 + \lambda_\rho \sum_{k=1}^{n_\rho} \rho_k(1-\rho_k) \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{f}$は対象とする構造に作用する既知の節点荷重ベクトル，$\boldsymbol{u}$は節点変位ベクトルである．$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \ldots, \rho_{n_\rho})$は有限要素ごとの設計変数で，$0 \le \rho_k \le 1$とし，$\rho_k = 1$が材料，$\rho_k = 0$が空隙を表す．また，$n_\rho$は要素数，$V_0$は初期体積，$V_T$は体積制約値，$V_k(\rho_k)$は$k$番目の要素の体積である．$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})$は設計変数$\boldsymbol{\rho}$における有限要素モデルの全体剛性行列である．式(1)中の第 1 項はコンプライアンス，第 2 項は体積制約，第 3 項は釣合い条件，第 4 項は部材の設計変数に関する項を表す．λ_C，λ_V，λ_Sおよびλ_ρは各項の重みを表す重み係数である．

(2) Quantum Hamiltonian Descent (QHD)

QHD では最小化すべき目的関数$J(\boldsymbol{x})$を，時間依存するハミルトニアン$H(t)$のポテンシャル項として組み込む [1]．

$$H(t) = \alpha(t)\left(-\frac{1}{2}\nabla^2\right) + \beta(t)J(\boldsymbol{x}) \quad (2)$$

ここで，tは時間，$\boldsymbol{x}$は最適化問題の設計変数である．$\alpha(t)$は，$\alpha(t) > 0$の単調減少関数，$\beta(t)$は，$\beta(t) > 0$の単調増加関数である．式(2)の右辺，第 1 項は運動エネルギーを表す項であり，第 2 項がポテンシャルエネルギーを表す項である．以下のシュレディンガー方程式を十分に時間発展させることで，量子状態$\psi(\boldsymbol{x},t)$は低エネルギー付近に集中することが分かっている [1]．

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = H(t)\psi(\boldsymbol{x},t) \quad (3)$$

適切なスケジューリングの元で時間発展させることで，高い確率で目的関数$J(\boldsymbol{x})$のより良い解が得られる [1]．

３．量子アルゴリズム

式(3)の連続的な時間発展を量子回路で実装するため，トロッター分解を用いた時間離散化を行う．実際の計算では運動エネルギーとポテンシャルの各項に分割した次式を反復的に適用する [1]．

$$|\psi_{j+1}\rangle = \left[\exp\left(-is\alpha_j\left(-\frac{\nabla^2}{2}\right)\exp\left(-is\beta_j J\right)\right)\right]|\psi_j\rangle \quad (4)$$

ここで，sは，総計算時間Tと反復回数Rを用いて$s = T/R$とする．$j = 0, \ldots, R-1$として，$\alpha_j = \alpha(js)$, $\beta_j = \beta(js)$である．設計変数の離散化は参考文献 [3]を参照されたい．式(4)の右辺のポテンシャル部分は，位置基底において対角行列となるため，位相を与える操作で実装する．一方，運動エネルギー部分は，位置基底では非対角であるため，量子フーリエ変換 (QFT)を行い，フーリエ基底を用いて対角化して実装する．具体的な回路は Fig. 1 に示す．まず，全ての量子ビットに対してアダマールゲート H を適用し，初期状態$|\psi_0\rangle$を一様重ね合わせ状態にする．時間発展の各ステップで，ポテンシャル項$U_{pot}(\beta_j)$を適用後，$U_{kin}(\alpha_j)$を適用する．図の下部に示すように，$U_{kin}(\alpha_j)$は，QFT，対角行列$\boldsymbol{L}$，逆量子フーリエ変換(IQFT)の順に適用する．ここで$\boldsymbol{L}$は$-\nabla^2/2$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の固有値を対角成分に持つ行列である．

また，計算量解析を行った．合計でN_q個の量子ビットを使用すると，本手法のゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．

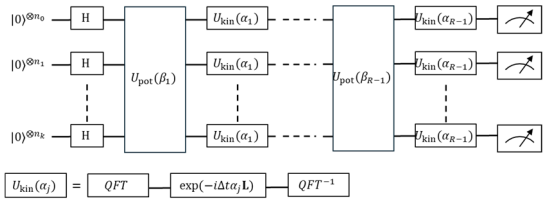


Fig. 1 Quantum circuit for QHD.

4．数値計算例

Fig. 2 に示す，最適解が既知である簡単な 4 節点 4 要素トラス構造に対して提案手法を用いてトポロジー最適化計算を実施した．最適解の出現確率はハイパーパラメータの選定，反復回数などの計算条件により変動する．本数値計算例では，適切な計算条件により，Fig. 3 に示す最適な構造に対応する解の出現確率を高められることを確認した．

重み係数には，λ_C，λ_V，λ_S，λ_ρがある．重み係数の設定が最適解の出現確率に与える影響について検証を行った．Leng et al.[1]の実験的なパラメータで関数$\alpha(t) = \frac{2}{s+t^3}$，$\beta(t) = 2t^3$，総計算時間$T$を10，反復回数$R$を$10^4$としていることを参考にした．$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$を固定し，$\lambda_\rho = 1,10,100$を比較した．$\lambda_\rho = 1$では，最適解が出現確率の上位 50 の中に観測されなかった．上位 50 の解の多くに設計変数$\boldsymbol{\rho}$が 0 または 1 に十分に収束していない解が存在した．$\lambda_\rho = 10$では，全探索空間の中で 2 番目に高い確率を持つ状態は最適解と一致したが，最適解の出現確率は 0.0108%であった．$\lambda_\rho = 100$では，全探索空間の中で最も高い確率をもつ状態は最適解と一致した．最適解の出現確率は 0.0561%であった．

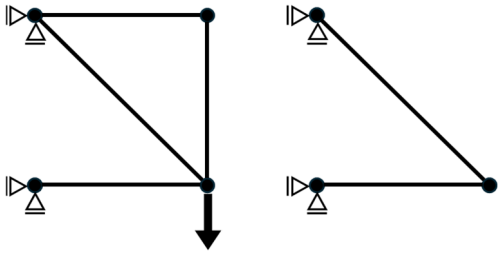


Fig. 2 Initial placement of truss structure.

Fig. 3 Optimal structure.

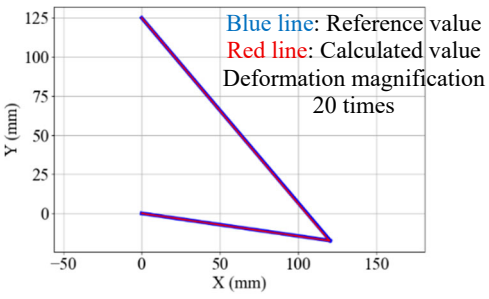


Fig. 4 Deformation diagram.

Fig. 5 および Fig. 6 に反復回数$R = 10^4$のときと$R = 10^5$のときの目的関数の期待値の推移を示す．重み係数は，$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$，$\lambda_\rho = 100$とした．いずれも収束挙動を示すが，$R = 10^5$はより低い期待値で収束した．最適解の出現確率において，$R = 10^4$のとき 0.0561%，$R = 10^5$のとき 54.6%であった．反復回数を増やすことで，最適解の出現確率が向上することを確認した．

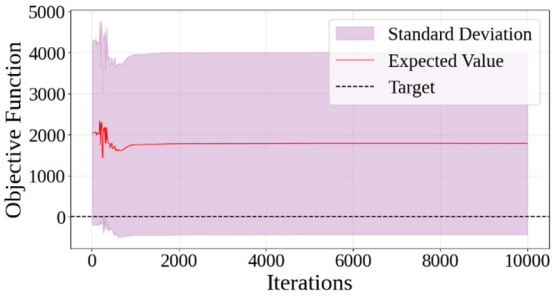


Fig. 5 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^4$).

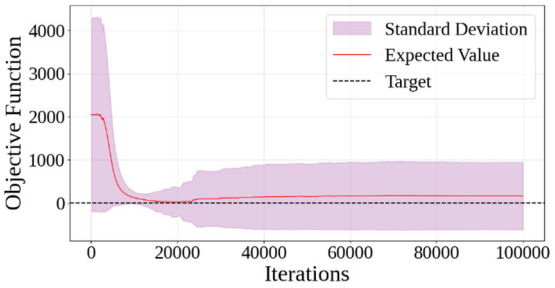


Fig. 6 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^5$).

5．結論

本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を構成し，ゲート複雑性評価および簡単なトラス問題による検証をした．提案したアルゴリズムのゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．また，適切な重み係数や反復回数などのハイパーパラメータ適切に設定することで最適解の出現確率を高められることが分かった．

今後は収束に必要なステップ数Rの量子ビット数に対してどのようにスケールするかについての数値実験を通じた検討が必要である．

参考文献

1) Jiaqi Leng, Ethan Hickman, Joseph Li, and Xiaodi Wu: Quantum Hamiltonian Descent, arXiv:2303.01471, https://arxiv.org/abs/2303.01471, 2023
2) 北里崚，芳賀琹，遠藤克浩，山本佳士：量子最適化アルゴリズムと HOBO 型定式化によるトポロジー最適化に関する基礎的研究， 計算工学講演会論文集，Vol. 30，2025
3) Francisco Chicano, Gabiel Luque, Zakaria Abdelmoiz Dahi, and Rodrigo Gil-Merino: Combinatorial Optimization with Quantum Computers, arXiv:2412.15778, https://arxiv.org/abs/2412.15778, 2024

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SfM による 3 次元再構成と熱収支解析を統合した RC 道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

Surface Temperature Estimation of RC Road Retaining Walls Integrating 3D Reconstruction by SfM and Heat Balance Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴野　一真（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Niigata University
E-mail: kazuma3267@gmail.com

Infrared thermography effectively detects subsurface damage in concrete structures, but surface temperature distribution is influenced by environmental conditions, thermal properties, and shadow effects. This study integrates passive infrared thermography with heat balance analysis and shadow simulation using three-dimensional mesh models from Structure from Motion photogrammetry. Applied to a west-facing road retaining wall, results showed shadow retreat from coping structure fundamentally governed thermal contrast development, with maximum temperature difference of 5.86°C at 16:00. Heat balance simulation predicted surface temperatures with Mean Absolute Error of 3.2-4.9°C, confirming effectiveness of rigorous analysis considering detailed geometry and shadow effects for structural assessment.

1．はじめに

パッシブ赤外線サーモグラフィは，コンクリート構造物の表層損傷検出において有効な非破壊検査手法である．実環境におけるコンクリート表面温度は，気象条件（日射量，気温，風速），コンクリート内部の熱伝導，表面特性（放射率）に代表される複数の要因によって決定される．構造物形状や周辺地形による影の影響は，表面に到達する日射量を大きく変化させるため，正確な表面温度予測には影の時空間分布を考慮した熱収支解析が不可欠である．従来の数値シミュレーション研究では，CAD ベースの簡略化された形状モデルが用いられてきたが，これらは実構造物の複雑な三次元形状，周辺地形，隣接構造物に挙げられる影効果に寄与する要素を適切に表現できない．道路擁壁のような供用構造物では，笠コンクリートや周辺地形による影が表面温度分布に支配的な影響を与えるため，これらの幾何学的特徴を高精度に再現することが重要である．

Structure from Motion（SfM）は，複数の画像から高精度な三次元点群およびメッシュモデルを生成可能であり，実構造物の詳細な幾何形状を取得できる．SfM により取得された三次元メッシュモデルを用いることで，太陽位置に対する構造物表面の向きと，周辺物体による遮蔽を考慮した影の時系列変化を再現することが可能となる．レイトレーシング手法（本研究では，Möller-Trumbore 交差判定アルゴリズム [1]）を適用することで，各時刻における各面への直達日射の有無を判定できる．

本研究では，SfM によって取得した高精度三次元メッシュモデルを用いた影シミュレーションと，一次元非定常熱伝導解析を統合した熱収支解析により，RC 道路擁壁の表面温度を予測する手法を開発する．この統合アプローチにより，実環境における複雑な影の影響を考慮した表面温度予測が可能となり，パッシブ赤外線サーモグラフィによる表層損傷検出の精度向上が期待される．

2．解析方法

SfM によって取得した三次元メッシュモデルを用いて影の影響シミュレーションと統合した熱収支解析により，コンクリート表面温度を計算する（Fig. 1）．影の影響に関しては，太陽位置に対する三次元メッシュの幾何学的解析を通じて，日射量に反映する影を再現する．コンクリート表面の熱収支は以下の式で表される [2]．

$$R_n = H + G \tag{1}$$

ここで，R_nは正味放射量（W/m²），Hは顕熱伝達（上向きを正，W/m²），Gは地中伝導熱（下向きを正，W/m²）である．正味放射量は，日射量の吸収と長波放射の収支によって決定される．顕熱伝達は，コンクリート表面と大気との間の温度差によって生じる対流熱伝達である．地中伝導熱は，熱伝導率，比熱，密度，時間，深さを含む熱伝導方程式を用いて計算される．影の検出には，Möller-Trumbore 交差アルゴリズムを用いたレイトレーシングを採用した．太陽と向き合っていると分類された面については，全てのメッシュ三角形に対して交差判定を実施する．

供用中の鉄筋コンクリート（RC）道路擁壁において，一連の測定を実施した．対象擁壁は 1973 年に建設され，擁壁表面の方位は西向きである．擁壁の上部は笠コンクリートで覆われている．損傷状態としては，表面欠陥や横方向のひび割れの存在が観察された．熱画像は，Zenmuse XT2 赤外線カメラを用いて取得した（FLIR 社）．仕様は，スペクトル範囲（7.3 μm～13.5 μm），視野角（32° × 26°），空間分解能（640 × 512）である．

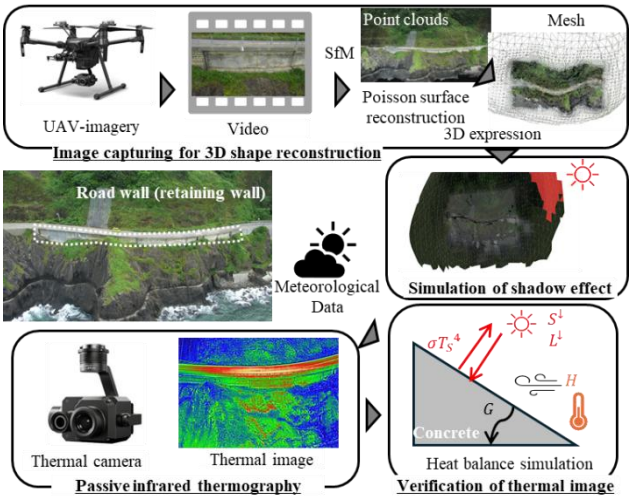


Fig. 1 Overview of this study for in-service RC road walls.

３．結果および考察

３．１　表面温度の時系列変化と影の影響

浮き部および無損傷部の表面温度を 8:00 から 16:00 まで測定した結果，両箇所間の温度差は笠コンクリートによる影の影響を受けていると考えられた．8:00 では両箇所とも約 14 度で温度差は 0.40 度であり，12:00 には影の影響により無損傷部が浮き部より高温を示し-0.96 度の温度差が示された．14:00 以降，笠コンクリートによる影が移動し，壁面が直達日射を受け始めると，浮き部の温度上昇が顕著となった．16:00 に最大温度差 5.86 度（浮き部 36.0 度，無損傷部 30.2 度）が検出され，ASTM 基準の最小検出閾値 0.5 度 [3]を大幅に上回った．この結果は浮き下の空気層による断熱効果が表面温度上昇を促すことを示唆していた．

３．２　SfM に基づく影シミュレーションの妥当性検証

SfM により取得した三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーション結果は，可視画像と高い一致を示した（Fig. 2）．Möller-Trumbore 交差アルゴリズムにより，笠コンクリートによる影の時系列変化を再現した．8:00 から 12:00 まで壁面は影に覆われ，14:00 より影が遷移を開始し，16:00 に完全な直達日射を受ける状態となった．この影の遷移過程が熱コントラストに影響を与えることが確認された．

３．３　熱収支解析による温度推定精度

影シミュレーション結果と気象データを統合した熱収支解析により，浮き部および無損傷部の表面温度変化を推定した．一次元非定常熱伝導解析により浮き下の空気層による断熱効果をモデル化し，測定値に対する平均絶対誤差（MAE）は 3.2 度～4.9 度であった（Fig. 3）．本解析は両箇所間の温度差の時間変化を適切に再現し，特に午後の表面温度の上昇過程を示した（Fig. 4）．再現困難な笠コンクリートによる影の効果を，SfM ベースの形状モデルにより適切に考慮できたことが，予測精度向上に寄与したと考えられる．

４．おわりに

本研究は，SfM 写真測量による三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーションと熱収支解析を統合し，供用 RC 道路擁壁の表面温度推定を行った．得られた主要な知見を以下に示す．

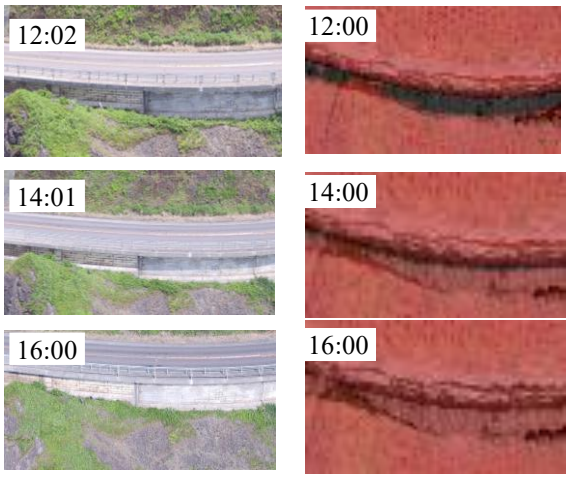
（1）　Möller-Trumbore 交差判定により，笠コンクリートを含む複雑形状の影を高精度に再現した．影遷移が表面温度変化を支配し，16:00 に最大温度差 5.86 度が確認された．

（2）　一次元非定常熱伝導解析により浮き下空気層の断熱効果をモデル化し，表面温度を平均絶対誤差 3.2～4.9 度で推定した．

本手法は，三次元形状に基づく影シミュレーションおよび熱収支解析が，パッシブ赤外線サーモグラフィによる損傷検出に有効であることを実証した．

参考文献

1) Möller, T. and Trumbore, B.: Fast, minimum storage ray/triangle intersection, In ACM SIGGRAPH 2005 Courses, pp. 7-es, 2005.
2) 近藤純正：水環境の気象学 － 地表面の水収支，朝倉書店，1994.
3) ASTM International. ASTM D4788-03(2022): Standard Test Method for Detecting Delaminations in Bridge Decks Using Infrared Thermography, West Conshohocken, PA: ASTM International, 2022.



(a) Visible images　(b) Simulated results

Fig. 2 Simulated results of shadow effect.

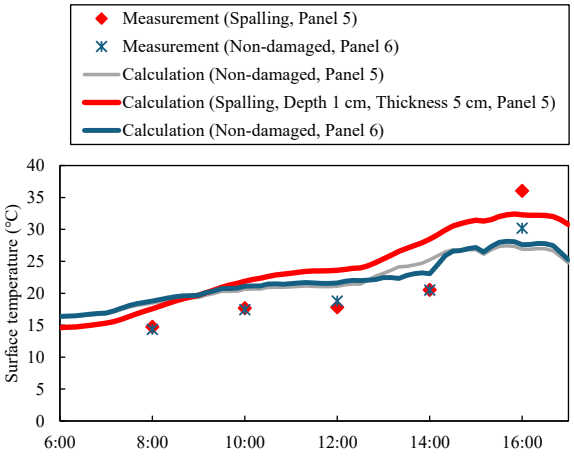


Fig. 3 Measured and calculated surface temperature at spalling and non-damaged points.

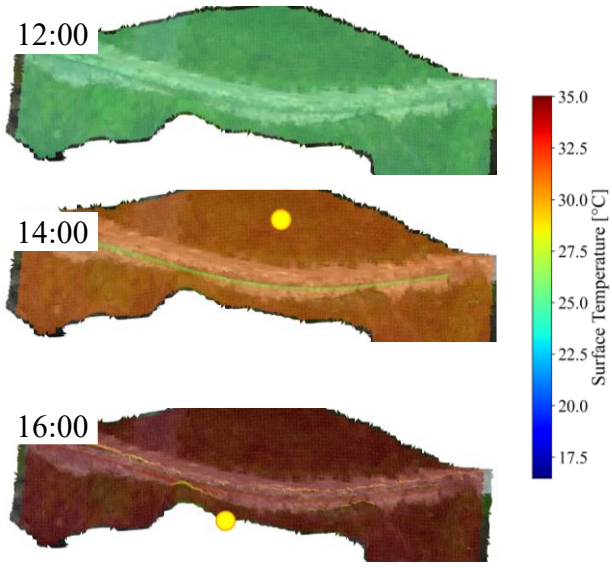


Fig. 4 Calculated surface temperature variation due to shadow effect.

分散繊維モデルを導入した拡張 RBSM による 繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Impact Failure Simulation of Fiber-reinforced mortar specimens Based on an Extended RBSM Incorporating a Smeared fiber model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

眞壁　椋（法政大・デザイン工）木村　管杜（法政大・デザイン工）
白石　美稀（法政大・デザイン工）山本　佳士（法政大・デザイン工）
Ryo MAKABE, Hosei University
Kanto KIMURA, Hosei University
Mitsuki SHIRAISHI, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: ryo.makabe.3j@stu.hosei.ac.jp

In this study, we developed a dynamic extension of an extended Rigid Body Spring Model (RBSM) incorporating a smeared fiber model that has been validated for the static behavior of (3D-printed) 3DP specimens. The dynamic formulation accounts for geometric nonlinearity and contact behavior, enabling impact simulations of fiber-reinforced specimens. Impact failure analysis were performed using the proposed method, and the results qualitatively reproduced crack-suppression behavior due to fiber bridging effects.

１．はじめに

近年, 土木･建築分野において 3D プリンティング（3DP）技術の実用化が進められている．3DP の特徴である，自由な造形性を活かした複雑形状の構造物を実現するためには，数値解析に基づく安全性評価手法の確立が重要な課題となっている．材料押出方式によるプリント材料には，繊維補強モルタルが用いられることが多く，また，積層プロセスに起因して，繊維の配向や積層界面の影響による異方性が生じること明らかになっている．したがって，プリント部材の力学的挙動を精度良く評価するには，繊維の種類および配向性により変化する繊維の架橋効果と積層界面の存在による異方性挙動の双方を適切にモデル化することが不可欠である．一方，我が国では災害が激甚化・頻発化しているため，静的のみならず動的な作用に対する安全性の評価も重要な課題である．著者らは [1)3)]，異方性挙動も再現しつつ, 従来のように繊維を 1 本 1 本モデル化するのではなく，等価な数個のバネで表すことで計算負荷を抑えた，分散繊維モデルを開発している．しかし，同手法は静的な解析手法に留まっていた．一方，著者ら [2)]は幾何学的非線形性を考慮した剛体バネモデル（RBSM）を衝撃作用下の接触･衝突現象まで再現可能とした．そこで，本研究では，著者ら [2)]が開発した RBSM の動的解析手法に，分散繊維モデル [1)3)] を組み込んだ手法を開発する．さらに，本開発手法による衝撃破壊解析を実施し，定性的な検証を実施する．

２．解析手法

（１）3 次元剛体バネモデル

RBSM とは Figure 1 に示すように, 剛体要素とバネの集合体としてモデル化し, 要素間に分布するバネのエネルギーを評価することで, 力学的特性を追究する手法である. 境界面上の各積分点には計 3 個のバネが配置され, それらに非線形性を導入することで対象の変形･破壊挙動を追跡する. 本研究では, RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目した, 幾何学的非線形性および接触挙動を考慮した静的･動的解析手法 [2)]を用いた.

（２）解析に使用するバネの構成モデル

RBSM における要素間バネの応力－ひずみ関係には，山本ら [4)]が提案した非線形構成モデルを導入した．バネに導入する材料パラメータは計 15 個存在し，従来，コンクリート材料試験を対象にキャリブレーション解析して得られたパラメータを使用していた．本研究では，繊維補強モルタルを対象とするため，既往研究 [3)]のキャリブレーション解析により定量的な妥当性が確認されたパラメータを用いる．

（３） 分散繊維モデル

本研究で用いる分散繊維モデル [3)]は，剛体要素境界面の積分点に繊維バネを配置することで架橋効果を表現する（Figure 2）．剛体要素境界面の積分点の面積から Naaman[5)]の理論に基づき, 各面に横切る架橋繊維本数を算出し，Figure 3 に示す最大架橋力を境界として定義物理量を切り替える架橋力−ひずみ･ひび割れ幅併用型構成則に，その本数を乗ずることで実数本の繊維の架橋効果を再現する．なお，本研究におけるピーク架橋応力$\sigma_{p,fiber}$ (N/mm^2)，ピーク架橋応力時のひずみε_p，損傷係数k は（２）と同様，既往研究 [3)]により妥当性が確認されたパラメータを用いる．

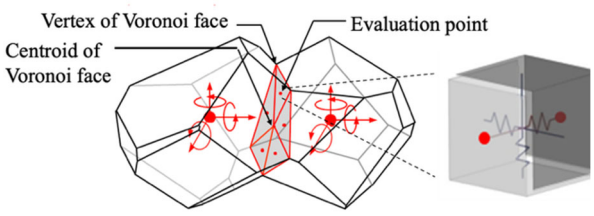


Figure 1.　Overview of RBSM

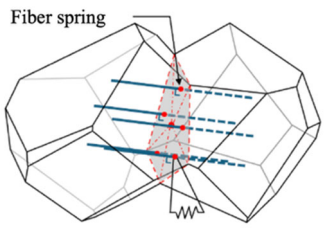
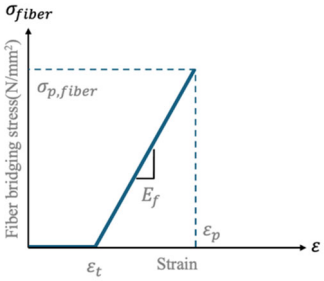
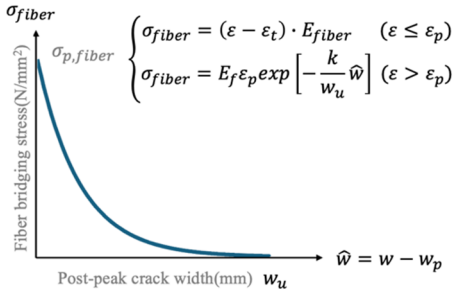


Figure 2.　Smeared fiber model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Pre-peak region



(b) Post-peak region

Figure 3. Single fiber combined bridging stress-strain and crack width constitutive law

３．繊維補強モルタル部材の衝撃破壊解析

ここでは，Ye et al.[6]により実施された衝撃破壊実験のモデル，条件を参考に，解析を実施する．また，繊維を配合しない条件も併せて解析を実施し，繊維の架橋効果を確認する．なお，本研究では手法検証の第一段階として，積層異方性を考慮しない打込み供試体を対象とした．解析モデルを Figure 4 に示す．供試体は長さ 400mm，幅 100mm，高さ 100mm で，平均要素寸法 10mm とした．この供試体上部中心に，直径 40mm，質量 49.135kg の球形重錘を高さ 1000mm から落下させる．解析では，初期衝突速度 4.4m/s とした．境界条件は，長さ 50mm，350mm 地点で，10mm の立方体を幅方向に 10 個配置することで表現した．繊維は，PE 繊維で，長さ 6.0mm，直径 0.012mm，ヤング係数 23.0kN/mm^2，引張強度 900N/mm^2 で，繊維混入率は 0.5%，2.0%の 2 パターンとした．Figure 5 に，$\sigma_{p,fiber}$を 3.98N/mm^2，ε_pを 0.024，kを 4.0 とした時の解析結果(衝突後 6ms)を示す．これより(a)では大きなひび割れが確認される一方，(c)では，ひび割れが，開口，進展していないことが分かる．以上のことより，定性的にではあるが，繊維の架橋効果によるひび割れ抑制効果が表現できていることが分かる．また，(b)では，繊維量が少ないため，ひび割れが進展した．ただし，架橋効果は表れているため，(a)よりもひび割れの進展が遅れていることが確認できた．以上より，変形図から，本解析手法によって衝撃作用下の繊維の架橋効果を定性的に再現可能であることを確認した．

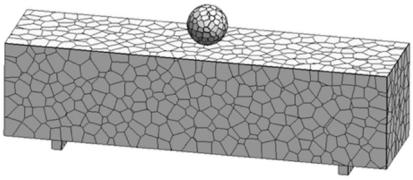
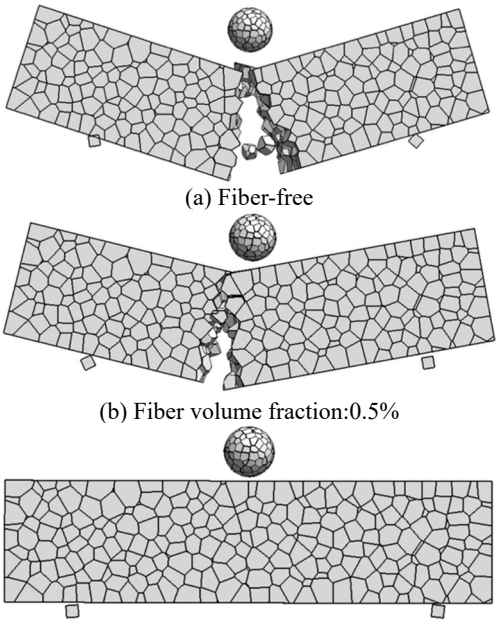


Figure 4. Mesh discretization for impact failure simulation



(a) Fiber-free

(b) Fiber volume fraction:0.5%

(c) Fiber volume fraction:2.0%

Figure 5. Results of impact failure analysis

４．結論

本研究では，繊維補強モルタル材料の力学的特性を再現できる分散繊維モデルを組み込んだ RBSM を動的に拡張した．さらに提案手法の定性的な架橋効果の再現性を検証した．その結果，繊維混入率の増加に伴うひび割れ抑制挙動が定性的に再現され，妥当性が示された．なお，参考文献 3)では，繊維の架橋効果に加えて，3DP 材料の積層界面に起因する異方性を表現可能な手法を提案しており，既に，本研究で提案している動的 RBSM に導入している．今後は，3DP 材料の静的および動的作用下の力学応答の妥当性確認を実施する予定である．

参考文献

1) 白石美稀，山本佳士，小倉大季，原紘一朗：分散繊維モデルを用いた RBSM による積層繊維補強モルタル材料の異方性破壊シミュレーション，土木学会全国大会年次学術講演会, 2025
2) Kimura, K. and Yamamoto, Y., Concrete structures: extended lifetime, limit impacts. Proceedings of the 2025 FIB International Symposium, held in Antibes, France June 16-18, 2025, pp846-857.
3) Shiraishi, M., Yamamoto, Y., Ogura, H. and Hara, K.: Simulation of anisotropic Failure in 3D-Printed Fibre-Reinforced Mortar members Using 3D RBSM with Smeared-Fibre Model, Fib 2026 Proceedings for the 2026 Fib Congress (submitted), 2026
4) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：3 次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文集 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008
5) Naaman，A.E.: A Statistical Theory of Strength for Fiber Reinforced Concrete, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology，1972.9.
6) Ye, H., He, Q., Ping, P., Pan, J. and Zhu, B.: Anisotropic flexural behavior and energy absorption of 3D printed engineered cementitious composites (3DP-ECC) beams under low-velocity impact, Cement and Concrete Composites，vol.163，2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

Fatigue Performance Evaluation of Fatigue Life Extension Techniques Using Crack Face Corrosion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴田　誉（住友重機械工業（株））　　西垣　駿（大阪大・工）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大・工）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd., Syun Nishigaki, Osaka University
Riccardo FINCATO, Padua University, Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University
E-mail: homare.shibata@shi-g.com

Recent studies have focused on the fatigue life extension technique that utilize the fatigue crack closure effect induced by inserting artificial materials into crack surfaces. In this research, numerical investigations are performed to evaluate the fatigue life extension caused by corrosion products by a methodology for the investigation of the crack propagation phenomenon under the elasto-plastic state. The results show good agreement with the experimental data by considering Young's modulus of corrosion products on crack faces.

１．はじめに

我が国における社会インフラの深刻な老朽化を背景として，低コスト・簡易な亀裂補修手法の確立が望まれている．

その一つとして，亀裂内部に開口部から物質を注入し亀裂閉口現象を促進させる手法提案がある．北川ら [1]によって亀裂面内に接着剤を用いた検討が行われ，その有用性が示された．その後も高橋ら [2]，Putri ら [3]によって検討が行われている．いずれも，施工時の条件に依存はするものの，亀裂停留を含む大きな疲労寿命延伸効果が報告されている．

中でも，Putri ら [3]による手法は，鋼材の亀裂内部に液体の腐食促進剤を注入して発生させた腐食生成物を活用するもので，亀裂面全体に容易に広がることから，複雑な形状を呈する実構造物への適用が期待される．CT 試験片に対して，荷重条件および疲労予亀裂長さ$a_{co.}$を変化させた検討が行われ，亀裂停留を含む大幅な疲労寿命延伸効果が得られる場合があることを報告しているが，腐食生成物の堆積量や物性値取得など，詳細な検討は行われていない．

これを踏まえて，著者ら [4]は，疲労予亀裂を導入した SENT 試験片に対して同様の検討を行い，疲労亀裂進展寿命の延伸効果の把握と腐食生成物堆積量の定量計測を実施し，亀裂内部の腐食生成物が力学的に亀裂閉口に寄与していることを示した．

一方で，疲労現象のメカニズムを反映した高精度数値シミュレーションによる評価検討も重要である．著者ら [5]はこれまで，巨視的弾性状態を含む応力ひずみ関係を高精度に再現可能な繰返し弾塑性モデルの開発を進めており，局所的な弾塑性応答から疲労亀裂発生寿命を予測する手法を提案した．近年では，それを活用した疲労亀裂進展寿命評価手法の提案を行い，CT 試験片や SENT 試験片，十字継手などに対する検証を進めてきた．さらに，この手法は，亀裂面腐食状態を含む酸化物亀裂閉口状態を再現する手法へと拡張 [6]された．具体的には，疲労亀裂面が大きく腐食し亀裂閉口が促進される影響を，亀裂面要素への熱膨張により再現し，亀裂面が早期に接触し閉口する現象の再現を行った．ただし，亀裂面膨張による亀裂閉口促進というメカニズムは再現されたものの，実際の膨張状況と対応していない点や，解析対象条件が応力比R>0 に限定されていた点などに更なる検討の余地を有していた．

そこで，本研究では，応力比R<0 で行われた実験結果に対して，上記解析手法を援用した解析検討を行った．

２．再現対象とする腐食疲労試験

本章では，再現対象とした腐食疲労試験の概要について述べる．著者ら [4]は，Putri ら [3]による先行検討を参考に，35%硝酸を活用した腐食疲労試験を実施した．荷重条件は，Table 1 に示される通りとした．

初めに，①大気中で切欠き底から疲労予亀裂$a_{co.}$を導入する．次に，②試験速度を低下させ，亀裂面内に 35%硝酸を注入し，亀裂面に腐食生成物を堆積させる．ここでは，24 時間以上の腐食養生期間を設ける．最後に，③①と同条件の下，試験片を最終破断させる．得られる結果の一例を，後述の解析結果とともに Fig. 4 に示す．この結果より，腐食直後に亀裂進展挙動が急激に変化し，大きな寿命延伸効果が確認できる．

３．亀裂面腐食を考慮した疲労亀裂進展寿命評価手法

まず初めに，疲労予亀裂導入時の再現解析を行う．ここでは，疲労亀裂発生寿命N_cの間に，疲労亀裂がΔaだけ進展すると考えた評価を行う．すなわち，疲労亀裂進展速度da/dNを式(1)にて表現する．詳細は著者ら [6]の検討を参照されたい．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

続いて，亀裂面腐食による亀裂閉口現象が促進される状態を模した再現解析を行う．ここでは，疲労予亀裂長さ$a_{co.}$となるまで上記解析を繰り返した解析モデルに対して最大荷重を載荷したまま，亀裂面要素への入熱解析を行う．

著者ら [4]の実験検討によれば，腐食生成物堆積量計測結果は最大 30~40μm 程度であり，亀裂面内部を埋め尽くしていると考えられる．そのため，亀裂空間を満たすだけの体積膨張はしているものと仮定し，十分大きな入熱量を与えた膨張工程とする．

その際，亀裂面要素は，金属母材と腐食生成物が混在した状況となるため母材と比べて変形しやすいと想定され，荷重載荷によって大きく体積変化すると考えられる．特に，圧縮応力が付与された場合，圧縮の塑性変形を生じ，亀裂閉口効果が弱まることも想像される．そこで，亀裂面要素には母材同様に弾塑性材料モデルを設定するが，その際に等方弾性係数Eのみを調整し，亀裂面の腐食生成物が圧縮塑性変形する様子を再現する．

最後に，疲労予亀裂導入時と同じ亀裂進展解析を続ける．

４．解析モデルおよび解析結果

Fig. 1 に，解析に使用した 3 次元 FE モデル（1/2 対称モ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デル）および付与した境界条件を示す．

亀裂は，切欠き底を起点として荷重載荷方向の直角方向に進展するものと仮定した．解析には，有限要素解析ソフト ADVENTURECluster2022 を使用し，材料モデルにユーザーサブルーチン機能を使用して疲労 SS モデル [5]を実装した．

亀裂停留はせずとも大幅な寿命延伸効果を示した Case1 の結果を対象として，腐食解析後の亀裂面要素弾性係数Eに対するパラメトリック解析を実施した．

Fig. 2 に，腐食模擬解析前後における最大荷重・最小荷重載荷時の亀裂周辺の応力分布を示す．なお，表示応力は荷重載荷方向の応力である．この結果より，腐食模擬解析前後において最大荷重載荷時の応力分布に明瞭な差はみられないものの，最小荷重載荷時においては亀裂先端前方の応力が上昇していることがわかる．これは，亀裂面要素膨張により亀裂閉口が促進された結果であり，実験と同じメカニズムで再現がされている．

続いて，亀裂面要素の弾性係数Eを各種変化させて評価した疲労亀裂成長曲線を Fig. 4 に示す．同荷重条件による非腐食試験片における疲労亀裂成長曲線の結果を□にて併せて表示している．この結果より，弾性係数Eに従って疲労亀裂成長曲線の腐食後の速度回復挙動の違いが見て取れ，E=92.5GPa のときに実験結果の立ち上がり位置および角度を概ね再現可能であることが確認できる．

Fig. 3 に腐食模擬解析直後における亀裂面要素の様子および繰返し荷重載荷後の変形の様子を示す．この結果より，腐食模擬解析によって亀裂面要素が膨張する様子および繰返し荷重によって亀裂面要素が圧縮塑性変形する様子が確認できる．この原因としては，公称応力として大きな圧縮応力が作用した影響に加え，$a_{co.}$=0.4mm という全体構造に対して微小な亀裂長ゆえの荷重除荷による圧縮応力が重畳したためである．すなわち，亀裂面要素に弾塑性応力状態を設定することの重要性が確認でき，その程度は弾性係数Eと対応することがわかる．

Table 1 Fatigue test conditions

Max. stress, $\sigma_{\max}$	Stress ratio, R	Crack length of corrosion, $a_{co.}$
70	-1.0	0.4

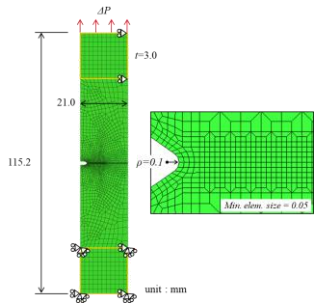


Fig. 1 FE model and boundary conditions

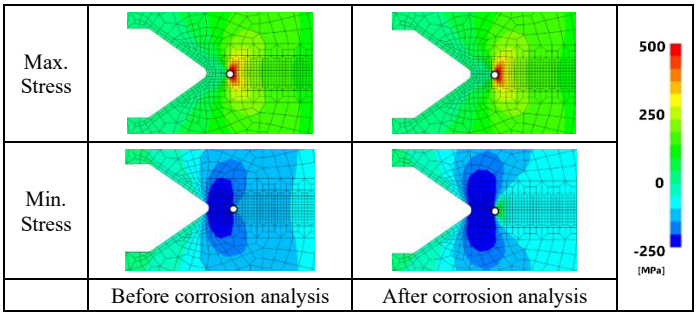


Fig. 2 Stress distributions before/after corrosion analysis

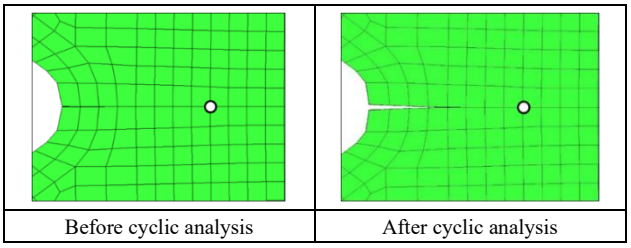


Fig. 3 Crack face elements before/after cyclic analyses at $a_{co.}$

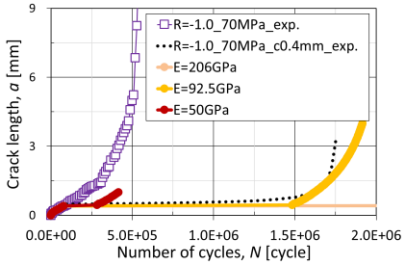


Fig. 4 Crack growth curves

５．結言

本研究は，亀裂閉口現象が促進される状況の再現解析手法確立を目的として，亀裂面腐食による疲労寿命延伸効果の再現解析に取り組んだ．その結果，以下の知見を得た．

1) 亀裂面要素を膨張させることにより実験同様の亀裂閉口現象を再現することができた．
2) 亀裂面要素に弾性係数Eを調整パラメータとした弾塑性材料モデルを適用し，実験で確認された亀裂再進展現象の再現解析を通じて，本手法の妥当性が検証された．

参考文献

1) H. Kitagawa, S. Toyohira and K. Ikeda: A new method of arresting fatigue crack growth by artificial wedge, Proceedings of an international conference on Fracture Mechanics in Engineering Application, pp.281-293, 1979.
2) I. Takahashi, C. Takahashi and N. Kotani: Restraint of fatigue crack growth by wedge effects of fine particles, Fatigue & Fracture of Engineering of Materials & Structures, Vol.23, Issue10, pp.867-877, 2001.
3) C.A. Putri, 舘石和雄, 清水優, 判治剛: 腐食促進剤注入による疲労き裂進展の遅延, 鋼構造論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
4) 柴田誉, 河野拳也, 佐藤啓介, 堤成一郎: 鋼材の硝酸腐食を活用する疲労寿命延伸技術に及ぼす応力比と亀裂長さの影響, 溶接学会論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
5) S. Tsutsumi and R. Fincato: Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, Vol.165, No.5, 107573, 2019.
6) 柴田誉, 佐藤啓介, フィンカトリカルド, 堤成一郎: 亀裂面腐食影響を考慮した弾塑性疲労亀裂伝播解析, 土木学会論文集, Vol.80, No.15, 23-15030, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SRCNN を用いたコンクリートコア CT 画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

Crack Detection of Concrete Core CT Images based on Super-Resolution using SRCNN (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

池田　弘毅（新潟大院・総）　　柴野　一真（新潟大院・自）
向井　萌華（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Koki IKEDA, Graduated School of Integrated Arts and Science, Niigata University
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Moeka MUKAI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: ikeda0995@gmail.com

Semantic segmentation of concrete X-ray CT images using deep learning is an effective means of crack detection. Since trained models operate on fixed input image dimensions, super-resolution processing is required for low-resolution images. SRCNN, a deep learning-based super-resolution approach, achieves PSNR and SSIM over bicubic interpolation, with particularly pronounced gains in image quality in crack regions. The application of SRCNN improves crack detection accuracy.

１．はじめに

深層学習を用いたコンクリートコアの X 線 CT 画像のセマンティックセグメンテーションは，ひび割れや空隙などの内部損傷を自動的に検出・定量化する有効な手段である[1]．しかし，訓練済みモデルは入力画像サイズが固定されているため，コンクリート構造物から採取されるコンクリートコアや撮影条件の制約で得られる低解像度画像をそのまま入力することができない．高解像度画像へ変換する超解像処理が必要となるが，従来のバイキュービック補間（Bicubic）ではひび割れのような微細構造の復元が困難であり，エッジのぼやけやアーチファクトが生じる問題があった[2,3]．超解像処理の課題は，1 つの低解像度ピクセルが無数の高解像度ピクセルの組み合わせから成り立つため，解が一意に定まらない不良設定問題とされている[3]．本研究では，深層学習ベースの超解像モデルである SRCNN（Super-Resolution Convolutional Neural Network）[4]をコンクリートコアの X 線 CT 画像に適用し，画質指標（PSNR・SSIM）および，学習済みのセグメンテーションモデルを用いて，ひび割れ検出性能（F1-score）の観点から有効性を検証した．

２．解析および実験方法

2.1　解析手法

CT 画像はコンクリートコア軸方向に沿ってスライスされた DICOM 形式で取得され，再構築されたボクセルデータから矢状面，冠状面，および横断面を抽出した．取得画像はすべて 512×512 画素にトリミングし，背景の割合が 75%以上を占める画像は事前に除外した．超解像モデルの訓練で使用する教師データには前処理を施した 512×512 画素の画像を使用し，対応する低解像度入力画像は最近傍補間法によって 128×128 画素に解像度を小さくして，入力画像を作成した．合計 697 枚の X 線 CT 画像を使用し，671 枚を学習用，20 枚を学習に含まれない構造物から取得したテストデータとして指定した．学習用データはホールドアウト法により訓練用と検証用に 9:1 の比率で分割した[6]．

超解像モデルには Dong et al.（2015）により提案された SRCNN[4]を採用した．SRCNN は 3 層の畳み込み層から構成され，バイキュービック補間で拡大した低解像度画像を入力とし，パッチ抽出・非線形マッピング・画像再構成の各層を通じて高解像度画像を出力する（Fig. 1）．活性化関数には ReLU を，損失関数には平均二乗誤差（MSE）を採用した．最適化には Adam を用い，学習率・バッチサイズ・重み減衰の 3 つのハイパーパラメータを Tree-structured Parzen Estimator（TPE）を用いたベイズ最適化によりチューニングした．

超解像処理の画質評価には，ピクセル単位の誤差を評価する PSNR と，輝度・コントラスト・構造の 3 要素から類似度を評価する SSIM を採用した．PSNR と SSIM はいかの式で定義される．

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{255^2}{MSE}, \tag{1}$$

$$SSIM(x,y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \tag{2}$$

ただし，これらの指標の改善が実際のひび割れ検出性能の向上を必ずしも保証しないことが指摘されており[3]，本研

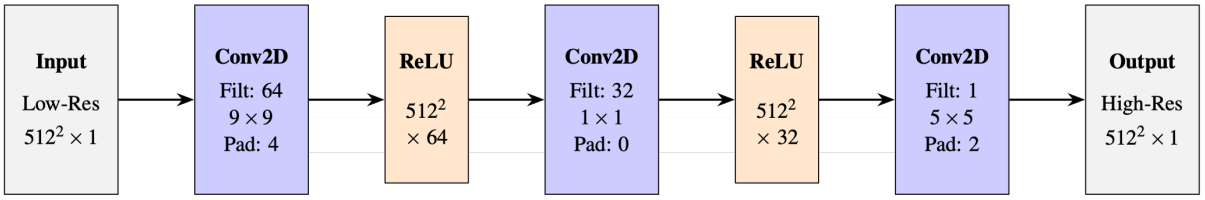
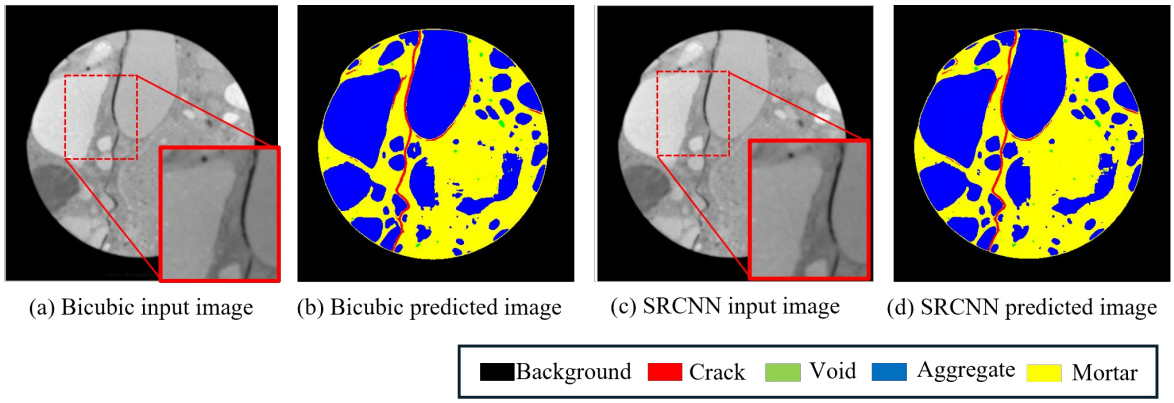


Fig. 1 SRCNN architecture.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Bicubic input image (b) Bicubic predicted image (c) SRCNN input image (d) SRCNN predicted image

Fig. 2 Results of super-resolution and segmentation of super-resolution images.

究ではひび割れ，空隙，骨材，モルタルおよび背景の 5 クラスを識別する学習済みの U-Net を用いたセグメンテーション性能の比較により，超解像処理のひび割れ検出タスクへの有効性を併せて評価した．セグメンテーション精度の評価指標には Precision，Recall および F1-score を用いた．

2.2 実験方法

コンクリートコアは，供用年数・配合・環境条件の異なる 7 基の既設鉄筋コンクリート水利施設から採取したコアと，実験室内打設のサンプルを用いた．X 線 CT 計測には Canon Medical Systems 社製 Aquilion ONE（TSX-301C/6A）を用い，ヘリカルスキャンモード（管電圧 120 kV，管電流 300 mA，スライス厚 0.5 mm）で撮影した．DICOM 形式で取得した画像から矢状面・冠状面・横断面を抽出した．

3．結果および考察

Table 1 に超解像処理の画質評価指標を示す．PSNR はバイキュービック補間の 39.90 dB に対し SRCNN は 48.85 dB と 8.95 dB 高い値を示した．SSIM についても，バイキュービック補間の 0.96 に対し SRCNN は 0.99 と高い構造的類似性を示した．このことから，SRCNN はバイキュービック補間と比較して高い精度でひび割れを復元できている．ひび割れは線状の構造を持ち，かつ境界が曖昧な領域を有する特徴がある．バイキュービック補間ではこのような曖昧性を適切に復元できなかったが，SRCNN は訓練データから原画像の特徴を学習したことにより，ひび割れの形状や境界をより正確に復元でき，指標の改善につながったと考えられる．この結果は，深層学習ベースの超解像処理が従来の補間手法では困難であったひび割れのような微細構造の復元において有効であることを示唆している．

Fig 2 に超解像処理の結果およびセグメンテーションの結果を，Table 2 にひび割れ検出に関する Precision, Recall および F1-score の結果を示す．原画像の F1-score が 0.785 であるのに対し，バイキュービック補間による超解像処理後の画像では 0.681 と 0.104 の低下が見られた．一方，SRCNN による超解像処理後の画像では 0.738 を示し，バイキュービック補間と比較して 0.057 の改善が認められた．原画像との差は F1-score で 0.047 にとどまり，SRCNN がひび割れを原画像に近い形で超解像処理を施したことにより，セグメンテーションモデルが適切に認識できる画像に改善されたと考えられる．

4．おわりに

本研究では，SRCNN をコンクリートコア X 線 CT 画像の超解像処理に適用し，以下の知見を得た．

（1）SRCNN はバイキュービック補間に対して PSNR・SSIM の両指標で顕著な改善を示した．

（2）下流タスクの評価において，SRCNN はひび割れ F1-score の低下をバイキュービック補間の 0.047 に抑え，深層学習ベースの超解像処理がひび割れ検出精度の維持に有効であることを示した．今後は，原画像と同等のセグメンテーション性能の達成に向け，モデルおよびデータセットの改善が課題である．

Table 1. Results of image quality metrics for crack area

Image quality metrics (crack)	Bicubic	SRCNN
PSNR（dB）	39.90	48.85
SSIM（-）	0.96	0.99

Table 2. Results of crack detection performance after super-resolution

Image type	Precision	Recall	F1-score
Original image	0.770	0.801	0.785
Bicubic	0.676	0.685	0.681
SRCNN	0.747	0.735	0.738

謝辞

本研究は，生研支援センター（BRAIN）「オープンイノベーション促進・実用化推進事業（助成番号：JPJ011937，プロジェクト ID：25132859）」により支援を受けて実施した．

参考文献

1) A. Nowacka, K. Schladitz, S. Grzesiak and M. Pahn: Segmentation of spatial crack structures in concrete by deep learning enabling image based characterization, Journal of Soft Computing in Civil Engineering, Vol.9, No.12, pp.56-83, 2025.
2) M. Amoros, C. Manuel and J. F. V.: Evaluating Super-Resolution Models in Biomedical Imaging: Applications and Performance in Segmentation and Classification, Journal of Imaging, Vol.11, No.4, pp.104, 2025.
3) H. Xiao, Z. Yang, T. Liu, S. Liu, X. Huang and J. Dai: Deep learning for medical imaging super-resolution: A comprehensive review, Neurocomputing, Vol.630, pp.129667, 2025.
4) C. Dong, C. C. Loy, K. He and X. Tang: Image super-resolution using deep convolutional networks, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.38, No.2, pp.295-307, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 —繰返し弾塑性 FEM 解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価— （シンポジウム講演概要）

Effects of Welding Residual Stress and Distortion on Fatigue Performance of Out-of-Plane Gusset Welded Joints -Evaluation of Crack Initiation and Propagation Life by Cyclic Elasto-plasticity FEM Analysis- (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

田中　颯人（大阪大・工）　　カン　ウンブン（JFE スチール株式会社）　　崎本　隆洋（JFE スチール株式会社）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Yunwen GUAN, JFE Steel Corporation
Takahiro SAKIMOTO, JFE Steel Corporation
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

Fatigue performance evaluation of out-of-plane gusset joints based on elasto-plastic FEM has been conducted; however, welding effects have not been considered. In this study, effects of welding residual stress and weld distortion on fatigue performance of out-of-plane gusset joints were investigated by elasto-plastic FEM. Welding residual stress and weld distortion were introduced through thermo-elasto-plastic analysis, and cyclic elasto-plastic FEM was performed using these as initial conditions. Results showed plastic deformation progressed at weld toe and crack tip, increasing fatigue crack propagation rate. In addition, predicted fatigue life shifted toward shorter-life side, improving prediction accuracy compared experiments.

１．緒言

鋼橋などの社会基盤構造物では，自動車等の繰返し荷重による疲労損傷が深刻な問題となっている [1]．鋼橋では，横部材や水平補剛材の主桁ウェブへの接合部に用いられる面外ガセット溶接継手において，溶接止端部を起点とする疲労亀裂の発生が報告 [1]されている．溶接部は一般に，形状不連続性に加え，溶接入熱に起因する溶接残留応力や溶接変形，材料組織変化および HAZ（熱影響部）強度分布等の影響が重畳するため，疲労亀裂の起点となりやすい．このような複雑な影響を適切に考慮する必要があることから，疲労性能を高精度に評価することは容易ではない．

また近年では，構造物の安全性確保や維持管理コストの低減などの観点から，構造物が要求性能を満足するかを数値解析により照査する性能規定型設計への移行が進められている．そのため，溶接継手の疲労性能を高精度に評価する手法の確立が求められている．

一方，著者らは繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な材料モデルを開発するとともに，局所的な弾塑性応答に着目した疲労性能評価手法を提案 [2]している．本手法を面外ガセット溶接継手に適用した結果，実験で得られた疲労寿命の傾向を概ね再現可能であることを示した [3]．しかしながら，本手法では溶接残留応力や溶接変形など，溶接に起因する影響が考慮されておらず，予測精度の向上には改善の余地がある．

そこで本研究では，溶接残留応力および溶接変形の影響を考慮し，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価手法の高度化を図るとともに，これらが面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．具体的には，熱弾塑性解析により溶接残留応力および溶接変形を導入し，繰返し弾塑性 FEM 解析に基づいて疲労亀裂発生寿命および進展寿命を評価し，それらの影響について検討した．

２．疲労性能評価手法

本研究で採用する疲労性能評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [4]を採用した繰返し弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [2]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さaにおける亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

ここに，Δaは疲労亀裂進展速度に関する材料関数もしくは定数である．これにより，進展速度da/dNを積分することによって，進展寿命を算出する．

３．溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価

Fig. 1 に面外ガセット溶接継手を模した 3 次元 FE モデル（要素タイプ : 6 面体，4 面体 1 次要素）を示す．疲労亀裂は，溶接止端部中央を発生点として荷重載荷直角方向に進展するものと仮定し，ビーチマーク試験結果に基づき設定した亀裂形状を持つ解析モデルを作成した．また，応力集中が予想される溶接止端部周辺および亀裂周辺には，要素サイズ 0.05mm 程度の立方体要素を配置した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では，溶接残留応力および変形を考慮しない場合と，考慮する場合（RS/WD）について検討を行った．溶接残留応力および変形を考慮しない場合には，繰返し荷重を載荷する弾塑性解析のみを実施した．繰返し荷重は応力比 R=0.1 の一定振幅の軸力として主板に載荷した．

一方，溶接残留応力および溶接変形を考慮する場合には，まず発熱率に基づく入熱と自然冷却を考慮した熱弾塑性解析により，溶接残留応力分布および溶接変形を算出した．得られた溶接残留応力分布（主板幅中央における長手方向応力分布）を Fig. 2 に示す．溶接止端部周辺に高い引張残留応力が導入されており，実際の面外ガセット溶接継手の溶接残留応力の測定結果と分布傾向が概ね一致することを確認した．また，溶接部の温度変化に伴う膨張・収縮により，溶接変形が生じていることを確認した．続いて，これらの熱弾塑性解析結果を繰返し弾塑性解析の初期条件として付与した．さらに，チャッキングによる溶接変形の強制を模擬するため主板に強制変位を与え，その状態を保持したまま繰返し荷重を載荷した．

Fig. 3 に溶接止端部および亀裂先端（亀裂長さ a=0 および 0.60mm）において得られた応力ひずみ応答を示す．溶接残留応力の影響による引張状態から，溶接変形の強制および荷重載荷によって塑性化が大きく進行した．続いて，溶接止端部および疲労亀裂先端の応力ひずみ応答に基づき，各亀裂長さにおける疲労亀裂進展速度 da/dN を算出した．溶接残留応力および溶接変形の考慮により，疲労亀裂進展速度は大きく増加することを確認した．Fig. 4 に疲労亀裂発生寿命と，得られた進展速度から算出した破断寿命の予測結果を示す．溶接残留応力および溶接変形を考慮した場合，考慮しない場合と比較して，すべての応力レベルにおいて予測結果は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度の向上が確認された．以上より，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価においては，溶接残留応力および溶接変形の影響を適切に考慮することが重要であることが示された．

4．結言

本研究では，溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価を行った．熱弾塑性解析により，溶接残留応力および変形を導入し，荷重を載荷することで溶接止端部および亀裂先端における塑性化の進行が確認された．これにより寿命予測は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度が向上した．

参考文献

1) 日本道路協会：鋼橋の疲労，丸善，1997.
2) 柴田誉，桐生泰輔，佐藤啓介，フィンカト・リカルド，堤成一郎：弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法，土木学会論文集，81 巻 15 号，24-15028，2025.
3) 田中颯人，フィンカトリカルド，高木芳史，﨑本隆洋，堤成一郎：分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究，土木学会論文集，82 巻 15 号，25-15030，2026.
4) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

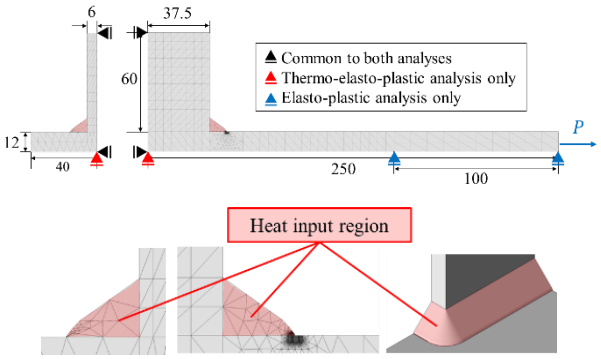


Fig. 1 FE model and boundary conditions

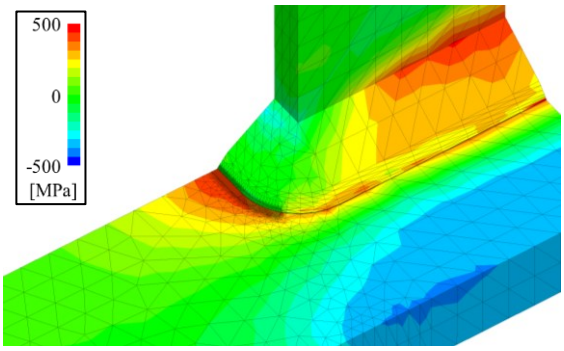


Fig. 2 Welding residual stress contours

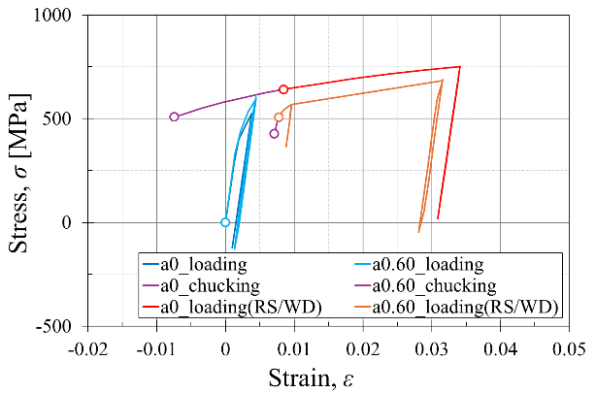


Fig.3 Stress–strain response at the weld toe and crack tip

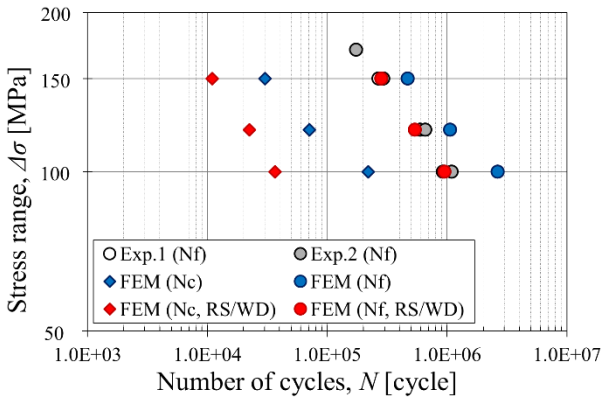


Fig. 4 Fatigue life evaluation results

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

Unified Evaluation Method of Axial and Bending Fatigue Performance of Butt Welded Joints by Automated Multi-Section Geometry Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴山　颯良（大阪大学大学院）　野田　雄也（大阪大学大学院）　濱田　柔久（株式会社小松製作所）
松尾　祐希（株式会社小松製作所）　田中　宏徳（株式会社小松製作所）　堤　成一郎（大阪大学大学院）
Sora SHIBAYAMA, The University of Osaka
Yuya NODA, The University of Osaka
Norihisa HAMADA, Komatsu Ltd.
Yuki MATSUO, Komatsu Ltd
Hironori TANAKA, Komatsu Ltd.
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The fatigue performance of welded structures shows a strong correlation with the stress concentration factor Kt at the weld zone. Although several simplified estimation formulas for Kt have been proposed, obtaining the input shape parameters is highly operator-dependent. Therefore, the authors propose a method to consistently obtain each shape parameter and establish separate fatigue performance evaluation methods for axial and bending fatigue conditions in butt welded joints. However, for actual structures, an evaluation method under combined axial and bending loading is required. This study proposes a unified evaluation method for axial and bending fatigue performance of butt welded joints by defining a new bending correction factor and validating its applicability experimentally. The results demonstrate that the proposed method significantly reduces the variation in axial and bending fatigue performance, confirming its applicability for unified evaluation.

１．緒言

金属疲労は機械・構造物の損傷原因の約 8 割を占め，特に応力集中が高くなる溶接部は破壊起点の多くを占める．応力集中係数（K_t）と疲労性能には強い相関があり，K_tの簡易推定式が複数提案されているが，入力条件となる形状パラメータの取得は計測者に強く依存し，多大な労力と時間を要することがその適用上の課題であった．

そこで近年, 3D スキャン技術を活用した形状パラメータ評価手法が提案されているが，得られた形状パラメータは限定的であり，余盛を再構成する上で，元形状と乖離を生じる可能性がある．これに対し，著者ら[1)2)]は，余盛形状全体を 3 種類の関数で一意に同定することにより，各形状パラメータを矛盾なく取得可能な手法を提案するとともに，突合せ溶接継手の軸疲労条件下および曲げ疲労条件下それぞれで個別の疲労性能評価手法を構築した．

一方，実構造物は一般に軸および曲げ荷重が重畳するため，そのような複合荷重下での疲労性能を合理的に評価可能な手法が求められる．日本鋼構造協会（JSSC）疲労設計指針では，曲げ試験の公称応力範囲に対して，曲げ補正係数（γ）として定数 0.8 を乗じた S-N 曲線に基づき評価しているが，S-N 曲線のばらつきは依然として大きく，その適用性に関して十分に明らかにされているとは言い難い．

そこで本研究では，突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能の統一評価手法を提案することを目的とする．具体的には，いずれも自動多断面形状分析により得られるK_tおよび角変形・目違いの影響係数（K_m）に基づく新たな曲げ補正係数 γ を提案するとともに，実験照査によってその適用性を明らかにする．

２．評価対象継手および自動多断面形状分析結果

板厚 16mm の SS400 鋼板を供試材とする突合せ溶接継手を Metal Active Gas（MAG）溶接により作製した．継手形状が疲労性能に与える影響を比較することを目的に，目違いを 4 段階（0,1,2,3mm），ルートギャップを 3 段階（1,2,3mm）に設定し，計 23 体の試験片を作製した．これらの試験片に対して，軸引張疲労試験および 4 点曲げ疲労試験をそれぞれ実施した．それぞれの試験結果について，公称応力範囲に基づき作成した S-N 曲線を Fig.1 (a)に示す．ここで，曲げ試験の公称応力範囲に曲げ補正係数として定数 0.8 を乗じ，軸試験結果に Walker らが提案した応力比補正式を用いて両試験の応力比を-1 に統一している．試験結果のばらつきを示す標準偏差は 0.410 であり，定数 0.8 による補正後においても，軸および曲げ疲労性能のばらつきが依然として大きいことを確認した．

全 23 体の試験片に対して，3D スキャナを用いて形状計測を実施した．3D 点群データから 2 次元断面データを取得し，自動多断面形状分析を実施した結果，得られた関数形状と実形状データが高精度で一致することを確認した．

３．軸および曲げ疲労性能の統一評価

(1) 曲げ補正係数 γ

従来用いられている曲げ補正係数（γ_1=0.8），大沢ら[3)]が提案した軸条件および曲げ条件下のK_tの比（γ_2）（Eq.(1)参照），および本研究で提案するγ_2に軸条件下のK_mを考慮した曲げ補正係数（γ_3）（Eq.(2)参照）の 3 種類を用いて比較検討を行う．

$$\gamma_2 = K_{t_b}/K_{t_a} \quad (1)$$

$$\gamma_3 = \gamma_2/K_{m_a} \quad (2)$$

ここに，K_{t_a}およびK_{t_b}はそれぞれ軸および曲げ条件下のK_t，K_{m_a}は軸条件下のK_mを表す．K_{t_a}およびK_{t_b}は Lawrence らが提案したK_t式を採用し，K_{m_a}は IIW が推奨するK_m式を採用した．

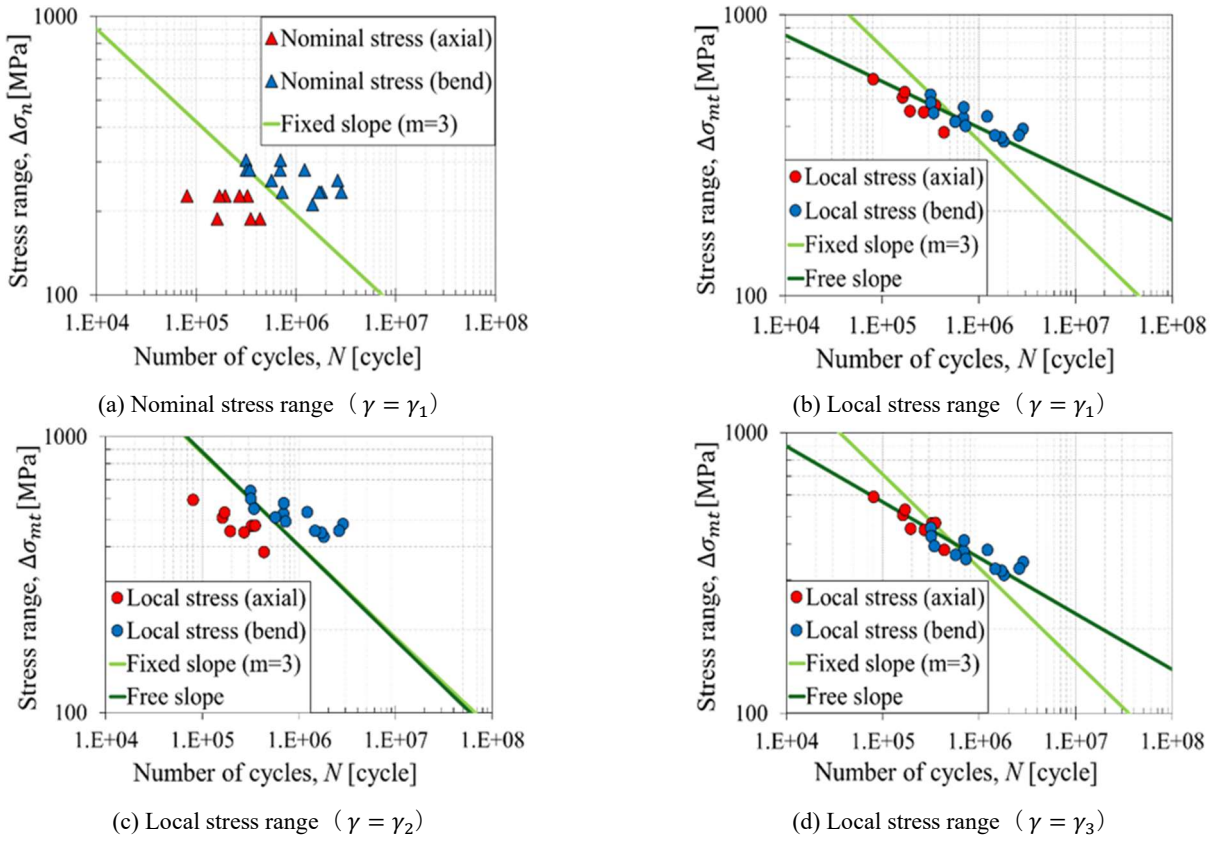
(2) 局所応力範囲による疲労性能評価

公称応力範囲にK_tおよびK_mを乗じて算出した局所応力範囲を評価する．なお，曲げ条件下において，角変形および目違いの影響は小さいことが想定されるため，$K_m = 1$と

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Bending correction factor vs. standard deviation for selected stress range

	Bending correction factor (γ)		
	γ_1	γ_2	γ_3
Nominal stress range（$\Delta\sigma_n$）	0.410	0.524	0.344
Local stress range（$\Delta\sigma_{mt} = \Delta\sigma_n \cdot K_t \cdot K_m$）	0.218	0.394	0.167



(a) Nominal stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(b) Local stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(c) Local stress range（$\gamma = \gamma_2$）

(d) Local stress range（$\gamma = \gamma_3$）

Fig. 1 S-N curve

している．曲げ試験の局所応力範囲を曲げ補正係数γ_1，γ_2，およびγ_3によってそれぞれ補正したS-N曲線をFig.1 (b)-(d)に示す．また，公称応力範囲および局所応力範囲によるS-N曲線の標準偏差をTable 1に示す．これらより，余盛と試験片の形状の影響を考慮した局所応力範囲によってS-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

加えて，3種類の曲げ補正係数γのうち，γ_3を用いた場合のS-N曲線のばらつきが最も小さいことが示された．なお，既存の複数のK_t式およびK_m式を適用した場合も同様の結果を確認した．

以上より，局所応力範囲を曲げ補正係数γ_3によって補正した評価手法が軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることが明らかになった．

4．結言

以下に，検討した自動多断面形状分析に基づく軸および曲げ疲労性能の統一評価手法とそれらを試験結果に適用して得られた知見をまとめる．

(1) 局所応力範囲による評価では，軸条件下において余盛と試験片の形状，曲げ条件下において余盛形状を考慮することで，S-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

(2) 曲げ試験結果から算出した局所応力範囲を曲げ補正係数γにより補正した評価のうち，余盛および試験片の形状の両者の影響を考慮したγ_3を用いる場合に，S-N曲線のばらつきが最も小さくなった．

(3) 曲げ補正係数γ_3を用いて補正した局所応力範囲による評価は，複数のK_t式およびK_m式でも同様の結果を示し，軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることを明らかにした．

参考文献

1) 小川 太希, Luo Pengjun, 堤 成一郎 : 溶接継手の多断面形状分析に基づく疲労性能支配因子評価技術の確立, 土木学会論文集, Vol.81, No.15, 24-15025, 2025.

2) 野田 雄也, 小川 太希, 濱田 柔久, 松尾 祐希, 田中 宏徳, 堤 成一郎 : 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の曲げ疲労性能影響因子の分離評価, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, 25-15034, 2026.

3) Toru Shiratsuchi, Naoki Osawa: Investigation of thickness and bead profile effects on fatigue strength of welded joints based on relative stress gradient, In. J. Fatigue, Vol.134, 105520, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Joint Dimensions of Patch-weld Repair on Load-bearing Performance of Thickness-reduced Steel Plates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣畑　幹人（大阪大・工）　　北村　鉄（大阪大・工）　　蒋　鋒（大阪大・工）
Mikihito HIROHATA, The University of Osaka
Tetsu KITAMURA, The University of Osaka
Feng JIANG, The University of Osaka
E-mail: hirohata@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The influence of joint dimensions of patch-weld repair on load-bearing performance of thickness-reduced steel plates was investigated. The thickness reduction and subsequent patch-weld repair processes were simulated by FE analysis. Based on the results, a design formula for recovering the load-bearing performance of the thickness-reduced steel plates by patch welding was proposed.

１．はじめに

鋼橋の桁端部付近では腐食による損傷事例が多い．腐食により減厚した鋼部材の耐荷性能を回復させる工法の一つに当て板補修がある．溶接による当て板補修は施工性，耐腐食性に優れる点などが長所として挙げられる．一方で，溶接による入熱が補修部材の力学的挙動に及ぼす影響について不明な点が多い．本研究では，減厚鋼板に対する溶接による当て板補修を想定し，溶接によるたわみと残留応力の変化を考慮したうえで，母材および当て板の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能回復効果に与える影響を明らかにすることを目的として，一連の検討を実施した．

２．当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験の再現解析

供試体の形状および寸法を Fig. 1 に示す．健全状態，減厚状態（減厚量 5 mm），補修状態（当て板厚さ 6 mm）の各状態で変化する面外変形および残留応力を測定した．また，健全状態から補修状態に至る過程を熱弾塑性解析により再現した．各種鋼材の温度依存型の材料特性は，既往の研究より参照した [1,2]．溶接の過程では，物体熱流束で入熱し瞬間熱源で再現した [3]．実験と解析の面外変形の比較を Fig. 2 に示す．実験結果と解析結果は概ね一致していることを確認した．各状態の荷重—変位関係を Fig. 3 に示す．実験値と解析値の誤差は，各状態において最大圧縮荷重は平均 8 %以内，弾性剛性は 5 %以内で再現することができた．実験値と解析値の間に多少の差は認められるものの，本解析手法により当て板溶接継手の施工過程および圧縮挙動を概ね再現できると考えられる．

３．継手の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響

周辺単純支持の境界条件のもと，Fig. 4 に示す寸法パターンで，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各パラメータが補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．健全，減厚，補修状態における各モデルに面内方向強制変位を与え，最大圧縮荷重を求めた．各モデルの最大圧縮荷重を耐荷性能として，補修状態の耐荷性能を健全状態の耐荷性能まで回復させることを目標とした．

Fig. 5 に健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，減厚量 d_c に対する当て板厚さ t_p の割合 t_p/d_c の関係を示す．Fig. 5(a)より，減厚幅 b_c = 300 mm においては，減厚量 d_c = 12 mm かつ当て板厚さ t_p = 6 mm のモデル（t_p/d_c = 0.5）を除いて，健全状態の耐荷性能を上回った．Fig. 5(b)および(c)より，減厚幅 b_c = 400 mm では $t_p/d_c \geqq 1$，減厚幅 b_c = 500 mm では $t_p/d_c \geqq 1.5$ で健全状態の耐荷性能を上回った．補修状態の耐荷性能

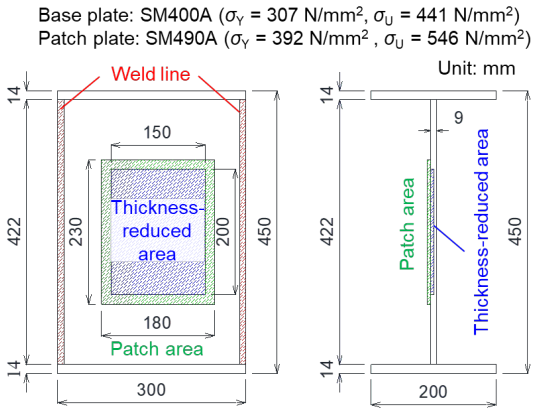


Fig. 1 Shape and dimension of specimen.

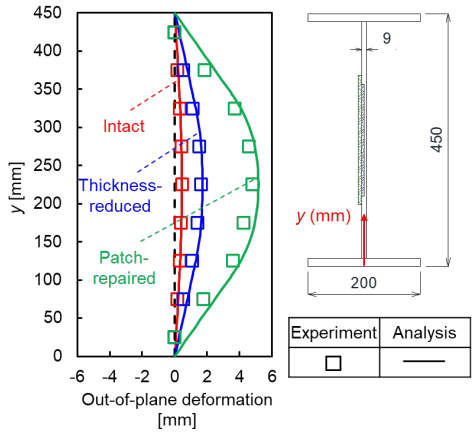


Fig. 2 Out-of-plane deformation.

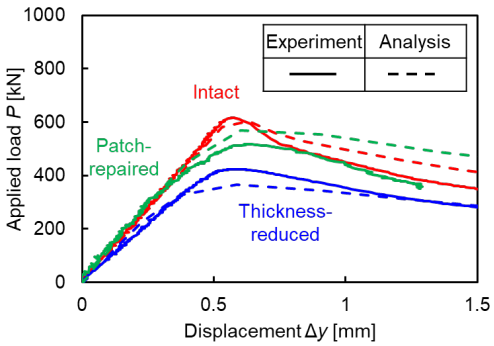


Fig. 3 Relationship between load and displacement.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を確保するのに必要な当て板厚さ t_p は，減厚幅 b_c の大きさによって異なることが分かった．

検討した全モデルにおいて，健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，式(1)により算出したパラメータ R_p の関係を Fig. 6 に示す．

$$R_p = \left(\frac{t_p + t_c}{t_b}\right)\left(\frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(1 - \frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

第 1 項は，各モデルの母板厚さ t_b に対する当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計の割合と，母板幅 b_b に対する当て板幅 b_p の割合の 1/3 乗の積である．板の座屈強度を支配する板の曲げ剛性は，板厚の 3 乗に依存する．また，軸方向圧縮荷重への抵抗には板幅が寄与する．当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計を当て板継手の板厚とみなしたうえで，板厚と板幅の圧縮強度への寄与の度合いの違いを考慮し，それぞれ母板厚さ t_b と母板幅 b_b で無次元化したものである．一方，第 2 項は，圧縮荷重の作用が進行するにつれ，降伏開始以降，当て板に覆われていない母板の健全領域が後座屈強度として最大荷重の向上に寄与することを考慮したものである．P_{max}/P_0 と R_p の間には比較的良好な対応が認められる．Fig. 6 より，すべての補修状態の耐荷性能の下限に位置する緑の点線は式(2)で表される．

$$\frac{P_{max}}{P_0} = -1.49{R_p}^2 + 4.02R_p - 1.47 \quad (2)$$

式(2)は，本研究で検討した周辺単純支持板における当て板溶接補修の耐荷性能と減厚状態および当て板の各寸法の関係を示す．P_{max}/P_0 が 1 となる R_p の値は約 0.95 である．したがって，周辺単純支持板の種々の減厚状態に対して，R_p の値が 0.95 となるように当て板溶接継手の各寸法を設定すれば，健全状態の耐荷性能を上回るように補修設計を行うことが可能になる．

4．まとめ

(1) 当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験を行い，一連の過程を熱弾塑性解析および弾塑性有限変位解析で再現した．各状態の荷重—変位関係に多少の誤差は認められたが，解析手法の妥当性を確認することができた．

(2) 周辺単純支持の境界条件で，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各寸法が補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．補修状態の耐荷性能を評価するパラメータを提案し，周辺単純支持板における当て板溶接補修の設計曲線を提示した．

謝辞

本研究の一部は，公益財団法人高速道路調査会令和 6 年度研究助成を受けて実施した．ここに記して謝意を表す．

参考文献

1) 中川弘文，鈴木弘之：鋼梁の崩壊温度，鋼構造論文集，6 巻，22 号，pp.57-65，1999.
2) 野澤修平，廣畑幹人：有限要素法によるすみ肉溶接の変形および残留応力解析におけるシェル要素の適用に関する検討，鋼構造論文集，29 巻，113 号，pp.41-54，2022.
3) 金裕哲，朴正雄，堀川浩甫：面外変形・残留応力に及ぼす溶接諸条件の影響，鋼構造論文集，5 巻，17 号，pp.85-91，1998.

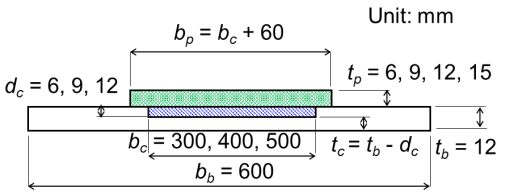
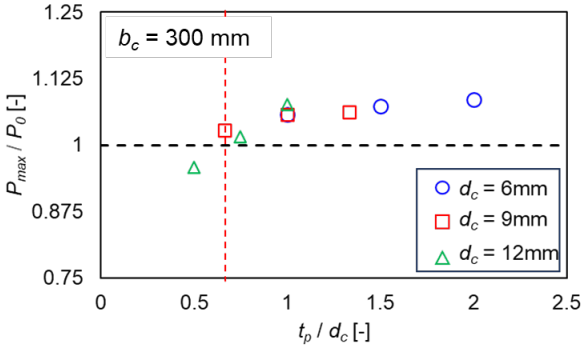
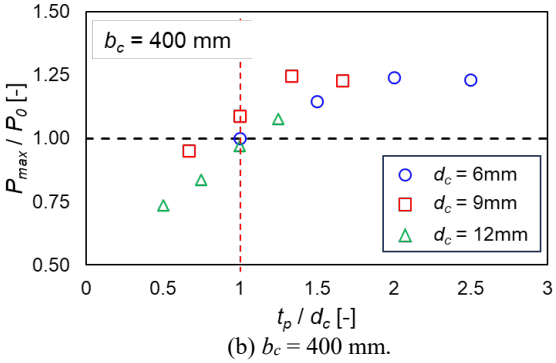


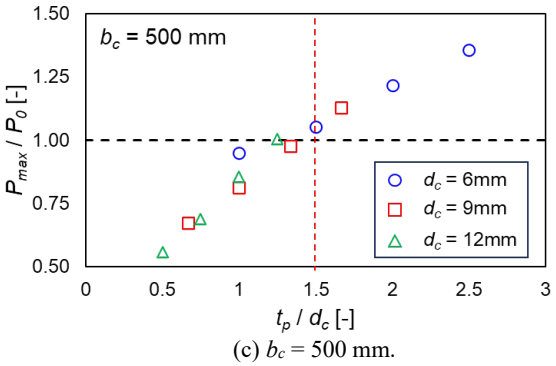
Fig. 4 Dimensions of joints.



(a) b_c = 300 mm.



(b) b_c = 400 mm.



(c) b_c = 500 mm.

Fig. 5 Repair effect by patch weld

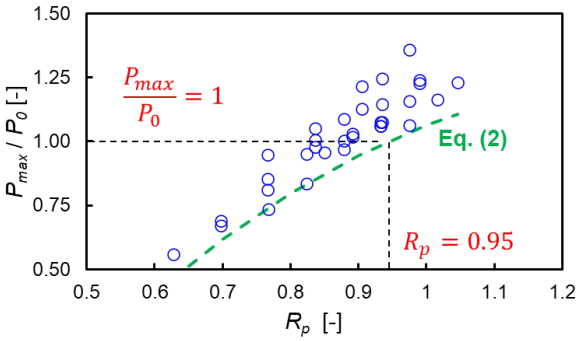


Fig. 6 Design curve of patch-weld repair.

剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

Mechanical Analysis and Design Load Evaluation of Boundary Structures Positioned Between Rigid and Flexible Structures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮原　邑太（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Yuta MIYAHARA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: ed24010@nda.ac..jp

A new classification framework for ‘boundary structures’ in debris flow flexible barriers is proposed and an experimental investigation is conducted to develop a rational load evaluation model for boundary structures. The proposed load model shows good agreement with the experimental results. These findings contribute to the establishment of a stiffness-based design methodology for flexible barriers used in debris-flow mitigation.

１．はじめに

土石流対策構造物は，主として鋼やコンクリートで構成された剛な構造である．これに加えて，ネットやワイヤで構築される柔な構造もあり，一般的に柔構造として区分されている．これらは，地形条件や設置目的等を考慮し適所に採用されてきた．剛構造と柔構造には明確な構造的な差異があるものの，共通的に従来の設計基準 [1]に基づく照査が行われている．しかし，従来手法の柔構造への適用性については十分に検討されているとは言い難い．

柔構造は本来，落石対策を主目的として発展してきた構造形式である．落石対策としての柔構造は，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを吸収することを設計思想の中心とし，エネルギー照査法が主たる評価指標となっている．一方で，土石流は極めて大きなエネルギーを有するものの，その作用は点的ではなく面的かつ持続的であり，落石と同様に大変形を前提とした設計思想を適用することは合理的でない．

そこで本研究では，土石流対策工として用いられる柔構造のうち，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも，また落石対策構造のように大変形を前提とすることも適切でない構造状態を「境界構造」と定義し，境界構造における力学的特徴を整理する．さらに，実験結果に基づき，その設計区分および荷重評価の考え方について考察するものである．

２．境界構造の定義

２．１　各構造物の区分

構造物の力学的挙動に基づき，剛構造，境界構造および柔構造の概念を Table 1 の通りに区分した．剛構造の設計においては，剛体近似に基づく安定性照査や応力照査が基本となる．一方，柔構造は落石対策として用いられてきたネット構造に代表される構造形式であり，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを散逸させることを設計思想の中心とする．これらの境界に位置する構造状態として，境界構造を導入する．境界構造は，落石衝突時に見られるような短時間・点的な衝撃作用を受ける柔構造とは本質的に異なる挙動を示す．すなわち，面的かつ比較的持続的に作用する土石流外力を捕捉面全体で受け止め，構造の変形に伴って荷重が空間的に再配分される構造状態である．境界構造では柔構造のような大変形による運動エネルギー吸収を設計の前提とすることは適切ではない．併せて，土石流の運動エネルギーを定量的に評価することは困難であり，直接適用することには課題がある．また，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも合理的ではない．

２．２　剛性比 η の導入と領域区分の定義

設計実務への適用性を考慮し，構造特性を表す無次元指標として剛性比 η を導入する．これは構造物全体の変形挙動を代表する等価剛性に基づく指標である．剛構造に比して変形が顕著となる構造物の応答を代表する等価剛性 k_{eq} を導入し，η を次式で定義する．

$$\eta = \frac{k_{eq}}{k_{ref}} \tag{1}$$

ここで，k_{eq}：剛構造以外の評価対象の剛性（等価剛性），k_{ref}：基準とする剛構造物の剛性（基準剛性）である．

なお，等価剛性は厳密値ではなく，実験・解析および既往の知見に基づく代表値として扱う．η に基づき，構造状態を以下の 3 領域に区分する（Table 1）．

1) 領域 I（剛構造）：従来の土石流設計荷重（荷重成分・分布・作用高）に準拠して評価可能な構造状態とし，剛性比 η が概ね β 以上となる領域（$\eta > \beta$）と定義する．
2) 領域 II（境界構造）：土石流作用下において，構造変形が荷重特性に無視し得ない影響を与える構造状態であり，提案する荷重分布モデルを適用できる領域とする．柔・剛構造の影響も無視できない範囲として $\alpha \le \eta \le \beta$ と定義する．
3) 領域 III（柔構造）：落石等の作用において変位およびエネルギー吸収が支配的となる構造状態であり，$\eta < \alpha$ と定義する．ただし，ここでは当該領域の詳細な検討は扱わない．

Table 1 Classification of each structure

Category I: Rigid structure ($\eta > \beta$)	Category II: Boundary structure ($\alpha \le \eta \le \beta$)	Category III: Flexible structure ($\eta < \alpha$)
・Rigid body assumption ・Load distribution across the acting surface	・Overall surface deformation ・Influence of deformation on load ・Partial rigid structural response	・Deformations occur on the flexible side ・Large deformations due to localized loads ・Rigid bodies only exert reaction forces
・Stress σ (stress verification) ・Bending, shear ・Stability verification	・Tension in flexible members and bending in rigid members ・Focused on member force evaluation	・Maximum tensile force T_{max} ・Energy verification

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

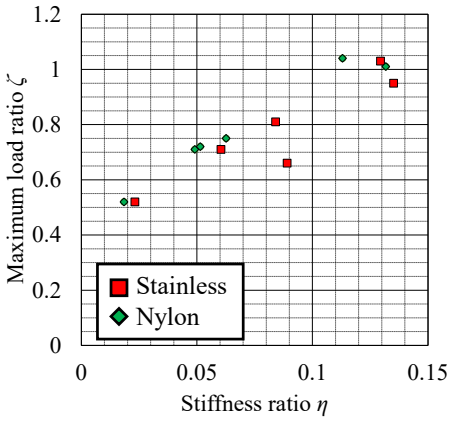


Fig. 1 Influence of stiffness ratio on maximum load ratio

なお，η は構造応答の支配無次元量であり，入力条件が一定であれば剛性比により整理可能である．

３．実験結果を基準とした境界構造の区分

３．１　実験の概要

境界構造の評価手法を検討するため，既報の結果 [2), 3)]を再整理した．本節では実験の概要を示す．実験は，長さ 4,350 mm，幅 300 mm の直線水路を用い，下流部に荷重計測装置を設置して，流下してきた土石流を捕捉した際の作用荷重を計測した．捕捉面には，変形が微小な剛構造モデルと，変形を許容するネットを設置し，これを境界構造モデルとする．ネットの材質は，ステンレスワイヤおよびナイロンの 2 種類とし，構造特性の違いが作用荷重に及ぼす影響を比較した．土石流条件としては，流速の異なる 6 種類のケースを設定し，各条件において荷重計測を行った．その結果，剛構造と境界構造に作用する荷重には明瞭な違いが確認された．特に，流速の大きい場合には，両構造に生じる最大荷重の差は小さくなる傾向が認められた．一方，多くのケースにおいて，境界構造に生じる最大荷重は剛構造よりも小さくなることが確認された．なお，境界構造の最大変形量については，柵高の半分以下であり，落石防護柵等で生じる大変形は確認されなかった．

３．２　実験結果に基づく境界構造の範囲

実験結果に基づき，構造特性を表す指標として剛性比 η を整理した．境界構造の等価剛性は，計測された最大荷重 F_{max} と最大変形量 δ_{max} との比（$k_{eq} \approx F_{max}/\delta_{max}$）により簡易的に評価した．基準剛性は，直径 ϕ 318.5 mm，板厚 t10.3 mm の片持ち梁を仮定して算出した．Fig. 1 は，境界構造と剛構造に生じた最大荷重の比率と，算出した剛性比 η との関係を整理したものである．Fig.1 より，η が概ね 0.05～0.01 付近を境に，剛構造と境界構造の作用荷重の差が拡大する傾向が確認された．この結果は，構造剛性の相対的な大きさが荷重伝達特性に影響を及ぼすことを示しており，η に基づく設計領域区分が整理指標となり得ることを示している．

３．３　境界構造の荷重評価手法の提案

現行の土石流設計荷重は，土石流流体力を構造に対して垂直に作用させるとともに，流動層以下に堆積した土砂による荷重の合力として評価されている [1)]．しかし，実験結果より，構造的特性の差異を考慮しない現状の荷重評価手法では実際に生じる荷重を過大に見積もる可能性がある．荷重計測結果と実験映像の比較検討の結果，剛構造と境界構造では以下 2 点の差異が確認された．

1)　土石流が構造物天端へ到達する際の衝突角度が，構造特性によって異なる場合がある．

2)　堆積土砂による静的荷重成分は，条件に依らず境界構造の方が剛構造より小さくなる傾向が認められた．

これらは，土石流捕捉時の流体力および堆積礫荷重に直接的に影響を与える因子となる．

以上の結果から，境界構造に対しては，衝突角度の影響および堆積土砂の荷重の低減効果を考慮した荷重評価手法が妥当と考え，Fig. 2 に示すような荷重分布モデルを提案する．本提案手法による算定値と実験値との比較結果を Fig. 3 に示す．現行設計に基づく評価では過大となる傾向が認められたのに対し，本提案手法は実験値と良好な対応を示した．これは，境界構造における適切な分布に基づく荷重による照査の可能性を示すものである．

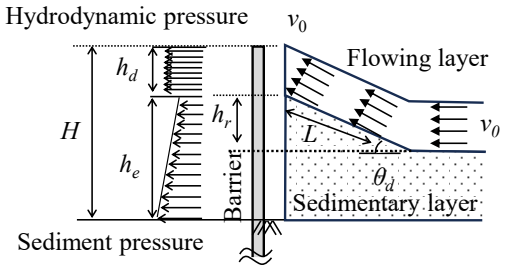


Fig. 2 Diagram of proposed debris flow load model

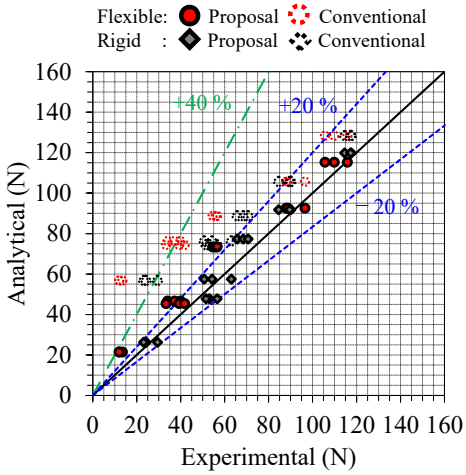


Fig. 3 Comparison of analytical and experimental values

４．まとめ

本研究では，新たな構造の評価区分として境界構造の領域について定義し，実験結果に基づく境界構造の区分を行った．また，定義された境界構造と剛構造との荷重の差異や土石流の衝突挙動について分析し，境界構造にも適用可能な新たな荷重評価手法を提案し，その妥当性についても確認した．

参考文献

1)　国土交通省 国土技術政策総合研究所：土石流・流木対策設計技術指針 解説，国総研資料 905 号, 2016.

2)　宮原邑太，堀口俊行：石礫型土石流の流速が柔構造物に及ぼす荷重緩衝効果の検討，砂防学会誌，78(5), pp.14-23, 2026.

3)　Y. Miyahara and T. Horiguchi: Study on velocity of flow velocity of bouldery debris flow on impact load on flexible barriers, Proceedings of 15th SILOS, pp.68-79, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

Effects of the Column on the Slab in Transmission Tower Foundations
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

阪村　七々郁（香川大・院）　　中泉　陽菜（奥村組）　　村上　知則（四国総研）
松島　学（香川大）　　吉田　秀典（香川大・創工）
Nanaka SAKAMURA, Kagawa University
Hina NAKAIZUMI, Okumura Corporation
Tomonori MURAKAMI, Shikoku Research Institute INC.
Manabu MATSUSHIMA, Kagawa University
Hidenori Yoshida, Kagawa University
E-mail: yoshida.hidenori@kagawa-u.ac.jp

In this study, pull-out tests simulating transmission tower foundations were conducted to investigate the influence of the column on the mechanical properties of the slab. The results confirmed that the presence of the column contributes to an increase in the bending cracking capacity up to the onset of interfacial separation between the column and the slab. In contrast, no significant influence of the presence or size of the column was observed on shear cracking capacity.

１．はじめに

近年，人口減少や省エネルギー化が進む一方で，データセンター等の普及により電力需要は増加している．わが国では，発電所と需要地が地理的に離れており，電力の安定供給には，送電施設の維持管理が重要となる．送電鉄塔の多くは 1960 年前後に建設され，無筋かつ老朽化が進行している上に，気候変動により自然外力が増大しているが [1]，材料費の高騰により，全面更新は困難であり，合理的かつ経済的な補修・補強による長寿命化が求められている．

送電鉄塔基礎は床版部と柱体部から構成されるが，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響は十分に検討されていない [2]．そこで本研究では，鉄塔基礎の合理的な補修・補強設計に資することを目的として，柱体部が床版部に及ぼす影響を明らかにする．

２．試験体概要

本研究では，実構造物の鉄塔基礎を 1/6 スケールで模擬したコンクリート試験体を作製し，引揚試験を実施した．支配的となる基礎体の破壊形態として曲げ破壊およびせん断破壊を想定し，これらに対応する試験体を計画した．

曲げ破壊対象試験体として，柱体部を有しない試験体（SPM01）および柱体部を有する試験体（SPM02）を，また，せん断破壊対象試験体として，柱体部の寸法を変化させた 2 種類の試験体（SPS01，SPS02）を作製した．これらに対して引揚試験を実施し，柱体部の有無および寸法の相違が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．

試験体は，つかみプレート，主脚材，取付板，いかり材の鋼材部とコンクリートから構成される．想定した破壊形態が支配的となるよう，配筋量および配筋配置を適切に設定した．試験体の概要を Table 1 に示す．引揚試験では，基礎体に作用する風荷重を想定した引揚力を載荷し，荷重―変位関係，ひび割れ性状および最終破壊形態を評価した．

３．試験結果および考察

各試験体の耐力の計算値と測定値を Table 2 に示す．なお，朱書の値は最終耐力を表している．

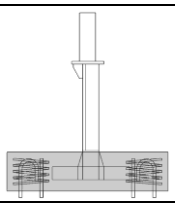
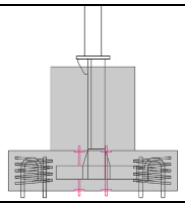
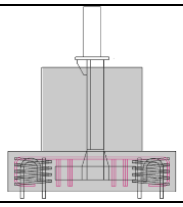
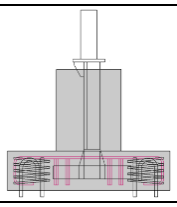
3.1　SPM01 試験体

SPM01 は，Fig.1 に示すように，34kN で十字状の曲げひび割れを生じて破壊に至った．Fig.2 より，測定値は計算値とほぼ同等で，当初想定通りの破壊挙動を示した．

3.2　SPM02 試験体

SPM02 は，まず，いかり材と取付板の接合部から柱体部の角部に向かってせん断ひび割れが発生･進展し，その後，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが発生すると想定していた．しかし，実際には，40kN で曲げに起因したひび割れが頂面に発生し，55kN で柱体部と床版部が剥離と同時に，明確な十字状の曲げひび割れが生じて破壊に至った（Fig.3，4 参照）．当初，せん断ひび割れが曲げひび割れに先行して発生し，かつ，柱体部と床版部は破壊に至るまで一体化していると想定としていたが，試験では，柱体部が剥離し，SPM01 と同様，十字状の曲げひび割れが卓越して破壊に至った．ここで，柱体部が半分程度剥離したと仮定して曲げひび割れ耐力を再計算すると，測定値に

Table 1 Overview of test specimens.

破壊モード	曲げ破壊モード		せん断破壊モード	
試験体名	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
試験体図				
柱体部	無	有	大	小
柱体幅／床版幅	―	0.5	0.6	0.4
補強筋（淡赤	―	せん断補強筋 2 本	曲げ補強筋 16 本	曲げ補強筋 16 本

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 2 Calculated and measured values.

	耐力(kN)	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
計算値	曲げひび割れ	36.9	73.7	92.2	61.4
	せん断ひび割れ	(61.0)	73.5	144.1	103.7
	最終耐力	-	-	164.6	164.6
測定値	曲げひび割れ	34.0	55.0	60.0	50.0
	せん断ひび割れ	-	×	65.0	55.0

近い 55.9kN となる．また，柱体部が無い（SPM01 試験体）場合，せん断ひび割れ耐力は 60kN 程度であることを考えると，SPM02 は，想定とは異なり，せん断ひび割れは発生せず，柱体部と床版部の剥離が生じた後，十字状の曲げひび割れが発生して破壊に至ったと類推される．

3.3 SPS01 試験体

SPS01 は，まず，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが，その後，いかり材と取付板の接合部からせん断ひび割れが発生し，破壊に至ると想定していた．しかし，実際には，60kN で柱体部と床版部の剥離および十字状の曲げひび割れが，その後，65kN で放射状のせん断ひび割れが発生し，破壊に至った（Fig,5，6 参照）．SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 60.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況より（Fig.7 参照），いかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し（灰色網掛），曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かると，その角度を低角に変えた（朱色網掛）ものと類推される．角度が低角となったことで，柱体部がない SPM01 にて想定したせん断破壊面より大きくなり，その結果，SPM01 の計算値より大きな値である 65kN でせん断ひび割れ破壊に至ったものと考える．

3.4 SPS02 試験体

SPS02 は，SPS01 と同様の破壊現象を呈し，SPS01 との違いは，SPS02 は SPS01 より柱体部が小さい分，曲げひびわれならびにせん断ひび割れに対する両耐力が低下すると想定していた．しかし，実際には，SPS01 と同様，50kN で十字状の曲げひび割れが発生・進展し，60kN で放射状のせん断ひび割れが発生して破壊に至った（Fig,8，9 参照）．ここでも，SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 50.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況（Fig.9）は，SPS01（Fig.7）と類似しており，その発生メカニズムも概ね同様であると推察される．また，SPS02 においても，せん断破壊面が曲げ補強筋位置に達すると破壊進展角度が緩やかとなり，せん断破壊面の広がりは SPM02 より大きくなった．このことから，せん断ひび割れ耐力は SPM02 より増大したと考えられる．一方で，柱体部寸法の大きい SPS01 と比較するとせん断破壊面は小さく，その結果，せん断ひび割れ耐力は SPS01 より低下したと考えられる．SPS02 については，試験後，ハンマーで砕いてせん断破壊面を露出させたところ，類推通り，せん断破壊はいかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し，曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かって，その角度を低角に変えていた．

4．まとめ

本研究では，鉄塔基礎を模擬した引揚試験により，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．その結果，柱体部は，柱体部と床版部の界面において剥離が生じるまでは曲げひび割れ耐力の向上に寄与することが確認された．一方で，せん断ひび割れ破壊に対しては，柱体部の有無および寸法の違いによる顕著な影響は認められなかった．以上より，床版部のせん断耐力の向上を目的としてせん断補強を施すことにより，せん断耐力の増大が期待できるとともに，当該補強によって柱体部と床版部の一体性が向上すれば，曲げ耐力の向上にも寄与する可能性が示唆された．

参考文献

1) 環境省：気候変動による災害激甚化に関する影響評価について 勢力を増す台風～我々はどのようなリスクに直面しているのか～，pp.11-18，2023.10.
2) 田邊成，斎藤修一，三島徹也，安雪暉：送電用鉄塔基礎の 4 本支持杭および直接支持床板における押抜きせん断耐力に関する研究，土木学会論文集，No.739/V-60，pp.1-13，2003.8.

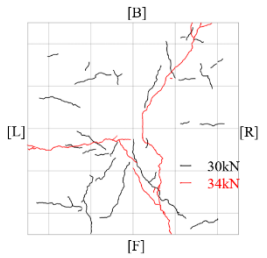


Fig.1 Crack pattern (SPM01)

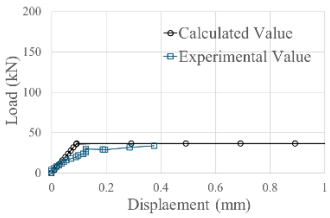


Fig.2 *P*-δ curve (SPM01)

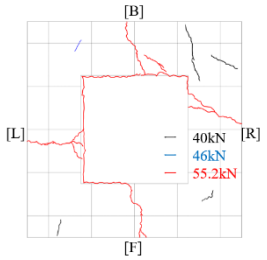


Fig.3 Crack pattern (SPM02)

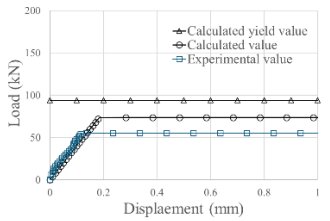


Fig.4 *P*-δ curve (SPM02)

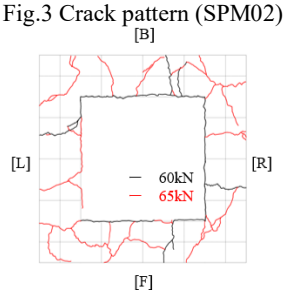


Fig.5 Crack pattern (SPS01 up)

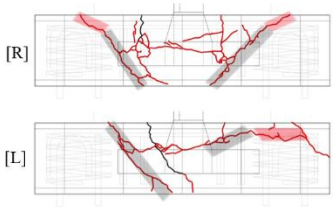


Fig.6 Crack pattern (SPS01 side)

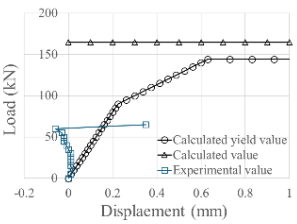


Fig.7 *P*-δ curve (SPS01)

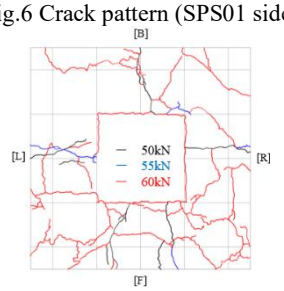


Fig.8 Crack pattern (SPS02 up)

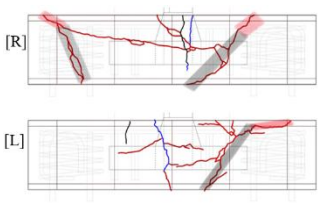


Fig.9 Crack pattern (SPS02 side)

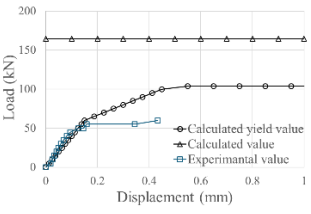


Fig.10 *P*-δ curve (SPS02)

弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法における FEM 要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

Investigation on the Dependence of FEM Element Size and Spatial Distribution in Elasto-Plastic Fatigue Crack Growth Life Evaluation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西垣　駿（大阪大・工）　桐生　泰輔（大阪大・工）　田中　颯人（大阪大・工）　中村　源太（大阪大・工）
柴田　誉（住友重機械工業（株））　フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　堤　成一郎（大阪大・工）
Shun NISHIGAKI, The University of Osaka
Taisuke KIRYU, The University of Osaka
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Genta, NAKAMURA, The University of Osaka
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

As the majority of damage in machines and structures is attributed to fatigue, there is a strong demand for establishing simulation technologies capable of predicting the life to fatigue fracture. The authors have previously proposed a unified evaluation method covering the process from fatigue crack initiation to fracture, based on elastoplastic FEM analysis. However, the crack propagation parameter used in this evaluation is dependent on the element size. Consequently, a remaining challenge is the high computational cost incurred when a small element size is specified. In this study, focusing on SENT specimens made of SM490A steel, a relational expression between the crack propagation parameter and the element size is proposed. Furthermore, the effects on prediction accuracy and analysis time were investigated using a model in which the element size was gradually increased in the crack propagation direction.

1．緒言

機械・構造物の損傷の多くは疲労に起因する [1]と言われる中，複雑な荷重履歴に対する疲労破壊までの寿命を高精度かつ簡便に予測可能なシミュレーション技術の確立が望まれる．著者らは，弾塑性 FEM シミュレーション結果から得られる局所的な弾塑性応答に基づき，疲労亀裂の発生寿命および破断までの進展寿命を統一的に評価可能な手法を提案 [2-4]している．本評価に用いる亀裂進展パラメータΔaは，亀裂先端近傍に位置する要素のサイズ（以降，要素サイズl）に依存して決定される．そのため，高精度な評価を目的として，要素サイズlを小さく設定した場合に計算コストが高くなることが課題としてあげられる．一方，先行研究 [2]では，CT 試験片を模擬した要素サイズl=0.005mm から 0.05mm の 2D モデルについて，試験結果を高精度で予測可能なΔaと要素サイズlの関係を定式化することにより，要素サイズlに非依存な疲労性能評価手法を提案している．しかしながら，計算コストの削減に有効な要素サイズlが大きな条件（l >0.05mm）に加えて，要素サイズlを不均一に配置したモデルへの適用性について検討はされていない．

そこで本研究では，SM490A からなる SENT 試験片を対象として，亀裂近傍に均一な要素サイズlのモデルを採用するとともに，疲労試験結果を再現可能な疲労亀裂進展パラメータΔaと最小評価距離a_0との関係式を提案する．次に，要素サイズlを亀裂進展方向に段階的に大きくしたモデルに対する提案手法の予測精度および解析時間に及ぼす影響について検討を行った．

2．弾塑性疲労性能評価手法の適用性検証

本研究で採用する疲労亀裂進展速度da/dNの評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し載荷に伴う弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [5]を採用した弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部の節点で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [3]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さ a における亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し回数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \qquad (1)$$

本手法の適用性検証として，SENT 試験片の疲労試験結果を対象に再現解析を行った．解析に使用した FE モデル（要素タイプ : 6 面体 1 次要素，要素サイズ : $l = 0.05mm$）を“基本モデル”と称し，Fig. 1 に示す．本解析により得られたサイクル数Nと亀裂長さaの関係を Fig. 2 に示す．これより，異なる最大応力および応力比で取得された実験結果の傾向を概ね再現可能であることが確認できる．

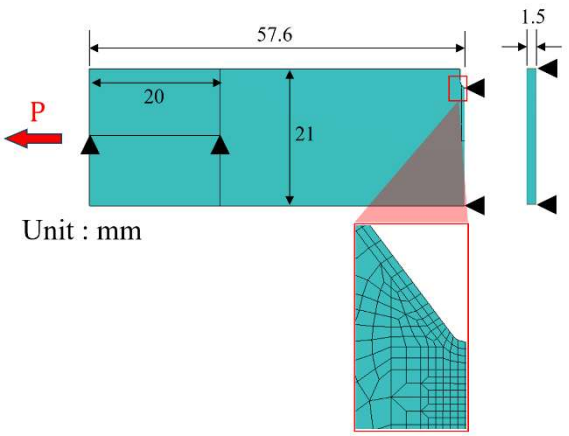


Fig.1　FE mesh and boundary conditions for SENT specimen

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

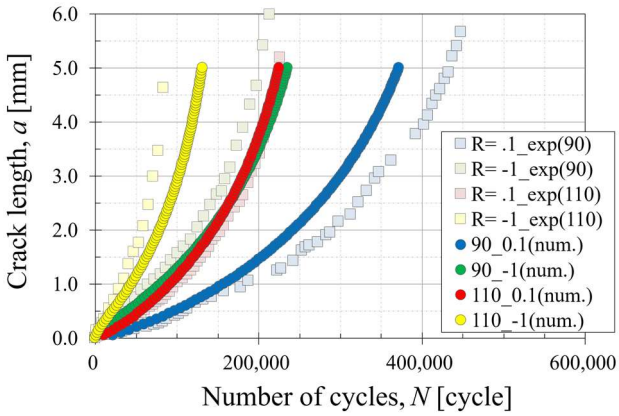


Fig. 2 Crack length vs. number of cycles

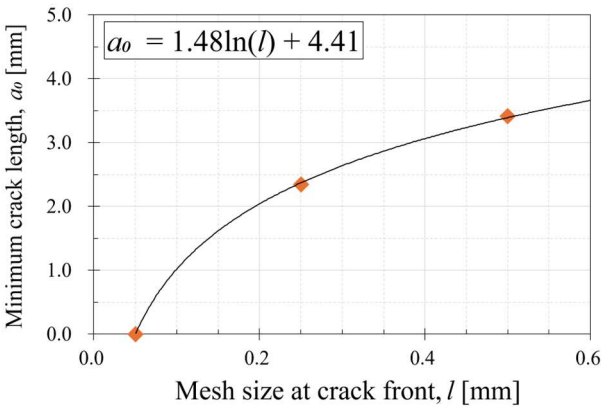


Fig. 3 Minimum crack length vs. mesh size at crack front

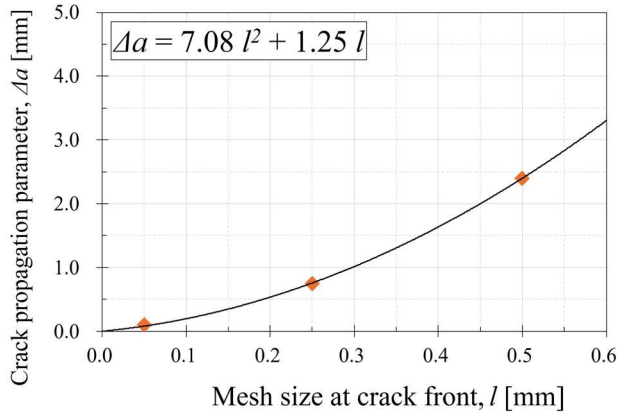


Fig. 4 Crack propagation parameter vs. mesh size at crack front

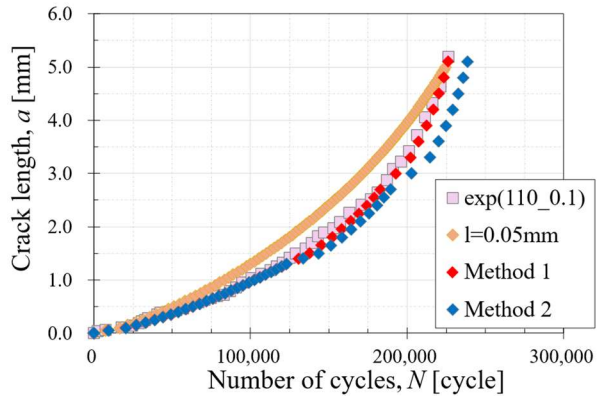


Fig. 5 Crack length a vs. number of cycles

３．要素サイズ影響に関する検討

要素サイズlを均一に設定した 3 種類（0.05/0.25/0.50 mm）の“均一要素モデル”に対する評価を実施した．ここで，疲労亀裂発生位置や発生直後の短い亀裂に関しては，切欠き部の形状再現性の影響を受けることから，適切な要素サイズlを設定する必要がある．そこで，
Δaの決定プロセスにおいて，実験結果との照査に採用する亀裂長さ(mm)の評価区間を$[a_0, 5]$と設定する．なお，基本モデルと同程度に実験結果を予測可能なa_0およびΔaを他の要素サイズlにおいても決定するとともに，得られたa_0とlの関係およびΔaとlの関係をそれぞれ$a_0 = 1.48ln(l) + 4.41$および$\Delta a = 7.08l^2 + 1.25l$として規定した（Fig. 3 および 4 参照）．

４．段階要素モデルに関する検討

要素サイズlを基本モデルと同じ 0.05mm から 0.30mm まで段階的に変化させた“段階要素モデル”に対して検討を行った．また，要素サイズlが急激に変化する領域での亀裂進展速度の評価手法として，次の 2 種類の手法について比較を行った．すなわち，亀裂進展速度の評価に採用する要素サイズlとして，Method1：亀裂先端節点の前方の要素サイズlを採用，Method2：亀裂先端節点を共有する前後の要素サイズlの平均値を採用した．基本ケースを含めた評価結果を実験結果とともに Fig. 5 に示している．これより，いずれのケースにおいても，実験結果を概ね再現可能であり，更に段階要素モデルによって，基本モデルと比較して解析時間を大幅に短縮するなど，その有用性を確認した．

５．結言

本研究では，要素サイズlやその分布に非依存な疲労性能予測手法の提案を目的として，疲労性能評価手法の要素サイズ依存性及び，段階要素モデルに対する適用性について検討を行った．その結果，任意の要素サイズ l に対してa_0およびΔaを決定可能な関係式を提案した．また，段階要素モデルに対する検討により，疲労亀裂進展挙動を高精度かつ短縮時間で評価可能であることを示した．

参考文献

1) 日本材料学会編: 疲労設計便覧, 1995,養賢堂.
2) 堤成一郎, 長濱啓和, Riccardo Fincato: 局所的弾塑性応答に基づく鋼材の疲労き裂発生および伝播寿命評価, 土木学会論文集 A2, 75, 2 (2019), I_445-O_453.
3) 柴田誉, 桐生泰輔, 佐藤啓介, フィンカト リカルド, 堤成一郎: 弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法, 土木学会論文集, 81, 15 (2025), 24-15028.
4) 田中颯人, フィンカト リカルド, 高木芳史, 崎本隆洋, 堤成一郎: 分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究, 土木学会論文集, 82, 15(2026), 25-15030.
5) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

Time-Consistent Risk Evaluation for Infrastructure Maintenance under Uncertainty of Stochastic Property (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石橋　明香里（東京大・工）　本田　利器（東京大・新領域）
Akari ISHIBASHI, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: ishibashi-akari@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study proposes a time-consistent risk evaluation framework for infrastructure maintenance under uncertainty of stochastic properties. Conventional maintenance planning relies on expected life-cycle cost (LCC) evaluation, which cannot adequately capture extreme events. Tail risk measures have therefore attracted increasing attention. To incorporate distributional uncertainty, Entropic Value-at-Risk (EVaR) with a Kullback–Leibler (KL) divergence constraint is employed. A nested risk structure is adopted to ensure time consistency in sequential decision-making problems. Numerical simulations of RC slab deterioration demonstrate that the method provides estimates closer to true risk values at the initial decision stage.

1. はじめに

インフラ維持管理では，劣化予測に基づくリスク評価が合理的な意思決定を支える基盤となる．従来の維持管理計画では，期待値に基づく LCC (Life cycle cost) 評価が広く用いられてきた．しかしながら，期待値に基づく評価は極端事象の影響を十分に反映できないという問題を有する．このため，近年ではテイルリスクに着目したリスク評価指標の研究がなされており，数学的にも優れた性質を有する代表的なものとして Conditional Value-at-Risk (CVaR) がある．

実構造物の劣化過程は本質的に不確実であり，劣化モデルにおいて仮定した確率分布が真の分布と乖離する可能性を常に含んでいる．従来のリスク評価手法では，劣化過程の確率特性は特定の確率分布によりモデル化されることが一般的である．しかしながら，実際の劣化挙動との乖離可能性を含む分布の誤差は，評価指標の中で明示的には考慮されていない[1]．さらに，インフラ維持管理は逐次的意思決定問題であるため，評価指標には時間的整合性が要求される．すなわち，将来時点から評価した場合にも，過去の意思決定と矛盾しないリスク評価が必要となる．

本研究では，確率特性の不確実性を明示的に考慮可能かつ時間的整合性を満たす動学的リスク指標の構築を行う．

2. 確率分布の不確実性を考慮した評価枠組み

確率分布の不確実性を扱うため，Entropic Value-at-Risk (EVaR)[2] に着目する．損失を表す確率変数 X に対し信頼水準 $\alpha \in (0,1)$ における EVaR は次式で定義される．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \inf_{\theta>0}\left\{\frac{1}{\theta}\left(\ln \mathbb{E}[e^{\theta X}] - \ln(1-\alpha)\right)\right\} \tag{1}$$

EVaR は，同一の信頼水準 α において，$\mathrm{VaR}_\alpha(X) \le \mathrm{CVaR}_\alpha(X) \le \mathrm{EVaR}_\alpha(X)$ の関係を満たすことが知られている．すなわち，EVaR は広く用いられているリスク指標である VaR および CVaR と比較して，より保守的なリスク評価を与える．さらに，EVaR は以下の双対表現を持つ．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \sup_{Q \ll P}\left\{\mathbb{E}_Q[X] \,\middle|\, D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) \le -\ln(1-\alpha)\right\} \tag{2}$$

ここで P は想定分布，Q は真の分布候補，$D_{\mathrm{KL}}(Q\|P)$ は Q と P の間の Kullback-Leibler (KL) 距離を表す．この双対表現は，EVaR が想定分布から一定の KL 距離内に存在する分布のうちで最大の期待損失を表すことを意味する．

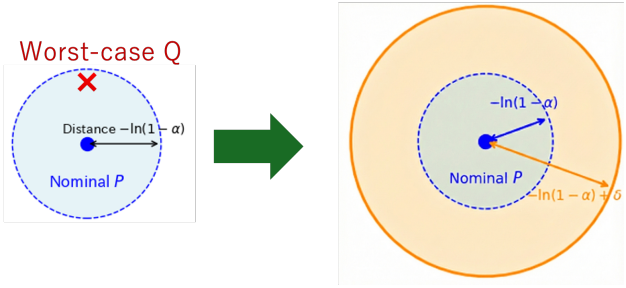


Fig. 1　Description of distributional uncertainty in EVaR

本研究では，上述の双対表現の性質に基づき，確率分布の不確実性を KL 距離として導入する．EVaR の双対表現において，信頼水準 α は，想定分布 P を中心とする KL 距離 $-\ln(1-\alpha)$ の分布集合を規定する．すなわち，リスク評価は，この分布集合内に存在する最悪分布に対する期待損失として解釈される．ここで，確率分布の不確実性を考慮するため，分布不確実性 δ を導入し，

$$-\ln(1-\alpha') = -\ln(1-\alpha) + \delta \tag{3}$$

と定義する．この関係は，**Fig.1** に示すように，KL 距離球の半径を拡張する操作に対応する．すなわち，想定分布 P から KL 距離 δ 以内に存在する追加的な分布の揺らぎを考慮することを信頼水準の引き上げ $\alpha \to \alpha'$ によって達成できることを意味する．

本枠組みにおいて δ は，想定分布と真の分布の乖離許容度を表し，モデル化誤差，環境条件の変動，およびデータ不足に起因する確率特性の不確実性などを統一的に表現する調整パラメタとして機能する．これにより，分布の誤差を明示的に考慮したロバストなリスク評価が可能となる．

ただし，KL 距離は一般的な距離とは異なり，三角不等式を満たさないため，，分布不確実性を δ 分だけ追加しても，想定分布と真の分布の乖離許容度を単純に δ だけ増加させることにはならない．つまり，信頼水準を α から α'

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

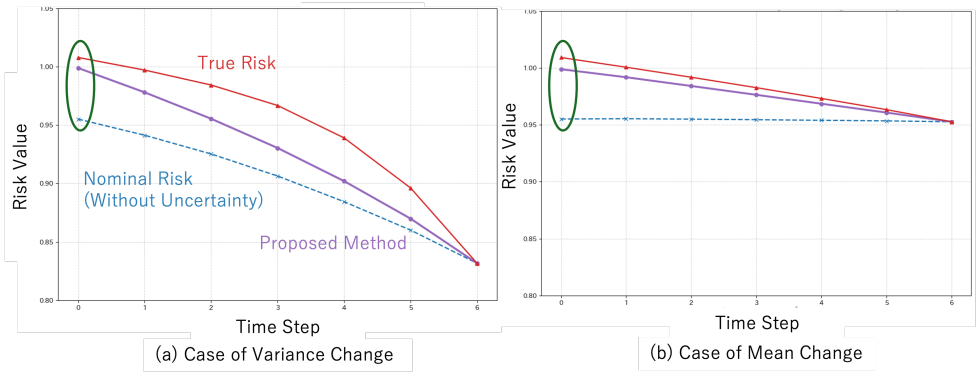


Fig. 2　Risk Trajectories for Different Stochastic Property Cases

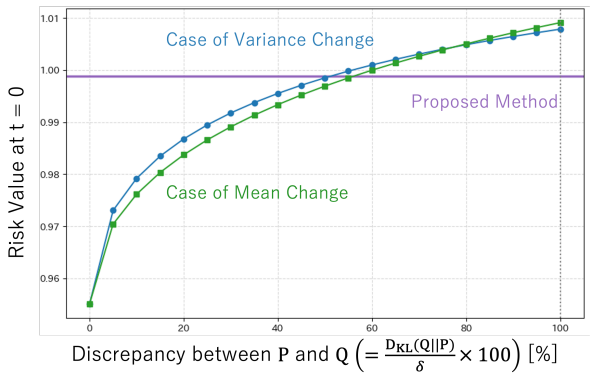


Fig. 3　分布乖離度に対する感度分析

へ調整する操作が，必ずしも全ての δ 乖離ケースを包含することを意味するものではない．本研究では，その妥当性を数値的に検証する．

3.　リスク指標における時間的整合性の獲得

一般に期待値の場合とは異なり，単期間で定義されるテイルリスク指標は，逐次的意思決定問題において時間的整合性を満たさない．時間的整合性が成立しない場合，将来時点から評価した際に，過去の意思決定との間に不整合が生じる可能性がある．

そこで本研究では，一期間リスク評価を後ろ向きに反復適用する入れ子構造[3] を導入する．

$$\rho_t(X) = \mathrm{EVaR}_{\alpha'}\left(\rho_{t+1}(X)|\mathcal{F}_t\right) \tag{4}$$

ここで，$\rho_t(\cdot)$ は時点 t における動学的リスク指標，$\mathcal{F}_t$ は時点 t までの情報集合を表す．この構造により，分布不確実性を考慮しつつ，時間的整合性を満たす動学的リスク評価が可能となる．本研究ではこの指標を信頼水準 α' における Iterated EVaR と呼ぶ．

4.　数値シミュレーション

提案手法の有効性を検証するため，RC 床版の土砂化の進行過程を対象とした数値シミュレーションを実施した[4]．本解析では，劣化進行が載荷回数に依存するものと仮定し，評価期間を 6 期間として設定した．各期間における載荷回数 N_t の想定分布を $N_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ とした．

確率特性の不確実性を表現するため，真の確率特性として $\mathcal{N}(\mu, a\sigma^2)$，$\mathcal{N}(b\mu, \sigma^2)$ を設定した．ここで，各確率特性は想定分布との乖離度が所定の KL 距離 $D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) = \delta$ を満たすようパラメタ a と b を調整した $(a = 7.68, b = 1, 32)$．

これにより，平均変動および分散変動がリスク評価へ与える影響をモンテカルロシミュレーションで比較した．

評価比較として，真の分布に基づくリスク値（True Risk: 想定分布を真の分布として信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），想定分布に基づくリスク値（Nominal Risk: 信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），および分布不確実性 δ を導入した提案手法（Proposed Method: 信頼水準 α' における Iterated EVaR で評価）によるリスク値を算出した．**Fig.2** に想定分布に対しそれぞれ平均・分散が異なる場合のリスク推移を示す．$t = 0$ 時点に着目すると，Nominal Risk は True Risk と比較して過小評価となる傾向が確認される．これに対し，Proposed Method は True Risk に近い値を与えており，初期意思決定段階におけるリスク評価の補正効果が確認された．

続いて，想定分布と真の分布との乖離度に対する感度分析を実施した．**Fig.3** に解析結果を示す．平均あるいは分散が異なるケースでは，乖離度が過度に大きくない領域において，提案手法は真のリスク値を上回る評価を与え，安全側の評価を維持することが確認された．この結果は，分布乖離度が過度に大きくない範囲において，提案手法が分布の乖離の影響を適切に反映し，ロバストなリスク評価が可能であることを示している．

5.　おわりに

本研究では，確率特性の不確実性の考慮を信頼水準の操作へ変換する評価枠組み，および時間的整合性を満たす Iterated EVaR を提案した．本手法は，分布の不確実性を明示的かつ操作可能な形でリスク評価へ組み込むことを可能とする．今後は，KL 距離の非距離性の考慮，考慮する分布不確実性の大きさが不確実性評価へ与える影響の分析，および提案手法の実務的意思決定への適用が課題である．

参考文献

1) Biondini, F. and Frangopol, D. M.: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structural Systems under Uncertainty, Journal of Structural Engineering, Vol.142, No.9, F4016001, 2016.
2) Ahmadi-Javid, A.: Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.155, No.3, pp.1105-1123, 2012.
3) Hardy, M. R. and Wirch, J. L.: The Iterated CTE: A Dynamic Risk Measure, North American Actuarial Journal, Vol.8, No.4, pp.62-75, 2004.
4) 嘉瀬由葉, 古川智也, 高橋佑弥: 実道路橋梁を対象とした床版土砂化予測に基づく予防保全的維持管理の提案, コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集, 22, pp.523-528, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

GPU スーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

Massively Parallel Bayesian Inference for Fault Slip Estimation Accelerated on GPU Supercomputer (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中尾 魁（東大・地震研）　市村 強（東大・地震研）　藤田 航平（東大・地震研）
Kai NAKAO, The University of Tokyo
Tsuyoshi ICHIMURA, The University of Tokyo
Kohei FUJITA, The University of Tokyo
E-mail: k-nakao@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a GPU-accelerated method for massively parallel Bayesian inference and used it for estimation of fault slip. Bayesian inference enables robust parameter estimation and uncertainty quantification but requires extensive Monte Carlo sampling resulting in high computational cost. Although massively parallel solutions have been proposed for CPU-based supercomputers, their computational pattern is not well suited for GPU acceleration. In this study, we developed the methodology that works efficiently on GPU-based supercomputers and evaluated its performance on the supercomputer Miyabi. It was shown that the proposed implementation achieved 42.1x speedup per node compared with the CPU version on Fugaku.

1. はじめに

観測データから観測不可能なモデルパラメータを推定する逆解析は，多くの分野に見られる重要な解析である．パラメータを確率変数として扱い，その確率分布を求めるベイズ推論は，観測データと事前情報を統合した安定な推定を可能とし，さらに不確実性定量化により信頼性の高い解を得ることができる有用な手法である．一方，パラメータ空間全体の探索にはモンテカルロサンプリングが必要であり，多数（しばしば 10 万以上）の順解析を要するため計算コストが極めて大きいという課題がある．この計算コストに対処するため，多数のサンプルの尤度評価を並列に実行する手法が提案されている．筆者らはこれまで，並列計算に適したアルゴリズムに基づき，スーパーコンピュータ富岳の高い解析能力を活用した「超並列ベイズ推論」を提案し，複雑な断層モデルのベイズ推定において，その有効性を示している[1]．

近年および次世代のスーパーコンピュータでは，CPU と比較してさらに高い演算性能を持つ GPU の採用が主流となり，GPU の性能を活用した，さらに高速なベイズ推論の実現が期待される．しかし，富岳の CPU 用に開発された超並列ベイズ推論の既往手法では，計算粒度が小さく不均一であり，GPU への単純な移植では高効率な実行が困難であった．そこで本研究では，GPU に適合した手法を設計し，GPU スーパーコンピュータ Miyabi においてその性能を検証する．

2. 手法

対象問題は，地殻変動データ $\boldsymbol{d}$ から断層ジオメトリ $\boldsymbol{\theta}$ および断層面上のすべり分布 $\boldsymbol{s}$ を推定するベイズ逆解析である．サンプリング計算は 2 層の階層構造を持ち，外側ループで $\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングを行い，$\boldsymbol{\theta}$ の尤度評価が必要な際には，内側ループで $\boldsymbol{\theta}$ を固定した $\boldsymbol{s}$ のサンプリングを行って周辺尤度を評価する．両者のサンプリングには，並列計算に適した Sequential Monte Carlo (SMC; Alg. 1) を用い，$\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングは MPI プロセス間で，$\boldsymbol{s}$ のサンプリングは GPU スレッド間で並列化する．

主な計算コストは，$\boldsymbol{s}$ の mutation において，各サンプルを Hamiltonian Monte Carlo (HMC) により更新する処理にかかる．Alg. 2 に，Ching & Chen (2007)[2] に基づく既往の CPU 実装のアルゴリズムを示す．ここで，$\boldsymbol{p}_i$ は $\boldsymbol{s}_i$ に共役な運動量ベクトル，N^i_{move} は $\boldsymbol{s}_i$ の HMC 更新回数，N_τ は 1 回の HMC 更新におけるステップ数である．N^i_{move} は，総和がサンプルサイズ N_s となるように，各サンプルの尤度に応じて割り当てられる．主要な計算カーネルは $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{s}_i$ の密行列-ベクトル積である．この方法では N^i_{move} がサンプルごとに異なるため，スレッド間の負荷不均衡により，GPU では $\boldsymbol{s}_i$ に関して並列計算を行うことが難しい．そこで GPU 向けの実装では，全サンプルで N_{move} を統一したアルゴリズム[3] を採用した．この場合，$\boldsymbol{s}_i$ のループを j,k のループの内側に移動でき，ブロック変数 $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}_1 \cdots \boldsymbol{s}_{N_s}]$，$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{p}_1 \cdots \boldsymbol{p}_{N_s}]$，$\boldsymbol{D}' = [\boldsymbol{d}' \cdots \boldsymbol{d}']$ を導入することで，Alg. 3 のように表される．この変更により負荷不均衡が解消され，主要カーネルは密行列-行列積 $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{S}$ となり，GPU に適した密な計算構造へ変換される．N_{move} の値は，実際のアプリケーション条件において，精度が既往アルゴリズムと同等であることを確認したうえで，$N_{\mathrm{move}} = 3$ に設定した．この変更により総演算回数は約 3 倍に増加するが，GPU の高い並列性を活かした実行時間の短縮が期待される．

実アプリケーションにおいて $\boldsymbol{S}$ および $\boldsymbol{G}'$ のサイズはそれぞれ (1000×200)，(200×200) 程度と比較的小さく，単一プロセスでは GPU の計算資源を十分に活用できない．そこで，複数プロセスのカーネルを同一 GPU 上で同時実行する Multi Process Service (MPS) を導入して GPU 利用率を向上させた．

Algorithm 1: Sequential Monte Carlo

input : Samples from the prior distribution
output: Samples from the posterior distribution
$\gamma \leftarrow 0$;
while $\gamma < 1$ **do**
  Resampling according to likelihood;
  for *each sample* **do**
    Mutation by MCMC (**in parallel**);
  Synchronize processes;
  $\gamma \leftarrow \gamma + \Delta\gamma$;

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Algorithm 2: Original HMC for CPU

for *each sample* $\boldsymbol{s}_i$ **do**
  for $j = 1, \ldots, N^i_{\text{move}}$ **do**
    for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
      $\boldsymbol{s}_i \leftarrow \boldsymbol{s}_i + C\boldsymbol{p}_i\Delta\tau$;
      $\boldsymbol{p}_i \leftarrow \boldsymbol{p}_i + (\boldsymbol{d}' - G'\boldsymbol{s}_i)\Delta\tau$;

Algorithm 3: Modified HMC for GPU

for $j = 1, \ldots, N_{\text{move}}$ **do**
  for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
    $\boldsymbol{S} \leftarrow \boldsymbol{S} + C\boldsymbol{P}\Delta\tau$;
    $\boldsymbol{P} \leftarrow \boldsymbol{P} + (\boldsymbol{D}' - G'\boldsymbol{S})\Delta\tau$;

3. 性能評価

提案手法の性能を評価するための数値実験について述べる．すべての数値実験はスーパーコンピュータ Miyabi で実施した．Miyabi は各ノードに NVIDIA GH200 Superchip を 1 基搭載する GPU ベースのスーパーコンピュータである．真の断層ジオメトリとすべり分布を仮定して地殻変動の合成データを生成し，その逆解析を行った．

まず，MPS による 1GPU あたりの最適なプロセス数を調べるため，Miyabi の 1 ノードを用いて，$\boldsymbol{\theta}$ に関する SMC を 10 反復だけ行う Mini application で性能評価を行った．ここで，SMC のサンプルサイズは $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960$，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$，HMC カーネルの設定は $N_{\text{move}} = 3$，$N_\tau = 50$ とした．Fig. 1 に，プロセス数を 1 から 32 まで変化させた場合の計算時間および実効性能を示す．実効性能は主要カーネル $\boldsymbol{G'S}$ の演算回数を総実行時間で除することで算出した．プロセス数 16 において最大の性能 13.40 TFLOPS が得られ，Tensor Core を用いた倍精度理論演算性能の 20.0% に相当する高性能が確認された．

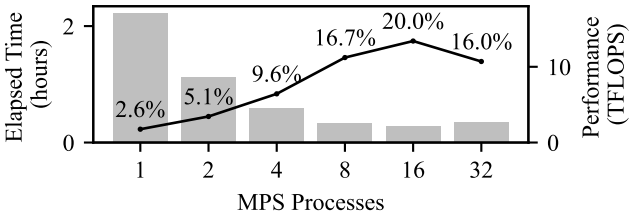


Fig. 1 Mini-application performance on one Miyabi node. Gray bars indicate the total elapsed time. Black lines indicate the effective GPU performance and its ratio to the FP64 Tensor Core peak performance.

続いて，多数ノードを用いた超並列環境で性能が維持されるかを検証するため，実アプリケーション条件において Weak scaling テストを実施した．Mini application の結果に基づき，1 ノードあたり 16 プロセスで並列化し，サンプルサイズを $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960 \times$ ノード数，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$ とした．Fig. 2 に，ノード数を 1 から 128 まで変化させた場合の計算時間と，1 ノードを基準とした並列化効率を示す．128 ノードまで 92.3% の並列化効率を維持しており，$N_{\boldsymbol{\theta}} = 122880$ に達する大規模サンプリングにおける有効性が確認された．

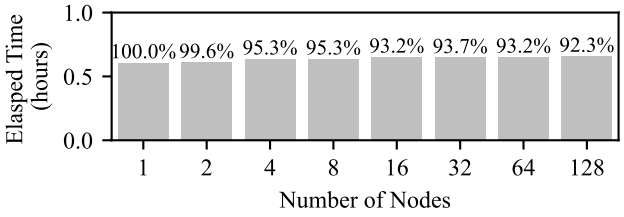


Fig. 2 Weak scaling from 1 to 128 nodes on Miyabi. Gray bars indicate the total elapsed time. The numbers above the bars indicate the parallel efficiency relative to the 1-node case.

Miyabi の 128 ノードと同条件の解析を既往の CPU 実装で行うと，富岳の 1024 ノードを用いて 3.5 時間を要した．この結果と比較すると，本 GPU 実装はノードあたり 42.1 倍の高速化を達成している．Miyabi と富岳の間で 1 ノードの倍精度理論演算性能比は 19.7 倍であり，GPU 向けの手法開発により，理論性能比を上回る高速化が実現された．

4. おわりに

本研究では，断層すべりのベイズ推定を対象に，GPU スーパーコンピュータ上で超並列ベイズ推論を行う手法を提案し，Miyabi を用いてその性能を評価した．計算が均一かつ密になるようにアルゴリズムを設計し，MPS を活用して GPU 利用率を向上させることで，富岳の CPU 実装と比較して，ノードあたり 42.1 倍の高速化を達成した．これにより，従来は GPU 計算に不向きであった超並列ベイズ推論を GPU 上で高効率に実行できることを示した．本手法は，ベイズ推論の他の応用に加え，アンサンブルデータ同化や集団的最適化など，多数の小規模な順解析を反復する解析の GPU 実行に有効であると考えられる．

謝辞：本研究は，最先端共同 HPC 基盤施設（JCAHPC）が提供するスーパーコンピュータ Miyabi の計算資源を用いて実施されました．本研究は，文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム「「富岳」による地震の大規模シミュレーションの基礎拡充と社会実装へ向けた展開」(JPMXP1020230213) の一環として実施されたものです．また，本研究の一部は，スーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け，実施しました (課題番号：hp230203, hp240217, hp250230)．本研究は JSPS 科研費 23H00213, 25K21686 の助成を受けたものです．本研究は，JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2108 の支援を受けたものです．

参考文献

1) Nakao, K., Ichimura, T., Munekane, H., Kobayashi, T., Hori, T. and Fujita, K.: Simultaneous Bayesian estimation of multisegment fault geometry and complex slip distribution: application to the 2024 Noto Peninsula earthquake, Geophysical Journal International, Vol.242, No.2, ggaf231, 2025.
2) Ching, J. and Chen, Y.-C.: Transitional Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Model Updating, Model Class Selection, and Model Averaging, Journal of Engineering Mechanics, Vol.133, No.7, pp.816-832, 2007.
3) Del Moral, P., Doucet, A. and Jasra, A.: Sequential Monte Carlo Samplers, Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, Vol.68, No.3, pp.411-436, 2006.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

Fast and Energy-efficient Multi-wavefield Analysis Method and its Application to Internal Structure Estimation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊東　秀晃（東京大・地震研）　市村　強（東京大・地震研）
藤田　航平（東京大・地震研）　Lalith Maddegedara（東京大・地震研）
堀　宗朗（海洋開発研究機構）
Hideaki ITO, The University of Tokyo
Tsuyoshi Ichimura, The University of Tokyo
Kohei Fujita, The University of Tokyo
Lalith Maddegedara, The University of Tokyo
Muneo Hori, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
E-mail: hideakiito@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a multi-wavefield analysis method for a densely coupled CPU-GPU environment, achieving 7.81 times faster than conventional methods. By training a neural network using the results, we built a surrogate model capable of evaluating 3D structural characteristics. This approach enables 3D inverse estimation 39 times faster than direct simulation, making high-resolution digital twin construction practically feasible.

1. はじめに

都市のレジリエンスと生産性を高めるため，高詳細なデジタルツイン構築が求められている．デジタルツイン構築を推進するには，地盤や社会基盤構造物のような巨大な系における 3 次元内部構造の推定が不可欠である．特に，表面加振への応答の観測値と，数値モデル上での計算値とを照査して内部構造を推定する手法が一般的である．この様な巨大かつ不均質な系の内部構造の推定には複雑形状や不均質構造の表現に優れる 3D 有限要素法 (FEM) の適用が有効である．しかし，高周波帯域まで精度を保証した波動場解析には十分な離散化が必要であり，計算コストの観点から高解像度な内部構造推定は極めて困難である．例えば，1k̇m 四方のモデルで 5Ḣz までの精度保証をする場合，数千万自由度の解析を数千タイムステップに渡って実行しなけらばならない．さらに，入力波の特性に依存しない固有の振動特性 (e.g. 卓越振動スペクトル) を抽出するためには，多数の入力ケースを用いた解析が必要となる．また，単一モデルでの解析時間が十分短縮されたとしても，逆解析において膨大な数のモデルを探索することも計算コストをさらに増大させる要因となる．これらの課題を踏まえ，本研究では以下のアプローチで解析コストの削減を図る．i) 近年の計算機の開発進展により可能になった CPU-GPU 間の高速なデータ転送を活用し，CPU と GPU の協調計算により多入力ケースに対する応答の計算を高速に行う．ii) i) により得られた解析データからニューラルネットワーク (NN) ベースのサロゲートモデルを構築し，内部構造の推定を効率的に行う．

2. 密結合 CPU-GPU 環境における高速な多ケース同時波動場解析

本研究では，以下の線形弾性体の支配方程式に対し，表面加振のパターンを変化させた多ケースの解析を効率的に実行する:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(c_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right) = f_i. \tag{1}$$

ここで，ρ は密度，u_i は変位ベクトル，t は時間，x_j は空間座標，c_{ijkl} は 4 階の弾性テンソル，f_i は外力ベクトルを表す．空間離散化には，複雑な幾何形状のモデル化や応力自由境界条件の再現に適した四面体二次要素による FEM を用いる．また，時間積分には，CFL 条件に起因する時間刻みの制約を緩和するため，Newmark の β 法を採用する．

上記の計算は，各タイムステップで線型方程式を共役勾配 (CG) 法により反復的に解くことで行われる．解析のボトルネックとなる反復ソルバーの加速には，CPU-GPU 間の高速なデータ転送が可能な計算環境を活用したアルゴリズム[1] を導入した．この計算アルゴリズムでは，CPU 上での CG 法の初期解予測と GPU 上の効率的な反復ソルバーとを同時実行することで高速かつ高エネルギー効率な解析が可能になる．特に，反復ソルバー内では Element-by-Element 法を用いてメモリアクセスを効率化し，単一入力ケースあたりの解析時間を短縮する．実際，不均質地盤を模した 3 層の地盤モデルに対してこの計算手法を適用したところ，従来手法と比較して 1 ケースあたり 7.81 倍の高速化を達成した．

3. サロゲートモデルへの応用と内部構造推定の適用例

まず前節の手法により生成した解析データを学習させ，NN ベースのサロゲートモデルを構築する方法について述べる．次いで，構築したサロゲートモデルを用いて実地盤を模した 3 次元内部構造の逆解析を行い，本手法により現実的な計算コストで内部構造推定が実行可能となることを示す．なお，内部構造を表す物理量として地表面で観測される卓越振動スペクトルを用いる．卓越振動スペクトルは，変位応答から抽出される自由振動に対応する波形を FDD 法[2] により周波数領域で特異値分解することで得られる．この際，アンサンブル平均が十分収束したスペクトルを得るため，32 ケースの入力に対する応答を評価に用いている．

3.1. NN ベースのサロゲートモデルの構築

地盤構造と卓越振動スペクトルの非線形な対応関係を学習させ，卓越振動スペクトルを高速に評価可能なサロゲートモデルを構築した．地盤の振動特性は，観測点周りの局

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

所的な地盤構造に強く依存するため，本研究では局所的な3次元地盤構造をNNの入力とする．しかし，入力となる3次元グリッド構造と出力である卓越振動スペクトルとの間には大きな次元の乖離があり，これが学習の不安定化や過学習を招く懸念がある．そこで，まずEncoder-Decoder構造を用いて入力データの再構成を行い，出力次元と同等程度の次元数をもつ潜在空間を構築した．この潜在空間上の特徴量と卓越振動スペクトルを対応付けることにより，安定的な学習と高精度な予測を両立させている．

3.2. 地盤構造逆解析への応用

実地盤を模擬して生成した水平方向の不均質性をもつ3層の地盤構造を参照モデルとし，ランダムなサンプル地点における層厚データから参照モデルを再現する地盤モデルを提案手法により推定可能であることを示す．ここでは，500 m×500 mの範囲のランダムな80地点で得られた層厚から，逆距離荷重法の補間により120の候補モデルを生成し，この中から尤もらしいモデルを選択するものとした．120のモデルから地盤構造の観点から最も異なる3つのモデルを選び，これらに対して2節のアルゴリズムを用いて32ケースの入力に対する応答を計算した．この際，5 Hzまでの精度保証を目指し，空間離散化幅は2.5 m時間離散化幅は0.005秒とし，8192ステップに渡って計算を行った．3つのモデルから一辺100 mの立方体で表される局所構造と卓越振動スペクトルのペアを取得し，62,000のデータセットを構築した．なお，入力データの立方体グリッドは2.5 mの解像度で各点の物性値が格納されている．

学習済みのNNの汎化性能を評価するために，学習データ生成には用いていないモデルからテストデータセットを構築した．図1に予測誤差が最小・最大であったケースの予測スペクトルを真値とともに示す．およそスペクトルの形状は良好に予測できていることが確認された．

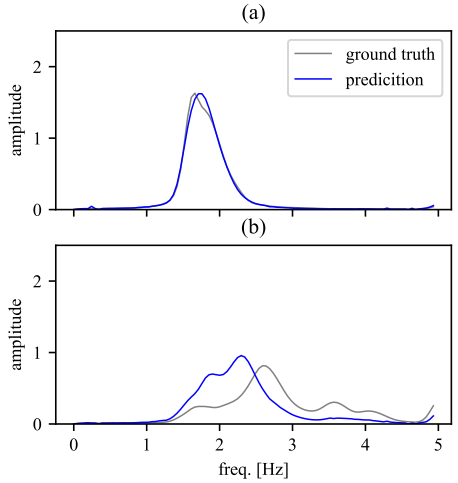


Fig. 1 Comparison of predominant frequency spectra between ground truth and NN prediction: (a) minimum error and (b) maximum error in test dataset.

図2には，サロゲートモデルにより評価されたモデルのうち卓越振動スペクトルの疑似観測値との乖離が最小，最大であったモデルと参照モデルを示す．サロゲートモデルの汎化性能により地盤モデルの振動特性の評価が可能になり，その結果参照モデルを再現する地盤モデルを選択可能であることが示された．

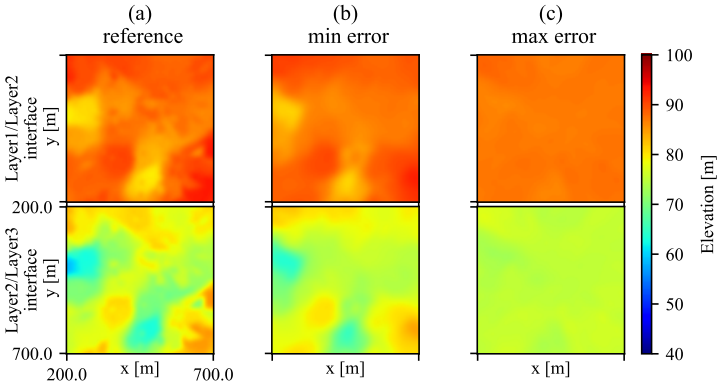


Fig. 2 Comparison of models: (a) reference model, (b) model with minimum error, and (c) model with maximum error.

最後に，本適用例での計算コストについて整理する．NVIDIA GH200 1台を用いて，2節で示した高速な波動場解析手法を適用することで学習データの生成を行った．1モデルあたり32ケース必要となる波動解析が約26時間で可能になった．結果，3モデル分で26×3 ＝約78時間所要した．NNの学習には2.5時間かかり，1つの候補モデルの卓越振動スペクトルの評価に要した時間は約0.5秒であった．よって，120の候補モデルについて観測点に対応する地点での卓越振動スペクトルを評価するのに必要な時間は，約80.5時間である．サロゲートモデルを用いていない場合には，波動解析を全モデルに対して実施することになるため，計算時間は3120時間となる．結果的に，高速解析手法と少数のモデルにおける計算結果を利用するサロゲート化手法を併用することで，3120/80.5=約39倍高速に地盤構造の逆解析が可能であることが示された．

4. 結論

本研究では，不均質性を持つ巨大系における3次元内部構造の逆推定を高速化するため，CPU-GPU協調計算による高速波動場解析手法とNNベースのサロゲートモデルを組み合わせた方法を提案した．CPU-GPU間の高速データ転送環境を活かしたアルゴリズムを用いることにより，1ケースあたりの解析を従来比約7.8倍高速化した．さらに少数の解析結果から構築したサロゲートモデルを用いることで，全モデルを直接計算する場合と比較して約39倍の効率で地盤構造の逆解析が可能であることを示した．膨大な計算コストが課題であった高詳細なデジタルツイン構築において，実用的な解析時間で高精度な推定が可能にするアプローチであることを確認した．

参考文献

1) Ichimura, Tsuyoshi, et al. ”Heterogeneous computing in a strongly-connected CPU-GPU environment: fast multiple time-evolution equation-based modeling accelerated using data-driven approach.” SC24-W: Workshops of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. IEEE, 2024.
2) Brincker, Rune, Carlos E. Ventura, and Palle Andersen. ”Damping estimation by frequency domain decomposition.” 19th International Modal Analysis Conference. Vol. 9. 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

Separation and Evaluation of Different Deterioration Factors using Latent Class Hazard Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

神前　真桜（大阪大・工）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　貝戸　清之（大阪大・工）
Mao KOZAKI, The University of Osaka
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Kiyoyuki KAITO, The University of Osaka
E-mail: m.kouzaki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

In infrastructure systems where the failure of any single component results in the loss of functionality of the entire system, the system-level failure risk follows a series structure. In such systems, understanding and managing the characteristics of rapidly deteriorating locations is particularly important. This study develops a statistical deterioration prediction method that explicitly incorporates characteristics affecting only rapidly deteriorating components as explanatory variables. Specifically, focusing on rail bonds in the railway field, two different deterioration processes are represented using a mixture exponential hazard model with latent classes, and the model parameters are estimated from inspection records.

１．はじめに

設備群全体で得られた点検データに基づく統計的劣化予測手法の高度化が進められてきた．例えば，設備の特性変数で表現しきれない劣化傾向を異質性パラメータによって表現することで，設備全体の傾向を把握しつつ，設備個々の予測精度向上が可能となっている [1]．このような方法論は設備全体の管理施策の最適化において多大な効力を発揮してきた．一方，各設備の劣化や故障で生じる設備群全体の機能喪失リスクが並列ではなく，どこか一か所でも故障すると全体の機能が喪失するような設備群では，最も劣化が速い一部の設備の特性の把握と管理が重要となる．既存モデルは劣化の一部の速い設備よりも設備全体への影響が大きい特徴を特性変数として採択するため，一部の劣化の速い設備の劣化要因がほか大多数と異なる場合，有効な特性変数を統計的に検出できない可能性が存在する．

そこで本研究では，劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築する．具体的には，鉄道分野のレールボンドを対象とし，2 つの潜在クラスを有する混合指数ハザードモデルにより異なる二つの劣化過程を表現し，これを検査記録から推定する手法を構築する．

２．分析対象の概要：レールボンド

レールボンドは隣接するレール同士を電気的に接続する鉄道設備である．列車検知の機能を担う軌道回路や電化区間における変電所への帰線など，レールを介した電気回路の構成において重要な役割を果たす．レールボンドが脱落するなどして継目部の電気的連続性が失われると，列車検知ができなくなり，運行障害に発展する．軌道回路中に複数存在するレールボンドのどこか一箇所の異常で，その軌道回路全体が機能不全に陥るため，レールボンドは代表的な直列系のリスク構造を有する部材でもある．障害を未然に防ぐため検査や修繕が実施されているが，レールボンドは数が多く検査頻度も高いため，保守業務の負担も大きい．そのため，安全性を向上させつつも，検査周期や箇所，修繕方法を合理化していくために，異常発生頻度の高い箇所に共通する特徴の把握が求められている．

筆者らは，検査記録に基づく統計分析により，異常発生までの期間やそのばらつき，影響因子の特定などを進めてきた [2]．一方，1 章でも述べた理由により，点検記録全体に対して推定した既存分析モデルは異常が生じやすい一部のレールボンドの要因を十分に説明できないといった課題があった．

３．潜在クラス混合指数ハザードモデルと推定法

レールボンドの異常発生期間が指数分布に従うと仮定する．加えて，異常発生頻度が高いレールボンド群と異常発生頻度が低いレールボンド群が存在すると仮定する．平均の異なる 2 つの指数分布kの混合モデルとして考えると，検査結果が得られたときの尤度関数は式(1)で表される．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{\delta}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\pi}) = \prod_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{2}\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n} \quad (1)$$

ここで，Iはレールボンド数，N_iは各レールボンドの検査サンプル数，t_nは検査間隔期間，δ_nは当該検査間隔で異常が発生した場合は 1，発生していない場合は 0 をとるダミー変数，π_kは指数分布kの混合比である．また，λ_{ik}は異常の発生しやすさを表すパラメータであり，特性変数ベクトル$\boldsymbol{x_i}$と未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$の線形結合で表される．

式(1)の尤度関数を用いて，未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$と混合比π_kを最尤法により検査記録から推定する．式(1)の尤度関数を対数変換しβ_{kj}とπ_kで偏微分すると，式(2)(3)が導かれる．

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\beta_{kj}} = \sum_{i=1}^{I}\left[\gamma_{ik}x_{ij}\sum_{n=1}^{N_i}\left\{\frac{\exp(-\lambda_{ik}t_n)}{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)}t_n\right\}^{\delta_n}(-t_n)^{1-\delta_n}\right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\pi_k} = \frac{1}{\pi_k}\sum_{i=1}^{I}\gamma_{ik} \quad (3)$$

ここで，γ_{ik}は負担率と呼ばれ，式(4)で表される．

$$\gamma_{ik} = \frac{\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n}}{\sum_{m=1}^{2}\pi_m\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{im}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{im}t_n)^{1-\delta_n}} \quad (4)$$

この負担率は，各レールボンドにおける尤度のうち，指数分布kが負担する成分を表したものである．

β_{kj}の最尤推定値は，式(2)が 0 となる条件下で与えられるが，式(2)は解析的に閉じた形の解を得ることができない．そこで，EM アルゴリズム [3]を用いて推計を行う．まず，π_kとβ_{kj}に対して設定された初期値を，式(4)に代入して負担

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Estimation results.

	Class 1 (high-anomaly)	Class 2 (low-anomaly)
π_k ： Mixing ratio	0.0844	0.9156
β_{k1}： Constant term	0.0399 (0.84)	0.0526 (5.56)
β_{k2}： CV55-280	0.0594 (1.26)	-0.0408 (-4.26)
β_{k3}： CV55-500	0.0484 (1.02)	-0.0458 (-4.81)
β_{k4}： CL100-1000	-0.0354 (-0.72)	-0.0447 (-4.62)
β_{k5}： CL70-1200	0.0476 (0.88)	-0.0358 (-3.62)
β_{k6}： Track irregularity	0.0290 (0.44)	0.0095 (1.01)
β_{k7}： Transition curve	-0.0444 (-1.90)	-0.0024 (-1.04)
β_{k8}： Curvature	0.1194 (3.95)	0.0222 (7.42)
AIC	9460	

Wald statistics are shown in parentheses.

率を計算する（E ステップ）．それを式(2)(3)に代入して，負担率を固定した際に求まる条件付きの最尤推定値を計算する（M ステップ）．その後，未知パラメータと混合比の推定値を用いて負担率を再計算する（E ステップ）．この E ステップと M ステップの繰り返しにより，対数尤度関数の単調増加が理論的に保証される．したがって，各ステップにおけるパラメータ変化量が 0 に収束した際のβ_{kj}とπ_kの値を最尤推定値とすることができる．

4．レールボンド点検記録への適用

Table 1 に約 14 年間 55km の路線における 2090 本のレールボンドの検査記録に提案手法を適用し，EM アルゴリズムにより推定されたパラメータの最尤推定値と赤池情報量規準（AIC）を示す．未知パラメータβ_{kj}の推定値は，特性変数x_{ij}を最大値 1 に標準化して用いているため，レールボンドの異常発生傾向に対するその特徴の感度を表す．例えば，正であれば異常が発生しやすい方向に，負であれば異常が発生しにくい方向に影響する．また，絶対値が大きいほどその影響は顕著となる．

Table 1 より，高頻度の異常発生を表現するクラス 1（以下，異常多モデル）と低頻度の異常発生を表現するクラス 2（以下，異常少モデル）の 2 つの指数分布の組み合わせでレールボンドの異常発生傾向を表現した場合，クラス 1 と 2 では特性変数の影響の仕方が異なることがわかる．例えば，β_{k2}～β_{k5}はレールボンド種別の影響力を示しているが，異常少モデルでは種別間の推定値の差が比較的小さい．また，軌道変位や緩和曲線，曲率の影響に関しても，異常少モデルでは推定値の絶対値が比較的小さい．つまり，異常少モデルでは，レールボンドの種別や軌道状態，線形などに対して異常発生頻度があまり影響を受けていないクラスであることがわかる．実際に異常少モデルは各種特性変数の中で定数項の感度がもっとも高い．これは対象レールボンドの検査記録の期間（約 14 年）の中で 1 度も脱落などの異常が生じていないレールボンドが 7 割を占めるため，今回の対象期間内では異常発生因子を十分に絞り切れなかったものと推察される．

また，β_{k2}・β_{k3}・β_{k5}の推定値は，異常多モデルと異常少モデルで正負が反対（異常多が正，異常少が負）になっており，これらの種別は高頻度で異常が生じるレールボンドにおいて，その異常発生頻度をさらに高める方向に影響している．そのほか，β_{k8}は曲線部の場合の影響度を示すが異常多モデルで特に影響が大きく，異常多モデルで表現されるレールボンドの多くが曲線部で異常が生じていることがわかる．

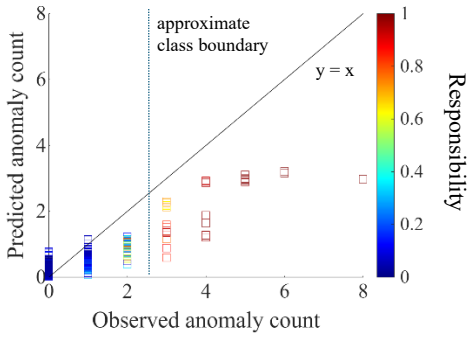


Fig. 1 Observed and predicted numbers of anomalies.

Fig.1 に各レールボンドの異常発生数の実績値と予測値の比較結果を示す．各プロットは異常多モデルの負担率に応じて色付けされている．これより，異常発生回数の実績値が 2 回以下のレールボンドに関しては主に異常少モデルで表現され，3 回以上のものに関しては主に異常多モデルで表現されていることがわかる．この境界で異常発生頻度が高いレールボンド群と頻度が低いレールボンド群に分類することで，Table 1 に示した異常発生頻度の高いレールボンド群に特有の（全体とは異なる）特性変数とその感度を評価できている．なお，負担率の計算結果より，異常多モデルに分類されるレールボンドは全体の 3%程度（全 2090 本中 65 本）であるため，当初目的とした一部の劣化の速い設備群に相当することがわかる．一方，依然として異常発生回数の実績値と予測値の間には多少の差が存在し，推定精度の面で改善の余地が残っている．実績値として 4 回以上異常が生じているレールボンドが複数あるものの，潜在クラスを用いて高頻度の異常を分類した本モデルでも，4 回以上の異常発生は予測できていない．この点は今後の課題である．

なお，異質性パラメータを用いた既存手法の推定結果についても Fig.1 と同様の図を作成し，本研究の提案手法との比較を行った．実績値として 3～4 回異常が生じているレールボンドに対しては，本研究の提案手法の方が精度が高いことを確認している．一方，5 回以上の場合は，両手法の間で明確な違いは確認できなかった．以上を踏まえ，より高頻度の異常発生をモデル化できるよう，指数分布の設定数の増加や異質性パラメータとの組み合わせを検討する必要があると考える．

5．おわりに

本研究では劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築し，レールボンドの異常発生傾向の分析への適用を通じて，提案手法の有効性と限界を示した．

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
2) 神前真桜，松岡弘大，稲場亘，高橋和樹，貝戸清之:分野横断的な設備保守データ統合による統計的劣化予測の高度化，鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.29, No.1, pp.85-92, 2025.
3) 元田浩，栗田多喜夫，樋口知之，松本裕治，村田昇:パターン認識と機械学習 下，丸善出版, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

A Study on Factors Influencing Mud Pumping Occurrence Using Logistic Regression (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

津田　悠人（鉄道総研）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　松本　麻美（鉄道総研）
Yuto TSUDA, Railway Technical Research Institute
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Mami MATSUMOTO, Railway Technical Research Institute
E-mail: tsuda.yuto.56@rtri.or.jp

The minimum of vertical track geometry data was decomposed into wavelength bands using continuous wavelet transformation to examine components related to mud pumping. The relationships between mud pumping and amplitude of vertical track geometry for each wavelength, train velocity, rank, and track alignment (tangent/curved) were examined. Logistic regression analysis was conducted to evaluate the effects of vertical geometry, train velocity, alignment, and rail joint presence on mud pumping occurrence. The minimum of vertical track geometry, train velocity for each 25 m segment, and rail joint presence were confirmed to be statistically significant for mud pumping.

１．はじめに

鉄道バラスト軌道で路盤の泥が水分とともに線路表面に吹き出る噴泥は，代表的な軌道劣化事象の一つであり，軌道の沈下による安全性の低下や乗り心地の悪化を招くため，適切な管理が求められる．現在，多くの鉄道事業者では保線係員による徒歩巡視等により噴泥有無の確認を行うほか，年数回の軌道検測車により計測される軌道変位の値から、噴泥の悪化傾向を予測し，管理を行う場合が多い．軌道変位など日常の軌道管理のために得られる計測値から噴泥発生を予測できれば，弱点箇所の抽出や今後の管理の合理化に活用できるが，軌道変位が大きい箇所で必ずしも噴泥が生じるわけではないなど，噴泥発生または悪化傾向の予測のための軌道変位の活用には課題が残っている．噴泥と軌道変位の関連は，軌道変位のうち上下方向の相対変位を示す高低変位が利用される．在来線では軌道管理の観点から高低変位の中でも波長 10m を主成分とする 10m 弦正矢値が主に利用される．また，より短波長の影響を検討する場合には 5m弦正矢値を用いる場合もある．一方，高低変位のどの波長が噴泥発生または悪化傾向に対して最も感度が高いのかは明確ではない．

以上を踏まえ，高低変位など日常の軌道管理のために取得しているデータから軌道保守において噴泥発生を予測する手法の構築を最終目標とし，本研究では，連続ウェーブレット変換（Continuous Wavelet Transform : CWT）により高低変位データを波長帯別に分解したうえで，過去の噴泥発生記録と比較し，噴泥発生に感度の高い波長帯を分析した．また，波長以外の影響因子として，列車速度，線形（直線・曲線），継目有無も含め，ロジスティック回帰による噴泥発生への影響度分析を行った．

２．CWT による波長帯別の高低変位の抽出

本研究では，既存の 10m 弦や 5m 弦などに限らず噴泥発生と関連性の高い波長帯成分を抽出することを目的として，CWT を用いて高低変位を波長成分ごとに分解した [1]．

距離軸x上で等間隔Δxでサンプリングされた位置$x_n = (n-1)\Delta x$ $(n = 1, \dots, N)$ における高低変位を$z(x_n)$とする．CWT では，この高低変位$z(x_n)$をマザーウェーブレットにより中心波長 λ_0に対応する波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$に分解する．本研究では，マザーウェーブレットとして複素モルレーウェーブレット（式(1)）を用いた．

$$\phi(n) = \frac{1}{\sqrt{a}}\pi^{-1/4}\exp\left(i\omega_0\frac{x_n - b}{a}\right)\exp\left(-\frac{(x_n - b)^2}{2a^2}\right) \quad (1)$$

ここで，iは虚数単位，ω_0は無次元中心周波数であり，本検討では DC 成分を概ね無視可能な$\omega_0 = 6$とした．また，bは中心位置，aはスケールである．このとき，スケールa，中心位置bにおける CWT 係数は式(2)で定義される．

$$W(a,b) = \Delta x \sum_{n=1}^{N} z_n \frac{1}{\sqrt{a}}\phi\left(\frac{x_n - b}{a}\right) \quad (2)$$

抽出対象の中心波長λ_0とし，対応する空間周波数の±10%帯域に含まれる CWT 係数を用いて波長成分を抽出した．選択した周波数帯域に含まれる CWT 係数を周波数方向に積分することで，中心波長 λ_0に対応する高低変位の波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$を近似的に復元した．元の高低変位との振幅の整合を図るため，スケール係数は別途計算した値を用いた．波長λ_0に対応する高低変位波形は，復元された波長帯成分$z_{\lambda_0}(x)$にスケール係数を乗じたものとして求めた．

なお，実際の適用に際しては，元の高低変位から軌道検測車の検測特性の影響を除去したうえで CWT 処理を行っている．具体的には日本の代表的な検測方式である 2 台車検測車で得られる偏心矢高低変位を波長 3m～30m の帯域で利得 1，距離遅れ 0 となるようフィルタ処理し [2]，検測車固有の周波数応答を除去することで実軌道変位を近似した波形である復元波形を求めた．この復元波形に対して CWT を適用し複数の波長帯成分に分解した．

３．波長帯別の高低変位と噴泥有無の感度分析

ここではある在来線（単線区間）全長約 126km，列車速度 0～120km/h を対象とし，2024 年度に計測された高低変位データに対して上記の CWT を用いた分析を行った．

各位置での噴泥有無に関しては，同区間・同時期に実施された道床検査の記録を整理して利用した．道床検査の記録には，噴泥の発生地点の位置（始点と終点位置），噴泥延長，ランクなどがまとめられている．ランクは，巡回および検査時の目視・目測により以下の基準で判定される．

ランク B：異常が有り，監視が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ランク C：異常が有り，計画的に処置（材料交換や軌道整備）が必要である．

また，軌道分野では路線延長を便宜的に 100m ごとに区切った 100m ロットでの評価が一般的である．本研究では，レールの単位延長が 25m であることを踏まえ，各波長帯成分z_{λ_0}の 25m ロット内での下側振幅最大値（25m ロット最小値）を指標とし，当該ロットでの噴泥有無と比較した．

Fig. 1 に波長 3m, 5m, 7m, 10m, 15m を主成分とする各波長帯成分の高低変位の 25m ロット最小値と噴泥有無の関係を示す．各ロット内において，噴泥箇所（ランク B および C）が含まれる場合を噴泥有り，そのほか（記録なし）を非噴泥とした．図中では，各波長で各点の重なりを避けるため，波長方向に微小なノイズを加えて図化している．当該線区では，ランク B および C で分布に明確な違いは確認できない．短波長帯である波長 3m や 5m，長波長帯である 波長 15m では，振幅が 0 付近の領域でも噴泥と非噴泥が混在しており，噴泥有無への感度はほぼないと考えられる．一方，波長 7m および 波長 10m の波長帯では，比較的変位振幅の大きい領域での噴泥発生が多く，逆に変位の小さい領域では非噴泥が多い．ただし，比較的感度が高い波長 7m成分でも振幅が-0.002m 程度の領域から噴泥が生じており，波長成分だけで噴泥発生を説明できるわけではないことがわかる．そこで，ほかの要因も含めた複合的な影響についても検討した．

Fig. 2 に比較的噴泥発生への感度が高かった波長 7m の波長帯成分の 25m ロット最小値と列車速度の関係を示す．また，プロットの色により噴泥有無を合わせて示す．列車速度は，当該区間を最も高速で走行する特急列車の 25m ロット内の平均値を代表値とした．列車速度が 70km/h 以下の領域では噴泥発生数は少ない． ．また，70km/h 以上の速度域におけるランク B および C の分布に明確な違いは確認できなかった．

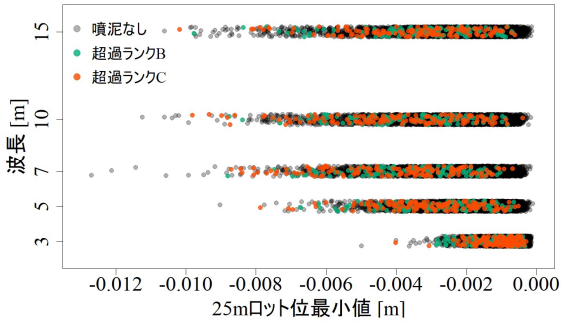


Fig. 1 Distribution of 25 m segment minimum track geometries with/without mud pumping for each wavelength.

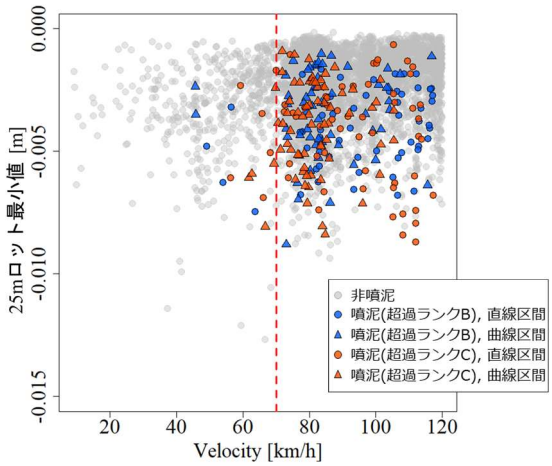


Fig. 2 Relationship between train velocity and the minimum track geometries with/without mud pumping.

4．二項ロジットモデルによる影響因子分析

高低変位や列車速度を含めて様々な因子の噴泥発生への影響度を定量的に評価するため，説明変数を含めた二値分類モデルであるロジスティック回帰による各ロットの噴泥発生率の評価を行った．25 m ロットiの噴泥発生の有無を$y_i \in \{0\ \text{非噴泥}, 1\ \text{噴泥有り}\}$，説明変数ベクトルを$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4})^{\mathrm{T}}$としたとき，噴泥発生率$p_i$を以下の二項ロジットモデルで表す．

$$p_i = \frac{U}{1 + exp\left(-(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4})\right)} \quad (3)$$

ここで，Uは上限確率であり，0.8 とした．x_{i1}は波長 7m における 25m ロット最小値，x_{i2}は 25m ロット列車速度，x_{i3}は線形ダミー（直線 0，曲線 1），x_{i4}は継目ダミー（無し 0，有り 1），$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$は重みパラメータである．各パラメータは BFGS 法を用いて推計した．

Table.1 に各パラメータの推定値，標準偏差および P 値を示す．25m ロット最小値，25m ロット列車速度，継目ダミーの P 値は 0.05 未満で統計的有意であった．噴泥発生に対して，少なくともこれらの変数（波長 7m の振幅，列車速度，継目）の影響は無視できないことを確認できる．ただし，感度として切片であるβ_0が最も大きく，噴泥発生の主要要因を捉えているとまでは言えない．この点は今後の課題である．

Table.1 Hyperparameter estimation results by maximum likelihood and p-values.

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
推定値	-2.91	-0.83	0.22	0.27	-0.65
標準偏差	0.12	0.06	0.08	0.15	0.19
P 値	0	0	0	0.07	0

5．まとめ

本研究では，高低変位を CWT により各波長成分に分解し，波長 7m および 10m の波長帯で噴泥発生に比較的感度が高いことを示した．また，ロジスティック回帰により高低変位の波長 7m 成分のほか，列車速度や継目有無が噴泥発生率に無視できない影響を及ぼすことを示した．ただし，主要な要因を特定できたとは言えず，引き続き関連情報の収集と検証を続ける予定である．

参考文献

1) Torrence, C. and Compo, G. P.: A practical guide to wavelet analysis, Bulletin of the American Meteorological Society, 79(1), pp.61-78, 1998.
2) 服部ら：軌道変位に基づく桁たわみ推定のための桁たわみ-軌道変位変換プログラムの構築，土木学会論文集, Vol.80, No.15, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on the lateral resistance characteristics of rails on Shinkansen slab tracks (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

濱崎　小太郎（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　瓦井　智貴（室工大・理工）
後藤　恵一（鉄道総研）　成田　顕次（鉄道総研）
Kotaro HAMASAKI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Keiichi GOTO, Railway Technical Research Institute
Kenji NARITA, Railway Technical Research Institute
E-mail: komuro@muroran-it.ac.jp

In this study, three-dimensional finite element analyses under horizontal loading were conducted on a Shinkansen slab track to establish a numerical analysis method capable of evaluating the lateral resistance characteristics of rails and the failure behavior of track components. In the analyses, a horizontal load was applied to the rail head of the rail, and the applicability of the proposed numerical method was examined through comparison with loading tests. The results showed that: (1) the load–displacement relationship obtained from the numerical analysis method developed based on previous studies agreed reasonably well with the experimental results in the initial loading stage; and (2) although the numerical results tended to overestimate the peak load compared with the experimental results, the displacement at peak load exhibited a similar tendency in both the analysis and the experiment.

１．はじめに

近年，2011 年東北地方太平洋沖地震や 2016 年熊本地震などの大規模地震において，新幹線車両の脱線事例が報告されている．これらの大規模地震時には，車両が軌道上に作用させる横荷重として 200 kN を想定する必要があるとされている．しかし，このような地震時の車両荷重を受ける軌道部材の耐荷性能や破壊挙動に関する検討は十分ではなく，レールの抵抗特性や破壊性状を対象とした実験的・数値解析的検討が近年進められつつあるのが現状である．そこで，本研究では新幹線スラブ軌道のレールの基礎的な水平抵抗特性および軌道部材の破壊性状を評価可能な数値解析手法の確立を目的に，実規模新幹線スラブ軌道を対象に，水平載荷による三次元有限要素解析を実施した．なお，ここでは締結されたレールの頭部に対して荷重を作用させることとし，既往の水平載荷試験 [1]との比較によって数値解析手法の適用性を検討した．本数値解析には汎用構造解析プログラム LS-DYNA（R15）を用いた．

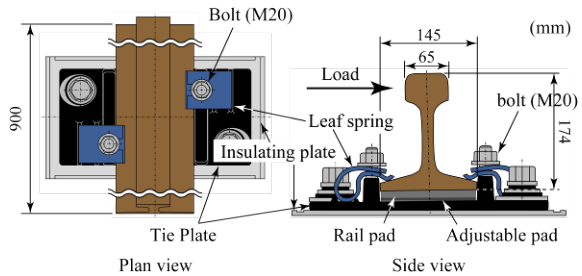


Fig. 1 Configuration of the specimen.

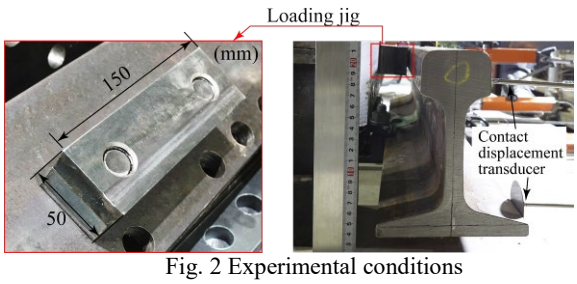


Fig. 2 Experimental conditions

２．実験概要

Fig. 1 には，本研究で対象とした 1 締結分のレール締結装置の構成図を示している．試験体は，近年の整備新幹線で主に用いられる直結 8 形レール締結装置改（低）形であり，形状寸法（頭部幅，底部幅 × 高さ × 奥行き）は 65, 145 × 174 × 900 mm（60 kg レール）である．また，レールは締結ボルトおよび板ばねによりタイプレートへ固定され，さらにアンカーボルトによりタイプレートが軌道スラブに固定される構造となっている．なお，軌道スラブは新幹線用の標準タイプである A 形軌道スラブ（A-55M）を対象とした．

Fig. 2 には実験状況を示している．載荷方法は地震時の脱線前後の車両からの横圧を想定した静的水平載荷とした．ここでは，1 締結分のみを有する軌道スラブにレールを固定した状態で，レール頭部に対して水平載荷を行った．図に示すように，50 mm 四方で長さ 150 mm のブロック状の載荷治具を用いて載荷を行うこととし，それを治具固定台に接続し，ロードセルと油圧ジャッキを介して反力フレームに固定した．

３．数値解析概要

Fig. 3 には，Fig. 1 を基に作成した数値解析モデルを示している．図より，載荷時の変形状況などを可能な限り適切に評価するため，全ての材料に 8 節点固体要素を用

Table 1 List of material properties.

Materials	Density ρ (g/cm^3)	Modulus of elasticity E (GPa)	Poisson's ratio ν
Insulating plate	0.94	5.30	0.49
Rail pad		0.23	
Adjustable pad			
Loading jig	7.85	206	0.3

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

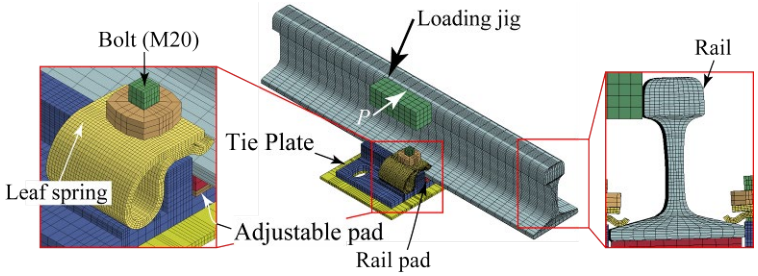


Fig. 3 FE model.

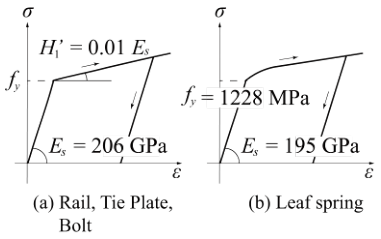


Fig. 4 Constitutive model.

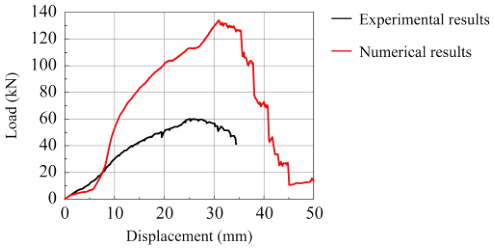
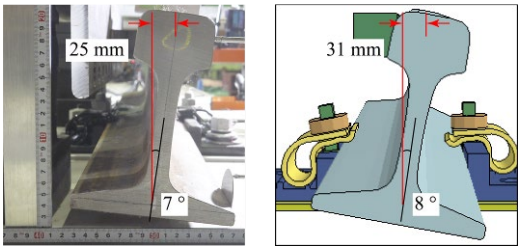


Fig. 5 Load-Displacement Relationship.



Experimental result　　Numerical result
Fig. 6 Deformation at the peak load.

いてモデル化を行った．また，本研究ではレール頭部に載荷を行うことより，スラブがレールの抵抗特性に与える影響は小さいものと判断し，モデル化は省略した．

締結ボルトに関しては公称断面積と等価な正方形断面に簡略化している．なお，いずれも 1 点積分とした． 拘束条件は，スラブのモデル化を省略していることより，絶縁版底面を完全固定とした．接触条件は，各材料間においてそれぞれ滑り・剥離を伴う面－面の接触を定義した．摩擦係数はいずれも 0.4 としている．また，板ばねに関しては載荷時の大変形を考慮して自己接触も定義した．なお，締結ボルトには実験時と同様に，約 5kN の締め付け力を導入してナットおよび板ばねを介してレールを固定している．

Table 1 には，本数値解析で弾性体と設定した各材料の物性値一覧を，Fig. 4 には弾塑性体を適用した各材料の応力－ひずみ関係を示している．表より，実験時に塑性変形が確認されていない材料に関しては弾性体でモデル化した．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比に関しては既往の文献等を参考に決定した． Fig. 4(a)にはレール，タイプレートおよび締結ボルトに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，いずれの材料も塑性硬化係数を弾性係数の 1 % とするバイリニア型の等方硬化則を適用し，降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3， $E_s = 206$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．降伏応力に関して，既往の文献等を参考にレールは 511 MPa，タイプレートおよび締結ボルトは 280 MPa と設定した．Fig. 4(b)には，板ばねに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，本研究では既往の文献 [2]を参考に曲線を定義した．降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3，$E_s = 195$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．なお，降伏応力は 1,228 MPa である．

４．数値解析結果および考察

Fig. 5 には，数値解析結果から得られた荷重－変位関係を実験結果と比較する形で示している．まず，実験結果に着目すると，載荷初期から 15 mm 程度まではほぼ線形に荷重が増加していき，その後勾配が低下していく傾向が確認できる．また，最大荷重到達後は，レールが板ばねから外れる脱離現象が発生し，締結ボルト基部およびそれを固定するタイプレートのツメ部に明らかな残留変形が確認された．次に数値解析結果に着目すると，初期勾配に関して，数値解析結果は実験結果と概ね一致しているものの，5 mm 程度から勾配が大きくなり，それに伴って載荷荷重も増大していく傾向が確認できる． ここで，最大荷重を見ると，実験結果，解析結果でそれぞれ 60 kN，134 kN であり，最大荷重時到達変位はそれぞれ 25 mm，31 mm となっている．これらより，最大荷重においては両者で 2 倍程度の差異があるものの，その到達時変位はほぼ一致していることが分かる．Fig. 6 には，最大荷重発生時の試験体の変形状況を示している． 図より，レールの回転挙動は両者で類似の傾向を示すことが確認できる．なお，最大荷重値の差異については， 1）各部材の材料特性が，必ずしも材料試験結果より直接得られた応力－ひずみ関係ではないこと，2）本解析においては締結ボルトとナットを完全固定としており，実験時よりも板バネあるいはレールの拘束力が大きく評価されていること，3）本モデルにおいては絶縁版下部を完全固定としていることより，実挙動よりも試験体全体の剛性が大きくなっている可能性があること，などが要因と推察される．今後は，上記の点を修正することにより， 更なる精度向上に努めていく予定である．

５．まとめ

1) 既往の文献を基に構築した数値解析手法を用いて，レール頭部載荷時における荷重－変位関係を数値解析的に確認した．

2) 最大荷重に関して，数値解析結果は実験結果を過大に評価する傾向にあるものの，最大荷重到達時変位は両者で類似の傾向を示す．

参考文献

1) 成田ら：地震時における車両からの著大横圧に対する新幹線スラブ軌道のレールの抵抗 特性および軌道部材の破壊性状，鉄道工学シンポジウム， 土木学会，Vol. 29, No. 1, pp. 203-210, 2025.

2) 劉斌，伊藤義人：FPC 防護柵の性能照査型設計に関する 研究，構造工学論文集，Vol. 50A, pp. 207-217, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

Dynamic Factor Estimation of Railway Bridge Girders Based on Frequency-Domain Inverse Filtering Using a Single Train Passage Test (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

徳永　宗正（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）　　朝長光（鉄道・運輸機構）
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
Hikaru TOMONAGA, Japan Railway Construction, Transport and Technology Agency

E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

In this paper, we propose a method to estimate the dynamic amplification factor (DAF) of railway bridge girders from a single train passage by reconstructing the quasi-static component using a frequency-domain inverse filter based on the bridge frequency response function (FRF) with a tapered window to suppress high-frequency noise amplification. The method is validated through numerical simulations of a simply supported beam under moving axle loads and demonstrated using field-measured displacement records from a Shinkansen bridge.

１．はじめに

鉄道橋梁のたわみは走行安全性・乗り心地 [1]に直結し，設計では静的応答に対する動的応答の比として定義される衝撃係数 (dynamic amplification factor: DAF) を静的解析結果に乗じ，動的影響を簡便に評価する枠組みが広く用いられる．一方，実橋で DAF を実測評価するには静的変位が必要であり，従来は低速の試験列車を別途走行させて準静的（静的）変位を測定する方法が一般的であった [2]．しかし維持管理段階で営業線区に同様の試験条件を設定することは容易でなく，通常運行下における DAF を定量把握することは，速度・編成・軌道条件の変動も相まって実質的に困難であり，これまでに単一列車通過時の少数変位波形のみから準静的成分と動的成分を明示的に分離し，たわみベースの DAF を直接推定する手法は十分に確立されていない．本研究は，周波数領域分離に基づく衝撃係数推定法を提案し，維持管理ツールとしての有効性を検証する．

２．単一走行試験による衝撃係数の推定手法

Fig.1 に，単一走行試験に基づく桁の衝撃係数推定フローを示す．列車通過時の観測変位 $x(t)$は準静的応答 $x_{\mathrm{st}}(t)$と動的応答 $x_{\mathrm{dyn}}(t)$の重畳として次式により表現できる．

$$x(t) = x_{\mathrm{st}}(t) + x_{\mathrm{dyn}}(t) + \varepsilon(t) \tag{1}$$

ここで，$\varepsilon(t)$は計測雑音・未モデル化成分である．

本研究では $x(t)$から $x_{\mathrm{st}}(t)$を安定に抽出し，準静的（静的）変位評価に供する．準静的成分抽出のために周波数領域の FRF 逆補正を用いる．すなわち，観測変位スペクトル $X(\omega)$に対し逆補正フィルタを適用し，動的増幅を相殺して静的応答に対応する成分を推定する．ただし，逆補正は高周波側でゲインが増大しやすく雑音を増幅して不安定となり得るため，帯域制限重み $W(f)$により遮断周波数以上を抑制する．この結果，低周波域の準静的成分を保持しつつ，高周波域の過度な増幅を抑えて安定な推定を実現する．

橋梁の卓越モード近傍を質量 m，剛性 k，減衰 cの SDOF で近似し，外力 Fに対する変位 Xの FRF を

$$H(\omega) = X/F = (k - m\omega^2 + i\,c\omega)^{-1} \tag{2}$$

とする．静的コンプライアンスは $H_0 = H(0) = 1/k$であり，入出力関係 $X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$より等価外力 $F(\omega) = X(\omega)/H(\omega)$を介して準静的成分を

$$X_{\mathrm{st}}(\omega) = G(\omega)X(\omega), G(\omega) = H_0/H(\omega) \tag{3}$$

と推定する．$G(\omega)$ は動的増幅を相殺し静的応答へ写像する FRF 逆補正フィルタである．さらに，推定の安定化のため帯域制限重み $W(f)$を導入し次式で準静的成分を与える．

$$X_{st}(\omega) = G(\omega)W(f)X(\omega) \tag{4}$$

ここで，$W(f)$ はコサインテーパ型とし，$f_{\mathrm{cut1}} = r_1 f_n$, $f_{\mathrm{cut2}} = (r_1 + 1)f_n$ により遮断帯域を定め，動的成分残留と高周波増幅抑制のトレードオフを r_1 (=2) で調整する．

Fig.2 に，逆補正フィルタ $G(\omega)$と帯域制限窓 $W(f)$を乗じた $G(\omega)W(f)$の周波数特性例を示す．低周波域では $|G| \approx 1$となり，準静的成分はほぼ減衰なく通過する．一方，$f \approx f_n$ 近傍では共振により $|H|$が増大するため $|G|$は低下し，動的共振成分を相対的に抑制する．さらに高周波域では $|G|$が増大し得るが，$W(f)$により逆補正を抑制することで雑音増幅を抑え，安定な準静的成分推定を可能とする．

３．理論解析による検証

単純支持梁に作用する移動荷重列の動的応答を算定し，提案手法を理論波形に対して検証する．橋りょうは，単純支持梁としてモデル化し，スパン L_bは 30m，減衰はモード減衰比 ξにより与え，$\xi = 0.02$，応答のモード展開では，使用モードを $j = 1$から 10まで考慮，固有振動数は経験式 $f_b = 70\,L_b^{-0.8}$(Hz)で与えた．変位の評価位置はスパン中央とした．車両は，車両数n_vは 6 両，車両長L_vは 25m，軸間隔

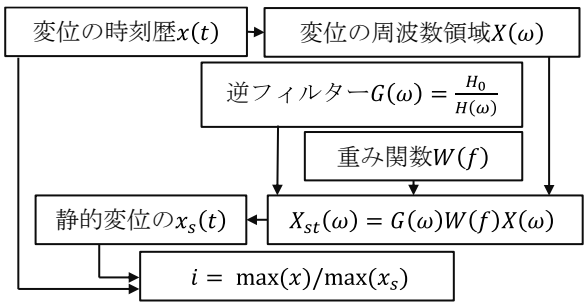


Fig.1 Estimation Procedure for the Dynamic Amplification Factor (DAF)

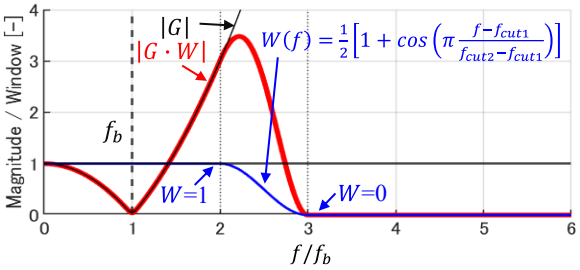


Fig.2　Inverse-Filter Characteristics

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

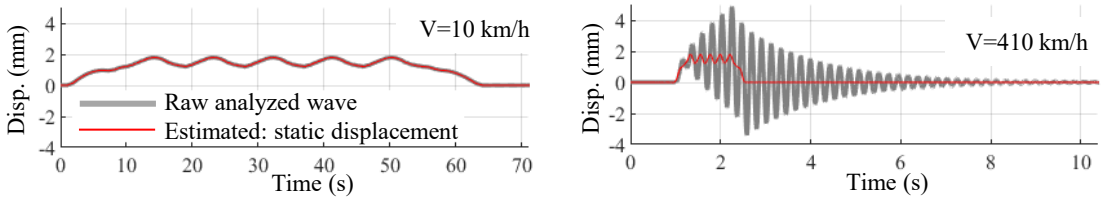


Fig.3　Verification by Numerical Analysis (Time-History Waveforms)

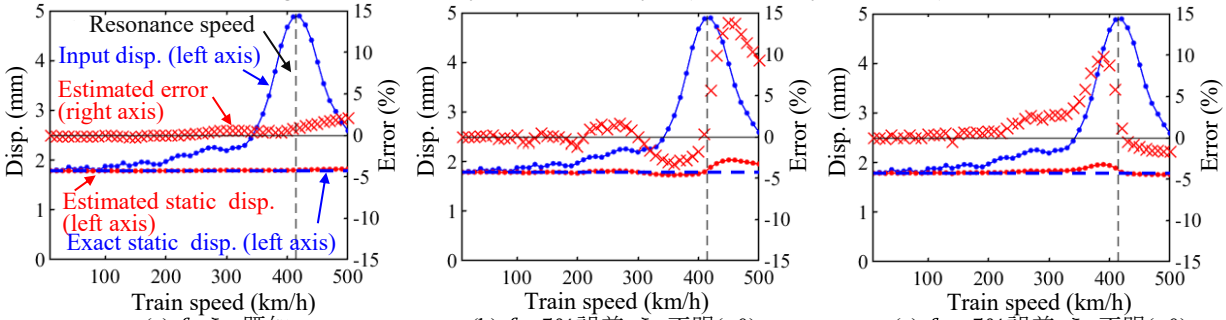


Fig.4　Verification by Numerical Analysis (Maximum Responses)

aは2.5m，台車中心間隔は $b = 17.5$ m，各車両の軸重は $p_0 = 110$ kNで一定とした．

Fig.3 に時刻歴を示す．低速（V=10 km/h）では観測波形（灰）と推定準静的変位（赤）が概ね一致した．高速（V=410 km/h）では観測波形に大きな振動が重畳する一方，推定準静的変位は緩やかな低周波の基線成分を抽出した．

Fig.4 の最大値評価では，移動荷重列による動的応答解析を用いた検証の結果，観測変位は共振速度付近でピークを示したが，提案手法により推定した準静的（静的）最大変位は速度に対して概ね一定で厳密値に近かった．固有振動数および減衰比を真値に設定した条件では，共振速度近傍においても推定静的変位に顕著な変動は生じないことを確認した．一方で，速度上昇および共振近傍では誤差が増大して，特に f_bに±5%の誤差を与えた場合にその傾向が明確となった．これは，固有振動数の設定誤差が共振速度の見積りと周波数領域の補正帯域の整合を同時に損ない，共振速度前後以上の速度域で動的成分の混入または過補正が顕在化し得るためである．また，高速域で誤差がわずかに増加する場合があるが，解析応答が複数モードの重ね合わせで構成される一方，抽出フィルタが代表モードに基づく近似であることに起因する成分分離誤差として説明できる．

4．実橋梁への適用

対象は新幹線線区の架道橋であり，橋梁種別は 8 主桁を有する単純 PPCT 桁である．橋長は 48m，径間長は 48m である．レーザードップラー式変位計によりスパン中央の桁下下面の挙動非接触で測定した．固有振動数と減衰比は列車通過後の残留振動から同定し，得られた $f_b = 2.77$ Hz, $\xi \approx 0.03$ を逆補正に用いた．

Fig.5 は，提案手法を実橋梁データに適用した結果である．上段は反対側通過と着目側通過の代表的な時刻歴を示し，列車通過に伴う変位の立上り・保持・復帰が確認できる．中段の例 $(V = 246\ \mathrm{km/h})$ では，観測波形（灰）に大きな振動成分が重畳する一方，推定準静的変位（赤）は低周波の基線成分を抽出し，通過に対応する形状を良好に再現している．下段は，左軸に変位，右軸に衝撃係数 DAF $(\max(x)\,/\,\max(x_{st}) - 1)$を示し，複数列車の結果を速度に対して整理した．最大静的変位は概ね一定範囲に分布しており，乗車率の違いによる軸重のばらつきにより，静的変位

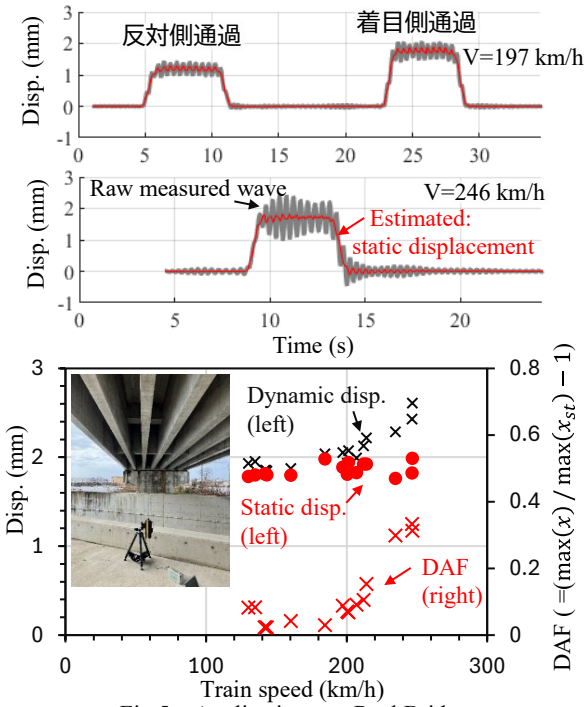


Fig.5　Application to a Real Bridge

に多少の変動が生じているものと思われる．右軸の衝撃係数は，速度条件に応じて変化し，高速域で増大する傾向が見られる．1 次の共振速度 250km/h(≒固有振動数 2.77Hz×車両長 25m×3.6) 付近や 2 次共振速度の 125km/h 付近で衝撃係数が増大していることが確認できる．

5．おわりに

本稿では，単一列車通過時の変位の実測波形から準静的成分を抽出し，静的最大たわみおよび衝撃係数を推定する手法を提案した．今後は複数モードやノイズ条件下での頑健性向上を進め，実環境における推定精度と適用性の向上を図る．

参考文献

1)　国土交通省監修・鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006.
2)　進藤良則，千葉寿，山洞晃一，石徳隆行：新幹線新規開業区間における単純 PC 桁のたわみ測定結果に関する考察，第 20 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム，2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車上計測による PC ラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

Resonance Detection of a PC Cantilever Railway Bridge by Onboard Measurement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松岡　弘大（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

The applicability of a resonant bridge detection method using on-board measurements is investigated using numerical simulation on a two-span PC cantilever bridge with a span of 65m. As with simple girders, peaks whose width roughly matches span length occur on both spans in a resonant state, however it was revealed that when the train speed differs by about 10%, anti-symmetrical peaks with opposite positive and negative values occur on both spans.

1．はじめに

近年の高速鉄道建設においては長支間が要求される区間において，中間支点部の柱と梁が一体化されたプレストレストコンクリートラーメン橋（PC ラーメン橋）が多く採用されている．多くの PC ラーメン橋は 1 支間 40m を超える長スパンを有するため，固有振動数は低く，高速鉄道における列車通過時には走行列車の規則的な加振力との共振現象が生じる場合も多い．共振が生じた場合における桁たわみ自体は数 mm 程度で大きくないが，PC ラーメン橋の共振による振動が橋りょう上の電柱の振動を生じさせ，電車線路設備の破損を招く事例も報告されている．このような観点から，PC ラーメン橋の実測および解析による列車通過時の動的応答性状に関する検討が実施されており，260km/h 以下でも，1 次モードの共振により速度効果の衝撃係数が 0.3 程度に達することも報告されている [1]．

他方で，橋りょうの共振状態を効率的に検知するため，走行列車上で計測された軌道変位や車体動揺加速度を用いた車上計測手法が提案され，単純桁についてはすでに実用化されている [2]．ただし，PC ラーメン橋を含む連続桁では，共振時以外にも隣接支間のたわみによるアップリフトが生じるなど列車通過時の応答が複雑であり，車上計測による共振検知手法の適用は限定的であった．

そこで，本研究では 2 径間 PC ラーメン橋 [1]を対象とし，これまで単純桁を対象に発展してきた車上計測された軌道変位による共振検知手法の適用性について検討した．

2．既存手法 [2]と PC ラーメン橋への拡張

ここではまず既往研究により提案された車上計測による共振橋りょう検知手法 [2]を概説し，PC ラーメン橋への適用性を整理する．共振現象は走行列車の加振振動数と橋りょうの固有振動数f_0が近接することで生じる．走行列車の加振振動数は，車両長L_cと列車速度vから定まり，共振速度v_{res}は以下の式(1)となる．

$$v_{res} = f_0 \cdot L_c \tag{1}$$

式(1)と共振時の単純桁の動的応答から，共振状態の支間長L_bの単純桁を通過する車両で計測した軌道変位に混入する橋りょう動的応答$z_{b,d}^m(x)$は，以下の式(2)となる．

$$z_{b,d}^m(x) \approx A_{res}\sin\left(2\pi\frac{x}{L_c}+\theta_{res}\right)\sin\left(2\pi\frac{x}{2L_b}\right) \tag{2}$$

ここで，x は橋りょう進入側支点を 0 とする位置，A_{res}は動的応答振幅，θ_{res}は橋りょう振動と車両上の計測位置との位相である．式(2)から橋りょう共振が波長 25m の成分として軌道変位に表れるため，先頭および最後尾車両の軌道変位

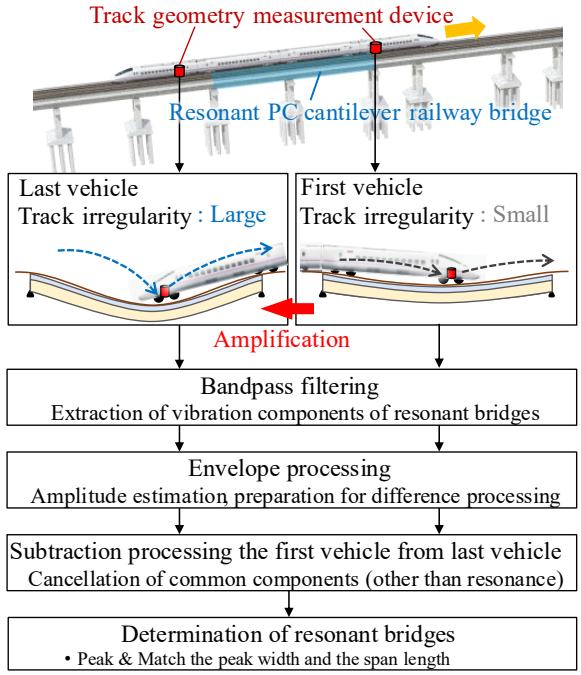


図 1　車上計測による共振橋りょうの検知手法

にそれぞれバンドパスフィルタ（BPF）処理と包絡線処理を行い差分を取ることで，単純桁モード形と同じ支間中央付近が最大で幅が支間長と一致するピークの有無から共振の有無は判定できる（図 1）．詳細は文献 [2]を参照されたい．

対象とする 2 径間 PC ラーメン橋では非共振時でもアップリフトが生じ，共振時でも 1 次モードは両支間で逆対称となるモード形を有するため，単純桁のように先頭および最後尾の差分処理で共通成分を十分に除去できない可能性，片側の支間のみにピークが生じる可能性などが存在する．

本研究ではこれらの点を明らかにするために，数値解析による検証を行った．対象は 1 支間 65m，逆対称 1 次モードの固有振動数 2.8Hz の 2 径間 PC ラーメン橋とし，数値解析はすでに検証された理論モデル [1]を利用した．

3．数値解析による検討結果

図 2 に，対象橋りょうの解析結果から算出した(a)第 1 および第 2 支間の変位応答，(b)先頭および最後尾車両位置の軌道変位，(c)25mBPF および包絡線処理後の軌道変位，(d)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

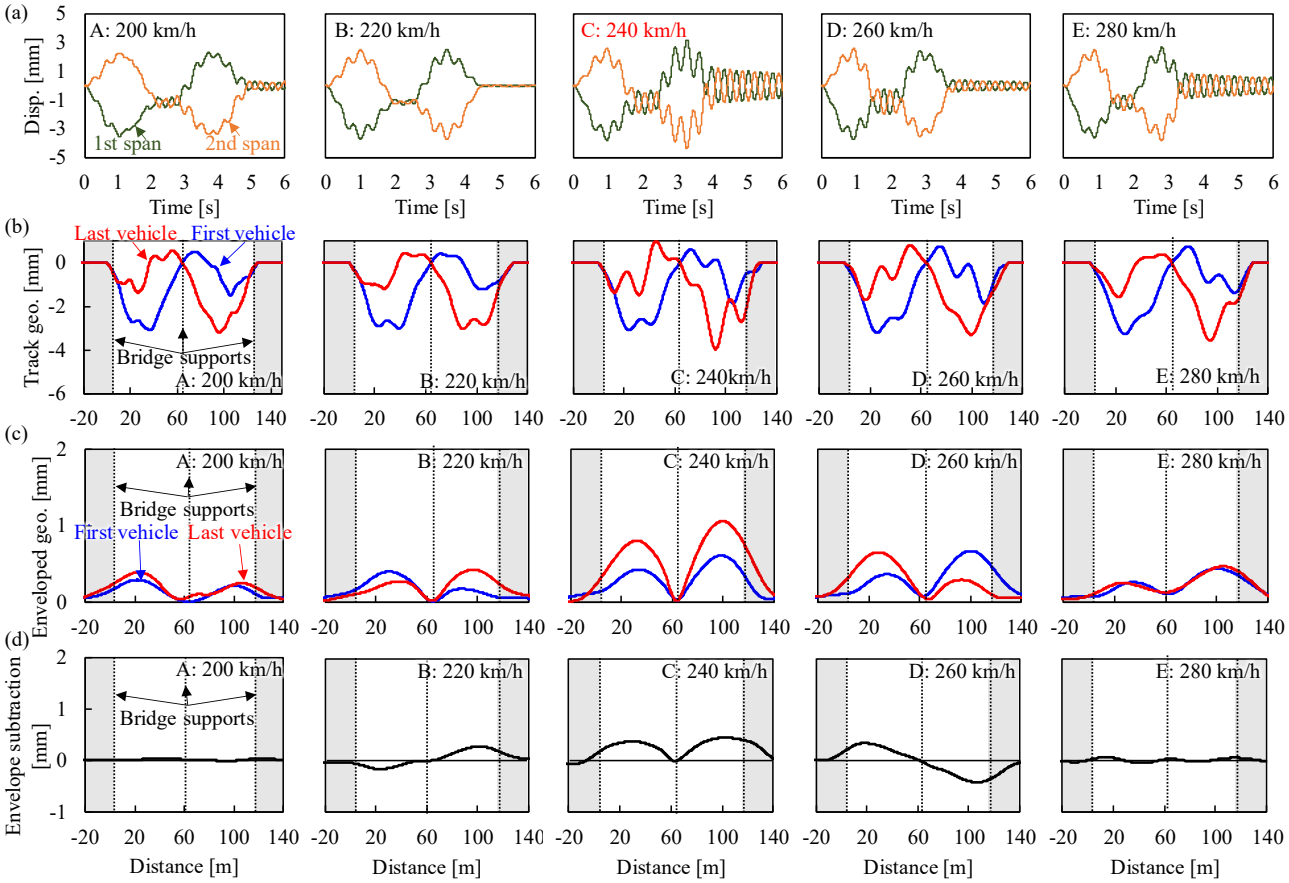


図 2　各列車速度での 2 径間 PC ラーメン橋の(a)地上変位応答，(b)～(d)軌道変位（元波形，包絡線処理，差分）の計算結果

それらの差分，をそれぞれ示す．列車速度は 200km/h から 280km/h の範囲で A～E に示す 5 ケースを実施した．

図 2(a)に示すように C：240km/h が共振速度であり，両支間で大きい動的応答増幅が生じる．B および D は共振速度から 10%程度ずれた列車速度であり，うなりを含め橋りょうでは多少の動的応答が生じる．

図 2(b)には先頭および最後尾車両位置で計測される軌道変位（の計算値）を示す．図 2(a)にも示すように列車位置により両支間でたわみの大きさが異なるため，動的応答の大きくない状態 A や E でも先頭車両では第 1 支間で，最後尾車両では第 2 支間で，それぞれ大きい下側変位が観測される．したがって，単純桁のように準静的応答が主成分の場合でも先頭および最後尾車両で軌道変位は概ね同じにはならない．ただし，共振状態である C の場合には，最後尾車両の軌道変位に波長 25m 程度の振動が重畳する．図 2(c)は 25mBPF 処理および包絡線処理を行った先頭および最後尾車両の軌道変位を示す．波長 25m 以外の成分を除去することで，両支間のたわみ性状の違いは概ね除去され，状態 A や E では先頭と最後尾車両の最大値がほぼ同様になる．

図 2(d)には共振状態であることを検知するための指標となる包絡線差分（先頭と最後尾の包絡線処理後の軌道変位の差分）を示す．動的応答の影響が小さい状態 A および E では橋りょう区間で包絡線差分がほぼ 0 となる．一方，共振状態 C では両支間で幅が概ね支間長となるピークを確認できる．この点は単純桁とほぼ同様である．単純桁と異なるのは共振速度から少しずれた状態 B および D である．これらの包絡線差分は状態 B では第 2 支間が正，状態 D では第 1 支間が正の逆対称な波形を有する．これらはうなりによる動的応答振幅の増減の影響と考えられる．以上から，2 径間 PC ラーメン橋においても単純桁と同じ車上計測による共振橋りょうの検知手法を共通して適用できるが，共振状態では両支間で正のピークが生じるのに対し，共振速度から少しずれた速度で列車通過した場合には 2 径間のうちの片側のみが正，もう片側が負の逆対称なピークが生じることを明らかにした．

4．まとめ

- 1 支間 65m の 2 径間 PC ラーメン橋を対象とし，車上計測による共振橋りょう検知手法の適用性を，数値解析により検討した．
- 単純桁の場合と同様に，共振状態では幅が支間長と概ね一致するピークが両側の支間でそれぞれ生じるが，列車速度が 10%程度ずれた場合には，両支間で正負の異なる逆対称のピークが生じることを明らかにした．

今後，得られた結果を実橋りょうでも検証するとともに，単純桁と合わせた一括での車上計測による共振橋りょう検知の構築を行っていく予定である．

参考文献

1) 松岡弘大，服部紘司：多点支持梁の閉形式解を用いた PC ラーメン鉄道橋の動的応答評価，土木学会論文集，Vol.82，No.15，p.25-15059，2026.
2) Matsuoka, K., Tanaka, H., Kawasaki, K., Somaschini, C. and Collina, A.: Drive-by methodology to identify resonant bridges using track irregularity measured by high-speed trains. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.158, No.107667, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

Development of a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

佐伯　昌之（東理大・理工）　松井　真吾（星和電機・技術）　成田　明彦（NEE・施設）
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
Shingo MATSUI, SEIWA Electric MFG Co., Ltd.
Akihiko NARITA, NEXCO-EAST Engineering Co., Ltd.
E-mail: saeki@rs.tus.ac.jp

This study presents a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign. The structure is represented by a lumped-parameter model consisting of two concentrated masses with a total of eleven degrees of freedom, connected by equivalent springs. The spring constants are determined by considering the rotational stiffness of the base, as well as the bending, torsional, and shear deformations of the supporting column and the information display box. Based on the proposed model, the natural frequencies and vibration vectors at a designated measurement point are computed for the first four vibration modes. The analytical results agree with on-site acceleration measurements.

１．はじめに

著者らは，高速道路に数多く設置されている道路情報板の異常を効率的かつ的確に検知することを目的として，加速度計測に基づく構造モニタリングシステムの開発を進めている．このシステムでは，複数の固有振動数の変化から異常を検知することを想定している．これまでに，供用中の道路情報板の加速度を計測し，安定的に低次の固有振動数を同定できることを確認している [1]．さらに，実物大模型を用いた損傷実験も実施しており，引張側アンカーボルトの軸力喪失では，固有振動数の低下を検知可能であることを示している [2]．ただし，損傷実験をすべての形状・設置環境･損傷形態に対して実施することは現実的ではなく，数値解析による検討を要する．

振動特性を再現するためには，慣性力と復元力を適切にモデルに反映させる必要がある．一方で，軽量化と補剛が考慮された実際の情報板は，薄板や補剛材で構成された複雑な形状をしている．さらに，復元力では基礎の回転剛性が重要となるが，地盤も含めてこれらを忠実にモデル化するには実務上の制約がある．

そこで，本研究では，道路情報板を 2 つの集中質量とバネでモデル化し，適切な材料パラメータを設定することで，観測された振動特性を再現することを試みた．

２．11 自由度バネ－質点系モデル

これまでに著者らが実測した道路情報板は，土工部に設置された BL2 型一基と AL2 型二基，橋梁部に設置された AL1 型三基である．本研究では，これらを同じ解析モデルで表現し，構造形式や設置環境の違いは材料パラメータの設定値で吸収する．

Fig. 1 の左側に AL1 型の俯瞰図を示す．AL1 型は，橋梁の桁張出し部に固定される形式であり，支柱の上部から表示部の背面まで，水平に 2 本の梁が伸びている．表示部は，この 2 本の梁に固定されている．その他，支柱背面には梯子や落下防止装置が，支柱と表示部の間には作業台が固定されている．

Fig.1 右側には，情報板をバネ－質点系で表現したモデルの概略図を示している．座標系の原点は支柱下端におき，x軸は道路横断方向，y軸は車両進行方向，z軸は鉛直上向きを正とする．質点 1 は支柱の上部や継手，梁左側の質量を代表し，2 本の梁の中央に配置する．質点 2 は表示部と梁右側の質量を合計し，その重心位置に配置する．支柱下端から質点 1 までの高さをl_1，質点 2 のx軸方向の偏心量をl_2，y軸の負方向の偏心量をl_3とする．質点 1 と 2 は，質量と各軸まわりの慣性モーメントを持ち，それぞれ$m_1, I_{1x}, I_{1y}, I_{1z}$と，$m_2, I_{2x}, I_{2y}, I_{2z}$で表すものとする．

基部の回転剛性は，x軸まわりをk_x，y軸まわりをk_yとする．支柱は鋼管製であり，曲げ剛性，せん断剛性，捩じり剛性をEI_1, GA_1, GJ_1とする．また，梁と表示部を合成した長さl_2の水平部材については，せん断剛性と捩り剛性をGA_2, GJ_2とし，y軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2y}，z軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2z}とする．これは，曲げ剛性の値が曲げの向きによって極端に異なるからである．

このモデルの自由度は，全部で 11 ある．質点 1 は上下に振動することがないため，水平 2 成分u_1, v_1と回転 3 成分χ_1, ϕ_1, ψ_1をもち，質点 2 は並進 3 成分u_2, v_2, w_2と回転 3 成分χ_2, ϕ_2, ψ_2をもつ．

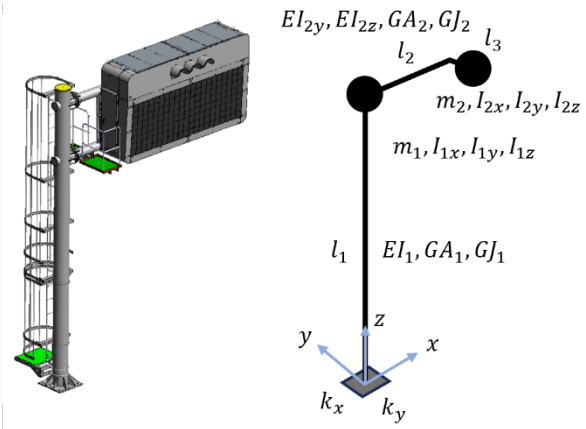


Fig. 1 Lumped-parameter model with 11 degrees of freedom.

３．柔性行列の計算と振動特性の推定

先のモデルの各自由度に，単位荷重または単位モーメント荷重を静的に作用させたときの変位および回転角を求め，柔性行列Lを生成した [3]．例えば，質点 2 のy軸方向に単位荷重を作用させたときの，質点 2 のx軸方向変位は，

$$L_{67} = l_2 l_3 \frac{l_1}{GJ_1} + \frac{{l_2}^2 l_3}{2EI_{2z}} \tag{1}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

となる．この第 1 項は，トルク$l_2 \times 1$によって発生する支柱の捩りに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値であり，第 2 項は単位荷重によって発生する水平部材の曲げに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値である．

以上の様にして 11×11 成分を全て求め，柔性行列の逆行列を計算すれば剛性行列Kを得る．そして，一般化固有値問題を解くことで，固有角振動数ωおよび固有ベクトルuを推定した．

$$K\mathrm{u} = -\omega^2 M\mathrm{u} \qquad (2)$$

ここにMは質量行列であり，各自由度の質量および慣性モーメントの値を対角項にもつ対角行列である．

４．構造パラメータの設定方法

基部の回転剛性k_x, k_yは，その発現メカニズムも不確かであることから，未知数として扱う．鋼材のヤング係数とせん断剛性は 205 GPa，78.9 GPa とする．支柱の外形は 355.6 mm，肉厚は 11.1 mm であり，JIS 規格によれば外形は±1 %の，肉厚は-12.5～15.0 %の許容誤差をもつ．初期段階では，公称値を用いてEI_1, GA_1, GJ_1の値を定めた．支柱下端の補剛材の影響は，単位荷重法により変位・回転角を計算する際に考慮し，補正係数として与えた．梁は外径 216.3 mm，肉厚 8.2 mm の鋼管であり，1 本分の剛性は支柱と同じ方法で求めた．そして，長さl_2の水平部材として考える際には，表示部の剛性も加味して算定した．ただし，2 本の梁と表示部が一体化するほど剛な造りではなく，それぞれが独立して変形するよりもやや硬い程度の様である．これについては，数値計算例を後述する．

実際の表示部は，L 型やコ型の断面をもつ部材からなるフレームに，厚さ 2.3 mm の外板が貼られた複雑な構造となっている．この剛性を精緻に計算するのは困難なことから，一様な厚さをもつ中空の箱を仮定する．剛性に寄与する部材の質量 806 kg 程度と，鋼材の密度 7850 kg/m^3 から，本研究では，表示部を長さ 3.45 m，幅 0.8 m，高さ 1.95 m，肉厚 4.6 mm の箱と考え，剛性を計算した．そして，梁 2 本と合成して$EI_{2y}, EI_{2z}, GA_2, GJ_2$を定めた．

ところで，表示部は構造部材だけでなく，LED や電子回路，ケーブルや遮熱板など剛性に寄与しない質量も持つ．我々が観測実験を行った AL1 型の場合，表示部の総質量は実測で 1420 kg 程度である．表示部の内部は広い空間となっており，前後左右のバランスを考慮しつつ質量は外側に配置されている．そのため，各軸まわりの慣性モーメントを計算する際には，厚さ 20 mm の箱を仮定した．この場合，箱の換算密度は 3130 kg/m^3 程度となる．この表示部と，同じ長さの梁右側部分を合計したものを質点 2 とし，重心位置，質量，慣性モーメントを算定した．質点 1 も同様に，質量は各部材質量の総和により求め，図面上の配置から回転中心までの距離を定め，慣性モーメントを計算した．

上記以外にも，支柱下部の質量により慣性力が発生する．これを考慮するため，適当なたわみ曲線を仮定し，水平方向の慣性力を求めた上で，質点 1 に等価換算質量として付加した．

５．モデルの妥当性を検証する 4 つの振動モード

モデルの妥当性を検証するため，2021 年 4 月に実施したフィールド試験の観測データから振動モードを推定した．この観測では，1 地点あたり 1 週間弱の連続観測を実施しており，支柱上部と表示部の加速度応答を 200 Hz のサンプリングレートで収録している．解析では，連続データから 3 分弱のデータを抽出し，相関関数を計算して ERA 法に入力した．そして，この解析を 1 週間分のデータに適用し，得られた推定結果をモード毎に分類した．橋梁部のある 1 地点のデータから推定された振動モードの平均および標準偏差を Table 1 に示す．

Table 1 Vibration modes of a bridge-mounted highway sign.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.507	$(0.09, 0.92, -0.04, 0.07, 0.37, 0.01)$
2nd	1.685	$(0.63, -0.10, -0.51, 0.57, -0.08, -0.01)$
3rd	4.494	$(0.09, -0.43, -0.08, 0.10, 0.89, 0.04)$
4th	6.259	$(0.29, 0.03, 0.87, 0.39, -0.10, 0.04)$

表の 1 行目は面外 1 次モードであり，固有振動数が 1.507 Hz であった．表中の$(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$は観測点における振動ベクトルであり，$a_x$は表示部における$x$軸方向の振幅を表し，$b_x$は支柱上部の振幅である．面外 1 次モードは，$y$軸方向（車両進行方向）に大きく揺れており，支柱上部よりも表示部の方が大きな振幅を示している．2 行目以降は，それぞれ面内 1 次，面外 2 次，面内 2 次モードを表している．

６．モデルの解析結果

本研究で開発した 11 自由度のバネ－質点系モデルを用いて，Table 1 と同じ道路情報板の振動モードを推定した．その結果を Table 2 に示す．

この解析では，固有振動数と振動ベクトルが観測結果と一致するように，基部の回転剛性k_x, k_yと水平部材の曲げ剛性EI_{2y}の 3 つのパラメータのみを未知変数として調整している．推定した曲げ剛性EI_{2y}の値は，梁と表示部が独立して変形することを仮定した場合の 3 倍程度であり，完全に一体化した場合の 1/10 以下であった．

Table 2 Vibration modes estimated using an 11-DOF model.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.508	$(0.02, 0.85, 0.01, 0.01, 0.52, 0.00)$
2nd	1.680	$(0.58, 0.00, -0.58, 0.57, -0.04, 0.00)$
3rd	4.464	$(0.07, -0.45, -0.11, 0.11, 0.88, -0.00)$
4th	6.243	$(0.38, -0.10, 0.83, 0.39, 0.03, 0.00)$

７．まとめ

本研究では，道路情報板の振動を解析するため，11 自由度の振動モデルを構築した．可能な限り設計図面に忠実に構造パラメータを定めたところ，推定された振動モードは観測結果と良い一致を示した．

参考文献

1) 佐伯昌之，松井真吾，川又忠司：道路情報板用 F 型支柱の損傷に伴う固有振動数変化，土木学会論文集特集号（応用力学），Vol. 80, No. 15, 23-15043, 2024.
2) 長井巧，石関一裕，佐伯昌之，森近翔伍，松井真吾，川又忠司，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の固有振動数変化を用いた異常検知手法の検討，AI・データサイエンス論文集，Vol. 5, No. 3, pp. 823-833, 2024.
3) 庄古朋輝，佐伯昌之，松井真吾，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の面内振動解析（シンポジウム講演概要），第 28 回応用力学シンポジウム，25010-14-05，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

横構を活用した鋼 I 桁橋の 3 次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical Study on Three-Dimensional Deformation Prediction of a Steel I-Girder Bridge Utilizing Lateral Bracing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

赤星　花奈（京都大・工）　北根　安雄（京都大・工）　松本　理佐（京都大・工）　佐藤　顕彦（京都大・工）
Kana AKAHOSHI, Kyoto University, Yasuo KITANE, Kyoto University
Risa MATSUMOTO, Kyoto University, Akihiko SATO, Kyoto University
E-mail: akahoshi.kana.22j@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigated a method for predicting the three-dimensional deformation of bridges utilizing lateral bracing. Displacements were predicted using a neural network trained on the regression relationship between axial strains in the lateral bracing and displacements of the main girders. The prediction error was found to be less than 0.3 mm. Furthermore, an approximate equation was derived that enables an estimation of the main girder cross-sectional deformation using the predicted displacements.

１．はじめに

橋梁のモニタリングにおいて，橋梁の状態を把握するため，参照点不要の鉛直変位計測手法が多く提案されている[1)など]．著者らの研究[2)]では，鉛直変位以外にも，橋軸，橋軸直角（以下，橋直）方向の変位が橋梁の損傷等の異常状態によって変化することが明らかとなった．また，主桁間に配置された横構は特に橋直変位や橋軸変位の影響を大きく影響を受けることも明らかとなっている．桁の 3 次元変形を可視化できれば，より詳細に橋梁の状態を把握することができる可能性がある．そこで本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，数値解析的検討によって，桁の変位と横構のひずみの関係を明らかにすること，横構のひずみから橋梁の 3 次元挙動を予測することを目的とする．

２．対象橋梁および解析モデル概要

Figure 1 に対象橋梁および，本論文で使用する 24 本の横構とその番号を示す．対象橋梁は平成 6 年度版の土木構造物標準設計に記載されている支間長 30m，幅員 9.5m の単純非合成 4 主桁橋である．解析には有限要素解析ソフトである Abaqus2025 を用いた．床版，主桁，横桁はシェル要素で，横構は梁要素によってモデル化し，腹板に結合した．

荷重は，床版上面に死荷重相当の等分布荷重を載荷した．また，25t の車両のタイヤ設置面を模擬した載荷版を輪荷重としてランダムに移動させ，載荷した．

３．横構のひずみと変位の関係

Figure 2 に支間中央，G1 桁直上に輪荷重を偏心載荷した際の横構（LB-1～LB-6）のひずみを示す．横構のひずみは，横構にひずみゲージを貼付することを想定し，横構の中央の軸ひずみを抽出した．Figure 3 に横構と腹板が結合された 2 点の鉛直，橋軸，橋直方向の変位差を，横構の軸方向の変位に換算した値を示す．これを見ると，横構のひずみ変化は，橋軸（x）方向と橋直（z）方向の伸びによって引き起こされていることがわかる．以下では，横構の 2 つの方向の伸縮と桁の変位との関係を説明する．

１）橋軸方向のひずみ

Figure 3 から橋軸（x）方向には横構が伸びていることがわかる．Figure 4 に桁にたわみが生じた際の曲げ変形に伴う横構の伸びを示す．横構は，中立軸よりも桁下縁側に位置するため，桁に曲げが生じると，橋軸方向に伸びΔdxが生じる．これをひずみに換算すると，

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} \qquad (1)$$

となる．これを下縁側のひずみとしてたわみを求めると，

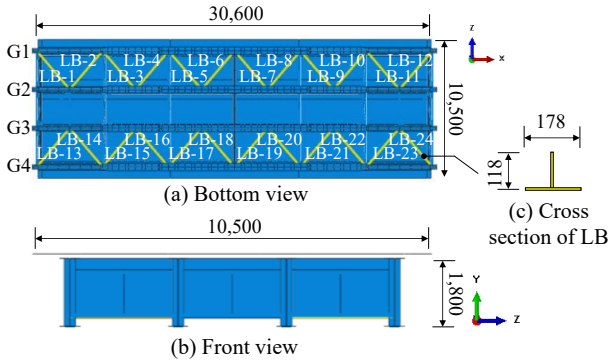


Figure 1 Target bridge (FE model)

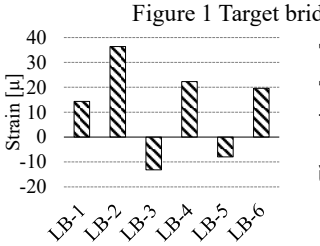


Figure 2 Axial strain of LB

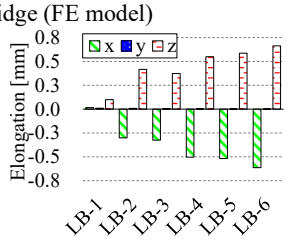


Figure 3 Extension and contraction of LB

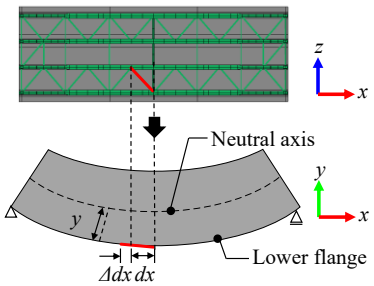


Figure 4 Relationship between girder displacement and longitudinal axis displacement of LB

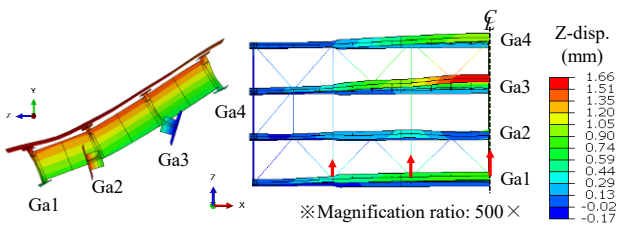


Figure 5 Displacement in the transverse direction

$$v = \int_0^{\frac{l}{2}} \theta dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{\rho} dx dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\varepsilon}{y} dx dx \qquad (2)$$

となり，横構の橋軸方向伸びから鉛直たわみが求められることがわかる．Figure 3 においてx方向の伸縮量は支間中央の LB-6 が最大となり，端部になるにつれて小さくなっているが，これは支間中央での曲げモーメントが最大となっていることを示す．

２）橋直方向のひずみ

Figure 5 には，主桁の橋直方向の変形図を示す．桁の偏心によって主桁断面が回転し，橋直変位が増加している．Figure 3 では，橋直変位によって横構が縮んでいることがわかる．これは，主桁断面の回転による G1～G4 桁の橋直変位の増加が桁ごとに異なることによって，鋼桁の橋直変位が直接横構のひずみに影響を及ぼしたと考えられる．一方で，横構は腹板に取りつけられているため，横構に軸力が作用すると，腹板に面外方向力が作用し，面外変形が生じる．そのため，横構のひずみと変位の関係を簡易的な理論式で表すことは困難である．

４．桁変位の予測

１）横構取付位置の変位予測

横構のひずみから桁変位の関係を補完するため，本研究では回帰問題としたニューラルネットワーク（以下，NN）を用いる．Figure 6 に示すように，入力データとして 24 本の横構の軸ひずみを用いる．また，鉛直変位の影響と橋直変位の影響を分類するため，G1 桁支間中央位置の G1 桁腹板の直ひずみ 1 点を入力データに加えた．出力データは，横構-腹板接続位置の鉛直，橋直方向の変位とした．なお，橋軸方向の変位ついては，ここでは鉛直方向による下縁側の伸びのみが影響すると想定し，出力しないこととした．学習させるデータは，橋のランダムな変形状態を考慮するため，輪荷重の大きさと位置，等分布荷重の大きさをランダムに変化させ，計 208 個のデータを作成し，7 割のデータを学習用，3 割のデータをテスト用とした．

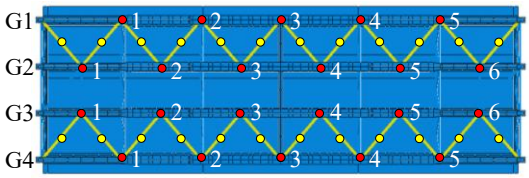
Figure 7, 8 にテストデータのうち 1 ケースの予測結果を示す．赤丸が鉛直，橋直変位の予測結果，青丸が FEM 解析から得た正しい変位を示す．鉛直変位は G1 桁から G4 桁につれて変位が増加し，それに伴って G1 桁，G2 桁に大きな橋直変位が生じた．これらの予測誤差は 1.0%以下であり，正確に予測できていることがわかる．一方で，G3 桁と G4 桁の橋直変位は 23%，11%と誤差が大きくなった．橋直変位については，変位が小さい（0.05mm 程度）場合に誤差率が急激に増加する傾向がみられた．そこで，Table 1 のようにすべてのテストデータを誤差の平均値として評価した．鉛直変位の誤差は約 0.3mm 程度，橋直変位は 0.1mm 程度であり，概ね予測が可能であるといえる．

２）支間中央断面の桁の変位予測

１）で予測された変位を使用し，支間中央断面の変形状態の予測を行う．Figure 5 から，腹板は主桁に追従して変形することがわかるため，ここでは横桁のみに着目した．G1-G2 桁，G2-G3 桁，G3-G4 桁それぞれに対し，Figure 9 のように横桁断面の変形を予測した．G1-G2 桁, G3-G4 桁間は，鉛直方向の変位から腹板がθ傾いているとして計算した．G2-G3 桁間の変形は，鉛直変位は，u_{y1}～u_{y4}から得られる 3 次近似式を用いて，橋直変位は，G2，G3 桁の変位の線形補完で算出した．Figure 10 にこれらの式を用いた桁変形の予測を示す．桁変形をおおよそ再現できたといえる．

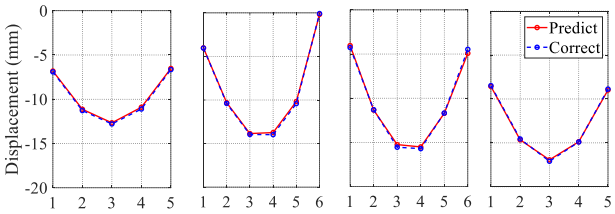
５．結論

本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，横構の軸ひずみを用いた橋梁の 3 次元挙動の予測について検討した．



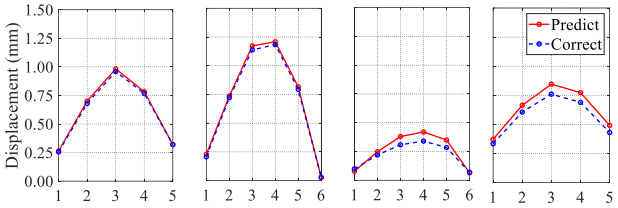
○ +strain of one point: Input ● :Output

Figure 6 Input data and output data points



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 7 Predicted displacement of vertical axis



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 8 Predicted displacement of transverse axis

Table 1 Mean prediction error (unit: mm)

Y (Vertical)				Z (Transverse)			
G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4
0.23	0.23	0.29	0.30	0.05	0.05	0.08	0.11

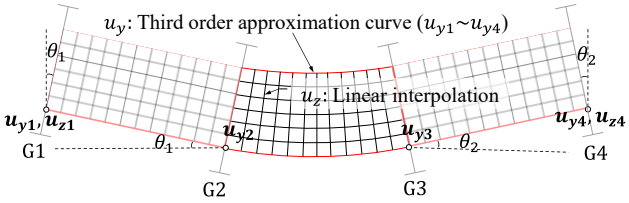
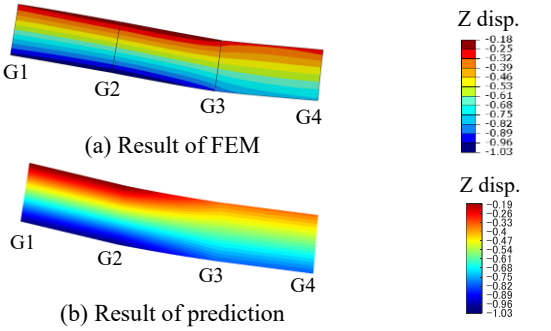


Figure 9 Caluculation method for prediction deformation of cross girder



(a) Result of FEM

(b) Result of prediction

Figure 10 Prediction of cross girder deformation

1) 横構のひずみを学習データとした NN を用いて主桁変位の予測を行った結果，鉛直変位は約 0.3mm，橋直変位は約 0.1mm の誤差で予測可能であった．

2) NN で予測した変位から断面の傾きや 2 次・3 次の変位近似式を算出することで，腹板断面の変形を予測できた．

＜参考文献＞

1) K.Helmi et.al.: Reference free method for real time monitoring of bridge deflections, Engineering Structures, vol.103, pp.116-124, 2015.

2) 赤星ら：多目的遺伝的アルゴリズムを活用した横構による鋼 I 桁橋下フランジの損傷検知，第 28 回応用力学シンポジウム，2510-14-02，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会