2026年5月16日(土)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2026年5月17日(日)

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

10:35 ~ 11:50 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 栞[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

14:45 ~ 16:00 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Reynolds Stress Anisotropy around Spur dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・院）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

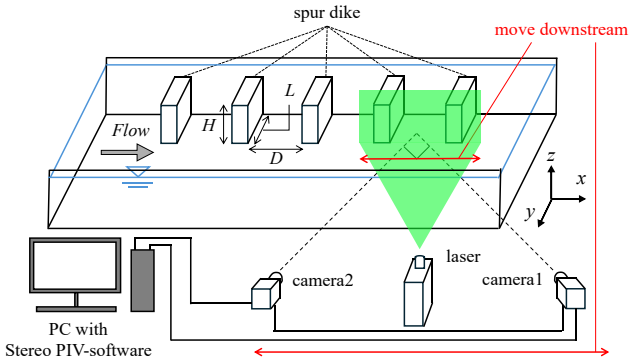
In this study, turbulent structures around the spur dikes were assessed using the turbulence triangle based on the invariants of the reynolds stress anisotropy tensor. For H/h_0=0.75, two component turbulence dominated upstream, with a downstream shift toward one component turbulence. In contrast, for H/h_0=0.37, two component turbulence remained dominant throughout the inter spur dikes region.

１．はじめに

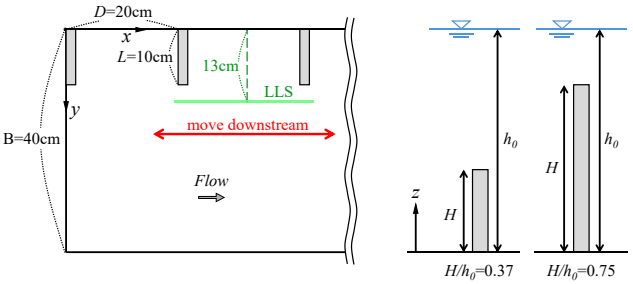
水制は水流に対し，流水を阻害してその下流側で流速を低減する機能と流れの方向を変える機能を持ち，河岸の保護や土砂制御，水深の確保などを目的に設置されている．連続的に水制を配置することで形成された凸部周辺では，上流から 1 基目の水制先端部で剥離した渦は水制群に沿って流下し，主流域と水制域内の流体を取り込みながら発達する．この渦は上流から 2 基目の水制に衝突して破壊され，一方は主流域へ，もう一方は水制域内に入ることで主流域と水制域内で物質交換が行われる．また，水位が水制を上回り，水制上を越流する流れの場合，水制による物質交換には上流側の水制先端からの渦放出に伴う流れ場の歪みに起因するものと主流域と水制域の界面に形成される混合層を介するもの，水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換の 3 つの形態がある．水制群周辺の物質交換に関して，例えば，数値シミュレーションによって水制群周辺の物質交換について検討した研究 [1]においては，浅水条件では混合層による物質交換が支配的であるのに対し，深水条件や沈水条件では二次流と三次元的な渦運動が支配的であることを示した．水理条件の違いによって，物質交換の支配機構が異なる一因として，乱れの非等方性の程度や構造が異なることが考えられる．しかしながら水路実験データに基づき，乱れの非等方性を定量的に示した例は限定的である．開水路流れにおいて非等方性に着目した研究としては，dune[2]や水中岩石 [3]周りの流れを対象とした例が挙げられるが，連続水制群周辺の流れ場を対象とした検討は十分とはいえない．本研究ではステレオ PIV を用いて，水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性の程度を定量的に示すことを目的とする．

２．研究方法

本研究では全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および左岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とした．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=10cm の流れ場を形成した．断面平均流速は約 7.5cm/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re は約 8000，フルード数 Fr は 0.075 である．水制のモデルには，水制



a) Stereo-PIV measurement.



b) Plan view.　　c) Relative spur dike height.

Fig.1 Schematic diagram of the experimental setup.

長 L=10cm，水制高 H=7.5cm，3.7cm の 2 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路片岸に水制長の 2 倍の間隔 D=20cm で 5 基配置した．

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.1 に鉛直面計測時の実験概略図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS の照射位置は，y/L=1.3 である．撮影領域は約 30cm×約 15cm である．LLS の位置を流下方向にシフトさせ，0cm≦x≦80cm の領域を計測した．2 台のカメラは水路側方に設置し，傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した．トレーサには粒径約 50μm，比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた．2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し，各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った．撮影した画像データはビットマップファイルで保存し，解析時に各ケースの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

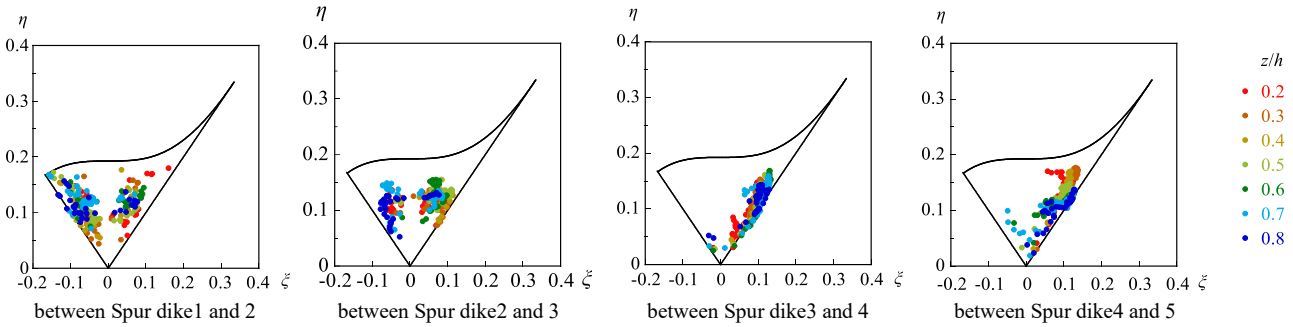


Fig.2 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.75.

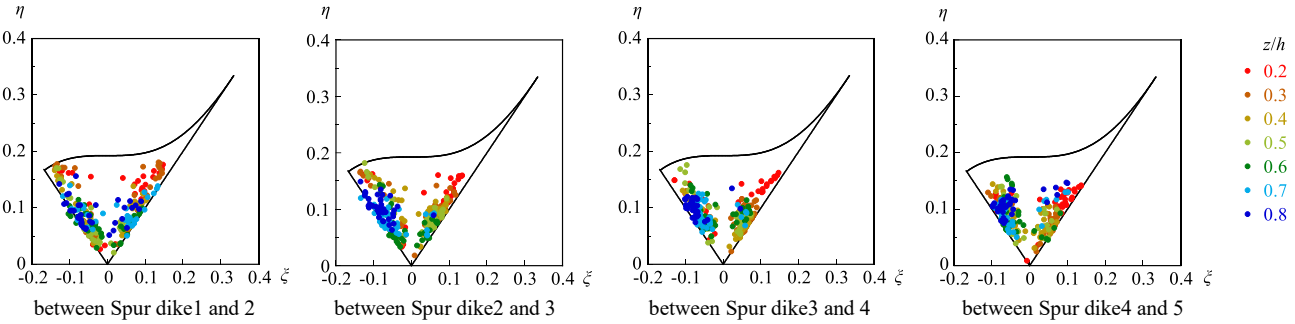


Fig.3 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.37.

ビットマップファイルを連結させた．また，水平面計測時には水路側方から LLS を照射し，水路上方にカメラを設置して撮影した．LLS の照射位置は，z=5cm である．撮影条件は鉛直面計測時と同条件の 2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で行った．鉛直面および水平面計測は，検査エリアを 32×32pixel，オーバーラップを 50%とし，画像解析を行った．計測対象領域において電磁流速計を用いた計測を行い，得られた時間平均流速値がステレオ PIV の結果と概ね一致したことから，ステレオ計測の妥当性を確認した．また，2 台のカメラの設置角度やレーザーシート厚，トレーサ粒子の大きさを工夫し，時間平均流速値の計測精度を高めた．

3．実験結果および考察

本稿ではレイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij} およびその不変量に基づく可視化を行った．ここでは，Turbulence triangle（不変量マップ）を用いた．Fig.2 にy/L=1.3 における相対水制高H/h_0=0.75 の Turbulence triangle を示す．水制間の区間によって三角形内での点群分布に明確な違いが示されている．水制 1-2 基間および 2-3 基間では，点群が pancake 型（axisymmetric contraction limit）および cigar 型（axisymmetric expansion limit）周辺に分布しており，二方向のエネルギーが卓越する乱流構造の特徴を示している．一方で，水制 3-4 基間および 4-5 基間では，cigar 型周辺への分布が確認され，特定方向の速度変動が支配的となる一方向のエネルギーが卓越する状態を示している．これらのことから，相対水制高H/h_0=0.75 の条件では，水制群上流側では水制先端からの渦放出による流れ場の歪みに起因する運動量交換と主流域と水制域の界面に形成される混合層の運動量交換，および水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換により，二方向のエネルギーが卓越する構造が形成されるが，下流側では一方向のエネルギーが支配的となる乱流構造へと遷移しているといえる．

Fig.3 に y/L=1.3 における相対水制高 H/h_0=0.37 の Turbulence triangle を示す．本条件では，いずれの水制間区間においても，pancake 型と cigar 型の双方の特徴を有する分布を示している．とH/h_0= 0.75 を比較すると，axisymmetric expansion limit への顕著な偏りは確認されない．すなわち，相対水制高が小さい条件では二方向のエネルギーが卓越する状態が水制群全体で維持されているといえる．

以上より，相対水制高H/h_0の違いにより，y/L=1.3 において，乱流の非等方度の変化することが明らかとなった．特に，相対水制高が大きい場合には，下流に向かって一方向のエネルギーが卓越する傾向が確認され，運動量輸送特性の変化と関連していると考えられる．これらの結果は，乱流モデルにおける乱れの非等方度の評価の重要性を示すと考えられる．

4．おわりに

本研究では，レイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij}の不変量に基づき，Turbulence triangle を用いて水制周辺の乱流構造を評価した．その結果，相対水制高 H/h_0および水制間区間の違いにより，乱れ特性および乱れの非等方度が顕著に変化することが明らかとなった．H/h_0 = 0.75 の条件では上流側で二成分性が卓越し，下流側に向かって一成分性が強まる傾向が確認された．一方，H/h_0 = 0.37 では全区間にわたり二方向のエネルギーが卓越する状態が維持された．

参考文献

1) W. Dong, T. Uchida, T. Inoue and T. Inoue: Effects of shallowness on coherent flow structures and mass exchange in groin fields, Physics of Fluids, 38, 016609, 2026.
2) S. Dey, P. Paul, S. Z. Ali and E. Padhi: Reynolds stress anisotropy in flow over two-dimensional rigid dunes, Proceedings of the Royal Society A, 476, 20200638, 2020.
3) M. A. Wyssmann, J. G. Coder, J. S. Schwartz and A. N. T. Papanicolaou: Volumetric characterization of spatially organized features of Reynolds stress anisotropy in the vicinity of submerged model boulders, Physics of Fluids, 37, 015194, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

Effect of Relative Spur Dike Height on Reynolds Stress Anisotropy around Submerged Spur Dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・工）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

In this study, turbulence anisotropy around spur dikes was investigated using the invariant function F. The results showed that, at half water depth, the flow inside the spur dike region was relatively close to isotropic turbulence for all cases of relative spur dike height. In contrast, near the spur dike head, the value of F decreased, indicating the formation of strongly anisotropic turbulence associated with separation vortices.

１．はじめに

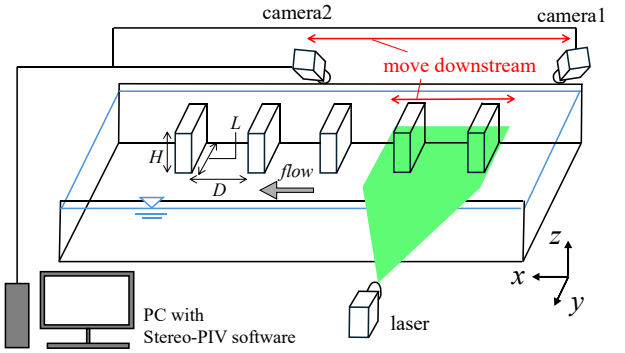
我が国の河川流域は災害を受けやすく，近年の大雨に起因する洪水において堤防越流や堤防決壊などの被害が発生している．このような水害を防止するため堤防が整備されてきたが，堤防への流水の衝突を緩和する構造物として古くから水制が用いられてきた．実河川に設置された水制は周辺の流れに影響を及ぼし，局所洗掘や土砂堆積などの河床変動を引き起こす．これらは治水機能のみならず，河川環境の形成にも関与するため，水制周辺の流れ構造および乱れ特性，河床変動特性を把握することは重要である．実河川においては平水時に水没しない非越流型水制が多く用いられており，その先端部では水跳ねが生じることが知られている．一方で増水時には水位が水制高さを上回り，越流型水制となる．越流型水制を伴う流れでは先端部の水跳ねに加えて水制上を越流する流れが発生し，周辺の流れ場に大きな影響を与えるため，非越流型水制とは異なる流れ構造，乱れ特性となる．これまでに越流型水制群を対象とした研究が行われており，相対水制高を系統的に変化させることで，平均流特性や乱れ特性に関する知見が蓄積されている．相対水制高は，水制周辺に形成される二次流構造に影響を与えることが想定される．しかしながら，水制周辺の乱れの非等方性について T. K. Pradhan・V. Chandra の研究[1]や M. Mehraein らによる研究[2]があるが，不明な点が多い．そこで本研究では水深を一定とし水制高を系統的に変化させることにより，越流型水制群周辺の乱れの非等方度の特性を明らかにすることを目的とする．

２．研究方法

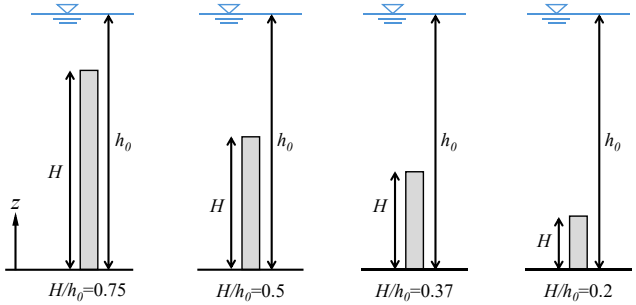
実験水路には，全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および右岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とする．Table 1 に水理条件を示す．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=0.1m の流れ場を形成した．断面平均流速 U_m=0.075m/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re=8000，フルード数 Fr=0.075 である．水制モデルには，水制長 L=0.1m，水制高 H=0.075m，0.05m，0.037m，0.02m の 4 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路側壁に垂直に，水制長の 2 倍の間隔 D=0.2m で 5 基配置した．

Table 1 Hydraulic conditions.

	h_0[m]	U_m[m/s]	Re	Fr	H[m]	H/h_0
case1	0.1	0.075	8000	0.075	0.075	0.75
case2	0.1	0.075	8000	0.075	0.05	0.5
case3	0.1	0.075	8000	0.075	0.037	0.37
case4	0.1	0.075	8000	0.075	0.02	0.2



a) Stereo-PIV measurement.



b) Relative spur dike height.

Fig.2 Schematic diagram of the experimental setup.

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.2 に水平面計測時の実験装置図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

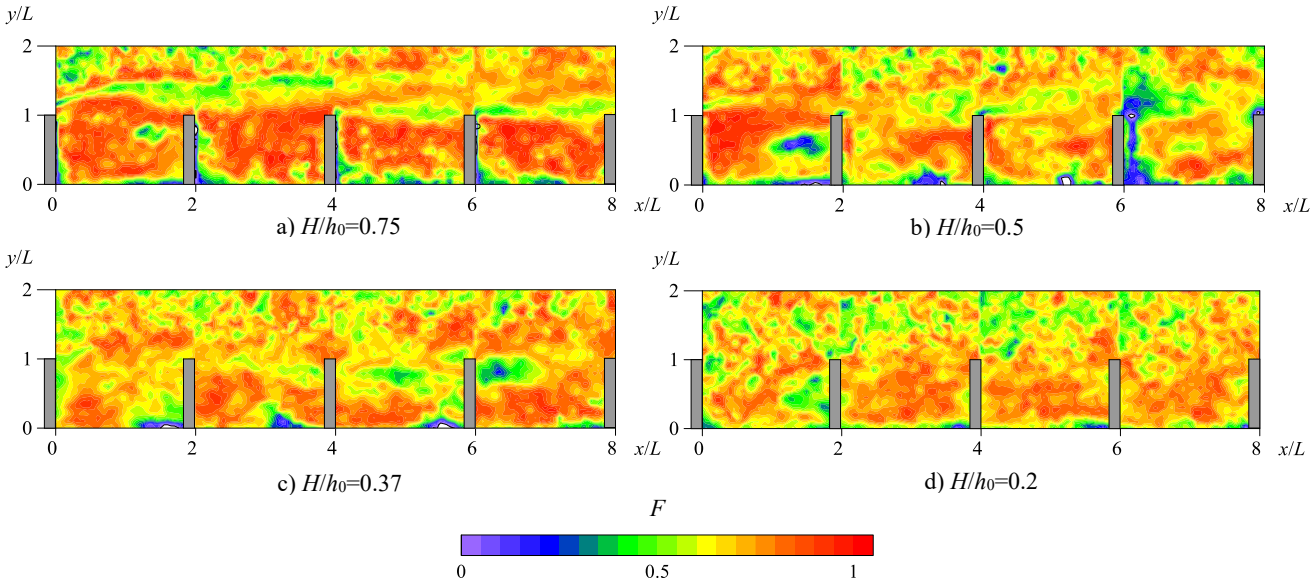


Fig.3 Planar distribution of the invariant function F at z/h_0=0.5.

の照射位置は, z=0.05m である. 撮影領域は約 0.3m×約 0.3m である. LLS の位置を流下方向にシフトさせ，$0m \le x \le 0.8m$ 0mx0.8m の領域を計測した. 2 台のカメラは水路上方に設置し, 傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した. トレーサには粒径約 50μm, 比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた. 画素数 2592×2048pixel, フレームレート 100fps, シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し, 各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った. 撮影した画像データはビットマップファイルで保存し, 連結させた. 画像解析では検査エリアを 32×32pixel, オーバーラップを 50%とした.

３．実験結果および考察

乱流の統計的性質の異方性を表す量として，速度非等方テンソル b_{ij} がある [3), 4)]. 速度非等方テンソルは，レイノルズ応力テンソルを乱れエネルギーで正規化することで，次式のように定義される.

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \tag{1}$$

速度非等方テンソルは 2 階のテンソルであり，座標軸の回転に関して不変な量を 3 個有する．速度非等方テンソルの第 1，2，3 不変量を I，II，III と表すと，以下の式のようになる．ただし，テンソルのトレースはゼロであるため，第 1 不変量は恒等的にゼロである.

$$I = b_{ij} = 0 \tag{2}$$

$$II = -b_{ij}b_{ji}/2 \tag{3}$$

$$III = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3 \tag{4}$$

本稿では，異方性の程度を評価するために不変量関数 F を用いる．不変量関数 F は，次式で定義される.

$$F = 1 + 9II + 27III \quad (0 \le F \le 1) \tag{5}$$

F=1 のとき完全等方乱流，F=0 のとき二次元乱流（流速の 1 成分が消失する状態）に対応する.

z/h_0=0.5 における水制群周辺の不変量関数の平面分布を fig.3 に示す．水制域内ではいずれの相対水制高のケースでも赤色や橙色を示しており，F の値が 1 に近いことがわかる．このことから，水制域内では相対水制高によらず比較的等方乱流に近い状態であることが考えられる．また，相対水制高が H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合，上流から下流にかけて水制域内の赤色は橙色へと変化しており，F の値がわずかに小さくなる傾向がある．これは，一方で，水制先頭部周辺に着目すると，H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合には緑色の線状の模様が形成されており，F の値が 0.4 から 0. 程度であることがわかる．これに対して，H/h_0=0.37 と H/h_0=0.2 の場合では橙色を示しており，F の値が 0.5 よりも大きく，線状の模様は形成されていない．これは水制によって流れが遮断されている断面ではないため，剥離渦の影響が弱まっているためであると考えられる．このことから, 計測断面に水制が存在する条件の H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 では，水制先頭部で発生する剥離渦の影響により，主流方向の速度変動が卓越する状態となり，周辺の流れ場よりも異方性の強い流れが形成されていると考えられる.

４．おわりに

本研究では，不変量関数を用いて水制群周辺の越流型水制群周辺の乱れの非等方性について検討した．その結果，水制域内ではすべての相対水制高のケース，比較的等方乱流に近い状態であることが確認された．一方で，水制先頭部付近では Fの値が 0.4 から 0.6 程度まで低下しており，剥離渦の形成に伴い異方性の強い乱流構造が形成されていることが示唆される．また，相対水制高が大きいケースほど，水制先頭部から下流にかけて異方性の強い流れが形成されていることを示した.

参考文献

1) T. K. Pradhan and V. Chandra: Turbulence anisotropy and length scales around a straight spur dike, Proceedings of the 23rd IAHR APD Congress, pp.197-207, 2022.
2) M. Mehraein, A. J. Schleiss, M. Goodarzi: The effects of a spur dike location in a 90° sharp channel bend on flow field: Focus on anisotropy degree and anisotropy nature, Journal of Hydro-environment Research, 48, pp.15-30, 2023.
3) 河原能久:乱流モデルの発展と河川工学への応用，土木学会水理委員会海岸工学委員会, 2000.
4) 木田重雄，柳瀬眞一郎：乱流力学，朝倉書店，pp.373-376，第 10 刷, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係（シンポジウム講演概要）

Relationship between roughness-surface pressure fluctuations and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉村　英人（岐阜大・工）　椿　涼太（神戸大・工）　赤堀　良介（愛知工業大・工）
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ryota TSUBAKI, Kobe University
Ryosuke AKAHORI, Aichi Institute of Technology
E-mail: yoshimura.hideto.g1@f.gifu-u.ac.jp

This study investigates the relationship between local pressure fluctuations at a roughness unit and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed. A laboratory experiment was conducted using a gravel-bed flume with a pressure sensor unit. Large-eddy simulation (LES) was conducted to reproduce velocity and Reynolds stress distributions observed in the experiments, and a reasonable agreement was confirmed. The ratio of pressure fluctuation intensity to bed shear stress, σ_p/τ_0, varied depending on sensor location, ranging from 1.3 to 6.9. While the top sensor showed a value close to previously reported results (≈ 3), upstream and downstream sensors exhibited significant deviations. The results suggest that interactions between turbulence structures and roughness geometry at different spatial scales influence pressure–shear relationships.

１．はじめに

河床に作用する底面せん断応力は，流れの抵抗や土砂移動を把握する上で重要な水理量であるが，実河川で直接計測することは困難である．そのため，流速やレイノルズ応力あるいは乱れ強度などの鉛直分布から，間接的に底面せん断応力を評価する方法が用いられるが，洪水中で土砂移動が起きるような状況で，河床近傍の上記流れ特性の鉛直分布を実測することは困難である．一方，底面の圧力変動強度σ_pと底面せん断応力τ_0には概ね$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$の関係があることが既往研究（例えば Amir et al.[1]）で示されており，圧力変動を計測することで，洪水中の底面せん断応力を準直接的に評価できる可能性がある．

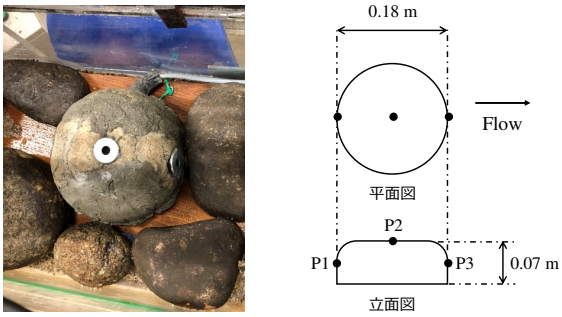
Tsubaki et al.[2] は独自に開発した圧力計 Sphera を実河川に設置し，出水時の河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を分析している．しかしながら，既往研究で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$という関係は球などの一様粗度を設置した粗面乱流場で得られた結果であり，実河川のように様々な粒径の河床材料からなる粗面乱流場においても同じ関係が成り立つのかは明らかではない．

本研究では，実河川を模擬した礫河床の開水路乱流場を対象とした可視化水理実験および LES (Large-Eddy Simulation) 解析を行い，河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を調べた．

２．可視化水理実験

実験には全長 12 m，幅 0.3 m，高さ 0.2 の水路を用いた．現地観測[2] で対象としている札内川の河床を模擬するため，水路中流域の約 2.5 m 区間において圧力センサを埋め込んだ模擬粗度（Sphera）を含む大礫を設置するとともに，中礫（粒径 12.8±3.96 mm）および細砂（粒径約 2 mm）を大礫間に充填させて水路床を形成した．模擬粗度は Fig. 1 に示すように直径 0.18 m，高さ 0.07 m から成り，表面には上流側（P1），上面（P2）および下流側（P3）の 3 点にピエゾ抵抗式絶対圧センサが埋め込まれている．3 つの圧力センサによる圧力を 50 Hz で同期して記録することができる．

水理条件として水路勾配 1/44 のもと流量Q = 2.375×10^{-2} m^3/s を与えた．P2 センサ直上における断面平均流速U_mは約 0.99 m/s，水深hは約 0.08 m であり，これらに基づくレイノルズ数は約 79,200，フルード数は約 1.1 である．



(a) Appearance　(b) Dimensions
Fig. 1 Specification of pressure measurement device, Sphera.

模擬粗度周りの流速分布は PIV (Particle Image Velocimetry) 解析により計測した．水面上から下向きに照射したレーザーシートで鉛直断面のトレーサー粒子を可視化し，ハイスピードカメラ（800 fps）で撮影した画像を解析した．撮影は模擬粗度周りを 3 領域に分けて行い，各領域には一つの圧力センサが含まれるようにした．なお，圧力センサとハイスピードカメラは同期させて計測を行った．

３．数値解析

模擬粗度周りの流れを詳細に把握するため，吉村が開発した数値計算モデル[3]を用いて LES 解析を行った．支配方程式は空間フィルタを施した非圧縮性流体の連続の式および Navier–Stokes 方程式であり，スタガード格子による有限差分法で離散化する．空間離散化には二次精度中心差分を用い，時間離散化には移流項に二次精度 Adams–Bashforth 法，粘性項に Crank–Nicolson 法をそれぞれ用い，速度と圧力のカップリングは Fractional Step 法で行う．また，SGS モデルには MTS (Mixed-Time-Scale) SGS モデルを用いた．

計算は水理実験の水路床形成区間に合わせて$L_x \times L_y \times L_z$ = 2.5 m × 0.3 m × 0.16 mの領域（x，yおよびzはそれぞれ主流，横断および鉛直方向）を対象とした．ただし，本計算では水面変動を考慮しないため，鉛直方向の計算領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

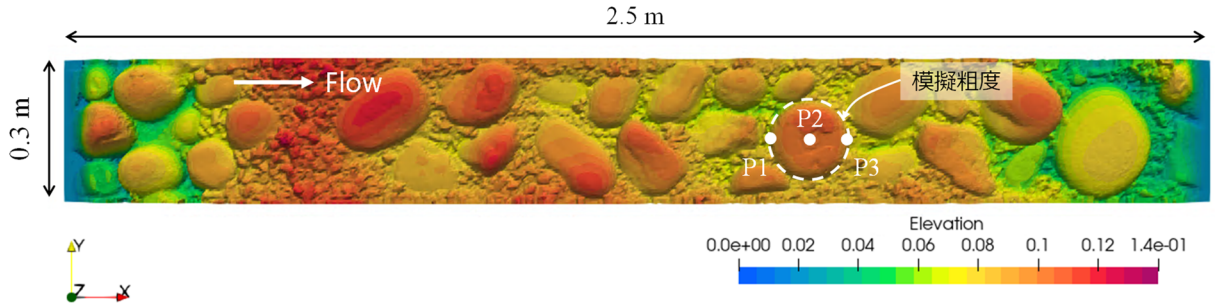


Fig. 2 Channel bed shape measured by SfM.

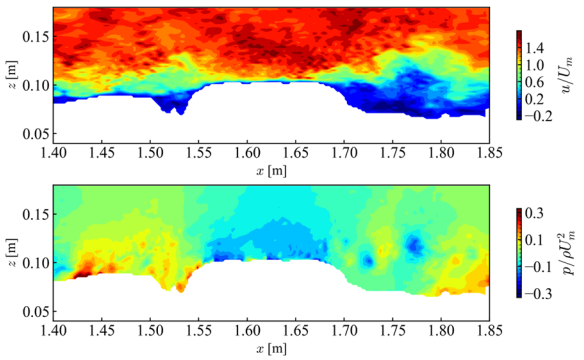
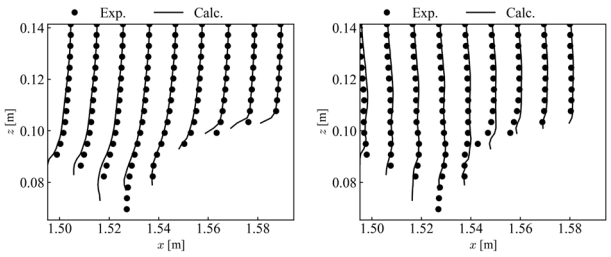


Fig. 3 Instantaneous streamwise velocity (upper) and pressure (lower) distribution obtained by LES.



(a) Mean streamwise velocity (b) Reynolds stress

Fig. 4 Comparisons between experimental and numerical results around P1 sensor.

L_zは区間内の平均水位から設定した．水路床は実験で作成した水路床を SfM で計測し (Fig. 2)，これを用いて IBM (Immersed Boundary Method) により表現した．

格子分割数は$N_x \times N_y \times N_z = 370 \times 150 \times 80$とし，主流方向および鉛直方向には不等間隔格子を，横断方向には等間隔格子を用いた．このとき，着目する模擬粗度周りでの格子解像度は$\Delta_x \approx \Delta_y \approx \Delta_z \approx 2 \times 10^{-3}$（粘性スケールで$\Delta_x^+ \approx \Delta_y^+ \approx \Delta_z^+ \approx 60$）でとなる．境界条件として主流方向には周期境界を与え，側壁には壁面モデルによるせん断応力を与えた．水路床は IBM により non-slip 条件を与え，水面には rigid-lid 近似で slip 条件を与えた．

4．結果と考察

LES により得られた模擬粗度周りの瞬時場を Fig. 3 に示す．相対水深が小さいため，粗度の影響が大きいが，十分に発達した粗面乱流場が形成されている．また，模擬粗度上流側の澱み点付近で圧力が上昇し，上面から下流側の剥離域にかけて圧力が低下する，典型的な物体周りの圧力分布が生じている．

LES の実験の再現性を確認するため，P1 センサ周りにおける平均流速分布およびレイノルズ応力分布の比較を Fig. 4 に示す．LES の結果はいずれも実験結果と一致しており，

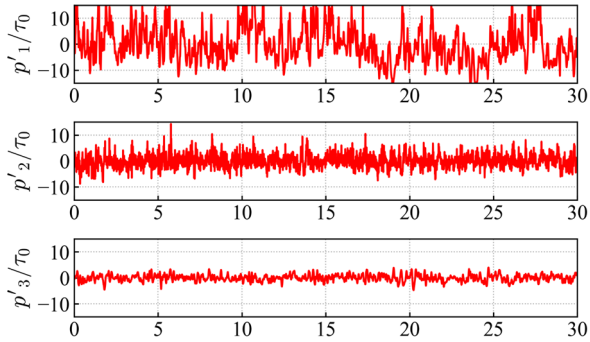


Fig. 5 Time series of normalized pressure fluctuation, p'/τ_0, obtained by LES.

乱れを含めて乱流場を再現できている．

模擬粗度周辺における底面せん断応力τ_0と各センサにおける圧力変動p'の関係を調べるため，p'/τ_0の 30 秒間の時系列を Fig. 5 に示す．ただし，底面せん断応力τ_0は，P2 センサの位置から上流および下流側 0.1 m の範囲における流速データから算出した平均流速分布を，粗面対数則にフィッティングさせて得られた底面摩擦速度$u_\tau \approx 0.07$ m/s から求めた．図よりτ_0に対する圧力変動の大きさや周期はセンサの位置により異なることがわかる．P1 センサでは 5 秒程度の比較的長い周期であり，変動も大きい．一方，P2 および P3 センサでは P1 よりも変動が小さく，周期も短い．

これらの時系列データから圧力変動強度と底面せん断応力の関係σ_p/τ_0を求めた結果，P1，P2 および P3 センサでそれぞれ 6.9，2.4 および 1.3 となった．P2 センサは既往研究[2]で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$に近い結果が得られているが，P1 および P3 センサではそれよりも過大および過小となった．同様の傾向は現地観測[2]でも確認されており，P1, P3 は粗度の間の剥離・再付着流れの特性を，P2 は粗度の上の乱流域（等流の場合の対数流速域）の乱流に起因する圧力変動を捉えていることが示唆される．

謝辞：本研究は JPSP 科研費 25K01332 の助成を受けたものである．ここに記し，謝意を表す．

参考文献

1) M. Amir et al.: Pressure forces on sediment particles in turbulent open-channel flow: a laboratory study, *Journal of Fluid Mechanics*, 757, pp. 458–497, 2014.
2) R. Tsubaki et al.: Unsteady features of bedload and near-bed turbulence measured in a braided gravel bed river , *Proceedings of the 41th IAHR World Congress*, 701, 2025.
3) H. Yoshimura and I. Fujita: Investigation of free-surface dynamics in an open channel flow, *Journal of Hydraulic Research*, 58(2), pp. 231–247, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

Fundamental Formulae Associated with Momentum Equation with Eddy Viscosity Term to Elucidate Calculated Results of Water Surface Profile (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

細田　尚（京大名誉教授）白井　秀和（北見工大・工）音田　慎一郎（京大・工）
Takashi HOSODA
Hidekazu SHIRAI, Kitami Institute of Tech.　Shinichiro ONDA, Kyoto Univ.
E-mail: hosoda.takashi.82c@st.kyoto-u.ac.jp

This paper deals with the fundamental formulae which are utilized to understand the calculated results of water surface profile in open channels by means of the one-dimensional momentum equation with the eddy viscosity term. The theoretical equation representing the water depth around the critical depth is firstly derived substituting the power series expansion into the momentum equation. It is shown that the theoretical equation is in good agreement with the calculated results within the radius of convergence. Then, the asymptotic behavior of water surface profile towards infinity in the downstream is considered applying the asymptotic expansion and substituting it to the momentum equation to fix the coefficients of each terms in the expansion. It is shown that the theoretical equation is compatible with the calculated results.

１．はじめに

渦動粘性項を有する一次元運動量方程式を用いた水面形解析法について，これまでに二階の常微分方程式である基礎式の二点境界値問題としての解析法を提案し[1]，急勾配水路上の流れを対象に上下流端の水深を与えて限界水深を通過する連続な水深分布が計算可能であることを示した．（ただし実際の強跳水ではなく乱流による運動量輸送を評価した渦動粘性項を考慮して得られる跳水状の水深急変分布を意味する．）

さらに，二点境界値法による計算結果を上流端で水深と水深の一階微係数の二つを境界条件として与える一点境界値法によって再現できることを示した[2]．本研究は，これらの計算結果として再現された限界水深を通り下流無限大で水平線に漸近する連続分布形について基本的な特性の検討を行うことを目的としている．これまでに，等流水深近傍の水深の変化特性について検討を行ったので[2]，本研究では限界水深の上下流で急変する水面形の特性，および十分下流での水平線への漸近特性に着目した理論的な考察を行う．

２．基礎式とその無次元化

Fig.1 に示した座標系の下で，単位幅に対する渦動粘性項を有する一次元連続式と運動量方程式を記述すれば式(1)および式(2)となる．

$$q = Uh = \text{一定} \tag{1}$$

$$\frac{d}{dx}\left(hU^2 + \frac{1}{2}gh^2\cos\theta\right) = gh\sin\theta - c_f U|U| + \frac{d}{dx}\left(D_{m_x}h\frac{dU}{dx}\right) \tag{2}$$

ここに，xは空間座標，Uは水深平均流速，hは水深，qは単位幅流量，D_{m_x}は渦動粘性係数，c_fは摩擦係数，θは路床勾配，g は重力加速度を表す．また，渦動粘性係数は単位幅流量を用いて次式で評価する．

$$D_{m_x} = \alpha q \tag{3}$$

ここに，αは式(3)で渦動粘性係数を評価する場合の定数．

式(2)を変形すると式(4)となる．

$$(gh^3\cos\theta - q^2)\frac{dh}{dx} = gh^3\sin\theta - c_f q^2 + D_{m_x}q\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 - D_{m_x}qh\frac{d^2h}{dx^2} \tag{4}$$

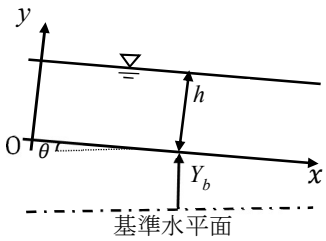


Fig.1 Coordinate system

式(4)の場合も式(5)で定義される従来の等流水深は式(4)の解となる．

$$gh_0^3\sin\theta - c_f q^2 = 0 \tag{5}$$

一方，式(6)で定義される水深は通常の限界水深の水理学的意味を有していないが，本研究でも式(6)を限界水深の定義として用いる．

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g\cos\theta}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{6}$$

次の無次元量を用いて基礎式を無次元化すれば式(7)となる．

$$x' = \frac{x}{h_c}, h' = \frac{h}{h_c}, Fr_0 = \frac{q/h_0}{\sqrt{gh_0\cos\theta}}, h_0' = \frac{1}{Fr_0^{2/3}}$$

$$(h'^3 - 1)\frac{dh'}{dx'} = c_f\left(Fr_0^2 h'^3 - 1\right) + \alpha\left(\frac{dh'}{dx'}\right)^2 - \alpha h'\frac{d^2h'}{dx'^2} \tag{7}$$

次式に示すように，式(7)にはh'が増大するとき $h' \propto c_f Fr_0^2 x'$ として表される漸近解が存在する．

$$h' \to \infty \quad \frac{dh'}{dx'} \to c_f Fr_0^2 = \tan\theta \tag{8}$$

３．考察に用いる計算結果

本研究ではこれまでに一点境界値法を用いて行った急勾配水路流れの水面形解析結果[2]を考察の対象とする．

以下に水面形計算の水理条件と計算条件を示す．上流端

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の h'とdh'/dx'の値を図中に記述した．

水理条件： $\sin\theta$=1/100， c_f=0.005， α=0.05，
q=0.003(m^2/sec)， h_0=0.00772(m)， h_c=0.00972(m)，
Fr_0=1.414

計算条件： $\Delta x'$=0.02

水面形解析結果を Fig.2 に示した．

4. 限界水深近傍での水深分布特性

水面形が通る限界水深の位置をx'_cとし，そこを原点とした空間座標を$\delta x'$とする．限界水深周りの水深を次式のべき乗級数展開を用いて表現する．

$$h' = 1 + e_1\delta x' + e_2\delta x'^2 + e_3\delta x'^3 + e_4\delta x'^4 + e_5\delta x'^5 + e_6\delta x'^6 \cdots \quad (9)$$

上式を基礎式に代入し，$\delta x'$のべき乗指数に掛かる項をゼロとおくことで係数に関する関係式が導かれる．0 次から 3 次までの関係式を記述すれば次のようになる．

0 次： $c_f\left(Fr_0{}^2 - 1\right) + \alpha(e_1{}^2 - 2e_2) = 0$

1 次： $e_1[h'^3]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_1 + \alpha(2e_1e_2 - 6e_3)$

2 次： $e_1\left[h'^3\right]_2 + 2e_2\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_2 + \alpha(2e_2{}^2 - 12e_4)$ (10)

3 次： $e_1\left[h'^3\right]_3 + 2e_2\left[h'^3\right]_2 + 3e_3\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_3 + \alpha(-4e_1e_4 + 4e_2e_3 - 20e_5)$

ここに，$[h'^3]_1$等は次式で表される．

$[h'^3]_1 = 3e_1$， $[h'^3]_2 = 3e_1{}^2 + 3e_2$， $[h'^3]_3 = 3e_3 + 6e_1e_2 + e_1{}^3$

Fig.2 に示した計算結果の限界水深位置での水深の一階微係数値をe_1として与えると，式(10)の関係式を用いてe_2~e_5の値を計算することができる．それらを用いてh'と$\delta x'$の関係を示したのが Fig.3 である．収束半径内でべき乗級数展開は次数を上げるとともに一定値に収束していくので，限界水深近傍で式(9)で表される連続な解が存在すると考えられる．また数値計算結果はべき乗級数展開とよく一致している．

5. 下流無限大への漸近特性

下流無限大で水深は次式で定義されるY'に漸近する．

$$Y' = h'_d + x'\tan\theta \quad (11)$$

ここに，h'_dは原点での下流無限大の水位に対応する水深．

h'をY'とそれからの偏差$\delta h'$の和として表す．

$$h' = Y' + \delta h' \quad (12)$$

上式を基礎式に代入し$\delta h'$の二乗以上の項を微少として無視すると，$\delta h'$に関する線形化方程式が導かれる．その際に $dY'/dx' = \tan\theta$ を用いて変数をx'からY'に変換すると次式が得られる．

$$\alpha Y'\tan^2\theta\frac{d^2\delta h'}{dY'^2} + \left(Y'^3 - 1 - 2\alpha\tan\theta\right)\tan\theta\frac{d\delta h'}{dY'} = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f \quad (13)$$

上式をみて次式で表される漸近級数展開が成立することが分かる．

$$\delta h' \propto m_{-2}\frac{1}{Y'^2} + m_{-5}\frac{1}{Y'^5} + m_{-8}\frac{1}{Y'^8} + m_{-11}\frac{1}{Y'^{11}}\cdots \quad (14)$$

この表示式を式(13)に代入しY'に関する同一のべき乗に掛かる係数をゼロと置くことで，漸近級数展開の各項の係数が満たすべき関係式が導かれる．

0 乗： $-2m_{-2}\tan\theta = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f$

-3 乗： $6m_{-2}\alpha\tan^2\theta - 5m_{-5}\tan\theta + 2m_{-2}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

-6 乗：

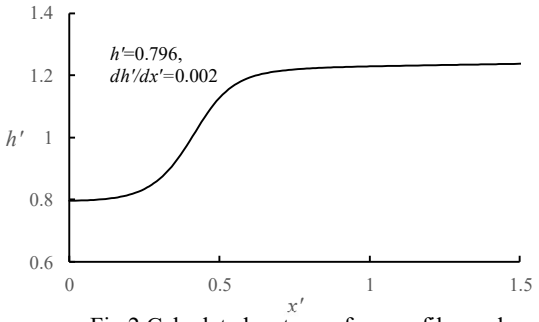


Fig.2 Calculated water surface profile used for theoretical consideration

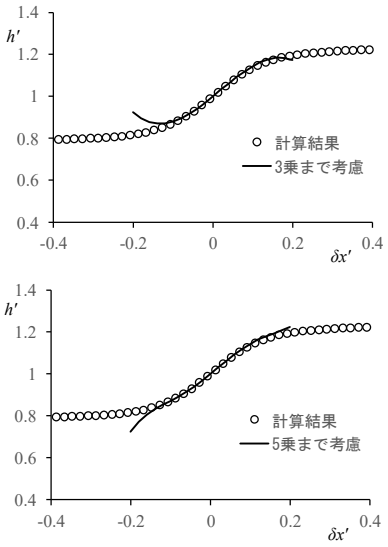


Fig.3 Comparison between theoretical equations and calculated

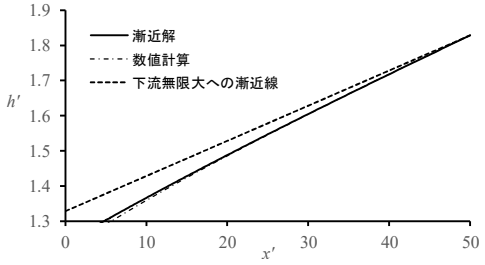


Fig.4 Comparison between asymptotic depth distribution toward downstream infinity and calculated results

$30m_{-5}\alpha\tan^2\theta - 8m_{-8}\tan\theta + 5m_{-5}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

漸近展開式に原点は存在しないので，十分下流の $x' = 50$において漸近展開式，数値解析結果および漸近線のh'が一致するとしてそれぞれのh'を示したのが Fig.4 である．漸近解は数値解析結果とよく一致しており，下流無限大への漸近挙動を表現していると考えられる．

6. おわりに

今後，路床に突起を有する流れなど種々の条件の下での解析を行いたい．

参考文献

1) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた二点境界値問題としての水面形解析法，2025 年度関西土木工学交流発表会講演概要集, II &Ⅶ-5，2025.

2) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析法に関する二，三の考察，令和 7 年度土木学会全国大会 第 80 回年次学術講演会概要集, II-72，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

振動跳水現象の 2 次元 RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes) モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

Influence of Wall Functions on Two-Dimensional RANS Simulations of Oscillatory Hydraulic Jump Phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩橋　陸（静岡大・工）　中澤　克成（静岡大・工）　横嶋　哲（静岡大・工）
吉村　英人（岐阜大・工）　藤田　一郎（(一財) 建設工学研究所）
Riku IWAHASHI, Shizuoka University
Katsunari NAKAZAWA, Shizuoka University
Satoshi YOKOJIMA, Shizuoka University
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ichiro FUJITA, Construction Engineering Research Institute
E-mail: iwahashi.riku.21@shizuoka.ac.jp

We examined the influence of wall functions, often introduced in wall-bounded turbulent-flow simulations, as well as the effect of computational grid resolution, on the prediction accuracy of oscillatory hydraulic jump phenomena using two-dimensional RANS model calculations.

1. はじめに

トレンチ付き落差工流れは幾何学形状や水理条件に応じて流況が大きく変化することが知られており[1),2)]，数値解析による再現が試みられてきた．Chiu et al.[3)] と浪平・髙木[4)] はそれぞれ RNG k–ε 及び非線形 k–ε モデルを用いて，トレンチ長を系統的に変化させた場合の流況の変化を良好に再現できることを示した．Yoshimura et al.[5)] は水理実験で周期振動跳水現象が生じたケース (fig. 1) に特に注目して，乱流モデル (RNG k–ε モデルを含む 5 種類) と計算格子解像度 (完全等間隔，0.5mm/1.0mm) が予測結果に及ぼす影響を検討し，0.5mm 格子上の SST k–ω モデル (以後，SST モデルと呼称) は振動跳水現象を正確に再現できるのに対して，他の数値予測は全て定常解となることを示した．著者ら[6)] (以後，前報) も独自開発プログラムを用いて同様の検討を行い，Yoshimura et al.[5)] と一致する結果を得るとともに，SST モデルが備える，渦動粘性係数の (特に壁近傍での) 過大評価を防ぐリミター機能が振動跳水現象の再現性のキーポイントであることを示した．

壁乱流の RANS 予測では，乱流モデルと計算格子解像度に加えて，壁面境界条件が結果に及ぼす影響も大きいと考えられる．Chiu et al.[3)] では壁境界条件に関する詳細な説明がないものの，浪平・髙木[4)] は滑面に対して粗面対数則を用いており，その理由として滑面対数則よりも良好な結果が得られたことを挙げた．Yoshimura et al.[5)] (OpenFOAM を利用) の数値予測では壁近傍の格子解像度に応じて壁関数と壁上での粘着/不透過条件の使用が自動で切り替わるのに対して，前報[6)] では全ての計算 (の全時空間) で粘着/不透過条件が課された．

そこで本研究では，前報[6)] と同じく，振動跳水が生じるトレンチ付き落差工流れに SST モデル[7)] を適用し，壁関数の適用が流動予測に与える影響を評価する．

2. 数値計算法と対象流れの概略

本研究では文献[8)] で提案された ‘気液二相アプローチ’ に基づく新たな流動解析プログラムを作成した．文献[8)] では界面捕獲法としてレベルセット法が用いられたが，本研究では VOF 法系統の THINC/WLIC 法を採用した．この気液二相流動解析プログラムの基本性能については文献[9)] を参照されたい．

ここでは 2 種類の壁面境界条件を検討する：第 1 の方法では，壁上で粘着・不透過条件 ($\bar{u} = \bar{v} = 0$, $k = 0$) を課す．ただし $\omega \equiv \varepsilon/k$ は壁上で ∞ となるため，壁からの第 1 格子点（以下，下付き添え字 w で表現）で $\omega_\mathrm{w} = 6\nu/(\beta_1 \ell_\mathrm{w}^2)$ ($\beta_1 = 0.075$, ν は流体の動粘度，ℓ_w は最も近い壁までの距離を表す）を課した．第 2 の方法では壁関数を使用した．壁からの第 1 格子点での壁接線方向流速が対数則分布

$$\bar{u}_\mathrm{w}^+ = (1/\kappa)\ln \ell_\mathrm{w}^+ + B \quad (\kappa = 0.4, B = 5.0) \tag{1}$$

に従うことを仮定して，壁面摩擦速度 u_τ を求めた．ただし，壁法線方向流速に対しては不透過条件を課した．第 1 格子点での k と ω は u_τ を用いてそれぞれ

$$k_\mathrm{w} = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{\beta^*}},\ \omega_\mathrm{w} = \frac{u_\tau}{\kappa \ell_\mathrm{w}\sqrt{\beta^*}} \quad (\beta^* = 0.09) \tag{2}$$

で与えた．また，対数則分布に代えて Spalding 則

$$\ell_\mathrm{w}^+ = \bar{u}_\mathrm{w}^+ + e^{-\kappa B}\left[e^{\kappa \bar{u}_\mathrm{w}^+} - 1 - \kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+ - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^2}{2!} - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^3}{3!}\right] \tag{3}$$

を用いた計算も行った．

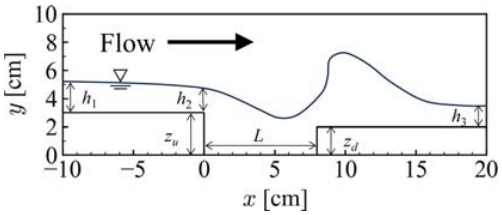


Fig. 1　Schematic of the flow over a drop with a trench. The flume-bottom slope is 1/500 and the flow discharge per unit flume width is 88.3 cm^2/s.

対象流れは前報[6)] および Yoshimura et al.[5)] と同じく，単位幅流量 88.3 cm^2/s で fig. 1 のトレンチ部を過ぎる流れで，周期 1.78 s で安定した振動跳水現象が観察[5)] されたケースである．前報[6)] と同じく，段落ち部と水路床の交点を原点として，主流方向に [−19 cm, 27.4 cm]，水深方向に [0 cm, 10 cm] の計算領域を設定し，0.5 mm および 1.0 mm の 2 種類の完全等間隔な計算格子上で数値計算を実行した．

3. 計算結果と考察

計算格子解像度（0.5 mm 格子/1.0 mm 格子）と壁関数（wall function，以下 ‘WF’ とも記載）の利用の有無によって，同じ SST モデルを用いても大きく異なる予測が得られた．Fig. 2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

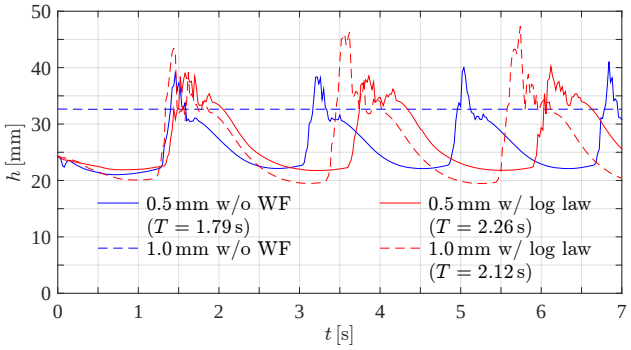


Fig. 2 Time histories of water depth at $x = 4$ cm (i.e., at the middle of the trench section) obtained from four different SST model predictions. The time period of oscillating hydraulic jumps T observed in the corresponding experiment[5] is 1.78 s.

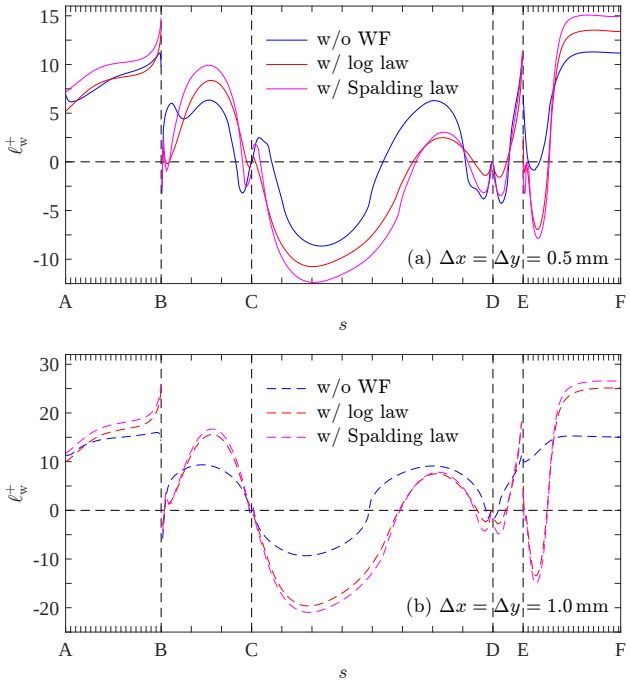


Fig. 3 Profiles of distance to the first grid point from the wall in wall units based on the time-averaged friction velocity (i.e., $\Delta x^+/2 (=\Delta y^+/2)$). Note that the ticks on the horizontal axis are marked at 1 cm intervals, and the intervals within the trench section are enlarged six times for easier viewing.

に，トレンチ部中央 ($x = 4$ cm) での水深の経時変化を示す．壁で粘着・不透過条件を課した場合（以下，‘壁関数無し’と呼称），0.5 mm 格子では水理実験と定量的にも良好に一致する予測が得られるのに対して，1.0 mm 格子では定常解が得られることは前報[6] で示した．壁関数（ここでは対数則を仮定して壁面摩擦速度を算出）を用いた場合，0.5 mm/1.0 mm のどちらの計算格子上でも安定して周期振動跳水現象が再現されたが，0.5 mm 格子では振動周期 $T = 2.26$ s，1.0 mm 格子では $T = 2.12$ s となり，水理実験結果（$T = 1.78$ s）と比べてどちらも過大予測となった．

計算格子解像度の違いや壁関数の利用の有無は，壁乱流において重要な特徴量である壁面摩擦速度 u_τ の予測に差異をもたらし，それが上述の流動の違いに至ることが考えられるため，ここでは壁からの第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ の分布を fig. 3 に示す．それぞれの計算結果に対して 1 振動周期に渡る時間平均を施し，得られた流れ場から u_τ を算出した．ここで s 軸（fig. 3 の横軸）は計算領域の上流端（点 A）から下流端（点 F）まで水路床に沿って流下するものとし，BC は段落ち壁，DE は段上がり壁，CD はトレンチ内部の水路床をそれぞれ表す．(a) には 0.5 mm 格子を，(b) には 1.0 mm 格子を用いて得られた分布を示すが，第 1 格子点までの距離は計算格子幅に比例することを考慮し，(b) の縦軸の範囲は (a) の 2 倍と設定したことに留意されたい．また，粘性距離の正負は壁第 1 格子点での壁接線方向流速の正負と一致させた．ここでは対数則に加えて，Spalding 則を仮定して u_τ を算出した場合の結果も比較する．ただし，Spalding 則を用いても，得られる流動は対数則を用いた場合とほぼ一致した（図省略）．

1.0 mm 格子を用いた場合にも第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ が 30 に達することはなく，対数則の成立を期待するには計算格子解像度が（壁近傍で）高すぎる状況と言える．ただし，壁関数の利用を伴ういわゆる高 Reynolds 数型乱流モデルが，壁関数成立の前提条件を満たさない，剥離や衝突を含む複雑流れをそこそこの精度で予測できることが指摘されており[10),11)]，この状況が直ちに低い予測精度を与えることを意味しない．対数則を用いた場合，1.0 mm 格子と 0.5 mm 格子では u_τ は概ね一致するものの，fig. 2 で見られたように，得られた流れは定量的には大きく異なったことは，乱流パラメータに壁関数（式 (2)）を課す位置の違いが予測に無視しえない影響を与えたと推察される．

壁関数無しでは，fig. 2 でも見られたように，計算格子解像度の違いが予測に質的にも大きな相違（周期振動現象の再現の有無）をもたらす反面，壁関数有りでは計算格子解像度に依らずに周期振動現象を捉えられたことは，粘着条件による壁面摩擦推定が計算格子解像度に鋭敏であること，壁関数を用いることでその影響を回避/低減し得ることを示す．

参考文献

1) 藤田, 丸山: 水工学論文集, **45**, 403, 2001.
2) Fujita: J. Vis., **5**(4), 335, 2002.
3) Chiu et al.: J. Hydraul. Eng., **143**(1), 04016077, 2016.
4) 浪平, 髙木: 土論 B1, **75**(2), I_577, 2019.
5) Yoshimura et al.: KSCE J. Civ. Eng., **28**, 1075, 2024.
6) 岩橋ら: 第 28 回応力シンポ, 2024.
7) NASA Langley Research Center: Turbulence Modeling Resource, `https://turbmodels.larc.nasa.gov/index.html`
8) 横嶋: 土論 B, **62**(4), 419, 2006.
9) 中澤ら: 土論, **79**(1), 22-00116, 2023.
10) 中山, 横嶋: 土論 II-**48**(628), 131, 1999.
11) 中山, 横嶋: 土論 II-**56**(684), 141, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

Comparison of Pressure Spikes Induced by a Single Bubble Passing Through Constrictions of Various Shapes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

許　本源（東京大・数理）　　儀我　美保（東京大・数理）　　野津　裕史（金沢大・理工）
Pen-Yuan HSU, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Mi-Ho GIGA, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Hirofumi NOTSU, Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University
E-mail: pyhsu@ms.u-tokyo.ac.jp

In various constricted geometries, we give two-dimensional numerical simulations of two-phase, incompressible, viscous flow using an isothermal sharp-interface model (without phase change). We investigate the behavior of "pressure spikes", the place where the magnitude of time derivative of pressure is large.

1．はじめに

オリフィスやベンチュリ管に代表される流路の拡大縮小部は，流量を測定や微小気泡生成をはじめとする多様な工業用途で利用されている．気泡がこうした狭路を通過する際の圧力変動は，気泡挙動や流動音発生メカニズム解明の基盤となることから，古くから活発に研究されてきた．例えば，金子ら[2]（2012）は可視化実験を通じて，ベンチュリ管を通過した気泡の微細化崩壊が拡大部の圧力回復プロセスに依存することを指摘した．梅田ら[3]（1994）は空気-水二相流スラグ流を対象とし，単一気泡のオリフィス通過時における気泡挙動，圧力変動，発生音の相関を調査している．また，近年では JIANG ら[4](2021)が，異なる形状や生成条件を持つベンチュリ管式気泡生成装置を用いて実験を行い，ノズルの縮小角と空気混入量が気泡サイズに大きな影響を与えることを明らかにした．

これらの先行研究は目的こそ様々だが，圧力変動そのものに着目した考察が主流であった．これに対し，本研究では圧力の急激な変化を的確に捉えるため，圧力の時間微分に着目し，「圧力スパイク波」という概念を導入した[1]．その上で，気泡通過時の発生音は圧力スパイク波に起因するという仮説に基づき，相変化を含まない等温・鋭敏界面モデル（二相非圧縮性粘性流体方程式）を用いた 2 次元数値シミュレーションを行った．数値手法として，CFL 条件に制約されず AMR（アダプティブ・メッシュ・リファインメント）が利用可能な，時間 2 次精度のラグランジュ・ガレルキン(特性曲線)FEM を適用し，その有効性を検証した．本稿では，特に縮口部形状の違いが圧力スパイク波の挙動に与える影響について考察した結果を報告する．

2．二流体問題

領域 Ω を，Fig. 1 のように

$$\Omega := \Omega_1(t) \cup \Gamma(t) \cup \Omega_2(t) \subset \mathbb{R}^{d(=2,3)},\ t \in (0,T)$$
$$(\Omega_1(t) \cap \Omega_2(t) = \emptyset) \tag{1}$$

とおく．境界$\partial\Omega$は$\partial\Omega_D$と$\partial\Omega_N$に分かれているとする．
$(\overline{\partial\Omega} = \overline{\partial\Omega_D} \cup \overline{\partial\Omega_N},\ \overline{\partial\Omega_D} \cap \overline{\partial\Omega_N} = \emptyset)$.

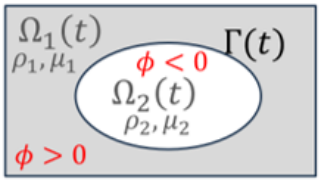


Fig. 1 Sharp interface in two-phase flow.

次の方程式（$i = 1,2$）：

$$\begin{aligned}
\rho_i \mathcal{D}_t u_i - \nabla \cdot [2\mu_i D(u_i)] + \nabla p_i &= \rho_i f, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
\nabla \cdot u_i &= 0, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
[u]_\Gamma = 0, [-pI + 2\mu D(u)]_\Gamma \hat{n} &= \sigma_0 \kappa \hat{n}, && (x,t) \in \Gamma(t) \times (0,T),\\
u &= g && (x,t) \in \partial\Omega_D \times (0,T),\\
[-pI + 2\mu D(u)] n_{\partial\Omega} &= 0, && (x,t) \in \partial\Omega_N \times (0,T),\\
u &= u^0 && x \in \Omega,\ t = 0,\\
\Gamma &= \Gamma^0 && t = 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

をみたす函数$(u,p): \Omega \times (0,T) \to \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$と
$\{\Gamma(t) \subset \Omega;\ t \in (0,T)\}$を求める問題を考える．

ここに，$T > 0$は終端時間，$\rho_i > 0, \mu_i > 0, \sigma_0 > 0$はそれぞれ密度，粘性，表面張力係数，

$$D(u) := \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^\top] \tag{3}$$

は歪み速度テンソル，$n_{\partial\Omega}$はΩの外向き法線ベクトル，$\hat{n}$は$\Omega_2(t)$の外向き法線ベクトル，κは界面$\Gamma(t)$の曲率，$[\cdot]_\Gamma$は$\Gamma = \Gamma(t)$におけるジャンプで，

$$[A]_\Gamma(x,t) := \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_1(t)}} A(y) - \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_2(t)}} A(y), \qquad x \in \Gamma(t). \tag{4}$$

流速uと圧力pは，領域Ωで定義された関数として考える：

$$u(x,t) := \begin{cases} u_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ u_2(x,t), & x \in \Omega_2(t), \end{cases} \quad p(x,t) := \begin{cases} p_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ p_2(x,t), & x \in \Omega_2(t). \end{cases} \tag{5}$$

界面$\Gamma(t)$を，レベルセット関数$\phi(x,t)$を用いて表現する：

$$\Gamma(t) = \{x \in \bar{\Omega};\ \phi(x,t) = 0\} \tag{6}$$

3．数値計算結果（二次元）

気泡が縮口部を通過する際，圧力の時間微分が短い時間に正負に大きく激変することを「圧力スパイク波」と呼ぶことにする[1]．ここでは縮口部の形状が直角型（Square-edged orifice）及び砂時計型（Sand glass like orifice）における圧力スパイク波の挙動を調べる．

まず計算領域と境界条件について説明する．垂直下から流入する場合の底面（横流入では右の側面）での境界条件（入口境界条件）から速度の垂直成分が 0 からスタートして，徐々に大きくなるポアズイユ流

$$u = [1 + \tanh(8t - 4)]x_1(1 - x_1) \tag{7}$$

を設定する．出口境界条件は応力フリー境界条件

$$[-pI + 2\mu D(u)]n = 0 \tag{8}$$

で，ほかの境界は滑りなし境界条件とする．
重力方向及びポアズイユ流の進行方向は Fig. 2（垂直下から流入）と Fig. 3（横流入）で示す．気泡の初期位置は領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

入口の底面付近にある．密度，粘性，表面張力係数は $(\rho_1,\mu_1)=(10^3,10),(\rho_2,\mu_2)=(1,10^{-1}),\sigma_0=1.96$ とする．

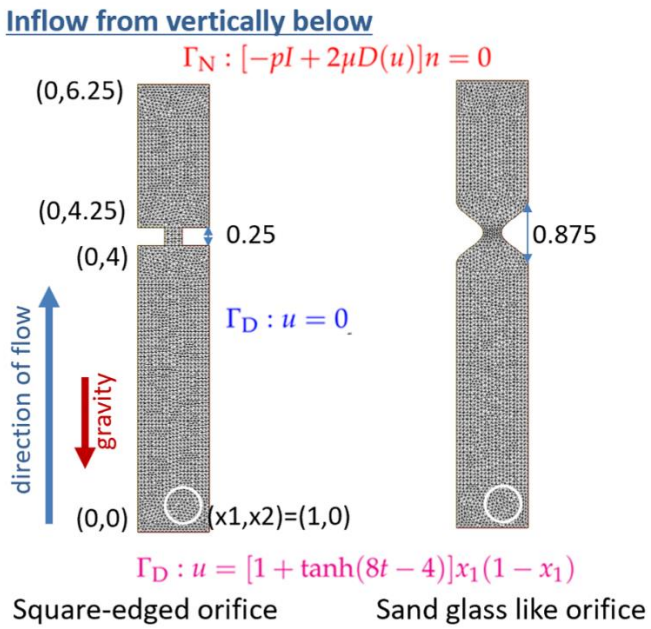


Fig. 2 Computational Domain for vertical inflow from below.

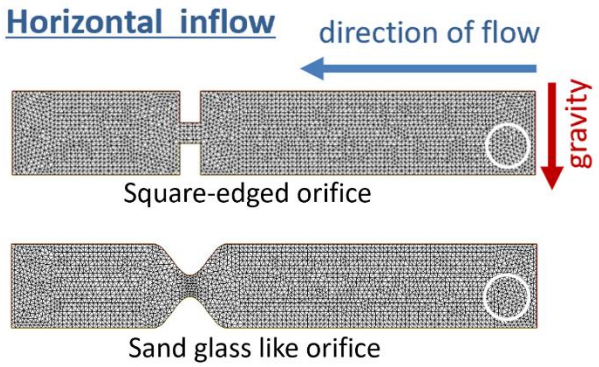


Fig. 3 Computational Domain for horizontal inflow.

今回の条件設定では上流側だけ全体の圧力変動が顕著のため，上流側の壁付近(*)での平均圧力時間微分を異なる形状の縮口部，流入方向の違いでの影響を考察した（Fig. 4 と Fig. 5）．特に気泡先端が縮流部入口に到達したタイミングで（Fig. 4 に Time=277）直角型の圧力時間微分は著しく低下する．その現象は上流側全体で起こった（fig. 6）．

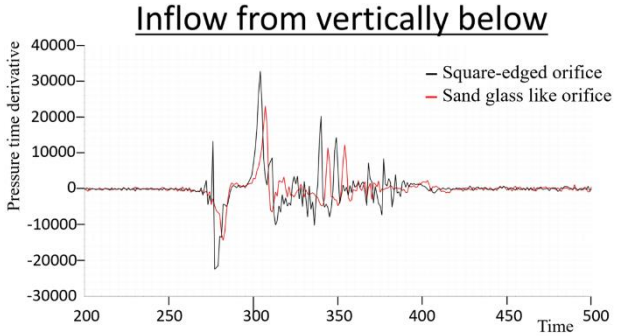


Fig. 4 Time variation of the pressure time derivative for vertical inflow from below.

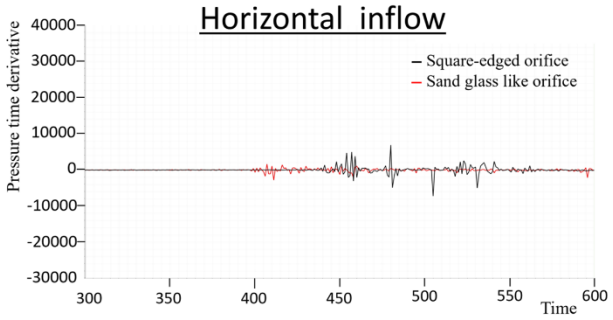


Fig. 5 Time variation of the pressure time derivative for horizontal inflow.

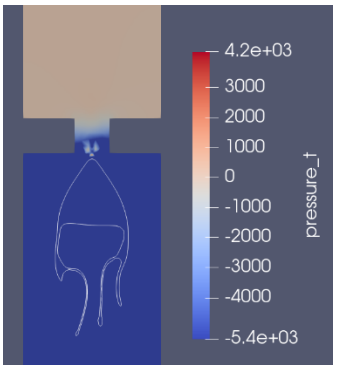


Fig. 6 Pressure time derivative distribution at the moment the bubble tip reaches the contraction entrance（Time=277）.

（＊）Fig.4 の圧力時間微分（縦軸）は上流側の壁付近（Fig.2 の直線 $\{x=(x_1,x_2);\ x_1=0.05, 0.75\le x_2\le 3.25\}$）上での平均で，Fig.5 も Fig.3 の対応する場所での平均である．横流入の計算領域は Fig.2 から９０度反時計回りにしたものである．

４．結び

単一気泡が縮口部を通過する際，直角型・砂時計型双方の形状において圧力スパイク波が発生する．最狭部の径が同一(0.25)の場合，直角型と比較して砂時計型の方が圧力スパイク波の振幅は小さい．さらに，垂直下からの流入よりも水平流入の方が振幅は小さい．この要因として，重力による気泡先頭部の縮小が考えられる．以上の結果は，形状と発生音に関する直観，および特異点が凹部で発生するという数学的直観とも整合し，圧力の空間・時間微分がいずれも小さくなることが類推できる．異なる形状間での圧力スパイク波形や振幅の相違を，数理モデルに基づいた数値解析アプローチにより考察した本知見は，形状改善による騒音低減の可能性を示唆しており，将来的な実用化が期待される．

謝辞

本研究はダイキン工業株式会社との社会連携講座「冷媒熱流体の数理」の一環として実施された。

参考文献

1) P.-Y. Hsu, M.-H. Giga and H. Notsu: Pressure Spike Generated When a Single Bubble Passes Through an Orifice, in preparation.
2) 金子 暁子，野村 康通，高木 周，松本 洋一郎，阿部 豊: ベンチュリ管内における気泡崩壊現象，日本機械学会論文集（B 編），78 巻 786 号 (2012-2).
3) T. Umeda: Noise Caused by Gas-Liquid Two-Phase Flow with Single Large Gas Bubble through an Orifice, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series B. vol.60, no.574 (1994), 56-63.
4) X. Jiang, T. Yasunobu, A. Nakamura and M. Shimazu: Miniaturization of Bubbles by Shock Waves in Gas-Liquid Two-phase Flow in the Venturi Tube, Journal of Thermal Science Vol.30, No.3 (2021) 1068-1076.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on the Flow Field Around a Robotic Hand Mimicking the Snapping Shrimp Motion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

大和田　武琉　矢木　啓介　松村　邦仁（茨城大学・工）
Takeru OWADA, Keisuke YAGI, Kunihito MATSUMURA, Ibaraki University
E-mail: 22t1038r@vc.ibaraki.ac.jp

Underwater robots designed for submerged operations and surveys are being utilized across various fields. Many underwater robots are equipped with robotic hands for grasping and manipulating objects, and their performance is a critical factor significantly influencing the success and precision of tasks. In the underwater environment, water resistance and pressure changes cause a reduction in motor function. Therefore, we focused on pistol shrimp, which achieves high-performance and efficient movement and function in the harsh underwater environment. This study investigates a robotic hand modeled after the pistol shrimp, experimentally clarifying its motion characteristics during closed action, the resulting flow behavior, and its structure.

1．研究背景・目的

水中ロボットは，海洋調査や作業など多様な分野で活用されており，対象物を把持・操作するロボットハンドの性能は作業効率や精度を大きく左右する重要な要素である．しかし，水中環境では水の抵抗や圧力変化の影響により，陸上と同様の運動性能を発揮することが難しく，高速動作や精密操作には多くの課題が存在する．一方で，自然界の水生生物は，水中環境に適応した高効率な運動機構を有している．中でも，テッポウエビはハサミを瞬間的に高速閉鎖することでジェット水流を発生させ，さらにキャビテーション現象を伴う衝撃波を生じることが知られている．[1] このはさみの運動は，獲物の捕獲だけでなく，威嚇など多様な行動に利用されており，小さな構造から大きなエネルギーを生み出す極めて効率的な機構である．本研究では，テッポウエビの模倣ロボットハンドを対象とし，その閉鎖動作における運動特性および，それに伴って発生する水流挙動，構造を実験的に明らかにする．

2．実験条件

使用するロボットハンド全体概要を Fig.1 に示す．ハサミ部は 45 ㎜×53 ㎜×12 ㎜である．左右合わせてハンドの根本部には 4 本のバネ(バネ定数 2.45N/mm)，可動部の連結部には 2 本のバネ(バネ定数 1.47N/mm)を使用する構造となっている．また，ハイスピードカメラを用いて実験を行う．撮影条件は，フレームレートが 500fps で，シャッタースピードが 1/10000s で撮影を行う．ハサミの形状は，4 種類使用する．Fig.2.1～2.5 にハサミ部の詳細図を示す．ハサミの名前をそれぞれ Type1～Type4 とした．Fig.2.6 と Fig.2.7 に Type1 と Type3 のハサミ閉鎖時の上下ハサミの断面図を示す．

撮影画像により，ハサミの周方向速度と角速度を時間差分から算出する．また，インクを用いてハサミ閉鎖時に生じる水流ジェットの発生方向および流速を観察する．さらに，PIV 解析により，ハサミ閉鎖直後に形成される水流構造を解析する．

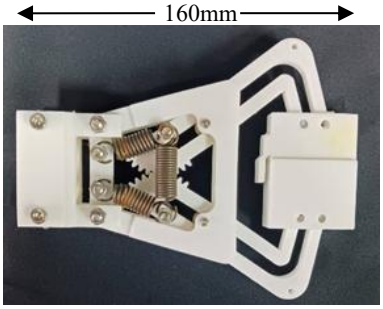


Fig.1　Robot hand used in experiment



(a) Upper scissors shape　(b) Lower scissors shape cross section

Fig. 2.1 Type 1 scissors shape



Fig.2.2 Upper scissors shape (Type2)



Fig.2.3 Upper scissors shape (Type3)



Fig.2.4 Upper scissors shape (Type4)



Fig.2.5 Lower scissors shape cross section (Type 2 to Type 4 common shape)

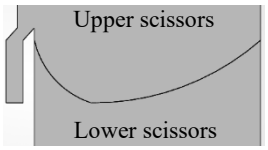


Fig.2.6 Cross-section of scissors when closed (Type 1)

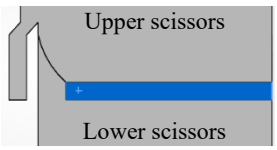


Fig.2.7 Cross-section of scissors when closed (Type 3)

3．実験・結果

3.1.　ハサミの速度測定

ハサミの閉鎖動作を定量的に評価するために，ハサミ先端における周方向速度および角速度の測定を行った．撮影した連続画像間における角速度変化量$\Delta\theta$を時間間隔Δtで除することで角速度ωを求めた．また，回転半径rと角速度ωの積により，ハサミ先端の週方向速度を算出した．Fig.3.1.1 に角速度に対するハサミ先端の鉛直方向の位置関係を表したものを示す．

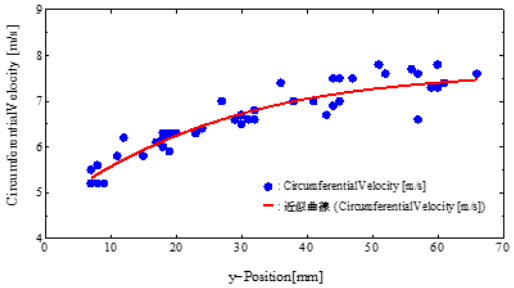


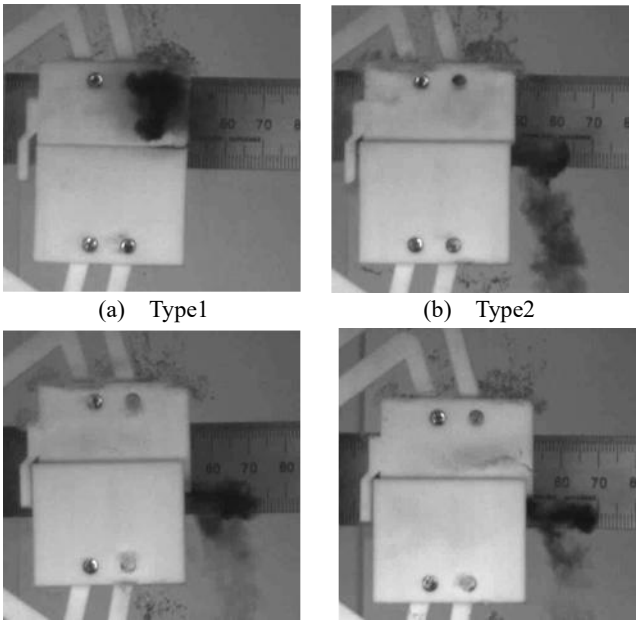
Fig. 3.1.1 Relationship between scissors tip position and angular velocity

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測定の結果，最大角速度は101[rad/s]であり，最大周方向速度は7.8[m/s]であった．

3.2. 水流ジェットの観察

ハサミ内部の構造の変化による，ハサミ閉鎖時の水流ジェットの観察を，インクを用いて可視化を行った．Fig.3.2 の(a),(b),(c),(d)に各 Type のハサミの閉鎖直後のハサミ内部から放出されたジェットの様子の撮影画像を示す．



(a) Type1　(b) Type2

(c) Type3　(d) Type4

Fig.3.2 Jet condition immediately after the scissors are closed

Type1 は Fig.3.2.(a)に示すように，ハサミの先端から鉛直上方向へジェットが放出されていることが確認できる．Type2 は Fig.3.2.(b)に示すように，閉鎖直後にハサミ先端からハサミ前方にジェットが生成されている．ジェットはハサミ先端から15mmの地点まで到達している．同様に Type3 と Type4 は Fig.3.2.(c),(d)に示すように，ハサミ前方にジェットが放出されていることが確認できる．この時の，到達位置は，約 18mm と 20mm であった．

3.3. PIV による流れの可視化

本研究では，インクによる可視化の結果を踏まえて，PIV を用いてハサミの閉鎖によって生じる流れを調べた．Fig.3.3.1 に Type1 のハサミ閉鎖後 12ms の流れを示す．ハサミ先端から鉛直上方向に渦構造が確認された．

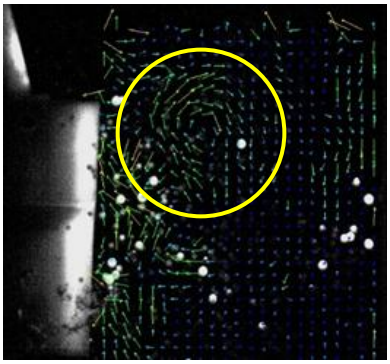


Fig.3.3.1 Flow pattern 12 ms after closure (Type 1)

Fig.3.3.2 に Type2 の PIV 解析画像を示す．これは，閉鎖後20ms の流れの様子になる．Fig.3.3.2 に示すように，ハサミ前方に渦構造が発生していた．

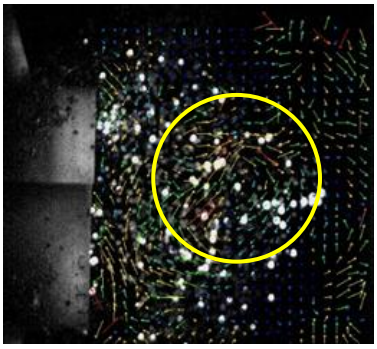


Fig.3.3.2 Flow pattern 20 ms after closure (Type 2)

同様に，Type3 および Type4 においても，PIV 解析を行った．これらの結果は，Type2 と同様にハサミ前方に渦構造が確認された． これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

4. 結論

ハサミの速度測定について，上部ハサミの先端速度は7.8[m/s]であった．実験で使用したハサミは，上下のハサミが稼働している．そのため，相対的な速度は，15.6[m/s]となる． ここで，実際のテッポウエビは，ハサミ閉鎖時には先端速度は約27[m/s]～30[m/s]と報告されている．[2][3]これと比較すると，約半分に相当する速度となることが実験で確認された．

インクを用いたジェットの可視化の実験では，Type2，Type3，Type4 について，前方にジェットを生成することが確認された．また， ジェット到達距離が変化する傾向が確認された．特に，Type3 および Type4 では，最大到達距離が約 40～43[mm]となった．これは，内部構造や開口形状の違いがジェット形成に強く影響していると考えられる．

PIV の解析結果では，インクでの実験を踏まえて，ジェットの流れの観察を行った．この実験では，Type2～Type4 で前方に渦構造が観察された．これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

実験で得られた流れおよびジェット特性は，実際のテッポウエビと比較すると速度の面では差はあるものの，ハサミ閉鎖によるジェット形成や渦構造の生成という基本的な流体挙動を再現できていると考えられる．

参考文献

[1] Detlef Lohse, Barbara Schmitz, Michel Versluis, ” Snapping shrimp make flashing bubbles,” Nature 413, 477-478, 2001
[2] Kiichi Tajima, Keisuke Yagi and Yoshikazu Mori, ” Development of an impulsive motion generator inspired by cocking slip joint of snapping shrimp,” Bioinspiration & Biomimetics, Volume 18, Number 6, 066002, 2023
[3] Kathryn Knight, ” Even the tiniest snapping shrimp claws make cracking pistol pops,” Journal of Experimental Biology, Volume 226, issue 4, jeb245565, 2023

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Contact Thermal Resistance of Wavy Surfaces under Low Pressure Conditions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮部　琉成（茨城大・工）　　垣内　幸太（茨城大・工）　　松村　邦仁（茨城大・工）
Ryusei MIYABE, Ibaraki University
Kouta KAKIUCHI Ibaraki University
Kunihito MATSUMURA Ibaraki University
E-mail: 22t1119r@vc.ibaraki.ac.jp

In structures that transfer heat through solid contact interfaces, contact thermal resistance becomes a primary uncertainty factor in thermal design. Particularly under low contact pressure conditions, the lack of true contact area due to roughness, coupled with the pronounced uneven distribution of contact caused by undulation, may reduce the applicability of existing models that use roughness alone as input. The objective of this study is to experimentally quantify contact thermal resistance in the low contact pressure region using the steady-state heat flux method. After clarifying the effects of both roughness and undulation, we compare and evaluate the prediction accuracy and applicability range of the Tachibana-Sano River model and the Tomimura model. The Tachibana-Sano model primarily models heat transfer in actual contact and void regions based on roughness and material properties, whereas the Tomimura model incorporates the influence of undulation components through parameters such as the representative void thickness.

1.初めに

固体接触界面を介して熱を伝達する構造では,接触熱抵抗が熱設計上の主要な不確かさ要因となる.とくに低面圧条件では,粗さに起因する真実接触面の不足に加え,うねりによる接触の偏在が顕著に表れ,粗さのみを入力とする既存モデルの適用性が低下する可能性がある.本研究の目的は,低面圧域における接触熱抵抗を定常熱流法により実験的に定量化し,粗さに加えてうねりの影響を整理したうえで,橘・佐野川式[1]と富村式[2]の予測精度および適用範囲を比較評価することである.なお,橘・佐野川式は主として粗さと材料物性から実接触部と空隙部の熱伝達をモデル化するのに対し,富村式は空隙の代表厚さなどを通じてうねり成分の影響を取り込む点に特徴がある.

2.実験方法

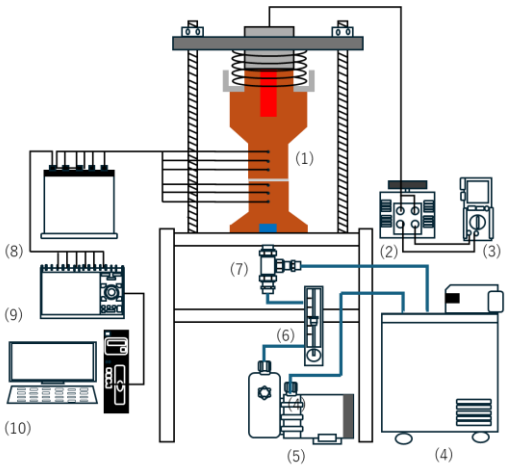


Fig.1- Overall view of the experimental equipment

本実験で使用した実験装置の全体構成を Fig.1 に示す.装置は,試験片を挟み込んだ試験部を加圧し,試験部上下に形成される温度勾配を熱電対により測定することで接触熱抵抗を評価する構成である.

実験装置は試験部,加熱系,冷却系,加圧系,計測・記録系に大別される.試験部(1)は評価対象となる接触界面を含み,接触熱抵抗の算出に直接影響するため最も重要な部分である.加熱系はスライダック(2)によりヒータ出力を調整し,マルチメータ(3)によりヒータへの入力を測定することで加熱条件を管理する.冷却系は恒温槽(4)により冷却水温度を制御し,ポンプ(5)により冷却水を循環させる.流量は流量計(6)により測定・調整し,配管は T 字継手(7)を用いてロッド部の循環が安定するよう構成した.計測・記録系は,氷点を基準温度とするためのアイスボックス(8),温度データを記録するデータロガー(9),および記録データを受信・保存する PC(10)からなる.

本研究での評価対象となる試験片は Cu(C1020),Al(A5052),SUS(SUS304)であり,それぞれの材料特性は以下の表に記載した.

Table1-Test piece physical properties

	熱伝導率(k:W/mK)	硬さ(Hv)	縦弾性係数(E:Gpa)	ポアソン比
C1020	391	115	118	0.33
A5052	140	68	68	0.33
SUS304	16.7	187	193	0.29

これらの試験片を無酸素銅ロッドで挟み込み,面圧 0.1–0.6 MPa の範囲で定常状態を形成し,接触熱抵抗をロッド間の温度差と試験片に流れる熱量から算出した.また,本研究では全体の熱抵抗から試験片のバルク熱抵抗を引きさらに 2 で割った値を本研究の片面の接触熱抵抗として算出した.

本研究では表面形状測定に AMETEK 社製 ZeGage Pro を用いた.試験片は直径 20 mm, 高さ 3 mm の円柱形である.測定は試験片表面の一辺 10 mm の正方領域（10 mm×10 mm）を対象として実施した.直径 20 mm に対して 10 mm 角は部分領域であるが, 接触界面の代表領域として同一条件で測定し, 以降の評価に用いた.

なお, 本研究では装置出力のうち, 面領域算術平均高さ Sa, 二乗平均平方根高さ Sq, 最大高さ Sz を参照した.なお,表面は

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

#400 および#2000 のサンドペーパーでの研磨により調整し,表面形状計測 Fig.2 から粗さ指標に加えて粗さより長い波長成分を表すうねりを導入した.

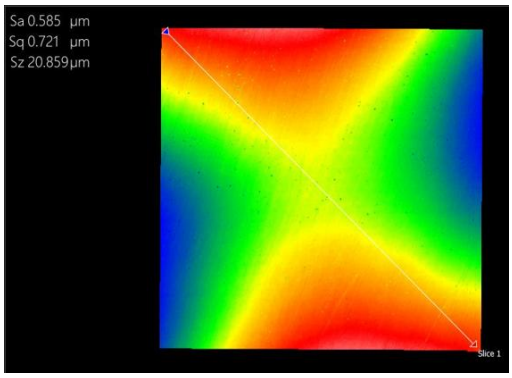


Fig.2-2D surface maps of sample polished #2000

本研究では実験条件を以下のように設定した.

Tbele2- Experimental conditions

パラメータ		条件
接触面圧力(P:MPa)		0.097~0.597
ヒータ出力(Q:W)		67
冷却水流量(L:l/min)		4
冷却水温度(°C)		20
データロガー	サンプリング周期	1/s
	サンプリング点数	10800点
試験片	材質	C1020
		A5052
		SUS304
	表面加工法	サンドペーパー#2000
		サンドペーパー#400

3.結果とモデル比較

Cu 試験片の結果 Fig.3 では,粗い表面ほど接触熱抵抗が大きく,面圧の増加に伴い単調に低下した.低面圧側では富村式が実測に近い条件が見られ,面圧増加に伴って両モデルの予測が接近したことから,支配因子がうねりから粗さへ相対的に移行する可能性が示唆された.さらに,#2000 での高圧力帯ではうねりを使用していない橘・佐野川式との差が著しく減少しているが,#400 での高圧力帯での実測値と橘佐野川式との差が#2000 ほど小さくなっていないことから,圧力による支配因子がうねりから表面粗さに変化する過程は表面粗さ・うねりによって異なることが考えられる.

また,どの圧力帯においても#2000 による表面研磨の接触熱抵抗を#400 の表面研磨の接触熱抵抗の値が下回ることがなく,表面粗さ・うねりによる接触熱抵抗の重要な部分を占めていると考えられる.

#2000 研磨による材料比較 Fig.4 では,SUS304 は Cu および Al より接触熱抵抗が大きく,面圧増加に対する低下幅も小さかった.これは熱伝導率が低いことに加え,硬さの差により真実接触面の増加が抑制され,うねりの影響が相対的に残存した可能性がある.

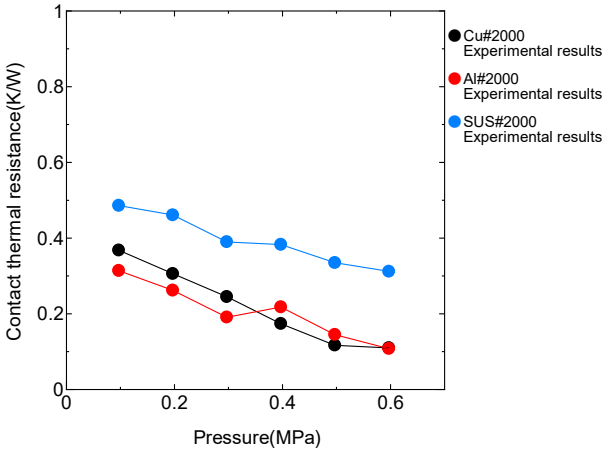


Fig3. Cu Roughness comparison: Contact thermal resistance

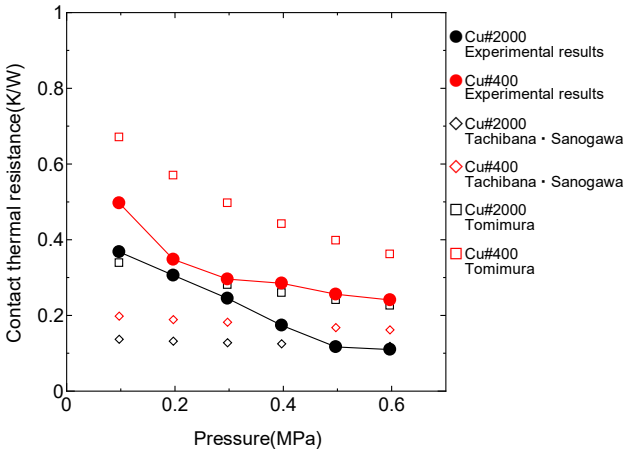


Fig4 #2000 Material comparison: Contact thermal resistance

4.まとめ

本研究の範囲では,面圧が小さい条件では,表面粗さだけでは接触熱抵抗の差を十分に説明できなかったが,表面のうねりのために接触が一部に集中し,熱が通りにくくなる可能性が示された.したがって低面圧条件の熱設計では,研磨による粗さ低減に加え,平面度の確保が重要である.

参考文献

[1] 佐野川 好母「金属接触面における伝熱に関する研究(第4 報)—接触熱抵抗の近似計算法—」, 日本機械学会論文集, B 編, 第 33 巻, 第 258 号, p1126~1133, 1967.

[2]Toshio Tomimura,Yasuo Takahashi, Tae Wan Do, Kensei Shigyo and Yasushi Koito,Simple evaluation method for temperature drop at contact interface between rough surfaces under low contact pressure conditions,
IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol.61, 012040, pp.1–11, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

Non-Destructive and Non-Contact Detection of Leak Phenomena in Pipeline based on Water Hammer-Induced Hoop Strain (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙橋　悠斗（新潟大院・自）　　萩原　大生（山口大院・創）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Yuto TAKAHASHI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Taiki HAGIWARA, Graduate School of Science and Technology for Innovation, Yamaguchi University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: a21n094k@gmail.com

In this study, pipe deformation associated with water hammer was measured in a model pipeline using the digital image correlation (DIC) method. Hoop strain corresponding to the internal water hammer pressure is calculated by DIC method. An increase in the damping rate due to leakage is observed in both the pressure and hoop strain signals, and the increase in the damping rate became smaller as the leakage occurred farther from the valve. These results suggest that the DIC method has the potential to detect leakage induced energy loss in the pipeline by non-contact measurements.

１．はじめに

上水道や農業灌漑のパイプラインは，耐用年数の超過に伴い突発事故が増加傾向にある．社会インフラとしてのパイプラインの多くは地中に埋設されているため，漏水の発生を直ちに知ることは困難であり，地表面の陥没などによって顕在化することが多い．漏水の規模が小さい段階で漏水箇所を特定する方法の開発が急務となっている．既往の研究 [1]では，水撃圧に伴う管材変形の漏水による減衰をひずみ計測により計測し，評価を試みている．本研究では，水撃圧に伴う管材変形に対してデジタル画像相関法(以下，DIC 法）による 3 次元画像解析を行い，漏水に起因する管内のエネルギ損失の非破壊検出を試みる．

２．実験および解析方法

本研究では，パイプライン内に発生させた水撃圧の漏水による減衰をモデルパイプライン実験により評価した．モデルパイプラインは，内径 100.8 mm，管厚 6.6 mm，管長 2.0 m の硬質塩化ビニル管をボルトつなぎ合わせることで構築した．全長約 65 m，高低差約 7.8 m であり，上流端に水槽，下流端にバルブを設置した．水槽水位 1.0 m 低下時にバルブを急閉塞させ，管内に水撃圧を発生させた．水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測した． DIC 法はバルブより約 24.5 m 上流地点に画像解析面を作成し，2 台の CCD カメラを用いて計測を実施した．画像解析面の大きさは 60 mm×60 mm とした．水圧計測を画像解析面より 2.0 m 下流地点の管体上部に小型圧力センサ（HTV-300KP，センシズ社）を設置することで実施した．DIC 法の計測間隔を 50 Hz，水圧計の計測間隔を 1000 Hz に設定した．実験ケースを漏水なし（Case 1），バルブから約 1.5 m 地点で漏水あり（Case 2），約 16.5 m で漏水あり（Case 3），約 20.5 m 地点で漏水あり（Case 4），約 41.1 m 地点で漏水あり（Case 5）および約 60.0 m 地点で漏水あり（Case 6）の 6 ケース実施した．

DIC 法の解析には Vic 3D（Correlated Solutions 社製）を用いて，周方向ひずみの算出を行った．パイプラインを両端自由の薄肉円筒と仮定し，水圧変動に伴う周方向ひずみの理論値の算出に次式を用いた．

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E_p}\frac{Rp}{e}, \tag{1}$$

ここで，ε_θ：周方向ひずみ，E_p：縦弾性係数（N/m^2），R：内半径（m），p：内水圧（Pa），e：管厚（m）である．水撃圧の伝播速度を次式より算出し，水撃圧の周波数の理論値を算出した．

$$a=\sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma}{g}\left(\frac{1}{E_w}+\frac{2R}{eE_p}\right)}}, \tag{2}$$

ここで，a：圧力伝播速度（m/s），γ：水の単位体積重量（N/m^3），g：重力加速度（m/s^2），E_w：水の体積弾性係数（N/m^2）である．水圧データおよび DIC 法により計測された周方向ひずみに対して，時系列データを振幅スペクトルに変換し，周波数成分を求めた．変換方法は高速フーリエ変換（以下，FFT と記す）である．FFT 結果において確認された振幅スペクトルのピークをバンドパスフィルターにより抽出し，以下の式を用いることで水撃圧の減衰特性を評価した．

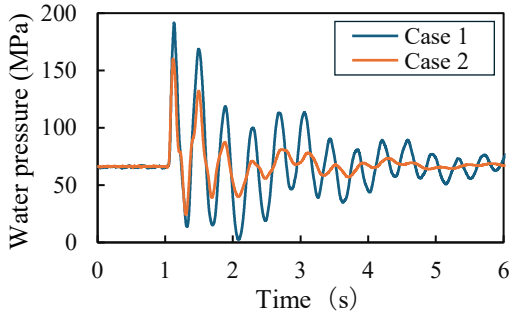
$$p(t)=\alpha e^{-\sigma t}, \tag{3}$$

ここで，p：水圧（kPa），α：初期振幅，σ：減衰率である．

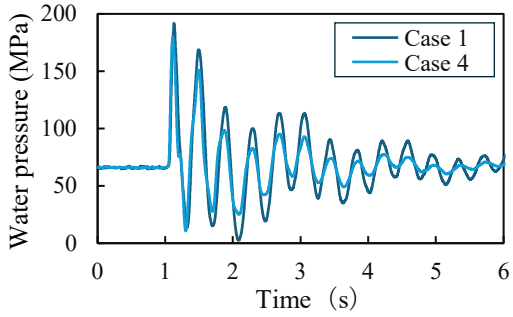
３．結果および考察

バルブから約 22.5 m 上流で計測した水圧データにおける，水撃圧発生時の時系列グラフを Fig. 1 に示す．漏水の有無での比較により，漏水による水撃圧の減衰が大きくなることが確認された．バルブ付近で漏水を発生させた Case 2 では水撃圧の減衰が大きかったのに対し，バルブから約 60.0 m 地点で漏水を発生させた Case 6 では水撃圧の減衰が Case 1 と同程度となった．水撃圧発生時の周方向ひずみの時系列グラフを Fig. 2 に示す．水撃圧発生に伴う管材変形が DIC 法によって捉えられていることが確認された．各計測地点の水圧および DIC 法により計測された周方向ひずみの FFT 結果より，2 m（単管）に起因する固有振動数および水撃圧の伝播速度の理論式より算出された水撃圧の周波数付近において振幅スペクトルのピークが確認された．このうち，水撃圧の周波数付近のピークをバンドパスフィルタにより抽出し，式 (2) を用いることで水撃圧の 1 次成分の減衰率の算出を試みた．各水圧計における水撃圧の 1 次成分の減衰率を Fig. 3 に示す．すべての計測地点において，漏水により水撃圧の減衰率が増加していることが確認された．水撃圧発生地点であるバルブから漏水地点までの距離が遠いほど水撃圧の減衰は小さいという結果であった．高

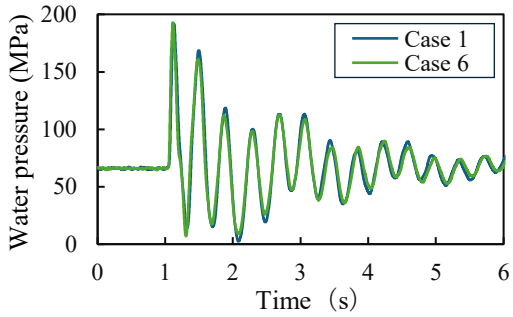
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 1 Time-series of water pressure during water hammer transient.

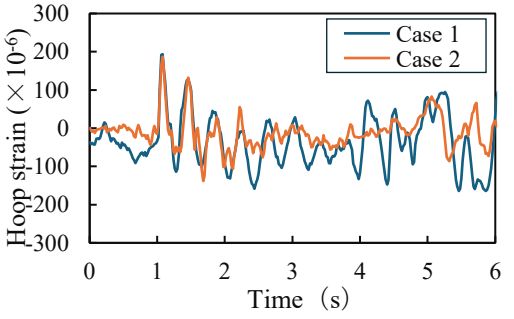
低差がほぼない水圧計 1 から 5 の減衰率は同程度であったが，水圧計 7 で計測した減衰率は値がケースによりばらついていることが確認された．周方向ひずみの減衰率も同様に，漏水による減衰率の増加が確認され，バルブからの距離が遠いほど減衰が小さいという結果となった．以上より，水撃圧に伴う管材変形の非接触計測によりパイプラインの漏水を管外面から評価できる可能性が示唆された．

4．おわりに

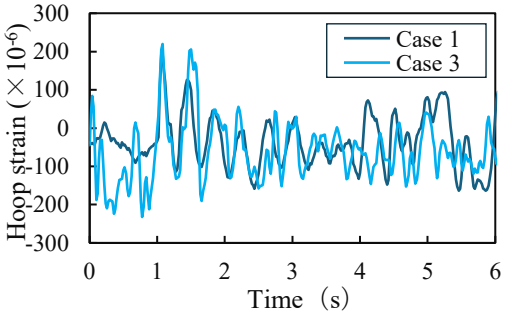
本研究では，モデルパイプラインにおいて水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測・解析した．水撃圧に伴う周方向ひずみ変動が DIC 法によって捉えられていることが確認された．漏水による水撃圧の減衰率の増加が水圧および周方向ひずみの両方において確認され，漏水が水撃圧発生地点から遠くで発生しているほど減衰率の増加が小さいことが確認された．以上より，DIC 法により漏水による管内のエネルギ損失を非接触で検出できる可能性が示唆された．

謝辞

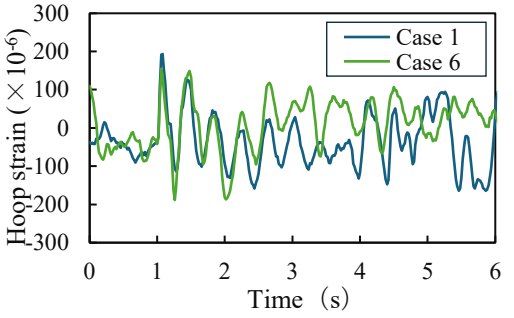
本研究の一部は、農林水産省「令和８年度戦略的農林水産研究推進事業（委託プロジェクト研究） 老朽化する農業水利施設の健全性に対する不可視な影響要因等の監視技術の開発」の補助を受け実施した．ここに記して感謝申し上げる．



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 2 Time-series of pipe hoop strain during water hammer transient.

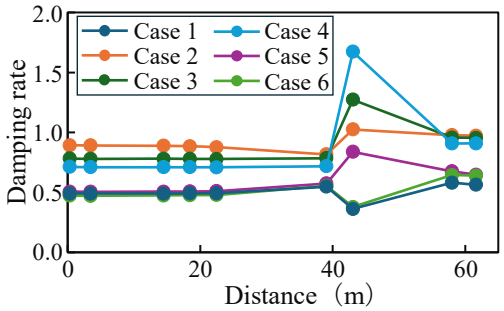


Fig. 3 Damping rate of the first component of water hammer pressure at each water pressure sensor.

参考文献

1) T. Hagiwara, Y. Asada, T. Toma, K. Kurasawa and T. Suzuki: Non-contact detection of leak-derived energy loss for an in-service pipeline system using digital image correlation, *Nondestructive Testing and Evaluation*, pp. 1-22, 2025.

2) 髙橋悠斗，坪田到馬，萩原大生，鈴木哲也：水撃圧の減衰に着目したひずみ計測によるポンプ圧送式パイプラインの漏水の非破壊検出，土木学会論文集（応用力学），82 巻 15 号，25-15035，2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

Hydraulic Experiment on Near-Bottom Flow Around a Cylinder Placed in a Bidirectional Regular Wave Field and Its Numerical Simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶川　勇樹（鳥取大・工）　　越智　丈喜（鳥取大・院）
北出　将大（鳥取大・院）　　黒岩　正光（鳥取大・工）
Yuki KAJIKAWA, Tottori University
Takeyuki OCHI, Tottori University
Masahiro KITADE, Tottori University
Masamitsu KUROIWA, Tottori University
E-mail: kajikawa@tottori-u.ac.jp

In this study, the authors aimed to clarify the near-bottom flow conditions around a circular cylinder in a bidirectional regular wave field, and conducted hydraulic experiments and its numerical simulations using a three-dimensional flow model. It demonstrated that in the bidirectional waves, the flow direction away from the cylinder is more pronounced than in unidirectional waves. Furthermore, while the three-dimensional analysis was able to reproduce the general flow conditions, challenges remained in accurately reproducing the cross-flow velocity.

１．はじめに

着床式洋上風力発電施設の基部では，波や流れの影響により局所洗掘現象が発生する．施設保護のためにも洗掘対策を実施する必要があるが，その前提として洗掘予測が極めて重要となる．従来，波のみ，あるいは波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘を対象とした研究は数多く行われてきた [1]．しかしながら，従来の研究は直線水路において一方向のみの波あるいは波・流れを対象としたものであり，実海域のような多方向からの入射・流入を想定した研究は行われていない．多方向波浪場における円柱に作用する流体力に関する研究は数多く行われているものの，局所洗掘に係る円柱周りの流況や地形変化に関する研究は行われていないのが現状である．

そこで本研究では，多方向波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘現象の解明と予測を最終目標とし，まず二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況の解明を目的として，固定床水理模型実験と三次元数値解析を行った．

２．水理模型実験の概要

本研究では Fig. 1 (left)に示す多方向造波水槽を使用した．造波装置はピストン方式であり，15 枚の造波板を時系列で位置を制御することにより多様な波を造波できる．静水深を 0.30 m とし，直径 0.15 m の円柱を二方向規則波浪場内で合成波高が最大となる位置に設置した．円柱設置位置から造波装置に対して平行移動し，同じく合成波高が最大となる位置に波高計を設置した．Fig. 1 (right)に示す点において，底面から 0.025 m 上の水平方向流速を電磁流速計により計測した．各点において波高および流速を 50 Hz で 30 秒間計測し，計測データを波の周期毎に時間平均した．実験条件を Table 1 に示す．本研究では二方向規則波だけでなく，比較のため一方向規則波の実験も行った．

３．実験結果と考察

実験結果として Fig. 2 に 1 周期分の波形（実線）を，Fig. 3 に Fig. 2 中に示される時間 $t = 0.1$ s での底面流速ベクトルをそれぞれ示す．Fig. 3 はちょうど円柱設置位置を波の峰が通過している時の状況に相当する．

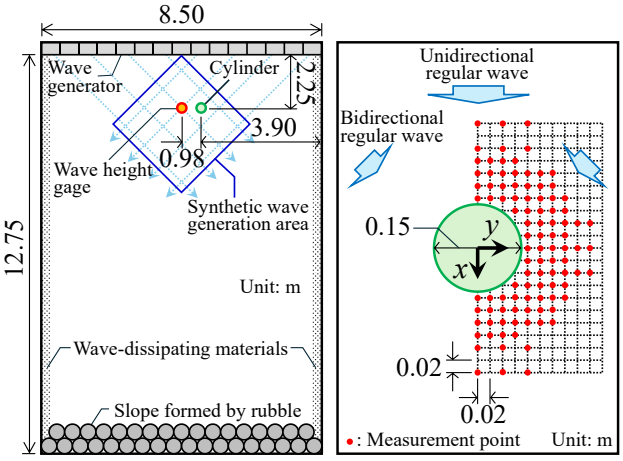


Fig. 1　Experimental wave basin (left) and flow velocity measurement points (right).

Table 1　Experimental conditions

	Water depth h_0 (m)	Wave height H (m)	Synthetic wave height H_s (m)	Wave period T (s)	Wavelength L (m)
Unidirectional regular wave	0.30	0.073	—	1.0	1.40
Bidirectional regular wave		0.052	0.103		1.38

Fig. 2 の二方向波を見ると，合成波高が計測されているため一方向波より波高が大きい．Fig. 3 を見ると，波高が異なるため流速値の比較は難しいものの，円柱前面から側面にかけて，二方向波は一方向波よりも外向き（y 軸プラス方向）の流れが強く表れている．これは，谷通過時も同様に見られた．このような流れが表れた原因は，円柱に対して波が斜め入射してきたことにある．この結果は移動床を想定した場合，洗掘に伴う流送土砂が，二方向波では一方向波に比べて円柱からより遠方へ輸送されることを示している．即ち，実海域のような多方向波浪場における円柱

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

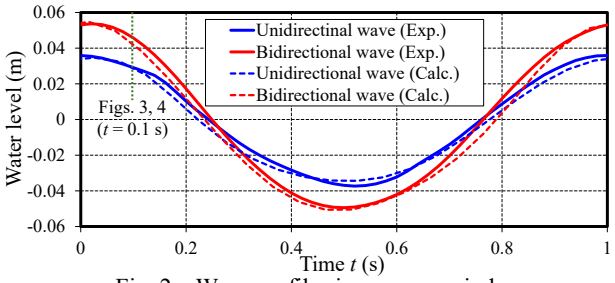


Fig. 2　Wave profiles in a wave period.

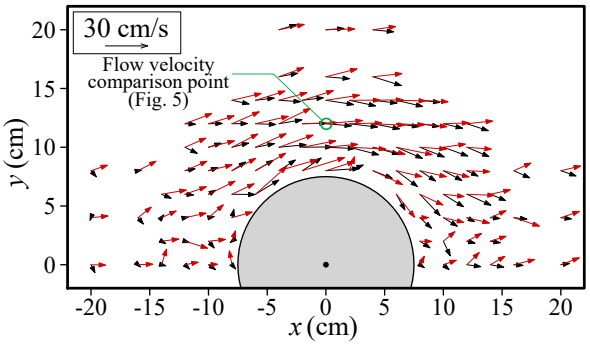


Fig. 3　Near-bottom velocity vectors in the experiments at t = 0.1 s. (black: unidirectional wave, red: bidirectional wave)

周りの局所洗掘では，洗掘孔の範囲が一方向波での予測範囲よりも大きくなる可能性を示している．事実，実海域での円柱周りの洗掘観測では，水中安息角よりもかなり緩い勾配で広範な洗掘孔が確認されている [2]．高精度な洗掘予測には，多方向波浪を考慮する必要があると考えられる．

4．三次元モデルによる実験流況の再現解析

著者ら [1]の数値モデルにより，実験の再現解析を行った．基礎方程式には FAVOR 法を導入した三次元 RANS を使用し，渦動粘性係数の評価には RNG k-ε モデルを採用した．Fig. 1 (left)中に示す合成波作成可能範囲を対象に，水平および鉛直方向格子幅をそれぞれ 0.015 m，0.005 m として解析を行った．Fig. 2 に実験と解析（破線）による波形の比較を，Fig. 4 に二方向波での底面流速ベクトル (t = 0.1 s) の比較を，Fig. 5 に Figs. 3-4 中に示される円柱側面での(a) x 軸方向底面流速 u_b および(b) y 軸方向底面流速 v_b の比較をそれぞれ示す．

Fig. 2 より，解析結果は両波とも概ね実験波形と一致しているものの，二方向波での差が若干大きい．Fig. 4 より，解析による二方向波は，円柱前面から側面にかけての y 軸プラス方向の流れおよび全体的な流況について実験結果を再現できている．Fig. 5 の流速比較を見ると，(a)の u_b では一方向波および二方向波とも解析は実験結果を再現できている．特に一方向波については Fig. 2 の波形に続き，解析結果は実験値と良好に一致している．一方，(b)の v_b については差が表れた．一方向波については，実験において正負流速値の変動が表れているものの，解析結果は概ね実験結果と一致している．しかしながら，二方向波について，実験ではほぼ正の流速値となっているものの，解析では円柱位置を波の谷から峰が通過していく際 (t = 0.5～1.0 s) に負の流速値が表れている．この間，実験においても流速値が低下しており，解析はそれを表しているものと考えられるが，低下量が大きい．数値モデルにおける乱流モデル等の影響も考えられるが，Fig. 2 に示される若干の波形の不一致が大きな原因と考えており，今後の課題である．

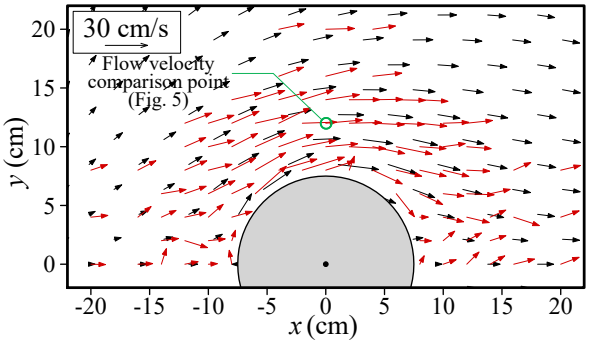


Fig. 4　Comparison of near-bottom velocity vectors of bidirectional wave at t = 0.1 s. (black: calc., red: exp.)

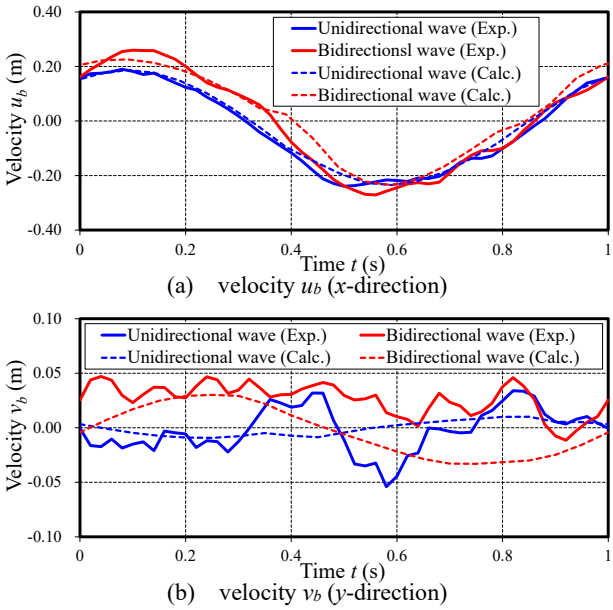


Fig. 5　Comparisons of near-bed flow velocities at the side of a cylinder in a wave period.

5．おわりに

本研究では，二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況を解明するため，水理模型実験と三次元モデルによる再現解析を行った．その結果，二方向波では一方向波に比べて円柱から遠ざかる流向が強く表れること，三次元解析により概ねの流況は再現できるものの，横断流速についてはその再現性に課題が残ることを示した．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 24K07683 の助成を受けたものです．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) 梶川勇樹，本田未依奈，原知聡，馬込伸哉，武田将英，黒岩正光：波・流れ共存場における円柱周辺の地形変化に関する大型実験の三次元解析と高速化の検討，土木学会論文集特集号(海岸工学)，80 巻，17 号，24-17192，2024.
2) 原知聡，栗原明夫，武田将英，馬込伸哉，柴田雄也，倉原義之介，間瀬肇，石川和之：実海域における没水した直立円柱周りの局所洗掘に関する現地観測，土木学会論文集特集号(海洋開発)，81 巻，18 号，25-18061，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Flow Structure around a Submerged Bridge (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山口　拓磨（熊本大）　　張　浩（熊本大）　　松村　政秀（熊本大）　　Yan WANG（熊本大）
Takuma YAMAGUCHI, Faculty of Engineering, Kumamoto University
Hiroshi CHO, Faculty of Advanced Science and Technology, Kumamoto University
Masahide MATSUMURA, Center for Water Cycle, Marine Environment and Disaster Management, Kumamoto University
Yan WANG, Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University
E-mail: bn.taku.07@gmail.com

Frequent floods exceeding the design level have caused severe damage to river-crossing bridges. This study conducted hydraulic model experiments to clarify the flow structure around submerged bridges and to quantitatively evaluate the effects of railing presence and overtopping depth on the surrounding flow. Analyses of water surface profile, time-averaged velocity and Reynolds stress demonstrate that overtopping depth and ancillary structures significantly influence the hydraulic characteristics.

１．はじめに

橋梁などの河川横断構造物の設計においては，計画出水を対象としているため，超過洪水に対する防災力が通常考慮されていない．一方，極端な気象の増加に伴い，計画規模を上回る洪水により，毎年のように橋梁上部構造や河道内の橋脚の流出被害が発生するだけでなく，周辺地域への洪水，土砂，流木災害も後を絶たない．実際，令和２年７月の豪雨では，熊本県球磨川水系において多数の橋梁が流失し，周辺地域も含めて大きな被害が生じた．このような災害の防止と軽減において，超過洪水によって橋桁まで橋梁が水没した場合の流れ構造の解明は喫緊の課題である．

水没した橋梁は，洪水の流れに大きな障害をもたらし，複雑な流れを生み出す[1)]．大本[2)]により，水位上昇など，橋梁が異常洪水に与える影響について確認されている．また，窪田ら[3)]により，複数橋梁による橋桁・流木抵抗は急激な水位状況につながり，氾濫域の流況変化が家屋被害や人的被害を助長する傾向にあることが示唆されている．一方で，既往研究では洪水や津波による橋梁への被害を最小限に抑える方法が検討され，橋桁が流れに対する障害物となり被害を拡大するメカニズムについてはあまり議論されていない[4)]．本研究では，橋梁周辺の洪水の挙動メカニズムと水害リスクの解明を目指し，欄干の有無と越流水深の違いによる水没した橋梁周辺の流れ構造に着目し，基礎水理実験を実施する．

２．実験概要

本研究は，熊本大学工学部にある全長 14 m，幅 60 cm，深さ 40 cm の可変勾配水路を用いた(Fig. 1)．橋梁模型に関しては長さ 60 cm，幅 9 cm，厚さ 3 cm の木材を用いて作成し，上流端から約 9 m 地点に設置した．実験では，欄干の有無と越流水深の違いに着目した．橋桁のみの場合を CaseA，欄干がある場合を CaseB とし(Fig. 2)，欄干付のケースでは，欄干は幅 1 mm，厚さ 1.5 cm のアルミ棒を固定し，不透過の欄干とした(Fig. 3)．また，越流水深の違いは各ケースにおいて，橋桁のみの場合を基準に初期水位から模型上部まで H_s＝0cm，1.5cm，2.5cm の 3 段階に変化させて計 6 ケースの実験を行った．水路の横断中心部でポイントゲージを用いて水位を,KENEK 社の２軸電磁流速計本体(VM-802H)と L 字型センサー(VMT-200-04PLKU)を用いて流速を測定した．計測範囲に関しては，縦断方向（X 軸）が橋梁上流側 X=-50 cm から下流側 X=50 cm の 1m 区間であり，鉛直方向（Z 軸）は河床から水面まで 0.5 cm 間隔で，サンプリング時間は 20 秒，サンプリング間隔は 0.02 秒である．水理条件を Table 1 に示す．

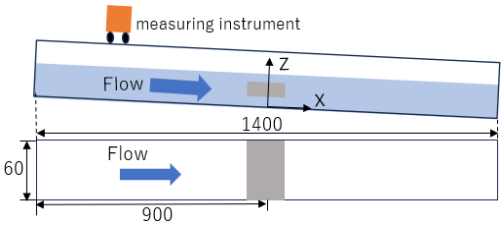
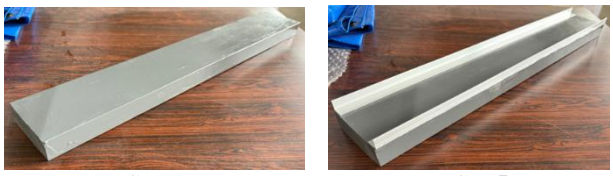


Fig. 1 Experimental water channel (cm)


CaseA　　CaseB
Fig. 2 Bridge model

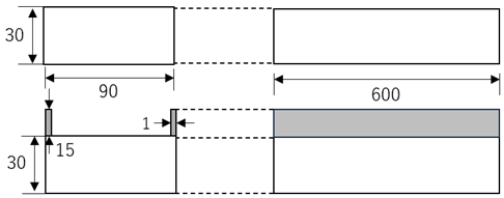


Fig. 3 Bridge model sketch (mm)

Table 1 Hydraulic conditions

流　量　Q (l/s)	26.15
水路勾配　i_0	1/1000
初期水位　h (cm)	9.0
水路幅　B (cm)	60
平均流速　U_0 (cm/s)	48.4
摩擦速度　u_* (cm/s)	2.60
フルード数　Fr	0.52
レイノルズ数　Re	33,396

３．結果および考察

実験データをもとに，水面形状，平均流速および乱れ特性について解析を行った．ここでは，各ケースにおける水面形状，縦断方向流速成分 U のコンター図，鉛直方向流速

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

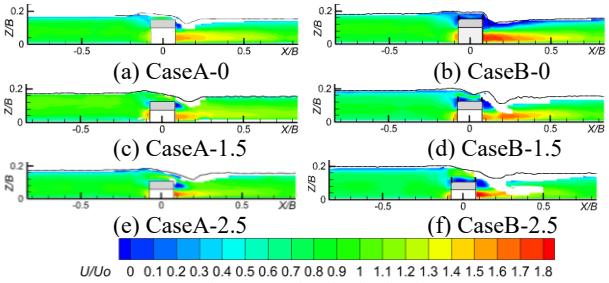


Fig. 4 Longitudinal velocity

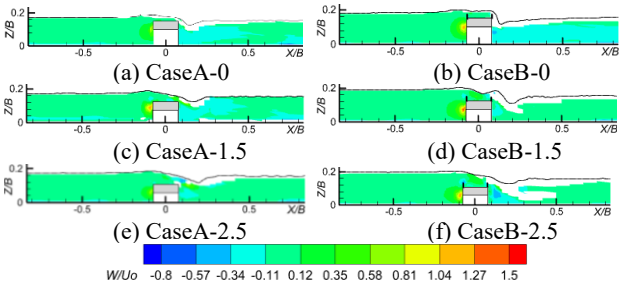


Fig. 5 Vertical velocity

成分 W のコンター図は Fig. 4，Fig. 5 に，上流側と下流側のレイノルズ応力はそれぞれ Fig. 6，Fig. 7 に示す．なお，縦断方向および横断方向の座標は水路幅 B，平均流速の各成分は等流状態における断面平均流速 U_0，レイノルズ応力は底面せん断応力ρu_*^2で無次元化した．

まず，水面形状に関して，橋梁上部の水面形は欄干がない場合では連続的に低下することに対し，また，欄干がある場合では欄干前後で乱れることがわかった．桁模型付近の下流側では橋梁からの下降流により水面が大きく低下し，橋梁から距離が離れると水位は初期水位付近で一定になっていくことがわかった．上流側の水位は CaseB-2.5 では水位が最大の 11.8 cm と初期水位から 31%の水位上昇がみられた．一方，CaseA-0 では上流側の水位が最低で 10.3 cm となり，初期水位から 14%の上昇となった．

次に，平均流速に関して，縦断方向流速はすべてのケースにおいて，堰き止めによって橋梁に向かう流速の低下が，河床付近では縦断方向流速の増加が見られ河床付近の最大流速は CaseA で $U/U_0 \approx 1.4$ 程度に対して，CaseB では $U/U_0 \approx 1.8$ と約 30%近く増大し，より広く加速域が分布する特性を示している．鉛直方向流速は，橋梁近傍で，上流側では上昇流が，下流側では下降流が発生していることがわかった．．$H_s = 0$ cm の場合，流速の最大値が CaseA の 0.38 に対し，CaseB では 1.30 と 242.1%にまで跳ね上がっている．これは，水没直後の浅い越流状態において，不透過欄干が強力な障害物として機能し，接近流の方向をほぼ完全に鉛直方向へ転換させたためと考えられる． $H_s = 1.5$ cm では Case A の 1.30 に対し，CaseB では 1.57 と 20.8%，$H_s = 2.5$ cm では Case A の 0.73 に対し，Case B では 1.27 と 74.0%の増大率となっていて，深い水没条件下でも欄干によって鉛直方向の流速が増大させられていることが分かる．

最後に，レイノルズ応力に関して，上流側の橋梁近傍(X = -6.0 cm)では，各越流水深で橋梁の橋桁底面付近からレイノルズ応力が負の値への絶対値の変化が顕著になる類似した応力分布がみられ，主流が橋梁に衝突したことによって運動量が上層へ運ばれていることが分かる．絶対値は欄干の存在および越流水深の増加によって大きくなることがわかった．また，橋梁から離れた地点(X = -50 cm)での乱れによる運動量輸送の特性は越流水深が大きくなることによって下層へ向かうものから上層へ向かうものへと変化することがわかった．下流側では，ほとんどのケースでレイノルズ応力の大部分は正の値を示しており，運動量が下層に運ばれていることが分かる．橋梁近傍(X = 10 cm)では河床から水深中央に向かって絶対値が大きくなったり，橋梁から離れた地点(X = 50 cm)では値が 0 へ近づいたりと両ケースで類似した分布特性を持っていることがわかった．

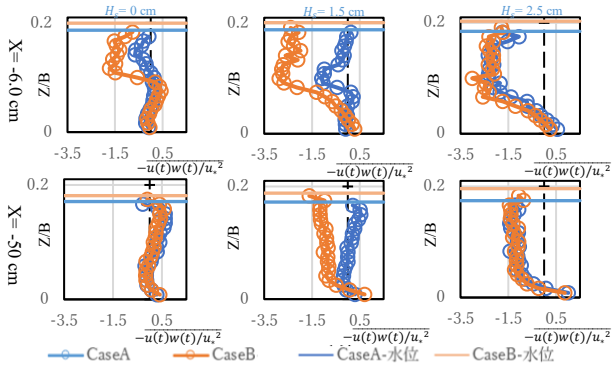


Fig. 6 Distribution of Reynolds stress in the upstream reach

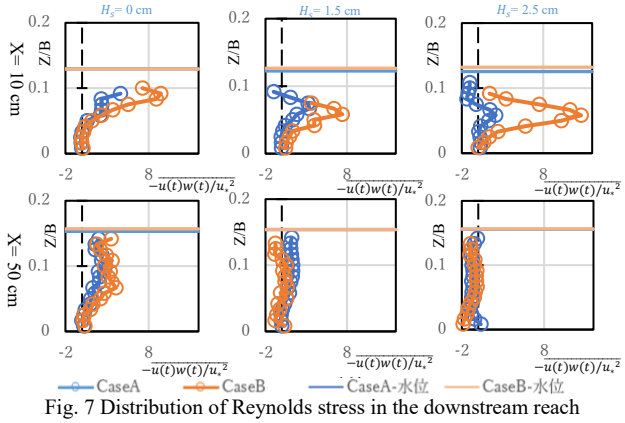


Fig. 7 Distribution of Reynolds stress in the downstream reach

4．結果および考察

本研究では，水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎水理実験を実施した．実験結果より，欄干の存在や越流水深の増加は災害リスクの増加が多岐にわたって考えられることがわかった．今後，実験ケースを増やし，欄干や越流水深が流れ構造に与える影響について，より詳細に検討する予定である．

謝辞：本研究は JSPS 科研費 24K00971 助成を受けた．

参考文献

1) 張　浩：四万十川流域における沈下橋の防災と維持管理技術の開発に関する研究，河川基金助成事業成果報告書 2016－5211－064，2018.
2) 大本照憲，岩本滉矢，宇根拓孝，平川隆一：令和 2 年 7 月球磨川水害における中州および橋梁が洪水流に与えた影響，木学会論文集 B1(水工学)，Vol.77，No.2，I_445-I_450，2021.
3) 窪田利久，柏田仁，井上隆，二瓶泰雄：三次元河川流・氾濫流一体解析法に基づく令和 2 年球磨川洪水における橋桁抵抗影響評価，木学会論文集，Vol.80，No.16，23-16157，2024.
4) 土木学会地震工学委員会：橋梁の対津波・対洪水設計に関する研究小委員会・活動報告書 2020.11.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオ PIV による計測 ～下降流に着目して～（シンポジウム講演概要）

Stereo PIV Measurements of Longitudinal Water-Surface Variations and Flow Structures around a Bridge Pier with Focus on Downflow (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

溝口　敦子（名城大・理工/東北大災害研）　　小松　洸太郎（名城大・理工）
Atsuko MIZOGUCHI, Meijo University/Tohoku University
Kotaro KOMATSU, Meijo University
E-mail: atsu@meijo-u.ac.jp

Bridge piers generate a downflow in front of the pier, which plays an important role in the initiation of local scour. In this study, laboratory experiments were conducted to investigate the relationship between free-surface variations and the downflow structure around a bridge pier under both subcritical and supercritical flow conditions. The flow field around the pier was measured using stereo PIV while the longitudinal water-surface variation upstream of the pier was recorded. The present paper reports these observations as a measurement case focusing on the relationship between longitudinal water-surface variations and the flow structure around a bridge pier.

１．はじめに

橋脚周辺では，橋脚前面に形成される下降流およびそれに伴う馬蹄渦（horseshoe vortex）が，局所洗掘の主要因の一つとして知られている．接近流は橋脚前面で停滞し，圧力上昇とそれに伴う下向き圧力勾配により下降流が発生する．この下降流は床面付近で側方流や上流向きの流れへと偏向し，橋脚基部を取り囲む馬蹄渦系を形成する．これらの流れ構造は橋脚周辺の河床せん断応力を増大させ，橋脚周辺の洗掘孔の形成および発達に大きく寄与することが指摘されている．また，洗掘の進行に伴い，これらの流れ構造も変化することが知られている [1]．しかしながら，橋脚前面に形成される下降流の発生領域や強度，およびそれらの洗掘孔発達に伴う変化は，十分な計測データが蓄積されているとは言えない．例えば洗堀孔の進展による流れの変化は最近ステレオ PIV を用いて計測されている [2]が，水面変化とともに整理された情報はほぼないに等しい．

本研究では近年の橋梁被災のうち橋脚周辺の局所洗掘現象に着目し，周辺河道に関わる水位縦断変化と洗掘孔に関わる橋脚前面の流れ構造を調べた．これまで橋脚前面における下降流の発生位置や鉛直方向の影響範囲について接近流速などの影響が指摘されているものの，自由水面の応答との対応関係や，洗掘の進行に伴う流れ構造の変化については十分に整理されていない．ここではそれらの整理を目指して，まず，橋脚周辺の水位縦断変化と流速構造の関係に着目し，常流および射流条件下における橋脚前面の下降流構造を水路実験により計測することにした．本概要は一計測事例の報告となるが，水面変化と下降流構造を整理し，橋脚周辺流れの特徴について示す．

２．実験方法

（１）実験装置

Fig.1 に示すように，実験は，長さ 10m，幅 0.2m の可変急勾配水路に三河珪砂 3 号および 6 号を張り付けた固定床を敷き橋脚を設置して行った．橋脚模型は小判型の断面で作成し，水路下流端から 3.4m の水路中央に設置した．Fig2 のように LaserSheet を入れ，側面から完全同期した高速度カメラ（カトウ光研製 K5）で撮影した動画を用いてステレオ PIV を実施した．

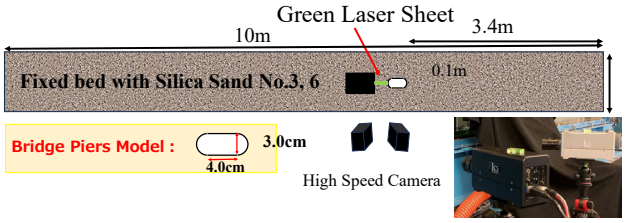


Fig.1 Experimental Set Up

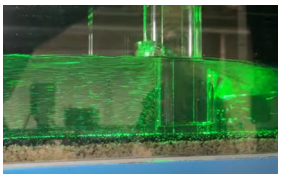


Fig.2 Laser Sheet and Pier Model

Table.1 Hydraulic conditions of the experimental case

			Fixed Bed covered by Silica Sand No.3				Fixed Bed covered by Silica Sand No.6			
Bed Slope	Q(m^3/s)	Case	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v
1/200	0.003	CaseA1	0.036	0.42	0.71	21389.7	0.027	0.55	1.07	32193.8
	0.0055	CaseA2	0.051	0.54	0.77	23037.2	0.041	0.68	1.07	32177.5
	0.008	CaseA3	0.064	0.63	0.79	23726.6	0.052	0.77	1.08	32481.8
1/100	0.003	CaseB1	0.028	0.54	1.05	31374.5	0.022	0.70	1.52	45576.4
	0.0055	CaseB2	0.039	0.70	1.13	34001.9	0.031	0.89	1.61	48195.3
	0.008	CaseB3	0.049	0.82	1.18	35524.1	0.039	1.01	1.63	48880.0
1/50	0.003	CaseC1	0.022	0.67	1.43	42765.9	0.018	0.83	1.96	58760.5
	0.0055	CaseC2	0.037	0.74	1.23	36983.7	0.025	1.10	2.21	66408.7
	0.008	CaseC3	0.039	1.03	1.66	49832.2	0.033	1.23	2.17	65060.9

（２）実験条件および計測事項

実験では，ポイントゲージによって橋脚周辺の水位とステレオ PIV によって流速を計測した．水位計測は Table.1 に示すように，底面は三河珪砂 3 号，6 号珪砂（平均粒径 2.1mm，0.21mm）を張り付けた固定床を使用し，流量，水路勾配をそれぞれ 3 パターンとする条件下で行った．3 号珪砂の固定床では橋脚前面の下降流を計測するステレオ PIV を，加えて CaseA1，C1 に限定し計測断面を横断方向にずらした計測も行った．

３．計測結果

（１）水位計測結果

Table.1 からわかるように 3 号珪砂固定床を用いて今回用いた流量通水条件下では，勾配 1/200，1/100 と 1/50 がそれ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ぞれ緩勾配，急勾配となる．本実験条件では水路幅の 15%の橋脚を置いたため，流水断面の阻害率が大きい．ただし，勾配によって橋脚モデルを置いたときの水面の変化が大きく異なり，Fig.3 に示すように緩勾配となる 1/200 では全ケース上流側の広い範囲で水深が大きくなり，橋脚下流との水位のギャップができる．その一方で，急勾配条件である 1/100 や 1/50 では水位の堰上げが橋脚直上流に限られた．加えて勾配 1/50 は直前まで水位がせきあがらず流速が大きいため橋脚前面で水深以上に水面が堰上がりケースによっては砕波のような現象も見られた．橋脚脇の水位縦断形状も含めた計測例を Fig4 に示すと，緩勾配である 1/200 のケースでは橋脚脇に大きな水面勾配ができる結果となった．

（２）流速のステレオ PIV 計測結果の例

ステレオ PIV で計測した結果の一部を Fig6 に示す．今回の計測は 4000fps で撮影した動画を用い各時間の二次元流

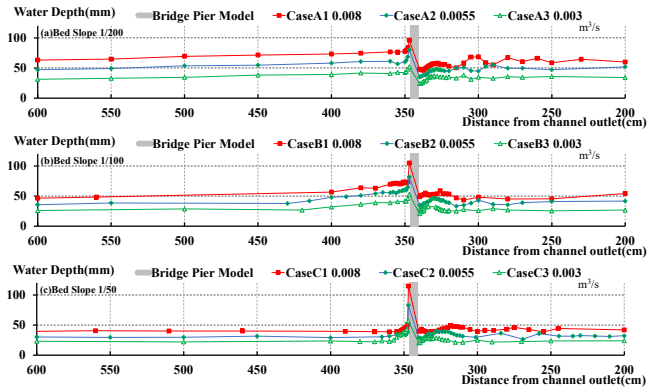


Fig. 3 Water Depth Variation along the Center Line of Channel

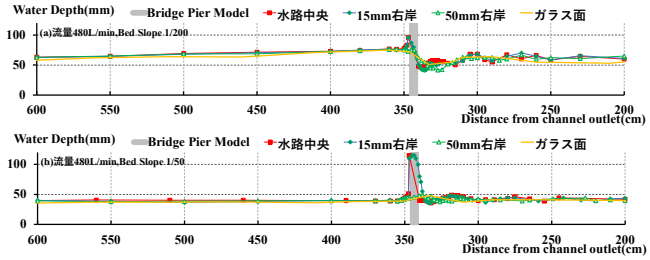


Fig. 4 Variations in Water Depth Downstream

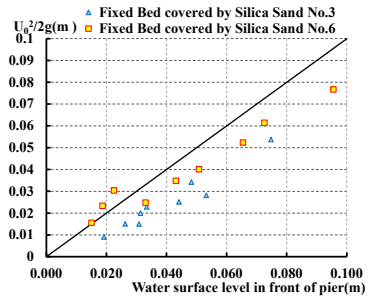
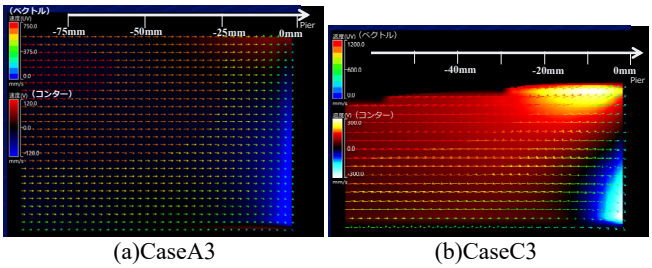


Fig. 5 Relationship between Mean Velocity Head and Water Surface Elevation at the Front of a Pier



(a)CaseA3 (b)CaseC3

Fig. 6 Velocity Vector along the centerline in front of pier

Table.2 DownFlow Condition

Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)	Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)
CaseA1	36	-127	CaseC1	27	-247
CaseA2	50	-157	CaseC2	16	-207
CaseA3	54	-174	CaseC3	19	-282
CaseB1	28	-134			
CaseB2	43	-135			
CaseB3	56	-180			

速分布を算出しており，ここでは時間平均流速分布を結果例として示す．Fig6 におけるベクトルの色は三成分含めた流速絶対値，背景のコンターは鉛直上向き成分のみの大きさを表す．これらの図から，今回の計測で橋脚前面の下降流を捉えることができたと言える．また，緩勾配の三号珪砂固定床 CaseA シリーズでは橋脚上流側の広い範囲で水位が堰上げられ流速は遅くなり，橋脚前面で下方に向かう流速も遅いものの水深方向に広い領域で現れる．一方，急勾配のケースは流量が大きくなると橋脚の直上流で水路表面付近は鉛直上向きの流れが強く表れ下方に向かう領域が水深方向には狭くかつより速い結果となった．両ケースともに上方に向かう流れは水深が小さいケースで限られた領域でしか見られないのも特徴的であった．

４．考察

本実験でも橋脚に流れがぶつかると，上方と側方に橋脚をよける流れとともに流れが強い下降流が発生する現象が確認された．ある程度水深が大きくなると鉛直上向きの橋脚前面では橋脚をよける流れが発生するが，表面近くの橋脚前面にぶつかり水面がせりあがる領域と下降流が生じる領域は分かれる．この領域境界位置と時間平均流速の鉛直下向き成分の最大値を実験結果から読み取りまとめたのが Table2 である．通常，下降流の領域は橋脚直径に依存すると言われているが，今回は緩勾配と急勾配では異なる結果となった．これは，Fig4 の例に示した周辺水面変化の違いが生む流れの特徴が関係すると考える．特に，緩勾配では上流側の水位の堰上げにより橋脚側方で水面勾配がきつくなり流速は加速するため側方の河床が大きく掘られるはずである．局所洗掘を議論する際にはこうした水路の特徴による変化を考慮したうえでの流れの検討が必要になる．

５．結論

橋脚洗堀は，下降流と馬蹄形渦と深く関連していることが知られている．本研究では，これまであまり着目されていなかった常流・射流条件が橋脚洗掘に及ぼす影響を調べる第一歩として，水路内に橋脚を入れたときの状況と橋脚前面に合われる下降流について調べた．その結果，緩勾配では急勾配と異なる下降流領域を持つ結果となった．洗堀の進行に伴う水位堰上げ解消現象と下降流の関係など今後詳細を調べる予定である．

謝辞：本研究の一部は，河川財団の河道研究プロジェクト（助成番号 2024-8111-002，代表者：溝口敦子）および JSPS 科研費（24K01136，代表：溝口敦子）の助成を受けて実施した．ここに記し謝意を表する．

参考文献

1) Bruce W. Melville: Pier and Abutment Scour: Integrated Approach, *J. of Hydraulic Engineering*, Vol.123, No.2, 1997.
2) Ulrich Jenssen, Michael Manhart: Flow around a scoured bridge pier: a stereoscopic PIV analysis, Experimental in Fluid, Volume 61, article number 217, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

An Analysis of Velocity Gradient Tensor Fields where a Vortex is Generated or Generates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中山　雄行（愛工大・工）
Katsuyuki NAKAYAMA, Aichi Institute of Technology
E-mail: nakayama@aitech.ac.jp

This study presents an analysis method to investigate geometrical characteristics of the velocity gradient tensor field around/inside a vortex. It applies theory of local flow geometry that defines the Galilei invariant coordinate system associated with the swirl plane and elliptic vortical flow geometry. An analysis of vortices in homogeneous isotropic turbulence shows that they are generated in a region where two shear tensor components support swirling and that they generates uniform strain and maximum shear components regions .

1．はじめに

渦は、気象・海洋・太陽、或いは昆虫等の非常に広範囲なスケールでの自然現象から多様な工学の分野に関わる．その渦生成のメカニズムは、乱流や対象とする流れの領域の特性や条件等により異なるが，工学分野においてその発生・生成のコントロールは必ずしも容易ではない．渦流れの特性や圧力極小等の渦特有の主要な性質は，渦中の速度勾配テンソル$\nabla \boldsymbol{v}$ の分布により定められる．このとき，渦が生成する領域はどの様な速度勾配テンソルの場であるか，或いは渦が生成した場合はこの場からどの様な強さの渦が形成され，独自の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場を形成するか，というメカニズムがそれぞれの流れの場で解ると，渦が生成する領域の予測･評価や生成後の流れの特性の評価において有効である．渦周辺の流れに応じた渦構造の特性は，渦モデル等を仮定した上で解析されているが [1]，ローカルトポロジーの理論を用いると，モデルを仮定しない現実的な渦，即ち実際に観測された渦の旋回平面や楕円方向を特定し，本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 等の分布特性を調べることが可能である [2]．

そこで，本研究では，流れの中で生成した渦とその周囲の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場の特性を解析する手法を検討し，一様等方性乱流の DNS (Direct Numerical Simulation)において乱流渦の特性を解析することを目的とする．

2．ローカルトポロジーの物理量と渦空間

渦領域は，ローカルトポロジーにおける流れの旋回有無とその強さを表す swirlity φ[3]が正である領域として同定することができる．このとき，$\nabla \boldsymbol{v}$ は複素固有値$\varepsilon_R \pm i\varphi$ を有し，複素固有ベクトル$\boldsymbol{\xi}_p \pm i\boldsymbol{\eta}_p$ の$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ により定義される平面がローカルトポロジー上の旋回平面である．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ は，これらが直交する様に設定することができ，渦流が非軸対称・楕円型軌道である場合は$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ がその長短軸となる．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$，$\boldsymbol{\xi}_p \times \boldsymbol{\eta}_p$ に平行な正規直交基底により座標系を定義すると，これは旋回平面また楕円軌道の長短軸に基づくガリレイ不変の渦空間(x_i)座標系となる．非圧縮性流体の場合，この座標系における$\nabla \boldsymbol{v}$ ($= \boldsymbol{A} = [a_{ij}] = [\partial v_i/\partial x_j]$; $i, j = 1, 2, 3$)は以下の様に表される [3]．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_R & \alpha\varphi & \omega_2 \\ -\varphi/\alpha & \varepsilon_R & -\omega_1 \\ 0 & 0 & -2\varepsilon_R \end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで，ε_R はローカルトポロジーにおける半径方向速度成分の固有値の相加平均に相当し，αは渦流対称性，ω_i は渦度ベクトル成分である．

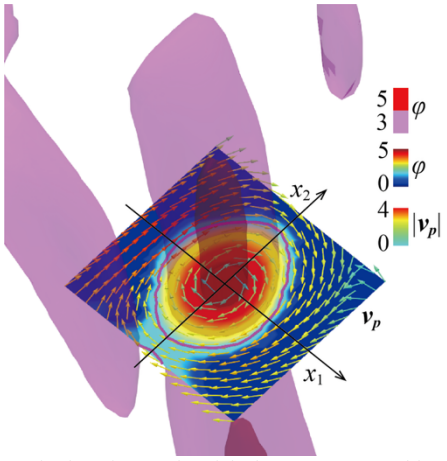


Fig. 1 A vortical region and swirl plane represented by contours of φ, and vortical flow $\boldsymbol{v}_p$ and line where $\varphi = 2$ in the plane.

3．解析法

本解析は，速度場における$\nabla \boldsymbol{v}$ より swirlity (φ)を求めて渦領域を同定し，更にこの極大点から渦中心を定めて旋回平面また渦空間座標系を定義する（Fig. 1 参照）．次に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を求め，これらを渦空間座標系の基底を用いて座標変換を行い，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分に変換する．

本座標系にて旋回平面上の渦コア（中心）領域内外の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の分布特性を調べることにより，渦の外部の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の特性が解り，また渦内部の場と比較することにより，渦自身が形成する速度勾配テンソルの特性を特定することができる．

4．乱流渦における解析と考察

一様等方性乱流の DNS にて本解析を行う．擬スペクトル法により求めたテイラーレイノルズ数 Re_λ約 35，またコルモゴロフスケールη約 0.012 における速度場において$\nabla \boldsymbol{v}$ よりφを求めて渦領域を同定し，φの 1 階導関数とヘッセ行列からこの極大点を求めて渦中心を定め，渦中心の渦空間座標系にて有限規模の渦の旋回平面を定める．前述した様に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を算出し，これらを渦中心における渦空間座標系の成分に変換し，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分を評価する．

同定した一つの渦について，渦領域と一つの旋回平面をφのコンターにて表したものを Fig. 1 に示す．旋回平面上では渦流 $\boldsymbol{v}_p$，また$\varphi = 2$ の等値線も併せて示す．本図の旋回平面上における渦空間座標系に変換した$\nabla \boldsymbol{v}$ のテンソル成

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

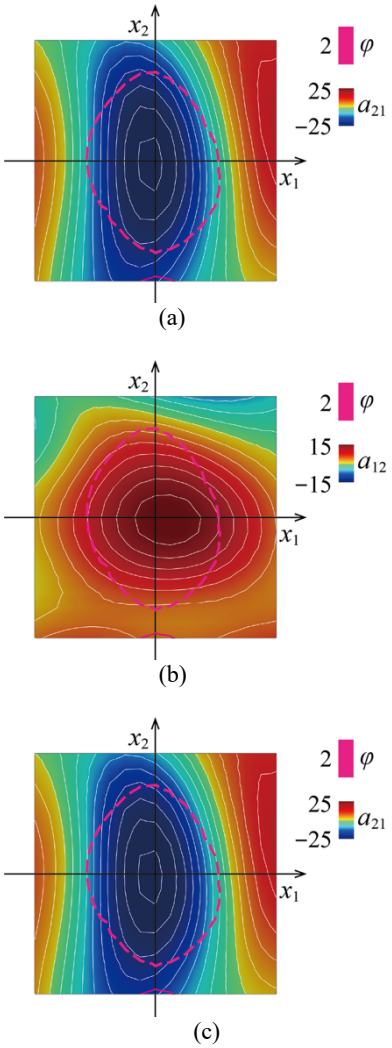


Fig. 2 Contours of (a) a_{11}, (b) a_{12}, and (c) a_{21} components in swirl plane in a vortex, with bold dot line where $\varphi = 2$.

分 a_{11}, a_{12}, a_{21} のコンターを Fig. 2 に示す．図中の太鎖線は $\varphi = 2$ の等値線である．渦領域内では，半径方向速度や歪み成分に関わる成分 a_{11} が一様な分布に変化されていることが解る．a_{12}, a_{21} は渦の旋回に関わる成分であるが，渦コア領域がこれらの成分の極大領域になっている．

渦中心周りの半径 $r = 0.5\eta \sim 5\eta$ における a_{21} の統計的な分布を Fig. 3 に示す（75 点の渦中心）．a_{21} は渦中心周りで最も強くかつ一様な分布をし，半径が大きくなるに従って値が小さくなると共に波数 2 の周期性があることが解る．これより，本成分の主要な分布特性は二次形式で表すことができると考えられる．

また，渦中心の $a_{21}(=\varphi/\alpha)$ と $r = \eta, 4\eta$ における a_{21} の結合確率密度関数(JPDF)を Fig. 4 に示す（約 106000 点の渦中心）．渦中心近傍における a_{21} は，中心の値に比例しほぼ同等の値であるが，半径が大きくなると中心の φ/α に対して値が半分以下になり，また符号が変わる領域もある．この結果は，本乱流における渦中心のこのせん断・回転成分は，渦領域周辺よりも 2 倍以上の強さになることを示している．

5. 結　　言

swirlity と渦空間座標系を用いた渦内外領域の速度勾配テンソルの解析は，渦の生成によりどの様な速度勾配テンソルの場が形成され，外部に対する各成分の強さや分布の幾何学的特性の変化を分析することができる．また，渦が生成する速度勾配テンソル場の条件の評価にも有効であると考えられる．

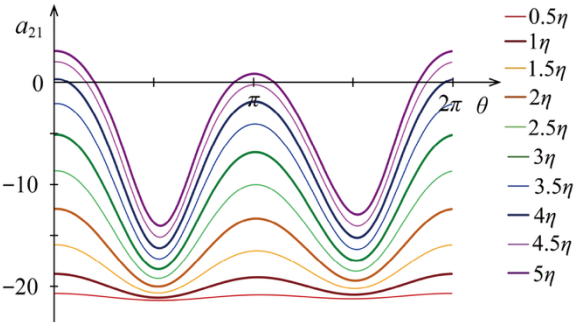


Fig. 3 Statistical distribution of a_{21} in swirl plane around a vortex center at radius $r = \eta - 5\ \eta$.

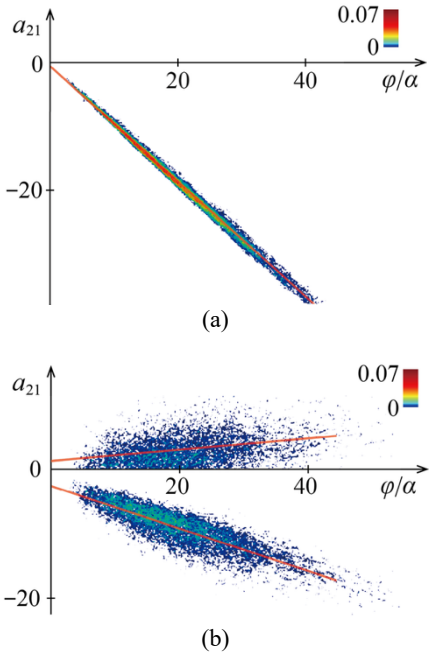


Fig. 4 JPDF of φ/α and a_{21} at $r =$ (a) η and (b) 4η.

6. 謝　　辞

本研究の一部は，東北大学流体科学研究所における公募共同研究(CP04APR25, J25I037)，核融合科学研究所における公募共同研究(NIFS25KISC019), JSPS 科研費 JP25K07589 の助成の下で行われた．

参考文献

1) A. Prochazka and D. I. Pullin: Structure and Stability of Non-symmetric Burgers Vortices, J. Fluid Mech., 363, pp.199-228, 1998.
2) K. Nakayama: Characteristics of Formation of Vortical Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence", *22nd Int. Conf. Fluid Dyn.*, pp. 1170-1171, 2025.
3) K. Nakayama: Topological Features and Properties Associated with Development/decay of Vortices in Isotropic Homogeneous Turbulence, *Phys. Rev. Fluids*, 2, 014701, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study of Weak Radiation behind Air Shock Waves (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

舩津　賢人（群馬大院理工）　　荻野　智也（群馬大院理工・院）
市橋　智志（群馬大院理工・院）　　大谷　清伸（東北大・流体研）　澁澤　健二（茨城高専）
Masato FUNATSU, Gunma University
Tomoya OGINO, Gunma University
Satoshi ICHIHASHI, Gunma University
Kiyonobu OHTANI, Tohoku University
Kenji SHIBUSAWA, Ibaraki National College of Technology
FAX: +81-277-30-1509
E-mail: masato.funatsu@gunma-u.ac.jp

In our laboratory, the characteristics of radiation behind air shock waves have been studied systematically by using a diaphragm-type shock tube. In previous studies, we generated a shock wave with an incident shock Mach number of approximately 5 and analyzed the radiation behind the reflected shock wave by using a high-speed video camera. This radiation was high intensity and varied according to Mach number. In this study, we generated a shock wave with low Mach number and focused on weak radiation to analyze the fundamental characteristics of radiation from weak to strong.

１．はじめに

本研究室では，衝撃波背後における放射特性の解明を目的として，隔膜式衝撃波管を用いた実験的研究を系統的に行っている．以前の研究[1),2)]において，入射衝撃波マッハ数と全放射強度値の関係を明らかにした（図１）．また，入射衝撃波マッハ数が高い領域（図１の赤領域）に対して狭帯域フィルターを用いた分光計測を行い，放射に窒素と酸素が寄与することがわかった．一方，低い入射衝撃波マッハ数における放射に着目した研究はほとんど行われていない．そこで本研究では，低い入射衝撃波マッハ数（図１の青領域）に着目し，M_s = 4.5，4.0の衝撃波を発生させた．狭帯域フィルターを用いて放射計測し，放射に寄与する化学種を推定し考察した．

２．実験装置および実験方法

衝撃波管は内径80 mmであり，高圧力室（長さ1,000 mm）と低圧力室（長さ4,000 mm）から構成される隔膜式衝撃波管である．駆動気体にHe，試料気体には乾燥空気（体積比率N_2 : O_2 = 79 : 21）を用いた．また，隔膜はPET（Polyethylene Terephthalate）フィルムを使用した．計測部には２つの圧力センサーを低圧力室の管端から440 mm位置，100 mm位置に設置し，それぞれチャンネル1，チャンネル2とした．衝撃波背後の放射は，衝撃波管側面に設置した観察窓（直径10 mm）より，高速度ビデオカメラを用いて観察した．本研究では５種類の狭帯域フィルターを用いた．代表的なフィルターであるMC650は中心波長648.75 nm，半値全幅12.50 nmであり窒素の原子線に対応している．

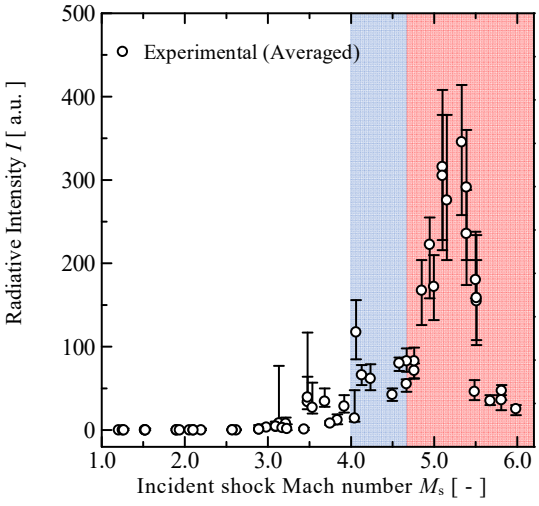


Fig. 1　Relationship between radiative intensity and incident shock Mach numbers[1)]

３．実験結果および考察

MC650の放射強度分布の時間変化から，M_s = 5.1[2)]，4.5の放射は反射衝撃波通過後に観察され放射が反射衝撃波背後で生じていることがわかる．またM_s = 5.1[2)]では観察窓全体で放射がみられM_s = 4.5では斑模様状で観察された．M_s = 4.0では放射はほとんど観察されない．放射強度値は入射衝撃波マッハ数の減少にともない減少しており，これは入射衝撃波マッハ数の減少により衝撃波背後の温度が低下したためと考えている．酸素原子線に対応するMC780においても入射衝撃波マッハ数の減少にともない放射強度値が減少している．またM_s = 4.0では放射がほとんど観察されない．これらのことから，M_s = 4.0では酸素分子や窒素分子の解離が生じず，それに由来する酸素原子や窒素原子の放射は生じていないと考えられる．

４．まとめ

M_s = 4.5では斑模様状の放射がみられ，M_s = 4.0では放射は観察されない．M_s = 4.0では分子の解離が生じず，それに由来する原子の放射が生じていないと考えられる．

参考文献

1) Suzuki, T., et al.: Experimental Study of Emissions behind Air Reflected Shock Waves, *Proc. Sympo. Shock Waves in Japan*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).
2) Aoki, S., et al.: Radiation Measurements behind Reflected Air Shock Waves with Narrow Band-pass Filter, *Proc. Sympo. Flight Mechanics and Astrodynamics*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Effects of bridge pier shape on three-dimensional vortex structures with inside of the actual scouring hole (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆（広大・工）　　内田　龍彦（広大・工）
Takashi INOUE, Hiroshima University
Tatsuhiko UCHIDA, Hiroshima University
E-mail: takashi-inoue@hiroshima-u.ac.jp

To investigate the impact of the upstream face of the bridge pier shapes on vortex structures numerically, we conducted a numerical experiment using a circular shape for upstream face with three-dimensional fixed-bed LES and compared it with the case of a rectangular shape. As the results of a numerical experiment showed that differences in pier shape affect the dissipation gradient of vorticity in the downstream. Furthermore, we revealed that the vorticity of the circular shape is increased over a bordering angle of approximately 55 degrees relative to the flow direction compared to the case of the rectangular shape.

１．はじめに

近年, 豪雨災害の激甚化に伴う大規模洪水氾濫が発生し，河川橋梁被害が頻発化している．その主要因である橋脚周辺の局所洗掘は，橋脚上流側で発生する馬蹄形渦によって引き起こされるため，橋脚構造条件（形状や幅等）や水理条件の影響を強く受ける．特に，構造条件の橋脚形状と洗掘深の関係性に着目した既往研究では，模型実験 [1),2)]や数値解析 [3)]が実施されている．網羅的な橋脚形状の比較を通して，洗掘深は矩形形状で最大となり，流線形形状で最小となった．また，洗掘深のみならず流れの鉛直分布を詳細に計測した実験 [2)]も行われているが，橋脚周辺で発生する二次流を含む馬蹄形渦構造に与える影響は解明されていない. 一方, 著者らは固液混相乱流モデルである Grid Averaged Lagrangian – Large Eddy Simulation (GAL-LES) モデルを用いて，矩形橋脚（長径 0.32m，短径 0.20m）周辺の局所洗掘解析を実施し，流砂ー馬蹄形渦の相互作用（混相流）効果を明らかにした [4)]．最近では，自由水面が実績洗掘孔内に設置された矩形橋脚周辺の馬蹄形渦構造に与える影響を数値解析的に検討した [5)]．顕著な水面変動を伴うフルード数が高い洪水時において，橋脚上流側での水位の堰上げや橋脚側面部での縮流に伴う流体運動の加速効果が発生する．しかしながら，矩形橋脚を用いた固定床解析では後者の効果が小さく [5)]，橋脚形状に起因していると考察した．そこで本研究では，橋脚上流側を半円（ここでは短径 [5)]が直径）にして数値実験を実施する（Fig.3）．まず，任意形状を考慮するために新たに導入した埋め込み境界法（Immersed Boundary Method, IBM）[例えば 6)]の精度検証として，平坦固定床条件下で実施された円柱周りの模型実験 [7)]に適用し，円柱背面から発生する wake に関する定量評価を行う．その上で，IBM により半円形状を考慮した数値実験を実施し，橋脚周辺の三次元流動構造に与える影響を検討する．

２．埋め込み境界法（IBM）の概要

本研究では GAL-LES モデルの流体相部分を用いて，三次元固定床 LES 解析を実施する．紙面の都合上，基礎方程式群や実績洗掘孔の反映方法等は既往文献を参照されたい [4,5)]．ここでは任意形状を表現するべく，GAL-LES モデルに組み込んだ IBM について説明する．IBM とはラグランジュ座標で位置付けされる固体壁の影響を，オイラー座標で解かれる流体運動に反映するために，運動方程式中の外力項の形で表現する方法である [6)]．具体には，固体壁に最も近接するオイラー格子を探索し，その距離に応じた重み付けによる補間で固体壁表面での no-slip 条件を反映した．

３．円柱周りの wake に関する再現計算

新たに導入した IBM の精度を検証するために, 円柱周辺の模型実験 [7)]に対する再現計算を実施する．本研究の三次元解析領域は Fig.1 に示すように，縦断距離 1.35m，横断距離 0.6975m，鉛直高さ 0.15m とし，上流端からの縦断距離 0.27m および水路壁からの横断距離 0.34875m が円柱（直径 D=0.09m）の中心となるように設置した．格子サイズは円柱を縦横断方向に 20 分割（0.0045m）し，鉛直方向は 0.0050m とした．本解析では既往の解析 [7)]よりも水路幅を小さく設定したため，Table 1 に示す単位幅流量 q を揃えて水理条件を調整した．また，本解析では水路上流端から流量 Q を，下流端では等流水深 h_0 を与え，それ以外の境界条件等は既往研究 [5)]と同様である．

本解析から得られた 60 秒間の時間平均の wake 構造を Fig.2 に示す．ここでは既往研究 [7)]に倣い，wake の縦横断距

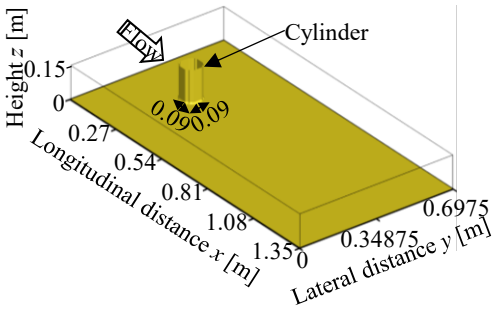


Fig. 1 Computational region for validation of IBM.

Table 1 Hydraulic conditions.

	Kirkil and Constantinescu[7)]	This study
Q [m^3/s]	0.0259	0.0126
B [m]	1.44	0.6975
q [m^2/s]	0.0180	
h_0 [m]	0.10	
Fr [-]	0.180	
Re [-]	18000	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

離（x_v, y_v）について比較すると，本解析結果の（2.50D, 1.49D）に対し，既往の模型実験と数値解析はそれぞれ（2.14D, 1.35D）と（2.28D, 1.28D）であった．そのため，本モデルでは wake の縦横断距離を若干過大に評価するが，概ね傾向を再現できていると考えられる．

４．橋脚上流側の形状が三次元渦構造に及ぼす影響

本研究における数値実験は既往研究 [5]と同様に，縦断距離 2.50m，横断距離 1.00m，鉛直高さ 0.70m の三次元解析領域を用意し，格子サイズは縦横断方向に 0.01m，鉛直方向に 0.0050m とした．ここでは，移動床解析結果 [4]から得られた実績洗掘孔も反映している．数値実験において橋脚形状を矩形から半円に変更する場合，矩形橋脚の短径を半円の直径とするため，自ずと平面積が小さくなる．その該当箇所は河床高データが存在しないため，実績洗掘深データを用いて補間した．その他の境界条件等は既往研究 [5]と同様である．

本数値実験から得られた橋脚周辺の三次元渦構造を Fig.3 に示す．ここでは，20 秒間の Q 値（=20）の時間平均像を示す．Fig.3 を見ると，半円と直線部の境界から剥離渦（Separation Vortex, SV[4,5]）が発生している．また，本解析結果の馬蹄形渦（Horseshoe Vortex1, HV1）は矩形形状 [5]よりも流下方向に伸長している．そこで橋脚右側面側の HV1 に着目し，その渦度と渦位置の縦断図を Fig.4 に示す．図中の x=0.70m が橋脚前面部，x=1.02m が橋脚後面部であり，併せて矩形形状 [5]の結果も記載する．これより，矩形形状では橋脚前面部で渦度が卓越し，下流へ伸長するに従い減衰している．一方，半円を設けた橋脚前面部では渦度が矩形形状よりも小さいが，流下に伴う減衰勾配が小さいため，流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下する．これは橋脚形状間の差によるものと示唆される．また，両ケースの渦位置は，河床勾配により流下方向に高くなるが，半円を設けた方がより高く渦が位置している．しかしながら，両ケース間の水位差がほぼないため，IBM 導入における水面変動の精度検証は今後の課題である．

５．まとめ

本研究では，橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に与える影響を検討するために，GAL-LES モデルに IBM を組み込み，橋脚上流側に半円を設けて数値実験を実施した．その結果，半円を設けた橋脚は流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下することから，橋脚上流側の形状が渦構造に影響を与えたと考えられる．

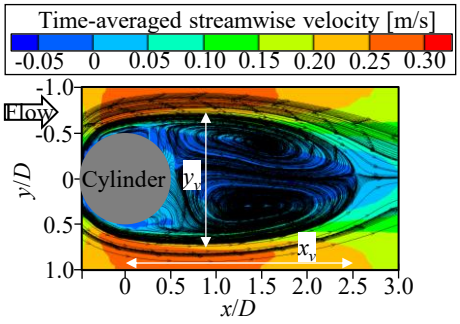


Fig. 2 Time-averaged wake structure around a cylinder.

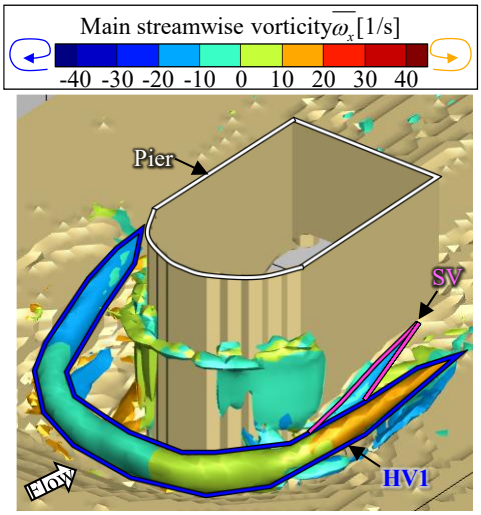


Fig. 3 Time-averaged vortex structure around a pier.

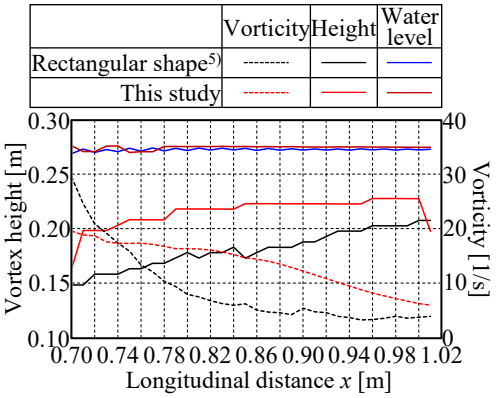


Fig. 4 Longitudinal vortex height and vorticity distribution.

参考文献

1) A. H. K. Al-Shukur and Z. H. Obeid: Experimental study of bridge pier shape to minimize local scour, International Journal of Civil Engineering and Technology, Vol. 7, No.1, pp.162-171, 2016.
2) B. A. Vijayasree, T. I. Eldho, B. S. Mazumder, and N. Ahmad: Influence of bridge pier shape on flow field and scour geometry, International Journal of River Basin Management, Vol.17, No.1, pp.109-129, 2019.
3) H. K. Jalal and W. H. Hassan: Effect of bridge pier shape on depth of scour, In IOP conference series: materials science and engineering, Vol. 671, No. 1, p.012001, IOP Publishing, 2020.
4) T. Inoue, Y. Hirotsugu, J. Kashiwada, and Y. Nihei: Interaction between horseshoe vortex structure and sediment transport around a river rectangular pier using a solid-liquid two-phase turbulent LES model, International Journal of Multiphase Flow, 186, 105153, 2025.
5) 井上隆，G. Constantinescu，内田龍彦，二瓶泰雄：自由水面が橋脚洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響に関する固定床 LES 解析，土木学会論文集，Vol.82, No.16, 25-16028，2026.
6) C. S. Peskin: The immersed boundary method, Acta numerica, 11, pp.479-517, 2002.
7) G. Kirkil, and G. Constantinescu: Effects of cylinder Reynolds number on the turbulent horseshoe vortex system and near wake of a surface-mounted circular cylinder, Physics of Fluids, Vol.27, No.7, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

Designing Bridge Piers Resistant to Scour Using Shape Optimization and Verifying Their Effectiveness Through Model Testing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣田　藍子（東京大・工）　森本　時生（東京大・工）　渡邉　健治（東京大・工）
Aiko HIROTA, The University of Tokyo
Tokio MORIMOTO, The University of Tokyo
Kenji WATANABE, The University of Tokyo
E-mail: hirota-aiko630@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study investigates a pier shape that is resistant to local scour using shape optimization with DAFoam (Discrete Adjoint for OpenFOAM). Then, by using model experiments, it confirms that the pier tilts toward the upstream side later than the piers proposed by Kosaka[1]. The pier is made by connecting two types of two-dimentional shapes obtained from two separate optimizations.

1．背景

近年，日本各地で豪雨災害による河川橋梁の局所洗掘の被害が深刻化している．一方，3D プリンティング技術の発達により，複雑な曲面を持つ大規模なコンクリート構造物の製造が比較的容易になり，3 次元的な曲面を持つ橋脚形状の製造も可能となりうる．このような中で，多くの橋脚形状が考案され [1]，また形状が局所洗掘発達メカニズムに及ぼす影響が異なる可能性についても知見が得られてきた．一方で，橋脚形状は無数にある中で全てを比較検討することは難しく，より洗掘防止効果が高い橋脚形状を考案するためには解析で形状最適化を行う必要がある．だが，定常条件の最適化においては非定常な馬蹄形渦の表現が難しく，橋脚上流側が十分に最適化されない．よって，本研究は橋脚上流側の洗掘孔内における下降流の逆流成分(馬蹄形渦の原因)による流下方向の底面せん断力を最小化する最適化と，橋脚上流端の 2 次元の最適化を組み合わせて橋脚を制作し，模型実験でその妥当性を示した．

2．研究手法

まず，洗掘孔を模した底面を再現し，3 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で最適化を行なった．橋脚上流側の洗掘孔底面で下降流が上流方向に逆流する成分は馬蹄形渦形成の原因となる．よって，橋脚上流側の洗掘孔底面にかかる流下方向のせん断力の絶対値を最小化した．導出された形状の，橋脚水面付近の断面形状を最終形状に用いた．最適化の境界条件は図 1 の通りである．次に，2 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化する最適化を行い，最終形状の橋脚上流端部分に用いた．最適化の境界条件は図 2 の通りである．本来は洗掘孔の底面に流れこむ下降流の流速平均を小さくしたいが，これは設定できない．そのため，橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化することで橋脚近傍の底面に淀みを作り，底面に速い下降流が届きにくい形状を導出した．有限体積法による流体解析とアジョイント法を用いた感度解析を組み合わせた DAFOAM を使用し，乱流モデルとして Raynolds-Averaged Navier-Stokes，渦粘性モデルとして shear stress transport(SST) k - ω モデル [2]を用い定常状態における解析を行った．

本研究では図 3 のように中型水路実験を行い，最適化の妥当性を確認した．比較する 3 ケースは，既往研究 [1]で考案された図 4 の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状であり，底面積と底面形状，重さ，実験手法は等しい．この条件で既往研究 [1]の基本形を用いた実験結果と，本研究で行った曲線型，最適化形状の結果を用い，洗掘による倒壊遅さを比較検討した．鹿島珪砂 4 号を河床材料として使用し，地盤の相対密度は 79%，砂の乾燥密度は $1.648\mathrm{g}/cm^3$，$e_{max} = 0.807, e_{min} = 0.532$である．橋脚基礎の根入れ深さは 58mm とした．給水ポンプの入れ替えにより流量を段階的に増加させ，橋脚中央部の水平変位と洗掘深を計測した．

通水中および通水後に，橋脚と周辺の洗掘孔を撮影し，多視点画像からの 3 次元復元(SfM)を用いて洗掘孔の三次元形状データを取得した．これを基に最適化で洗掘孔形状を再現した．

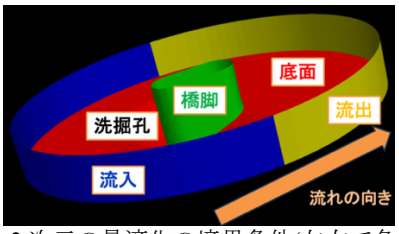


図 1　3 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

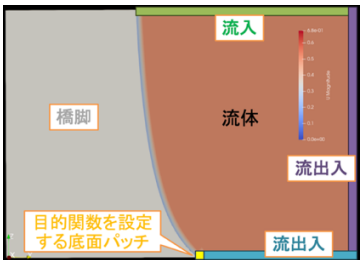


図 2　2 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

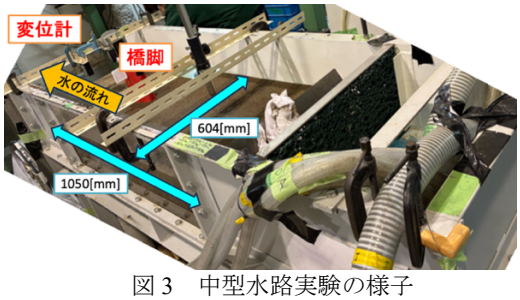


図 3　中型水路実験の様子

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

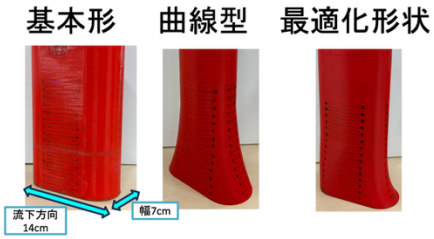


図 4　実験で比較した 3 ケース

3．最適化結果

3 次元の形状最適化については図 5 の通りである．水面付近の水平断面形状は橋脚下流側で渦ができにくい，つまり抗力が小さい形状となった．これは，流速が速い水面付近で流れが橋脚に衝突，下降しにくい形状と言える．また，底面付近の形状について，橋脚側面の上流側は底面にかけて滑らかに広がる形状になったものの，橋脚上流端はほとんど変形しなかった．これは，底面付近で一部の馬蹄形渦が直線的な流れ場として近似されることで流れ場が混在し，最適化の方向性が見えにくかったためと考えられる．

そのため，形状が十分に変化しなかった橋脚上流端の形状を 2 次元で最適化した結果，図 6 のように底面にかけて滑らかに広がる形状を得た．最終的な橋脚形状は図 7 に示すようになった．

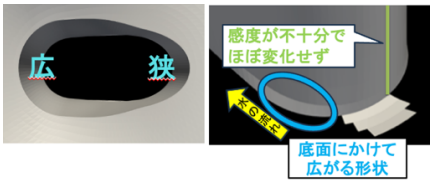


図 5　3 次元の最適化結果の水面付近(左)と底面付近(右)

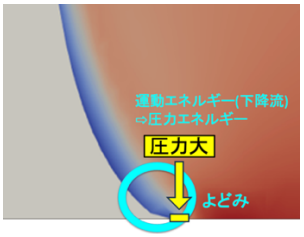


図 6　2 次元の最適化条件と最適化形状

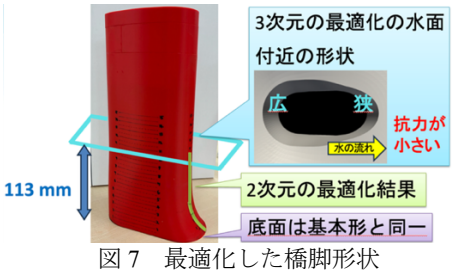


図 7　最適化した橋脚形状

4．実験結果

既往研究 [1]の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状を比較すると，最適化した形状は倒壊までの時間が一番長いという結果を得られた．最適化された形状は図 8 に示す通り，最適化で仮定した洗掘孔の深さが橋脚の底面に達し，根入れが 0 となる状況に達してから粘り強い挙動を見せ，最適化が一定程度妥当であることが示された．流量は図 9 のハイドログラフに従う．

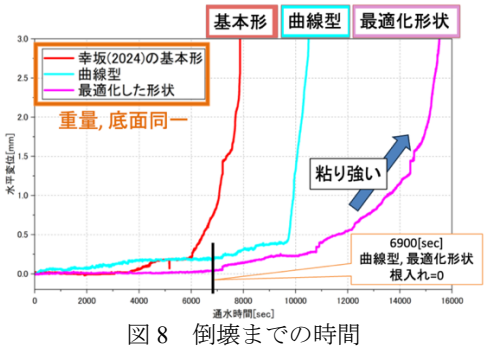


図 8　倒壊までの時間

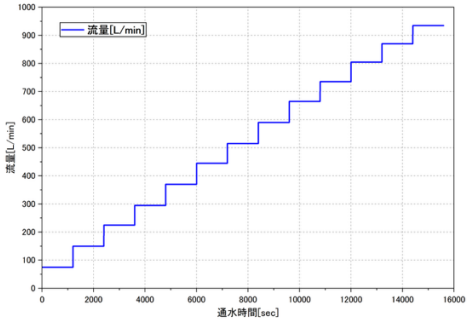


図 9　ハイドログラフ

5．結論と今後の展望

本研究の意義は通常定常条件では解けない，非定常な馬蹄形渦が発生する乱流条件において形状最適化を行なったこと，底面や河積阻害率，橋脚上端部(支承部)を大きく変更せずに洗掘に対して粘り強い形状を考案できることを示したことの 2 点に集約される．既往研究 [1]では上下流端ともに底面に広がる形状が最も洗掘に対して粘り強かったが，橋脚底面の上下流方向の拡幅、あるいは橋脚上端部(支承部)の縮小が必要であったため，曲線型は流下方向の底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 7.8cm であった．一方，今回の検討で最適化された形状は底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 11.4cm と桁の支承部分の長さがより長い．これにより，支承部が極端に短くなることで支承部が橋脚の構造上の弱点になるという問題を回避しやすいというメリットがある．

本研究においては洗掘が進行し，橋脚基礎の根入れ深さがない状態(根入れ 0)を初期状態と仮定して最適化しており，実橋梁におけるような，初期根入れ深さがある状態から根入れ深さが 0 になる洗掘進行プロセスを想定した最適化を行なっているわけではない．実際，最適化された形状と曲線型で根入れが 0 になるまでの時間はほぼ等しいことが確認された．そのため，今後根入れが 0 になる前の状態を仮定して最適化を行い，今回の最適化形状と組み合わせることで，根入れが 0 になる前後ともに洗掘に対して粘り強い挙動を示す形状が考案できると考えられる．加えてレイノルズ数を洗掘が進行する河川条件に合わせることで，個々の河川条件にあった橋脚も考案できる可能性がある．

参考文献

1)　幸坂祐紀:橋脚の 3 次元形状が橋脚基礎周辺の局所洗掘による不安定化に与える影響，第 59 回地盤工学研究発表会, 2024.
2)　Menter, F. R.: Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows (No. A-92183), 1992.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

Verification of river morphodynamic model using nonlinear stability analysis of fluvial bars (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩崎　理樹（北大・工）
Toshiki IWASAKI, Hokkaido University
E-mail: tiwasaki@eng.hokudai.ac.jp

In this study, a river morphodynamic model, Nays2DH, is verified using a non-linear stability analysis of fluvial bars. Nonlinear stability analysis provides a theoretical solution to the governing equations, enabling a rigorous assessment of whether the numerical morphodynamic model can accurately reproduce the exact analytical solution. The results generally show a good agreement with the theoretically predicted bar wavelength and height in the nonlinear level as long as the bar regime is close to the critical condition. The numerical result is also validated with the experimental data, showing a slight underestimation of the bar height.

１．はじめに

数値計算モデルを用いた河床変動解析が研究，実務など多方面から一般的に行われるようになって久しい．これは，計算機能力の向上，数値解析法の進展により，移動床力学研究で構築された形態力学モデルを実用的な計算時間で直接数値解析できるようになってきたことと，計算コード，モデルの汎用化，公開化が進み，だれでも容易に利用可能なプラットフォーム [1]が構築されてきたことによるだろう．このような環境は，河床変動解析の利用と技術の習得に対して極めて重要かつ有用なものである反面，従来一部の専門家，研究者がモデルの性能と適用性を十分吟味して使用してきたという体系とは異なるため，様々な技術背景を持つユーザーが得た数値計算結果の質をどのように担保するかという新たな問題を生み出している．すなわち，計算モデルの検証と妥当性評価，いわゆるモデル V&V のような考え方により河床変動解析の質を保証することが重要になりつつあると考えられる．

一般に移動床現象は様々な物理現象が相互に影響しあう複雑な非線形現象であり，特に実河川においてモデルの性能を保証することは容易ではない．従来，計算モデルの妥当性は，目的に応じた実験結果や観測結果との比較を通じた再現計算により検討される．この妥当性検証は，モデル性能を保証する重要なステップである一方，離散化された方程式が支配方程式の性質を十分表現できているかという検証については十分注意が払われていないように思われる．この検証フェーズでは，数値解と方程式の厳密解（理論解）との比較がなされるが，移動床現象において理論解が得られる条件・対象が，特に非線形問題において限られることによると考えられる．このような現状により，河床変動解析モデルの性能は現象との比較による妥当性検証が中心となっているが，数値解析モデルの性能，挙動（安定性や収束性など）を把握するためには，理論解と比較する検証も重要であると考えられる．

そこで本研究では，移動床現象のうち，交互砂州を解析対象として河床変動モデルの検証を行う．これは，交互砂州が底面不安定性に起因して発生する現象であり，河川における移動床解析において最も基本的な要素であるとともに，線形・弱非線形安定解析 [2]という理論体系が確立されており，理論解と数値解の比較が可能なためである．これまで，砂州の数値解析では，波長やモード数を線形安定解析結果と比較した例は数多くみられるものの [3]，波高のような非線形領域の形状特性値を理論解と比較したものは見当たらず，非線形領域におけるモデル性能の検証において理論的知見が不足している．本研究では，弱非線形安定解析から得られる砂州波高と数値解を比較することにより，非線形レベルにおける河床変動モデルの検証を試みる．

２．手法

本研究では河床変動モデルとして iRIC ソフトウェアに同封される二次元河床変動モデル Nays2DH[1]を利用する．詳細は文献を参照願うとして，ここでは本研究で重要となりうるモデル構成について簡単に示す．本モデルは，流れを平面二次元浅水流方程式で記述し，抵抗則にはマニング則を適用している．格子系には staggered 格子を用い，運動方程式を移流項と非移流項に分離し，移流項を CIP 法で解き，非移流項と連続式を連立させて解く非圧縮性流体解析法に類似した手法を用いていることに特徴がある．ここでは流砂形態として掃流砂のみを考慮し，流砂モデルには全流砂量を芦田道上式（ただし，$\tau_{*c}=\tau_*$として評価），限界掃流力を岩垣の式で計算している．後述する理論解析との整合性を取るため，横断方向流砂量式として長谷川の式を追加し，主流方向の河床勾配の影響，二次流の影響は無視している．なお，動摩擦係数と静止摩擦係数は同一の 0.84（安息角 40° 相当）としている．これはのちの実験結果と理論値の整合性を取るために設定しているため，多少大きい値となっているが，理論解と数値解の比較という意味では，任意の値であっても問題ないと考える．

この数値解析と砂州の弱非線形安定解析から得られる結果を比較することを試みる．ここでは，Carlin et al.[4]が用いた Colombini et al.[2]による砂州の弱非線形解析モデルを利用する．このモデルでは，単一モードの砂州の 3 次までの非線形効果を考慮した弱非線形安定解析により砂州の波高を求めている．この解析では，臨界アスペクト比β_cからわずかにずれた領域において，$\varepsilon=(\beta-\beta_c)/\beta_c$ で定義される増幅率をパラメータとして変数を展開している．したがって，増幅率が大きくなるにつれて厳密には理論の適用範囲外になるため，数値解との厳密な比較が可能となるのは臨界アスペクト比よりわずかにずれた領域になると考えられる．Carlin et al.は様々な流砂モデル，河床抵抗則を選択できるようなモデルを構築しており，公開されているコードを芦田道上式が考慮できるように改良して使用した．

上記二つのモデリングを同一の水理条件に適用して，波長と波高を比較する．ここでは，Redolfi et al.[5]により実施された砂州実験をもとに条件を設定する．本実験では，水路幅 0.305m，勾配 0.01 の水路に粒径 1.05mm の均一粒径を敷きならした条件で，異なる流量条件で得られる砂州の形

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

状特性について議論している．ここでは，浮州化が顕著と思われるケースを除いて，非砂州から交互砂州形成に至る範囲の流量（1.5～4.2 l/s）を設定して，数値解析と線形・弱非線形安定解析を行い，波長と波高を相互に比較した．数値解析では，水路長を 60 m とした上で，初期河床にランダムな微小擾乱を与え周期境界条件を設定し，平衡波高が十分得られるように計算時間を設定した. 計算格子数は流下，横断方向にそれぞれ 1200，16 である．マニングの粗度係数は，抵抗則に Manning-Strickler 式を適用し，粒径から 0.015481 と時空間的に一定値を与えた．平衡状態における砂州の波長と波高を求める際には，計算領域内にある砂州それぞれで値を求めて平均した．なお，波高の定義は同一砂州内における最小，最大河床高さの差とした．

３．結果とまとめ

図 1 に，得られた波長 L_b，波高 H_b をそれぞれ水路幅 B と等流水深 h_0 で無次元化した無次元波数$\lambda=(\pi B/L_b)$, 無次元波高 $H_{MB}=H_b/h_0$ を示している．横軸は設定した流量から計算されるβ, β_c をもとに求めた増幅率εである．図には，弱非線形解析に臨界アスペクト比における波数と波高（－），数値計算における平衡値（□）とともに，実験値（●）があるものは示している．また，無次元波数については，数値計算で得られる発達初期の砂州の波数（×）と線形安定解析における最大増幅率を持つ波数（－－）も併せて示している．すなわち，初期波数を線形安定解析から求まる最も発達しやすい波数と比較することにより線形領域における検証，平衡波高を弱非線形安定解析から求まる波高と比較することで非線形領域における検証，さらに実験値との比較を行うことで妥当性検証までを行うことができる．

まず，線形領域の結果を見ると，数値計算での発達初期の砂州の無次元波数は，線形安定解析から求まる最大増幅率を有する波数と若干ずれているがほぼ一致している．加えて，εが負である非砂州領域で砂州が発達しないこと，εが増大（ここでは流量の減少に対応）するほど初期波数が大きくなることなど，線形安定解析から示唆される平坦床の安定・不安定性をよく表現しているものと判断できる．

次に非線形領域の結果を見ると，数値計算における平衡波高は弱非線形安定解析から得られる波高と$\varepsilon<0.5$ の領域で極めて良い一致を示している．弱非線形安定解析の結果が厳密に保証されるのは増幅率が小さい領域であることを考えると，数値計算モデルは厳密解である理論値をよく表現しており，非線形領域においても妥当なモデルであることが理論的にも示されたと考えられる．一方，波数についてはεが 0.1 程度までは弱非線形解析で想定している臨界値とほぼ同じであるが, それ以上εが増加すると数値計算結果のほうが小さい．これは非線形領域において通常みられる砂州波長の伸長によるものであり，理論では考慮されていない点である．弱非線形安定解析において，最大波高を取る波数は臨界値とそれほど変わらないといわれているが [2], この点についてはさらに検討が必要である．臨界アスペクト比近傍では不安定となる波数帯が狭いため，最終的な平衡波数は臨界値に近い値を取りえる一方，βの増大に従い，広い波数帯の擾乱が不安定となり，これらの相互作用によって砂州形状が変化すると考えられるため，このような波長，波高の差が生じるものと考えられる．また，増幅率の増加に従い非線形性も強くなり弱非線形安定解析の適用外となることも理論値と計算値の乖離が生まれる原因であろう. さらに, 本条件では, 理論値との乖離が大きくなる$\varepsilon>0.5$ の領域において，砂州の発達に伴い，流砂量がゼロとなる領域が発生しており，流砂量に不連続部が生じる．このような場も理論の適用範囲外であり，数値計算結果との差異の原因になっていると考えられる．

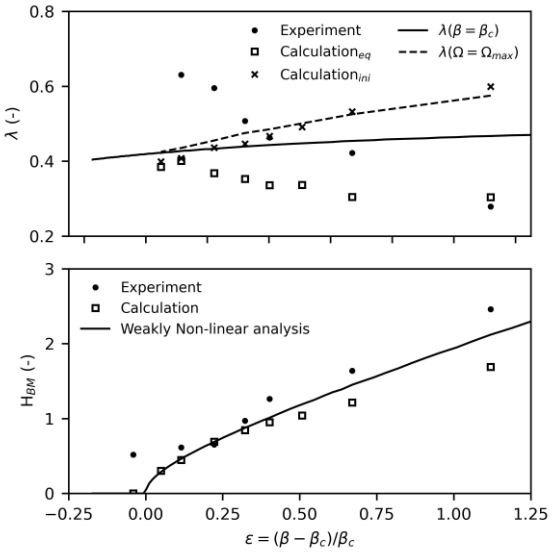


Fig. 1 Comparison of bar wavenumber and wave height given by numerical calculation, linear-nonlinear stability analysis and experiments.

最後に実験値との比較を行うことで妥当性についても検討してみる．本モデルで採用しているパラメータは，実験における波高をある程度表現するように決定したため，当然ながら数値計算結果の妥当性もそれに対応した精度となる．一方，波長については必ずしも適合性がよいわけではない．また，増幅率が大きい領域においては，計算モデルは波高を過小評価している．このような実験値と数値計算結果の差異は，モデルの限界に起因すると考えられる．すなわち，モデルで考慮していない物理要素が波長や波高に影響する可能性である．例えば，砂州の発達に伴う流線の湾曲により生じる二次流効果で波高が大きくなること，反対に初期波長は短くなることが知られている [3]．また，Redolfi et al.[5]も同様の弱非線形安定解析を行っているが，使用している流砂モデルやパラメータは異なっている．二次流モデルが本当に必要かやどのような流砂モデルが適切かなどは議論の余地があるが，物理モデルの追加や変更により，理論値と計算値がどのように変化するかを検討することで妥当性検証もより明確になると考えられる．

本件等により，Nays2DH は交互砂州解析について初期不安定性，平衡波高をかなりの精度で表現できるモデルであることが示されたが，今後は異なるパラメータにおいて検討して，結果の一般性を示していく必要がある．

参考文献

1) iRIC Project: http://i-ric.org/ja/
2) Colombini et al.: Finite-amplitude alternate bars, *J. Fluid Mech.*, 181, 213-232, 1987.
3) Iwasaki et al.: Sensitivity of free bar morphology in rivers to secondary flow modeling: Linear stability analysis and numerical simulation, *Adv. Water Resor.*, 92, pp.57-72, 2016.
4) Carlin et al.: The long-term response of alternate bars to the hydrological regime, *Water Resour. Res.*, 57, 2021.
5) Redolfi et al.: Morphometric properties of alternate bars and water discharge: a laboratory investigation, *Earth Surf. Dynam.*, 8, 789–808, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis on Bed Variations in Curved Channels Considering Pressure-Gradient Effects on Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

笠島　光司（京都大・工）　村埜　健太（京都大・工）　音田　慎一郎（京都大・工）
Koji KASASHIMA, Kyoto University
Kenta MURASAKO, Kyoto University
Shinichiro ONDA, Kyoto University
E-mail: kasashima.koji.48z@st.kyoto-u.ac.jp

It is considerable importance to predict accurately riverbed variations during floods. This study introduces a bed-load transport model that explicitly accounts for pressure-gradient effects in determining sediment transport direction and critical shear stress. The numerical model is applied to a movable-bed flume experiment with a 90-degree bend. The results showed that the model reproduces bed variations qualitatively, but quantitative agreement was further required.

１．はじめに

温度上昇による洪水規模の変化が予想されている中，外力の変化は流砂のバランスや河床変動に変化をもたらすことから，こうした応答の変化を予め推定することは治水上重要である．このような背景から高精度な河床変動解析モデルが必要とされている．

本稿では，圧力勾配力の影響を陽に考慮して掃流砂の移動方向および限界掃流力を算出するモデルを導入する．次に，90 度の湾曲部をもつ移動床水路を対象とした水理模型実験 [1]の再現計算を行い，モデルの妥当性を検証する．

２．数値解析モデル

開水路流れモデルには，非静水圧一般座標系 3 次元モデルを用いる．界面の捕捉は密度関数法により行い，基礎式中にポーラスメディア法を導入することで表面流と浸透流の計算を行う．乱流モデルには非線形$k-\varepsilon$モデルを用いる．詳細は文献 [2]を参照されたい．

河床変動モデルについては，対象とする実験の河床材料の粒径が比較的大きいことから，掃流砂のみを対象とする．河床変動モデルの構成として，以下の掃流砂量式(1)と流砂の連続式(2)を組み合わせ，河床高z_bの時間変化を算出する．

$$\frac{\boldsymbol{q}_b}{\sqrt{Rgd^3}} = 5.7\left(\tau_{*p}-\tau_{*c}\right)^{1.5}\hat{\boldsymbol{s}}_b \tag{1}$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t}+\frac{1}{1-\lambda}\nabla\cdot\boldsymbol{q}_b = 0 \tag{2}$$

ここで，掃流砂量式には Fernandez Luque & van Beek[3]による式を用いる．$\hat{\boldsymbol{s}}_b$：掃流砂の移動方向単位ベクトル，τ_{*p}：圧力勾配力を考慮した無次元掃流力，τ_{*c}：無次元限界掃流力であり後述する方法で算出する．R：水中比重，d：粒径，g：重力加速度，λ：間隙率，t：時間である．

式(1)，(2)を用いて計算を進めるためには，掃流砂の移動方向$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を与える必要がある．掃流砂の運動を鉛直 2 次元断面内で考える場合には$\hat{\boldsymbol{s}}_b$は河床近傍の流速の向き$\hat{\boldsymbol{s}}$に一致するが，横断方向に河床勾配をもつ場合には一般に$\hat{\boldsymbol{s}}_b \neq \hat{\boldsymbol{s}}$となる．横断方向の河床勾配による掃流砂の移動方向の偏りを表現するため，長谷川の式を用いる方法があるが，長谷川の式は勾配が微小であることを前提としており，移動床湾曲水路のように横断方向に安息角に近い河床勾配が生じる場合にはモデルを修正する必要があると思われる．

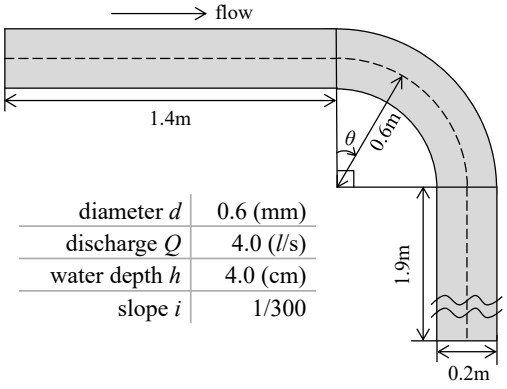


Fig. 1　Outline of calculation conditions

Seminara et al.[4]は，河床面が 3 次元的な勾配をもつ場合に砂粒子に作用する抗力，重力，揚力，摩擦力のつり合いを仮定して移動速度および方向を決定する方法を示した．また，山口・泉 [5]は，河床波形成における圧力勾配の影響を指摘し，鉛直 2 次元断面内で圧力勾配力を陽に組み込んだモデル化を行った．そこで本稿では，Seminara et al.[4]の方法をもとに，抗力，重力，圧力勾配力，摩擦力のつり合いを仮定して$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を決定する．つり合い式より次式が導かれる．

$$\left|\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right|\left(\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right) = \chi^2\tau_{*c0}\left(|\boldsymbol{G}_n|\hat{\boldsymbol{s}}_b-\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_d}\right) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{G} = -\left(\hat{\boldsymbol{k}}+\nabla p^*\right)$$

$$\boldsymbol{G}_n = (\boldsymbol{G}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\hat{\boldsymbol{n}},\quad \boldsymbol{G}_t = \boldsymbol{G}-\boldsymbol{G}_n$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{n}}$：河床面の単位法線ベクトル，$\hat{\boldsymbol{k}}$：鉛直上向き単位ベクトル，$p^*=(p+\rho gz)/\rho Rg$：ピエゾ水頭，τ_*：無次元掃流力，τ_{*c0}：水平面での無次元限界掃流力，v_b^*：無次元掃流砂速度，μ_d：動摩擦係数，$f=11.5$[3]，$\chi=0.7$ [3]である．

式(3)において$v_b^*=0$とすると次式が導かれ，無次元限界掃流力τ_{*c}を求めることができる．ただしμ_dを静止摩擦係数μ_cに，τ_*をτ_{*c}に置き換えた．

$$\left|\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}}\hat{\boldsymbol{s}}+\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_c}\right| = |\boldsymbol{G}_n| \tag{4}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

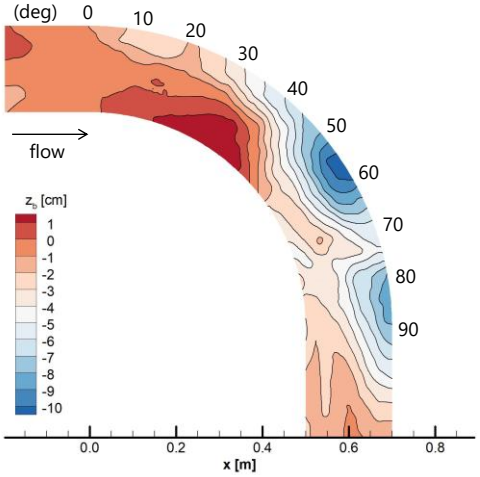


Fig. 2　Experimental results[1] of bed elevation distribution

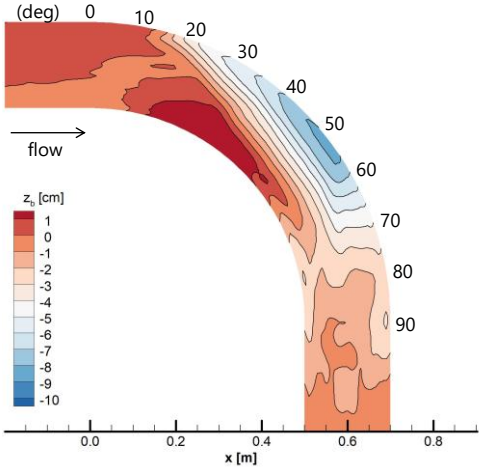


Fig. 3　Calculated results of bed elevation distribution

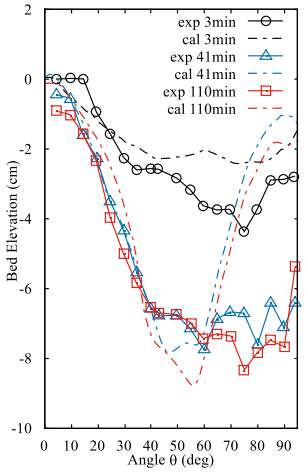


Fig. 4　Bed elevation profile along the outer bank

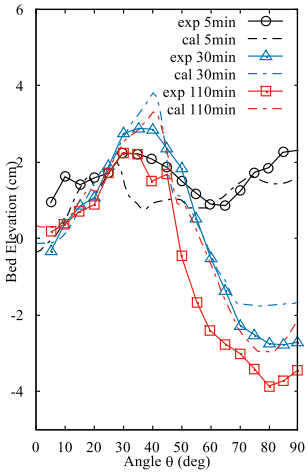


Fig. 5　Bed elevation profile along the inner bank

式(3), (4)において$\nabla p^*=0$とすれば Seminara et al.[4]の表式に，$\hat{\boldsymbol{s}}_b=\hat{\boldsymbol{s}}$，$\chi=1$とすれば山口・泉[5]の表式に一致する．

Wu[6]をもとに，式(1)では壁法則より求まる底面せん断力τ_*に圧力勾配力を考慮した次式を掃流力τ_{*p}として用いる．

$$\tau_{*p}=\left(\tau_*\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{A_3}{A_2}\nabla p^*\right)\cdot\hat{\boldsymbol{s}}_b \qquad (5)$$

ここで，砂粒子形状は球を仮定して$A_3/A_2=2/3$とする．

3．モデルの適用と結果の考察

檜谷ら[1]が行った 90 度の湾曲部をもつ移動床水路での河床変動実験をもとに，計算条件を Fig. 1 のように設定した．計算格子数は主流方向に 210（うち湾曲部に 65），横断方向に 40，鉛直方向に 80（初期状態で気相セルに 16，液相セルに 16，移動床セルに 48）とし，鉛直，横断方向および主流方向湾曲部では格子間隔を一定とした．透水係数は 0.1cm/s とした．実験と同様に 120 分間相当の計算を実施した．以下では，湾曲部入口からの角度をθとする．

実験[1]では，時間の経過とともに外岸側で洗掘部が発達し，通水後 40 分で外岸側での平均的な洗掘深がほぼ平衡状態に達した．また，外岸側洗掘部を起点として下流側に周期的に砂堆が発生し，外岸側洗掘部より生じたらせん流が内岸側下流部（θ=45~90°）を洗掘する様子が確認された．

砂堆発生時の河床高について，Fig. 2 に実験結果を，Fig. 3 に計算結果（通水後 99 分）を示す．計算結果では，実験結果と同様に外岸側洗掘部を起点とする周期的な砂堆の発生，内岸側下流部での洗掘が再現された．また，Fig. 3 より外岸側や内岸側 70°での洗掘，砂堆の発生位置は実験結果と概ね一致した．一方，計算結果では，初期河床から砂堆のトラフまで最大 3cm 程度で，実験結果の 8cm 程度と比べると砂堆の波高が小さい．また，外岸側洗掘部の最大洗掘深は実験結果では 10.5cm であったのに対し，計算結果では 9.2cm であった．

Fig. 4 に通水後 3 分，41 分，110 分での外岸側河床高の実験および計算結果を示す．これより，外岸側では通水後約 40 分で平衡洗掘深（約 8cm）に達するという実験結果が計算でも再現されている．一方で，実験では洗掘部形状がθ=40~90°を底とするすり鉢状であるのに対し，計算では底の範囲がθ=40~60°と狭い．このことが外岸側洗掘部より発生する砂堆波高の過小評価の原因と考えられる．

Fig. 5 に通水後 5 分，30 分，110 分での内岸側河床高の実験および計算結果を示す．実験結果では，通水初期（5 分）では全体的に堆積傾向がみられるが，時間が経つにつれ下流部（θ=45~90°）で洗掘が発生し，洗掘深も増大する．この経過は計算においても再現された．一方で，計算結果では実験結果と堆積，洗掘位置は一致しているものの，その河床高が全体的に 1~2cm 高い．

以上のように，計算結果では外岸側の平衡洗掘深，また外岸側洗掘部を起点とした下流の砂堆形成や内岸側の洗掘の発生について定性的に再現できた．一方で，外岸側の洗掘形状やそこから発生する砂堆の波高については実験結果と相違がみられた．掃流砂の非平衡性など今回用いたモデルでは考慮できない要素もあり，これらの要素との関連も含め今後検討したい．

参考文献

1) 檜谷・道上・川合：水工学論文集, Vol.42, pp.979-984, 1998.
2) Q. Pang & S. Onda：J. JSCE, Vol. 11, No.2, 22-15049, 2023.
3) R. Fernandez Luque & R. van Beek：J. Hydraul. Res., Vol. 14, No.2, pp.127-144, 1976.
4) G. Seminara, L. Solari & G. Parker : Water Resour. Res., Vol.38, No.11, 1249, 2002.
5) 山口・泉：水工学論文集, Vol.49, pp.937-942, 2005.
6) W. Wu: Computational River Dynamics, Tylor & Fransis, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

Representation of asymmetric large deformation behavior by finite odd elastic constitutive law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

志賀　美春（東北大・工）　中村　明莉（東北大・工）　松原　成志朗（東北大・工）
寺田　賢二郎（東北大・工）
Miharu Shiga, Tohoku University
Akari Nakamura, Tohoku University
Seishiro Matsubara, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: shiga.miharu.t1@dc.tohoku.ac.jp

This study formulates two types of odd elastic constitutive equations within the framework of finite strain theory to investigate the effect of large deformation on the nonreciprocity of materials. One presumes the linear relationship between the first odd Piola-Kirchhoff (PK) stress and the displacement gradient tensor, which is a direct extension of the infinitesimal odd elastic constitutive equation. The other is defined as the linear relationship between the second odd PK stress and the Green-Lagrange strain, so that the contribution of the rotational stress and strain disappears from this equation. To perform a finite element analysis on an odd elastic material, we devise a stress update algorithm attached to an implicit numerical scheme, as well as deriving the weak form of the governing equations with asymmetric stress and strain tensors. The performance and characteristics of the proposed model, such as the effect of large deformation on nonreciprocity and mechanical activity, are studied through not only theoretical discussion of uniform deformation problems but also finite element analyses.

1. 序論

奇弾性とは，物体の能動運動を誘発する非相反的な弾性的性質である．これは特定方向へのエネルギー変換デバイスへの応用が期待される一方で，微小変形理論の枠組みでしか議論されていない．本研究では，有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を再定式化し，大変形が材料の非相反性に及ぼす影響を調査する．具体的には，一様変形に関する理論検討に加え，奇弾性構成則を用いた構造物の有限要素解析を行い，大変形が非対称な力学挙動や能動運動のためのエネルギー生成に及ぼす影響について考察する．

2. 有限変形理論に基づく奇弾性構成則

本節では，微小変形理論に基づく奇弾性構成則[1)]を有限変形理論の枠組みに拡張し，基準配置を参照する奇弾性構成則を定式化する．ここで，ツーポイントテンソルを用いて記述する応力と物質表示で記述する応力をそれぞれ第一奇 Piola–Kirchhoff 応力（第一奇 PK 応力），第二奇 Piola–Kirchhoff 応力（第二奇 PK 応力）と呼称する．

2.1. 第一奇 PK 応力を用いたモデル

2 次元空間において，次の 2 階の基底テンソルを定義する．

$$\boldsymbol{\tau}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

これらの $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ を用いて分解される変位勾配テンソル $\boldsymbol{H}$ の成分 $H^{\mathrm{odd}}_\alpha = \tau_\alpha : \boldsymbol{H}$ を奇弾性ひずみと呼び，基準配置における基本変形モードは，それぞれ**図-1** に示す通りである．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

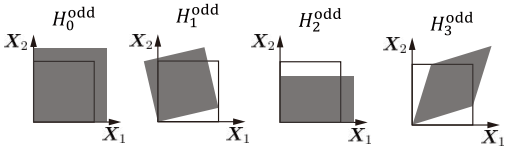


Fig. 1　奇弾性ひずみが表現する変形モード

$$P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} H^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{2}$$

ここで，P^{odd}_α は奇弾性応力であり，第一 PK 応力 $\boldsymbol{P}$ と $P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{P}$ の関係にある．また，$C^{\alpha\beta}$ は奇弾性係数行列の成分であり，接線係数 $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}}$ は第一 PK 応力の変形勾配 $\boldsymbol{F}$ に関する勾配として $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \boldsymbol{F}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$ で定義する．

2.2. 第二奇 PK 応力を用いたモデル

本モデルでは，Green–Lagrange（GL）ひずみ $\boldsymbol{E}$ を用いた奇弾性ひずみ $E^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{E}$ を用いる．なお，第二 PK 応力と GL ひずみによる仕事に剛体回転の寄与は含まれないため，$E^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

$$S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} E^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{3}$$

ここで，S^{odd}_α は奇弾性応力であり，第二 PK 応力 $\boldsymbol{S}$ と $S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{S}$ の関係にある．なお，第二 PK 応力は角運動量保存則の成立を前提とするため，$S^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．このとき，すべての α，β に対して $C^{\alpha 1} = 0$，$C^{1\beta} = 0$ が成立する．そのため，第二奇 PK 応力は連続体力学における第二 PK 応力と一致する．また，接線係数 $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}}$ は第二 PK 応力の GL ひずみに関する勾配として $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{E}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で定義する．

3. 奇弾性挙動の調査

本節では微小変形理論，有限変形理論に基づく奇弾性構成則を用いた有限要素解析を実施し，奇弾性係数および大変形が物体の材料挙動に及ぼす影響を調査する．

3.1. 一軸圧縮試験における材料挙動

図-2 に示すような境界条件で正方形試験片の一軸圧縮試験を模擬する有限要素解析を実施する．調査する奇弾性係数の組み合わせは，Lame 定数をそれぞれ $\lambda = 40$，$\mu = 40$ とする線形弾性体と等価な場合に加え，膨張・収縮と等容軸変形の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{02} = -C^{20}$）と等容軸変形と純せん断の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{23} = -C^{32}$）の 3 ケースを設定する．

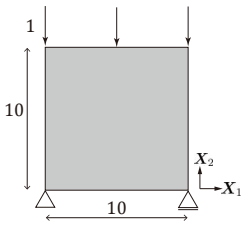


Fig. 2 一軸圧縮試験

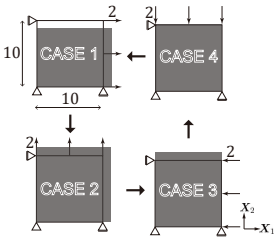


Fig. 3 ひずみサイクル

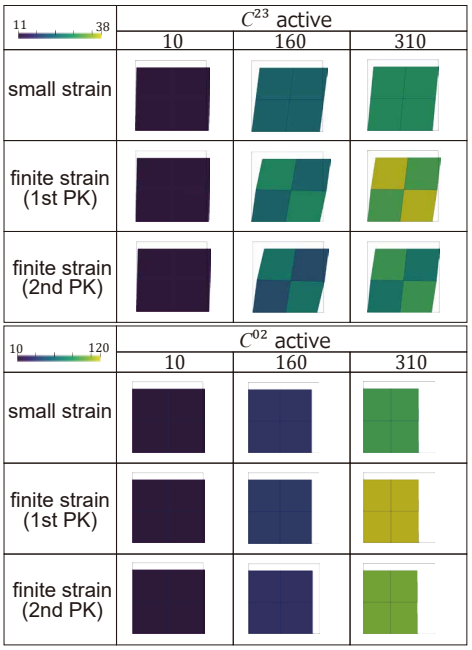


Fig. 4 変形形状と von-Mises の相当応力分布

解析結果を**図-4** に示す．変形理論にかかわらず，奇弾性係数 C^{02} を有効にすると，C^{02} が大きいほど X_1 軸方向の変形量が大きいことが確認できる．一方，奇弾性係数 C^{23} を有効にしたときは $C^{23} = 160$，$C^{32} = -160$ のときが最もせん断変形が大きいことが確認できる．したがって，せん断変形が最も大きい特異な C^{23} が存在するといえる．実際に，微小変形理論の枠組みで理論的に検討すると，

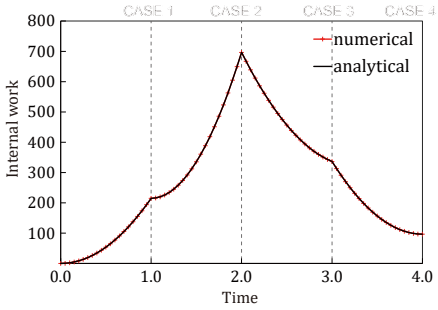


Fig. 5 微小変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

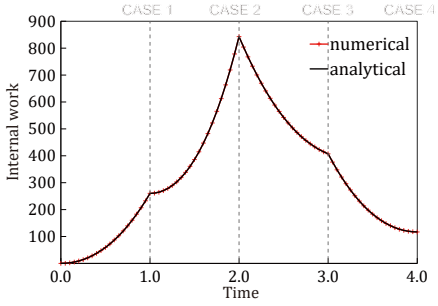


Fig. 6 有限変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

$C^{23} = \sqrt{C^{33}(C^{00} + C^{22})}$ のとき最もせん断変形が大きいことを確認している．一方で，有限変形理論の枠組みでは，幾何学的非線形性によって変形の一様性が失われることがわかる．

3.2. 力学活性の調査

Scheibner ら[1] によると，奇弾性係数行列が非対称であることにより，閉じたひずみサイクルの中で物体は外界に対して正の仕事をする．**図-3** に示すように，X_1，X_2 軸方向に ±2 の強制変位を作用するひずみサイクルに対して有限要素解析を行う．各奇弾性係数には，$C^{00} = 160$，$C^{22} = 80$，$C^{33} = 80$，$C^{02} = 10$，$C^{20} = -10$ を設定する．ひずみサイクルの中で蓄積される内部仕事を**図-5**，**図-6** に示す．ここで，数値解析によって得られた解をマーカー付の赤色の実線，解析解を黒色の実線で示している． CASE4 終了時点における内部仕事が非ゼロになったことから，奇弾性係数行列の非対称性 $C^{02} \neq C^{20}$ によってひずみサイクルの中で力学活性が生じたことが確認できる．

4. 結論

有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を定式化した．また，構築した構成則を用いた数値解析から，大変形が力学挙動の特異性を増幅したり，奇弾性係数行列の非対称性がエネルギー生成に寄与したりすることが確かめられた．今後は，$C^{02} = -C^{20}$ 以外の奇弾性係数の非対称性を考慮した場合の力学活性も調査し，力学活性のパラメータ依存性を検証する．

参考文献

1) Scheibner, C., Souslov, A., Banerjee, D., Surówka, P., Irvine, W. T. M. and Vitelli, V.: Odd elasticity, *Nature Physics*, Vol. 16, No. 4, pp. 475–480, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2 次元空間において大域参照勾配を自由度に持つ アイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

Proposal of a 2D Isoparametric Hermite Element with Global Reference Gradients in DoF (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山本　亨輔（筑波大）　　勝山　俊平（筑波大）
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
Shumpei Katsuyama, University of Tsukuba
E-mail: yamamoto.kyosuke.fu@u.tsukuba.ac.jp

We propose a 2D isoparametric Hermite element via global reference gradients as DOFs to unify geometry and field definitions. This symmetry enables homomorphic operations preserving the distributive law, mathematically integrating the initial shape and displacement. Plane stress analysis of an arch confirms that coarse meshes yield remarkably smooth gradients, validating the method's geometric fidelity and numerical consistency.

1. はじめに

構造物の荷重抵抗性能を評価する際，有限要素法（FEM）は，最も有力な数値解析手法の一種である．標準的な FEM ではC^0連続なラグランジュ要素が広く普及しているが，応力場（変位の導関数）が要素境界で不連続となるため，精度確保には細密なメッシュ分割が必要となる．特に，薄板や曲線構造モデルでは，要素境界の勾配の不連続性がしばしば問題となる．

節点導関数を自由度に持つエルミート族要素は，要素境界の連続性を自然に担保できるため，本来はC^1適合性が要求される 4 階の物理系とよく整合する．しかし，幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築 [1]においては，幾何定義に局所パラメータ微分（$\partial/\partial\xi$）が，物理場に大域座標微分（$\partial/\partial x$）が混用されることに起因して，トポロジー的な不整合が課題 [2]となっている．

本稿では，2 次元空間において幾何マッピングと変位場の双方を大域参照勾配で定義し，真の意味でのアイソパラメトリックなエルミート族四辺形要素を提案する．本手法は，座標変換の不整合を解消し，標準的手続きで滑らかな曲線表現が可能である．本要素の性能を検証するため，粗いメッシュの円弧アーチ構造を平面応力問題として解く．

2. 基礎数理

エルミート要素の定式化において，先行研究 [1), 2)]は，大域参照座標と幾何場を同一の変数と見なしてきた．本研究では，大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2)$ と幾何場（初期配置の座標系）$\bar{\boldsymbol{x}}=[\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2]^{\mathrm{T}}$を厳密に区別する．但し，節点では幾何と参照座標は一致する．つまり，節点 k において，$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x}^k)=\boldsymbol{x}^k$ である．

幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ の両方の自由度を大域参照座標 $\boldsymbol{x}$ に対する勾配を用いて定義する．つまり，

$$\boldsymbol{X}_1^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_1^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_1^k=\begin{bmatrix}u_1^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{X}_2^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_2^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_2^k=\begin{bmatrix}u_2^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix} \tag{1}$$

である．領域 Ω 内の全節点 $k=1,\dots,n$ に対して式(1)のベクトルを方向 i ごとに集約する．

$$\boldsymbol{X}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{X}_i^n\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{U}_i^n\end{bmatrix} \tag{2}$$

このとき，形状マッピングベクトル $\boldsymbol{X}$，数値解ベクトル $\boldsymbol{U}$ を以下のように定義する．

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_1\\ \boldsymbol{U}_2\end{bmatrix} \tag{3}$$

また，大域ベクトル $\boldsymbol{X}$ と $\boldsymbol{U}$ から要素eに関する成分のみを抽出する配置マトリクスを$\mathbf{T}^{(e)}$とする．

$$\boldsymbol{X}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{X},\quad \boldsymbol{U}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{U} \tag{4}$$

領域 Ω 内で定義される基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$を組み合わせて，基底関数行列 $\mathbf{G}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}$ が定義できる．今，$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$なので，要素$e$の自由度に対応した成分を取り出すと，次式となる．

$$\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix} \tag{5}$$

点$\boldsymbol{x}$が要素e内にあるとき，$\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}\mathbf{T}^{(e)}$は単位行列であるから，幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ は，次のように近似できる．

$$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}^{(e)} \tag{6}$$
$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}^{(e)} \tag{7}$$

要素がアイソパラメトリックであるとは，式(6)と式(7)の$\mathbf{G}(\boldsymbol{x})$が共通であることをいう．このとき，初期形状$\bar{\boldsymbol{x}}$，変位場$\boldsymbol{u}$を合わせた変形後の形状$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}$が次式で表されることを意味する．

$$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U})=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\left(\boldsymbol{X}^{(e)}+\boldsymbol{U}^{(e)}\right) \tag{8}$$

つまり，離散化しても分配法則が保持される準同型操作である．

次にエルミート基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})$を正規化座標系$\boldsymbol{\xi}$で再定義する．ここで，係数行列$\mathbf{A}$と基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる．

$$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) \tag{9}$$

基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を明記するために，一次元エルミート補間関数$\boldsymbol{h}(\xi)$を次のように定義する．但し，$-1\le\xi\le1$である．

$$\boldsymbol{h}(\xi)=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}(1-\xi)^2(2+\xi)\\ (1-\xi)^2(1+\xi)\\ (1+\xi)^2(2-\xi)\\ -(1+\xi)^2(1-\xi)\end{bmatrix} \tag{10}$$

関数$u(x)$のx^aとx^bにおける関数値u^a，u^bと導関数値θ^a，θ^bに対して，この補間関数は次のような近似式が定義できる．

$$u(x)=\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{x^b-x^a}{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{x^b-x^a}{2}\end{bmatrix}\boldsymbol{h}(\xi)\right)\cdot\begin{bmatrix}u^a\\ \theta^a\\ u^b\\ \theta^b\end{bmatrix} \tag{11}$$

これを 2 次元に拡張すると，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_1(\eta) \\ h_2(\xi)h_1(\eta) \\ h_1(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_1(\eta) \\ h_4(\xi)h_1(\eta) \\ h_3(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_3(\eta) \\ h_4(\xi)h_3(\eta) \\ h_3(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_3(\eta) \\ h_2(\xi)h_3(\eta) \\ h_1(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix}$$

である．点aにおいて，$\boldsymbol{N}^{(e)} = \boldsymbol{e}_1$ かつ $\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{e}_1$ である．また，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_2 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \\ \boldsymbol{e}_3 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial y}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \end{aligned} \tag{13}$$

の関係式が得られる．同様の関係式を点b，点c，点dについても求めると，係数行列$\mathbf{A}$が次のように求められる．

$$\mathbf{A}^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{A}^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix}$$

以上より，大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族四辺形要素を定式化できた．従来 [1]は，形状マッピングに$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を，場の近似に$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる非対称性があった．本稿は，式(1)のようにパラメータ勾配ではなく大域参照勾配で自由度を定義したことで，この非対称性を解消し，式(8)のような準同型性を獲得できた．

3. 曲線形状モデルの作成

要素形状が四角形$abcd$で良ければ，幾何場を歪ませる必要はないため，幾何$\bar{\boldsymbol{x}}$と大域参照$\boldsymbol{x}$は厳密に一致する．四角形要素に対して形状マッピングベクトルは，次式となる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_1^{(e)} &= [x^a \quad 1 \quad 0 \quad x^b \quad 1 \quad 0 \quad x^c \quad 1 \quad 0 \quad x^d \quad 1 \quad 0]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{X}_2^{(e)} &= [y^a \quad 0 \quad 1 \quad y^b \quad 0 \quad 1 \quad y^c \quad 0 \quad 1 \quad y^d \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{14}$$

一方，要素構成節点aに関わる形状マッピング成分を

$$\mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

のように書く．参照勾配成分$\mathbf{V}^a = \begin{bmatrix} \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix}$が単位行列でない場合，要素の各辺は曲線となる．

Fig. 1 のように，アーチを構成する非線形な四辺形要素を考える．節点kが複数の要素に共通なら，大域参照$\boldsymbol{x}$において元の線形な四角形要素の辺ベクトル$\boldsymbol{l}^L$や$\boldsymbol{l}^R$を曲線形状に合わせて接線方向へ線形変換する必要がある．つまり，$\boldsymbol{x}$座標表示の$\boldsymbol{l}^L/|\boldsymbol{l}^L|$および$\boldsymbol{l}^R/|\boldsymbol{l}^R|$をともに $\boldsymbol{g}$ へ変換する．式(15)より，$\mathbf{V}^k$は節点kにおけるこの線形変換に相当する．したがって，$\mathbf{V}^k$は，

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}^L}{|\boldsymbol{l}^L|} & \frac{\boldsymbol{l}^R}{|\boldsymbol{l}^R|} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{g} \quad \boldsymbol{g}] \tag{16}$$

を解けば求まる．節点kが端部の場合，スパン方向の辺ベクトルと半径方向の辺ベクトル$\boldsymbol{d}$を用いて，次式を解けばよい．

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}}{|\boldsymbol{l}|} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} \tag{16}$$

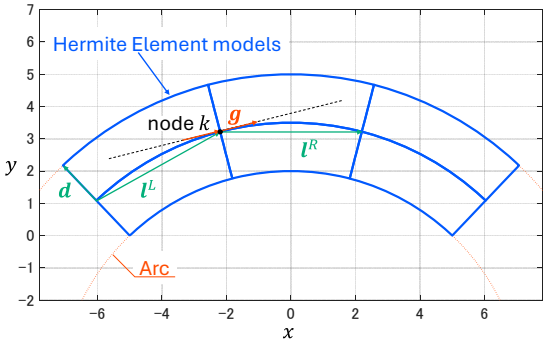


Fig. 1 The arch structure model based on Hermite elements

Table 1 The parameters of arch structure model

Span (m) L	Rise (m) H	Height (m) D	Thickness (m) t	Load (kN) P	Young's modulus (GPa) E	Poisson's ratio - ν
10	2	3	0.60	100	200	0.25

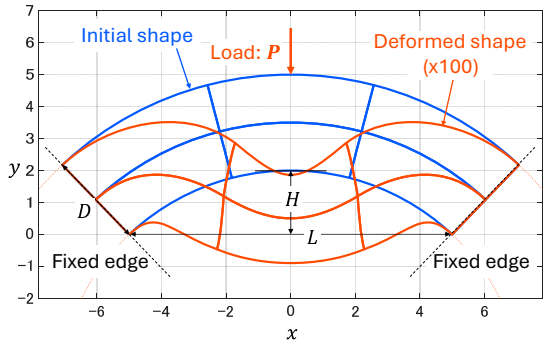


Fig. 2 The initial and deformed shapes of the arch model

4. 曲線アーチモデルの作成

内側に対応する水平方向スパン長L，厚さD，高さHとして円弧アーチをモデル化する．ここで形状マッピングベクトルの各成分は，式(16)および式(17)を用いて設定した．円弧の半径方向に節点を配置する．Table 1 にモデルのパラメータを，Fig. 2 に初期形状と変形後形状を示す．計算の結果，要素分割が粗い場合でも，要素境界において変位および勾配が極めて滑らかに連続する結果が得られた．

5. まとめ

本稿は，エルミート要素による幾何と場の離散化における非対称性を解消し，初期配置と変位の合成を単一の代数的操作へ統合した．従来のエルミート要素 [1]が抱える連続性保証のための煩雑な補正 [2]が不要となり，FEM の一般性と汎用性を保持したまま，精度と利便性を大幅に向上できると期待される．

参考文献

1) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
2) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

Mechanical Model and Finite Element Analysis of Cable Embedded in Continuum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

Numerical stability is a key challenge when using rod elements to analyze slender structures embedded in a continuum. This study proposes a simplified cable model neglecting bending stiffness to improve numerical stability. Force transmission can be represented by curvature vector of cable, enabling direct equilibrium formulations. We present this approach and an ALE cable element, demonstrating their effectiveness through numerical examples.

1. 序

連続体に埋め込まれた棒状構造の問題は，地盤アンカーによる補強や外科手術における縫合の力学モデルなどで現れる．筆者らはこれまで，曲げおよびせん断剛性を有する棒が摩擦なく連続体に埋め込まれた系に対し，ALE（Arbitrary Lagrangian-Eulerian）有限要素法[1] を用いた解析手法を提案してきた[2]．しかしながら，数値安定性や曲線形状で埋め込まれた際の曲げ剛性を考慮した初期条件の設定に課題を残している．

そこで本研究では，曲げ剛性を無視したケーブルとして構造をモデル化することで，これらの課題解決を図る．軸力のみを考慮し連続体との摩擦を無視する場合，ケーブルから連続体への力伝達はケーブルの曲率ベクトルのみで記述できる．このアプローチでは，軸力の導入されたケーブルと連続体とのつり合いとして定式化が可能であり，ケーブルの軸変形を陽に扱う必要がない．

本論文では，上述の曲率に基づく定式化に加え，軸変形を考慮したケーブルに対する ALE 有限要素法を導出し，棒要素の場合と同様の解析フレームワークを提示する．また，数値計算例を通じて各手法の特性を比較・検討し，その有効性を示す．

2. ケーブルの力学モデル

ケーブルの形状を，弧長パラメータ s を用いた位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ により定義する．このとき，曲線上の任意の点における接線ベクトル $\boldsymbol{t}(s)$ は，位置ベクトルを s で微分することにより次のように得られる．

$$\boldsymbol{t}(s) = \frac{d\boldsymbol{\phi}}{ds} \tag{1}$$

ケーブルの微小線分 Δs における力のつり合いを考える．ケーブルには軸力 N が導入されており，微小線分の両端には Fig.1 のように軸力 $N\boldsymbol{t}(s)$, $N\boldsymbol{t}(s+\Delta s)$ が作用している．これらの力と，連続体から受ける単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ とのつり合い条件は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{p}(s)\Delta s + N\boldsymbol{t}(s+\Delta s) - N\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

いま，$\Delta s \to 0$ の極限を考えると，連続体に作用する荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は次式となる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} \tag{3}$$

このとき，位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ を用いて表すと式 (1) より，

$$\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} = \frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{4}$$

ここで，$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}$ は曲率ベクトルであり，軸力 N が導入されたケーブルから連続体に作用する単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は，曲率ベクトルを用いて次のように表すことができる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{5}$$

すなわち，連続体に作用する力は曲率ベクトル方向に曲率に比例した大きさを持つ分布荷重として表すことができる．

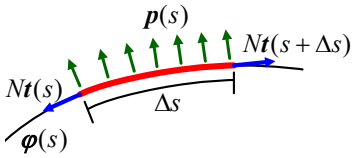


Fig. 1　Mechanical Model of Cable

3. 摩擦無しケーブルに対する計算手法

3.1. ケーブル荷重モデル

ケーブルを変形体として取り扱うのではなく，前節で述べたケーブルから連続体に伝達される力を離散化し，連続体に外力として作用させる手法を考える．このとき，ケーブルは連続体に追従する形で変形するものとする．

まず，ケーブルの形状を１次要素で近似し，ケーブルの節点と連続体を表すソリッド要素の節点は共有されているものとする．いま，Fig.2 のように節点を共有する長さ L_1, L_2 の隣接する要素において，節点における曲率ベクトルを要素の接線ベクトル $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2$ で差分近似すると，次式が得られる．

$$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \approx \frac{\boldsymbol{t}_2 - \boldsymbol{t}_1}{\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}} \tag{6}$$

一方，節点の支配領域が，隣接要素の１／２であるものとするならば，ケーブルがソリッド要素に与える等価節点力ベクトル $\boldsymbol{F}$ は次式で与えられることとなる．

$$\boldsymbol{F} \approx N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}\left(\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}\right) = N(\boldsymbol{t}_1 - \boldsymbol{t}_2) \tag{7}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

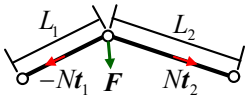


Fig. 2　Discrete Model of Cable

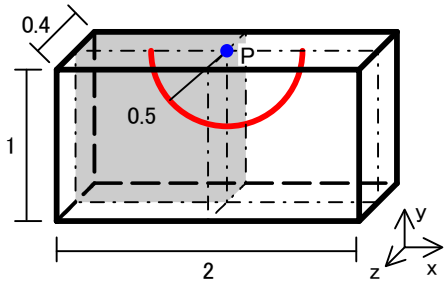
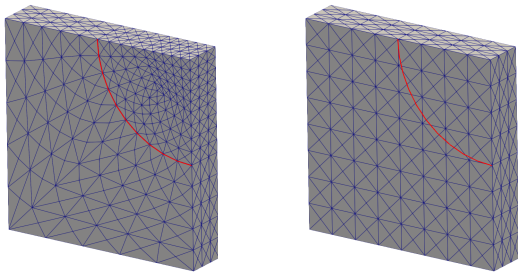


Fig. 3　Finite Element Mesh



(a) conforming model　(b) nonconforming model

Fig. 4　Finite Element Mesh

上述の手法は節点共有を前提としているが，ケーブルによる力は点荷重として評価されるため，ソリッド要素とは独立した節点配置が可能である．変形の不整合を許容すれば，複雑なケーブル経路に対してもソリッド要素の適合分割が不要となり，モデル作成の利便性が大幅に向上する．

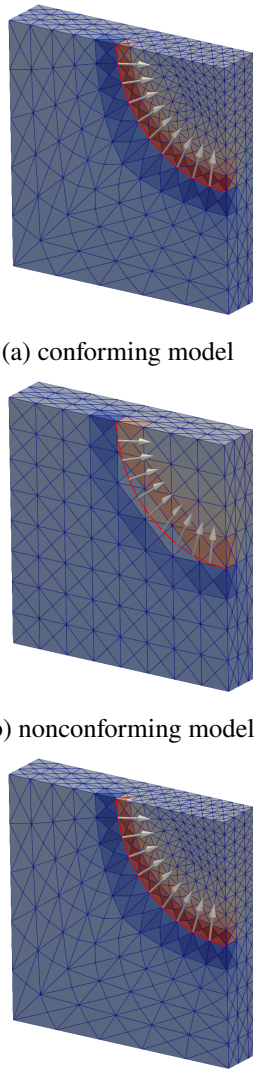
3.2.　ケーブルに対する ALE 有限要素法

ケーブルに対する ALE 定式化を行い，筆者等が提案する ALE 有限要素法による棒と連続体の摩擦無し接触の計算手法[2] の枠組みに適用する．なお，筆者等がこれまで用いてきた棒の ALE 有限要素法においては，棒の一般化ひずみには初期形状を参照した工学ひずみが用いられてきたが，本研究では，Green–Lagrange ひずみを用いた．

ケーブルの滑りを考慮するためにはケーブルの軸方向を定義することが必要となる．いま，前項における離散化で得られた節点力の方向は隣接する要素において，それぞれの方向を表す単位ベクトルの差で表されている．これは，節点力の方向と直交する方向がケーブルの力が連続体に伝達されないことを意味しており，この方向をケーブルの軸方向と定義すれば良いことが分かる．そこで本研究では，ソリッド要素の節点と重なるケーブル要素の節点に対してケーブルの変形後形状において，隣接する要素の方向を表す単位ベクトルから局所座標系を定義するものとした．

4.　数値計算例

Fig.3 のような直方体形状のソリッド要素で表された固体中にケーブルを半円状に配置し，ケーブルに引張軸力を導入する問題を考える．固体の底面は滑り条件とし，計算は対称条件を考慮し，１／４モデルに対して実行する．Fig.4 に要素分割を示す．



(a) conforming model

(b) nonconforming model

(c) ALE

Fig. 5　Force of Cable and Pressure Field

Fig.5 に固体の圧力分布とケーブルが連続体に作用する荷重ベクトルを示す．ただし，ケーブルの両端のベクトルは示していない．連続体とケーブルの節点を共有する適合型ケーブル荷重モデルによる計算結果と ALE 有限要素法による結果はほぼ一致した．一方，ソリッド要素の節点とは独立にケーブルを設定した非適合型ケーブル荷重モデルの結果はケーブル近傍のメッシュ解像度が異なることから，圧力分布において他のモデルと差異が見られるが，ソリッド要素の変形については，概ね一致している．したがって，非適合型ケーブル荷重モデルは，ケーブルを駆動力として連続体を変形させる問題に対する適用性を有するものと言える．

参考文献

1) 山田貴博: ALE 有限要素法による弾性棒の大変形解析, 日本計算工学会論文集, 7, 191–198, 2005.
2) 山田貴博: 棒と連続体の摩擦無し接触解析への ALE 有限要素法の適用, 応用力学シンポジウム, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization for Rigid-Plastic Materials with Density-Dependent Yield Strength (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沖波　暁（京都大・工学研究科）　西藤　潤（京都大・工学研究科）
Akira OKINAMI, Kyoto University
Jun SAITO, Kyoto University
E-mail: saito.jun.3n@kyoto-u.ac.jp

In this study, a topology optimization method for rigid-plastic materials is developed. First, the formulation of a mixed rigid-plastic finite element method is presented. Then, a topology optimization problem is formulated by introducing element-wise density variables as design parameters. Since the problem is non-convex, it is prone to local optima and difficulty in finding the global optimum. To address this issue, the problem is decomposed into a rigid-plastic analysis and a material distribution optimization, which are solved alternately. In addition, a density-dependent yield function is proposed to ensure physically reasonable yielding behavior according to the density value. Numerical analyses of two structures, including a cantilever beam, demonstrate the effectiveness of the proposed method.

1. 序論

土木構造物の設計において軽量化と高強度化の両立は重要な課題である．この課題を解決するための手法の一つが位相最適化[1]である．位相最適化は設計自由度が高く，人間が容易に思いつかないような構造形状を探索することができる．土木構造物の設計では塑性崩壊が起こりにくい安全な設計が求められるため，本研究では剛塑性体を対象とした位相最適化手法を開発する．最適化問題の強い非線形性に対処するため問題を問題を剛塑性解析（凸問題）と材料配置最適化（非凸問題）に分割して解く．

2. 剛塑性有限要素法

剛塑性体の境界値問題の概念図を Fig. 1 に示す．領域 D に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えたときの荷重係数 α を求める問題を考える．本問題は下界定理[2]に基づくため，力のつり合い式および塑性条件を満足し，KKT 条件から導かれる関連流れ則を満たす荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求める最適化問題である．Lagrange 乗数として変位速度 $\boldsymbol{u}$ と塑性乗数 $\boldsymbol{\lambda}$ が得られる．

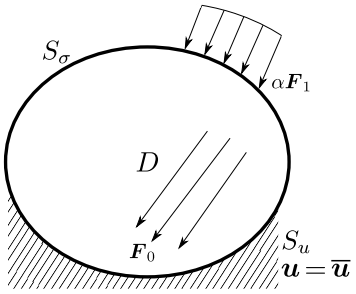


Fig. 1 The boundary value problem for a rigid-plastic body

3. 位相最適化

3.1. 定式化

剛塑性体の領域に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えるとき，荷重係数 α が最大となる密度 ρ の分布を求める．2 次元要素 e における密度 ρ^e は要素 e において物質が占める割合と定義する．密度変数 ρ^e が $\rho^e = 0$ であれば，要素は空隙である．$\rho^e = 1$ であれば，要素は完全に物質で満たされる．その間の値を取るとき，すなわち，$0 < \rho^e < 1$ であれば，要素は部分的に物質で満たされる．

下界定理に基づく剛塑性有限要素法に基づき，一定の体積制約下で荷重係数 α が最大となる密度分布 $\boldsymbol{\rho}$ を最適化する問題は式 (1)–(2) のように定式化される．

$$\max_{\alpha, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}} \quad \alpha \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} = \alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0 \\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}) \le \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{A} \le V_{\max} \\ \boldsymbol{0} \le \boldsymbol{\rho} \le \boldsymbol{1} \end{cases} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{A}$ は要素の面積を表すベクトル，$V_{\max}$ は体積制約の上限を表す．本研究における位相最適化問題は非凸であるため最適解の探索が困難である．そこで位相最適化問題を剛塑性解析と材料配置最適化に分割し，交互に解く．剛塑性解析により荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求め，材料配置最適化により密度 $\boldsymbol{\rho}$ を更新する．剛塑性解析は二次計画問題として定式化され，比較的容易に解くことができる．材料配置最適化には誤差逆伝搬法を用いた．また，チェッカーボードを抑制するため，荷重係数 α に対する密度 $\boldsymbol{\rho}$ の感度を周辺要素と平滑化する処理をした．

3.2. 降伏関数

Fin ら[3]による剛塑性体の位相最適化手法で用いられた降伏関数は密度変数に依存するが，降伏曲面の勾配の方向は応力によらず，同じであり，常に体積一定の条件を満たす．そのため，密度が 0 となる空隙の領域においても，体積一定条件が課されることとなり，変形の自由度が下がり，空隙部分に非物理的な制約が加わる．そこで本研究では空隙部で塑性ひずみを任意の方向に取ることが可能な，密度に依存する降伏関数を式 (3) に提案する．

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \rho) = \sqrt{\frac{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2}{[a(\rho)]^2} + \frac{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2}{[b(\rho)]^2}} - 1 \tag{3}$$

$$a(\rho) = c\left(\rho^n + \epsilon\right) \tag{4}$$

$$b(\rho) = -c\left[\rho^{n-1} \ln(1 - \rho) - \epsilon\right] \tag{5}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

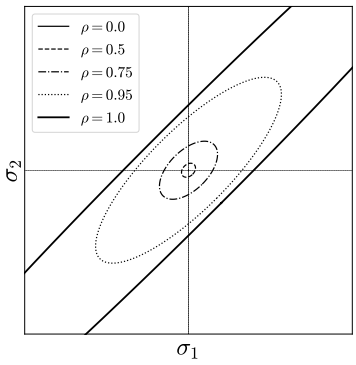


Fig. 2　Yield surface for $n = 3$ and cohesion $c = 1.0$

式 (3) による降伏曲面を図示すると，Fig. 2 のようになる．低密度領域では降伏曲面は半径の十分小さい円となり，微小な応力状態で，降伏曲面の勾配はすべての方向を向くことが可能となる．つまり，任意の塑性ひずみを取ることができ，自由な変形が可能となる．式 (4), (5) において，n の値を大きくすると，ρ の減少に対して降伏曲面の半径がより急速に小さくなる．その結果，中間密度の要素は塑性崩壊しやすく，構造に寄与しにくくなり，0 または 1 に近い密度分布が選択されやすくなる．これにより，中間密度領域が広がるグレースケールを抑制することが可能となる．

4.　数値計算例

提案した手法で構造形状が得られることを示すために，Fig. 3 のような縦横比が 1 : 2 の片持ちばりの問題を考える．左端を固定，右端に中央部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．解析の結果を Fig. 4 に示す．体積制約は 45%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ で一定とした．領域は 40×80 の正方形要素で離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のときの荷重係数 $\alpha = 2.013$ であるのに対して，得られた位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 1.966$ で塑性崩壊した．

2 つ目の例題として，Fig. 5 の縦横比が 1 : 1 の L 字型構造体に対して解析を行った．上端は固定し右端上部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．結果を Fig. 6 に示す．体積制約は 47%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ とした．領域を 1600 要素に離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のとき荷重係数が $\alpha = 0.997$ であるのに対して，位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 0.987$ で塑性崩壊した．

5.　結論

剛塑性解析と材料配置最適化を組み合わせることにより位相最適化問題の最適解を探索した．密度に依存した降伏強度を用いることで空隙の変形を正しく表現することが可能になった．本手法を用いて，片持ちばりおよび L 字型構造体を対象とした数値解析を行い，本手法により構造形状が得られることを確認した．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197–224, 1988.
2) 小林俊一 : 主双対内点法による混合型剛塑性有限要素法の開発, 応用力学論文集, Vol. 6, pp. 95–106, 2003.
3) Fin, J., Borges, L. A. and Fancello, E. A. : Structural topology optimization under limit analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, pp. 1355–1370, 2019.

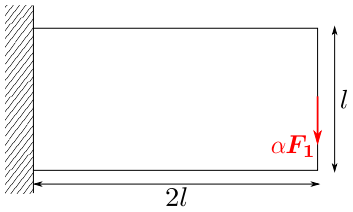


Fig. 3　Cantilever beam with an aspect ratio of 1 : 2

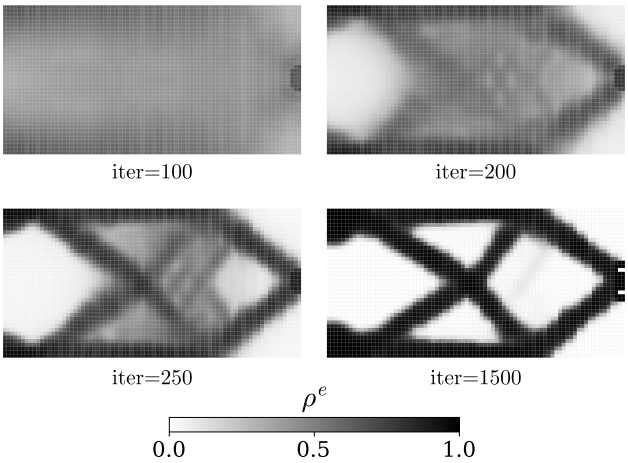


Fig. 4　Progress of topology optimization for the cantilever beam

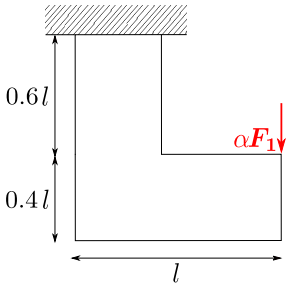


Fig. 5　L-shaped structure

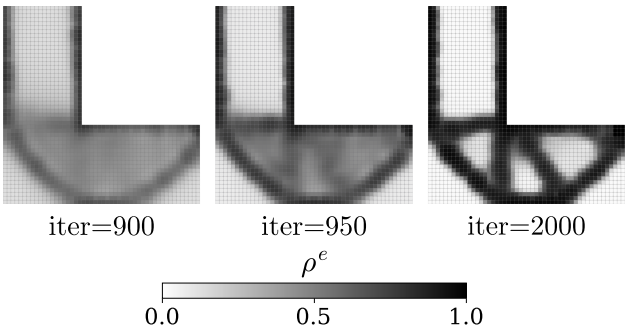


Fig. 6　Progress of topology optimization for the L-shaped structure

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

Application of Splitting Time Integrator to Shell Elements (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　英介（横浜国大・環境情報）　山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Eisuke KAMATA, Yokohama National University
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

In this study, a method to relax the time-step restriction in explicit time integration for dynamic problems of shell structures is proposed. Splitting time integrator derived from mixed finite element method, in which transverse shear stresses are introduced as independent variables, is applied to dynamic problems of shells using MITC4 shell elements. In the proposed method, bending and membrane deformations are calculated by an explicit method, and shear deformations are calculated by an implicit method.

1. 緒言

動的問題の時間積分法には，陽解法と陰解法がある．固体の過渡応答解析において，波動伝播現象としての力学特性に着目する場合には，位相誤差などの観点から陽解法を用いることが望ましい[1]．しかしながら，陽解法の数値安定性は条件付き安定であるため，時間刻みに強い制約が課される．これに対し，陰解法は無条件安定となる解法が存在することから，振動解析では，陰解法が多く採用されている．

著者らは，微圧縮弾性体[2]，ケーブル[3]，はり[4] および板[5] の動的問題に対して，陽解法の時間刻み制約を緩和する手法として，拘束条件付き問題に対する時間積分を拡張した混合型定式化に基づく分離型時間積分を提案した．この手法では，混合型定式化により独立変数として導入した変数を陰的に取り扱うことで，時間刻み制約が厳しい変形モードを陰解法，それ以外の変形モードを陽解法として求解する．これにより，陽解法を基本としながら，時間刻み制約を一部緩和することが可能となる．

陽解法の数値安定性は離散化後の系の最大固有角振動数で決定される．固有値解析による検証の結果，シェルにおいては，面外せん断成分に起因する最大固有角振動数が非常に大きな値をとることが示された．

そこで本研究では，シェルの動的問題において面内変形および曲げ変形について陽解法，面外せん断変形について陰解法となる分離型時間積分を提案する．さらに数値実験により，提案手法の数値特性を評価する．

2. 有限要素離散化

本研究では，Mindlin-Reissner 理論に基づく等方弾性シェル構造の自由振動問題を扱う．弱形式は以下のように表され，面内変形，曲げ変形および面外せん断変形に対応する項は互いに分離された形で記述される．

$$\int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA = -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma} \right) dA \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は並進および回転を含む一般化変位ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\kappa}$，$\boldsymbol{\gamma}$ はそれぞれ面内，曲げおよび横せん断の一般化ひずみベクトルを表し，$\mathbf{D}_m$，$\mathbf{D}_b$，$\mathbf{D}_s$ は対応する構成行列，$\mathbf{I}$ は一般化質量密度行列である．さらに，上式を有限要素法を用いて離散化することで変位型の自由振動の運動方程式を得る．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_s)\,\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで，$\mathbf{M}$ は全体質量行列，$\mathbf{U}$ は全体系の節点変位ベクトル，$\mathbf{K}_m$，$\mathbf{K}_b$，$\mathbf{K}_s$ はそれぞれ面内，曲げ，せん断の剛性マトリクスである．本研究では，$\mathbf{K}_s$ の導出にひずみ仮定法を用いる 4 節点四辺形双 1 次要素である MITC4 要素[6] を採用した．

また，式 (1) に対し，独立変数として面外せん断応力を導入することで次の混合型の支配方程式を得る．

$$\begin{aligned} \int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA &= -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{Q} \right) dA \\ \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \boldsymbol{Q}\, dA &= \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma}\, dA \end{aligned} \quad (3)$$

さらに，上式に混合型の有限要素近似を用いることで以下の混合型の支配方程式を得る．ただし，$\tilde{\mathbf{U}}$ は離散化された応力自由度ベクトルである．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_2^T & -\mathbf{K}_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \tilde{\mathbf{U}} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

3. 分離型時間積分

板では，せん断応力を独立変数として導入した混合型支配方程式に対し，拘束条件付き問題に対する時間積分法である Rattle 法を拡張する分離型時間積分が提案されている[5]．シェル要素でも同様の考え方に基づき，面外せん断応力を独立変数として導入する．これにより，板と同様に 2 ステージからなる全離散化方程式を得る．

[ステージ 1]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\Delta t}\left(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n \right), \\ \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^n - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^n, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^n &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n - \Delta t \dot{\mathbf{U}}^n \right) \end{aligned} \quad (5)$$

[ステージ 2]

$$\begin{aligned} \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1}, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1} &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{n+1} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

さらに，本研究では，独立変数として導入した応力自由度 $\tilde{\mathbf{U}}$ の縮約を行う．これにより，上式の剛性マトリクスは，式 (2) の変位法で用いられる剛性マトリクスに置き換えられ，混合法における応力場を定義することなく定式化

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が行える．このとき，以下の関係式を用いる．

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b, \quad \mathbf{K}_2\mathbf{K}_3^{-1}\mathbf{K}_2^T = \mathbf{K}_s \tag{7}$$

これらを式 (5),(6) に適用することで得られる本手法の分離型時間積分の全離散化方程式を以下に示す．

[ステージ 1]

$$\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n),$$
$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^n - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n - \Delta t\dot{\mathbf{U}}^n) \tag{8}$$

[ステージ 2]

$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}}\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^{n+1} - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n + \Delta t\dot{\mathbf{U}}^{n+1}) \tag{9}$$

4. 数値計算

検証問題として，円筒シェルの動的問題を設定した．円筒の半径を $R = 0.5$[m], 軸方向の長さを $L = 1.5$[m], 板厚を h とした．初期変位には固有値解析から得られる固有モードを用いて，初期速度はゼロとした．また材料定数は，$E = 200$[GPa], $\nu = 0.3, G = E/2(1+\nu), k = 5/6, \rho = 7850$[kg/m^3] とした．

(A) 数値安定性評価

安定性評価の基準は，振動が 1000 周期を経過した後，振幅が極端に増大したものを解の発散とみなし，それ以外を安定とみなす．設定問題において，要素数を 512 要素，要素分割を一様分割とし，固有値解析の 1 次モードを初期変位として与え，円筒の薄さを表すパラメータである半径と板厚の比率 $R/h = 10^a (a = 1, 1.5, 2, 2.5, 3)$ で計算を行った．Fig.1 に，本研究の手法（赤の実線）と一般的な陽解法である Verlet 法（黒の実線）による計算の数値安定性限界を示す．横軸が厚さのパラメータ R/h，縦軸が数値安定性限界であり，グラフの下側の領域で解は安定となる．Fig.1 において，Verlet 法では，板厚が薄くなるにつれて，時間刻み制約が厳しくなっている．これに対して，本研究の手法はその制約を回避し，一定の時間刻み制約が課せられていることがわかる．

(B) 位相誤差評価

固有値解析の結果から算出される固有角振動数 ω を参照解とする．設定問題において，面内変形が卓越するモードを初期変位として与え，特定の点の時刻歴応答から数値解 $\tilde{\omega}$ を算出する．Fig.2 に，位相角 $\omega\Delta t$ に対する相対角振動数 $\tilde{\omega}/\omega$ の関係を示す．本研究の手法（赤）の位相誤差を一般的な陽解法である Verlet 法（黒）および一般的な陰解法である Newmark 法（青）と比較した．Fig.2 より，本手法は陽解法と同様の数値特性を示し，陰解法に比べて位相誤差が小さいことがわかる．また，面内変形および曲げ変形が卓越する変形モードにおいて，同様の数値特性を示すことが確認された．

5. 結言

本研究では，シェルの動的問題に対して，分離型時間積分を適用した．薄肉時において，陽解法の時間刻み制約を緩和する手段として有効であることを示した．また，面内変形や曲げ変形が卓越する振動解析においては，陽解法と同等の位相誤差精度であることを示した．

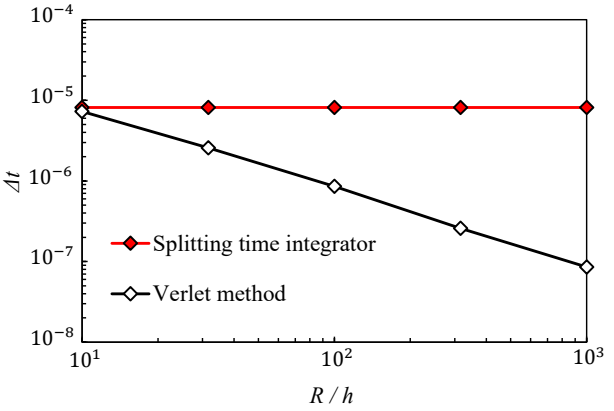


Fig. 1 Numerical stability.

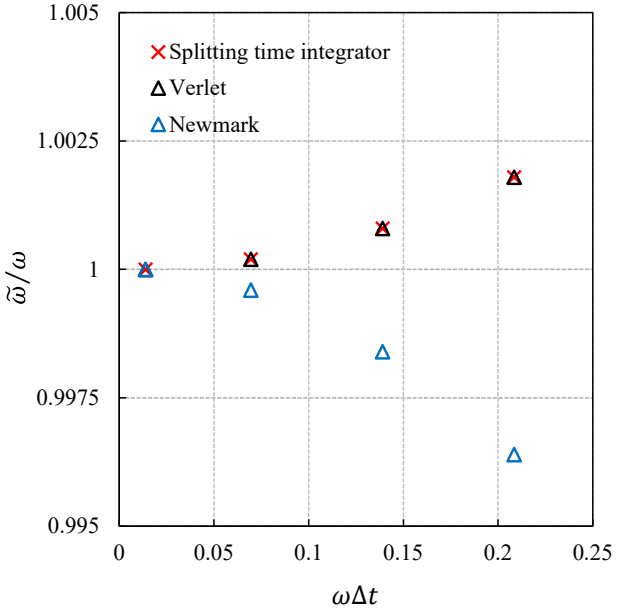


Fig. 2 Numerical dispersion.

参考文献

1) 山田貴博: 波動方程式に対するガラーキン法に基づく数値計算手法の特性評価, 応用力学論文集, 11, pp.117-122, 2008.
2) 山田貴博: 微圧縮弾性体の動的問題に対する分離型時間積分, 土木学会論文集 A2（応用力学）, 77(2), pp.217-225, 2021.
3) 池田貴和子, 山田貴博: ケーブルに対する混合型変分原理に基づく数値時間積分法, 計算工学講演会論文集, 6(1), pp.71-74, 2001.
4) 芳谷和哉，山田貴博: Timoshenko 梁要素の動的問題への分離型時間積分の適用, 計算工学講演会論文集, 28, C-07-03, 2023.
5) 芳谷和哉，山田貴博: Mindlin-Reissner 板の動的解析のための分離型時間積分, 計算工学講演会論文集, Vol.29, C-10-02, 2024.
6) Bathe, K.J. and Dvorkin, E.N.: A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation, Int. J. Numer. Methods Eng. , 21(2), pp.367-383, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

Development of self-contact algorithm in MPM for additive manufacturing simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

長瀬　颯平（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei Nagase, Tohoku University
Riichi Sugai, Tohoku University
Soma Hidano, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: nagase.sohei.r1@dc.tohoku.ac.jp

In recent years, additive manufacturing, including 3D printing, has been increasingly applied to the fabrication of concrete structures. However, a numerical method that can consistently reproduce the entire manufacturing process has not yet been established. Material Point Method (MPM) is a numerical analysis method that can unify fluid flow and solid deformation, and is expected to be able to simulate the entire manufacturing process of 3D printing consistently. In this study, we develop a contact algorithm for MPM suitable for additive manufacturing involving self-contact. It becomes possible to consider contact without additional degrees of freedom and object identification in the input by appropriately reconstructing the basis functions near the contact interface. A self-contact example is presented to demonstrate the validity of the proposed method.

1. 序論

近年，その自由度の高い設計性や省力化・省人化という観点から，3D プリンティング (3DP) によるコンクリート構造物の製造の需要が高まっている．それに伴い，構造の最適化のため様々な 3DP に対する数値解析手法が提案されてきている.[1] 一方で，製造過程を一貫して再現できる数値解析手法は確立されていない．Material Point Method (MPM) は，連続体の流体的な挙動と固体的な変形を統一的に扱うことができる数値解析手法であり，流動から堆積，硬化に至る 3DP の製造過程を一貫して再現できることが期待される．本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己との接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証する．

2. Material Point Method (MPM)

MPM は，物理領域を表現する粒子と，運動方程式の求解を行う計算格子を用いる手法である．本研究では，物理量の補間に使う基底関数として，Extended B-Spline (EBS) 基底関数を採用する．EBS 基底関数では，基底関数を degenerate と stable に分類し，degenerate な基底関数を stable な基底関数の線形結合で置き換えることで，基底関数を再構築する．Sugai et al.[2] は，EBS 基底関数を亀裂進展問題に応用し，追加自由度を導入することなく物体の分割を表現した．本研究では，これを接触問題に応用する．

3. 接触アルゴリズム

標準的な MPM では，一つの計算格子で物体の運動を追跡するため，複数物体が接近した場合に，同一節点に異なる物体の物理量が補間され，適切に物体の接触を表現することができない．そのため，既存の方法では，物体の接触面で物体ごとに計算格子を用意することで接触を表現している例が多い．しかし，この方法では，粒子生成時に物体の識別が必要であるため，自己接触を伴う問題に適用することが難しい．本研究では，接触面で EBS 基底関数を再構築することで，追加自由度と粒子生成時に物体識別の必要がない接触アルゴリズムを提案する．

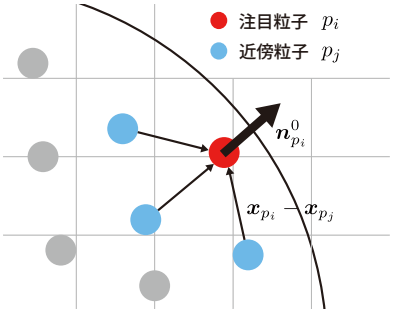


Fig. 1　粒子 p_i における外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$

まず，図 1 に示す，初期ステップにおける境界粒子とその付近の粒子の外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$ を以下で定義する．

$$\boldsymbol{n}^0_{p_i} = \frac{\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})}{|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})|} \tag{1}$$

ただし，集合 $\mathcal{N}_i$ は $\mathcal{N}_i = \{j \mid j \neq i, |\boldsymbol{x}_{p_j} - \boldsymbol{x}_{p_i}| < R\}$ で定義され，R は注目粒子 p_i の近傍粒子 p_j を決定するための距離の最大値である．このベクトル $\boldsymbol{n}_{p_i}$ は各時間ステップで変形勾配テンソルの増分 $\Delta\boldsymbol{F}_p$ を用いて更新される．また，格子の粒子密度勾配ベクトル $\boldsymbol{n}_I$ は，節点 I に最も近い位置にある粒子を p_k として $\boldsymbol{n}_I = \boldsymbol{n}_{p_k}$ とすることで決定する．これらの単位ベクトルの内積により図 2 に示すように，節点 I の所属する領域を判定する．この手続きにより，図 3 で示されるように接触面で基底関数が再構築される．その後，粒子同士で接触判定を行い，ペナルティ法に基づいて非貫入条件を課す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

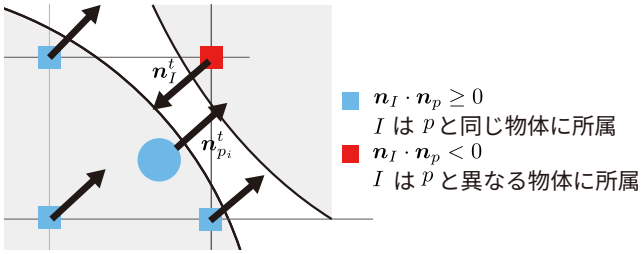


Fig. 2　節点の物体所属の判定

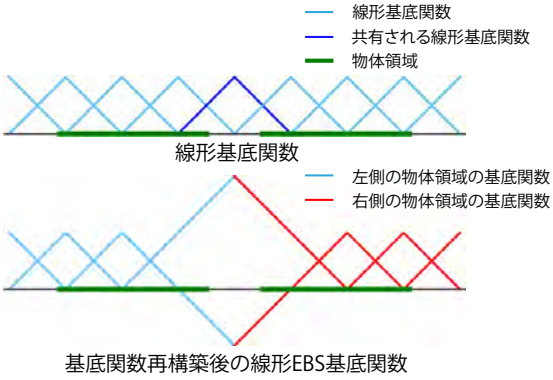


Fig. 3　接触面での基底関数の再構築

4.　検証例題

提案手法が単一物体の自己接触を表現できることを確認するために，図 4 に示す楕円リングに対する自重解析を行う．物体力として $\boldsymbol{b} = (0.0, -10.0, 0.0)\,\mathrm{m/s^2}$ を与え，リングの内側を自己接触させる．$4.0\,\mathrm{m} \times 2.0\,\mathrm{m}$ の解析領域を考え，$\Omega = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid 0.6^2 < \frac{(x_1-2.0)^2}{2.5} + (x_2-1.0)^2 < 0.9^2\}$ を満たす領域に粒子を配置し，$\Omega_1 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 \leq 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，$\Omega_2 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 > 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^4\,\mathrm{kg/m^3}$ とする．また，解析領域の下端に Dirichlet 境界条件 $v = 0$ を与える．リングに初速は与えない．詳細なパラメーターと解析条件は表 1 に示す．

解析結果として，von Mises 応力分布と変形履歴のスナップショットを図 5 に示す．$t = 0.65\,\mathrm{s}$ でリングの内側同士が接触するまでは，接触可能性がある面同士に相互作用は発生していない．このことから，適切に補間領域が切り分けられていることが確認できる．その直後，リングの内側同士が接触し，接触力が発生している．そして，反発して回復した後に再度下方に変形して，$t = 1.75\,\mathrm{s}$ で 2 回目の接触が発生している．これらのことから，提案手法は複数回の自己接触を伴う問題に適用可能であることがわかる．

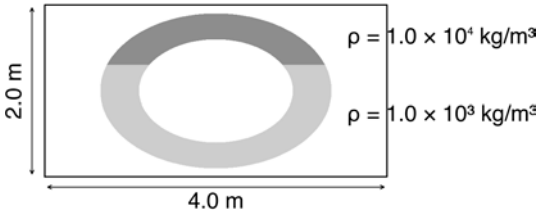


Fig. 4　リングの自己接触解析モデル

Table 1　リングの自己接触のパラメーターと解析条件

パラメーター	値
ヤング率　E	500 KPa
ポアソン比　ν	0.3
密度　ρ	$1000\,\mathrm{kg/m^3}$
ペナルティ係数　k_{nor}	$1.0 \times 10^6\,\mathrm{N/m}$
計算格子 h	0.05 m
1 格子あたりの粒子数	4×4
解析間隔　Δt	$1.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$
解析時間	2.5 s

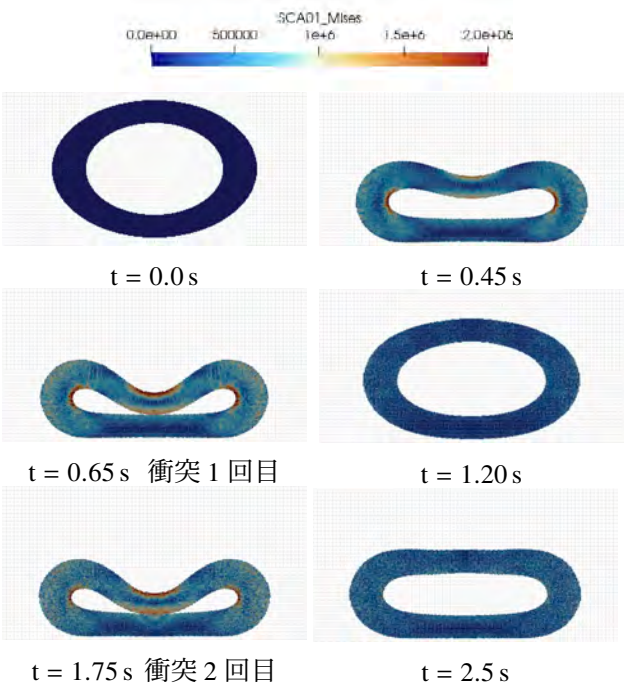


Fig. 5　リングの解析の Von Mises 応力分布と変形図

5.　結論

本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証した．提案手法では，追加自由度・粒子生成時の物体識別を必要とせずに，自己接触の表現が可能となった．一方で，コンクリート 3DP の再現解析に向けて，コンクリートに適した材料モデルの導入とその適用性検証を行うことが今後の課題である．

参考文献

1) Roussel, N., Spangenberg, J., Wallevik, J. and Wolfs, R.: Numerical simulations of concrete processing: From standard formative casting to additive manufacturing, *Cem. Concr. Res.*, Vol. 135, p. 106075, 2020.
2) Sugai, R., Han, J., Moriguchi, S. and Terada, K.: Diffusive-discrete crack transition without remeshing achieved by extended B-spline-based implicit material point method, *Comput Methods Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 421, p. 116771, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a geometric modeling method based on the method of fundamental solutions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

古川　陽（北海道大・工学研究院）
Akira FURUKAWA, Hokkaido University
E-mail: afurukawa@eng.hokudai.ac.jp

The method of fundamental solutions (MFS) is a mesh-free approach for solving boundary value problems of partial differential equations. This study presents a geometric modeling method using the MFS to reconstruct surface shapes from noisy or incomplete point cloud data. The proposed method solves boundary value problems several times and extracts the reconstructed shape from the potential field computed by the MFS.

1. はじめに

基本解近似解法（MFS; method of fundamental solutions）は偏微分方程式の境界値問題に対するメッシュフリー型解法であり，様々な物理現象に適用されている[1]．基本解近似解法は，対象とする問題の近似解をその支配方程式の基本解によって表現する．近似解に含まれる近似係数は，境界に配置された選点で境界条件を満たすように決定される．このことから，基本解近似解法では，対象とする問題の計算領域を点情報のみで取り扱うことができる．

近年，土木分野において，点群による形状モデルの生成に注目が集まっている[2]．点群による形状モデルの適用範囲は，今後も拡大を続けることが予想される．これに対して，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法が提案されている[3),4]．これらの手法では，Laplace 方程式や重調和方程式，変形重調和方程式によって与えられるポテンシャルをもとに形状を生成する．しかしながら，このような基本解近似解法を用いた手法では，ノイズや欠損を含む点群データへの適用可能性は十分に検討されていない．

以上を踏まえ，本研究では基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法は，ノイズや欠損を含む点情報によって構成された入力をもとに形状の境界を再構成し，その代表点と法線ベクトルを出力する．本研究では，対象とする問題を 2 次元問題に限定する．以下では，特に断りのない限り，ギリシャ文字の下付き添え字は 1, 2 をとり，1 つの項に繰り返し現れる下付き添え字には総和規約を適用する．

2. 基礎理論

2.1. 問題設定

本研究で対象とする問題は，以下に示す変形重調和方程式の境界値問題とする．

$$\Delta(\Delta - \lambda^2)\phi(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{x} \in V \tag{1}$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_S;\ \mathbf{x} \in S \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x});\ \mathbf{x} \in S \tag{3}$$

ここに，ϕ はポテンシャル，$\lambda\ (>0)$ は定数，V および S は計算領域とその境界を表す．また，

$$\Delta = \nabla^2 \tag{4}$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right]^{\mathsf{T}} \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = n_\alpha(\mathbf{x})\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \tag{6}$$

であり，$(\cdot)^{\mathsf{T}}$ は行列・ベクトルの転置，n_α は境界 S における単位外向き法線ベクトルを表す．加えて，$\varphi_S\ (\geq 0)$ は既知の境界値であり，g はその存在が保証された未定の境界値である．

本研究では，再構成の対象となる形状の表現に用いる点群を，点集合 $\mathcal{V}$ として以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p} \in V \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}}\}\} \tag{7}$$

ただし，点集合 $\mathcal{V}$ の要素 $\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p}$ はノイズや欠損を含む．また，次式が成り立つと仮定する．

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_{\mathcal{V}};\ \mathbf{x} \in \mathcal{V} \tag{8}$$

ここに，$\varphi_{\mathcal{V}}\ (>\varphi_S)$ は既知量である．本研究では，式 (1), (2), (8) を用いてポテンシャル ϕ を決定する．得られたポテンシャルから，式 (3) によって未定の境界値 g を決定することができる．このような手順を踏むことで，式 (1)–(3) で与えられた境界値問題の解を得る．

2.2. 基本解近似解法

対象とする問題の近似解は，式 (1) の基本解 G_s, G を用いて次式で与えられる[4]．

$$\phi(\mathbf{x}) := \sum_{n=1}^{N_y} G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)\alpha^n + \sum_{n=1}^{N_y} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)c^n;\quad \mathbf{x} \in V \cup S,\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{9}$$

ここに，α^n および c^n は近似係数を表す．また，$\mathbf{y}^n$ は基本解の源点であり，点集合 $\mathcal{Y}$ によって与えられる．さらに，基本解 G_s, G は，それぞれ以下の式で与えられる．

$$G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda}K_0(\lambda r) \tag{10}$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda^2}\{K_0(\lambda r) + \ln r\} \tag{11}$$

ここに，$K_n(\cdot)$ は n 次の第 2 種変形 Bessel 関数を表し，$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である．なお，基本解 G^s は $r = 0$ において特異性を有しているが，基本解 G は $r = 0$ において有限の値をとるため特異性を有していない．

基本解近似解法では，境界条件を満たす近似係数を得るために，以下に示す点集合 $\mathcal{S}$ によって選点 $\mathbf{x}^{\mathrm{col}:m}$ を与

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{col}:p} \in S \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{S}}\}\} \tag{12}$$

式 (9) を式 (2), (8) に代入すれば，以下に示す連立 1 次方程式を得ることができる．

$$\mathbf{A}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{A}\mathbf{c} = \mathbf{f} \tag{13}$$

$$\mathbf{B}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\mathbf{c} = \mathbf{g} \tag{14}$$

ここに，

$$(\mathbf{A}_s)_{mn} := G_s(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{15}$$

$$(\mathbf{A})_{mn} := G(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{16}$$

$$(\mathbf{B}_s)_{mn} := \frac{\partial G_s}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{17}$$

$$(\mathbf{B})_{mn} := \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{18}$$

$$(\boldsymbol{\alpha})_n := \alpha^n \tag{19}$$

$$(\mathbf{c})_n := c^n \tag{20}$$

$$(\mathbf{f})_m := \begin{cases} \varphi_{\mathcal{V}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ \varphi_{\mathcal{S}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{21}$$

$$(\mathbf{g})_m := g(\mathbf{x}^m);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \tag{22}$$

である．ここで，近似係数 α^n に対して $\alpha^n = 0$ を仮定する．このとき，式 (13) に ℓ^2 正則化を適用すれば，近似係数 c^n は次式で表現できる．

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^{\dagger}(\gamma)\mathbf{f} \tag{23}$$

ここに，

$$\mathbf{A}^{\dagger}(\gamma) = [\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{A} + \gamma\mathbf{I}]^{-1}\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \tag{24}$$

であり，γ (> 0) は正則化パラメータ，$\mathbf{I}$ は単位行列を表す．式 (24) において，行列 $\mathbf{A}$ の成分が特異性のない基本解 G のみによって構成されることに注意すれば，$\mathcal{Y} = \mathcal{V} \cup \mathcal{S}$ とすることができる．これにより，源点 $\mathbf{y}^n$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{y}^n = \mathbf{x}^n;\ n \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}} + N_{\mathcal{S}}\} \tag{25}$$

このようにして得られた近似係数を式 (9) に代入すれば，ポテンシャル ϕ を求めることができる．

3. 提案手法

前節に示した基礎理論をもとに，形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ および既知ベクトル $\mathbf{f}$ の設定，ポテンシャルの計算を複数回繰り返すことで形状を再構成する．具体的には，以下に示す Step 1 から Step 3 を順に実行する．

Step 1 では，点集合 $\mathcal{V}$ を式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ を式 (12) で与える．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{26}$$

これによって得られるポテンシャルを $\phi^{[1]}$ とする．

Step 2 では，点集合 $\mathcal{V}$ は Step 1 と同様に式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ は以下の式で与える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[2]:p} \in S^{[2]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[2]}\}\} \tag{27}$$

ただし，$S^{[2]}$ は以下のように与える．

$$S^{[2]} = \{\mathbf{x} \in S \cup \mathrm{int}(S) \mid \phi^{[1]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[2]}\} \tag{28}$$

ここに，$\varphi^{[2]}$ は定数であり，$\varphi^{[2]} \in (0, 1)$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{29}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[2]}$ とする．

Step 3 では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ を以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \bigcup_{i=1}^{N^{\mathrm{sam}}} \mathcal{V}^{(i)} \tag{30}$$

$$\mathcal{V}^{(i)} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{sam}(i):p} \in S^{\mathrm{sam}(i)} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{\mathrm{sam}(i)}\}\} \tag{31}$$

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[3]:p} \in S^{[3]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[3]}\}\} \tag{32}$$

ただし，$S^{\mathrm{sam}(i)}, S^{[3]}$ は以下のように与える．

$$S^{\mathrm{sam}(i)} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{sam}(i)}\} \tag{33}$$

$$S^{[3]} = \{\mathbf{x} \in S^{[2]} \cup \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[3]}\} \tag{34}$$

ここに，$\varphi^{[3]}$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)}$ は定数であり，それぞれ $\varphi^{[3]} \in [0, \varphi^{\mathrm{sam}(i)})$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)} \in (\varphi^{[3]}, \max(\phi^{[2]})]$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} \varphi^{\mathrm{sam}(i)} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V}^{(i)} \\ \varphi^{[3]} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{35}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[3]}$ とする．

形状の再構成は，ポテンシャル $\phi^{[3]}$ をもとに行う．このとき，再構成される形状の境界 S^{rec} は，以下の式で与える．

$$S^{\mathrm{rec}} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[3]}) \mid \phi^{[3]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{rec}}\} \tag{36}$$

ここに，φ^{rec} は定数であり，原則として $\varphi^{\mathrm{rec}} = 1$ で与える．また，再構成された形状の境界における単位外向き法線ベクトルは，次式で計算することができる．

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -\dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the interior problem} \\ \dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the exterior problem} \end{cases} \tag{37}$$

ここに，$\mathbf{x} \in S^{\mathrm{rec}}$ であり，$\|\cdot\|_2$ は ℓ^2 ノルムを表す．

4. おわりに

本研究では，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案した．提案手法は，基本解近似解法を用いて変形重調和方程式の境界値問題を複数回解き，得られたポテンシャルから対象とする形状の境界を再構成する．今後は，提案手法による数値計算を実施し，その有効性を検討する予定である．

参考文献

1) A. H. D. Cheng, Y. Hong: An overview of the method of fundamental solutions–Solvability, uniqueness, convergence, and stability, Eng. Anal. Bound. Elem., 120, pp.118-152, 2020.
2) 日高菜緒: 点群データ処理アルゴリズムの総括および土木分野での活用事例と展望, AI・データサイエンス論文集, 4, pp.301-309, 2023.
3) R. Tankelevich, G. Fairweather, A. Karageorghis: Three-dimensional image reconstruction using the PF/MFS technique, Eng. Anal. Bound. Elem., 33, pp.1403-1410, 2009.
4) C. S. Chen, L. Amuzu, K. Acheampong, H. Zhu: Improved geometric modeling using the method of fundamental solutions, Eng. Anal. Bound. Elem., 130, pp.49-57, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

Meso-scale Simulation of Three-Dimensional Map Cracking in Concrete due to Alkali-Silica Reaction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊藤 成央（茨城大） 持川 空良（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 車谷 麻緒（茨城大）
Nao ITO, Ibaraki University
Sora MOCHIKAWA, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study aims to simulate the complex three-dimensional map-cracking patterns in concrete induced by Alkali-Silica Reaction using a damage model. The actual shapes of coarse aggregates were obtained by 3D scanning and integrated into the numerical analysis. A three-dimensional meso-scale analysis was performed using a damage model capable of simultaneously simulating the expansion of coarse aggregates and the subsequent cracking of the mortar matrix. The numerical examples demonstrated that for plain concrete, the model successfully reproduced realistic map-cracking patterns. Furthermore, in reinforced concrete model, the simulation captured the predominant cracking aligned with the longitudinal reinforcement.

1. はじめに

アルカリ骨材反応（ASR）は，コンクリート構造物の耐久性を低下させる主要な劣化要因のひとつである．ASRの進行は，ひび割れの発生・進展や剛性低下に加えて，鉄筋破断を引き起こすこともあることから，その挙動の予測および評価は，コンクリート構造物の維持管理における重要課題である．ASRによる損傷過程は，膨張挙動とひび割れ進展が相互に作用するだけでなく，コンクリート内部における粗骨材の分布や形状による非均質性の影響も受ける．実験のみでASRによる損傷を定量的に予測するには限界があることから，数値解析を用いてASRによる損傷過程を再現可能なモデル開発が求められている．

ASRによる損傷を数値解析で精度よく再現するためには，コンクリート内部の粗骨材の分布と形状を再現したうえで，反応生成物（粗骨材）の膨張挙動と，それに伴うモルタルのひび割れ進展挙動をモデル化する必要がある．しかし，粗骨材は複雑な幾何形状を有し，数も膨大なため，従来の方法では粗骨材の分布や形状を反映させた数値解析が行えていない．

そこで本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASRによるコンクリート構造物の損傷過程を3次元で詳細に再現することを目的とする．ひび割れの再現精度を高めるため，3Dスキャンにより取得した粗骨材の実形状を数値モデルに直接反映させる．解析手法として，粗骨材の膨張挙動とモルタルのひび割れ進展を同時に評価可能な損傷モデルを適用し，3次元メゾスケール解析を実施する．無筋コンクリートおよび鉄筋コンクリートの数値解析例において，実現象と同様のひび割れパターンが再現できることを示す．

2. 損傷モデルを用いた有限要素解析

Fig. 1 に示すように，材料の非均質性は，長さ h の微小領域における材料1の体積率 V によって定義する．微小変形を仮定すると，3次元静的つり合い問題における支配方程式は次式で表される．

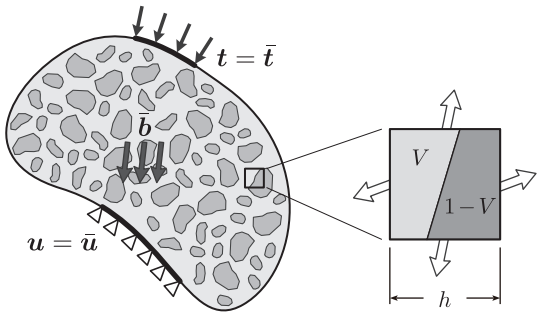


Fig. 1 Mechanical problems in heterogeneous materials

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left\{\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\right\} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D_{\mathrm{e}})\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon}' \tag{3}$$

ここで，∇ は勾配演算子，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，$\bar{\boldsymbol{b}}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみテンソル，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，D_{e} は3次元問題における損傷変数である．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は，全体の微小ひずみテンソルから膨張ひずみテンソルを除いた弾性ひずみテンソルである．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は次式で表される．

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - (1 - V)\varepsilon_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は対角成分にのみ1をもつ単位テンソル，ε_{v} は材料2に作用する膨張ひずみである．

損傷変数 D_{e} は，既往の研究[1)]を参照することとする．材料の非均質性は，体積率 V のみで与えられているため，有限要素解析においては要素内の体積率を計算するだけでよく，材料境界に沿ってメッシュ分割を行う必要がない．すなわち，メッシュレス的な有限要素解析が可能となる．

3. 数値解析例

解析対象は，**Fig. 2** に示すように，無筋コンクリート部材と鉄筋コンクリート部材とする．両者ともに寸法（mm）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

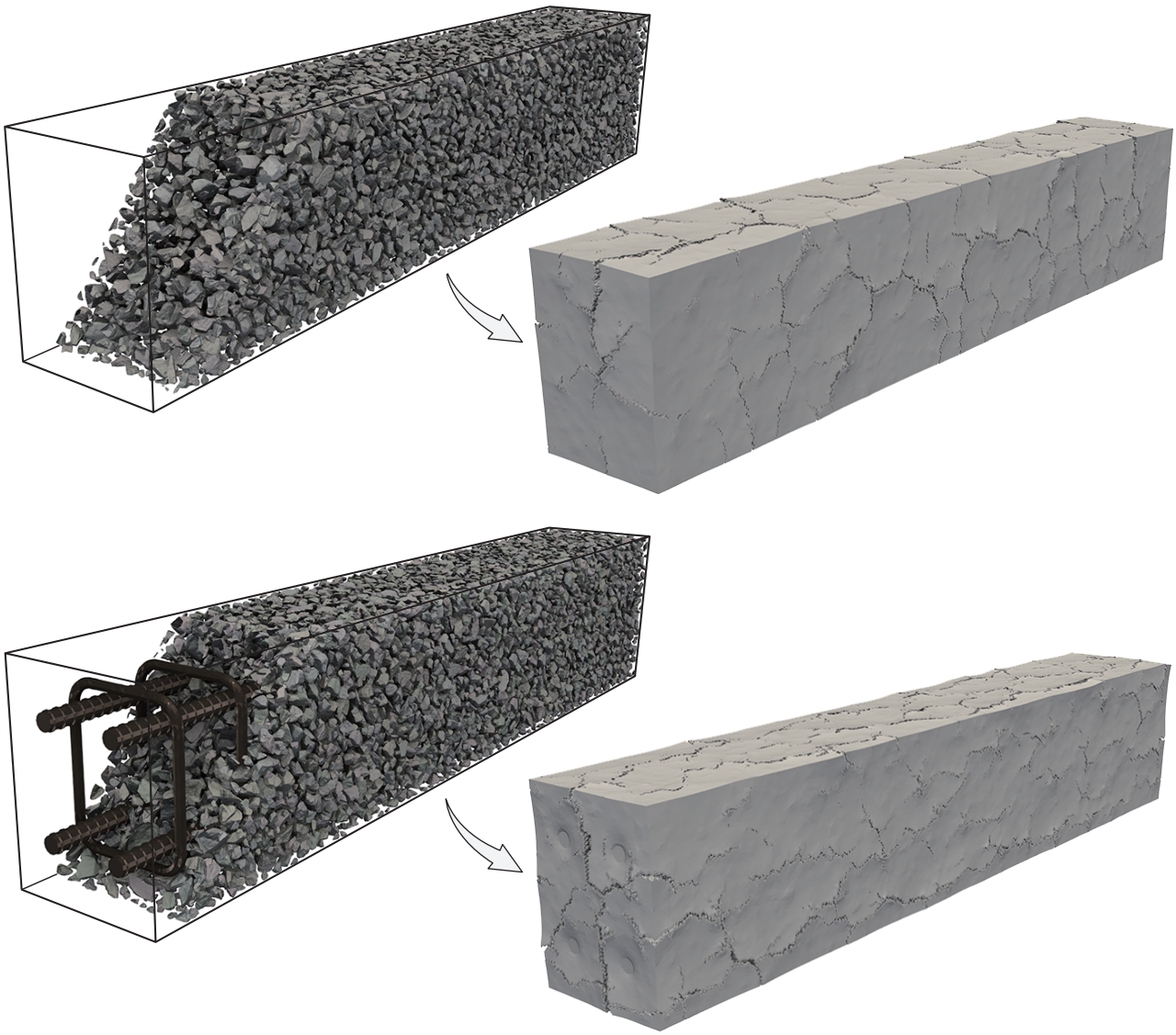


Fig. 2　3D mesoscale models and cracking patterns in plain and reinforced concrete due to ASR

は $150 \times 200 \times 1000$ である．変位境界条件として，両モデルの下面における上下方向の変位を拘束した．

材料パラメータを以下に示す．モルタルについては，ヤング率を 20 GPa，ポアソン比を 0.2，圧縮引張強度比を 12，破壊エネルギーを 0.08 N/mm，損傷発生ひずみを 0.00016 とした．粗骨材は線形弾性体と仮定し，ヤング率を 60 GPa，ポアソン比を 0.2 に設定した．また，鉄筋は解析過程で降伏しないものとし，ヤング率 200 GPa，ポアソン比 0.3 の線形弾性体とした．ASR（ゲル生成）による膨張は，粗骨材に作用する膨張ひずみとして表現する．

有限要素メッシュは，4 節点四面体要素を用いた．無筋コンクリートモデルの節点数は約 17 万，要素数は約 87 万である．鉄筋コンクリートモデルでは鉄筋形状を再現しており，節点数は約 47 万，要素数は約 272 万である．

ひび割れ進展挙動の可視化結果を **Fig. 2** に示す．これらは，筆者らが既往研究で開発した手法[2)] を用いて，損傷挙動を不連続変形へ変換した結果である．結果から，ASR において特徴的な亀甲状ひび割れが良好に再現されていることが確認できる．鉄筋コンクリートモデルでは，鉄筋による拘束効果が加わることで，亀甲状ひび割れに加えて，軸方向鉄筋に沿ったひび割れの発生も再現されている．

4. おわりに

本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASR に起因するコンクリートの損傷過程を 3 次元で再現した．数値解析例において，実現象で見られるひび割れパターンを 3 次元で再現した．無筋コンクリートでは亀甲状のひび割れが再現され，鉄筋コンクリートでは軸方向鉄筋に沿うひび割れが再現された．

参考文献

1) Kurumatani, M., Kato, T. and Sasaki, H.: Damage model for simulating cohesive fracture behavior of multi-phase composite materials, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, Vol. 10, No. 2, 2023.

2) 車谷麻緒，持川空良，伊藤成央：ボロノイ図とドロネー分割の双対性を利用した損傷挙動の不連続変形への変換とその可視化，日本計算工学会論文集，Vol. 2025, No. 20252002, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

Automatic Particle Model Generation Using Photogrammetry-Based Particle Methods (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤岡　秀二郎（九州大・工）　木元　周（九州大・工）　河合　志歩（九州大・工）
松永　幸大（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shujiro FUJIOKA, Kyushu University
Shu KIMOTO, Kyushu University
Shiho KAWAI, Kyushu University
Kota MATSUNAGA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: s-fujioka@doc.kyushu-u.ac.jp

Recent advances in particle methods have improved their accuracy and broadened their applicability; however, constructing analysis models that reflect real geometries remains time-consuming. This study proposes a photogrammetry-based modeling method using Neuralangelo. Surface geometry is reconstructed from multi-view smartphone images, converted into particles, and regularized using a surface particle shifting procedure. The proposed approach is validated using the Stanford Bunny model. Good agreement with the exact solution is obtained in the hydrostatic pressure problem, and stable pressure behavior is confirmed in the water column collapse problem.

1. 緒言

近年，大規模な土砂災害が頻発・激甚化しており，数値シミュレーションによる被害予測の重要性が急速に高まっている．これまで本研究グループでは，粒子法を用いた数値解析による土砂流動現象の再現に取り組んできた．しかし，実地形を反映した解析モデルの作成には多大な労力と時間を要し，これが迅速な災害対応や実務普及への障壁となっている．そこで本研究では，フォトグラメトリ手法の一種であり，複数の 2 次元画像から高精度な 3 次元形状を復元可能な Neuralangelo[1] を用いた粒子法解析向けのモデル作成手法（フォトグラメトリ粒子法）を開発する．そして，作成したモデルの妥当性と，粒子法解析への適用可能性を検証する．

2. 粒子法用解析モデル作成手法

2.1. Neuralangelo を用いた表面形状の再構成

Neuralangelo[1] は，多視点画像から高精細な 3 次元形状を復元するニューラル暗黙表面再構成法である．本手法では，3 次元位置 $\boldsymbol{x}$ をマルチ解像度ハッシュ符号化 $\gamma(\boldsymbol{x})$ により特徴量として埋め込み，これを MLP(Multi-Layer Perceptron) に入力することで符号付き距離関数 (SDF) $f(\boldsymbol{x})$ と色 (RGB) $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$ を同時に推定する．得られた SDF 場と RGB 場を用いてレンダリングし，観測画像との RGB 損失 $\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}}$，SDF の性質を満たすための Eikonal 正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{eik}}$，および表面の滑らかさを向上させるための平均曲率に基づく正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{curv}}$ の重み付き和 $\mathcal{L}$ を最小化するよう学習を行う．

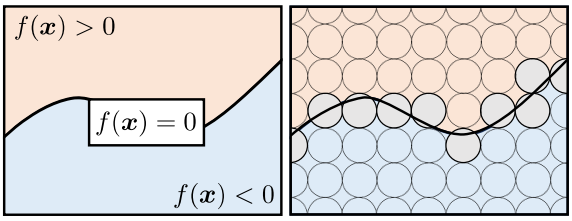
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} + w_{\mathrm{eik}}\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} + w_{\mathrm{curv}}\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} \tag{1}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} = \|\hat{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{c}\|_1 \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\|\nabla f(\boldsymbol{x}_i)\|_2 - 1\right)^2 \tag{3}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\nabla^2 f(\boldsymbol{x}_i)\right| \tag{4}$$

ここで $\hat{\boldsymbol{c}}$ は SDF と RGB から体積レンダリングにより作成された RGB の推定値である．なお，得られた表面形状データから粒子データへの変換は Fig. 1 に示すように格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出するため，粒子が表面上に必ずしも配置されず，粒子分布が不均一となる．これは，解析精度の低下や非物理的挙動の要因となり得るため，粒子の再配置が必要となる．



(a) SDF field　(b) Particle distribution

Fig. 1: Schematic of the SDF field and particle generation

2.2. 表面粒子再配列法

(1) 境界適合配置への修正

格子状の粒子を表面形状に適合させるために，各粒子の表面に対する単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ 及び表面までの符号付距離 s を用いて，境界に適合した粒子配置へと修正する (Fig. 2 左 → 中央)．

$$\delta\boldsymbol{r}_i^{\mathrm{SDF}} = -s_i\boldsymbol{n}_i \tag{5}$$

しかしながら，境界適合配置では Fig. 2 中央に示すような，不均一な配置となる．そこで本研究では粒子法で用いられる粒子再配列法の技術を転用し，粒子配置の均等化を図る．

(2) 表面粒子の均等配置手法

本研究では，粒子再配列法の一種である OPS (Optimized Particle Shifting)[2] を表面粒子の均等配置手法として用いる．表面粒子のシフトベクトル $\boldsymbol{r}^{\mathrm{OPS}}$ は，シフト係数 C_{OPS}，粒子径 d_0，単位行列 $\boldsymbol{I}$，法線ベクトル $\boldsymbol{n}$，濃度勾配 ∇C を用いて次式で表される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\delta \boldsymbol{r}_i^{\mathrm{OPS}} = -C_{\mathrm{OPS}} d_0^2 (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{n}_i \otimes \boldsymbol{n}_i) \nabla C_i \tag{6}$$

$$\nabla C_i = \sum_{j \in \Omega_i} V_j \left[1 + R_p \left(\frac{w_{ij}}{w(d_0)} \right)^n \right] \nabla w_{ij} \tag{7}$$

ここで V，w はそれぞれ粒子の体積と，粒子間距離に応じた重み関数である．また，本研究では各種パラメータを $C_{\mathrm{OPS}} = 0.01$，$R_p = 0.2$，$n = 4$ とした．

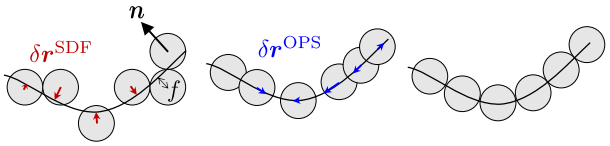


Fig. 2: Schematic of the particle shifting

3. 表面粒子再配列法の適用結果

本研究では Stanford Bunny を対象とし，Neuralangelo による 3 次元形状再構成および粒子法用モデルの作成を行った．Neuralangelo による再構成には，3D プリンタで作製した Stanford Bunny をスマートフォン端末で多視点から撮影した画像群を学習データとして用いた．

Fig. 3 に，再構成した 3 次元形状を基に作成した粒子法用モデルを示す．左から順に，初期粒子配置 (Step 0)，境界適合配置 (Step 1)，均等配置 (Step 2) を示す．Step 0 では，格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出しているため，段差および粒子分布の粗密が生じている．Step 1 では境界に適合する配置へ修正されているものの，粒子分布の粗密は解消されていない．均等配置手法の適用後には粗密が解消され，一様な粒子分布が得られている．

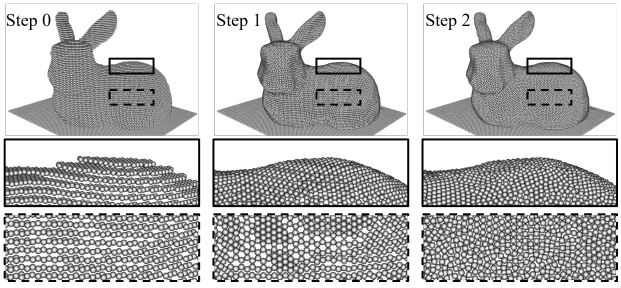


Fig. 3: Stanford Bunny particle configuration at each step

4. 流体解析による適用性検証

本章では，前章で作成した解析モデルを用いた静水圧問題および水柱落下問題を対象とした流体解析を通して，提案手法の適用可能性を確認する．なお，解析は非圧縮性流体を対象とした ISPH 法を用い，粒子離散モデルは LS-SPH (Least Squares SPH)[3),4)] を採用した．

静水圧問題では，水深 1 m の静水中に Stanford Bunny を配置した系を対象とした．Fig. 4 に，実時間 1.0 秒における中央断面の圧力分布を示す．圧力は滑らかに分布しており，厳密解と概ね一致する結果が得られた．

水柱落下問題では，0.2 m × 0.6 m × 0.6 m の水柱を Stanford Bunny の頭上から落下させた．Fig. 5 に，実時間 0.3，0.5，2.0 秒における圧力分布を示す．衝突直後の初期段階では流体と壁面との衝突面において圧力が高くなり，その後，2.0 秒においては流動が減衰し，静水圧分布への移行が確認される．

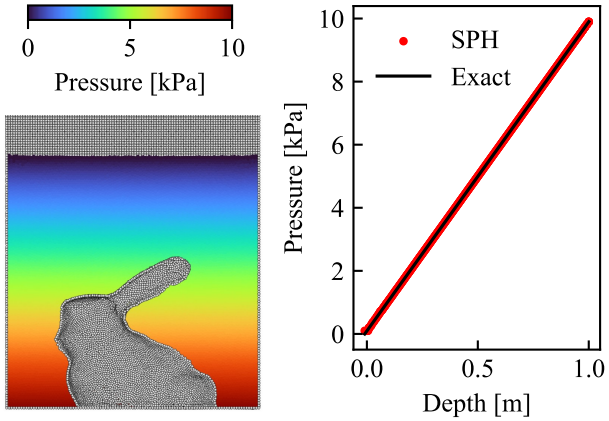


Fig. 4: Hydrostatic pressure at 1.0 s

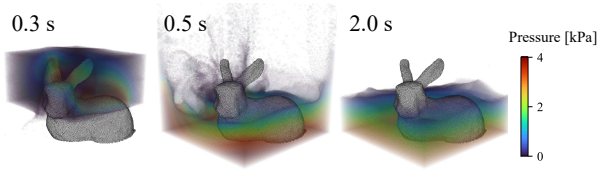


Fig. 5: Pressure field in the dynamic case

5. 結言

本研究では，フォトグラメトリ手法の一種である Neuralangelo を用いた粒子法用解析モデルの作成手法を提案した．スマートフォン端末で撮影した Stanford Bunny の画像を用い，Neuralangelo により表面形状の再構成を行った．さらに，得られた表面形状から粒子群を生成し，表面粒子再配列法を適用することで粒子を一様に配置し，粒子法に利用可能なモデルを構築した．作成したモデルを用いた静水圧問題では厳密解と良好に一致する結果が得られた．また，水柱落下問題においても非物理的な挙動や圧力振動は見られず，安定した解析が可能であることを確認した．今後は，より効果的な再配列法について検討を進めるとともに，実構造物や実斜面への適用を通じて，本手法の有用性を検証する予定である．

参考文献

1) Li, Z., Müller, T., Evans, A., Taylor, R. H., Unberath, M., Liu, M.-Y., and Lin, C.-H.: Neuralangelo: High-fidelity neural surface reconstruction, *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 8456–8465, 2023.
2) Khayyer, A., Gotoh, H., and Shimizu, Y.: Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context, *Journal of Computational Physics*, Vol.332, pp.236–256, 2017.
3) Shobuzako, K., Yoshida, S., Kawada, Y., Nakashima, R., Fujioka, S., and Asai, M.: A generalized smoothed particle hydrodynamics method based on the moving least squares method and its discretization error estimation, *Results in Applied Mathematics*, Vol.26, pp.100594, 2025.
4) 松永幸大, 藤岡秀二郎, 菖蒲迫健介, 浅井光輝: LS-ISPH: 自由表面および固体壁の制約条件付き最小二乗法による非圧縮性流体解析, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, pp.25–15012, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二重相反境界要素法および isogeometric 法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

Stochastic Homogenization with Spatially Variable Inclusion Geometry and Matrix Properties Using the Dual Reciprocity Boundary Element Method and Isogeometric eigenvalue Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

紅露　一寛（新潟大・工）　　鈴木　快（新潟大・院）
Kazuhiro KORO, Niigata University
Kai SUZUKI, Niigata University
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

In homogenization analysis of material diffusion in non-homogeneous bodies with spatially variations in inclusion geometries and matrix diffusion coefficients, the unit-cell mesh must be updated whenever the inclusion geometry changes. To reduce the computational cost associated with mesh updating, we apply the Galerkin isogeometric method to the eigenvalue analysis of the covariance function and develop a framework for evaluating the characteristic function using the dual reciprocity boundary element method (DRBEM). Numerical results are presented to assess the computational performance and limitations of the proposed approach.

1. はじめに

非均質材料を対象としたこれまでの均質化法解析[1)]では，微視構造の形状は簡易な幾何形状のもので与えたユニットセルで代表することも多く，材料物性のばらつきを考慮することはあっても，空間的な相関構造を背景としたばらつきを考慮することは少ない．これまで，著者らは，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法を提案している[2)]．文献[2)]では，空間的ばらつきに起因する均質化係数の変動を既存の決定論的解析結果を用いて non-intrusive な方法で評価するため，介在物形状の空間的ばらつきを表現する Karhunen-Loéve 展開において正規乱数を更新して解析するたびにメッシュ更新が必要となる．母材物性の空間的ばらつきも同時に考慮すると，介在物形状の更新に伴って共分散関数の固有値解析でも解析メッシュ更新が必要となる．

そこで本研究では，ユニットセル内の介在物形状と母材の拡散係数の空間的ばらつきを同時に考慮し，二重相反境界要素法[3)]により評価した特性関数から均質化拡散係数を評価する．母材の拡散係数に関する空間的ばらつきの固有値・固有関数は，メッシュ更新の手間の削減と DRBEM の離散化との親和性を考え，Galerkin isogeometric 法により固有値解析を実行する方法[4)]をとる．空間的ばらつきの影響は，均質化拡散係数のばらつきとして伝播することから，non-intrusive polynomial chaos 法 を用いて確率空間の応答を評価する．

2. 入力情報の空間的ばらつきを考慮した均質化法

本研究では，2 次元物質拡散問題について考える．非均質構造をユニットセル Y の空間周期配置で表現した上で，物理応答をミクロスケール $\boldsymbol{x}$ とマクロスケール $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}/\varepsilon$ のスケール比 ε について漸近展開し，無限小のスケール比考えることで，2 つの空間スケールでの支配方程式と初期条件・境界条件を導出する．マクロスケールでの均質化拡散係数テンソル K^*_{ij} は，ミクロスケール問題において評価される特性関数 ω_j を用いて次式で評価される．

$$K^*_{ij}=\frac{1}{|Y|}\int_Y K_{ik}(\boldsymbol{y})\left(\delta_{kj}+\frac{\partial\omega_j}{\partial y_k}(\boldsymbol{y})\right)dY \tag{1}$$

ここで，拡散係数テンソル $K_{ij}(\boldsymbol{y})$ は，介在物領域 Y_1，母材領域 Y_2 の双方において等方性を仮定し，$\kappa(\boldsymbol{y})\delta_{ij}$（$\kappa$: 拡散係数）で与える．特性関数 ω_j は，ユニットセルに関する境界値問題の解として定義される．

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_1(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_1) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_2(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(1)}}(\boldsymbol{y})+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(2)}}(\boldsymbol{y})\\&\qquad=-\kappa_1(\boldsymbol{y})n^{(1)}_k(\boldsymbol{y})-\kappa_2(\boldsymbol{y})n^{(2)}_k(\boldsymbol{y}),\ \ (\boldsymbol{y}\in S)\end{aligned} \tag{4}$$

なお，S は介在物と母材の境界面，$n^{(L)}_k$ は領域 Y_L における境界上の点における単位外向き法線ベクトル成分である．式 (3) の解は，ユニット外周においては周期境界条件を満たす必要がある．

本研究では，介在物形状 S と母材拡散係数 κ_2 の空間的ばらつきを同時に考慮する．これらのばらつきは，Karhunen-Loéve 展開で表現する．

介在物形状は，介在物形状の期待値を半径 $\bar{R}$ の円で与えたうえで，介在物半径が周方向に変動し，空間的な相関構造を持つものとする．期待値を表現する曲線座標 s を設定し，次式で与える．

$$S(s)=S_0+\sum_{i=1}^{N^{(s)}_{KL}}\xi_i\sqrt{\lambda^{(s)}_i}f^{(s)}_i(s), \tag{5}$$

ここで，ξ_i は相互に独立で標準正規分布に従う確率変数であり，$\lambda^{(s)}_i$, $f^{(s)}_i$ は形状の空間的ばらつきに関する共分散関数 $C^{(s)}$ の固有値および固有関数である．また，S_0 は S の期待値である．本研究では，共分散関数 $C^{(s)}$ は σ_R を介在物半径の標準偏差として次式で与え，積分固有値問題を Galerkin 法で離散化して解く．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$C^{(s)}(\theta_1,\theta_2)=\sigma_R^2\exp\left[-\frac{d(\theta_1,\theta_2)}{b}\right], \tag{6}$$

なお，$d=\min\{|\theta_1,\theta_2|,2\pi-|\theta_1,\theta_2|\}$，$b=1/2\pi$ とする．

一方，κ_2 の空間的ばらつきは，次の積分固有値問題の解を用いた KL 展開で表現する．

$$\kappa^{(2)}=\bar{\kappa}^{(2)}+\sum_{k=1}^{N_{KL}^{(2)}}\zeta_k\sqrt{\lambda_k^{(2)}}\Psi_k^{(2)}(\boldsymbol{y}), \tag{7}$$

$$\lambda^{(2)}\Psi^{(2)}(\boldsymbol{\eta})=\int_{Y_2}\sigma_{\kappa_2}^2\exp\left(-\frac{r(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})}{b_2}\right)\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})dY_2 \tag{8}$$

ここで，$\zeta_k^{(\beta)}$ $(k=1,2,\ldots,N_{KL}^{(2)})$ は標準正規乱数であり，$r=|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{y}|$，$b_2$ は相関長，σ_{κ_2} は標準偏差である．

3. Isogeometric 法による共分散関数の固有値解析法

式 (8) の積分固有値問題は，介在物形状の変更に伴うリメッシングの煩雑さを回避する目的で，Galerkin isogeometric 法[4] を用いる．固有関数 $\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})$ は，2 次 B-スプラインにより次式で近似する．

$$\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})=\sum_{i=1}^{N_{spl}}\tilde{\Psi}_i^{(2)}\phi_i(\boldsymbol{y}) \tag{9}$$

ここで，$\tilde{\Psi}_i^{(2)}$ は $\Psi^{(2)}$ のスプライン展開係数であり，ϕ_i は 2 次元の 2 次 B-スプラインである．

式 (9) を式 (8) に代入し，ϕ_i を重みとした Galerkin 法を適用する．その結果，次の代数方程式を得る．

$$\lambda^{(2)}\boldsymbol{M}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)}=\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)} \tag{10}$$

4. 二重相反境界要素法を用いた特性関数の評価

本研究では，式 (2)-(4) の境界値問題を境界要素法で解く．介在物領域 Y_1 では，拡散係数 κ_1 の空間変動は考えない．そのため，式 (2) を通常の境界要素法で離散化し，次の方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(1)}\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}-\boldsymbol{G}^{(1)}\boldsymbol{q}_k^{(1)}=\boldsymbol{0} \tag{11}$$

ここで，$k=1,2$ であり，$\boldsymbol{G}^{(1)}$，$\boldsymbol{H}^{(1)}$ は係数行列，$\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}$ は領域 Y_1 の境界上での ω_k に関する境界要素解を収納したベクトル，$\boldsymbol{q}_k^{(1)}$ は $\kappa_1\cdot\partial\omega_k/\partial n^{(1)}$ に関する境界要素解を収納したベクトルである．

一方，母材領域 Y_2 においては，二重相反法を用いた境界要素法 (DRBEM)[3] を用いて特性関数値を評価する．式 (3) を次式のように変形し，

$$\frac{\partial^2\omega_k}{\partial y_i^2}=-\frac{1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right],\quad(\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{12}$$

Laplace 問題の基本解 $u^*(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})$ を乗じて 2 度部分積分し，ソース点 $\boldsymbol{\eta}$ を境界上に極限移行することで，領域積分項を含む積分方程式を得る．得られた方程式の領域積分項の被積分関数を次式で近似し，

$$\frac{-1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=\sum_{m=1}^{N+L}\Lambda_{k,m}f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m) \tag{13}$$

関数 $f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ は，$\nabla^2\hat{\omega}(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)=f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ を満たす特解 $\hat{\omega}$ と関連付ける．境界上の未知量 ω_k と $q_k^{(2)}$ を近似し，N を境界要素解の近似自由度，N_{int} を母材領域中に配置する内点の総数として，$N+N_{int}$ 個の選点 η_i を用いて選点法を適用すると，次の代数方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(2)}\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}_k \tag{14}$$

ここで，$\boldsymbol{\Lambda}_k$ を消去するために，領域内部の $\omega_k(\boldsymbol{y})$ を f を用いて近似した上で，$N+N_{int}$ 個の選点 $\boldsymbol{y}_\alpha$ において選点法を適用する．その結果，$\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}=\boldsymbol{F}\boldsymbol{W}_k$ なる代数方程式を得る．一方，式 (13) に選点法を適用すると，

$$\boldsymbol{F}\boldsymbol{\Lambda}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{W}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\omega}_k \tag{15}$$

を得る．式 (15) を式 (14) に代入し整理すると，母材領域に関する次の代数方程式を得る．

$$\Big[\boldsymbol{H}^{(2)}-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\Big]\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{f}_k \tag{16}$$

最後に，介在物境界 S 上での結合条件 (4) および $\omega_k^{(1)}=\omega_k^{(2)}$，ユニットセル外周の周期条件を課すことで，境界 S，∂Y_2 および Y_2 の内点における ω_k に関する近似解を求める．

5. 均質化拡散係数の確率論的特性値の評価

2 節で説明した入力情報の空間的ばらつきは，出力結果である均質化拡散係数に伝播する．本研究では，均質化拡散係数の確率空間における応答を評価するために，Non-Intrusive Polynomial Chaos (NIPC) 法[5] を用いる．

NIPC 法では，式 (5)，式 (7) で与えた介在物形状 S および構成材料の拡散係数 $\kappa^{(2)}$ を，擬似正規乱数 $\boldsymbol{\xi}^{(\beta)}$，$\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)}$ を用いて N_{mcs} 個生成したうえで，生成した介在物形状 S_β・拡散係数値 $\kappa_\beta^{(2)}$ のもとで，決定論的解析から均質化拡散係数テンソル $K_{ij,\beta}^*$ $(\beta=1,2,\ldots,N_{mcs})$ を計算する．

一方，均質化拡散係数テンソル K_{ij}^* は polynomial chaos Φ_γ を用いた次式の polynomial chaos 展開できるものとして，

$$K_{ij}^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta})=\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}), \tag{17}$$

展開係数 $K_{ij,\gamma}$ は最小二乗法を用いて決定する．最小化する残差 R は，次式で定義する．

$$R(K_{ij,\gamma})=\sum_{\beta=1}^{N_{mcs}}\left[K_{ij}^{*(\beta)}-\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi}^{(\beta)},\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)})\right]^2 \tag{18}$$

参考文献

1) Matine, A., Boyard, N., Legrain, G., Jarny, Y. & Cartraud, P.: Transient heat conduction within periodic heterogeneous media: A space-time homogenization approach. *Int. J. Thermal Sci.*, Vol.92, pp.217-229, 2015.
2) 紅露一寛，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法，計算工学講演会論文集，Vol.27, A-09-04, 2022.
3) 田中正隆，松本敏郎，須田裕輔：傾斜機能材料の定常熱伝導問題に対する DRM 境界要素法（2 次元問題での検討）．日本機械学会論文集（A 編），Vol.67, No.662, pp.1589-1594, 2001.
4) Rahman, S.: A Galerkin isogeometric method for Karhunen-Loéve approximation of random fields. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.338, pp.533-561, 2018.
5) Eldred, M.S., Burkardt, J.: Comparison of non-intrusive polynomial chaos and stochastic collocation methods for uncertainty quantification. in AIAA Aerospace Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. paper 2009-0976, 2009.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

Analytical Solution for Bentonite Intrusion Considering Variation of Swelling Pressure in Crack (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

金氏　裕也（鳥取大・工）　　河野　勝宣（鳥取大・工）　　日浦　弘敏（鳥取大・工）
Yuya KANEUJI, Tottori University
Masanori KOHNO, Tottori University
Hiroharu HIURA, Tottori University
E-mail: kaneuji@tottori-u.ac.jp

Understanding bentonite intrusion into cracks is essential for evaluating the performance of natural barrier systems in high-level radioactive waste disposal. In this study, an analytical solution was presented to predict bentonite intrusion while accounting for variations in swelling pressure within the crack. The analytical results indicate that solute transport velocity increases as the rate of swelling pressure rises. This transport behavior occurs because the swelling pressure reaches its maximum value earlier when the rate of pressure increase is higher.

１．はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分のバリア材の長期安定性に影響を与える現象の一つとして，岩盤亀裂へのベントナイト緩衝材の侵入が考えられる．岩盤亀裂へ侵入したベントナイトの緻密度に対応して，岩盤の透水性は変動すると考えられるため，天然バリア性能を評価するためには，岩盤亀裂内のベントナイトの侵入挙動を予測することが必要となる．これまで，亀裂へのベントナイトの侵入現象に関して解析的研究が行われている．例えば，菅野・岩田 [1]は，侵入現象を膨潤に伴うベントナイト粒子の移動であると仮定し，拡散方程式を適用した数値解析により，亀裂内のベントナイトの密度分布を示した．金氏・河野 [2]は，亀裂内の体積膨張を伴うベントナイトの侵入量を予測する数値解析モデルを構築した．解析モデルは，ベントナイトの侵入距離の時間変化を予測することが可能である．金氏 [3]は，溶液圧入に起因する多孔質体中の溶質移動量を予測する解析解を導出した．解析解は，移流拡散を伴う溶質移動を表し，多孔質体中の溶液濃度分布を予測することが可能である．本研究において，この解析モデル [3]を応用し，膨潤圧の作用に起因する亀裂内のベントナイト粒子移動量を予測する解析モデルを構築することを考える．

本研究では，ベントナイトは材料構成粒子（溶質）を含む高濃度の溶液であると仮定し，亀裂内の溶質移動を対象とした解析モデルの構築を目的とする．また，亀裂内は液体で満たされている状態を想定し，液体の接触に起因してベントナイトの体積膨張が生じる．この体積膨張により生じる圧力（膨潤圧）が高濃度溶液に作用することにより，溶質移動が生じると考えられる．さらに，亀裂へ侵入したベントナイトと内在液体との界面においてベントナイトの溶出が生じると考えられる．本研究では，このベントナイトの溶出を高濃度溶液と内在液体の濃度差に起因する溶質の拡散現象であると仮定する．以上より，高濃度溶液中の溶質挙動は，膨潤圧の作用に起因する溶液移動に伴う溶質移動（移流）および濃度勾配に起因する溶質拡散（分子拡散）に支配されると考えられる（Fig. 1）．さらに，この移流拡散現象をベントナイトの侵入現象であると定義し，ベントナイト粒子の移動を表す解析解を導出する．

２．ベントナイトの侵入挙動に関する解析解の導出

先端が開口した亀裂（以下，流路）内のベントナイト（以下，高濃度溶液）の侵入現象に関する支配方程式を構築し，

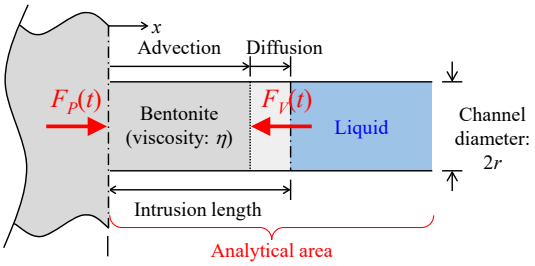


Fig. 1 Schematic of the bentonite intrusion in crack

支配方程式の解析解を導出する．本検討における解析モデルでは，流路内の 1 次元水平方向の溶質移動を対象とすることを考える．流路内を移動する高濃度溶液中の微小要素に対する溶質量の流入出を考え，物理量保存則より次式が成り立つ．

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} \tag{1}$$

ここに，$C(x, t)$は単位体積の高濃度溶液中の溶質量[kg/m^3]，$J(x, t)$は水平方向の溶質の質量フラックス[kg/(m^2·s)]，x は溶液流入位置からの距離[m]，t は時間[s]である．式(1)において，$C(x, t)$および$J(x, t)$をそれぞれ C および J と表す．本検討では，J を移流および溶質分子拡散による溶質フラックス（J_a [kg/(m^2·s)]および J_d [kg/(m^2·s)]）の和で表すこと（$J = J_a + J_d$）を考える．

溶質を輸送する高濃度溶液の移動速度を流路内流速 u [m/s]で表すと，J_a は C と u の積で表すこと（$J_a = C{\cdot}u$）ができる．ここで，先端が開口した 1 本の亀裂を 1 本の毛細管で表すことができると仮定する．また，溶質を輸送する高濃度溶液が膨潤圧の作用を受けて流路内を移動することを考える．したがって，u は膨潤圧の作用に起因する高濃度溶液の移動速度を表す．膨潤・充填性同時試験 [4]より得られたベントナイトの膨潤圧と経過時間の関係より，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大することを確認した．そこで本検討では，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大して一定圧力に収束することを仮定し，変動膨潤圧 $P(t)$ [N/m^2]を次式で定義する．

$$P(t) = P_s \cdot \left\{1 - (1-\sigma) \cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{2}$$

ここに，σ（$= P_0/P_s$）は膨潤圧比[−]，P_s および P_0 はそれぞれ膨潤圧の上限値および下限値[N/m^2]，μは膨潤圧上昇速度[1/s]である．式(2)より，膨潤圧に起因する駆動力 $F_P(t)$（=

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$P(t)\cdot\pi r^2$，r は溶液の移動経路となる毛細管半径[m]）[N]を定義する．また，高濃度溶液は非圧縮性の粘性流体であると仮定し，粘性抵抗力 $F_V(t)$ [N]を Hagen-poiseuille 流における溶液に作用する粘性抵抗力で表すと，$F_V(t)$は次式となる．

$$F_V(t)=8\pi\eta\cdot l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$

ここに，$l(t)$は高濃度溶液の流入位置から移動前面までの距離（溶液移動距離）[m]，ηは高濃度溶液の粘度[N·s/m²]である．流路内を移動する高濃度溶液に作用する力のつり合い（$F_P(t)=F_V(t)$）より，膨潤圧の作用に起因する溶液移動距離 $l(t)$に関する支配方程式は次式となる．

$$l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{r^2P_s}{8\eta}\cdot\left\{1-(1-\sigma)\cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{4}$$

また，流路内の高濃度溶液の移動速度は極めて小さいため，溶液に作用する力として慣性力は無視した．ここで，溶液移動初期（$t=0$）において溶液移動距離が 0（$l(0)=0$）であると仮定し，式(4)を変数 t に関して積分すると，式(4)の解 $l(t)$は次式となる．

$$l(t)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta}\cdot T(t)} \tag{5}$$

ここに，$T(t)$（$=t-(1-\sigma)\cdot(1-\exp(-\mu t))/\mu$）は膨潤圧の時間変化に関する物理関数[s]である．また，u が $l(t)$の t に関する 1 階微分と等しい（$u=\mathrm{d}l(t)/\mathrm{d}t$）と仮定すると，$J_a$は次式となる．

$$J_a=\frac{C}{4}\cdot\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta T(t)}} \tag{6}$$

濃度勾配に起因する溶質分子拡散は，Fick の法則により表すことができると仮定すると，J_dは次式となる．

$$J_d=-D_d\cdot\frac{\partial C}{\partial x} \tag{7}$$

ここに，D_d は液体中における溶質の分子拡散係数[m²/s]である．

式(6)および式(7)を適用した J（$=J_a+J_d$）を式(1)へ代入すると，流路内の溶質移動に関する支配方程式（非線形移流拡散方程式）は次式となる，

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{\alpha}{T(t)}}\cdot\frac{\partial}{\partial x}-D_d\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right\}\cdot C_r(x,t)=0 \tag{8}$$

ここに，$C_r(x,t)$（$=(C-C_0)/(C_s-C_0)$）は流路内の相対溶液濃度[−]，C_s は流入部溶液濃度[kg/m³]，C_0 は初期溶液濃度[kg/m³]，α（$=r^2P_s/(16\eta)$）は移流に関する物理定数[m²/s]である．

1 次元水平半無限流路を考慮する場合，溶液流入初期（$t=0$）において流路全体の溶液濃度 C は C_0 と等しいと定義する．さらに，溶液流入位置（$x=0$）における C は C_s と等しく，無限遠（$x\to\infty$）における C は C_0 と等しいと定義する．以上より，相対溶液濃度 C_r に関する初期条件および境界条件はそれぞれ次式となる．

$$C_r(x,0)=0,\ C_r(0,t)=1\ \text{and}\ C_r(\infty,t)=0 \tag{9}$$

式(9)に示す初期条件および境界条件を適用して式(8)を x および t に関して積分すると，流路内の溶質移動に関する解析解 $C_r(x,t)$は次式となる．

$$C_r(x,t)=C_{rT}(t)\cdot\mathrm{erfc}\left\{\frac{x-2\sqrt{\alpha T(t)}}{2\sqrt{D_d t}}\right\} \tag{10}$$

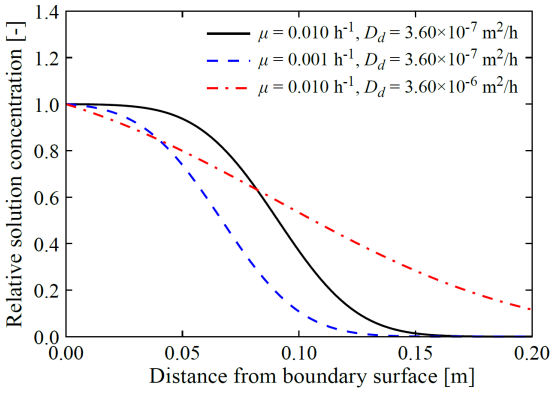


Fig. 2 Solution concentration distribution in channel for various physical constants (μ and D_d)

ここに，$C_{rT}(t)$は時間 t の任意関数[−]であり，解の収束条件である$|\mathrm{d}C_{rT}(t)/\mathrm{d}t|<\varepsilon$（$\varepsilon$は微小量）を満たす必要がある．

3．ベントナイトの侵入挙動に関する解析結果

流路内の溶質移動に関する解析解（式(10)）を適用し，溶液濃度分布の時間変化に関して解析的検討を行った．解析パラメータは，$r=3.00\times10^{-3}$ m，$C_s=1800$ kg/m³，$C_0=0$ kg/m³，$P_s=1.00\times10^5$ N/m²，$P_0=0$ N/m²，$\eta=1.40\times10^4$ N·h/m² と設定した．また，ベントナイトの膨潤圧上昇速度μおよび分子拡散係数 D_d が侵入挙動に与える影響を確認した．Fig. 2 は $t=1000$ h におけるμおよびD_dの変化による溶液濃度分布の変化を示す．Fig. 2 より，μが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹および 0.001 h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h）では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，μの増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．また，Fig. 2 より，D_dが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h および 3.60×10^{-6} m²/h）では，流路内部の広範囲に溶質が拡散する，すなわち分子拡散による溶質移動距離が増大することを確認した．D_dが極めて小さい場合，分子拡散が溶質移動に与える影響を無視することができ，溶質移動は移流現象に支配される階段関数的な進展挙動を示すと考えられる．

4．結論

1) ベントナイトを材料構成粒子が溶質となる高濃度溶液と仮定し，亀裂内を移動する溶質移動を対象とした解析モデルを構築した．
2) 解析結果より，膨潤圧上昇速度が大きい条件では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，膨潤圧上昇速度の増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．

謝辞：本研究は，日本学術振興会科学研究費（課題番号：25K01324，23K13384）の成果の一部である．

参考文献

1) 菅野毅，岩田裕美子：JNC TJ8400 2003-026，2003.
2) 金氏裕也, 河野勝宣: 土木学会論文集, **79**(15), 22-15033, 2023.
3) 金氏裕也：土木学会論文集，**81**(6)，24-00311，2025.
4) M. Kohno and Y. Kaneuji: *Acta Geotechnica*, **19**(9), 5833-5853, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

X 線 CT 画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

X-ray CT-based evaluation of the effects of model soil nails on cylindrical soil specimens (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶山　慎太郎（山梨大・工）　　麓　隆行（近畿大・理工）　　中島　晃司（近畿大・理工）　　吉田　英昭（近畿大大学院・総合理工学研究科）　　大野　司郎（近畿大・総合社会）
Shintaro KAJIYAMA, University of Yamanashi
Takayuki FUMOTO, Kindai University
Koji NAKASHIMA, Kindai University
Hideaki YOSHIDA, Kindai University Graduate School
Shiro OHNO, Kindai University
E-mail: skajiyama@yamanashi.ac.jp

This study evaluates the influence of the soil nailing method on ground deformation using X-ray CT imaging. Cylindrical soil specimens containing a stainless steel wire representing a model soil nail were displaced and scanned before and after deformation. Displacement was induced by tilting an aluminium rod at the specimen centre. CT images enabled evaluation of void redistribution and density variations around the model soil nail at each stage. Digital Volume Correlation (DVC) analysis showed reduced displacement on the passive side in the region between the model soil nail and the specimen periphery. Vertical displacement indicated upward particle movement along the model soil nail. These findings suggest that the model soil nail resists sand movement and contributes to displacement restraint within the shear zone.

１．はじめに

斜面崩壊の対策である補強土工法のうち，安価で施工が容易なものとして鉄筋挿入工法 [1]が挙げられる．鉄筋挿入工法は,斜面に削孔した孔の中に鉄筋などの芯材を挿入し，その後定着材を注入した構造物（以下，補強材と示す）を複数設置することで斜面の安定化を図る工法である．補強原理は明らかになっているものの，個々の補強材および複数の補強材による相互的な影響範囲は明らかになっておらず，経験的根拠に基づいて配置間隔や鉄筋挿入角度が定められている．元々は切土に対して発展してきた技術ではあるが，盛土に対しても補強実績が増えつつある．一方で，盛土は新設時から健全性が低下していることが指摘 [2]されている．このことから，既存盛土に対して鉄筋挿入型の補強を行う際の盛土内部の密度や含水比などは様々な状態が考えられ，補強効果，相互作用さらにそれらの影響範囲はより複雑なものになることが考えられる．補強材による補強効果がどの程度まで効果を発揮するかを数値的に示すことは，詳細な設計に非常に有意義であり，盛土の要求性能に準じたより効率的な盛土補強が可能となる．

そこで，本研究では，鉄筋挿入工が地盤の変形にどのように影響を与えているのかを明らかにするために，補強材を模擬したステンレス線を挿入した円柱供試体の土を強制的に変位させてその前後に X 線 CT 装置を用いて撮影を行い，補強材が地盤に与える影響を評価した．

２．実験概要

実験は，斜面の崩壊によって移動する土塊に対して補強材がどのように影響を与えているのかを評価するために，補強材そのものを動かすのでは無く模型地盤側を動かすことと，その動きを X 線 CT 装置で撮影するために X 線 CT 装置の撮影台に載る程度に小型化する必要があった．そこで，Fig.1 に示すように，塩ビ管内に補強材を挿入した地盤にアルミ棒を挿し，アルミ棒を傾斜させることで土に強制変位を与えその際の土の移動を評価することとした．

供試体には豊浦砂を用い，含水比を 10%に調整後，内径 130mm の塩ビ管内にて，相対密度が 70%となるように，タンパーを用いて 3 層で締め固めた．締固め後，直径 3mm のドリルで表面から深さ 75mm まで削孔し，補強材を模擬したステンレス線（直径 0.5mm）を設置した．周囲の砂との噛み合わせ効果を得るため，ステンレス線表面にはあらかじめ接着剤で豊浦砂を付着させている．このステンレス線を 22～28mm 間隔で正方形の四隅に配置し，その中心付近に地すべり挙動を誘発するためのアルミ棒（直径 10mm，設置深さ 75mm）を挿入した．

地盤内の可視化には，近畿大学所有の X 線 CT 装置 [3]を使用し，管電圧 210kV，管電流 300μA，解像度 0.0615mm の条件で撮影を行った．まず初期状態（1 回目）を撮影した後，アルミ棒下端が水平方向に約 2mm（2 回目），および約 12mm（3 回目）移動するように上端を傾斜させ，各段階で CT 画像を取得した．得られた画像に対し，3 次元画像相関法（DVC）を用いることで砂粒子の移動量を定量化した．解析には TomoWarp2[4]を用い，一辺約 1.97mm の Correlation window を設定し，その図心位置を 0.98mm ごとに 3 次元変位を算出した．



(a) Drilling　　(b) X ray computed tomography
Fig. 1 Photograph of Experiment

３．実験結果と考察

Fig. 2 および Fig. 3 に，X 線 CT 画像から得られた断面位置および各撮影段階の断面画像を示す．初期状態（1 回目）において，ステンレス線周囲には一部低輝度な領域（空隙）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が確認されたほか，層間に締固め密度の差に起因すると見られる打継ぎ面が観察された．

アルミ棒を傾斜させた 2 回目の撮影では，断面 a においてアルミ棒の移動方向（左側）に空隙が生じ，断面 A ではアルミ棒が特定の位置を中心に回転運動をしている様子が確認された．また，断面 b では一部のステンレス線周辺の間隙が埋まる挙動が見られたが，この段階ではステンレス線周辺の粒子移動は顕著ではない．

アルミ棒をさらに傾斜させた 3 回目の撮影では，断面 a や断面 A においてアルミ棒の移動により球面状のすべり面が生じたと考えられる．また，断面 b では一部のステンレス線の左側ですべり面とは異なるひび割れが生じた．

Fig. 4 は断面 b および B における DVC による変位計測結果である．黄色い点は，設置したステンレス線の位置を示している．最初の 2 行は，X 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど右側に，青が濃いほど左側に移動している．最後の 2 行は，Z 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど下側に，青が濃いほど上側に移動している．X 方向変位において，ステンレス線の左側では変位量が大きいのに対し，右側では減少しており，ステンレス線が粒子の移動を遮る機能を有していることがわかる．また Z 方向変位（垂直方向）では，ステンレス線の右側でステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が豊浦砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．なお，3 回目の撮影では粒子配列の乱れが大きく，DVC による高精度な追跡は困難であった．

4．結論

本研究では，X 線 CT 画像から補強材が地盤に与える影響を評価した。得られた知見を以下にまとめる．

結果，各変位段階においてステンレス線周辺の空隙および地盤の密度差を確認できた．この画像を基に DVC による変位計算を行うと，アルミ棒によって供試体中心から発生させた土の変位について，受働側の土の変位に着目すると，ステンレス線より円周側では変位量が減少した．また垂直方向の変位では，ステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．

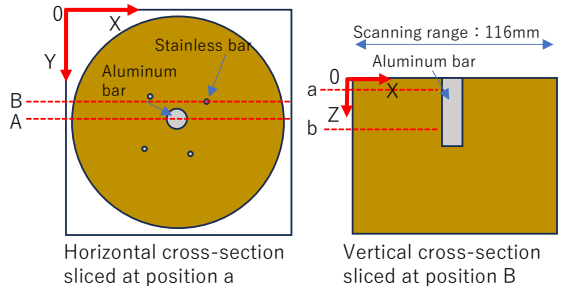


Fig. 2　Soil specimen and cutting positions of X ray CT images

参考文献

1) 公益社団法人地盤工学会: 地山補強土工法設計・施工マニュアル. 丸善出版, 2011.
2) 山本剛, 中井卓巳, 丸木義文, 小高猛司, 岸田潔, 大西有三: 長期劣化の概念を導入した道路法面の健全性評価手法の提案, 地盤工学ジャーナル, vol. 4, no. 1, pp. 21-33, 2009.
3) 麓隆行: 新しい機構の X 線 CT の開発とポリマーコンクリートの圧縮試験への適用, 土木学会論文集 E2, Vol. 69, No. 2, pp. 182-191, 2013.
4) Tudisco, E., Ando, E., Cailetaud, R. and Hall, A. S.: TomoWarp2: A local digital volume correlation code, Software X, Vol.6, pp. 267-270, 2017.

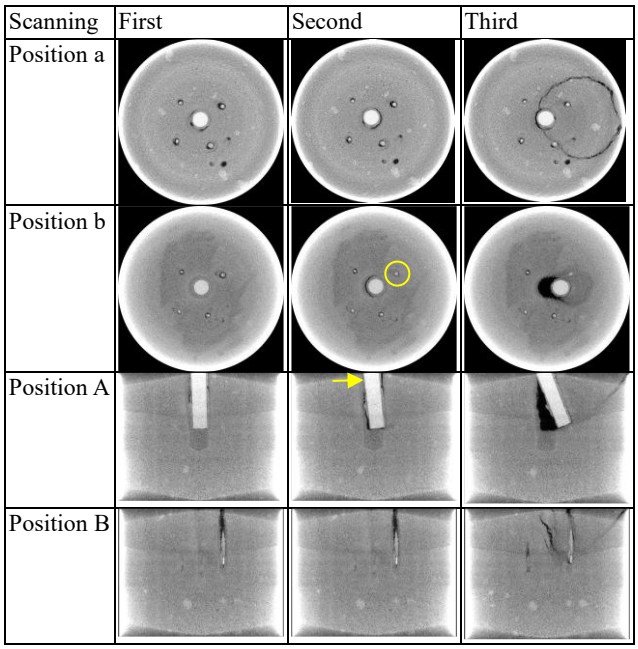


Fig. 3　Cross-section images of each position

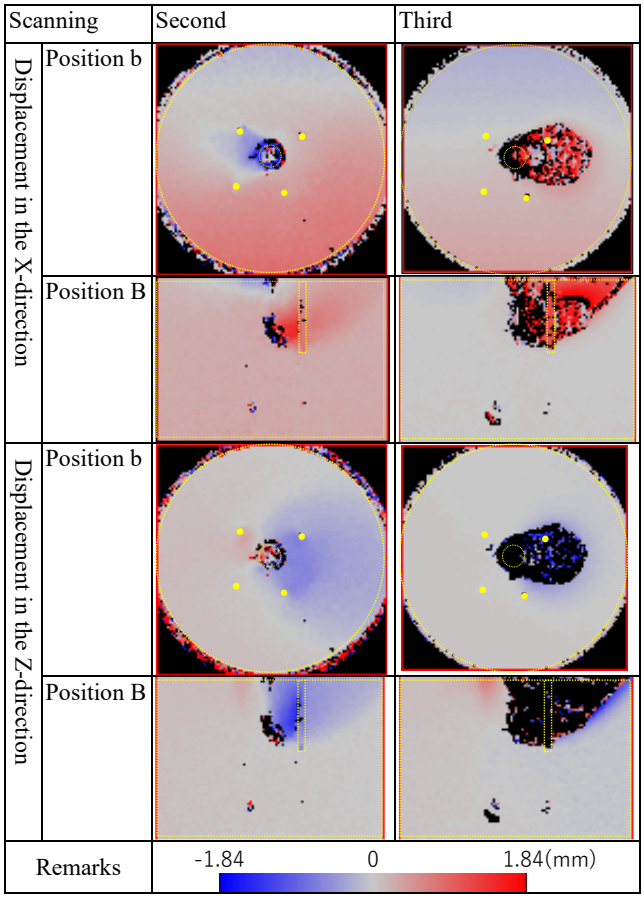


Fig. 4　Cross-section images of each position

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

Analytical study of the effect of large wood on impact loads using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竜川　太志（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Taishi TATSUKAWA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: em63025@nda.ac.jp

This study reproduces a large wood model with cylindrical elements using DEM and investigated the mechanism of impact loads of large wood accumulation acting on woody debris retention structures. As a result, the large wood accumulation density at the time of collision is the main factor in impact loads.

１．緒　言

近年，日本各地で記録的豪雨が増加し，流木災害が深刻化している[1]. 流木は浮力により浮遊状態で流下するため，住宅地やインフラに直接衝突するたけでなく，構造物への閉塞や堆積を通じて二次災害を誘発する場合がある．Fig.1に示す輪島市町野地区寺地川の被災状況からも，流木の大量堆積が，構造物損傷に大きく寄与していることが窺える．特に，流木が塊（流木群）となって構造物に衝突する場合，単体流木の衝突と比較して作用荷重が著しく増大することが指摘されている．しかしながら，その荷重増大が単なる衝突質量の増加に起因するものなのか，あるいは同時衝突や流木間の拘束による力学的相互作用（群作用）によるものなのかについては，十分に解明されていない．すなわち，流木群の形成状態と荷重ピークとの対応関係は未だ明確ではない．

著者ら[2),3)]は，これまで流木群が透過型砂防堰堤に作用する荷重特性について実験的検討を行い，流木群が瞬間的に大きな動的荷重を発生させることを明らかにした．しかし，その発生機構，すなわち流木群の形成過程，同時衝突本数，および接触ネットワークの構造が荷重ピークに与える影響については未解明である．

そこで本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群衝突時の荷重発生メカニズムを力学的観点から解析する．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群形成が荷重ピークを増幅させる機構を明らかにする．

２．実験の概要

Fig.2 に，実験装置の概要を示す．可変勾配型直線水路（長さ L = 3.4 m，幅 B = 0.3 m，深さ H = 0.5 m，勾配 θ = 0.0～20.0°）を用いた．流量は，水路上流側に設置した制御レバーにより調整した．水路下流部には荷重計測装置を設置した．Fig.3 に荷重計測装置の概要を示す．荷重計測には分力計（Y102-FX-100N）2 基を用い，これに捕捉工モデル（高さ h_c = 150.0 mm，幅 b_c = 290.0 mm，捕捉工間隔 w_c = 40.0 mm，鋼管径 D = 10.0 mm）を懸架して取り付けた．固定は，直径 6.0 mm の鋼材を，捕捉工モデルに溶接した内径 6.0 mm の中空円柱に通し，上下からナットで締結する方法とした．部材には，十分に剛性を有する鉄筋を用いた．流木群を生成のため，荷重計測装置から上流 3.4 m の位置にゲートを設置した．ゲート内に流木モデルを無作為に投入し，一定流量を供給した状態で一挙にゲートを開放することで流木群を流下させた．荷重はサンプリング周波数 200 Hz で計測し，100 Hz のローパスフィルタを適用した．流木モデル（長さ l = 180.0 mm，直径 d = 6.0 mm）には，加工性と強度のバランスに優れるラミン材を用いた．

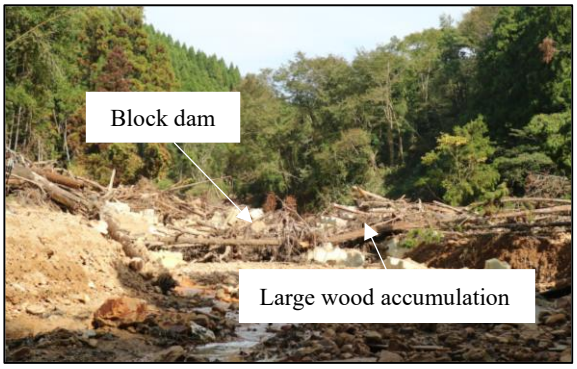


Fig.1 Destruction of emergency countermeasures (R6.10.18 Photograph)

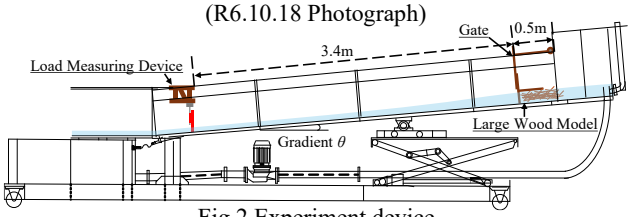


Fig.2 Experiment device



Fig.3 Measuring experiment

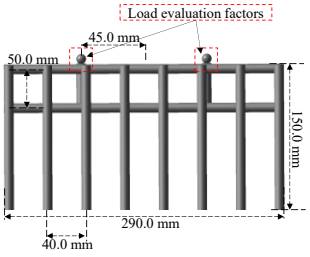


Fig.4 Measuring experiment Analysis model

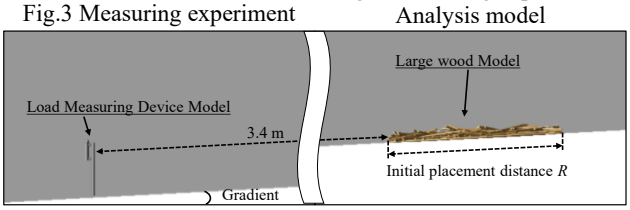
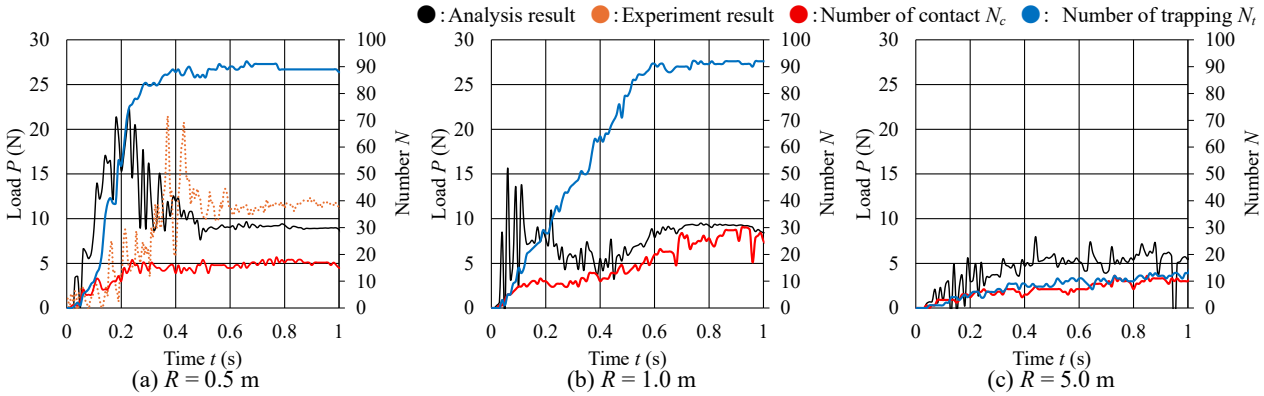


Fig.5 Analysis situation

３．解析の概要

本解析では，実験条件（勾配 θ = 3°，流量 Q = 4.7 L/s，流

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) R = 0.5 m (b) R = 1.0 m (c) R = 5.0 m

Fig.6 Analysis result (n = 100)

木本数 n = 100）を対象とした．Fig.4 に荷重計測装置の解析モデルを示す．流木捕捉工モデルは円柱形要素により構築し，分力計は 2 個の球形要素で表現した．円柱形要素端部と球形要素はばね要素で連結し，ばねの変化量から作用荷重を算出した．Fig.5 に解析状況を示す．実験と同様に下流部に荷重計測装置を設置し，その上流 3.4 m の位置に流木モデルを無作為に配置した．このとき，初期配置距離 R と定義する．流木モデルは円柱形要素で表現し，配置には落下法を用いた．水路は平面要素を用いて再現した．流水の影響は流速分布モデル [3]を用いて考慮し，流木モデルに直接速度を付与することで表現した．流速分布モデルに必要な水深および流速の条件は，実験結果に基づいて決定した．さらに，要素間のばね係数は，実験で使用したラミン材の物性値に基づき設定した．

4．解析結果

ここでは，初期配置距離 R = 0.5 m，1.0 m，5.0 m の条件で行った．解析結果を Fig.6 に示す．まず，Fig.6(a)の荷重ー時間関係に着目すると，最大衝突荷重は実験で P = 21.5 N，解析で P = 22.2 N となり，本解析手法により最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることが確認された．一方，荷重発生から最大衝突荷重に至るまでの時間 Δt は，実験で Δt = 0.37 [s]，解析で Δt = 0.20 [s]と，解析の方が短い傾向を示した．これは，解析において流木群内部の姿勢変化や相互干渉のばらつきが実験より小さく評価され，群としての緩衝効果が十分に再現されていないためと考えられる．ただし，全体的な荷重遷移の傾向は概ね実験を模擬できている．次に，初期配置距離 R の影響を比較すると，R が大きくなるほど流木群密度が低下し，Fig.6(c)に示すように明確な最大衝突荷重が発生しにくくなることが確認された．

ここで，捕捉工に対する流木の接触・捕捉状況に着目する．捕捉工に直接接触した本数を接触本数 N_c，捕捉工から上流側 0.5 m の範囲に存在し，かつ流木の流下速度が $v_f \leqq$ 0.3 m/s の流木本数を捕捉本数 N_t と定義する．時系列変化を見ると，N_c の遷移傾向自体は各条件で類似しているが，t = 1.0 [s]において Fig.6(a)で N_c = 14，Fig.6(b)で N_c = 25，Fig.6(c)で N_c = 10 と差異が生じた．これは，捕捉状況は衝突形状や群密度の違いが接触状態に影響を及ぼしていることを示す．最大衝突荷重時における接触本数 N_c と捕捉本数 N_t の関係を見ると，Fig.6(a)では N_c = 15，N_t = 75 と多数の流木が短時間で群として捕捉工に衝突しているのに対し，Fig.6(b)では N_c = 5，N_t = 5 と個々の流木がほぼ同時に衝突する状態となっている．この結果は，初期配置距離 R に起因する流木群密度の違いが衝突メカニズムを大きく変化させることがわかる．密度が大きい場合には，複数の流木が群として衝突するため，急激な荷重増加と大きな最大衝突荷重が発生する．一方，密度が低い場合には流木が個別に衝突するため群効果が弱まり，明確な最大衝突荷重は生じにくい．

以上の結果より，衝突時の流木群密度が最大衝突荷重の発生およびその大きさを支配する主要因である可能性が示唆された．すなわち，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とでは荷重発生メカニズムが本質的に異なり，これが最大衝突荷重の有無およびその規模に直接影響を及ぼすと考えられる．したがって，流木群密度を適切に評価することが，捕捉工の動的荷重評価において重要であると考えられる．

5．結　言

本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群による衝突荷重の発生メカニズムを力学的観点から検討した．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群の形成状態が荷重ピークを増幅させる機構について解析的に整理した．得られた主な成果を以下に示す．

1) 解析により，流木群の最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることを確認し，本解析手法が流木群荷重評価に有効であることを示した．

2) 初期配置距離 R の増加に伴い，衝突時の流木群密度が低下し，最大衝突荷重が減少すること，さらに明確な荷重ピークが発生しない条件が存在することを明らかにした．

3) 最大衝突荷重は，衝突時の流木群密度および同時接触本数に強く依存することを示し，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とで荷重発生メカニズムが本質的に異なることを示した．

以上より，流木群の密度特性および同時接触状態を適切に評価することが，捕捉工に作用する動的衝突荷重の合理的評価において重要であることが示唆された．

参考文献

1) 秋田寛己，今泉文寿，中谷洋明，堤大三：過去 40 年程度の主要流木災害における発生流木量の傾向について，令和 5 年度砂防学会研究発表会概要集, pp.613-614, 2023.

2) 竜川太志，堀口俊行：流木捕捉工による流木群の作用荷重に関する実験的検討，構造工学論文集, Vol.71A, pp.817-827，2025.

3) 香月智，渋谷一，大隅久，國領ひろし，石川信隆：個別要素法による透過型佐生堰堤の流木混じり土石流捕捉解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.69，No.1，pp.16-29，2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

SPH-Based Simulation of Slope Failure
Incorporating Heterogeneous Geology and Discontinuity Surfaces
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沼田　尚也（法政大・デザイン工）　　酒井　久和（法政大・デザイン工）
Naoya NUMATA, Hosei University
Hisakazu SAKAI, Hosei University
E-mail: naoya.numata.6v@stu.hosei.ac.jp

This paper proposes an SPH-based framework for seismic natural-slope failure simulation. We propose two methods: one is an internal force divergence formula handling layer boundaries with different densities and stiffnesses, and another is a technique to generate discontinuity surfaces caused by tension cracks. Results of dead-weight analysis suggest that the proposed divergence formula mitigates analytical errors. Furthermore, in the seismic slope failure simulation, the proposed discontinuity SPH model can reproduce failure behavior with tension cracks and displacement of the surface layer. These results partially support the proposed methods that work as tools to analyze slope failure with tension cracks.

1. はじめに

地震時の斜面の挙動と崩壊土砂の流動距離を推定する数値解析手法として，弾塑性構成則を導入したSPH法[1)]や地盤を弾塑性体から流体に相変化させるSPH法[2)]の適用性が検討されている．これらの研究は，SPH法の流動を伴う地盤材料の大変形解析手法としての有用性を示している．

一方，一般的なSPH法の内力及び内力の発散の計算式は，密度や剛性の異なる複数の地質で構成される自然斜面の層境界を十分に考慮できていないと考えられる．また，斜面崩壊は引張亀裂を伴う場合があるため，リスク評価において，引張亀裂による不連続面の考慮が必要だと考えられる．

本研究では，弾塑性SPH法を地震による自然斜面の崩壊挙動の解析に適用することを目的に，密度や剛性が異なる複数の地質を対象とする内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮したモデルを提案する．提案手法を導入したSPH法を引張亀裂が生じる斜面崩壊の再現解析に適用することで，手法の有用性を検証した．

2. 解析手法の概要

2.1 SPH法による固体解析

減衰を含む固体の運動方程式は，式(1)で表される．ここで，$\boldsymbol{c}$ は減衰力により低減される加速度，$\boldsymbol{b}$ は物体力及び慣性力による加速度を表す．本研究では，式(1)の $\boldsymbol{c}$ にRayleigh減衰を適用するため，小野[1)]が提案する手法を用いた．

SPH法の固体解析では，内力の発散を式(2)の右辺第一項の近似式（和モデル[3)]）で評価することが多い．ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル，m は質量，ρ は密度，W はkernel関数を表す．また，$\boldsymbol{C}$ は数値安定性のために導入される人工的な斥力項であり，本研究では人工粘性と人工応力の和を表す．

$$\frac{d\boldsymbol{v}^i}{dt} = -\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i} - \boldsymbol{c}^i + \boldsymbol{b}^i \tag{1}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \sum_j m^j\left\{\frac{\boldsymbol{\sigma}^i}{(\rho^i)^2}+\frac{\boldsymbol{\sigma}^j}{(\rho^j)^2}\right\}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{2}$$

2.2 提案手法の内力の発散の計算

式(2)による内力の発散の計算式は，粒子間に生じる力が作用反作用を満たし，正圧領域での計算が安定する一方で，負圧領域での計算で数値不安定性を誘起することが指摘されている[3)]．加えて，密度が異なる材料を用いた解析に適用した場合に，計算結果が振動することがある（Fig.2参照）．

自然斜面は密度や剛性の異なる複数の材料で構成されており，引張亀裂を考慮する場合は引張応力下の計算を安定させる必要があると考えられる．そこで，本研究では，佐伯ら[3)]が提案する差モデル型の式を内力の発散の計算に適用することを試みた．加えて，楯岡ら[4)]の提案する弾性体の緩和計算式を用いて，密度や剛性が異なる層境界での計算の安定化を図った．式(3)，(4)は，それぞれ緩和計算式を適用した差モデル，和モデルによる内力の発散の評価式である．ここで，$\boldsymbol{L}$ はkernel関数の勾配の修正行列である[3)]．

しかし，式(3)を適用した固体解析では，粒子密度が希薄な自由表面近傍で数値異常が発生し，安定した解析を実行できなかった．このため，本研究では，通常の粒子に対しては式(3)（差モデル），自由表面粒子に対しては式(4)（和モデル）を内力の発散の計算に使用する方針とした．

また，ひずみ速度 $d\varepsilon/dt$ 及び応力速度 $d\sigma/dt$ の計算には，楯岡ら[4)]が提案する弾性体の緩和計算式に修正行列 $\boldsymbol{L}$ を適用した式(5)，(6)を使用する．ここで，添字 α,β は座標方向を表し，G はせん断弾性係数，K は体積弾性係数，δ はクロネッカーのデルタ関数，$d\varepsilon_{\gamma\gamma}= d\varepsilon_{xx}+d\varepsilon_{yy}+d\varepsilon_{zz}$ である．

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^j}\frac{\boldsymbol{\sigma}^j-\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i+\rho^j}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{3}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^i\rho^j}\left(\frac{\rho^j\boldsymbol{\sigma}^i+\rho^i\boldsymbol{\sigma}^j}{\rho^i+\rho^j}\right)\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{4}$$

$$\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{m^j}{\rho^j}\left\{\left(v^j_\alpha-v^i_\alpha\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta}+\left(v^j_\beta-v^i_\beta\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\alpha}\right\} \tag{5}$$

$$\frac{d\sigma^i_{\alpha\beta}}{dt} = 2\sum_j\frac{K^iK^j}{K^i+K^j}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}+\frac{2G^iG^j}{G^i+G^j}\left(\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt}-\frac{1}{3}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}\delta_{\alpha\beta}\right) \tag{6}$$

3. 不連続面の発生を考慮したモデル

3.1 自由表面及び不連続面粒子の探査

固体の自由表面及び不連続面の探査には，粒子法による流体解析で用いられる自由表面探査の手法を援用する．本研究では，Marroneら[5)]の方法を参考に，修正行列 $\boldsymbol{L}$ の最小固有値が閾値以下であり，自由表面探査領域（Fig.1参照）に他の粒子が存在しない粒子を自由表面粒子とした．ここで，自由表面粒子とその不連続領域（Fig.1参照）に存在する粒子同士を不連続粒子のペアとして設定し，以降はSPH法による連続体の近似計算ではなく，接触の計算を行う．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2 不連続面における接触の計算

粒子同士の接触の計算は，球形 DEM と同様の線形ばね-ダッシュポット-スライダーによるモデルを適用した．ただし，粒子の回転運動は考慮していない．本研究では，ばね係数を Hertz-Mindlin モデルを基に設定し，ダッシュポットに Rayleigh 減衰を適用した．摩擦定数は，接触する粒子同士の内部摩擦角の平均値（上限 35.0 deg.）を設定した．

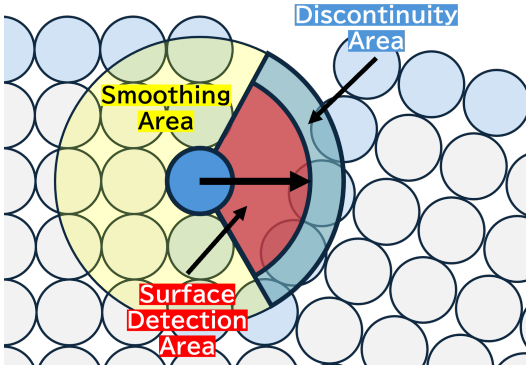


Fig.1 Sketch of Free surface and Discontinuity Detection

4. 提案手法を用いた地震による斜面崩壊解析

提案手法を用いて，篠田ら [6]の地震による斜面崩壊実験の再現解析を実施した．解析に用いた SPH モデルの物性値を Table.1 に示す．境界条件は，底面を固定，側方を鉛直ローラーとし，崩壊発生時の地震動（Fig.4 参照）を慣性力として入力した．ここでは，弱層の傾斜角を 45° とした滑落型崩壊の実験を対象とする再現解析の結果を示す．

Fig.2 に，一般的な SPH 法と提案手法による自重解析終了後の鉛直応力分布の比較を示す．提案手法を用いることで，一般的な SPH 法で発生した材料境界での応力の振動が抑制され，安定した初期応力状態を得られたことが分かる．

Fig.3 に斜面崩壊解析のスナップショット，Fig.4 に着目点（Fig.3 参照）における変位と水平方向加速度の時刻歴を示す．Fig.3，Fig.4 より，引張亀裂が生じ法肩の弱層が自立する挙動と，表層が急速に滑落する崩壊挙動を定性的に再現できたことが分かる．また，解析終了時の変位（約 0.58 m）と実験の変位（約 0.55 m）は概ね一致している．一方，実験で確認された滑落開始後に水平方向の加速度が 0 に近づく挙動の再現性は低い．これは，不連続面の粒子の接触の計算において，地盤の塑性変形に伴う履歴減衰を十分に表現できていないことが要因だと考えられる．

5. まとめ

本研究では，複数の地盤材料を考慮した内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮した SPH 法のモデルを提案し，地震による斜面崩壊の解析に適用した．その結果，提案手法の亀裂を伴う斜面崩壊に対する適用可能性が確認できた．今後は，不連続面の粒子の計算について，剛体回転と適切な履歴減衰の表現手法を導入し，進行性の斜面崩壊の表現性についても検証を行う予定である．

参考文献

1) 小野祐輔: SPH 法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.69, No.4（地震工学論文集第 32 巻），pp.650-660, 2013.
2) D. S. Morikawa, M. Asai: A phase-change approach to landslide simulations: Coupling finite strain elastoplastic TLSPH with non-Newtonian IISPH, *Computers and Geotechnics*, Vol.148, pp.104815, 2022.
3) 佐伯勇輔，辻勲平，浅井光輝: 負圧を含む非圧縮性流体を対象とした SPH 法の圧力勾配モデルの原点回帰，土木学会論文集, Vol.79, No.15, 22-15023, 2023.
4) 楯岡将規，小原治樹，小山彰規，釣谷航世，笹木亮: SPH 法による異種金属接合板の衝撃問題の解析，日本機械学会論文集（A 編），Vol.77, No.777, pp.834-842, 2011.
5) S. Marrone, A. Colagrossi, D. Le Touze, G. Graziani: Fast free-surface detection and level-set function definition in SPH solvers, *Journal of Computational Physics*, Vol.229, No.10, pp.3652-3663, 2010.
6) M. Shinoda, K. Watanabe, T. Sanagawa, K. Abe, H. Nakamura, T. Kawai, S. Nakamura: Dynamic behavior of slope models with various slope inclinations, *Soils and Foundations*, Vol.55, No.1, pp.127-142, 2015.

Table.1 Material Parameters (SPH model)

Layer	Density (kg/m^3)	Elastic modulus (kN/m^2)	Poisson's ratio	Cohesion (kN/m^2)	Friction angle (deg.)	Tensile Strength (kN/m^2)
Surface (mat. 1)	3000	8.200×10^4	0.330	107.4 (34.4)	0.0 (28.4)	26.85 (14.43)
Weak (mat. 2)	1767	5.637×10^4	0.214	2.9 (1.7)	39.5 (36.3)	2.460 (0.407)
Bedrock (mat. 3)	1890	1.000×10^5	0.267	280.5 (5.4)	57.3 (53.4)	—

※Peak state (Residual state)

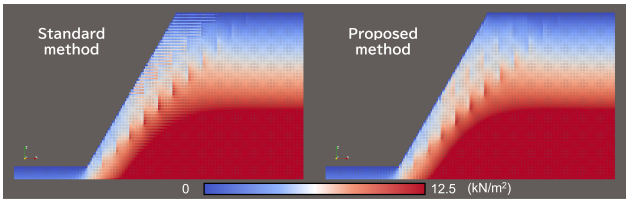


Fig.2 Comparison of Dead Weigh Analysis Results between Standard and Proposed Methods

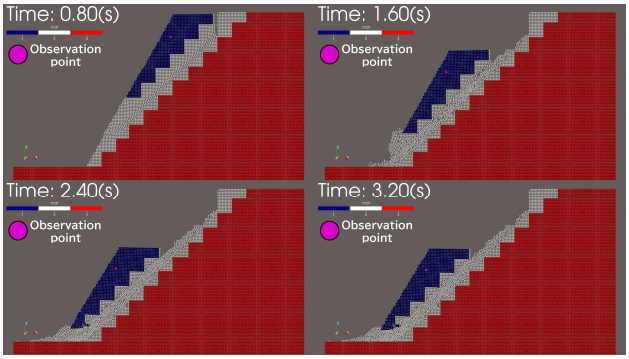


Fig.3 Snapshot of Slope Failure Analysis Result

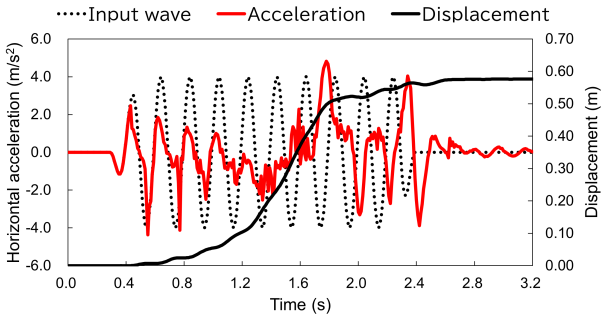


Fig.4 Time History of Displacement and Horizontal Acceleration Response at the Observation Point

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３次元 MPM-VOF の浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）
Applicability of three-dimensional MPM-VOF method for seepage failure analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

生頼　直樹（中電技術コンサルタント株式会社，京都大学・工）
橋本　涼太（京都大学・工）
Naoki ORAI, Chuden Engineering Consultants and Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
E-mail: orai@cecnet.co.jp

As a result of case study analysis of the 2011 Great East Japan Earthquake, it was shown that tsunami resistance of breakwater is effective in mitigating tsunami-induced damage at coastal area. Therefore, it is preferable to assess continuous deformation process from earthquake to tsunami for examination of tsunami countermeasure. Although computational methods which are capable to simulate three-dimensional flow field is essential for tsunami resistance evaluation, practical method was not available. As a potential solution, MPM-VOF has been proposed. However, previous studies have been limited to two-dimensional analyses, which poses a significant limitation for evaluating tsunami countermeasures where three-dimensional behaviors are predominant. In this study, two-dimensional MPM-VOF were expanded to three-dimensional MPM-VOF to address the issue. In following section, implementation of MPM-VOF method and example of calculation are presented.

１．はじめに

2011 年東日本大震災では，地震（特に液状化）および津波に対する防波堤の変形挙動の差異により，沿岸域の津波被害に差異が生じることが示された [1]．津波防災対策の検討においては地震～津波に至る変形挙動を一連で評価することが望ましいが，実用的な解析手法は確立されていない．

液状化や津波による洗掘に起因した地盤の大変形を表現しうる解析手法として，粒子と格子を併用した連続体の数値解析手法の一種である Material Point Method[2]（MPM）がある．MPM は当初，固体の大変形解析手法として提案されたが，その後，地盤を含む多孔質体の浸透－変形連成場でのボイリング解析[例えば 3]や河川堤防の越流侵食解析へと拡張されている．さらに近年では，河川堤防の決壊や土石流等への MPM の適用を目的として，界面追跡型数値流体解析法のひとつである Volume of Fluid（VOF）法と MPM とを弱連成させた 2 次元 MPM-VOF が著者の一人により提案された．MPM-VOF では，土骨格の運動を MPM，気液相の流体場を VOF 法により解析し，両者の計算結果を交互に弱連成することで，土骨格の変位場と気液相の流体場を解くことに成功している．したがって，MPM-VOF は，地震発生から津波に至る防波堤の一連の変形挙動を統合的に評価可能な解析手法としての可能性を有している．

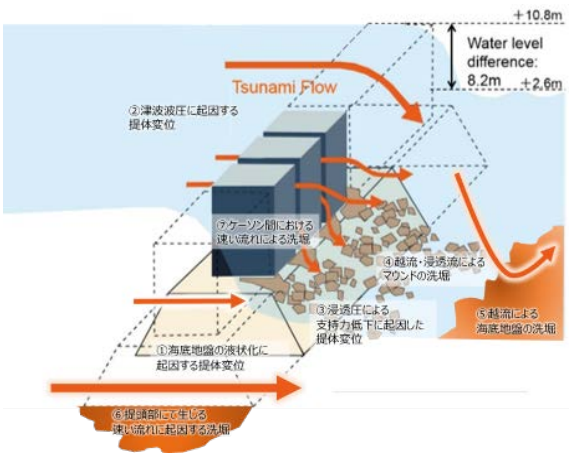


Fig. 1 Effect of flow field due to tsunami for ground [modified on 4)]

ただし，被災要因の分析結果を参照すると，3 次元流体場（例えば越流，目地部ジェット流，堤頭部の回折流れ）に起因する洗掘が被災の主要な要因であった [5]ことから，防波堤の耐津波性能の評価においては 3 次元流体場の解析が不可欠である．Fig.1 に防波堤周辺における 3 次元流体場の例を示す．しかしながら，既往の MPM-VOF での解析は 2 次元に限定されており，解析次元の観点からは，防波堤の耐津波性能を評価する手法として十分とはいえない．

そこで本研究では，3 次元流体場とそれに伴う地盤の安定性を評価することを目的として，既往の 2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．なお本稿では，津波越流の前段階である，港内外水位差に伴う浸透破壊解析への 3 次元 MPM-VOF の適用性について評価した．

以降にて MPM-VOF の手法，解析例を示す．

２．手法

2.1 飽和多孔質体の運動方程式

本研究で流体解析に用いる VOF 法では気液相両方を扱うが，地盤は飽和状態を仮定する．地盤を土粒子（固相）と間隙水（液相）からなる飽和多孔質体とみなしたとき，その運動方程式は式(1)のように表せる．

$$(1-n)\rho_S \ddot{\boldsymbol{u}}_S + n\rho_F \ddot{\boldsymbol{u}}_F = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}' - \nabla\cdot p_F\boldsymbol{I} + (1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}} + n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \qquad (1)$$

ここで変数上のドットは時間微分，バーは既知量を表し，下付き添え字の S は固相，F は気液相に関する変数であることを意味する．nは間隙率，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，ρは密度，$\boldsymbol{\sigma}'$は固相の有効応力テンソル（引張が正），p_L は液相の圧力，$\boldsymbol{I}$ は 2 階の単位テンソル，$\boldsymbol{b}$ は物体力ベクトルである．

2.2 気液相の運動方程式

本研究では格子法に基づく VOF 法により気液相の運動を解析する．液相の分布を計算格子の各セルに与える VOF 値 F で表し，流体の密度を$\rho_F = F\rho_L + (1-F)\rho_G$，粘性係数を$\mu_F = F\mu_L + (1-F)\mu_G$ で表し（ここで，下付き添え字 G は気相の変数を表す），単一の（Darcy）流速場 $\boldsymbol{v}'_F$ および圧力場 p_F で記述された Darcy-Brinkman 型の運動方程式（式(2)）と，連続式を支配方程式とする．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F'=-\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}}-\frac{1}{\rho_F}\boldsymbol{R} \quad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{R}$ は固相から受ける抗力ベクトルであり，本研究では Darcy 則を浸透破壊問題で想定される高レイノルズ数に拡張した式(3)に基づく相互作用力ベクトルを用いた．

$$\boldsymbol{R}=n\left\{\frac{\mu}{\rho_F\kappa}+\frac{\tilde{F}}{\sqrt{\kappa}}|\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s|\right\}(\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s) \quad (3)$$

ここで，κ は Kozeny-Carman 式を用いて間隙率より定まる固有透水係数，$\tilde{F}$は代表粒径を主な変数として定まる係数である．

式(2)は自由流体領域（$n=1$，$\kappa\to\infty$）では Navier-Stokes 方程式，多孔質体領域（$0<n<1$）で κ と流速が十分に小さい場合は Darcy 則に漸近する形式となっており，非圧縮粘性流体の多孔質体領域と流体領域を連続的に記述できる．

2.3 界面の移流方程式

界面を表現する VOF 値（$0\leqq F\leqq 1$）は，流体（気液相）の流速場の時間発展を計算した後，F 値の移流量を計算することで，界面の時間発展を追跡する．界面の移流方程式は式(4)のように表せる．

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla F=0 \quad (4)$$

2.4 計算方法

本研究では，土骨格の運動方程式は MPM により，気液相の運動方程式および連続式は VOF 法によりそれぞれ解く分離型解法を採用した．両手法の計算を交互に実行し，計算結果を相互に入力として与えることで，土骨格の変位場，流体の速度場・圧力場の時間発展を解析する．

MPM は，ラグランジュ的な粒子とオイラー的な背景計算格子を組み合わせたハイブリッド手法である．本手法では，連続体を有限個の物質点（粒子）で離散化し，各粒子が局所的な質量，速度，応力などの物理量を保持する．さらに，全粒子を覆う背景計算格子を設け，各粒子を格子のセル間をまたいで移動可能な積分点として，式(1)の弱形式を格子上で解く．なお，今回粒子は固相の変数のみを輸送し，式(1)の液相に関する変数には VOF 法で計算されたセル値を使用する．

VOF 法については，空間離散化に有限差分法を使用し，流速と圧力の計算はフラクショナル・ステップ法で半陰的に行う．式(3)の移流項には有理関数 CIP 法，粘性項と圧力勾配項には中心差分を使用し，VOF 値の移流は，界面の再構築法に WLIC 法 [6]を採用したドナー・アクセプター法で代数的に計算する．

2.5 計算手順

時間増分ごとの各ステップではまず，MPM の粒子の配置に基づき，間隙率の空間分布を計算する．この分布を VOF 法への入力とし，速度場および圧力場を分離して解くフラクショナル・ステップ法にて移流項，粘性項，重力項，抗力項の順に計算した後，連続式を満足するよう圧力のポアソン方程式を解き，圧力勾配項を計算する．最後に，得られた流速場から VOF 値の移流計算を行う．そして，得られた流速や圧力，VOF 値の分布を使いながら，MPM で土骨格の変形を解く，というのが 1 ステップの流れである．

以上の手順を所定のステップ数に亘り繰り返す．

3．解析例

浸透破壊解析に対する本解析手法の適用性を評価するため，検証解析として U 型水槽におけるボイリング問題の解析を実施した．Fig.2 にモデル図を示す．セルは 0.01m の等方格子とし，通水幅は 10 セル，奥行は 1 セルとし，中央部に幅 4 セルの不透水領域を設けた．左側水槽に MPM 粒子を配置し，間隙率 0.4，乾燥密度 1.62 g/cm^3，ヤング率 1.0 $\times10^4$ kPa，内部摩擦角 30°，粘着力 0 kPa，Kozeny-Carman 式に与える代表粒径 2 mm とした．固相の境界条件について，下端部節点は完全固定，側壁部節点は鉛直ローラーとした。気液相は水槽の初期水位より上方の左側側壁は流出境界としたうえで，右側水槽へ徐々に注水して水頭差を拡大させ，ボイリングを誘発した．

Fig.3 にボイリング発生直後の様子を示す．限界水頭差の理論値 2.02m に対し，本計算での限界水頭差は 2.0m と概ね一致したことから，本計算は妥当であることを確認した．

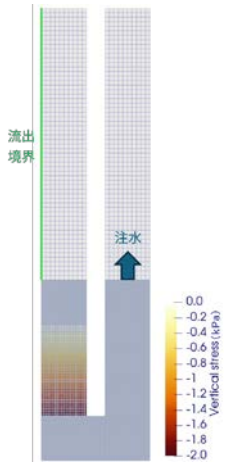


Fig. 2 Model setup

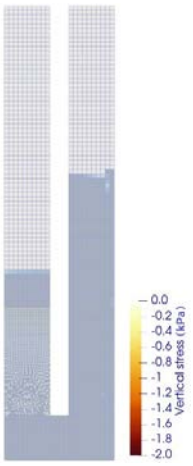


Fig. 3 Result

4．おわりに

本研究では，防波堤の地震から津波に至る耐津波性能を一連で評価する手法の構築を目的とし，2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．今後本手法の適用可能範囲を津波越流，洗堀問題へと拡張し，津波防災対策の高度化への貢献を目指す．

参考文献

1) 国土交通省　港湾局：防波堤の耐津波設計ガイドライン，2013.
2) Sulsky, D.ほか: A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 118, No. 1-2, pp. 179-196, 1994.
3) 上園浩志・橋本涼太：飽和地盤の浸透破壊問題のための MPM-FDM 連成解析, 地盤工学ジャーナル, Vol.19, No.1，pp. 57-68，2024.
4) Kazama, M.ほか: The geotechnical issues of the damage caused by the great east Japan disaster and reconstruction for the Tohoku region, The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 2, Issue 32, 2015.
5) 有川太郎ほか：釜石湾港防波堤の津波による被災メカニズムの検討-水特性を中心とした第一報-，港湾空港技術研究所資料，No.1251，2012.
6) Yokoi, K.: Efficient implementation of TINC scheme: A simple and practical smoothed VOF algorithm, Journal of Computational Physics, Vol. 226, Issue 2, 2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

下負荷面モデルを導入した RBSM による 金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis of the Stacked Element Test for Hexagonal Metal Bars Using RBSM with a Subloading Surface Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　滉一郎（法政大院・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Koichiro YAMADA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: koichiro.yamada.6x@stu.hosei.ac.jp

To establish a seismic resistance evaluation method for discontinuous rock mass, experimental and numerical studies using stacked models of hexagonal bars have been conducted. Previous research has identified challenges in setting constitutive models, with a tendency to overestimate initial stiffness. In this study, a subloading surface model, which enables a smooth representation of elastoplastic transitions, was introduced into the RBSM considering geometric nonlinearity to reproduce element tests. The results demonstrated that the stiff degradation behavior observed after loading in the experiments can be accurately reproduced.

1. はじめに

長大橋や原子力発電所等の重要構造物は，構造物そのものの耐震性は当然のことながら，基礎岩盤や隣接斜面においても耐震性評価を実施することが不可欠である．近年，重要構造物周辺の不連続性岩盤斜面を対象とした地震時安定性評価が進められており，すべり破壊に限らず転倒や崩落などの複数の崩壊モードを想定した検討が注目されているが，それらを統一的に評価できる手法は十分に確立されていない．そこで，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG では，不連続性岩盤の地震時挙動を解明するため，金属六角棒を積み上げた斜面模型の加振実験と数値解析を実施してきた [1]．

著者らは WG の一環として，金属六角棒の室内要素試験および積層斜面模型の動的挙動について，剛体バネモデル（RBSM）を用いて評価を実施してきた [2]．その結果，要素レベルから材料パラメータを再同定することにより，斜面模型の崩壊モード等を概ね再現できたが，要素試験の定量的な再現に課題を残す結果となった．特に，拘束圧の変化に伴う初期弾性係数の不連続性の再現について，新たな構成モデルの開発が必要であることが示唆された．

前述の課題を解決できる構成モデルとして下負荷面モデルが挙げられる．下負荷面モデルとは，Hashiguchi[3]により提案された非線形の材料モデルであり，降伏関数に新たな変数である正規降伏比Rを導入するだけで弾性域から塑性域への滑らかな遷移を表現することが可能となる．そこで本研究では，上記問題の解明のための基礎検討として，幾何学的非線形性を考慮した RBSM に下負荷面モデルを導入し，金属六角棒の室内要素試験の再現を試みた．

2. 解析手法の概要

(1) 幾何学的非線形性を考慮した RBSM

RBSM とは，Fig.1 に示すように，対象を剛体要素と，それらをつなぐ複数個のバネの集合体としてモデル化する手法である．要素間に分布するバネに非線形構成モデルを導入することで，ひび割れ，すべり等の不連続挙動を簡便に表現することができる．本研究では，RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目して新たに開発した，幾何学的非線形性を考慮した手法を用いた [4]．

(2) 本研究で使用する下負荷面モデルの概要

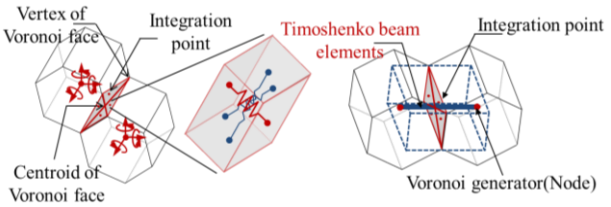


Fig. 1 RBSM overview

本研究では，バネに導入する構成モデルとして，陰的応力更新法を用いた弾塑性構成則の考え方を適用し，下負荷面モデルを導入して新たに開発した RBSM の構成モデル（以下，提案モデル）を用いて検討解析を実施した．ここでは，新たに開発した提案モデルについて説明する．

前節で示したように，RBSM では，各バネの応力およびひずみは次式のように 3 成分のベクトルで表現することができる．

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma, \tau_1, \tau_2)^T \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon, \gamma_1, \gamma_2)^T \tag{2}$$

ここで，σおよびεは，垂直バネの応力およびひずみであり，τ_1, τ_2およびγ_1, γ_2は，それぞれ 2 つのせん断バネの応力およびひずみである．バネの応力$\boldsymbol{\sigma}$およびバネのひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$は，以下の弾性構成則が成り立つとする．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{C}$は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}_p$はバネのひずみの塑性ひずみ成分である．次に，本研究で用いる降伏関数Φは Drucker-Prager 型の弾塑性構成則に基づいており，以下のように定義する．

$$\Phi(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + \eta(\bar{\varepsilon}_p) \cdot \sigma - c \tag{4}$$

ここで，$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$，$\bar{\varepsilon}_p$は相当塑性ひずみ，$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は硬化関数である．ここで，降伏関数$\Phi$に正規降伏比$R$を導入することで，下負荷面モデルを前提とする降伏関数Φ_{sub}を再定義する．

$$\Phi_{sub}(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + R(\eta(\bar{\varepsilon}^p) \cdot \sigma - c) \tag{5}$$

正規降伏比については，正規降伏比Rを用いた関数$U(R)$による発展則によって規定できる．

$$\dot{R} = \dot{\gamma} U(R) \tag{6}$$

$$U(R) = u \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\langle R - R_e \rangle}{1 - R_e}\right) \tag{7}$$

ここで，$\langle x \rangle$は Macaulay の括弧である．（$\langle x \rangle = \max(x, 0)$）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，R_eは弾性限，uは正規降伏面への接近速度を規定する下負荷面パラメータである．

硬化関数$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は，等方線形硬化に基づいており，以下のように表すことができる．

$$\eta(\bar{\varepsilon}_p) = \tan\varphi + \kappa\bar{\varepsilon}_p \tag{8}$$

累積塑性ひずみについては，以下のように塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いた発展則によって与えられる．

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \tag{9}$$

ここで，$\dot{\varepsilon}^p$は塑性ひずみ速度である．流れ則は，非関連流れ則に従うものとし，塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いて，以下のように表すことができる．

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{10}$$

$$\Psi(\bar{\tau},\sigma) = \bar{\tau} + \bar{\eta}\cdot\sigma \tag{11}$$

ここで，$\bar{\eta} = \tan\psi$であり，ψはダイラタンシー角である．提案モデルでは，上記の(1)～(11)式について，井口ら[5]が提案しているリターンマッピング法を用いて，陰的に応力積分を実行した．

3. 岩盤を模擬した金属六角棒要素試験の再現解析

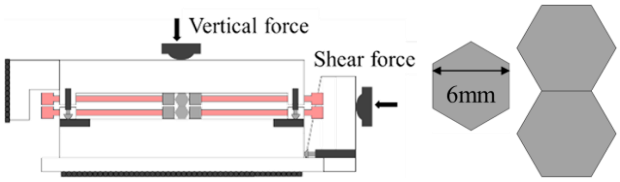
Fig. 2に既往の金属六角棒の室内要素試験の概要および解析モデルを示す．対辺6mmの六角棒要素を上下2段で配置し，所定の垂直応力になるように荷重制御で載荷後，垂直応力を一定としながら変位制御でせん断力を載荷した．垂直応力は，実験と同様に，σ_n=0.05，0.1および0.4MPaの3ケースで解析を実施した．試験方法の詳細は参考文献[1]を参照されたい．

Fig. 3 に解析により得られたせん断応力―せん断変位関係を示す．ここで，図中の Exp.は実験結果，DP は下負荷面を導入していないモデル（以下，従来モデル），sub は提案モデルを示している．(a)より，提案モデルでは，従来モデルでは再現することができなかった，実験で観測されている，初期の弾性係数の不連続性を再現可能であることが確認できる．また，(b)より，従来モデルでは，直線的な弾性挙動を示すことから，降伏までの剛性を過大に評価しているが，提案モデルでは，載荷直後から生じる剛性の低下を精度よく再現できており，実験と比較的近い挙動を示していることが確認できる．

一方で，高拘束圧下における弾性域の範囲や，低拘束圧下における最大応力の再現には課題を残す結果となった．理由として，線形の降伏関数であることや，弾性限R_eを一定として使用していることが挙げられる．実験の応答を再現するためには，非線形の降伏関数を適用し，かつ，下負荷面モデルにおける弾性限R_eに拘束圧依存性を導入する必要があると考えられ，今後検討する予定である．

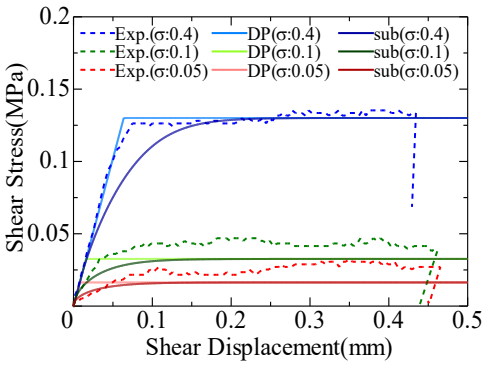
4. おわりに

本研究では，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG で実施された金属六角棒の積層模型の要素試験の検討解析の実施，および最終的には不連続性岩盤を対象とした数値解析手法の確立を目的として，下負荷面モデルを導入した拡張 RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析を実施した．検討の結果，下負荷面を導入した提案モデルでは，実験において観測された載荷直後の剛性の低下を再現でき，従来モデルの課題であった初期剛性の過大評価を改善できることを示した．今後は，非線形の降伏関数の適用や弾性限R_eへの拘束圧依存性の導入を実施し，更なる検討を進める予定である．

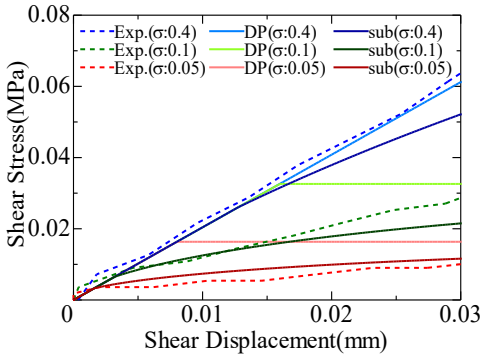


(a) Test overview (b) Analysis model

Fig. 2 Analysis overview



(a) Shear stress-displacement



(b) Comparison of initial stiffness

Fig. 3 Analysis results

謝辞：本研究を遂行するにあたり，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学委員会に関する研究小委員会斜面耐震 WG の皆様には，多大なご協力を賜った．ここに記して感謝の意を示す．

参考文献

1) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 3 フェーズ研究成果報告書，2022.
2) 山田滉一郎，木村管杜，山本佳士：拡張 RBSM による不連続性岩盤を模擬した斜面模型の動的崩壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.82，No.15，2026.
3) Hashiguchi, K.: Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Elastic-Plastic Transition, Journal of Applied Mechanics (ASME), Vol.47, pp.266-272, 1980.
4) 菊池綾嶺，中村亙，山本佳士：接触挙動を考慮した RBSM によるコンクリート構造のひび割れ進展・倒壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.80，No.15，2024.
5) 井口拓哉，福田達也，山川優樹，池田清宏，橋口公一：弾性予測子／リターンマッピングによる拡張下負荷面モデルの応力計算における負荷判定法の改良，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.73，No.2，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる 3 次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

Improvement of 3D discontinuous deformation analysis incorporating an implicit integration algorithm of friction law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

下方　淳（大成建設）　　橋本　涼太（京都大・工）*
Atsushi SHIMOKATA, Taisei Corporation
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
*E-mail: hashimoto.ryota.6e@kyoto-u.ac.jp

Estimation of seismic behavior of rock slopes adjacent to an important infrastructure has attracted increasing attention, and Discontinuous Deformation Analysis (DDA) is a promising approach because it can represent block interactions and post-failure motion. However, conventional DDA is sensitive to contact penalty parameters, and accurate prediction of sliding becomes difficult. In this study, to improve accuracy and reduce dependence on parameter tuning, a fully implicit three-dimensional DDA is developed by introducing a return-mapping-based implicit friction update combined with Newton–Raphson iteration. The proposed method is validated through direct shear, dynamic sliding, and slope-sliding benchmarks, confirming stable satisfaction of frictional strength and good agreement with theoretical solutions.

１．はじめに

従来，岩盤斜面の地震時安定性は，有限要素法による等価線形解析で得られた応力状態から算出した安全率に基づく崩壊の有無を判定している [1]しかし，この方法は入力地震動の増大に伴い，過大に安全で不経済な設計となり得る．また，近年では崩壊後の岩塊が構造物に衝突する危険性を考慮し，斜面の残留変位や崩壊した岩塊の動的挙動を評価することが求められている [2]．

本研究ではこれらを考慮することの出来る不連続解析手法のひとつである，不連続変形法（Discontinuous Deformation Analysis：DDA）[3]に着目した．DDA では接触をペナルティ法で処理しているが，適切なペナルティ係数の設定が難しいという課題がある．先行研究では不連続面に作用するせん断力の更新方法に着目し，従来手法では摩擦強度に対してせん断力の超過が生じることを指摘し(Fig. 1)，そのような超過が生じないように摩擦構成則の陰的積分アルゴリズム導入し高精度化に成功した [4]．

そこで本研究では同様の考え方を実問題への適用にあたって欠かせない 3 次元に拡張し，摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムを導入した 3 次元完全陰的 DDA を提案する．例題解析を実施し，提案手法の妥当性と適用性を評価した．

２．摩擦構成則の陰的積分を導入した 3 次元不連続変形法

提案手法ではせん断力の超過を防ぐリターン・マッピングを導入するとともに，このアルゴリズムで生じる残差による解消のため非線形方程式の解法として Newton-Raphson 法による収束計算を導入した．その際，反復過程での残差の二次収束性を保証するため，Newton-Raphson 法に整合するよう方程式を未知数である変位に関して線形化する必要がある．今，系の時刻mの状態が既知で，$m+1$での状態を求めるとして，変位$\boldsymbol{u}$に関する線形化方程式を仮想仕事の原理から以下のように求められる．

$$\sum_{i=1}^{n} {}^{m}G_i^{\mathrm{ext,int}} + {}^{m}G_{jk}^{c} + \sum_{i=1}^{n} \Delta G_i^{\mathrm{ext,int}} + \Delta G_{jk}^{c} = 0 \quad (1)$$

上式を解くことで挙動を計算している．$G_i^{\mathrm{ext,int}}$はブロックiの内力と外力による仮想仕事，G_{jk}^{c}はブロックjとkの接触力による仮想仕事を表す．このとき接触力による仮想仕事の線形化ΔG_{jk}^{c}は次式で計算される．

$$\Delta G_{jk}^{c} = \int_{\Gamma_{jk}} \Delta t_N \delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} t_N \Delta\delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \Delta \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma \quad (2)$$

ただし，t_N: 接触力の法線成分，$\boldsymbol{t}_S$: 接触力の接線成分ベクトル，g_N: 負の法線ギャップ，$\boldsymbol{g}_S$: せん断変位ベクトルである．2 次元では接触力の接線成分，せん断変位はスカラー量となり，仮想仕事の線形化項はすべてスカラーの積で表されるのに対し，3 次元ではせん断方向の仮想仕事の線形化項は力と変位の内積で表される．その結果，滑動状態では接線方向の力に貫入量とせん断変位の単位ベクトルの積が現れるため，せん断方向が変化することに関する 3 次元解析特有の線形化項が生じる．また，右辺第 2，4 項は従来の 3 次元 DDA では考慮されていない項である．

線形化方程式から剛性方程式を導出するための空間離散化は，従来の DDA と同様に物体形状を多面体ブロックにした上で，応力・ひずみが均一であると仮定し，重心の変位，回転量，ひずみ成分を変位変数として内部の変位場を近似する．また，接触処理はせん断変位量の簡素化のため，従来では考慮されている辺－辺接触処理をせず，任意の面を三角形分割した面と頂点との組み合わせで点－面接触処理を行う．

３．提案手法の妥当性検証解析

提案手法の妥当性を確認するため，一面せん断解析，動的滑り解析，斜面すべり解析の 3 例題を実施し，摩擦強度の満足性，動的応答の再現性，並びに滑動方向変化を伴う 3 次元滑りへの適用性を検証した．

(1)　一面せん断解析

摩擦強度を精緻に表現できているかを確認するために底面 2 m×2 m, 高さ 0.5 m, 単位体積重量 28.0 kN/m^3, 静止摩擦角 40°, の直方体ブロックを対象に一面せん断解析を実施した．接触ペナルティ係数を 100 MN/m とし，強制変位 1 mm を変位分割ステップ数 20, 40, 200 に分けて 3 ケースを設定した．その結果，Fig. 2 に示すように，摩擦強度（46.98 kN）を超えるせん断力が生じず，摩擦強度が安定的に満足されることを確認した．

(2)　2 ブロック系の振動解析

動的な滑り挙動の再現精度に対する，解析パラメータで

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ある接触ペナルティ係数や時間刻みによる影響を確認するため，2 つの直方体ブロックからなる系(Fig. 3)を対象に，下段ブロックへ水平方向に正弦波形の強制変位を与え，上段ブロックの変位応答を理論解と比較した．接触ペナルティ係数は 1.0×10^4, $\times10^5$, $\times10^6$, $\times10^7$ kN/m の 4 ケースとした．時間刻みの細かい 0.001 s のとき，従来手法では条件によって発散や理論解からの乖離が生じたのに対し，提案手法では全ケースで理論解を精度よく再現した(Fig. 4)．また，時間刻みを 0.01 s と粗くした場合についても，提案手法では理論解を高精度に表現できた(Fig. 5)．以上より，提案手法は従来手法と比べて，ペナルティ係数や時間刻みが解析結果や計算の安定性に与える影響を軽減し，不連続面の動的摩擦挙動を高精度に表現可能である．

(3) 斜面滑り解析

滑動方向が変化する挙動に対する適用性を検証するため，3 次元の斜面上の滑り解析を実施した．対象は傾斜 30° の斜面上に直方体ブロックを設置したもので(Fig. 6)，直方体ブロックに水平方向の初速 0.5 m/s を与えたときの変位応答を計算した．斜面上の変位の時間変化を理論解と比較したところ，接触ペナルティ係数に依らず理論解を精度よく計算できた(Fig. 7)．提案手法は 3 次元滑り挙動を高精度に表現可能である．

4．まとめ

3 次元 DDA の高精度化を目的に，摩擦構成則のリターン･マッピングと Newton-Raphson 法を導入した提案手法では，3 つの例題解析を通して摩擦強度を精緻に表現していること，ブロック間の滑り変位の解析精度とパラメータ設定のロバスト性の向上，せん断方向の変化を伴う 3 次元斜面上の滑り挙動に対する適用性を確認した．

参考文献

1) 日本電気協会 原子力企画委員会：原子力発電所耐震設計基準指針，2016.
2) 土木学会 原子力土木委員会 地震安定性評価小委員会：原子力発電所の基礎地盤及び周辺斜面の安定性評価技術＜技術資料＞「2020 年度版」 原子力土木シリーズ 4，公益社団法人 土木学会，2021.
3) Shi, G. H. and Goodman, R. E.: Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, International Journal of Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol. 13, pp. 359-380, 1989.
4) Hashimoto, R. *et al.*: Improvement of discontinuous deformation analysis incorporating implicit updating scheme of friction and joint strength degradation, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 54, pp. 4329-4263, 2021.
5) Wu, W. *et al.*: Improved friction force calculation with an augmented open-close iteration formulation in discontinuous deformation analysis, Computers and Geotechnics, Vol. 130, p. 103932, 2021.

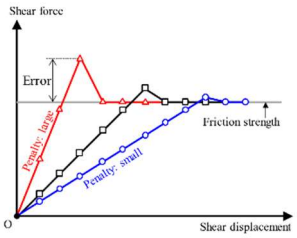


Fig. 1 Update of the friction force in the original DDA[4)]

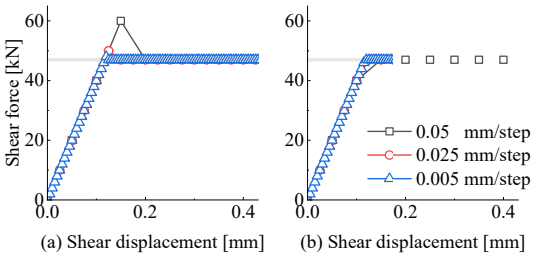


Fig. 2 Shear stress-displacement relation
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

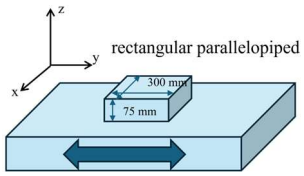


Fig. 3 Two-block vibration model

Fig. 4 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.001$ s
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

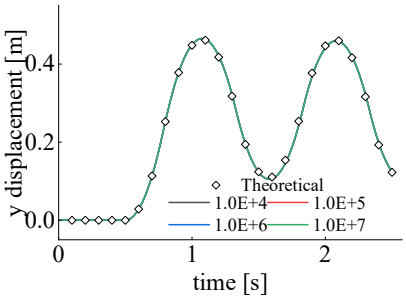


Fig. 5 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.01$ s

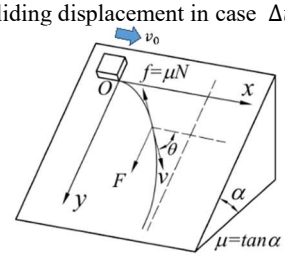


Fig. 6 Configuration of the 3D slide test [5)]

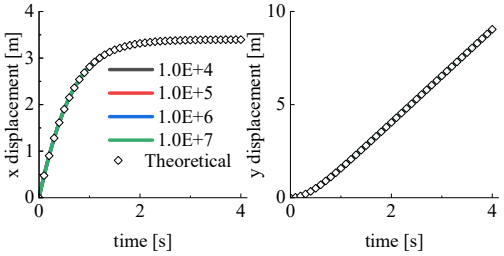


Fig.7 Displacement of blocks on slope

FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on impact resistance behavior of full-scale rockfall-protection soil embankment using the Finite Element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

瓦井　智貴（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　岸　徳光（室工大・理工）　前田　健一（名工大・工）
内藤　直人（豊橋技術科大・工）　中村　拓郎（寒地土研）　牛渡　裕二（構研エンジ）　柴田　蓮（室工大）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Kenichi MAEDA, Nagoya Institute of Technology
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
Takuro Nakamura, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Kentaro Suzuki, Koken Engineering
Ren SHIBATA, Muroran Institute of Technology
E-mail: kawarai@muroran-it.ac.jp

In this study, in order to investigate impact resistance behavior on a full-scale rockfall protection embankment, a three-dimensional elasto-plastic impact response analyses were carried out varying the energy, impact angle, and rotational component of the weight. From this study, the performance of a full-scale rockfall protection embankment in capturing falling rocks was confirmed.

１．はじめに

落石災害から道路交通網を守る落石防護工の 1 つである落石防護土堤は，現地発生土も利用可能である最も低コストな対策施設である．しかしながら，その耐衝撃挙動については十分に明らかにされておらず，耐衝撃設計法も確立されていないのが現状である．以上より，落石防護土堤の性能設計法の確立を最終目的として，本研究では落石防護土堤の耐衝撃挙動を把握するために，実規模落石防護土堤を対象に，有限要素法を用いた三次元弾塑性衝撃応答解析を実施した．ここでは，実規模衝突実験結果 [1]を基に，その耐衝撃挙動を適切に再現可能な数値解析モデルの構築を試みた．その後，重錘のかけ上がり挙動への影響要因の確認を目的に，法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比などを変化させてパラメトリック解析を実施した．

２．実験概要

Table 1 には本研究で対象とした実験 [1] のケース一覧を示している．実験ケース名に関して，第一項目は重錘の衝突位置（A, B, C）を，第二項目の M に付随する数値は重錘質量（t）を，第三項目は同ケースを実施した回数を表している．実験では，いずれのケースにおいても重錘が土堤の非衝突面側の法肩を越え，重錘が土堤を通過した．

Fig.1 には試験体図を，Fig.2 には実験状況を示している．本実験で対象とした土堤は一般的に製作されている形状を参考に，法勾配は 1:1.2，高さは 2 m，土堤延長方向を 18 m とした．正面図には全 5 ケースの重錘の衝突箇所を示している．なお，土堤材料には実験場周辺で採取可能な現地発生土である細粒分まじり砂質礫を使用した．また，実験は EOTA 型重錘を斜面勾配 50◦, 最大高さ 30 m から自由回転落下させ土堤に衝突させている．

Table 1 Test cases.

No.	Cases	Impact position	Mass of the weight M (t)	Drop height the weight H (m)	Drop-weight capture	
					Exp.	Ana.
1	A-M2.5-1	A	2.5	30	Passed through	
2	A-M2.5-2	A	2.5	30		
3	B-M1.9-1	B	1.9	25		
4	B-M1.9-2	B	1.9	22		
5	C-M1.9-1	C	1.9	22		

３．再現解析概要と結果

Fig.3 には本数値解析で用いた解析モデルを示している．

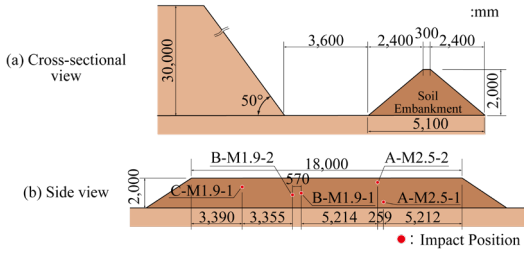


Fig. 1 Configuration of specimen.

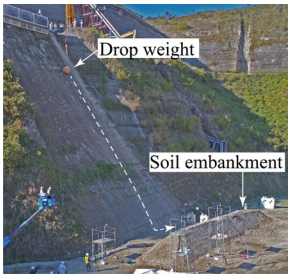


Fig. 2 Test situation.

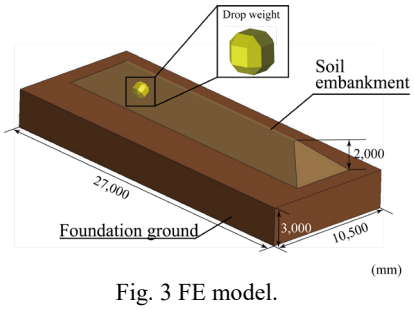


Fig. 3 FE model.

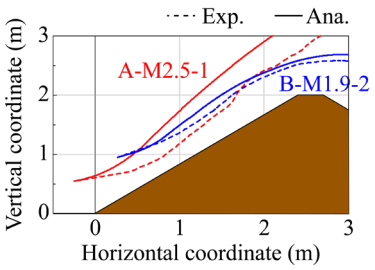


Fig. 4 Comparison of drop-weight path.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

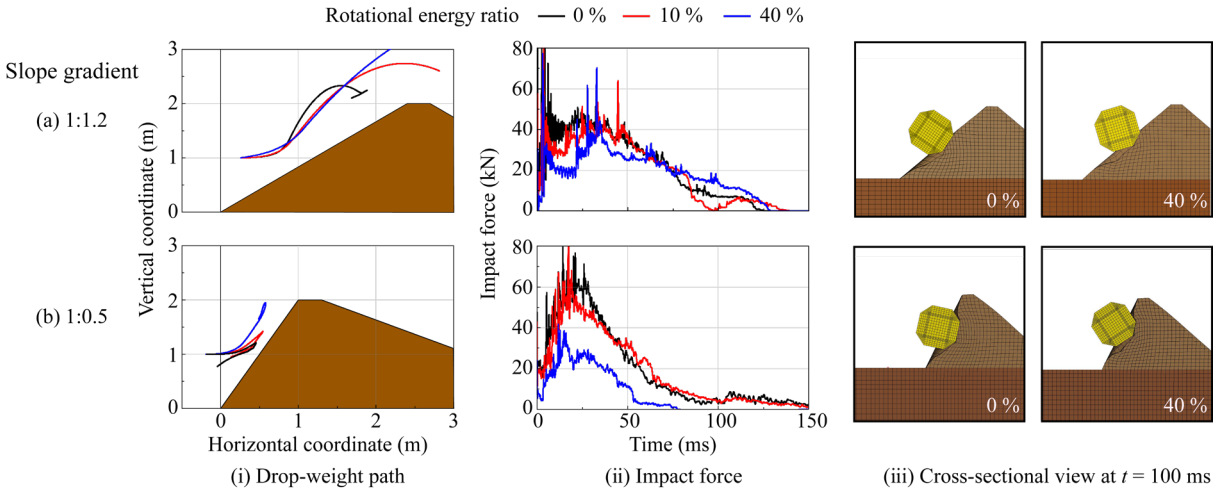


Fig. 6 Effects of rotational energy ratio and slope gradient.

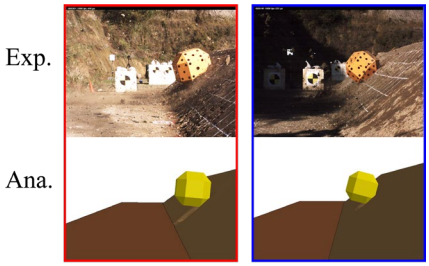


Fig. 5 Comparison of drop-weight impact behavior.

Table 2 Numerical analysis parameters.

Parameter	Values
Slope gradient	1:1.2, 1:0.5
Input energy (kJ)	100, 200, 300
Rotational energy ratio (%)	0, 10, 40
Impact angle (°)	0, 10, 20
Total number of cases	81

ここでは，土堤および基礎地盤までをモデル化することとし斜面は省略している．基礎地盤のモデル化の範囲に関しては，既往の研究結果 [1] 等を参考に土堤の耐衝撃挙動への影響が小さいと判断される程度のサイズを設定し，深さは 3 m とした．また，重錘を含む全ての材料に 8 節点固体要素を適用している．境界条件は，基礎地盤底面を完全固定とし，全側面の法線方向変位成分を拘束した．

重錘－土堤間には滑り・剥離を考慮した接触を定義し，予備解析より摩擦係数は 0.3 とした．衝撃荷重は，重錘を土堤に接する形で配置し，実験時における回転成分を含む実測衝突速度を重錘全要素に付加することで作用させた．なお，自重による影響を考慮し，スプリングバック解析を行った後に，衝撃応答解析を実施している．

Fig.4, Fig.5 には，本数値解析結果より得られた重錘軌跡図および重錘衝突後 100 ms 時点の土堤や重錘の状況を，実験結果と比較して示している．なお，一例として，ケース A-M2.5-1 および B-M1.9-2 の 2 ケースについて示した．Fig.4 より，ケース A-M2.5-1 に着目すると，破線で示す実験結果においては土堤にわずかに貫入した後，重錘はかけ上がっている様子が分かる．一方で，数値解析結果を見ると，貫入量に差はあるものの，実験結果と同様に土堤とほぼ平行に移動している様子が分かる．次に，B-M1.9-2 に着目すると，実験結果と数値解析結果は非常によく対応しており，いずれも土堤を乗り越えていることが確認できる．Fig.5 より，100 ms 時点の状況を確認すると，いずれのケースにおいても重錘の位置や土堤の変状が両者で概ね対応していることが分かる．なお，Table 1 に示す 5 ケースの再現解析を実施した結果，実験結果と同様にいずれも重錘の捕捉には至らなかった．

4．パラメトリック解析概要と結果

本節では，前節の数値解析手法を踏襲し，種々のパラメータを変化させたパラメトリック解析を実施した．Table 2 には，検討に用いたパラメータである法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比および衝突角度について，それぞれの値を一覧にして整理している．ここでは，これらを変化させた全 81 ケースの衝撃応答解析を実施した．なお，2.5 t の重錘を使用し，土堤の中央，高さ 1 m の位置に載荷した．また，本稿では一部の結果のみを示す．

Fig.6 には，法勾配を 2 種類に，かつ重錘の回転エネルギー比を 3 種類に変化させた計 6 ケースのパラメトリック解析より得られた重錘軌跡図, 重錘衝撃力および, 100 ms 時点の変形状況を示している．なお, 入力エネルギーは 200 kJ，衝突角度は 0◦ の結果である．(a) 図より，一般的な 1:1.2 勾配の場合を見ると，回転エネルギー比が 10 % 以上になると重錘が通過することが分かる．また，衝撃力を見ると，回転エネルギー比の増大に対応して 25 ~ 50 ms 間で示される平均衝撃力は小さくなる傾向が確認できる．(b) 図より，1:0.5 勾配の場合を見ると，いずれのケースにおいても勾配を急にしたことで重錘のかけ上がり挙動は抑制され、重錘を捕捉していることが分かる．

5．まとめ

1) 本数値解析モデルを用いることによって，実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動をほぼ適切に再現可能である．
2) パラメトリック解析より，回転エネルギー比が 40%程度の場合においても 1:0.5 勾配とすることによって重錘を捕捉できる可能性が示唆された．

参考文献

1) 杉山ら：落石捕捉性能把握に向けた実規模落石防護土堤の落体衝突実験，構造工学論文集，Vol. 67A，pp. 864-877，2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究
（シンポジウム講演概要）
Study on the Freezing Behavior of Soil Around U-Shaped Freezing Pipes
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

○大森　大夢（茨城大学・工）　小関　良佑（茨城大学・工）　松村　邦仁（茨城大学・工）
Hiromu Omori, Ibaraki University
Ryosuke Koseki, Ibaraki University
Kunihito Matsumura, Ibaraki University
E-mail: 22t1037x@vc.ibaraki.ac.jp

Soil freezing is the phenomenon where frozen soil forms as the pore water contained within the soil freezes. The properties of frozen soil are generally characterized by two main features: high strength and high impermeability. Due to these properties, artificially created frozen soil is sometimes utilized for applications such as frozen soil walls and ground reinforcement.
Building upon past geothermal research conducted in this laboratory, we will advance our investigation into the mechanisms of soil freezing through small-scale, preliminary experiments and analysis, focusing specifically on localized frozen ground phenomena.

１．序論
土壌凍土化とは，土壌内に含まれる間隙水が凍結することによって凍土が形成される現象である．凍土の持つ性質としては，一般的に高い強度と高い遮水性の大きく 2 つが挙げられる．凍土化することによる強度の増強は，温度低下によって土粒子同士をつないでいる間隙氷が強度を増すことで，凍土全体の強度を増強しているためである．また，高い遮水性を持つのは，間隙水の凍結による土壌内の流水経路の閉塞によるものである．これらの凍土の持つ性質から，凍土壁や地盤強化として人工的に凍土を造成させて利用されることがある．

そこで本研究では，当研究室で過去行われていた地中熱の研究を参考にして，局所的な凍土現象を対象に土壌凍土化のメカニズムを小規模で初歩的な実験と解析を通して研究を進めていく．

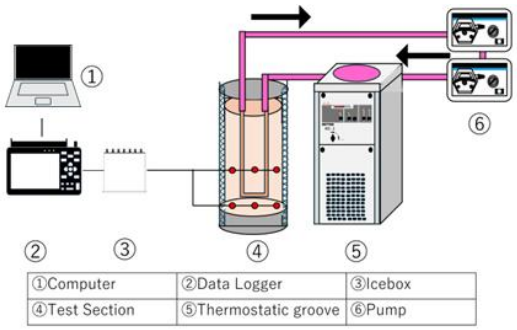
２．実験方法


Fig.1　Laboratory equipment configuration

Table.1　Temperature measurement point

測定点	名称	x[mm]	y[mm]	z[mm]	備考
Ch1	left_y43	45	40	81.75	左管近傍･下部
Ch2	right_y43	128.5	40	81.75	右管近傍･下部
Ch3	center_y43	86.75	40	81.75	中央･下部
Ch4	left_y156	45	153.5	81.75	左管近傍･上部
Ch5	right_y156	128.5	153.5	81.75	右管近傍･上部
Ch6	center_y156	86.75	153.5	81.75	中央･上部

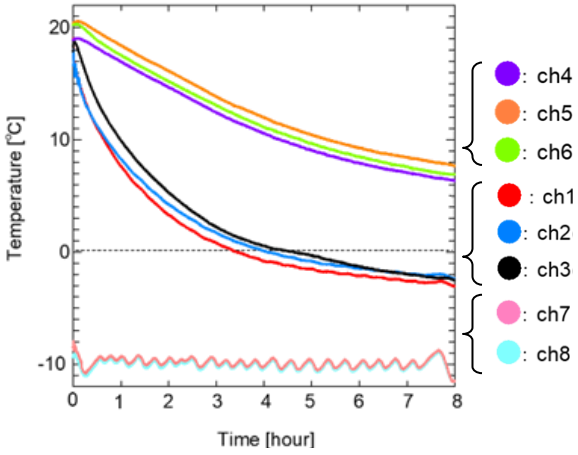
実験で用いる実験装置の概要図と温度測定点を Fig.1，Table.1 に示す．この実験装置はテストセクション，冷却システム，温度測定システムの 3 つのセクションから構成されている．テストセクションには供試体を充填させた円筒容器内に U 字型凍結管を設置し，冷却システムから供給される冷媒により凍結管の冷却を行う．温度測定システムには，供試体内部に埋設したk型熱電対とデータロガーから構成され，凍結過程における温度分布の時間変化を計測する．

３．実験結果
３.1.　温度変化
Fig.2 にブライン温度を-10℃として体積含水比を 0%（乾燥土壌），10%，20%の 3 つの条件で供試体の温度変化のグラフを示す．

どの条件での実験でも統一して言える傾向として， U 字管周り上部を計測した ch1，ch2，ch3 では冷却開始初期での温度低下が著しく指数関数的な温度変化が見られ，テストセクション内下部の U 字管の通っていない ch4，ch5，ch6 の測定点では，比較的に緩やかな温度変化が見られる．

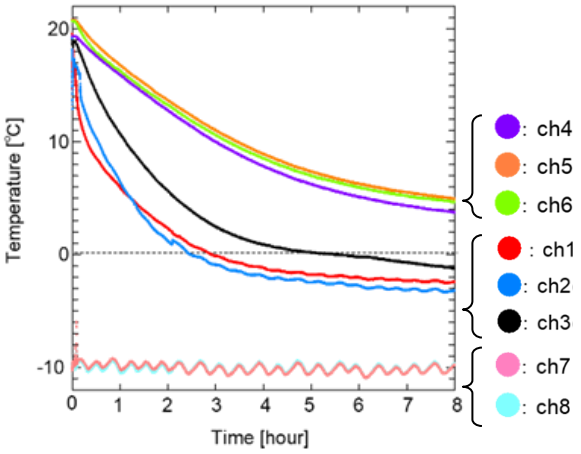
体積含水比 10%の実験結果では，U 字管中央を計測していた ch3 で冷却初期の温度勾配が激しくなり，U 字管近傍を計測していた ch1，ch2 との計測温度の差異が小さくなっており，テストセクションの下部でも温度勾配が大きくなった．また，ブライン温度が-10℃の条件で ch3 の測定点にて 0℃付近で，一時的な温度停滞が確認され，再度温度低下する現象が起きた．

体積含水比 20%の実験結果では，冷却開始から 1 時間程度のところで ch1 と ch2 の測定温度の逆転が見られた．また，ブライン温度が-10℃の条件での ch3 で含水比が 10%での結果と同様の一時的な温度停滞が確認された．



Volume water content 10%

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



Volume water content 20%

Fig.2　Temperature Change Graph

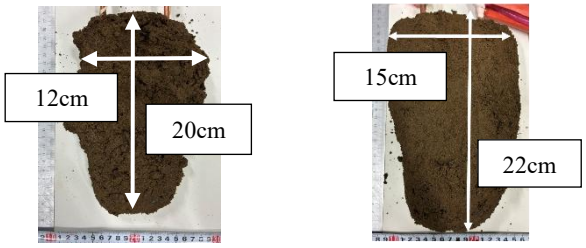
3.1.　凍土形状の観察

体積含水比 10%，ブライン温度-5℃の条件では，U 字管を中心とした円柱状に凍土が形成され，下部，左管周り，右管周りの順に大きくなった．

体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件では，他の条件で形成された凍土に比べて脆く，取り出す際に U 字管の外側の凍土が欠けてしまった．

ブライン温度-10℃での体積含水比 10%と体積含水比 20%では，U 字管周りに大きくひと塊に凍土形成が見られ，凍土壁が観察できた．

Fig.3 に体積含水比 20%のブライン温度-5℃，-10℃での形成された凍土形状を示す．



Brine temperature -5°C　　Brine temperature -10°C

Fig.3　Frozen soil formation at 20% volumetric water content

4.　解析モデル

本研究では，TRM，GCC，Power の異なる潜熱処理手法で解析を行い，それぞれの特性の比較検討を行った．本解析では，土壌内の間隙は液状水または氷で満たされていること，凍結による体積膨張等は無視すること，熱伝導率の違法性は考慮しないことなどの仮定をし，そのうえで以下の 3 次元熱伝導方程式を立てる．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}-L_f\rho_{ice}\frac{\partial \theta_{ice}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (1)$$

ここで，C_pは土壌の体積熱容量[J m⁻³ K⁻¹]，Tは温度[℃]，tは時間[s]，L_fは水の凍結潜熱[J/kg]，ρ_{ice}は氷の密度[kg/m]，θ_{ice}は体積含氷率[m³/m⁻³]，λは土壌の熱伝導率[W/mK]，x，y，zは直交座標の軸である．

GCC と Power では，式（1）から潜熱効果を見かけの体積熱容量C_aに組み込んだ形式で表すことで簡略化し，以下の式（2）で熱伝導方程式を表現し，これを解くことで絶対温度Tを導く．

$$C_a\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=\lambda\nabla^2 T \quad (2)$$

また，TRM では見かけの体積熱容量を用いず，潜熱項を除いた通常の熱伝導方程式を解き，その後に潜熱処理を行う．TRM における熱伝導方程式は次式で表される．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\nabla^2 T \quad (3)$$

5.　実験結果と解析結果の比較

Fig.4 に体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件での実験結果と GCC での解析結果を各チャンネルで比較をしたものを示す．

テストセクション下部を測定した y 43 の 3 地点では，実験開始時と実験終了時での実験値と解析値の温度差が小さいことが分かるが，実験中盤での温度差が比較的大きく見られた．また，0℃付近で見られる一時的な温度停滞が実験値と比べて解析値では短くなり，より急激に氷点下に移行する傾向がみられる．

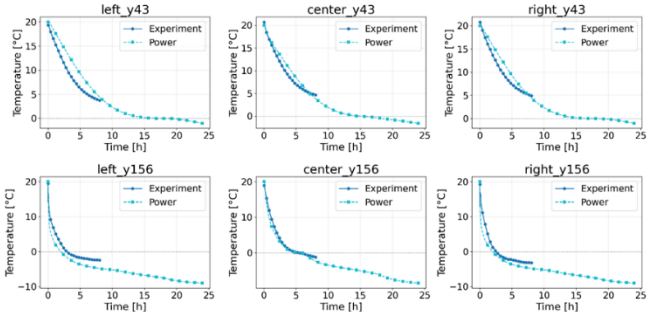


Fig.4　Comparison of experimental values and GCC (Freezer pipe temperature -10 [°C], volume moisture content 20 [%])

6.　結論

(1) 含水土壌条件にて土壌内の水分の相変化による 0℃付近での一時的な温度停滞が観測された．この温度停滞は土壌含水量が多いほど停滞時間が長くなることが分かった．この温度停滞の時間は冷却の進行を大きく阻害する要因であり，含水比の増加は冷却初期の速い温度低下を実現する一方で，温度停滞期の長時間化を生じるため，凍結進行が必ずしも迅速に進むとは限らない．

(2) 含水土壌内の水分量の増加によって，形成された凍土形状に不均一な歪さと脆弱さが見られた．含水量を増やすことで土壌内での氷化量が増加し，土壌の冷却温度が十分でないと土壌内の水分移動による含水量の偏りや水分の凍結による体積膨張，土粒子同士をつなぐ間隙氷の脆弱さ等の影響が大きくなり，土壌内の構造変化が生じると考えられる．

参考文献

[1] 含水土壌内の円管周りの凍結-種々のパラメータが凍結速度に及ぼす影響-，地盤工学ジャーナル，2008 年 5 月，vol.3，No.2，143-151

[2] 菊地駿，斎藤広隆，大石雅人 (2025): 潜熱処理の違いが飽和地盤凍結過程の数値解析に与える影響．土壌の物理性，No.159，pp.13-24.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a Coupled MPM-VOF Method Incorporating Seepage Characteristics of Unsaturated Soils (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西村　真衣（京都大・工）　　橋本　涼太（京都大・工）　　肥後　陽介（京都大・工）
Mai NISHIMURA, Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: ryota.hashimoto.6e@kyoto-u.ac.jp

To analyze large deformation of unsaturated ground, particularly failure phenomena coupled with the behavior of surface water, this study focuses on a coupled MPM-VOF method, which enables analysis of large deformation behavior of ground under the interaction between free-surface and seepage flow. This study extends MPM-VOF method to unsaturated soils incorporating seepage characteristics of unsaturated soils.

１．はじめに

不飽和地盤の大変形，特に地表水の挙動と連動した破壊現象を解析するため，自由表面流れと浸透流との相互作用下での地盤の大変形挙動が解析可能なMPM-VOF法[1](Fig. 1)に着目する．本研究ではこれに，土の不飽和浸透特性を導入して拡張することで，不飽和地盤における浸透・破壊現象を表現することを目的とする．

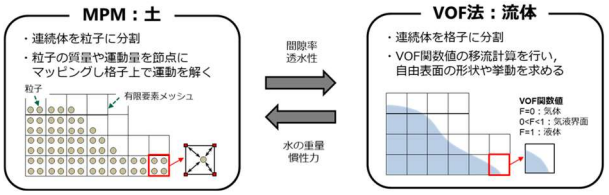


Fig. 1 Schematic figure of a coupled MPM-VOF method.

２．不飽和地盤の浸透特性を考慮したMPM-VOF法

本研究では，不飽和地盤の挙動を記述するにあたり混合体理論に基づく三相系の保存則を出発点とする．通常それらは固液簡易三相系，あるいは固気液三相系で各相の変数を明確に区別して解く．本研究では，不飽和浸透特性を考慮した非圧縮性流体の流れを VOF 法の枠組みで計算するにあたり，Carrillo ら[2]の方法を参考に，各相の流速と圧力を 1 変数場で扱い，気液相を同時に解く．このとき，支配方程式は固気液三相混合体の運動方程式，

$$(1-n)\rho_S\frac{D^S\boldsymbol{v}_S}{Dt}+n\rho_F\frac{D^F\boldsymbol{v}_F}{Dt} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'-\nabla\cdot p_F\boldsymbol{I}+(1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}}+n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \tag{1}$$

気液二相混合体の運動方程式（オイラー表示），

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F' = -\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu_F}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}} -\frac{n}{\rho_F}M^{-1}(\boldsymbol{v}_F'-n\boldsymbol{v}_S)+\frac{n}{\rho_F}\boldsymbol{F}_c \tag{2}$$

$$\boldsymbol{F}_C = M^{-1}\{M_L(1-S_r)-M_GS_r\}\nabla p_c-p_c\nabla S_r \tag{3}$$

$$M=\kappa_0\left(\frac{\kappa_L}{\mu_L}+\frac{\kappa_G}{\mu_G}\right)=M_L+M_G \tag{4}$$

三相混合体の連続式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}_F'+\nabla\cdot\big((1-n)\boldsymbol{v}_S\big)=0 \tag{5}$$

液相飽和度の移流方程式（液相の質量保存則）

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_rn\boldsymbol{v}_L)=0 \tag{6}$$

となる．ここに，下付き添字S，L，G，Fは固相，液相，気相，気液混合体の変数，ρは密度，nは間隙率，$\boldsymbol{v}$は速度，$\boldsymbol{\sigma}'$は有効応力，pは圧力（圧縮が正），$\bar{\boldsymbol{b}}$は重力加速度ベクトル，νは動粘性係数，S_rは液相飽和度，p_cはサクション，κ_0は浸透率，κ_Lとκ_Gは気液各相の相対浸透率である．サクションと相対浸透率はそれぞれ水分特性曲線モデルと不飽和透水係数モデルで飽和度と関連付ける．本定式化では，流体挙動は気液相の値を飽和度により重み付き平均した，(Darcy)流速$\boldsymbol{v}_F'=n\boldsymbol{v}_F$，平均圧力$p_F$を使って記述されており，毛管力$\boldsymbol{F}_c$はそれに伴い現れる項である．

また，平均流速を主たる未知数としている一方で，式(6)の液相飽和度の移流方程式には，液相単体の流速が含まれており，これを閉じる必要がある．本研究ではCarrillo ら[2]の方法にならい，式(6)を平均流速と液相の気相に対する相対流速$\boldsymbol{v}_r=\boldsymbol{v}_L-\boldsymbol{v}_G$を用いて書き換える．

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_r\boldsymbol{v}_F')+\nabla\cdot\{nS_r(1-S_r)\boldsymbol{v}_r\}=0 \tag{7}$$

相対流速$\boldsymbol{v}_r$は多孔質体中で気液各相の運動がDarcy則で近似できるという仮定のもと導出される次式で算出する．

$$\boldsymbol{v}_r=n^{-1}\Big[-\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)\nabla p_F +\Big(\frac{\rho_LM_L}{S_r}-\frac{\rho_GM_G}{1-S_r}\Big)\bar{\boldsymbol{b}} +\Big(M_L\frac{1-S_r}{S_r}+M_G\frac{S_r}{1-S_r}\Big)\nabla p_c -\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)p_c\nabla S_r\Big] \tag{8}$$

以上の支配方程式に基づき，式(1)の三相混合体の運動方程式はその弱形式をMaterial Point Method（MPM）で離散化し，式(2), (5), (6)は有限差分法（Finite Difference Method : FDM）で空間離散化し解く．流体挙動は移流項，粘性項，物体力項，毛管力項，抗力項，圧力勾配項を段階的に計算するフラクショナル・ステップ法を採用し解析する．各時間ステップにはまず，MPM粒子の配置を元にFDMの各セルの間隙率を計算し，流体計算を行う．その後，得られた流体の加速度，圧力，飽和度を使用してMPMの計算を実行する弱連成解析を行う．

なお，式(1)の固気液三相混合体の運動方程式は，不飽和浸透特性を考慮しない従来のMPM-VOF法で使われているものと同じであり，VOF法のみの修正によって不飽和地盤へと拡張することができる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の実装の検証

実装した不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の検証のため，Carrillo ら [2]と同条件で，気液相間の相対流速を考慮した多孔質中の二相流解析に関する二つの例題を計算した．

まずは，一方の相で満たされた多孔質体に一次元的に他方の相を一定流速で注入する Buckley-Leverett 問題で相対速度を考慮した VOF 関数の移流計算の妥当性を検証した．空気あるいは油で満たされた層に水を注入した際の時刻ごとの飽和度分布（Fig. 2）からは，開発したコードにより参照解とよく一致する結果が得られていることがわかる．

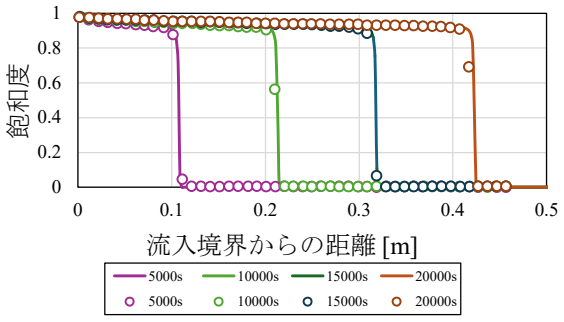
また，毛管力項を考慮した計算の妥当性を検証するため．自重条件下での平衡状態解析を行った．その結果．図 3 のような鉛直飽和度分布が得られ，参照解とよく一致した．

以上より，不飽和浸透特性を考慮した VOF 法が正しく実装できていることが確認された．

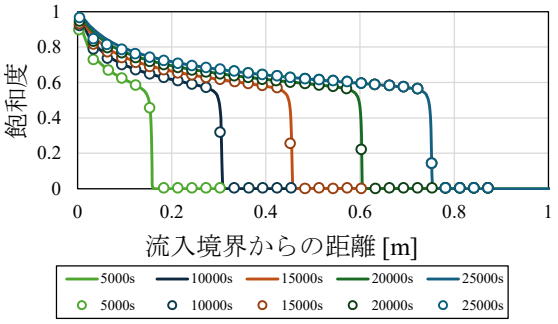
４．応用例：貯水池の水位低下による堤防の破壊問題

開発手法の，地盤の変形を生じるような問題への応用例として，Ceccato ら [3]の不飽和土－水連成 MPM での計算例を参考に，水位低下による盛土の破壊解析（図 4）を行った．自重条件下で水を解析領域左側から流出させて水位を下げた際の盛土の挙動を解析した．また，サクションの効果を検証するため，サクションを考慮する場合としない場合の 2 ケース実施した．

水位低下による有効応力の低下に起因し，いずれも図 5 のように盛土の破壊が生じた．サクションを考慮した場合，法肩で約 0.40m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.32m 変位した．一方で，サクションを考慮しない場合は法肩で約 0.65m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.65m の変位が発生し，より大きな変形を生じた．水位低下過程での盛土の不飽和化に伴うサクションの効果により，地盤の強度が増している様子を表現することができた．



(a)　Air-saturated reservoir (Brooks and Corey model).



(b) Oil-saturated reservoir (van Genuchten model).

Fig. 2 Progress of saturation profiles for Buckley-Leverett problem (Lines: MPM-VOF, Plots: reference).

５．まとめ

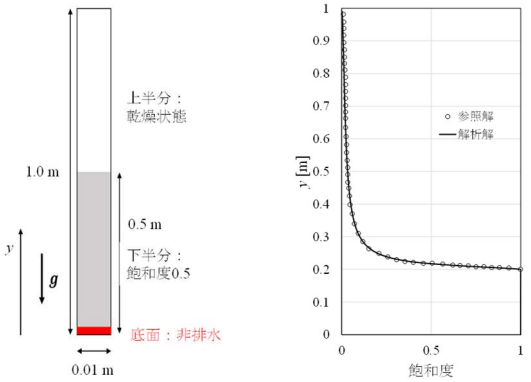
本研究では，MPM-VOF 法の不飽和地盤への拡張を行い，また，それを用いて，水位低下による不飽和化を伴う地盤の破壊現象を表現することができた．水位上昇等による飽和化を伴う地盤の破壊現象についても妥当性検証を行い，表現できるようにすることが今後の課題である．

６．謝辞

本研究は，日本学術振興会科学研究費補助金 国際共同研究加速基金（国際共同研究強化(A)）研究課題番号 21KK0254 の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

1) R. Hashimoto, R. Onakado and Y. Higo: A coupled MPM-VOF method for seepage failure of saturated ground, Proceedings of PARTICLES 2025, 2025.
2) F. J. Carrillo, I. C. Bourg and C. Soulaine: Multiphase flow modeling in multiscale porous media: An open-source micro- continuum approach, Journal of Computational Physics: X, 100073, 2020.
3) F. Ceccato, A. Yerro, V. Girardi and P. Simonini: Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil, Computers and Geotechnics, Vol.129, 2021.



(a) Initial condition.　　(b) Saturation profile at steady state.

Fig. 3 Equilibrium of gravity and capillary forces.

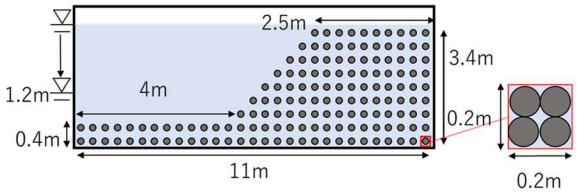
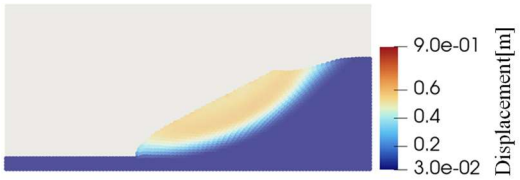
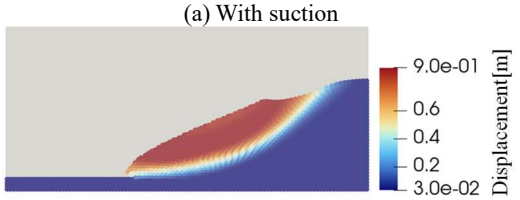


Fig. 4 Rapid drawdown problem of reservoir embankment.



(a) With suction



(b) Without suction

Fig. 5 Displacement magnitude profile at the final state.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

Experimental Evaluation of Debris Flow Impact Loads Acting on Permeable Block Dams (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

齋藤　和樹（防衛大・理工）　堀口　俊行（防衛大・理工）　井上　隆太（(一財)砂防・地すべりセンター）
Kazuki SAITO, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Ryuta INOUE, SABO & LANDSLIDE TECHNICAL CENTER
E-mail: ed24006@nda.ac.jp

This study investigates the influence of block gaps on debris-flow impact loads through model experiments. Two gap conditions were examined, and horizontal forces acting on the dam model were measured. Peak loads were similar regardless of gap size, whereas large gaps promoted drainage and reduced post-peak loads. The results indicate that while peak loads are comparable to those of closed dams, permeability significantly affects transitional and residual load components, providing a basis for load models that account for drainage effects.

１．緒　言

複合災害や地震後における土砂流出対策として応急対策工については，多くの知見が蓄積されてきたものの，構造安定性の観点から十分な検証がなされているとは言い難い．令和 6 年の能登半島地震では，河道閉塞への緊急対策としてコンクリートブロックを用いた堰堤（以下，ブロック堰堤）が設置された．ブロック堰堤の現行設計を見ると，ブロック堰堤を構造的に一体化した不透過型砂防堰堤(以下，不透過型）とみなし，土石流流体力，堆砂圧荷重および静水圧荷重を評価している [1]．しかしながら，ブロック堰堤は構造上ブロック間に僅かな間隙を有しており，不透過型とは透水性および内部拘束機構が異なる．このため，間隙の存在が土石流作用時の流体力や残留水圧分布に与える影響については十分に検討されていない．特に，設計上付加されている静水圧荷重が，透過性を有するブロック堰堤に対して妥当であるか否かについては明確な検証がなされていない．

そこで本研究では，ブロック間の排水条件が異なる 2 種類の堰堤模型を用い，土石流作用時に堰堤に生じる水平合力の時系列特性を実験的に計測する．さらに，作用荷重を衝突時, 遷移時, 準静的時に区分して評価することにより，透過性の有無が土石流作用荷重に与える影響を定量的に明らかにする．これにより，ブロック堰堤に対して静水圧荷重を設計上付加すべきか否かを検証し，透過性を考慮した設計荷重モデル構築に向けた基礎資料を整理する．

２．実験条件および概要

Fig.1 に示す実験水路は全長 4.5 m，幅 300 mm，高さ 500 mm の直線水路である．水路底面には，木製の底面粗度（高さ 0.5 cm，幅 1.0 cm，純間隔 2.0 cm）を配置した．河床勾配 θ は，石礫型土石流を想定し，$\theta = 15°$ に設定した．水路上流端には貯水タンクを設置し，ゲート操作により水を流下させる構造とした. Fig.2 に, ブロック堰堤を示す. Fig.2(a) に示す模型は ABS 樹脂を用いて 3D プリンタにより作製した．模型縮尺はフルード相似則に基づき 1/27.4 とした．実構造物におけるブロック重量を 4.0 t，コンクリートの単位体積質量を 2.3 t/m³と仮定すると，模型ブロックの相似重量は 194 g となる．なお，高さ方向に千鳥配置を再現するために，幅方向を縮小したブロック模型を用い，奇数段目の水路両端部に配置した．Fig.2(b)に堰堤模型を示す．堰堤模型は高さ方向に 6 段とし，流下方向に 1～2 段目は 3 個，3～6 段目は 2 個のブロックを配置した．間隙条件の違いを検討するため，水路幅方向に配置するブロック数を変更した 2 種類の模型を作製した．Fig.2(b),(c)に示す堰堤モデルはそれぞれ水路幅方向に 6 個と 5 個を配置し，TYPE_1（間隙小），TYPE_2（間隙大）と呼称する．

Fig.3 に荷重計測装置を示す．水路流下方向に設置した 2 本のリニアレール上に木製板を固定し，その上に堰堤模型を設置した．板下面の下流側に 100 N ロードセル 2 基を配置し，さらに堰堤後方に 100 N 分力計を設置した．堰堤模型に作用する水平合力は，2 基のロードセルと分力計の合計値とし，サンプリング周波数 1 kHz で取得した．

次に，土石流は比重 1.9 の固化石炭灰を用いた．礫径は 5-10 mm，10-15 mm，20-25 mm をそれぞれ 5.4 kg ずつ計 16.2 kg を使用した．土石流モデルは，礫モデルを水路上部に堆積させ, その後方のタンクに水を 13 L を貯水した後にゲートを解放し，定常流量 3.8 L/s を堰堤モデルに衝突する前まで通水した. なお, 実験ケースは土石流モデル 1 種類，堰堤モデル 2 種類の計 2 ケースを実施した．また，各ケースは 3 回実施した．

３．実験結果

３．１　荷重～時間関係

各条件について 3 回の実験を実施した．荷重の立ち上がり時刻を $t = 1.0$ s として整理し，波形の可読性向上のため 0.5 秒の移動平均処理を行った. TYPE_1 の最大荷重は 102.8～112.4 N であり，平均値は 107.8 N である．一方，TYPE_2 の最大荷重 103.9～105.8 N であり，平均値は 104.9 N であ

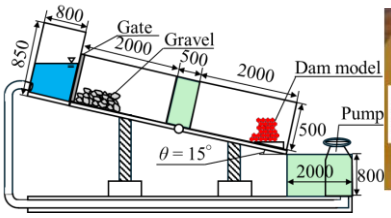
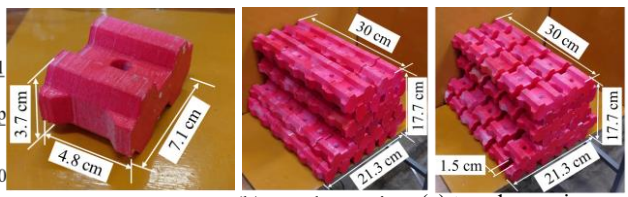


Fig. 1 Channel model



(a) Normal model　(b) top-down view (TYPE_1)　(c) top-down view (TYPE_2)

Fig. 2 Dam model

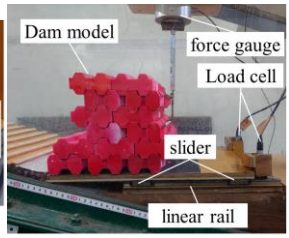


Fig. 3 Load measuring device

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 3.36 s

Fig. 5 Process of the debris flow（TYPE_1）



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 2.85 s

Fig. 6 Process of the debris flow（TYPE_2）

Table. 1 Maximum load and impulse for each phase

Dam model	Phase1			Phase2		Phase3	
	$F_{max,1}$	t_{p1}	$J_I = \int_{t_0}^{t_{p1}} F(t)\,dt$	$T_T = t_s - t_{p1}$	$J_T = \int_{t_{p1}}^{t_s} F(t)\,dt$	F_{QS}	$R = F_{QS}/F_{max}$
TYPE_1	116.7 N	1.23 s	20.2 N･s	2.13 s	174.5 N･s	81.0 N	69.4 %
TYPE_2	116.3 N	1.23 s	18.1 N･s	1.51 s	113.7 N･s	73.1 N	62.9 %

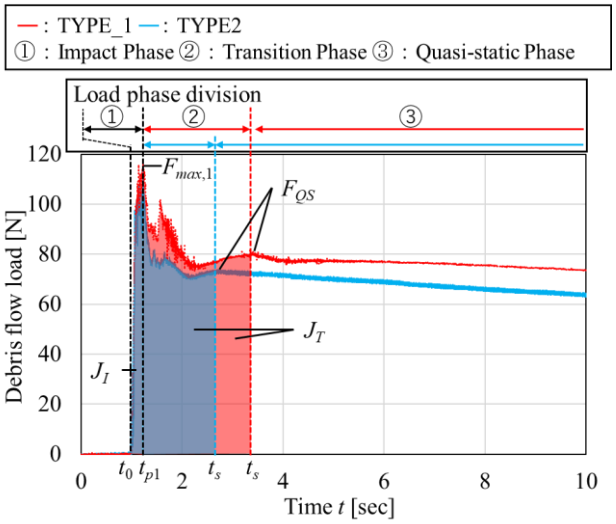


Fig. 7 Load time relation（TYPE_1,2）

る．したがって，最大荷重は間隙条件によらずほぼ同程度であることが確認された．一方，最大荷重到達後の荷重低減過程には両者で差異が認められ，TYPE_2 では TYPE_1 に比して早期に荷重が低減する傾向が確認された．この点については後節で詳述する．

３．２　衝突時の流動状況

Fig.5 および Fig.6 に，それぞれ TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースにおける衝突時の流動状況を示す．両ケースとも t = 1.23 s において堰堤天端付近まで礫が接触面を形成し，最上段ブロックを上方に変位させるようにして最大荷重が生起した．これは堰堤上流側に堰上げ背水が形成されたことを示している．

最大荷重発生後の挙動には明確な差異が確認された．TYPE_1 では越流が生起するものの，間隙からの顕著な透過の流れは確認されなかった．一方，TYPE_2 では越流が抑制され，ブロック間隙を透過した水が堰堤後方へ流出している様子が確認された．Fig.5(c)および Fig.6(c)に示す時刻では，水面形状が概ね安定し，それ以降に荷重の低減が進行していることが確認された．TYPE_2 では TYPE_1 に比して水面形状の安定が早く，荷重の低減も早期に生じる傾向が認められた．以上より，透過性が大きい場合には，最大荷重発生後に堰堤上流側の水位が早期に低下し，遷移時および準静的時における荷重が低減する可能性が示唆される．

３．３　各区分における荷重特性

Fig.7 に，TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースを比較した荷重～時間関係を示す．0～10 s に着目すると，両者とも 1.23 s において最大荷重に達しており，立ち上がり挙動および衝突時のピーク値に顕著な差は認められない．一方，最大荷重到達後の挙動には明確な差異が認められる．TYPE_1 では 1.6 s 付近で一時的な荷重再上昇が確認されるのに対し，TYPE_2 では再上昇は小さい．そこで本研究では荷重挙動を以下の 3 相に区分した．

Phase1(衝突時)：立ち上がり～最大荷重
Phase2(遷移時)：最大荷重後～荷重安定化
Phase3(準静的時)：荷重安定化以降

Phase 1 では，両者の挙動はほぼ一致しており，衝突的作用は間隙条件の影響を受けにくいことが示唆される．一方，Phase2 および Phase3 では TYPE_2 の荷重が TYPE_1 より小さく，透過性の違いが遷移過程および残留荷重に影響していることが確認された．

４．考　察

以下，各フェーズにおける荷重特性について考察する．Table.1 に，各フェーズの代表する荷重，継続時間および力積を示す．

1)Phase1（衝突時）

最大荷重 $F_{max,1}$ と立ち上がり時間 t_{p1} は，間隙条件によらずほぼ同一であった．一方，衝突時における力積 J_I は，間隙が大きい TYPE_2 の方が TYPE_1 に比して約 10%程度小さい結果となった．これは，衝突ピーク自体は礫群の慣性衝突に支配されるため間隙の影響を受けにくい一方で，衝突直後の荷重持続時間が透過の影響によりわずかに短縮された可能性を示唆している．

2) Phase 2（遷移時）

遷移時における力積 J_T は，TYPE_1 および TYPE_2 はそれぞれ 174.5 N･s，113.7 N･s となり，間隙が大きいほど力積が小さくなる結果が得られた．減少率は約 35%であり，Phase 1 に比して顕著な差が認められる．これは間隙の大きい場合，堰堤の透水性により上流水位が早期に低下し，作用荷重が減少するとともに，荷重が安定するまでの遷移持続時間 T_T が短縮されたためと考えられる．

3)Phase 3（準静的時）

準静的荷重 F_{QS} は TYPE_1 の方が TYPE_2 より大きく，残留率 $R = F_{QS}/F_{max,1}$ は，それぞれ 69.4 %と 62.9 %となった．この差は，Phase2 における上流水位の早期低下により，準静的状態における残留水圧成分が低減したことに起因する可能性がある．

５．結　言

本研究は，ブロック堰堤の間隙の大小が作用荷重に与える影響について模型実験により検討したものである．

1)荷重の立ち上がりおよび最大荷重は間隙条件によらずほぼ同じであった．一方，間隙が大きい場合には越流が抑制され，透過により上流水位が早期に低下することで，遷移過程の荷重が低減し，準静的な堆砂礫圧状態へ早期に収束する傾向が確認された．

2) 本実験条件の範囲では，衝突ピーク荷重は不透過型堰堤と同程度であることが示されたが，排水条件により遷移および残留成分が変化することから，設計荷重の取り扱いについては透過性を考慮した検討が必要である．

参考文献

1) 佐々木司，伊藤仁志，鷲見直樹：応急的に設置するコンクリートブロック積砂防堰堤の安定性に関する一考察，令和 6 年度砂防学会研究発表会概要集，p.117-118，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

Resistance mechanism of Concrete block dam models against Debris flow impact (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆太（砂防・地すべり技術センター）　香月　智（砂防・地すべり技術センター）　梶田　幸秀（九州大学・工）
Ryuta INOUE, Satoshi KATSUKI, Sabo and Landslide Technical Center
Yukihide KAJITA, Kyushu University
E-mail: inoue@stc.or.jp

This study investigates the deformation behavior of a concrete block dams subjected to debris-flow-induced forces and boulder impacts using the Distinct Element Method(DEM). Dam models using rectangular blocks and interlocking blocks were created and compared. The results indicate that, regardless of the type of external load, the ultimate limit state is characterized by separation of the dam into a resisting body and a residual body. But, the number of blocks constitution the resisting body is larger in the interlocking block type.

１．緒言

コンクリートブロックによる仮設堰堤の設計は, 全ブロックが剛結され一体構造として挙動するとの仮定のもと，不透過型コンクリート堰堤の設計手法 [1),2)]を準用して行っている．しかしながら，ブロック構造物に対してこの仮定が妥当であるかについて, 十分に検討した研究は見当たらない．そこで著者らは, ブロック堰堤の合理的な安定性照査法の検討を進めている．そこで本研究ではコンクリート堰堤に土石流が作用した際の土石流流体力と巨礫衝突による破壊メカニズムに着目し，両者の力学的相似性について個別要素法を用いて検討するものである．

２．解析要領

２．１ 照査項目

他の砂防堰堤との共通性を保つため照査すべき堤体の安全性照査項目を Table 1 に示す．Iの剛体安定性は，不透過型砂防堰堤に用いられるものである. IIの形状保持性とは, 鋼製砂防堰堤において付加して適用されているもので，あらゆる設計荷重状態に対して部材の連結を失うことなく初期形状，特にその高さを維持することをいう．

２．２ 解析手法

個別要素法は，要素間の接触状態を判定し，接触点に要素間のくい込み量に応じた接触力を与えて，要素毎の運動方程式を解き，要素の変位を求める手法である．

２．３ 解析モデル

(1) 個別ブロック要素モデル

個々の矩形ブロックモデルは, Fig.1 (a)に示すように上下面を 4 枚の三角形平面要素で，側面を 20 個の円柱形要素で，端部を 20 個の球形要素で構成する．これらは，相互の位置関係が変化しない集合体要素モデルであり矩形ブロックモデルと呼ぶ．Fig.1 (b)に示す突起ブロックモデルは, 円柱要素, 球形要素を 114 要素×4 か所＝全 456 要素で突起状に構成したものである．なお，個々のブロックの質量は，等しくなるように設定した．

(2) 堰堤モデル

個別ブロックモデルを積み上げて堰堤モデルを形成する．Table 3 及び Fig.2 に示すように, 側面平均勾配 S は, 下流面 1:0.5, 上流面 1:1.5 の非対称台形状に 3 段積層し，奥行きは通常の不透過型砂防堰堤の設計計算と同様に二次元化して 1.0 m (b_e)とした．また，ブロック堰堤の施工時に下流方向への滑動防止の

Table 1 Safety verification items of Sabo Dam.

Evaluation Items		Verification Items
I	Rigid-body stability	Bearing capacity, sliding, overturning(Middle-third criterion)
II	Shape stability	Interlayer sliding, Block assembly separation

Table 2 Block element dimension and weight.

Block type	Width ℓ_e(m)	Depth b_e(m)	Height h_e(m)	Weight (kN)	Protrusion Width ℓ_{ep}(m)	Protrusion Height h_{ep}(m)
Rectangular blocks	1.0	1.0	0.5	11		
Interlocking blocks	1.0	1.0	0.5	11	0.2	0.1

Table 3 Dimension of Sabo Dam model.

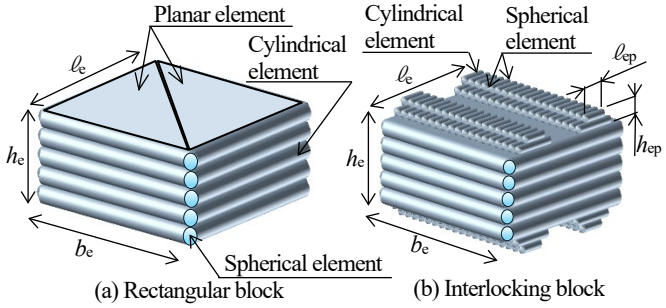
Bottom width ℓ_{BB}(m)	Top width ℓ_{BC}(m)	Dam height h_B(m)	Down-stream slope (S_d)	Up-stream slope (S_u)	Number of blocks	Gross weight (kN)
5.0	3.0	1.5	1:0.5	1:1.5	12	132.0

Table 4 Spring model parameters.

			Distinct block–distinct block	Distinct block–Concrete foundation
Normal direction spring coefficient K_n(N/m)			1.00E+07	1.00E+07
Shear spring	Spring coefficient K_s (N/m)		1.50E+05	1.50E+05
Shear spring	Coulomb friction	Adhesive strength Cs (C)	0.00E+00	0.00E+00
Shear spring	Coulomb friction	Friction coefficient μ(tanφ)	0.55E+00	0.70E+00

Table 5 Summary of analysis cases.

External load	Impact velocity (m/s)	Block type
Debris flow, Boulder	3.0, 5.0, 10.0, 15.0	Rectangular blocks・Interlocking blocks



(a) Rectangular block (b) Interlocking block

Fig. 1 Schematic diagram of the individual block model.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ため段差を設けた底版コンクリートとするので，基礎部には滑動防止の突起を設けた．

(3) 接触ばねモデル

要素間には，鉛直方向，およびせん断方向の接触ばねを設定した[3]．Table 4 に，個別ブロック要素間（Knc：法線方向，Ksc：せん断方向），個別ブロック−底面間（Knb：法線方向，Ksb：せん断方向）のばね係数を示す．

2．4 解析ケース

解析ケースは土石流区間の砂防堰堤の外力条件を想定して，土石流水深を 0.5m とした上で，流速を U=3.0,5.0,10.0,15.0m/s と 4 種類変化させ，堰堤モデルの最上段に作用させた．Table 5 に解析ケースを示す．同様に巨礫(質量 2.0 t)衝突についても，流速を 4 種類変化させて堰堤モデルの最上段の中央に衝突させた．外力を 2 種類，流速を 4 種類，堰堤モデルとして矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの 2 種類を組合せて 2×4×2=16 ケースとなった．解析結果の評価については，最大変形量(間隙量)が 0.05 m 以上を形状崩壊とした．

3．解析結果と考察

3．1 土石流流体力による影響

矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの最上段ブロックに 10 m/s 相当の土石流流体力を作用させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.3 に，突起モデルについて Fig.4 に示す．堰堤モデルに横方向の外力が作用すると，矩形ブロックでは，外力が直接作用する最上段の 3 ブロックのみが水平方向へ移動した．一方，突起ブロックでは，上段ブロックの突起が下段ブロックの突起と噛み合う構造となっているため，水平方向の力が下段ブロックへ伝達され，Fig.4 (a)に示すように 9 ブロックが一体となって抵抗する．流速 10 m/s 相当の場合，変形がさらに進行し，Fig.4 (b)に示すようにブロック群が持ち上がるように変形し，最終的に崩壊に至る．このとき外力に対して一体として抵抗するブロック群を「抵抗躯体 (Resisting body)」と定義し，抵抗に寄与しないブロック群を「残置躯体 (Residual body)」と定義した．矩形ブロック堰堤と突起ブロック堰堤では，抵抗躯体を構成するブロック数に明確な差が認められた．また，外力の作用位置や経過時間によっても抵抗躯体の構成ブロック数は変化することが確認された．

3．2 巨礫衝突による影響

同様に，質量 2.0 t の巨礫単体を 10 m/s で衝突させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.5 に，突起モデルについて Fig.6 に示す．巨礫衝突の場合も，変形過程は土石流流体力の場合と類似しており，形成される抵抗躯体を構成するブロック数は同一であった．ただし，土石流流体力の場合は荷重が継続的に作用するため，最終時刻歴においてブロックの積層状態が保持されない．一方，巨礫衝突の場合は衝突した後に巨礫が停止・離反するため，Fig.6 に示す変形が生じた後，ブロック配置は概ね初期状態に近い形へ復帰する傾向が認められた．

3．3 考察

Table 6 より、土石流流体力と巨礫衝突の破壊メカニズムには，高い相似性が見受けられる．ただし，矩形ブロックでは巨礫衝突の方がクリティカルであり，突起ブロックでは礫質量が 2.0 t において同等である．

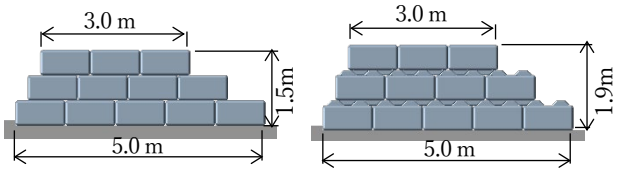
4．結言

本研究の成果を要約すると以下のようになる．

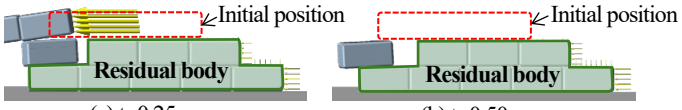
1) ブロック砂防堰堤モデルの最上段に土石流の横方向荷重が作用した場合の限界状態は，土石流外力に抵抗するブロック群(抵抗躯体)と抵抗しないブロック群(残置躯体)に 2 分割される．

2) 突起ブロック堰堤の場合，突起により横方向の外力が下段のブロックに伝達するため，矩形ブロック堰堤より抵抗力が大きくなる．

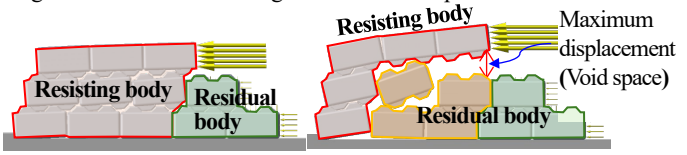
3) 土石流衝突として，連続的に作用する土石流流体力と巨礫 1 個の衝突力を比較した場合，巨礫衝突の方が小さい流速で限界状態となり，設計上クリティカルとなり得る．



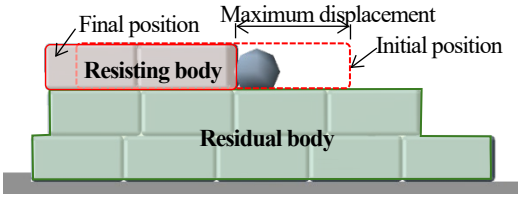
(a) Rectangular block dam model (b) Interlocking block dam model
Fig. 2 Schematic diagram of Sabo dam model.



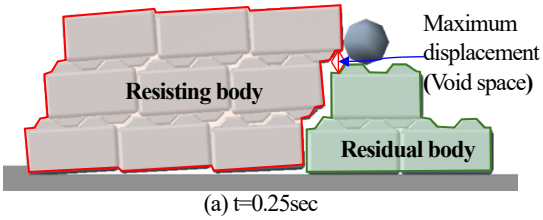
(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 3 Deformation of Rectangular block dam response to debris flow forces.



(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 4 Deformation of Interlocking block dam response to debris flow forces.



(a) t=1.00sec
Fig. 5 Deformation of Rectangular block dam response to boulder impact.



(a) t=0.25sec
Fig. 6 Deformation of Interlocking block dam response to boulder impact.

Table 6 Summary of analysis results.

Impact velocity (m/s)	Debris flow forces.		Boulder impact. (2.0t)	
	Rectangular block	Interlocking block	Rectangular block	Interlocking block
3.0	OK	OK	NG	OK
5.0	NG	OK	NG	OK
10.0	NG	NG	NG	NG
15.0	NG	NG	NG	NG

※OK:structural stability, NG:structural collapse

参考文献

1) 国土交通省国土技術政策総合研究所:土石流・流木対策設計技術指針解説 No.905, 2016
2) 社団法人全国治水砂防協会：改訂版砂防設計公式集(マニュアル), 1986
3) 井上, 香月, 志水, 三上, 栗原, 梶田:コンクリートブロック堰堤モデルの滑動・転倒安定性に関する個別要素法による検討, 令和 7 年度砂防学会研究発表会概要集, p.217-218, 2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Particle Rotation on Size Segregation of Binary Granular Mixtures in Rotating Drum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

堀口　俊行（防衛大・理工）　和田　孝志（鳥取大・工）　齋藤　和樹（防衛大・理工）
Toshiyuki Horigchi, National Defense Academy
E-mail: htoshi@nda.ac.jp

The study examines the role of particle rotation in size segregation of binary granular mixtures in a rotating drum using DEM. With rotational freedom, large particles migrate toward the surface and concentrate near the front, accompanied by significant lift-up energy and rolling-dominated contacts. When particle rotation is constrained, segregation is suppressed and sliding contacts prevail. These results indicate that particle rotation governs internal rearrangement and energy transfer, playing a key mechanical role in granular segregation.

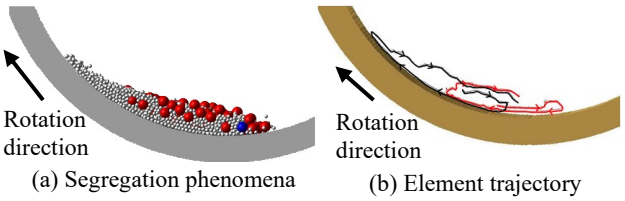
１．はじめに

土石流の内部構造を明らかにすることを目的として，これまで多様な構成則の研究が進められてきた．土石流の構成則には，水を主とした混相流として記述する体系と，乾燥粒子群を基礎とする体系の二つの枠組みが存在し，土砂濃度に応じてモデルを切り替えることで，巨視的挙動は概ね表現可能であることが示されている．しかし，これらの構成則は連続体力学と粒状体力学の概念を往復しながら構築されてきた経緯を有しており，その理論的基盤には未整理な点や力学的解釈の不明瞭さが残されている．

ところで，土石流を「粒々」の集合体として捉え，個々の粒子運動に基づいて現象を説明しようとする試みは古くから行われてきた [1]．これらの研究は不確実性を含みつつも力学的枠組みによって現象を整理し，実験結果や自然現象の解釈へと結び付けてきた．筆者らはこれまで 2 粒径混合状態における偏析問題の一つに粒子の回転の影響が大きな要因であるという仮説を示してきた [2]．しかしながら，粒子回転の影響がどのような力学量として整理されるのか，また既往の土石流の構成則 [1]の中でどの位置付けに相当するのかは明確ではない．そこで本研究は，個別要素法の結果に基づき，偏析時の粒子運動形態を詳細に検討するものである．特に，粒子に強制的な回転拘束を与えた条件との比較を通じて，回転自由度が偏析機構に及ぼす影響とその力学的要因を明らかにする．

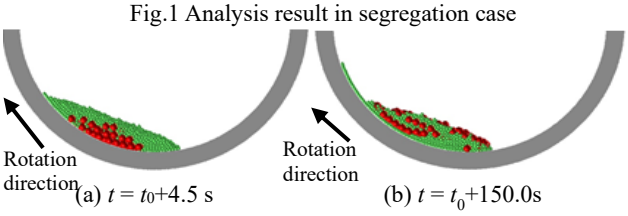
２．偏析の有無における解析結果の概要 [2]

本解析では，実験に基づき回転円筒実験を再現するため，円柱形要素を重ね合わせることで滑らかな底面を構築し，両側に壁面要素を設置して粒子の露出を防いだ．底面には，実験条件と整合するよう回転速度 0.8 m/s（16.6 rpm）となる回転を与えた．要素間の粘着力は考慮せず，礫間摩擦角 15°，礫と底面や円柱形要素間を 20°と設定した．初期配置は落下法により，二粒径混合条件では大粒径を先に堆積させ，その上に小粒径を配置することで実験と同様の初期構造を与えた．解析の結果，Fig.1(a)に示すように，二粒径混合状態において実験と同様に粒状群が形成され，大粒径が循環している粒状態の中央付近で浮き上がり，表層流に取り込まれて前方へ移動する偏析挙動が再現された（偏析条件）．Fig.1(b)に示すように，代表的な粒子軌跡からは両粒径とも時計回りの循環運動を示し，小粒径粒子の方がより広い範囲を循環することが確認された．その結果，小粒径



(a) Segregation phenomena　(b) Element trajectory

Fig.1 Analysis result in segregation case



(a) $t = t_0$+4.5 s　(b) $t = t_0$+150.0s

Fig.2 The phenomenon in no-segregation case

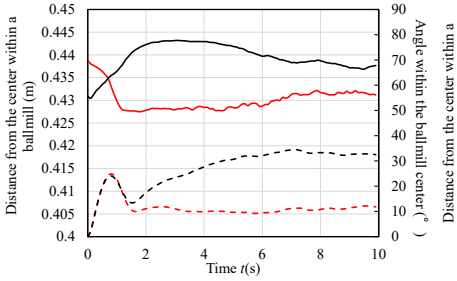
の循環運動によって大粒径が相対的に前方へ集中する構造が形成されることが示された．一方，実験観測より，粒子の回転自由度が重要に関与している可能性が示唆された．そこで，偏析が明瞭に再現された解析条件において，球形要素の回転自由度を拘束し，並進自由度のみを与えた解析（偏析が生じない条件）を実施した．その結果，Fig.2 に示すように大粒径は底面摩擦と釣り合うよう塊全体とともに後退するものの，要素間の配置変換はほとんど生じなかった．時間経過により塊形状は徐々に変化し，一部の大粒径が上層へ浮上する挙動は見られたが，循環運動が発生しにくいため先頭部へ移動することはなく，150 s ほど経過しても先頭集中する偏析が明瞭にわかるには至らなかった．

３　回転運動内の考察

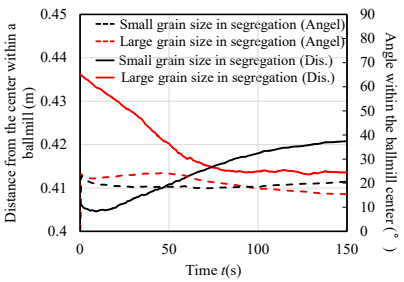
3.1　回転拘束における要素の平均位置と平均角度の影響

Fig.3(a)に示す偏析条件では，大粒径の平均位置は小粒径より常に回転円筒中心から遠い位置に分布していることが確認できる．本解析では円筒底面が 0.45 m に相当するため，大粒径の平均位置が 0.43 m 付近に推移していることは，大粒径が平均的に浅層側に集積していることを示している．また，要素の平均角度位置（点線）を見ると，0°が円筒底部に相当し，上方へ移動するほど角度が大きくなるので，初期段階では両粒径とも急激な変化を示す増加する．初期段階では両粒径とも急激な変化を示すが，その後小粒径は角度を大きくしながら外側へ分布を広げるのに対し，大粒径は比較的角度の小さい位置に留まる傾向が確認された．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Segregation case



(b) No-segregation case

Fig.3 Location and angle of large and small particles

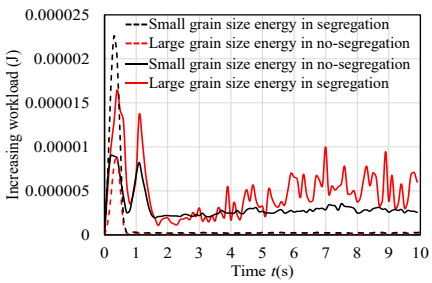


Fig.4 The increasing workload for large and small particles

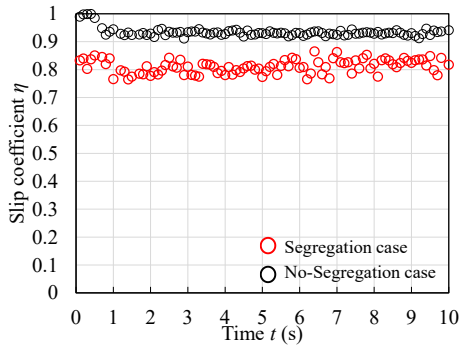


Fig.5 Comparative analysis of slip coefficient

これは，大粒径が浮き上がり効果により表層付近に保持され，流動に伴い前方へ輸送されているためと解釈できる．一方，Fig.3(b)に示す回転拘束条件では，大粒径が急激に浅層化する挙動は見られず，時間の経過とともに徐々に浅層へ移行する傾向を示した．さらに，約 100s 付近では，平均値として前縁集中に近い挙動が見られるものの，個々の要素挙動を確認すると，大粒径の明瞭な偏析は生じていないことが確認された．以上の結果より，粒子回転が許容される場合には，粒子間の再配列と循環構造が形成され，大粒径の浅層化および前縁集中が促進されると考えられる．

さらに，粒子の角度分布や前縁位置の解析結果を合わせて考察すると，大粒径は単に浅層へ移動するだけでなく，流動層の先頭部へ集中する傾向を示すことが分かった．これは，浅層の流れの早い領域に取り込まれた大粒径が循環運動を通じて前方へ輸送されるためであり，結果として「浅層化」と「前縁集中」が同時に進行する構造が形成されていることを示している．この挙動は回転自由度を拘束した解析では再現されなかった．

4.2 各要素の浮き上がりエネルギーの比較

Fig.4 に，偏析条件および回転拘束により偏析が生じない条件における大粒径・小粒径の浮き上がりエネルギーの時間変化を示す．偏析が生じた条件（実線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーが時間とともに大きく変動し，特に大粒径において顕著な増加が確認される．これは，大粒径が循環運動により繰返し持ち上げられ，浅層へ輸送されていることを示している．一方，回転自由度を拘束した条件（点線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーは殆ど発現しておらず，大粒径・小粒径ともにエネルギー変動は極めて小さい．この結果は，粒子回転が抑制されることで内部再配列および循環構造が形成されず，大粒径を持ち上げるためのエネルギー供給機構が機能していないことを示している．

以上より，大粒径の浅層化および前縁集中は，粒子回転を介して発現する浮き上がりエネルギーの生成に強く支配されていることが明らかとなった．

4.3 接触状態指標 η と偏析機構

接触状態を評価するため，接線力と法線力の比として，

$$\eta = \frac{|f_t|}{\mu f_n} \quad (1)$$

を用いて浅層せん断帯における分布を比較した．Fig.5 に示すように，偏析条件（赤）では，η は広い範囲に分布しており，摩擦限界に張り付く接触だけでなく，それより小さい値を取る接触も多く存在している．これは，粒子回転を伴うことで接触が転がり寄りとなり，接触点での拘束が緩和され，再配列が進行していることを示唆する．一方，回転自由度を拘束した偏析が生じない条件（黒）では，η は摩擦限界近傍に集中する傾向が見られる．これは，粒子が回転できないため，接触が滑り接触に近い状態となり，摩擦限界に張り付いた拘束的な接触が支配的になることを意味する．すなわち，接触点での自由度が減少し，粒子群内部の再配列が抑制されている．この違いは，浮き上がりエネルギーの発現の有無と整合している．回転自由度が存在する場合には，転がり接触を通じて粒子が上方へ持ち上げられ，内部循環が形成される．一方，回転が拘束されると，接触は主として滑りによって応答し，鉛直方向の再配列が生じにくい．その結果，大粒径の浮き上がりが抑制され，偏析が進行しない．よって，接触状態指標 η の分布変化は，粒状体の応力テンソルにおける接線応力成分の発現を変化させるものであり，回転自由度は有効摩擦係数の状態依存性を媒介する内部変数として機能している可能性がある．

5．結　言

本研究では，二粒径混合粒状体の回転円筒内偏析に対する粒子回転の影響を解析により検討した．

1)回転自由度を有する条件では，大粒径は浅層化するとともに前縁部へ集中する偏析構造が形成された．一方，回転を拘束するとこの挙動は再現されなかった．

2)偏析が生じる条件では大粒径の浮き上がりエネルギーが顕著に発現し，接触状態指標 η の分布からも転がり寄りの接触が増加していることが確認された．回転拘束条件ではこれらは認められず，滑り接触が支配的となり内部再配列が抑制された．

謝　辞：本研究は，令和 7 年度河川砂防技術研究開発公募砂防技術分野「土石流・河床変動解析手法の妥当性評価とそれに基づく高度化に関する研究」の助成を受けて行われた．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

1) 大同敦之：土石流の基礎的研究，京都大学大学院学位論文，1970
2) 堀口俊行，香月智，小川あずさ：回転円筒による 2 粒径混合粗粒材の偏析実験と個別要素法解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.72，No.1，pp.1-20，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

硬化過程および施工履歴を考慮した RBSM による コンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

Temperature Stress and Crack Propagation Analysis of Concrete Members Considering Hardening Process and Construction History Using RBSM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

村上　慧司朗（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Keijiro MURAKAMI,　Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO,　Hosei University
E-mail: keijiro.murakami.7s@stu.hosei.ac.jp

This study enhances an existing concrete thermal cracking analysis method—which already accounts for heat, moisture transfer, and hardening processes—using the 3D Rigid Body Spring Model. By refining the Solidification Model, the improved method was validated against Temperature Stress Testing Machine (TSTM) experiments, successfully reproducing the experimental values quantitatively. Furthermore, the method was extended to simulate multi-layer casting. For this stage construction analysis, the proposed method yielded qualitatively correct results, demonstrating its capability to evaluate complex thermal-mechanical interactions.

1.　はじめに

低レベル放射性廃棄物処分施設の低拡散層は，核種移行抑制を担う重要構造物である．大規模なマスコンクリートとなる本施設の施工では，水和発熱による温度ひび割れ制御が最重要課題となるが，微細なひび割れ進展を高精度に予測する手法は確立されていない．

そこで本研究では，コンクリートのひび割れリスクを定量的に評価可能な解析手法の開発を目的とし，以下の２点について検討を行った．

まず，著者ら[1)]が提案している，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM の温度応力，温度ひび割れ解析手法の妥当性確認を目的として，温度応力試験機（TSTM）による実験の再現解析を実施し，実験結果との比較を実施する．

さらに，温度応力および温度ひび割れの発生と進展を再現するためには，段階的なコンクリートの施工過程を再現することが必須であるが，前述の著者らの手法では，施工過程を考慮できていなかった．そこで本研究では，実構造物の施工プロセスに対応するため，リフトごとの打設や境界条件の更新を考慮可能な解析手法を新たに構築する．さらに，簡単な数値計算例により手法の検証を実施する．

2.　解析手法

本研究では，山本ら[2)]が提案したコンクリートを Voronoi 多面体要素の集合体として表現する三次元 RBSM(Fig.1)を用いた．要素界面に設定された垂直・せん断バネの構成則に基づき，ひび割れの発生・開口・進展を離散的に表現する．若材齢時の硬化過程の評価には，国枝らによって構築された Solidification Model（硬化モデル）を導入した(Fig.2)．これは，若材齢時のコンクリートを，時間の経過とともに無応力の硬化体が順次形成されるものと仮定し，その累積として全体の剛性を評価する手法である．

また，温度および水分移動の解析には，Voronoi 母点間を結ぶ Truss Network Model を用いた(Fig.3)．これにより，熱伝導および水分拡散方程式を解き，得られた温度・水分ひずみを RBSM の力学解析に連成させることで，温度ひび割れ解析を実現している．

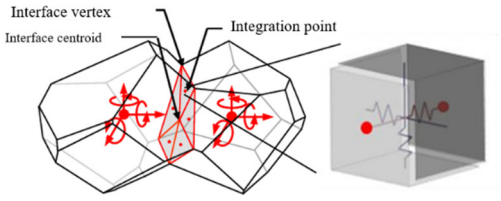


Fig.1 Voronoi tessellation, degrees of freedom of rigid elements,　and integration points

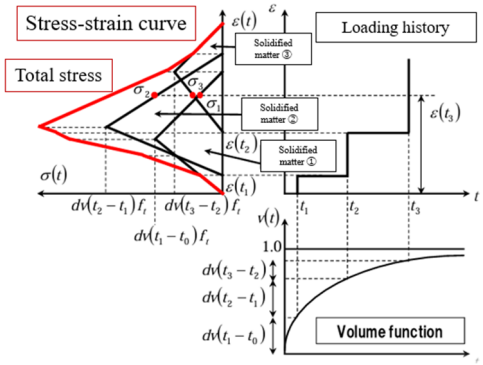


Fig.2 Schematic of the Solidification Model

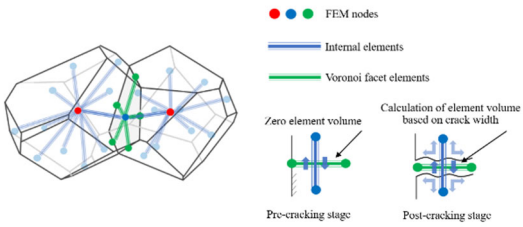


Fig.3 Outline of the coupled analysis method for moisture and heat transfer

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 解析手法の妥当性確認

本研究では，温度応力試験機（TSTM）実験のデータを対象とした解析を実施し，構築した解析モデルの妥当性確認を行った(Fig.4).

TSTM の再現解析を行った結果を，Fig.5 および Fig.6 に示す．提案モデルは実験で確認された打設初期の急激な応力緩和挙動，その後の引張応力の蓄積過程，ならびにひび割れ発生時期を高精度に再現した．これにより，提案する解析手法の妥当性が確認された．

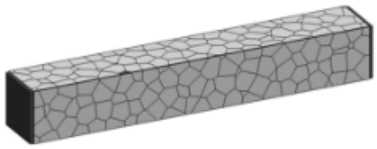


Fig.4 RBSM specimen model

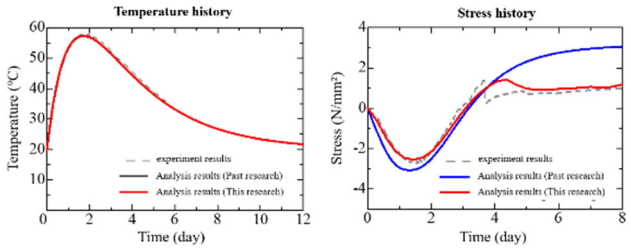


Fig.5 Analytical results: Temperature & Stress history

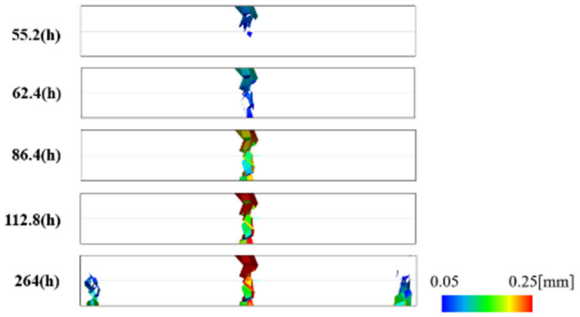


Fig.6 Crack propagation behavior

4. 施工段階解析手法の構築と検証

実構造物への適用を見据え，リフト施工に伴う解析領域の拡張および境界条件の更新を自動化する施工段階解析手法を開発し，その検証を行った．検証解析として，壁状部材（1000×300×100mm；長さ×高さ×厚さ）の二層打ち重ね解析(各リフト高さ 150mm)を実施した（Fig.7）．1 リフト目の打設から 14 日後に 2 リフト目を打設する工程を再現し，新旧コンクリート間の相互作用を評価した．

解析モデルを Fig.7 に，解析結果を Fig.8 および Fig.9 に示す．1 リフト目単独期間においては，底面拘束に起因する貫通ひび割れの発生と進展が確認された．特筆すべきは 2 リフト目打設直後の挙動であり，新設コンクリートの水和発熱が打ち継ぎ面を介して既設リフト（1 リフト目）へ伝導することで，既設リフトが再膨張（再昇温）し，発生していた引張応力が緩和され，ひび割れが閉合する現象が再現された．これらの結果より，開発した手法は，多層打設特有の熱伝導およびひび割れ挙動の変化を定性的に評価できることが確認された．

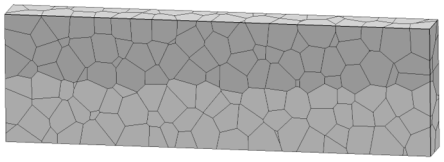


Fig.7 RBSM specimen model (Bottom: Lift 1, Top: Lift 2)

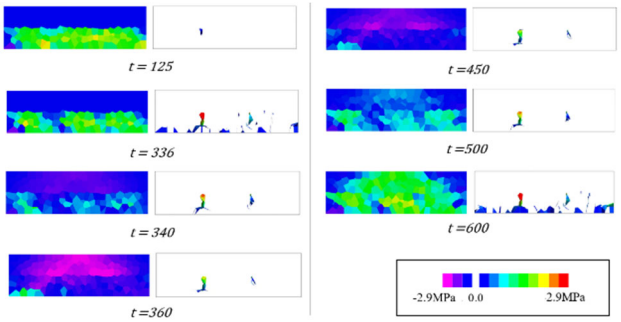


Fig.8 Evolution of stress distribution and crack patterns

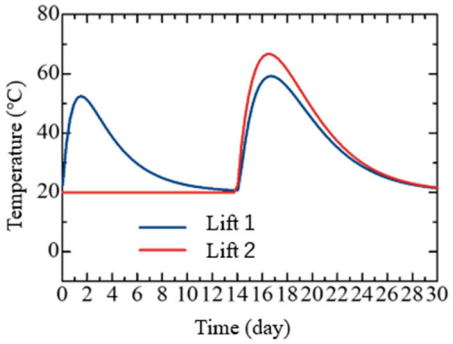


Fig.9 Temperature history of each lift

5. 結論

本研究では，硬化過程および施工履歴を考慮可能な三次元 RBSM 解析システムを開発した．

TSTM 実験との比較による妥当性確認では，コンクリートの温度ひび割れを高精度に再現できることを示し，解析手法の妥当性を確認した．

また，施工段階解析においては，新設リフトの発熱が既設リフトに与える熱・力学的影響等（再昇温による応力緩和等）を適切に表現可能であることを示した．

今後は，本解析手法の適用性をさらに高めるため，実際の低拡散層等を想定した実規模レベルのマスコンクリート構造物を対象とした解析を行い，実測データとの比較検証を行う必要がある．また，鉄筋要素をモデル内に導入し，鉄筋による拘束効果やひび割れ分散効果を含めた拡張解析を行うことで，低拡散層等の実構造物の設計・施工管理に資する解析技術としての確立を目指す．

参考文献

1) 杉本啓太，山本佳士，中村光，三浦泰人，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM による RC 部材のひび割れ進展挙動解析，土木学会年次学術講演会講演概要集，2016.9.
2) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：三次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

A Study of Shear Reinforcement Effects on Scabbing Failure of Concrete Plates Subjected to Projectile Impact(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

内山　拓也（防衛大・理工）　　別府　万寿博（防衛大・建設）
道上　剛幸（株式会社ケー・エフ・シー）
Takuya UCHIYAMA, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Takayuki MICHIGAMI, KFC Corporation
E-mail: beppu@nda.ac.jp

In this study, experimental and numerical investingations of shear reinforcement effects on the scabbing failure of concreate plate subjected to projectile impact were conducted. Numerical result was validated by comparing with test data, revealing that the shear reinforcement mitigated the scabbing failure of the concrete plate.

１．緒言

飛翔体が高速度でコンクリート板に衝突すると局部破壊が生じる．既往の研究によると，局部破壊は応力波の伝播や局所的なせん断変形によって発生することが知られている．これまでに，裏面剥離に対する補強あるいは剥離片の飛散抑制対策として，各種繊維補強コンクリートの適用およびポリウレア樹脂の塗布やシート状材料の裏面接着などが提案されている．一方で，せん断力に対する抵抗力を向上させる方法の一つとして，既設構造物へせん断補強筋を配置する方法が知られている．あと施工型せん断補強は，RC 部材のせん断耐力を 42%～171%増加させることが報告されている [1]．本研究は，局部破壊の一つである裏面剥離の抑制対策として，あと施工せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験および数値解析を行い，せん断補強の効果について考察したものである．

２．実験の概要および結果

実験は，高圧空気式飛翔体発射装置を使用した．本装置は，質量 50g～1000g の飛翔体を速度 100～500m/s で発射することができる．飛翔体は質量 300g，直径 25mm，長さ 90mm であり，先端形状は半球型である．衝突速度は約 150m/s に設定した．Fig.1 に，試験体の寸法を示す．コンクリートの圧縮強度は 38.7N/mm^2 であり，寸法は縦 500mm，横 500mm，厚さ 80mm である．用心鉄筋として，試験体の外周近傍に D10 鉄筋を配筋した．無補強コンクリート板およびあと施工型のせん断補強を施したコンクリート板を作製した．Fig.2 に，せん断補強筋の配置を示す．せん断補強筋として長さ 60mm の D10 鉄筋を使用し，かぶりを 20mm とした．せん断補強筋間隔は 35mm とし，挿入面を衝突面および裏面側に設けたケースを設定した．

Fig.3 に，表面および裏面の破壊性状を示す．図にはせん断補強筋なしのケースを N（No reinforcement），せん断補強筋の挿入面を衝突面側および裏面側に設けたケースをそれぞれ Case A および B として示している．破壊モードは裏面において剥離片が飛散した状態を裏面剥離，剥離片が飛散しない限界状態を裏面剥離限界とした。Case N は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔も生じた．Case A は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔は生じなかった．Case B は剥離片飛散が抑制され裏面剥離限界となり，孔は生じなかった．以上から，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制されることがわかる．

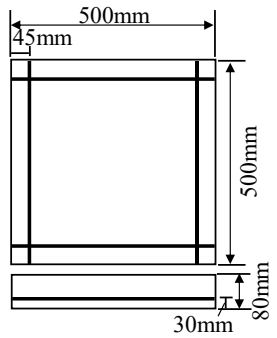


Fig.1 Test specimen

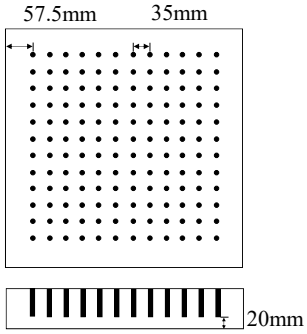


Fig.2 Shear reinforcement bars arrangement

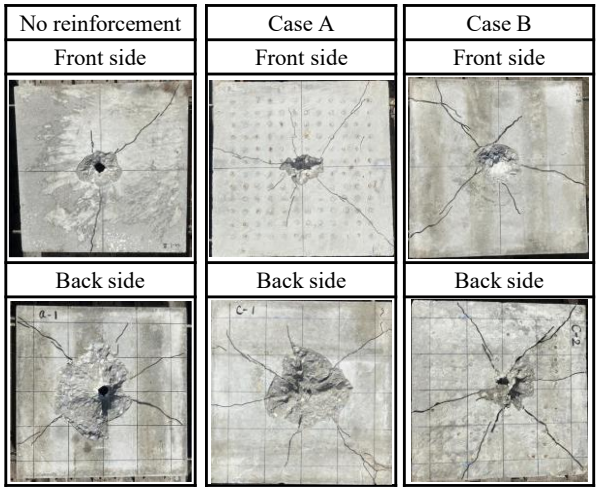


Fig.3 Failure state

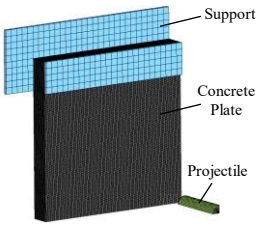


Fig.4 Numerical model

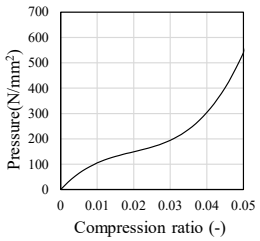


Fig.5 Pressure-compression ratio relationship

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

２．数値解析的検討

(1)　解析モデル

Fig.4 に，数値解析モデルを示す．計算時間の短縮を図るため，実験条件の対称性を考慮し 1/4 モデルを作成した．コンクリート板は 2.5mm×2.5mm×2.5mm の 8 節点 6 面体要素でモデル化し，支持具は 10mm×10mm 厚さ 5mm のシェル要素でモデル化した．鉄筋については要素長 2.5mm のはり要素でモデル化し，コンクリート要素の節点と共有して完全結合とした．境界条件としては，実験における支持具と試験体設置治具の節点を固定した．初期条件として，飛翔体の全節点に衝突速度を与えた．材料モデルについては伊東ら [2]によって提案された非線形動的コンクリートモデルを，松澤ら [3]が高度化した改良 CAPROUS モデルを使用した．Fig.5 に，圧力－圧縮率の関係を示す．Fig6 に初期降伏面，最大降伏面および残留降伏面の 3 つから成る降伏関数を，Fig7 に引張破壊に到達後の軟化挙動を示す引張軟化特性を示す．

(2)　数値解析結果

Fig.8 に，衝突後 20ms における表面および裏面の解析結果を示す．Case N では，裏面において放射状のひび割れと膨らみが確認された．Case A では裏面において放射状のひび割れと小さな膨らみが確認できた．Case B では裏面において放射状のひび割れが生じた．

応力波による局部破壊を評価するため，3 次元弾性波理論から求められる弾性波速度の算定式を以下に示す．

$$c=\sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)\rho}} \tag{1}$$

ここに，c はコンクリートの弾性波速度，E はヤング係数，ν はポアソン比，ρ は密度である．

3 次元弾性波理論によると，板厚 80mm において衝突によって生じた応力波は約 0.03ms で 1 往復する．断面に生じた損傷の進展を Fig.9 に示す．各ケースともに斜めひび割れは 0.1ms 以降に進展しており，応力波による破壊が支配的である可能性は小さいと考えられる．Case N では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できる．以降の時刻では，斜めひび割れが開口して裏面に到達した．Case A では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できたが，それ以降の時刻では斜めひび割れの開口は抑制された．Case B では，0.1ms の時点で斜めひび割れが生じたが，それ以降の時刻では斜めひび割れ方向の開口や進展は抑制された．また，斜めひび割れの角度が Case N に比べて急勾配になった．Fig.10 に，Case B におけるせん断補強筋のひずみ分布と時刻歴を示す．ひび割れが進展する近傍のせん断補強筋において部分的にひずみが発生している．図に示したせん断補強筋 B において，最大で 836 μ の引張ひずみが発生していることが確認できる．

以上より，挿入面を裏面側に設定したケースにおいて，裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

５．結言

本研究では，コンクリート板の裏面剥離の抑制対策として，あと施工型せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験を行うとともに数値解析を行って考察した．その結果，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制され，特に挿入面を裏面側に設置したケースの裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

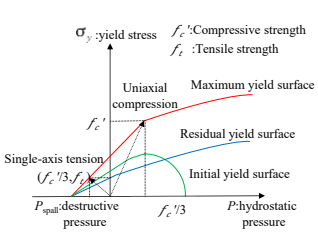


Fig.6 Yield function

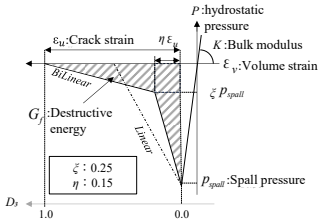


Fig.7 Tensile softening characteristics

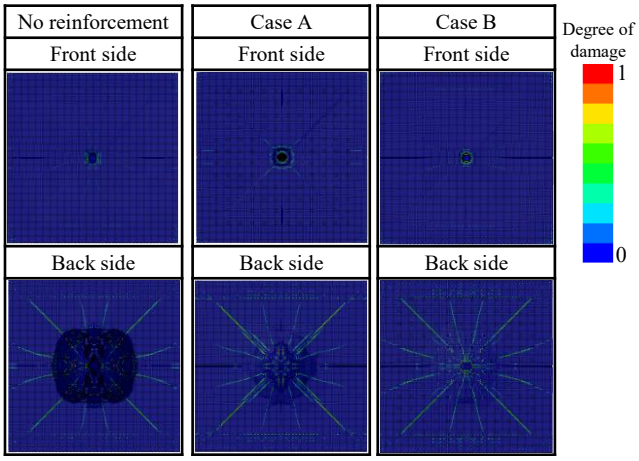


Fig.8 Fracture characteristics of the front and back surfaces

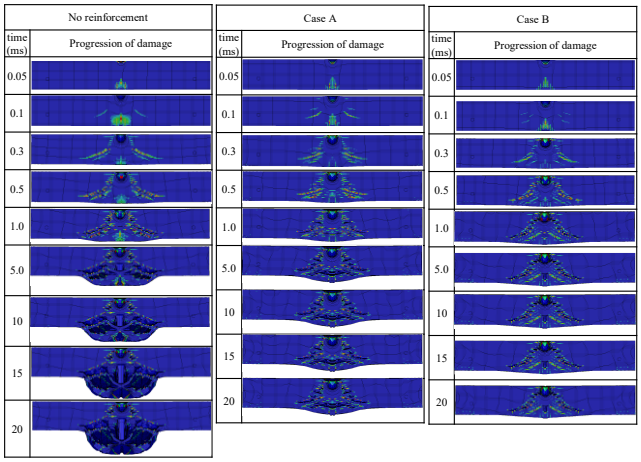


Fig.9 Failure progress in Cross-section

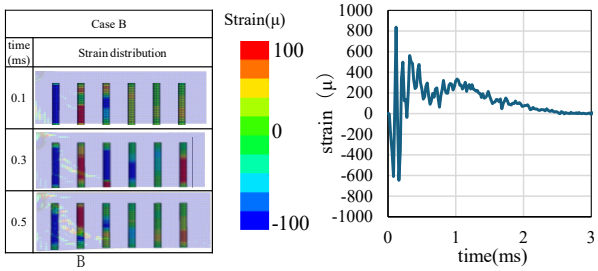


Fig.10 Strain time-history of shear reinforcement bar

参考文献

1)　一般財団法人土木研究センター：建設技術審査証明報告書あと施工型せん断補強用無機系モルタルカプセルおよびせん断補強筋「RMA」pp.285-345，2022

2)　伊東雅晴，別府万寿博，片山雅英：非線形動的コンクリート構成則 CAPROUS の開発と高速衝突解析への応用，土木学会第 10 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2010

3)　松澤遼，伊東雅晴，佐藤暁拓，大西慶弘，別府万寿博：低速から高速までの衝突を受けるコンクリート構造物の局部破壊解析に対する改良 CAPROUS モデルの適用性検討，構造工学論文集，Vol.70A，pp.964- 977，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所　寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

A Method for Constructing a Multi-variate Normal Distribution Model for Soil Property Data Including Missing Values (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

河田　晃靖（東洋建設(株)・総合技術研究所）　　珠玖隆行（東京都市大学）
Kosei KAWATA, Technical Research Institute, Toyo Construction Co.,Ltd.
Takayuki SHUKU, Tokyo City University
E-mail: kawata-kosei@toyo-const.co.jp

In recent years, advanced spatial prediction methods combining large-scale geotechnical databases with complex models have gained attention. However, "black-box" estimation processes can hinder the engineering interpretability required in practical reliability-based design (RBD). Furthermore, heuristic approaches like bootstrap-based covariance estimation with ad-hoc regularization fail to fully propagate the uncertainties of missing data. To address these limitations, this study presents a mathematically rigorous fundamental Bayesian approach incorporating a Gibbs sampler with Data Augmentation under a single multivariate normal framework. By treating missing values as unknown parameters, the Gibbs sampler iteratively draws samples from the full conditional distributions of the mean vector, covariance matrix, and missing data. Rather than focusing on opaque model extensions, this paper explicitly demystifies the mathematical mechanics of the posterior updating process. We demonstrate how the estimated covariance matrix dynamically and transparently updates the mean and coefficient of variation of an unmeasured design parameter (e.g., unconfined compressive strength) given independent site-specific measurements (e.g., CPTU and index properties). This approach provides geotechnical engineers with a high degree of interpretability, theoretical strictness, and broad applicability to general geotechnical data.

１．はじめに

地盤や岩盤に関するデータベースを構築し，データを設計や施工に積極的に利用しようとする試みが，2010 年代より盛んになってきた[例えば 1)]．データベースを地盤工学実務で積極的に活用する場合には，データの可視化や構造化が重要な役割を果たす．ここで構造化とは，「データを扱いやすい統計モデルなどに縮約すること・データをモデル化すること」を意味する．

地盤工学におけるデータの構造化には，実用的な観点から多変量正規分布が一般的に用いられている．しかしながら，Phoon et al.[2)]が指摘するように，地盤のデータは欠損値を含むことが一般的であるため，いくつかの情報が欠損したデータセットに対しても機能する頑健なモデリングが必要となる．Ching and Phoon[1)]は，Johnson 変換[3)]を施した地盤パラメータに対して，bootstrap 法[4)]を用いて 2 つの地盤パラメータの相関係数を調べることで実用的な多変量正規分布モデルの構築方法を提案しており，地盤工学において広く用いられている．

統計の分野では，欠損データを含むデータセットに対して，マルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov Chain Monte Carlo Method，以降，MCMC とする）を用いて多変量正規分布を構築する方法が提案されている[例えば 5)]．この方法は Ching and Phoon の方法よりも理論的な一貫性があり，また MCMC によるサンプリングを行うだけでよいという簡便さがある．しかしながら，統計の分野で一般的に用いられている方法が地盤のデータに対して機能するかどうか十分な検証が必要となる．

そこで本研究では，欠損がありデータ量の不均一性が著しい地盤データに対する MCMC の適用性に関して，既存の方法との比較を通して議論する．

２．多変量正規分布モデルの構築法[1)]

本研究でデータの構造化に用いる多変量正規分布は，次式で与えられる．

$$N(\mathbf{z},\mathbf{C}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M|\mathbf{C}|}}\exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{z}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{z}\right) \qquad (1)$$

ここに，$\mathbf{z}$ は先述した地盤や岩盤のパラメータを Johnson 変換した後のパラメータベクトル，$\mathbf{C}$ は共分散行列を表す．上記モデルにおいて未知パラメータは共分散行列 $\mathbf{C}$ のみであるが，データベースに収録されているデータは多くの場合不完全データ（欠損値を含むデータ）であるため，単純な方法で共分散行列を計算することはできない．

Ching and Phoon[1)]らは欠損を含むデータに対して多変量正規分布モデルを構築する方法を提案しており，以下に手順の概略を示す．

Step 1: 全てのパラメータを Johnson 変換する。
Step 2: 2 つのパラメータに着目し，Bootstrap 法[3)]によるサンプリングを行う．得られたサンプルに対して共分散δ_{ij} を計算する．
Step 3: Bootstrap 法によって得られた 1000 個のδ_{ij} のサンプルの中央値を用いて仮の共分散行列 $\mathbf{C}_0$ を構成する
Step 4: 共分散行列が正則かどうかをチェックし，正則でなければ Step 3 に戻る．正則であればその $\mathbf{C}_0$ を共分散行列 $\mathbf{C}$ と定義する

上記の手順により，多変量正規分布モデルが確定し，種々の計算に利用することができる。なお，データを Johnson 変換しているため，実際の設計にモデルを利用する際は，パラメータの逆変換が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．MCMC を用いた多変量正規分布モデルの構築法

欠損の無い多変量のデータが与えられた場合，データから直接，平均値ベクトル$\boldsymbol{\mu}$と共分散行列$\boldsymbol{\Sigma}$を求めることができるが，それらのばらつきを評価したい場合には MCMC，その中でもとくに Gibbs sampler[6]が用いられることが多い．具体的には，$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$に対して以下で定義される共役な事前分布を設定し，条件付き確率から$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$をサンプリングする．

$$p(\boldsymbol{\mu}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |\boldsymbol{\Lambda}_0|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Lambda}_0^{-1} (\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)\right) \tag{2}$$

$$p(\boldsymbol{\Sigma}) = \left[2^{\nu_0 p/2} \pi^{\binom{p}{2}/2} |\mathbf{S}_0|^{-\nu_0/2} \prod_{j=1}^{p} \Gamma([\nu_0 + 1 - j]/2)\right]^{-1} \times |\boldsymbol{\Sigma}|^{-(\nu_0+p+1)/2} \times \exp\{-\mathrm{tr}(\mathbf{S}_0 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})/2\} \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{y}$ はパラメータベクトル，$\boldsymbol{\mu}_0$ と L0 は事前分布の平均値ベクトルと共分散行列を表す．また，ν_0，p，$\mathbf{S}_0$，Γはそれぞれ，自由度，データ数，$p \times p$ の scale matrix，ガンマ関数を表す．Gibbs sampler により多変量正規分布モデルを評価することができるが，上記の方法は欠損値の無い完全データに対してのみ適用できるため，欠損データに適用するための改良が必要となる．

データにランダムな欠損値が含まれている場合，データがサンプリングされる確率は，

$$\begin{aligned} p(o_i, \{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) &= p(o_i) \times p(\{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \\ &= \int \left\{ p(y_{i,1}, \ldots, y_{i,p} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \prod_{y_{i,j}:o_{i,j}=0} dy_{i,j} \right\} \end{aligned} \tag{4}$$

で与えられる．ここに，$o_{ij} = 1$ はデータ y_{ij} が観測されていることを表しており，$o_{ij} = 0$ は欠損していることを表している．データが無作為に欠測している場合，欠測データについて積分を行い，観測データの周辺確率を得ることで，欠損値を推定することができる．多変量正規モデルの特別な場合として, MCMC を用いてこの周辺確率を容易に求めることができる．

欠損のあるデータセットに対する Gibbs sampler を実装するための準備として，完全なデータセットを $\mathbf{y}$，計測データを $\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}$，欠損データを $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ と定義する．ここで推定したい事後分布は $p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}} | \mathbf{y}_{\mathrm{obs}})$であり, 以下の手順を繰り返すことで, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\Sigma}$, に加えて $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ も推定することができる．

1. $\boldsymbol{\mu}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s)})$からサンプリング
2. $\boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)})$からサンプリング
3. $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)})$からサンプリング

４．まとめ

本稿では，欠損があるデータセットに対する多変量正規分布モデルの構築方法に関して，既存の方法をレビューしつつ，MCMC を用いたアプローチに関して，その具体的方法を示した．本稿では紙面が限られているため，結果を示すことができなかったが，MCMC を用いた方法によって，簡便に多変量正規分布モデルを構築できることが明らかとなった．

地盤パラメータによっては観測できるデータ数に大きなばらつき（不均一性）が認められることもあり，これらが正規分布モデル推定に及ぼす影響や，適切な対処方法について数値実験を通して検証する予定である．

参考文献

1) Ching, J. and Phoon, K. K.: Modeling parameters of structured clays as a multivariate normal distribution, Canadian Geotechnical Journal, 49(5), 522–45, 2012.
2) Phoon, K.K., Ching, J., and Wang, Y.: Managing risk in geotechnical engineering – from data to digitalization. Proceedings, 7th International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR 2019), Taipei, Taiwan, 2019.
3) Johnson, N. L.: Systems of frequency curves generated by methods of translation. Biometrika, 36, 149-176, 1949.
4) Efron, B. and Tibshirani, R. J.: An Introduction to the Bootstrap, Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability, 456p, 1994.
5) Hoff, P.D.: A first course in Bayesian statistical methods, Springer, 270p, 2009.
6) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(6), 721–741, 1984.
7) Friedman, J.・Hastie, T.・Tibshirani, R. (2008): Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. Biostatistics, 9(3), 432-41.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察（シンポジウム講演概要）

A Consideration of deterioration models and rate of progression for road structures in cold regions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須藤 敦史（東北工大・工） 兼清 泰明（関西大・環境都市工） 丸山 収（東急建設㈱）佐藤 京（寒地土木研究所）
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Hiroaki KANEKIYO, Kansai University
Osamu MARUYAMA, Tokyu Construction
Takashi SATOH, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: atsu-sutoh@tohtech.ac.jp

This study is to conduct a unified deterioration assessment and future prediction for infrastructures in Hokkaido. The discrete damage assessment categories obtained from periodic inspections are converted into continuous deterioration assessment values and deterioration indices to grasp and predict the deterioration state of structures. Furthermore, the variability of these probability distributions, the characteristics of the tail, and the dual modes of deterioration transition rate are examined.

１．はじめに

現在，実施されている定期（近接目視）点検より得られる道路構造物（橋梁・トンネル・コンクリート構造物等）対する損傷度判定区分は Table1 の例に示す離散（レイティング）値であり，さらに管理する事業者により若干の差異があるため，統一的かつ正確な健全度の判定・診断が難しいのが現状である [1)など]．本研究では，北海道の道路構造物に対する定期点検より得られる損傷図や損傷度判定区分（離散値）から劣化評価値（連続値）や劣化指数（連続値）を求め，それら確率分布のばらつきと裾野部の特性および進展（遷移）速度の二重モードに関する検証と考察を行っている．

２．劣化特性値の連続（劣化評価値・劣化指数）変換

一般的なライサイクルマネジメント（LCM）では，構造物の供用期間における保有性能の時間的な劣化の遷移と補修・補強等との関係は，Fig.1 に示す連続的な概念で展開されている．著者らは定期点検結果および損傷図から連続的な劣化評価値（定義範囲:0.0～の実数値）を求め，さらに判定区分（4～5 区分）から，式(1)に示す連続的な劣化指数（定義範囲:0.0～1.0 の実数値）に変換している．

$$劣化指数=1/N\,\Sigma_i^N(判定区分_i \times Wf_i) \qquad (1)$$

それぞれの損傷度判定区分に応じた影響度（Wf_i）を乗じて連続的な劣化指数を求めている [2)など]．この劣化指数は健全な状態 1.0 から劣化進行に従って 0.0 に遷移する連続値となる．

さらに開発局と北海道が管理する道路構造物（函館地区）に対してそれぞれの劣化指数（簡易 BHI・簡易 THI・簡易 BOHI）を式(1)より求め（Fig.2 参照），それを統合することで対象地区の道路構造物に対する劣化評価も行える．

３．道路構造物における劣化評価値の確率分布の遷移

山岳トンネル（矢板工法）の覆工表面における損傷度判定区分における確率分布の遷移をそれぞれの経過(供用)年数（①15～30 年，②30～40 年，③40～50 年）毎に Fig.3(a)に示す．Fig.3(a)より，矢板工法の覆工表面における劣化評価値の平均とその分布は，明らかに正規分布ではなく左右非対称の分布形であり，中央値・最頻値が分布の左端に現れている．このような分布形は多くの自然現象で現れ（ベキ分布），確率分布の裾（テイル）部分の収束が非常に遅い

Table 1 Classification of road and bridge (Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Deterioration classification		State
I	healthy	There is no hindrance to the function of the road bridge
II	Preventive Maintenance Stage	A state in which the function of the bridge is not impeded, but it is desirable to take measures from the viewpoint of preventive maintenance.
III	Early Actions Stage	There is a possibility that the function of the bridge may be hindered, and measures should be taken as soon as possible
IV	Emergency Action Stage	The function of the bridge is impeded. or a condition that is extremely likely to occur and requires urgent action

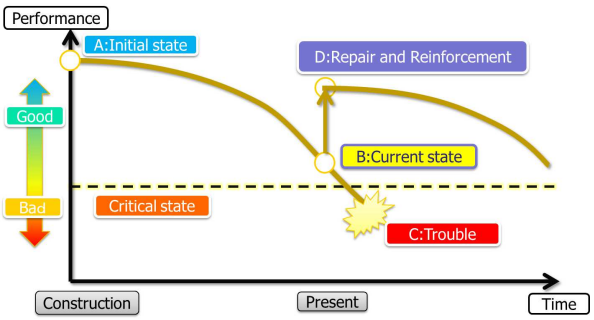


Fig. 1 The concept of life cycle costs

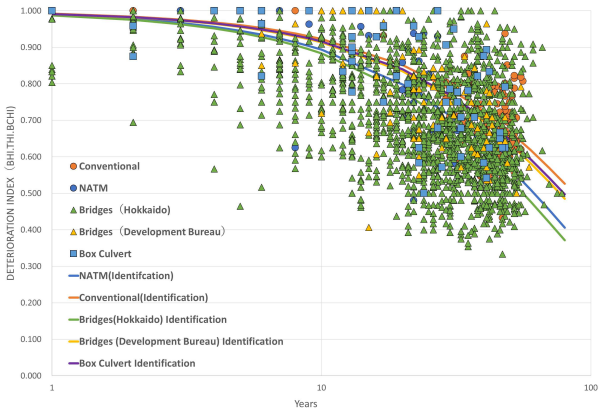


Fig.2 Road Structure Health Index in Hakodate Area

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

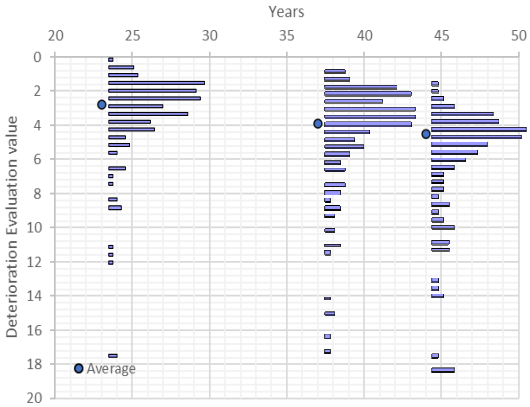


Fig.3(a) Distribution of deterioration assessment values (Conventional construction method)

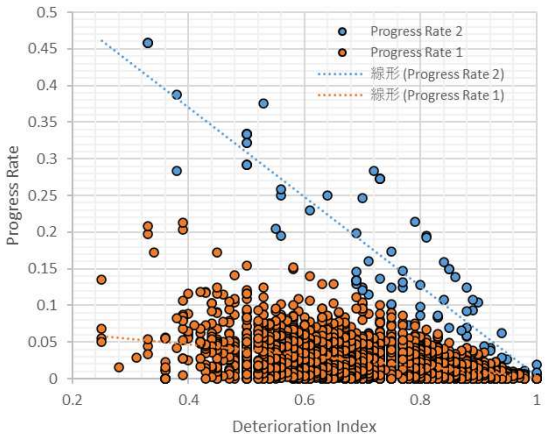


Fig.4 Deterioration index and progression rate in PC bridges

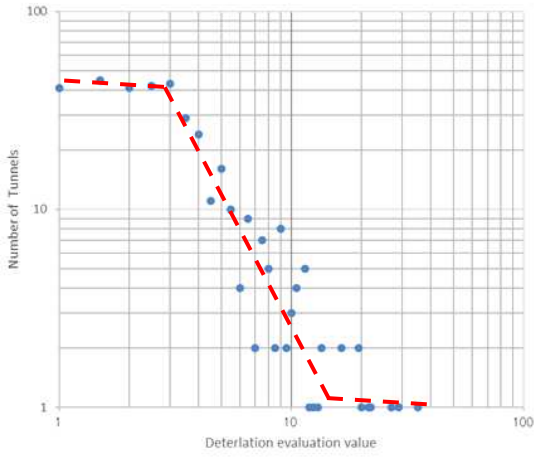


Fig3(b) Distribution of deterioration assessment values and years elapsed (Conventional construction method)

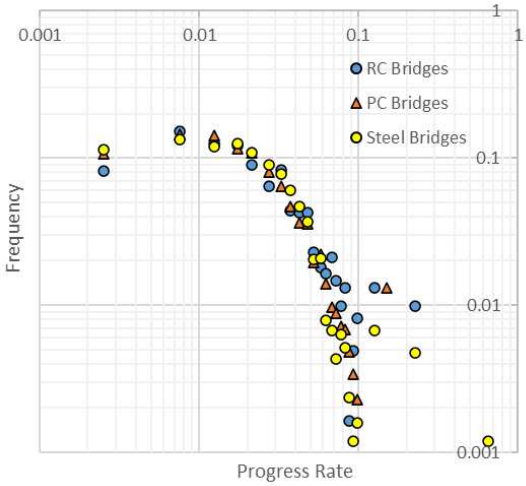


Fig.5 Distribution ratio of growth rate in bridges

（ロングテイル）分布であるため，分布形状の特定や同定が極めて困難な場合が多い．

加えて Fig.3(a)に示す劣化評価値の頻度と供用年数との関係を両対数で描くと Fig.3(b)に示すように直線で Z 形状（図中の近似では 2 つの勾配）になっている．

4．劣化指数の確率分布における二重モード性

コンクリート等は複合材料であることより，矢板工法の覆工においても劣化評価値の分布は，以下に示す式(2)～式(4) の二重モード分布として表される [3)など]．

$$f_X(x,y)=\Sigma^{2}_{i=1}\zeta_i\cdot f_X(x,t;\mu_i) \quad (2)$$

$$f_X(x,t;\mu)=e^{-\lambda t}/x\cdot\Sigma^{\infty}_{n=0}(\lambda t)^n/n!\cdot f^{n*}{}_w(\log x/x_0-\mu t) \quad (3)$$

$$f^{n*}{}_w(x)=(\rho w)^{n-1}/(n-1)!\cdot\rho e^{-\rho w} \quad (n=1,2,\cdots) \quad (4)$$

ここでμ_1，μ_2 は各モードでの平均進展抵抗，x_0は初期平均損傷度，λは雑音として導入されている複合Poisson過程の単位時間当たりの平均ジャンプ発生回数，ρ は複合Poisson 過程のジャンプの確率分布に関するパラメーター，ζ_1，ζ_2は各モードの分配比率，$\zeta_1+\zeta_2=1$であり，$f^{0*}{}_w$はデルタ関数となる．

このように，多くの材料や部材で構成される構造物では，比較的短時間で大きく成長する劣化現象が一定割合含まれていると考えられる．この点を明らかにするために劣化指数とその進展速度の関係をFig.4に示す．進展速度と劣化指数との間に比例関係が認められ，劣化指数は指数関数的な成長を示すことになる．さらにFig.5より，進展速度の遅い領域では，PC橋・RC橋・鋼橋とも同じ分布の比率構成を示しているが，進展速度の早い領域では，構造形式で分布比率のばらつきが大きい．

5. 結　論

劣化事象における進展速度の二重モードによって生じるロング・ヘヴィーテイルを示す確率分布は，維持管理や信頼性解析・リスク解析においてレベルの超過確率などに大きな影響を与えるため，確率分布がロング・ヘヴィーテイル特性を有するかどうかを把握しておくことは重要である．

参考文献

1) 建設省土木研究所：橋梁点検要領(案)，土木研究所資料，第 2651 号，1988.
2) 須藤敦史,佐藤京,兼清泰明,丸山収,西弘明: 寒冷地の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）における劣化特性とその分布について，土木学会 構造工学論文集，Vol.62A,pp.156-165, 2016.
3) 兼清泰明,丸山収,須藤敦史,佐藤京：寒冷地トンネル覆工コンクリートの損傷度確率分布のテイル特性に関する考察，日本材料学会 材料，Vol.65, No.4, pp.275-281, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

Utilization and implementation of damage assessment classification in the maintenance of cold region infrastructures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

禿　和英（㈱建設技術研究所）　須藤　敦史（東北工大・工）　佐藤　京（寒地土木研究所）
Kazuhide KAMURO, CTI Engineering Co., Ltd,
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Takashi SATO, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: kamuro@ctie.co.jp

In this study, in order to apply for the practice maintenance and management of infrastructure, the deterioration level of infrastructure is considered, based on the classification obtained from regular inspections. Finally, numerical examples are presented to demonstrate the usefulness of this identification and estimation method for infrastructure management System in cold regions (Hokkaido).

１．はじめに

我が国ではインフラに対する定期点検による健全度の判定は，Table1（山岳トンネル例）に示すように 4～5 段階のレイティング（離散）値が基本であるため，その解釈や利用等が難しく，加えて点検時期により判定基準が数回改定されており，経過年等を検討の軸とした長期にわたる一貫した劣化評価が非常に難しいのが現状である．

そこで本研究では，現状に即した維持管理の構築を目標として，まず，寒冷地（北海道）の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）の経過年数に伴って遷移する劣化過程（時間依存型マルコフ連鎖）モデルを用いて，実観測値から遷移確率行列の要素を同定し，さらに遷移確率図を作成して劣化特性の整理・検討および実装への考察を行っている．

２．時間依存型マルコフ連鎖モデルの同定

マルコフ連鎖モデル[例えば 1)]は，ある状態からつぎの状態への遷移過程モデルであり，ひとつ前の劣化評価の区分（状態）に依存する現象と考えられ，Fig.1 の例に示すように，Table1 の損傷度判定区分（ランク）に対するマルコフ遷移過程は，離散時間の経過に伴い，常にある確率 p_i で劣化する方向に遷移（1: Ⅰ⇒2: Ⅱb⇒2: Ⅱa⇒3: Ⅲ⇒4:Ⅳ）し，また確率 $1\text{-}p_i$ で停留する確率プロセスと考えられる．

このマルコフ連鎖モデルによる劣化（判定区分）の進展は，その状態や経過時間に依存して遷移するため，マルコフ連鎖における遷移確率行列の各要素は，時間経過とともに変化する値として，それらを実際の定期点検値より，数え上げ法[2)]で同定し，求めた判定区分の変動比率等により，対象物の劣化遷移および将来予測の可能性を検討する．

３．定期点検値より求めた山岳トンネルの遷移確率図

北海道開発局が管理する山岳トンネル（NATM:137，矢板工法:137 か所）に対して平成 18 年度～令和 2 年度における 14 回の定期点検結果で得られたトンネル覆工の損傷判定区分より，時間依存型（一定区間の定常性を仮定し，その区間の損傷度判定区分が時間経過に伴って遷移）マルコフ連鎖モデル[3)]に対する確率遷移行列の時間遷移を同定し，NATM と矢板工法の覆工における遷移推移図を求める．

札幌地区の NATM に対して供用初期から遷移時間間隔 4 年のトンネル覆工における遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.1 に示す．Fig.2.1 より，供用 19 年以降に補修・補強が施されている．ここで維持管理台帳を参考にして求めた補修・補強等を施さない場合の NATM 劣化遷移図

Table 1 Classification of road tunnel
(Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Judgment category		Judgment details
Ⅰ		A state in which no measures are required because there is no possibility of affecting users.
Ⅱ	Ⅱb	A condition that requires monitoring because it may affect users in the future.
	Ⅱa	Since there is a possibility that users will be affected in the future, this condition requires intensive monitoring and systematic measures from a preventive maintenance perspective.
Ⅲ		There is a high possibility that users will be affected sooner or later, so it is necessary to take measures early.
Ⅳ		A situation in which it is necessary to take urgent measures because there is a high possibility that users will be affected.

*1 "Emergency" in Judgment Category IV refers to situations ranging from situations where early measures need to be taken to situations where traffic cannot be reopened.

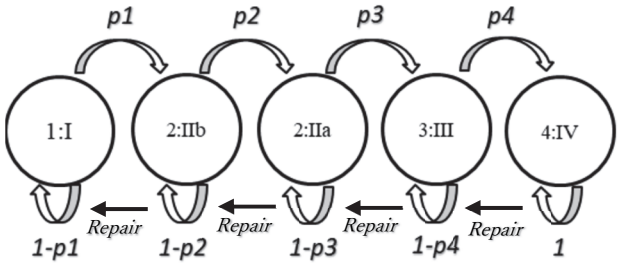


Fig. 1 Markov chain of tunnel deterioration

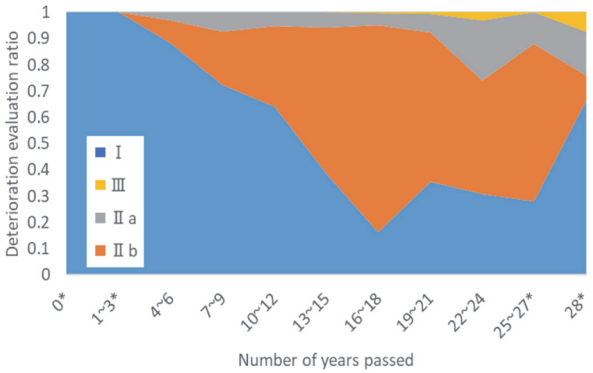


Fig.2.1 Transition probability in Sapporo area
(NATM 0 to 28 years of service)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

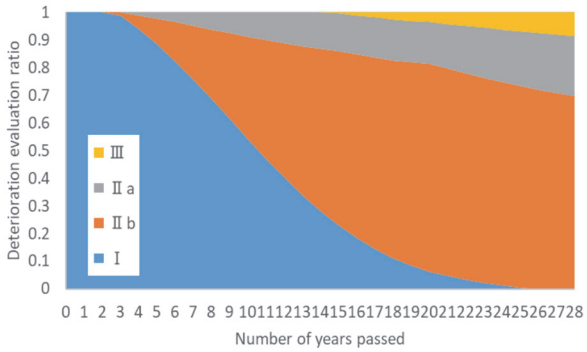


Fig.2.2 Transition probability in Sapporo area without repairs (NATM 0 to 28 years of service)

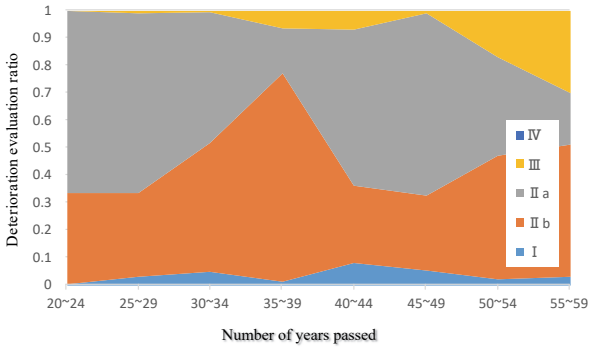


Fig.2.3 Transition probability in Otaru area (Conventional construction method 20 to 59 years of service)

Table 2 Classification of road bridge (Hokkaido Prefecture)

Judgment category	General situation
i	The damage is severe and may hinder traffic safety.
ii	The damage is extensive, and a detailed investigation is required to determine whether repairs or reinforcement are necessary.
iii	Damage is noted and continued observation is required.
iv	Damage must be recognized and its extent recorded.
OK	An inspection revealed no damage.

を Fig.2.2 に示す. 次に小樽地区の矢板工法に対して供用 20 年目から同様に遷移時間間隔 4 年におけるトンネル覆工の遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.3 に示す.

ここで矢板工法の山岳トンネルでは，供用年数約 20 年以前の覆工表面に対する点検記録は得られていない.

Fig.2 より，道内の各地区における NATM と矢板工法の覆工に対する劣化状況の把握や将来予測が可能になる.

4．定期点検値より求めた橋梁の遷移確率図

北海道が管理する歩道・自転車橋を含む橋梁（5,154 橋）に対する平成 14 年～平成 26 年度の定期点検記録から，PC 橋・RC 橋における主桁の遷移確率図（遷移間隔 5 年）同様の手法で求めたものを Fig.3.1-3.2 に示す．ここで北海道の橋梁における損傷度判定区分表を Table2 に示す.

Fig.3 より，橋梁の各部材における劣化状況の把握が可能であり，RC 橋では供用 5 年で補修・補強が施されている.

次に同様に鋼橋における床版の遷移確率図（遷移間隔 5 年）を求めたものを Fig.4 に示す．Fig.4 より，鋼橋の床版においても劣化状況の把握が可能であり，加えて RC 橋では供用 5 年程度で劣化の進行が顕著であることが判る.

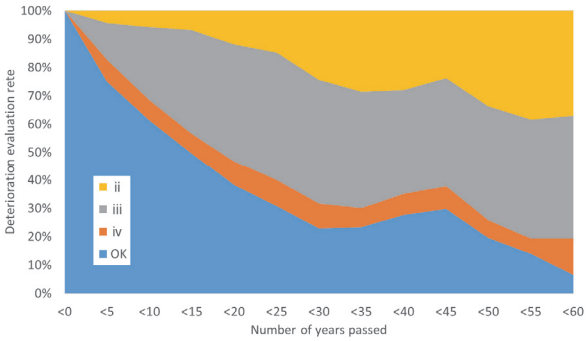


Fig.3.1 Transition probability (PC Bridge Main girder)

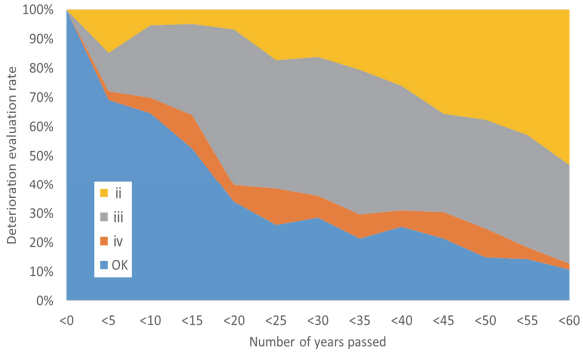


Fig.3.2 Transition probability (RC Bridge Main girder)

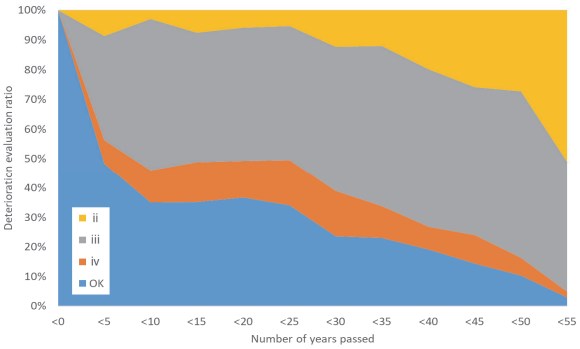


Fig.4. Transition probability (Steel Bridge floor slab)

5．結　論

本研究では，実際に得られる定期点検値（損傷度判定区分）から，時間依存型マルコフ連鎖モデルの採用により遷移確率行列が得られ，対象物における劣化の現状把握に対しての有効性が示された．加えて，遷移確率図を作成することにより，これら劣化状況の将来予測が可能になる.

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
2) 武山泰，嶋田洋一，福田正:マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破損評価システム，土木学会論文集，第 420 号，V-13，pp.135-141，1990.
3) 禿 和英，須藤 敦史，兼清 泰明，丸山 収: 寒冷地におけるトンネル覆工の経年劣化についての検討, 第 27 回応用力学シンポジウム，24001-05-02，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DIC データと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

Field estimation for Local Damage in Structural Members using DIC data and Surrogate Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　浩基（清水建設）　佐藤　開（清水建設）　山本　真哉（清水建設）　西尾　真由子（筑波大学）
Hiroki KAMDA, Shimizu Corporation
Kai SATO, Shimizu Corporation
Shinya YAMAMOTO, Shimizu Corporation
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp

Digital Image Correlation (DIC) provides dense full field strain data for identifying localized damage in structural members. In this study, a spatially heterogeneous thickness change field of a corroded steel plate under tensile loading is estimated by assimilating DIC strain data. Thickness parameters are defined on a grid in a 2D linear elastic model and updated using an Ensemble Kalman Filter (EnKF). To reduce computational cost, a Fourier Neural Operator surrogate replaces repeated ensemble simulations. Numerical tests show that higher observation density improves accuracy and reduces uncertainty, while higher noise degrades both. Estimation based on the measured DIC data capture the overall thinning trend but reveal modeling limitations.

１．はじめに

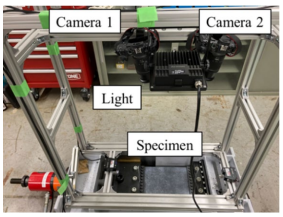
デジタル画像相関法（DIC）は高密度なデータ取得が可能であるため，この利点を生かして構造部材の局所的な変状を捉えることが可能である．さらに，DI C データを観測データとして逆解析を行うことで，ひずみゲージ計測などの空間的に疎な観測データでは困難な局所領域を対象とした状態推定への応用が期待される．いくつかの既往研究ではDICデータを用いた構造物のパラメータ推定が行われているが，上述のような DIC の高解像度のメリットを示したものは少ない．Sato and Nishio[1)]は局部損傷をもつ構造部材を対象としてDICデータを用いた荷重耐荷力の不確かさ定量化とデータ同化を行い，観測点数の増加に伴い領域全体で均質，または 2 か所に分けた領域内で均質な推定パラメータの不確かさが減少する傾向を確認した．また局所的な損傷の推定と残存性能の評価が可能であることを示した．本研究では，推定対象を空間的に非均質なパラメータへと拡張し，DIC データの有効性を示すことを目的とする．

２．問題設定

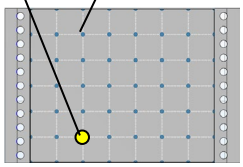
本研究では構造部材を模擬した Fig. 1(a)のような鋼板供試体の引張り試験を対象とする．DIC により得られた相当ひずみ分布を観測データとし，腐食した鋼板の板厚分布を推定する逆問題を設定する．試験の詳細は文献 [1)]を参照されたい. Fig. 1(b)に示す線形弾性体を仮定した二次元数値解析モデルの領域内をグリッド状に離散化して板厚の代表値 t_i を設定し，データ同化手法の一つであるアンサンブルカルマンフィルタ（EnKF）により観測データを再現する板厚分布を推定する. なお, EnKF の実装は pyPDAF[2)]を用いる．EnKF による推定では不確実性の表現のため，膨大なアンサンブル解析を行う必要がある．本研究では Fourier Neural Operator[3)]に基づく代理モデルを構築し，これと観測データより同化を行う．板厚の事前確率分布は文献 [1)]を参考に，2.9mm-3.2mm の一様分布を設定する. 簡単のため板厚以外の推定変数は省略する．

３．数値実験用の観測データを用いた性質把握

数値実験的にDIC観測データを様々な観測ノイズ設定のもと作成し，非均質な板厚の推定を実施した．観測点数はグリッドの粗密を変更した 4 種類を設定した．各観測技術の精度をもとに，観測ノイズ 1%はひずみゲージによる計測, 観測ノイズ 5%から 20%はDICによる計測を想定した．



(a) Tensile test setup[1)]



(b) 2D Analysis model

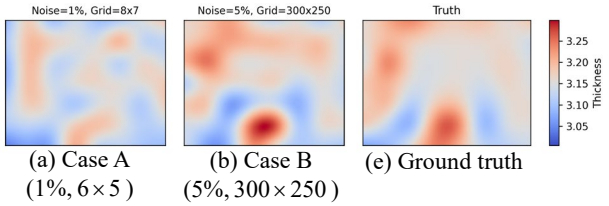
Fig. 1 Experimental and analysis setup

Table 1 Posterior distribution of t_i at point A. Cells show mean error (posterior mean minus truth) [posterior standard deviation].

Noise	Number of observations 6×5	30×25	90×75	300×250
Prior	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]
1%	0.03[0.08]	0.01[0.02]	0.01[0.01]	0.00[0.00]
5%	0.01[0.09]	0.01[0.06]	0.00[0.03]	0.01[0.02]
10%	0.01[0.09]	0.00[0.07]	-0.01[0.05]	0.00[0.02]
20%	0.01[0.09]	0.01[0.09]	0.02[0.07]	0.03[0.04]

Table 1 は板厚の代表点 A における事後確率分布の平均値と正解値の絶対誤差, および標準偏差（括弧内）である．代表点 A は腐食による減肉を仮定した領域に設けた．数値は小数点第 2 位で丸めた．事前確率分布に対し，観測ノイズ，観測点数のいずれの設定においても，正解との誤差と標準偏差が低減した．また，推定精度は観測点数の増加に対して向上し，ノイズの増加に対して悪化の傾向が見られた．Fig.2(a)-(d)は板厚分布の事後平均，Fig. 2(e)は正解となる板厚分布である．Fig. 2(a)は観測点数が 6×5 で観測ノイズが 1%の場合（Case A）, Fig.2(b)-(d)は観測点数が 300×250 で観測ノイズがそれぞれ 5%，10%，20%の場合（Case B, C，D）に対応する．上述したように，前者はひずみゲージによる計測データを用いた推定を想定し，後者は DIC による計測データを用いた推定を想定した． なお，これらはそ

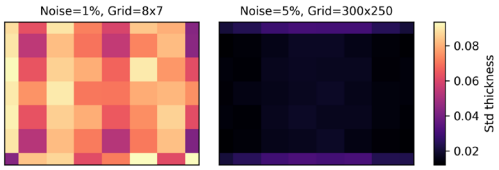
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case A (1%, 6×5) (b) Case B (5%, 300×250) (e) Ground truth

(c) Case C (10%, 300×250) (d) Case D (20%, 300×250)

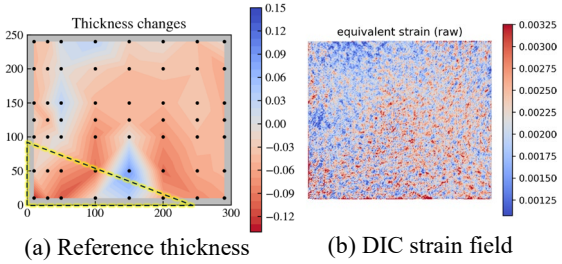
Fig. 2 Posterior mean: thickness field



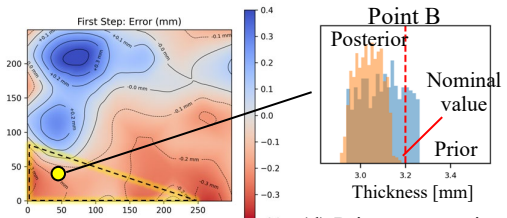
(a) Case A (b) Case B

(c) Case C (d) Case D

Fig. 3 Posterior standard deviation: thickness



(a) Reference thickness (b) DIC strain field



(c) Posterior mean thickness field change (d) Prior vs posterior (Point B)

Fig. 4 Thickness field estimation (measured DIC)

れぞれ Table 1 のハッチングをかけたセルに対応する．Case A に対し，Case B，C，D では，正解の減肉の分布傾向を捉えることができた．Fig. 3 は Fig. 2 に対応する板厚値の事後確率分布のアンサンブル標準偏差である．ここでは 8×7 の板厚について補間を用いずに示している．Case A に対し，Case B，C，D では，より不確かさが低減することができた．また，Case B，C，D では，鋼板の上下端においてその周囲に比べ標準偏差が大きい結果となった．この結果は，Fig. 2(b)-(d)の上下端においても事後確率分布の平均値が正解と乖離が生じていることと整合していると考える．

4．実際の DIC データを用いた検討結果

実際の DIC 計測データを用い，非均質な板厚の推定を実施した．Fig. 4(a)は試験前に直接計測した供試体の板厚（参照解），Fig. 4(b)は板厚推定に用いた DIC 計測データ，Fig. 4(c)は推定された板厚平均の空間分布，Fig. 4(d)は代表点 B における板厚の事前，事後確率分布である．Fig. 4(a)および Fig. 4(c)左下の三角形領域は，供試体を意図的に腐食させた箇所である．DIC データの処理条件については文献 [1]を参照されたい．Fig. 4(c)は参照解に対し，領域下半分全体，特に意図的に腐食させた三角形領域の減肉傾向を捉えることができた．Fig. 4(d)より，事後確率分布は不確かさを減少した．参照解では中央下部に局所的な板厚増加が確認されたのに対し，推定結果では同様の板厚増加は確認されなかった．この結果より，参照解における板厚増加は，剛性に寄与しない腐食生成物による可能性が示唆された．

一方，減肉量の最大の絶対値が計測値に対して 2 倍程度であることや，領域左側に板厚が増加する領域が不自然に生じた．これは，解析モデルが荷重の不均一性や面外変形を考慮しなかったため生じたと想定されることから，モデル化に関する追加の検討が必要である．

5．おわりに

本研究では，DIC データと代理モデルを活用し，構造部材における腐食状態の面的な推定を実施した．得られた知見を以下に示す．

- ひずみゲージや DIC による計測を模擬した数値観測データを用いた検討により，観測点数と観測ノイズが板厚の事後平均の正解との乖離や不確かさの程度に与える影響を調査した．観測点数の増加に伴い推定誤差と不確かさが低減し，一方で観測ノイズの増加に伴いこれらが増大する傾向を確認した．
- 数値実験による同化の検証で，ひずみゲージを想定した，観測点が少なく，かつ，観測誤差が小さい条件において板厚の面的な推定は困難であった．一方で，DIC を想定した，観測点が多く，観測誤差が比較的大きい条件では，減肉領域をより高精度に推定でき，不確かさも低減することを確認できた．DIC データを活用することで，ひずみゲージのスパースな計測では検知が難しい，面的かつ局所的な状態推定が可能になることが示唆された．
- 実際の DIC データを用いた場合においても，参照解に見られた減肉について，面的に推定ができた．また，事前確率分布に対して事後確率分布は不確かさを減少した．これより実構造の異常検知や状態推定の目的で，DIC データが活用できる可能性が示唆された．一方，不自然な板厚増加が確認され，EnKF で同化を行う数値モデルの改良が課題である．

参考文献

1) K. Sato and M. Nishio: Uncertainty quantification using digital-image-correlation data for load-carrying capacity analysis of structural members with local damages, *Structures*, **79** -109431, 2025, p. 109431.
2) pyPDAF: https://github.com/yumengch/pyPDAF.git
3) N. Kovachki, Z. Li, B. Liu, K Azizzadenesheli. K. Bhattacharya: Neural Operator: Learning Maps Between Function Spaces With Applications to PDEs, *Journal of machine learning research: JMLR*, **24** -89, 2023, pp. 1–97.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた重量推定手法に関する研究（シンポジウム講演概要）

Vehicle Weight Estimation Using Polynomial Correction Based on Vehicle Vibration at Intersection Turns (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石黒 志竜（東京大学）　薛 凱（スマートシティ技術研究所）
髙橋 泰賀（株式会社ブリヂストン）　飯村 勇作（株式会社ブリヂストン）
長山 智則（東京大学）
Shiryu Ishiguro, The University of Tokyo
Kai Xue, Smartcity Technology Research Institute
Taiga Takahashi, Bridgestone Corporation
Yusaku Iimura, Bridgestone Corporation
Tomonori Nagayama, The University of Tokyo
E-mail: nagayama@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

To efficiently combat overloaded vehicles that threaten road infrastructure, this study proposes a novel vehicle weight estimation method using an inexpensive IMU and GNSS. The method focuses on the characteristic that the ratio of roll angle to lateral acceleration (normalized roll response) during intersection turns is proportional to the vehicle's load weight. To address the major obstacle of sensor integration drift errors, a correction algorithm based on polynomial approximation utilizing straight driving sections before and after turns was developed. Experimental results from real-world driving tests with various vehicle types, from passenger cars to large trucks, achieved weight estimation accuracy around 10%. This method enables low-cost and versatile overloaded vehicle screening technology without the need for identifying unknown vehicle parameters, paving the way for societal implementation.

1. はじめに

国内の道路インフラは急速な老朽化に直面しており，特に過積載車両によるダメージは甚大であるため，効率的な過積載対策が求められている．現在，過積載対策として軸重計や Weigh-In-Motion (WIM) が用いられているが，これらは設置箇所が限定的であり，広範な監視網の構築には多大なコストを要する．

これに対し，車載の慣性計測装置（IMU）を用いて走行データから重量を推定する手法が検討されているが，IMU から重量を推定する手法は実用化されていない．

そこで本研究では，日常的な交差点旋回挙動を利用し，かつ多項式近似を用いた積分補正手法を導入することで，安価なセンサでも車両重量を推定可能な手法を構築する．シミュレーションおよび実車両走行試験の結果から本手法の有効性を検証する．

2. 重量推定の原理と信号処理

2.1. カーブ走行時の定式化と規格化ロール応答量の定義

車両が旋回する際，遠心力（横加速度 a_y）によって車体は外側へロール角 ϕ だけ傾く．車両を簡易的なハーフカーモデルと仮定し，静的なモーメントの釣り合いを考えると，以下の関係が成立する．

$$mgh_s \tan(-\phi) + ma_y h_s - K\frac{l^2}{2}\tan(-\phi) = 0 \qquad (1)$$

ここで，m はばね上質量，h_s はロール中心から重心までの距離，K はロール剛性である。微小角近似（$\tan\phi \approx \phi$）および，$K \gg mgh_s$ が成立すると仮定すれば，ロール角と横加速度の比 ϕ/a_y は質量 m に比例する．本研究ではこの指標を「**規格化ロール応答量**（normalized roll response）」と定義し，積載重量との相関を評価する．

$$m \approx \frac{Kl^2}{2h_s}\frac{\phi}{a_y} \qquad (2)$$

一方で，$Kl^2/2h_s$ は車両のロール剛性に依存するため，未知のパラメータとして同定する必要がある．本研究では，空車状態を基準として重量変動を推定するため，積載なしの状態での $Kl^2/2h_s$ を定数として扱う．

2.2. 交差点旋回区間の抽出とドリフト補正

実走行データから解析対象となる交差点区間を自動抽出するため，ヨー角速度 ω_z に着目した．交差点旋回は「一定以上のヨー角速度が，一定時間継続する」という特徴を持つ[1)]．本研究では，ω_z および a_y が閾値を超える区間を検出し，かつ継続時間や旋回前後の安定性を条件としてフィルタリングすることで，解析に適した良質な旋回データのみを抽出するアルゴリズムを構築した．

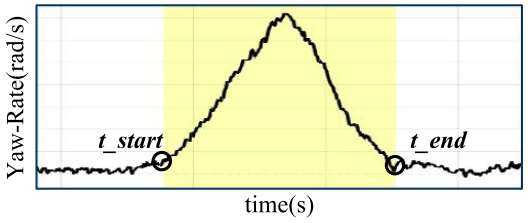


Fig. 1　交差点旋回区間でのヨー角速度 ω_z のピーク

交差点として検出される区間の閾値の条件は以下の通りにした．

- ヨー角速度 ω_z が 0.3 rad/s を超える区間が 0.8s 以上存在すること．
- 横加速度 a_y が 0.5 m/s^2 を超えること．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

- ヨー角速度 ω_z が 0.03 rad/s を下回る時刻を始点および終点とする．

一方で，実環境でロール角 ϕ を得るには，ジャイロセンサのロール角速度 ω_x を積分する必要がある．しかし，安価なセンサにはバイアスや温度ドリフトが含まれ，単純積分では誤差が累積する．

そこで本研究では，交差点旋回の前後に存在する「直線走行区間」に着目した補正手法を提案する．直線区間では本来ロール角はゼロ付近で推移することが期待される．したがって，旋回開始前（t_{start} 以前）および終了後（t_{end} 以後）の積分値に含まれる低周波成分を，センサのドリフト成分とみなすことができる．具体的には，旋回前後 5 秒間を含む区間の積分データに対し，5 次の多項式フィッティングを行い，これをドリフト成分として元の積分波形から減算することで，真のロール角成分のみを抽出する[2]．この多項式フィッティングの結果として，補正後の角度は以下の式で表される．

$$\phi_{comp}(t) = \int_{t_{start}}^{t} \omega_x(\tau)\mathrm{d}\tau - \sum_{n=0}^{5} \hat{a_n}(t - t_{start})^n \qquad (3)$$

ここで，$\hat{a_n}$ は旋回前後 5 秒の区間に対する多項式フィッティングによって得られる係数である．交差点区間における最大加速度および補正後に得られるロール角の最大値を用いて，規格化ロール応答量を算出し，これを積載重量と比較することで推定精度を評価する．

3. 実車両走行試験

3.1. 実験概要

提案手法の汎用性を検証するため，シミュレーションによる手法の妥当性の立証を行い，さらに実車両を用いた公道での走行実験を実施した．シミュレーションおよび実験における車両の積載重量は，空車状態から最大積載状態まで複数段階で変化させた．さらにシミュレーションにおいては過積載状態まで再現し，推定重量の変化を確認する．

3.2. 実験結果と考察

シミュレーションにおける重量推定の結果を表 1 に，実車両における重量推定の結果を表 2 に示す．なお，両者の重量の真値については表の左端に示す通りである．走行試験は複数の車両で実施したが，ここでは代表的な車両の結果を示す．

Table 1　シミュレーション結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1254	-3.54
1500	1380	-8.00
2000	1782	-10.9

Table 2　実車両走行試験の結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1149	-11.6
1500	1634	8.91

4. 結論

本研究では，交差点旋回時の車両のロール応答を利用した新たな重量推定手法を提案し，シミュレーションおよび実車両走行試験によりその有効性を検証した．シミュレーションおよび実データにおける推定誤差は，空車状態から最大積載状態まで，平均して誤差 10% 程度で推定可能であることが確認された．この結果は，安価な車載 IMU を用いても，適切な信号処理と補正アルゴリズムを組み合わせることで，簡易的な車両重量推定が可能であることを示している．

一方で，シミュレーションにおいては重量の増加に伴い推定重量が過小評価される傾向が見られた．これは，定数と仮定したパラメータ $Kl^2/2h_s$ が実際には積載量によって変化することが原因であると考えられる．

今後の課題としては，より多様な車両や走行条件に対する評価を行い，さらに推定精度を向上させるため，機械学習による計測データの補正やシミュレーションモデルの実データへの適合性を高めることが挙げられる．

参考文献

1) 高野瀬 碧輝 et al.：都市部環境下で適用可能な GNSS/IMU に関する研究，pp. 721-726, 自動車技術会論文集，2020. [T. Takano et al.: *Research on Applicable GNSS/IMU in Urban Environments*, pp. 721-726, 2020.]
2) 入江 清：複数観測の統合に基づいた慣性運動計測の誤差修正，No.18-15，日本機械学会シンポジウム：スポーツ工学・ヒューマンダイナミクス 2018 講演論文集，2018. [K. Irie: *Error Correction of Inertial Motion Estimation by Fusing Multiple Observations*, No.18-15, Japan Society of Mechanical Engineers, 2018.]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 琹[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

Structural system identification using Hamiltonian-based machine learning
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙原　智遥（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Chiharu TAKAHARA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail:s2210566@u.tsukuba.ac.jp

This study examines the performance of vibration data-based structural system identification implemented using port Hamiltonian Neural Network (pHNN), which is a physics-guided machine learning, where based on explicit Hamiltonian and dissipative structure. Verification was conducted through shaking table experiments on a vertical shear building model, targeting the identification of stiffness and damping parameters using measured acceleration data. To enable parameter estimation directly from acceleration responses, an appropriate formulation of the system dynamics was derived. Experiments using measured acceleration data showed increased estimation errors and instability, reflecting the effects of measurement noise and modeling uncertainties. In the results, while stiffness parameters are estimated with relatively high accuracy, the damping parameters exhibit comparatively larger estimation errors. These results indicate that while the proposed method provides a physically consistent framework for system identification, its performance strongly depends on the excitation characteristics and data quality.

１．序論

構造物のシステム同定は，構造物のモデル化の検証や更新，また構造モニタリングによる状態評価などに用いられる．ただし，実構造物を対象として計測データを用いる際には，システム同定の妥当なモデル化や計測ノイズの扱いへの検討が求められる．

一方で近年，物理法則を組み込む機械学習 (Physics-guided Machine Learning: PGML)が着目されており，動的システムの応答をもとめるだけでなく，システム同定への適用も期待されている．しかし，システム同定は実空間のシステムを扱うためエネルギー散逸を無視できず，多くのPGML では明示的にそれを考慮できなかった．その中で，エネルギー保存則を保証する Hamiltonian Neural Networks (HNN) [1]や Port Hamiltonian Neural Network (pHNN)[2] は，エネルギー逸散を伴うシステムの高精度な応答予測を可能にした．しかし，これらの機械学習においても数値解析データを用いる理想的な環境でのシミュレーションにとどまっており，ノイズを含む実構造物応答からシステムの特性値を同定する取組みは未だみられない．

そこで本研究では，多自由度系せん断モデルの振動問題を対象に，pHNN による構造システム同定を提案し，計測データのノイズやモデル化不確定性に対する頑健性を検証する．3 層のたて物せん断モデルの振動台実験を行い，取得する加速度データからの構造特性同定の精度を評価することで，システム同定への適用可能性を明らかにする．

２．pHNN によるシステム同定の定式化

本研究では多自由度系動的システムとして，3 自由度系せん断モデルを扱うこととする．システム同定では，質量行列$\mathbf{M}$を既知とし，剛性行列 $\mathbf{K}$ と減衰行列 $\mathbf{C}$ を同定する．

はじめに，ポート・ハミルトニアン系の運動方程式は，運動エネルギーT とポテンシャルエネルギーV で構成するハミルトニアン H=T+V を用いて，(1)式で表される．

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{p}} = -\dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} - \dfrac{\partial R}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{F}(t) \end{cases} \tag{1}$$

ここで，一般化運動量$\mathbf{p}$，一般化変位$\mathbf{q}$，外力$\mathbf{F}(t)$，散逸関数Rである．pHNN では剛性が関わるVと，減衰項に関わるRを，ニューラルネットワーク(NN)で近似する．

多自由度系せん断モデルに対しては，自由度iの変位をq_i，運動量をp_iとしたとき，相対変位$\delta_i = q_i - q_{i-1}$及び相対速度$\dot{\delta}_i$を用いて NN でV_iとR_iを構築する．

$$\hat{V}_i = NN(\delta_i^2), \hat{R}_i = NN(\dot{\delta}_i^2) \tag{2}$$

$NN(\cdot)$は NN によって近似される未知の非線形関数を示している．また，

$$\hat{V}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{V}_i(\delta_i), \hat{R}(\dot{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{R}_i(\dot{\delta}_i) \tag{3}$$

とする．ここで$\mathbf{p}$を用いるとハミルトニアン$\hat{H}$は次式となる．

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\mathbf{p^t M^{-1} p} + \hat{V}(\mathbf{q}) \tag{4}$$

本研究で用いるせん断モデルは線形系と仮定できるため，VとRは次式のように線形系の 2 次形式で表される．

$$\hat{V}_i = \frac{1}{2}k_i\delta_i^2, \quad \hat{R}_i = \frac{1}{2}c_i\dot{\delta}_i^2 \tag{5}$$

いくつかのδ_i, $\dot{\delta}_i$に対するVとRの推定値を用いて最小二乗フィッティングすると，k_i, c_i を次式のように同定できる．

$$k_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{V}_i(x_j)}{\sum(x_j^2)}, \quad c_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{R}_i(v_j)}{\sum(v_j^2)} \tag{6}$$

３．たて物せん断モデルの振動実験でのシステム同定

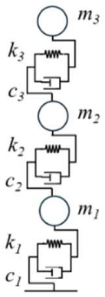
３．１　実験データの取得

本研究の検証では，Fig.1(a) に示すアルミ製の 3 層たて物せん断モデルを用いた．たて物せん断モデルは，Fig.1(b)のように質量集中系で妥当にモデル化できる．加振実験では，供試体下端を完全固定して振動台に設置し，周波数帯域 3–50Hz のランダム波形を振幅レベル 140gal RMS に設定して入力した．各層の床版には加振方向に 1 軸圧電式加速度センサを設置し，同条件で 3 回加振してサンプリング周波数 160 Hz で加速度応答を 3 データ取得した．

前項で述べたように，pHNN では入力が一般化変位 $\mathbf{q}$ と一般化運動量 $\mathbf{p}$ である．そこで，取得した加速度データを周波数領域で積分することで $\mathbf{q}$ と $\mathbf{p}$ に関わる変位と速度を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会


(a) Model specimen



(b) Lumped-mass model

Fig.1 3DOF shear building model for shake table test

導出して pHNN の入力とした．このとき変位と速度に 2–60Hz のバンドパスフィルタを施した．

３．３　比較参照値の導出と pHNN の学習

本研究では，既知として扱う各層の質量m_iは，床版や柱材、接合部を秤で測定して 3 自由度系の集中質量として振り分けた．そのうえで，pHNN による同定結果と比較するため，実験モード解析から剛性と減衰を求め，「実験値 Experimental」とした．ここでは，取得した加速度データのパワースペクトル密度のピーク値から剛性 k_i を，各ピークにハーフパワー法を適用し，モード減衰率から減衰c_iを導出した．さらに「諸元値 Nominal」として，供試体の部材寸法と物性公称値から各層の剛性 k_i を梁理論で算出した．

pHNN のネットワーク構成は 4 層 64 ニューロンとし，活性化関数は Softplus を採用した．損失関数は，加速度データ $\mathbf{a}$ と予測値 $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{M}^{-1}$ から

$$Loss = \left|\left|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\right|\right|_2^2 \qquad (7)$$

とした．最適化アルゴリズムには Adam を用い，学習率は 0.001，バッチサイズ 64，総ステップ数 30000 とした．

３．３　システム同定の結果と考察

pHNN による構造パラメータの同定結果「pHNN identified」を，前項でもとめた参照値と比較して Table.1 に示す．pHNN での同定は 3 つの計測データ各々に対して実施した．表内では 3 データでの同定値平均の実験値平均に対する相対誤差，また 3 データでの同定値のばらつきを相対レンジで示した．剛性については，3 つのパラメータで実験値に対して相対誤差 15% 程度以内の同定精度を示しており，相対レンジも高くて 1%程度と安定していた．同定値と実験値いずれにおいても諸元値とは差異があり，計測データから，より実際の応答に基づく構造パラメータが得られていることが見て取れる．一方，減衰については同定精度が実験値に対して低く，ばらつきも大きい結果となった．ただし減衰パラメータ ci の同定値からモード減衰率を導出すると，各モードで 1%程度となり，実験供試体の構造減衰として

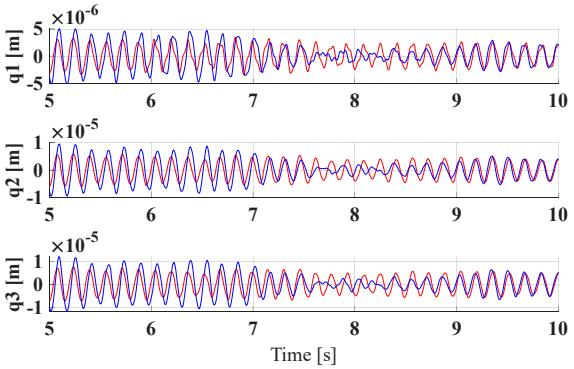


Fig.2 Comparison of time-history displacement **q** (Blue: calculated q using identified **M** and **K**, Red: experimental data)

は概ね妥当な値が得られた．減衰の同定精度が低く剛性では比較的高精度で安定して同定値が得られた要因には，このせん断モデル系において動的応答に対して剛性マトリクスの感度が高いことが 1 つ考えられる．また，散逸関数Rから粘性抵抗のみを考慮して減衰マトリックス$\mathbf{C}$を求めるところで，同定に大きな制約がかかっている可能性がある．

最後に，同定された剛性k_iと減衰c_iを用いて剛性マトリクス K と減衰マトリクス C を導出し，実応答との整合を調べた．K と C はから運動方程式(1)を構成し，振動台上に設置した加速度を入力として，ルンゲクッタ法で時刻歴応答 **q** をもとめた．Fig. 2 に，実験での加速度データと重ねて示す．波形の振幅は減衰の同定誤差により異なっているものの，周期と位相はよく一致していることが見て取れる．

４．結論

本研究では，ハミルトン系の運動方程式に基づく機械学習 pHNN をシステム同定に適用した．検証は，3 層のたて物せん断モデルを用いて，実験で得る加速度データから剛性と減衰の同定を行った．その結果，剛性について頑健性が確認できたが減衰については計測ノイズやモデル化誤差，非線形要素の影響から同定誤差が生じることが確認された．

今後は線形ばねや線形粘性抵抗のみであるという仮定を緩和し，非線形なばねや非線形な減衰の同定も可能な構造を検討する．さらに，減衰率の求め方に関してもさらなる検討が必要である．

参考文献

1) Greydanus, S., Dzamba, M., & Yosinski, J. (2019). Hamiltonian neural networks. Advances in neural information processing systems, 32.
2) Desai, S., Mattheakis, M., Sondak, D., Protopapas, P., &Roberts, S. (2021). Port-Hamiltonian neural networks forlearning explicit time-dependent dynamical systems. arXiv preprint arXiv:2107.08024.

Table.1 Comparisons of model parameters by pHNN identifications to experimental and nominal values

Model parameter		pHNN identified					Experimental (mean of three data)	Nominal
		Data 1	Data 2	Data 3	Relative error of mean [%]	Relative range[%]		
Stiffness [kPa]	k_1	12.4	12.5	12.5	-1.7	0.946	12.3	16.0
	k_2	11.6	11.6	11.6	-15.6	0.150	13.6	
	k_3	12.4	12.3	12.4	-5.2	1.27	12.8	
Damping [Ns/m]	c_1	4.09	1.92	3.03	-22.8	72.0	2.71	—
	c_2	4.34	2.42	2.50	+161.5	63.4	0.94	
	c_3	2.44	1.73	1.09	-89.6	34.2	1.95	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ベイズ最適化を用いた RBSM 解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

Material Parameter Identification for Rigid Body Spring Model (RBSM) Analysis Using Bayesian Optimization
(Proceedings of the Symposium on Applied Mechanics)

爲井　秋成（法政大・工）　山田　滉一郎（法政大・工）　芳賀　栞（法政大・工）　山本佳士（法政大・工）
Shusei TAMEI, Hosei University
Koichiro YAMADA, Hosei University
Shiori HAGA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: shusei.tamei.5b@stu.hosei.ac.jp

In numerical analyses aimed at reproducing the complex nonlinear behavior of concrete and rock, identifying material parameters that are difficult to determine directly through experiments remains a critical issue. In this study, Bayesian optimization was applied to identify constitutive parameters of a Drucker–Prager-type model for nonlinear incremental analyses using the Rigid Body Spring Model (RBSM). The objective function was defined as the sum of mean absolute errors between simulated and experimental shear stress–displacement curves obtained from direct shear tests of stacked metal hexagonal bars under three normal stress levels (0.40, 0.10, and 0.05 MPa). The results demonstrate that the proposed approach enables stable and highly accurate parameter identification with a limited number of trials, thereby confirming its effectiveness.

1．研究背景

構造物および周辺地盤に対する耐震設計や安全性評価などを適切に行うためには，材料の非線形挙動を高精度に再現可能な数値解析手法の確立が不可欠である．有限要素法（FEM）や剛体バネモデル（RBSM）を用いた数値解析では，材料パラメータの設定が解析結果に大きく影響する．一方で，マクロな対象では実験から直接的にパラメータを決定することは困難であり，従来は解析者が手動でキャリブレーションすることが一般的である．しかし，この方法は解析回数が膨大になる場合や材料パラメータの探索が困難になる場合がある．また，対象が非線形である場合には決定することがさらに困難であることが課題とされている．

近年，このような問題に対してマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）や遺伝的アルゴリズム（GA）といった逆解析手法が用いられることが多い．しかし，非線形性が強い場合に局所的な最適解に陥りやすいことや膨大な計算時間が必要となってしまうといった課題が指摘されている[1]．そこで本研究では，ブラックボックス最適化手法の一つであるベイズ最適化に着目した．ブラックボックス最適化とは，数値解析過程がとても複雑である場合や未知である場合でも，入力と出力のみを用いて最適な出力を得る入力の組み合わせを探索する手法である．ベイズ最適化では入力と出力よりガウス過程回帰を用いて目的関数を確率的に近似し，期待改善量などの獲得関数によってより良い結果が得られると考えられる点を決定し，評価を行う．この操作を繰り返し行い，最適解を探索する．これにより，非線形性に強く，少ない試行回数で最適化が可能となる．

本研究では，基礎的な検証として既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒の一面せん断試験を対象に，RBSM の材料パラメータ同定を行う．また，ベイズ最適化の有用性を確認するために，MCMC および GA との比較を実施する．

2．解析手法

本研究では岩盤材料を対象とし，Fig. および Fig. 2 のような金属六角棒の一面せん断試験 [2),3)]を模擬する数値解析モデルとして剛体バネモデル(RBSM)を用いる．構成則には Drucker-Prager 型モデル [4)]を採用し，垂直バネとせん断バネの弾性係数比，内部摩擦角，硬化係数の三つの材料パラメータを同定対象とする．

材料パラメータ同定は逆解析問題として定式化し，数値解析と実験によって得られるせん断応力―変位関係の差を目的関数として定義する．本研究では垂直応力 0.4MPa，0.1MPa，0.05MPa の 3 条件における平均絶対誤差を合計した値を目的関数とし，3 つの応力条件を同時に再現できる一つのパラメータセットの推定を行う．最適化手法として，非線形性に強く，少ない試行回数で推定が行うことが可能なベイズ最適化を用いる．サロゲートモデルの構築にはガウス過程回帰を用い，獲得関数には期待改善量（EI）を適用する．探索には Python ライブラリである Optuna[5)]を用い，ガウス過程のハイパーパラメータおよび探索点の探索を自動的に逐次最適化することで，少ない試行回数で高精度なパラメータ推定を実現する．

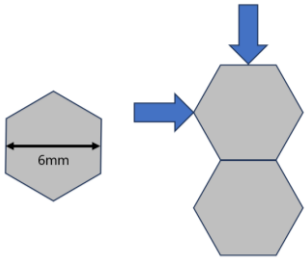


Fig. 1 Metal hexagonal bar

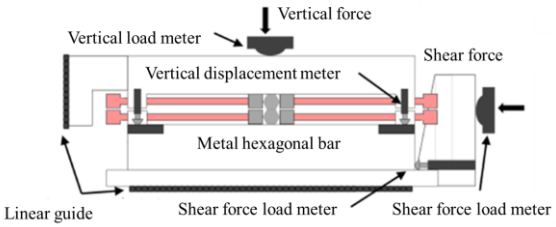


Fig. 2 Test diagram

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析概要・結果

本研究の最適化における推定範囲は，パラメータごとに感度解析を行い，実験結果を十分に包含するように決定した．感度解析により決定した推定範囲基づき，サロゲートモデル構築のために初めに与える初期データ数を 20 個，試行回数 60 回で解析を行った．その結果として得られたせん断応力―変位曲線を Fig. 3 に示す．次に他手法との比較において，上記と同条件で初期データを変更した 5 ケースについて，MCMC と GA でもパラメータ推定を行った．それぞれの最終平均目的関数値を Table 1 に示す．さらに，ベイズ最適化の結果に達するまでの回数を検証した結果を Fig. 4，拡大したものを Fig. 5 に示す．結果より，ベイズ最適化は他手法よりも少ない解析回数で既往の試験を十分に再現できる材料パラメータを推定可能であることが確認された．また，他手法と比べ，初期データへの依存性が低いことが明らかにされた．

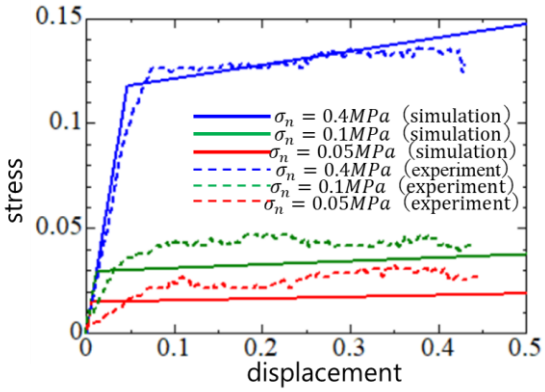


Fig. 3 Estimated displacement-stress curve

Table1 average objective value

Average objective value		
Bayesian optimization	MCMC	GA
0.02137	0.02400	0.02730

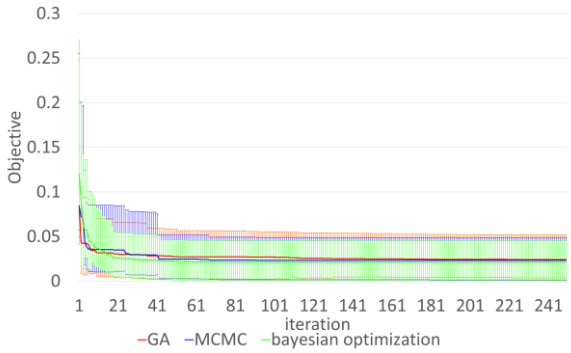


Fig. 4 Comparison of iteration result

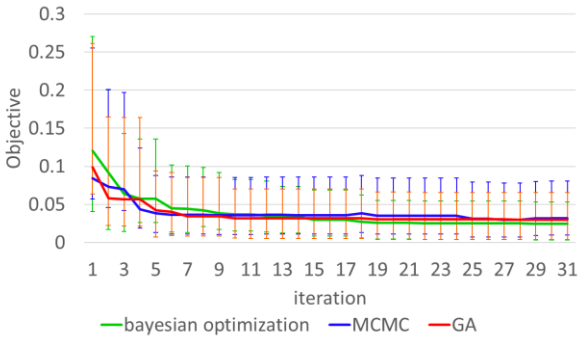


Fig. 5 Comparison of iteration result (enlarged view)

４．結論

本研究では，既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒による一面せん断試験を対象に，ベイズ最適化を用いて材料パラメータ同定を行った．結果より得られた知見を以下に示す．

(1) ベイズ最適化を用いることで，一つの材料パラメータセットで 3 つの垂直応力条件の実験結果を概ね同時に再現することができた．

(2) ベイズ最適化は，MCMC や GA と比べて初期データへの依存性が低く，少ない解析回数で良い目的関数値に到達したことから，計算コスト低減が期待できる．

今後は，マクロな試験を対象とし，さらに非線形性の強い数値解析モデルに対して材料パラメータ同定を行いベイズ最適化の有用性を確認する必要がある．

５．参考文献

1) Levasseur, S., Malécot, Y., Boulon, M., and Flavigny, E., Identification of material parameters using genetic algorithms, Engineering Structures, Vol.30, No.5, pp. 1365–1374, 2008.

2) 岡田哲実，納谷朋弘，和仁雅明，大塚康範：不連続性岩盤を模擬した金属六角棒積層の斜面模型の動的挙動評価(1)研究の取り組み方法と材料の室内試験，第 15 回岩の力学国内シンポジウム講演集，pp.387-392, 2021.

3) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 4 フェーズ研究成果報告書，2025.

4) 山田滉一郎，山本佳士：幾何学的非線形性を考慮した RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析，第 51 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集，公益社団法人土木学会，pp. 13-18, 2025.

5) Akiba, T., Sano, S., Yanase, T., Ohta, T., & Koyama, M., Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining (KDD 2019), pp. 2623–2631, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

Bridge cable damage identification using modal vibration characteristics and the spectral element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鍔本　優希（京都大・工）　　古川　愛子（京都大・工）
Yuuki TSUBAMOTO, Kyoto University
Aiko FURUKAWA, Kyoto University
E-mail: tsubamoto.yuuki.66v@st.kyoto-u.ac.jp

In the maintenance of cables, monitoring cable degradation is of critical importance. However, reliable methods for assessing cable integrity have not been established. This paper proposes a new method for estimating cable damage based on the vibration characteristics of higher-order modes. The proposed method employs the spectral element method (SEM) to accurately evaluate higher-order modal characteristics with a small number of elements. By using natural frequencies and mode shapes, the method identifies the tension and the bending stiffness of each segment, both of which decrease due to cable damage. Numerical verification confirmed that the proposed method can accurately estimate both the tension and bending stiffness of each segment.

１．本研究の背景と目的

近年，建設後長期間が経過したケーブル系橋梁の老朽化が進行しているが，ケーブルの継続使用可否を判断するための知見が乏しく，健全度評価手法の確立が望まれている．本研究では，ケーブルの健全度評価においてこれまで利用されてこなかった高次モードまでの振動特性と，それらを少ない要素数で高精度に解析可能なスペクトル要素法（SEM）[1]を用いたケーブル損傷同定手法を提案し，数値シミュレーションによりその有用性を検証することを目的とする．ケーブルの損傷により張力と曲げ剛性が変化するとモデル化し，張力および箇所ごとの曲げ剛性を推定することにより，損傷状態を同定する．

２．ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響

実存する斜張橋ケーブルを対象とし，張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁でモデル化した（Fig. 1）．有限要素法（FEM）を用いて 1000 個の要素で等分割し，両端単純支持とした．健全時のケーブル諸元は，密度 8.35 ton/m^3，断面積 1.14×10^{-2} m^2，ヤング率 2.0×10^8 kN/m^2，断面 2 次モーメント 5.13×10^{-6}m^4, 張力 539.1kN, 長さ 106.1894m である．

下端から全長の 10%に相当する区間（要素番号 1～100）に損傷を仮定し，断面積を 15%，断面 2 次モーメントを 27.75%低下させた．断面積減少に伴う張力低下も考慮した．ケーブルの定着間距離一定（張力による軸伸び一定）の仮定のもと，損傷時張力を健全時に比べ 1.7%低下させた．また，損傷によって質量およびヤング率は変化しないと仮定し，軸方向自由度を固定することで曲げ変形のみを対象とした．その結果，損傷に伴う固有振動特性の変化は主として張力および曲げ剛性の低下に起因する．

Fig.2 に，1～50 次モードの固有振動数の変化率（健全時に対する損傷時の比）を示す．赤色は張力低下を考慮した場合（張力・曲げ剛性ともに変化），青色は張力低下を考慮しない場合（曲げ剛性のみ変化）である．固有振動数は曲げ剛性に対する感度が低く，低次では特にその影響は小さい．主として張力低下により減少することが示された．

Fig.3 に 1 次および 50 次モードのモード形状を健全時と損傷時で比較した結果を示す（最大値を 1 に正規化）． 1 次モードでは顕著な変化は認められないが，50 次モードでは振幅変化および位相ずれが確認された．なお，張力低下の考慮の有無による差は小さく，高次モード形状の変化は主として曲げ剛性低下に起因することが示された．

３．スペクトル要素法の概要と有限要素法との比較

前章の結果より，曲げ剛性の変化を捉えるには高次モード形状が有効であることが示された．しかし，FEM で高次振動特性を高精度に算定するには多くの要素分割が必要となる．逆解析による損傷同定では繰返し計算が不可欠であるため，少ない要素数で固有振動特性を精度よく評価できる数値解析手法が有効である．

スペクトル要素法（SEM）[1]は，FEM と同様に構造物を有限個の要素に分割してモデル化するが，形状関数を振動数の関数として厳密に導出する点に特徴がある．ケーブルを張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁としてモデル化する際，位置xにおける円振動数ωのモード関数 $y(x,\omega)$ は，

$$y(x,\omega) = C_1 \exp(i\alpha x) + C_2 \exp(-i\alpha x) + C_3 \exp(\beta x) + C_4 \exp(-\beta x) \quad (1)$$

と表される．ここにαとβはωの関数である．SEM では，



Fig. 1 Analytical model

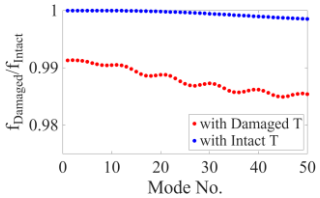


Fig. 2 Ratio of natural frequencies (damaged/intact)

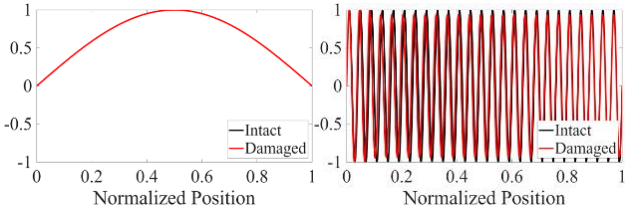


Fig. 3 Comparison of mode shapes (intact vs. damaged)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$\exp(i\alpha x)$, $\exp(-i\alpha x)$, $\exp(\beta x)$, $\exp(-\beta x)$ を形状関数として用いて厳密な要素動剛性行列を構築するため，最小限の要素数で理論解と一致する解が得られ，高振動数領域の解析に適している．一方，FEM では多項式形状関数を用いるため，波長の短い高次モードを精度よく再現するには細かい要素分割が必要となる．なお SEM では動剛性行列の最小特異値が極小となる振動数が固有振動数，対応する右特異ベクトルを固有ベクトルとする．

健全ケーブルを対象に，要素分割数 25，100，300，500，1000 の場合の固有振動数を FEM および SEM で算出し，理論解との比を比較した（Fig. 4）． その結果，FEM では高次モードほど細かく分割する必要があるのに対し，SEM では少ない分割数でも理論解と良好に一致することが確認された．モード形状についても同様の傾向が確認された．

4．ケーブル張力と箇所別曲げ剛性の推定手法の提案

第 2 章の結果より，張力と曲げ剛性は固有振動特性に対して異なる感度を有することが示された．すなわち，低次固有振動数は主として張力低下により減少し，曲げ剛性の影響は限定的である一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して比較的高い感度を示す．これを踏まえ，本研究では張力と箇所別曲げ剛性を段階的に推定する 2 段階推定法を提案する．SEM により算出される固有振動特性が観測値を最もよく再現するよう，最小二乗法により未知数を推定する．

(1) 第 1 段階：張力および一様曲げ剛性の推定

第 1 段階では，張力およびケーブル全体で一様と仮定した曲げ剛性を未知数とし，1～5 次モードの固有振動数を用いて推定する．i次モードの固有振動数f_iにおける全体動剛性行列$S(f_i)$の最小特異値 $\sigma_{min}(S(f_i))$ は 0 となることから，観測固有振動数 f_i が与えられたとき，次式を最小化することにより張力Tおよび一様曲げ剛性$UniEI$ を推定する．

$$\min_{T,UniEI} \sum_{i=1}^{5} \left[\sigma_{min}(S(f_i))\right]^2 \tag{2}$$

(2) 第 2 段階：箇所別曲げ剛性の推定

第 2 段階では，第 1 段階で得られた張力 T を既知量として固定し，モード形状から箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．$\boldsymbol{EI}$ は，ケーブルを複数領域に分割し，各領域内で曲げ剛性が一様であると仮定した場合に，各領域の曲げ剛性を成分にもつベクトルである．i次モードの計測点 j におけるモード形状$\phi_{i,j}$を，各モード内で最大振幅値$\phi_{i,max}$により正規化する．この正規化量について，SEM 解析値と観測値の差を最小二乗法により評価し，箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．

$$\min_{\boldsymbol{EI}} \sum_{i} \left[\sum_{j=1}^{m} \left\{ \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{th} - \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{obs} \right\}^2 \right] \tag{3}$$

ここで，mは計測点数，thは SEM 解析値，obsは観測値を示す．

5．提案手法の検証

第 2 章で対象としたケーブルを Fig. 5 のように 5 領域に等分し，中央領域に損傷（断面積 15%低下，断面 2 次モーメント 27.75%低下）を仮定した．各領域に箇所別曲げ剛性 EI_1～EI_5 を設定した．桁側（左側）ではケーブルへのアクセスが容易であることを想定し，当該領域をさらに 5 等分して 9 要素に分割し，節点 2～9 の 8 点でモード形状を計測するものとした．すべての固有振動数およびモード形状には，一様乱数により 1%の計測誤差を付与した．

(1) 第 1 段階

張力推定結果を Table 1 に示す．推定値を真値で除した値を示している．比較のため 46～50 次および 1～50 次モードを用いた場合も検討したが，低次の 1～5 次モードを用いた場合が最も安定した推定精度を与えた．第 2 段階の推定にはこの張力を採用する．

(2) 第 2 段階

箇所別曲げ剛性の推定結果を Table 2 に示す．評価指標として式(4)に示す平均絶対誤差率（MAPE）を用いた．

$$MAPE = \frac{1}{5}\sum_{g=1}^{5} \left| EI_g^{est} / EI_g^{true} - 1 \right| \tag{4}$$

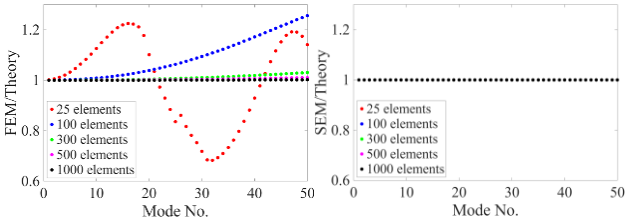
ここで，gは領域番号， $true$およびestはそれぞれ真値および推定値を示す．Table 2 より，高次モード形状を用いることで推定精度は向上し，特に 1～50 次モードを用いた場合には MAPE が 0.7%となり，高精度で箇所別曲げ剛性を推定できることが確認された．

6．結論

ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響を検討した結果，固有振動数は主として張力低下に支配される一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して高い感度を有することが明らかとなった．また，高次モードまでの振動特性を精度よく評価する上で，少ない要素数で理論解と良好に一致する SEM が有効であることを確認した．これらの知見に基づき，低次固有振動数による張力推定と，高次モード形状による箇所別曲げ剛性推定からなる 2 段階推定法を提案した．数値解析による検証の結果，提案手法によりケーブルの損傷を同定可能であることを示した．

参考文献

1) James F. Doyle, Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, Springer, 1997.



(a)FEM (b)SEM

Fig. 4 Natural frequency ratios to the theoretical solution

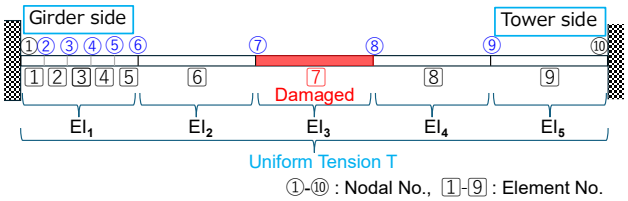


Fig. 5 Analytical model

Table 1 Tension estimation results (estimated/true)

1-5th	46-50th	1-50th
0.984	0.676	1.018

Table 2 Bending stiffness estimation results (MAPE)

1-5th	46-50th	1-50th
0.436	0.024	0.007

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Drive-by Monitoring のための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

Stabilization of an Unobservable State-Space Model in Drive-by Monitoring and Its Application to Bridge End-Damage Detection (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

秦　涼太（東京理科大）　　勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Ryota SHIN, Tokyo University of Science
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: shin.ryota.sp@alumni.tsukuba.ac.jp

Drive-by Monitoring enables bridge condition assessment using vehicle-mounted sensors. Conventional methods obtain displacement by integrating acceleration and applying a high-pass filter to suppress numerical drift, which may attenuate important low-frequency components. This study proposes a VBISI method based on an unobservable state-space model that reconstructs input profiles without high-pass filtering. Numerical simulations under noise-free conditions show that the proposed model achieves higher parameter estimation accuracy than an observable model, particularly for bridge edge damage detection.

1. はじめに

交通・物流を支える橋梁は，経年的劣化や外的作用により構造性能が変化し，重大な事故や社会的損失を引き起こす可能性がある．このため，構造健全性モニタリングは，予防保全型維持管理を実現するための重要な技術として注目されている（Fujino & Siringoringo, 2020）．近年，車両にセンサを搭載し，橋梁通過時の車両応答から橋梁状態を推定する Drive-by Monitoring が提案されている（Yang et al., 2004）．本手法は橋梁側に多数のセンサを設置する必要がなく，迅速かつ低コストなスクリーニング技術として期待される．

しかし，車両応答には路面凹凸や車両-橋梁相互作用（VBI）の影響が重畳し，橋梁損傷に起因する成分のみを抽出することは容易ではない（Malekjafarian et al., 2015）．特に，車両質量が橋梁質量に対して無視できない場合，見かけの固有振動数が走行位置に応じて変動することが知られており（Cantero & O’Brien, 2013；Chang et al., 2014），固有振動数などのモード特性に基づく損傷評価には限界がある．さらに，橋梁端部の損傷はモード形推定において検知が難しいことも報告されている（Yamamoto et al., 2023）．

これに対し，車両・橋梁・路面を力学モデルに基づいて同時に同定する Vehicle-Bridge Interaction System Identification（VBISI）法は，モード特性ではなく力学パラメータを直接推定する構造同定法として提案されている（Yamamoto et al., 2022a）．しかし，加速度データのみを観測量とする場合，状態空間モデルは一般に可観測性を満たさず（片山, 2018），測定ノイズを含む場合には数値積分誤差やフィルタ処理の影響により，同定精度が低下する可能性がある（長山ほか, 2019）．

本研究では，可観測性を満たさない状態空間モデルに対しても計算を安定化できる新たな VBISI 法を提案する．具体的には，可観測性を満たさない場合であっても一意に定まる観測可能な状態変数が存在することに着目し（Wang et al., 2019），カルマンフィルタで推定されたそれらの変数を車両の運動方程式に代入して入力プロファイルを算出する枠組みを構築する．これにより，ハイパスフィルタに依存せずに低周波成分を保持したまま推定を行うことが可能となり，同定精度の向上が期待される．

本論文では，提案手法の有効性を数値シミュレーションにより検証する．車両にはハーフカーモデル，橋梁には Euler-Bernoulli 梁モデルを用い，測定ノイズを含まない条件下での同定精度を評価する．さらに，橋梁端部に剛性低下を導入した損傷シナリオを設定し，端部損傷の検知可能性について検討する．これにより，橋梁損傷における難検知領域である橋梁端部損傷に対する本手法の適用可能性を明らかにすることを目的とする．

2. 基礎数理

車両-橋梁相互作用系では，車両への入力プロファイル$\boldsymbol{u}(t)$は路面プロファイル$\boldsymbol{r}(t)$と橋梁プロファイル$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t)$の和で与えられる．ここで，橋梁プロファイルは橋梁節点変位$\boldsymbol{w}_b(t)$は，車軸位置へ写像する行列$\mathbf{L}(t)$により，

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t) = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}_b(t) \tag{1}$$

と表される．一方，橋梁への入力であるタイヤ接地力$(V_i(t), i$はそれぞれ前軸と後軸)は，車両のバネ下変位などから計算でき，橋梁外力ベクトルは，

$$\boldsymbol{F}(t) = \mathbf{L}(t)\begin{bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{H}(t) \tag{2}$$

で与えられる($\mathbf{H}(t)$は支点反力成分)．

車両系の運動方程式(ハーフカーモデル)を

$$\mathbf{M}_v\ddot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{C}_v\dot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{K}_v\boldsymbol{w}_v(t) = \mathbf{F}_v\boldsymbol{u}(t) \tag{3}$$

とし，離散化した拡張状態ベクトルを

$$\boldsymbol{Z}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

で定義する(離散時刻 $t_k = k\Delta t$)．この時，拡張離散時間状態空間モデルは，

$$\boldsymbol{Z}_k = \bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_k, \quad \boldsymbol{s}_k = \mathbf{H}\boldsymbol{Z}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k \tag{5}$$

とかける．ここで$\boldsymbol{s}_k$は観測ベクトルであり，本研究では加速度のみを観測とするため，$\boldsymbol{s}_k$は$\ddot{\boldsymbol{w}}_v$で構成される．また，$\boldsymbol{\omega}_k$はプロセスノイズであり，$\boldsymbol{\epsilon}_k$は観測ノイズである．この時，可観測行列

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}}^{n-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

のランクが状態次元nに達せず，$rank(\mathbf{O}) < n$となり，状態全体は可観測ではない．すなわち，加速度観測のみから$\boldsymbol{Z}_0$を一意に定められず，そのままではカルマンフィルタ推定が不安定化しうる．

可観測性を満たさない場合でも，状態$\boldsymbol{Z}_k$のうち一部は観測$\boldsymbol{s}_k$から一意に推定できる（観測可能な部分空間が存在する）．本研究では，判別法(Wang et al., 2019)に基づき観測可能な状態変数は車両振動成分（$\boldsymbol{w}_{v,k}$と$\dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}$に対応）があることに着目

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

する．そこで，本研究は「入力$\boldsymbol{u}_k$を状態空間モデルで直接推定する」ことを避け，カルマンフィルタで安定に推定できる車両振動成分のみを用いて入力を計算する方針を採る．

カルマンフィルタにより得られる推定値$\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,k}$と$\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$，$\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$を用い，車両運動方程式を$\boldsymbol{u}_k$について解く($\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$は，$\bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1}$より得る)．擬似逆行列を用いて

$$\widehat{\boldsymbol{u}}_k = \mathbf{F}_v^{\dagger}\left(\mathbf{M}_v\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{C}_v\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{K}_v\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,\mathrm{k}}\right) \tag{7}$$

として，入力プロファイルを直接計算できる．この操作により，$\boldsymbol{u}_k$を状態として推定する際に生じる不可観測成分の影響を回避し，数値的に安定な入力推定を実現する．推定した$\widehat{\boldsymbol{u}}_k$は$\widehat{\boldsymbol{u}}_k \approx \boldsymbol{r}_k + \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$を満たすため，橋梁動的応答解析により，$\boldsymbol{w}_{b,k}$を計算し，$\widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{b,k}$を得ることで，路面は$\boldsymbol{r}_k = \widehat{\boldsymbol{u}}_k - \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$として分離できる．VBIS 法では，前後輪が同一路面を走行するという拘束を用い，前軸・後軸で推定される路面が一致するように車両・橋梁パラメータを更新して同定を行う．

本研究では，橋梁剛性の端部要素に剛性低下を与えた損傷シナリオを設定し，同定で得られる端部要素の剛性推定値を損傷指標として，端部損傷の検知可能性を数値シミュレーションで検討する．

3. 数値シミュレーションの結果

本研究の数値シミュレーションは，ハーフカーモデルと Euler-Bernoulli 梁モデルを用いた VBI 系を構築し，橋梁を 7 要素に分割して検証を行った．端部損傷は端部要素（EI_1）の曲げ剛性を健全時の 50%に低下させることで模擬した．観測量は車両の鉛直加速度とし，測定ノイズは付加していない(車両速度 10m/s，時間刻み 0.001s，実験回数 16 回)．

図 1 にパラメータ推定結果を示す．左図は提案手法であり，右図は可観測性を満たすカルマンフィルタ（ハイパスフィルタ適用）の結果である．不可観測モデルでは，端部要素の剛性低下がほぼ真値どおりに推定され，他の要素も概ね健全値付近に同定された．すなわち，損傷が端部に局在していることが明瞭に再現されている．なお，カルマンフィルタの観測ノイズ項に微小な値を加えているため，真値に一致はしない．

一方，可観測モデルは端部剛性の低下傾向は確認できるものの，推定値は真値から乖離し他の要素にも誤差が生じた．可観測モデルは，加速度を数値積分して変位を生成する際に生じるトレンドに対処するため，カットオフ周波数 0.05 Hz のハイパスフィルタを適用している．しかしながら，この処理により橋梁応答の低周波成分も同時に減衰し，剛性同定に必要な情報が一部失われた可能性がある．以上より，ノイズを含まない理想条件においては，低周波成分を保持できる提案手法の方が高精度に端部損傷を同定可能であることが確認された．

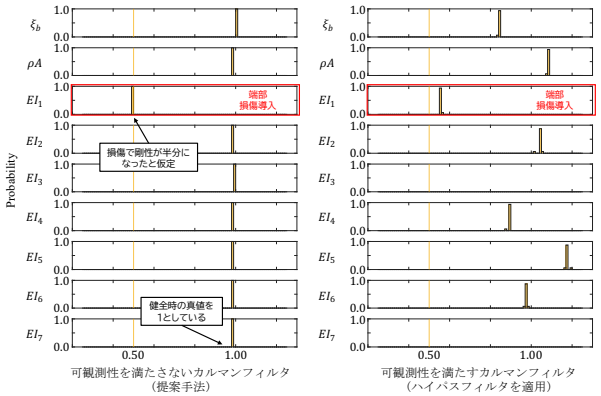


図1：不可観測モデルと可観測モデルの橋梁パラメータ推定結果の比較（端部損傷，ノイズ 0%）

4. 考察

本結果の差異は，低周波成分の取り扱いが同定精度に影響を与えた可能性に起因すると考えられる．橋梁の剛性変化は，振動モードの変化だけでなく，車両通過時の準静的たわみ応答にも反映される．この準静的応答は比較的低周波帯域に含まれるため，当該成分を適切に保持することが剛性推定に寄与している可能性がある．可観測モデルでは，数値積分に伴うドリフトを抑制するためにハイパスフィルタを適用しているが，その結果として準静的成分の一部が減衰し，同定に利用可能な情報量が減少したことが推定誤差の増加につながったと解釈できる．

一方，提案手法では観測可能な状態成分を用いて運動方程式に基づき入力を再構成するため，低周波成分を保持したまま推定が行われる．VBI 系は車両と橋梁が相互作用する結合系であり，入力・応答の双方に構造情報が分散して現れる特徴を有する．このような系においては，観測量の種類だけでなく，信号処理の方法が識別可能な情報に影響を及ぼすと考えられる．本結果は，観測設計と信号処理の選択が同定性能に与える影響を示す一例と位置付けられる．

ただし，本検討はノイズを含まない数値シミュレーションに基づくものであり，実環境では低周波帯域が環境ノイズやセンサ誤差の影響を受ける可能性がある．さらに，走行速度や損傷位置の違いが低周波成分への寄与にどのように影響するかを体系的に検討することにより，本手法の適用範囲をより明確にできると考えられる．

参考文献

1) Cantero, D. and O'Brien, E. J.: The non-stationarity of apparent bridge natural frequencies during vehicle crossing events, *FME Transactions*, Vol.41, No.4, pp.279-284, 2013.
2) Chang, K. C., Kim, C. W. and Borjigin, S.: Variability in bridge frequency induced by a parked vehicle, *Smart Structures and Systems*, Vol.13, No.5, pp.755-773, 2014.
3) Fujino, Y. and Siringoringo, D. M.: Recent research and development programs for infrastructures maintenance, renovation and management in Japan, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.16, No.1, pp.3-25, 2020.
4) Malekjafarian, A., McGetrick, P. J. and O'Brien, E. J.: A review of indirect bridge monitoring using passing vehicles, *Shock and Vibration*, 286139, pp.1-16, 2015.
5) Wang, H., Nagayama, T. and Su, D.: Estimation of dynamic tire force by measurement of vehicle body responses with numerical and experimental validation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.123, pp.369-385, 2019.
6) Yamamoto, K., Fujiwara, S., Tsukada, K., Shin, R. and Okada, Y.: Numerical studies on bridge inspection using data obtained from sensors on vehicle, *Proceedings of the 13th International Workshop on Structural Health Monitoring (IWSHM 2022)*, pp.756-763, 2022.
7) Yamamoto, K., Shin, R. and Mudahemuka, E.: Numerical verification of the drive-by monitoring method for identifying vehicle and bridge mechanical parameters, *Applied Sciences*, Vol.13, No.5, 3049, 2023.
8) Yang, Y. B., Lin, C. W. and Yau, J. D.: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, No.3-5, pp.471-493, 2004.
9) 片山徹：システム同定―部分空間法からのアプローチ，朝倉書店，2018.
10) 長山智則，趙博宇，薛凱：走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定，土木学会論文集 E1, Vol.75, No.1, pp.1-16, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

Seismic response prediction from limited observation data using mode superposition transfer learning (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

才田　大聖（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Taisei SAIDA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: saida.taisei.tj@alumni.tsukuba.ac.jp

This study proposes Mode Superposition Transfer Learning (MSTL), a physics-informed transfer learning method for seismic response prediction with limited observations. Based on modal superposition method, the ground motion to structural response mapping is learned in two steps: a deep learning model is pre-trained to predict a set of Single Degree of Freedom (SDOF) responses from ground acceleration, and then a second deep learning model is fine-tuned to combine these SDOF responses into the response of the target structure. The method is verified on observation data from a two-span RC box-girder bridge, predicting transverse deck displacement from ground accelerations. MSTL improves R^2 and more accurately captures response peaks than training without MSTL, indicating its effectiveness in small-data settings.

1．序論

日本は地震多発国であり、構造物の地震時の挙動を把握し、それに基づいて耐震補強などを行うことが重要である。ここで地震時挙動を予測するためには有限要素法などの数値計算が用いられることが多い。しかし、実構造物の持つ材料特性や境界条件などを正確に数値解析モデル化することは困難であり、正確な地震応答挙動把握は難しい。

そこで近年、数値解析モデルを介さずに、地震の地盤加速度と構造物の応答の時刻歴波形間の関係を深層学習モデルでモデル化する研究が行われてきている。このモデル化では、入力となる地震動と出力となる構造応答の関係性自体が、構造物の動的特性を内包しているため、境界条件等も暗にモデル化に組み込まれることとなる。こうしたデータ駆動型の深層学習モデルは実際の観測データから学習されるため、数値解析モデルよりも高精度なモデルを作成できる可能性があり、注目されている。

地震応答予測における深層学習モデルとして、Convolutional Neural Networks (CNN) や Long Short-Time Memory (LSTM) がよく用いられており、構造物の地震応答挙動を予測できる可能性が示されてきている。著者らにおいても、説明可能な地震応答予測モデルとして、Explainable Seismic Response Networks (ExSRNet) を提案してきており、実構造物の挙動を高精度に予測している [1]。しかし、これらの深層学習モデルはデータ駆動型である上に、そのパラメータ数は多く、構造物の地震観測といった少数のデータから学習することが難しいことが課題となる。

そこで本研究では、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 (Mode Superposition Transfer Learning, MSTL) を提案する。モード重ね合わせ法に基づくと、線形な多自由度系応答(MDOF)は複数の 1 自由度系(SDOF)の応答の重ね合わせで表現できる。そこで MSTL では、SDOF 応答からなるデータセットを基に事前学習を行い、実構造物である MDOF 応答からなるデータセットでファインチューニングを実施する。SDOF 応答といった物理的な知識を事前にモデルに埋め込むことにより、少ない観測データからでも高精度な地震応答予測モデルを構築できる可能性がある。検証では、2 径間 RC 箱桁橋の実観測データを用いて学習を実施し、将来的な地震応答の予測精度を MSTL の有無で比較し、MSTL の有効性を示す。

2．モード重ね合わせ法に基づく MSTL の実装

時刻$t = 1, \dots, L$において、地震加速度$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_L)^\mathsf{T}$と構造物応答$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_L)^\mathsf{T}$が観測されているとする。地震応答の予測においては、写像$\mathbf{y} = \mathcal{G}(\mathbf{x})$を近似することが目的となる。ここで、データが豊富な状況下においては、観測データを用いてパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を持つ深層学習モデル$\hat{\mathcal{G}}_{\boldsymbol{\theta}}$を構築し、$\mathcal{G}$を近似すればよい。しかし、地震観測において通常、地震観測回数は少なく、深層学習モデルを直接学習させると、過学習しやすく学習が難しい。

そこで MSTL では、モード重ね合わせ法に基づき、$\mathcal{G}$の学習を 2 段階の学習として捉える。具体的には、$\mathcal{G}$をゼロから学習する代わりに、地震動から SDOF 応答の集合への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答の集合から対象構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成写像$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として考える。2 段階にすることにより、$\mathcal{F}$を対象構造物の観測データなしに学習することが可能となり、$\mathcal{P}$のみを観測データから学習すればよく、過学習を抑えられることが期待される。

実装では、Fig. 1 に示すように 2 段階の学習が行われる。1 段階目の事前学習においては、$\mathcal{F}$を近似する深層学習モデル$f_{\boldsymbol{\theta}}$を大規模な SDOF の応答データより学習する。この学習により、SDOF の応答を予測可能なパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を獲得する。2 段階目のファインチューニングでは、事前学習済みの$f_{\boldsymbol{\theta}}$を再利用し、地震波形から SDOF 応答$\mathbf{Z}$を予測する。続いて、$\mathcal{P}$を近似する深層学習モデル$p_{\boldsymbol{\phi}}$を学習することで、

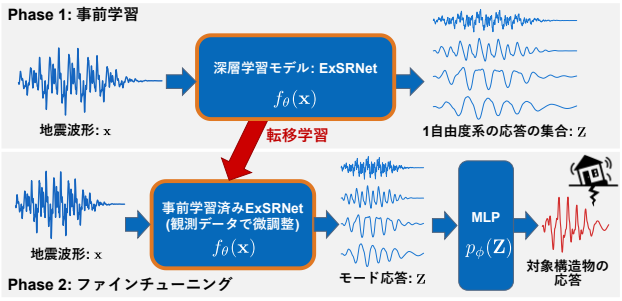


Fig. 1 Overview of Mode Superposition Transfer Learning

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

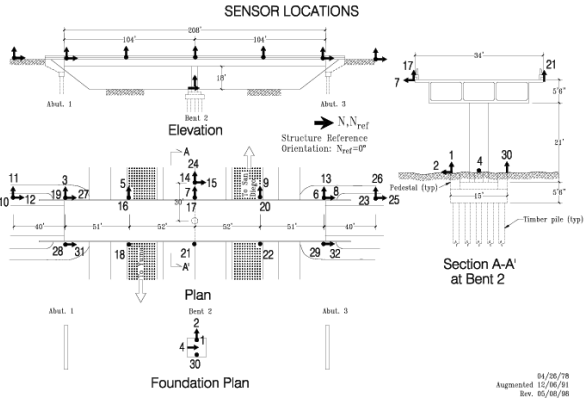


Fig. 2 Sensor Locations of RC bridge [3)]

対象構造物の応答を学習する。ここでp_ϕは SDOF 応答を非線形に重ね合わせる多層パーセプトロン(MLP)である。f_θについては、時刻歴予測が可能な任意のモデルを使用可能であるが、本研究においては ExSRNet[1)]を使用する。θおよびϕの最適化においては、Sharpness Aware Minimization を適用した RAdam を使用する。また、事前学習に用いる SDOF 応答のデータセットは、0.2 から 10 Hz の固有振動数の範囲で 64 の振動数を設定し、入力地震動として K-NET および KiK-net の強震記録 [2)]から計測震度 4.5 以上の加速度波形を 4,254 波形取得して用いた。すなわち、事前学習用データセットの応答数は 64×4,254=272,256 となり、大規模なデータセットである。

３．２径間 RC 箱桁橋の観測データを用いた検証

検証では、Center for Engineering Strong Motion Data[3)]で公開されている 2 径間 RC 連続箱桁橋の実観測データを用い、地震応答予測モデルを MSTL により構築し、予測精度を評価する。対象橋梁は全長 63.4m、1 径間当たりの長さが 31.7m である。観測点として、Fig. 2 に示すように多数の加速度計が設置されている。検証では、入力として地盤の加速度（ch14, ch15, ch24）を用い、橋軸直角方向の床版位置での変位（ch7）を出力とする。訓練・検証データとして、2008～2010 年 5 月の 9 観測を用い、テストデータには 2010 年 7 月以降の 2 観測を用いた。これにより、過去の地震記録で学習し、未来の応答を予測できるかを検証する。

まず、テストデータに対する予測精度を評価する。Table1 に、各テスト地震記録に対する決定係数 R^2 を示す。 ここで、ExSRNet-MSTL は MSTL を適用したモデル、ExSRNet は MSTL を適用しないモデルである。いずれの地震においても ExSRNet-MSTL が ExSRNet の精度を上回っていることが確認できる。通常の ExSRNet では、観測データから地震動の特徴抽出と、構造応答への変換の両方をゼロから学習しなければならず、過学習や局所解に陥りやすい。対して ExSRNet-MSTL では、事前学習の段階で多様な固有周期を持つ SDOF の揺れ方を既に学習している。そのため、対象構造物に対する学習は、獲得済みの特徴量をどのように組み合わせれば観測応答を再現できるか、というモードの重み付けとその微調整のみを学習すればよく、学習が容易化したことが精度向上につながったと考えられる。

次に、具体的な応答を確認するため、BorregoSprings (2010-07-07) 地震における変位応答の最大応答付近の予測結果を Fig. 3 に示す。 図中、黒線はセンサの値、赤点線は ExSRNet-MSTL、青点線は ExSRNet の予測値を表す。 また、横軸は時間を表し、縦軸は変位である。Fig. 3 の最大応答付近（15～17 秒）において、ExSRNet は応答を過小評価し、ピークのタイミングや形状にずれが見られるのに対し、ExSRNet-MSTL はピークのタイミングと振幅ともに精度よく捉えている。これは、MSTL によって獲得された表現が、実際の構造物応答といった複雑な応答特性に対しても有効に機能していることを示唆している。

Table 1 Accuracy of Seismic Response Prediction

地震名	R^2（ExSRNet-MSTL）	R^2 (ExSRNet)
BorregoSprings (2010-07-07)	**0.9345**	0.7289
BorregoSprings (2016-06-10)	**0.7627**	0.4389

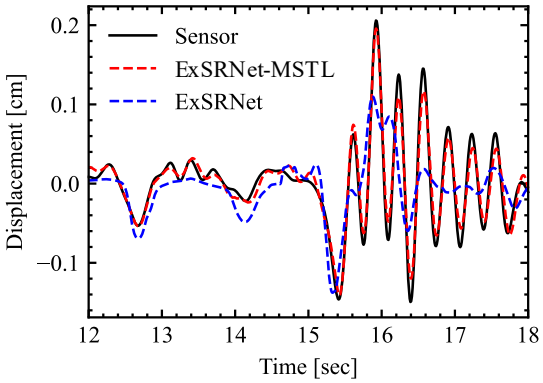


Fig. 3 Predicting Response of RC Bridge

４．結論

本研究では、地震観測データが少数であることに起因する深層学習モデルの過学習を課題として、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 MSTL を提案した。MSTL は、地震動から構造物応答への写像を、地震動から SDOF 応答への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答から構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として捉え、SDOF の大規模データで$\mathcal{F}$を事前学習し、実構造物の観測データで主に $\mathcal{P}$をファインチューニングする 2 段階学習により学習を安定化させる。

2 径間 RC 連続箱桁橋における検証では、MSTL を適用した ExSRNet-MSTL は、適用しない ExSRNet と比較してテスト地震で R^2 が向上した。以上より、SDOF 応答に基づく物理的知識を事前学習として埋め込む MSTL は、少数の実観測データしか得られない実構造物の地震応答予測において有効であることを示した。

謝辞

本研究は JST 創発的研究支援事業 JPMJFR205T 及び、JSPS 科研費 24KJ0474 の助成を受けたものです。また、計算資源は筑波大学計算科学研究センターの学際共同利用プログラムにより提供されました。

参考文献

1) T. Saida and M. Nishio: ExSRNet: Explainable deep learning model for seismic response prediction with frequency attention mechanism, Engineering Structures, 343, pp.120953, 2025.
2) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience: NIED K-NET, KiK-net, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, 2019.
3) California Geological Survey and U.S. Geological Survey: Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD), U.S. Geological Survey, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について（シンポジウム講演概要）

On the self-equilibrated stress fields and couple stress fields in Linear Theory of Elasticity (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鳥巣 茂樹（武庫川女子大学・建築）
Shigeki TOSU, Mukogawa Women's University
E-mail: tosu@mukogawa-u.ac.jp

The Cauchy stress field, a symmetric tensor field, ensures couple equilibrium on a sub-body, but it is indeterminate with respect to external force fields because it contains self-equilibrated stress components that exist in the absence of external loading. Eliminating these components renders the stress field unique relative to the external forces, and the traction field also becomes unique. The resulting stress field admits scalar and vector potentials, but maintaining couple equilibrium on a sub-body requires the existence of couple stresses. Thus, eliminating self-equilibrated stresses while excluding couple stresses is incompatible.

１．線型弾性論

3 次元 Euclid 空間上の単連結領域を占める弾性体 B が，外力場に依り $\acute{\mathrm{B}}$ に変形し，静力学的に平衡するとき，物体力･表面力 vector 場 $\{\acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\acute{\boldsymbol{x}} \in \acute{\mathrm{B}}$, $\acute{\boldsymbol{\xi}} \in \partial\acute{\mathrm{B}}$ を，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV = \acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\boldsymbol{x} \in \mathrm{B}$, $\boldsymbol{\xi} \in \partial\mathrm{B}$ と物質表示し，変位 vector 場を $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \acute{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}$ とすれば，外力場の並進力･偶力平衡式は下式となる．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\big)\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\big)\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

このとき，変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ と外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ は幾何学的非線型となり，数理的扱いが困難となる．

そこで，変位場および外力場が微小量と仮定すれば，非線型項 $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ は 2 次微小量として無視出来て，線型化出来ると言うのが，所謂微小変位理論 [1) 487G.] である．しかし，弾性 energy $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ も 2 次微小量として無視出来て，弾性論が成立たない．

線型弾性論では，外力場･内力場の並進力･偶力平衡に，変位場･歪場･構成則が関わらないことを前提とし，(2)式は

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{\xi}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{3}$$

となる．つまり，外力場は，弾性体の無変位･初期状態，即ち剛体状 B 上の vector 場であり，純幾何学的に，B 上で内力場，即ち応力場と平衡する．変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ も，外力場と線型関係を成す B 上の vector 場と言う数理的措定と言える．

２．弾性変形と変位場の可積分条件

弾性体と言う限り，他の連続体と一線を画する物性を備えている．その物性を端的に表せば，加力に依り isotopic かつ滑らかな変形を生じ，除荷すれば初期状態に復元する物性と言える．isotopic な変形とは，平たく言えば，内部構造，例えば弾性体に埋込まれた微細な格子構造を保存する変形であり，内部構造が破断･圧潰･重畳･反転あるいは自己交差･接触･貫入を生じない．更に，変形の滑らかさ，即ち内部構造が屈折･捩折を生じないことも求められる．

弾性体 B が外力作用に依り変形し，単連結領域 $\acute{\mathrm{B}}$ となるとき，写像 $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\in\mathrm{B} \to \acute{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) \in \acute{\mathrm{B}}$ が局所的に単射または微分同相となるには，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は C^1 級で，連続な変位勾配 tensor 場 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$，変形勾配 tensor 場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{I}+\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が存在し（勾配の一般的な表現は $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$），下式を満足しなければならない．

$$\det\big(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\big) = 1 + e(\boldsymbol{x}) + \mathrm{adj}\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) : \boldsymbol{I} + \det\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) > 0 \tag{4}$$

なお，$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ とおき，偏差歪 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$，置換 tensor を $\boldsymbol{\epsilon}$ とすれば，$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ は下式

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = e(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{I}/3 + \omega(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

のように直交分解出来る．$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が微小なら，(4)式は満たされ，$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$ の局所的単射性と向き保存（orientation preserving）[5) 5. 5.] が保証される．

一方，$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が C^2 級なら，下の Poisson 方程式が成立つ．

$$\nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \tag{6}$$

$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) \to \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が単射となり，凸領域 B の原点 $\mathrm{O}\in\mathrm{B}$ に対する Cesàro の変位場求積法の下式が一意的であるためには，

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{u}(r\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{0}) + \boldsymbol{k}\cdot\int_0^r \boldsymbol{J}(s\boldsymbol{k})\,ds \quad \text{for} \quad \forall\boldsymbol{k}\in\mathrm{S}^1 \tag{7}$$

不定成分 $\nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を排除し，下式が成立たねばならない．

$$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = -\nabla\cdot\boldsymbol{\epsilon}\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

つまり、Saint- Venant の歪場適合方程式ではなく、上式を満たさねばならない。上式は $\partial_i\big(\partial_j u_k\big) = \partial_j(\partial_i u_k)$ for $i\neq j$ と書けるので，偏微分の順序交換条件･Young の定理･Schwarz の可積分条件とも呼ばれる．弾性体 B に埋込まれた単純閉曲線を，弧長助変数 s で C: $\boldsymbol{c}(s)\subset\mathrm{B}$ と表現すると，C の接線 vector 場は $\boldsymbol{c}'(s) = \lambda(s)\in\mathrm{S}^2$ で，C は弾性変形に伴い $\acute{\mathrm{C}}$: $\acute{\boldsymbol{c}}(s) = \boldsymbol{\varphi}\big(\boldsymbol{c}(s)\big) = \boldsymbol{c}(s) + \boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ に変形する．任意の単純閉曲線 C を境界とする曲面を Π，即ち $\mathrm{C} = \partial\Pi$ とすれば，C 上の変位 vector 場 $\boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ の増分の周回積分は，Stokes の定理より，下式となる．

$$\oint_{\boldsymbol{c}(s)\in\mathrm{C}} \lambda(s)\cdot\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)\,ds = \int_{\boldsymbol{x}\in\Pi} \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x})\,dS = \boldsymbol{0} \quad \because\ \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{9}$$

$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ なら，積分経路 C に依らず周回積分は零となり，変形後の曲線 $\acute{\mathrm{C}}$ も閉曲線で，弾性体 B に埋込まれた任意の単純閉曲線 C が，大域的にも破断･転位 [3)] しないことを保証している．$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\to\acute{\boldsymbol{x}}$ は大域的に単射とは言えず，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線とは必ずしも言えないが，局所的には，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線と言えるので，ambient isotopic な変形と看做せる．

このとき，$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{I} = 0$ より，下式

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\,\nabla\,e(\boldsymbol{x}) - (1/2)\,\nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{10}$$

$$\therefore\ \nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\,e(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{11}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = 0 \quad \because\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{I} = 0 \tag{12}$$

が導ける．この歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ は，(12)式の拘束を有し，独立な要素は 3 要素であり，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ の独立な要素数と一致し，冗長性を持たない．(10)式は，$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を意味

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

せず，偏差歪 tensor 場 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$ は $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ に従属し、勾配 $\{\nabla e(\boldsymbol{x}), \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が生ずる見掛の歪場であることを表す．

Navier-Cauchy の運動方程式から，導かれる波動方程式

$$\ddot{e}(\boldsymbol{x}) = c_P \nabla^2 e(\boldsymbol{x}),\quad \ddot{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{x}) = c_S \nabla^2 \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{13}$$

も，歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が弾性 energy を伝搬することを示す．

3．自己平衡応力場

古典的弾性論に従えば，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し，応力 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が存在し，境界閉曲面 ∂B の法線 vector を $\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})$ とするとき，下式の平衡方程式を満たす．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) \quad \text{in} \quad \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{15}$$

正定値剛性 tensor を $\mathbf{C}$ とし，構成則 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})$ の存在を仮定すれば，⑭・⑮式を満たす解は一意的と Kirchhoff は主張した [2) 118.]が，柔性 tensor を $\mathbf{S}$ とする $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{S}:\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が普遍的弾性構成則であり、Stokes も指摘するように $\mathbf{S}$ は正則とは限らず，$\mathbf{C}$ も存在するとは限らない．また，Beltrami の適合条件式 [4) 7. 3.]も，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0}$ から $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ は導けない．

⑫・⑬式を 3 連立の偏微分方程式と Neumann 境界条件と看做せば，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ の 9 or 6 要素は冗長で，解は不定となる．⑭・⑮式に含まれる自己平衡(self- equilibrated)応力場とは，下式を満たす成分 $\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) \neq \boldsymbol{0}$ で，Kirchhoff が応力場一意性の背理法証明で用いた，異なる 2 解の差分に他ならない．

$$\nabla\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{16}$$

これを排除するためには，下式が成立たねばならない．

$$\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{17}$$

一方，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ は⑸式と同様に，偏差応力 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$ とするとき，下式のように直交分解出来る．

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,\mathbf{I}/3 + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ p(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\mathbf{I},\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\boldsymbol{\epsilon} \tag{18}$$

よって，$\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\nabla p(\boldsymbol{x}) - (1/2)\nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})$$

$$\therefore -\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{19}$$

更に，$\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = (2/3)\,p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - (1/2)\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})$$

$$\therefore \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}),$$

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = 0 \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{20}$$

が成立ち，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \to \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ の一意的関係，下式も成立つ．

$$p(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}),\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{21}$$

このとき，⑲式は vector 場 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ の Helmholtz 分解式となり⑪式に一致し，⑳式は vector $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})$ の直交分解式となる．⑲・⑳式を満たし，応力 potential 場とも言える $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\}$ は，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し一意的であり(Friedreichs 分解)，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \leftrightarrow \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ も双射の関係となる．

なお，応力場が対称 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$ $\therefore \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ とするなら，⑭・⑮式は，下式の“hydrostatique”に帰する．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{22}$$

よって，応力 tensor 場の不定性、即ち自己平衡応力場成分の排除と偶応力場の排除は，相反し，両立しない．

4．偶応力場

外力場が変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を生じるまでに弾性体 B に成す仕事 U_{B} は，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ と $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が線型関係で，⑲・⑳式が成立てば，下式となり，弾性 energy として保存される．

$$U_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\cdot\,dV + \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\,dS$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\big)\,dV = \int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} W(\boldsymbol{x})\,dV \tag{23}$$

よって，下式の Hooke の法則が成立ち，

$$e(\boldsymbol{x}) = \kappa^{-1}\,p(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \kappa > 0,$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda > 0,\ \ \because \nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{24}$$

⑶式は下式となって，剛体回転を生じないことを保証する．

$$2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV = 2\lambda\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\,dV = \boldsymbol{0} \tag{25}$$

切断原理に従い，任意の部分領域 $\mathrm{B_P}\subseteq\mathrm{B}$ の境界面 $\partial\mathrm{B_P}$ 上に並進・偶 traction vector 場 $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$, $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$ on $\partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta}$ が存在し，部分固体 $\mathrm{B_P}$ 上に作用する物体力場と平衡するとすれば，下式が成立つ．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{26}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \big(\boldsymbol{\zeta}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\big)\,dS = \boldsymbol{0} \tag{27}$$

このとき，⑳式と同様な下式が成立てば，⑳式を満たす．

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) = p(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta} \tag{28}$$

更に，下式が成立つならば，⑸・⑵式を満たす．

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) = -2\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta},$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B} \ \ni\boldsymbol{\xi} \tag{30}$$

$$\because 2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{31}$$

変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を層状 vector 場成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x})$ と管状 vector 場成分に分解し，管状 vector 場成分を剪断変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x})$ と湾曲変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ に分解すると，下式となる．

$$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) \tag{32}$$

このとき，⑵8)～⑶0)式および⑵3)式の部分積分から下式，

$$2\,W(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = -\nabla^2\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{33}$$

が成立つので，下式の Hooke の法則が導ける．

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \mu^{-1}\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda,\,\mu > 0 \tag{34}$$

よって，応力場 $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\}$ は弾性歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ の連続性を保証し，Poisson 方程式⑶3)の正則性に依り，偶応力場 $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})$ の連続性が $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ の滑らかさ C^2 級を保証する．

5．まとめ

抑も線形弾性論は，〈外力場→応力場→歪場→変位場〉の線型な因果関係を導くことで，〈応力場→外力場〉・〈変位場→歪場〉が一意的でも，逆が不定なら，線形弾性論は成立たない．Cauchy の応力場は，偶応力場を排斥することで，対称 tensor 場となり，不定性を孕むが，自己平衡応力場を排除すれば，静水圧場に帰する．即ち，応力場の不定性の解消と偶応力場の排斥は，二律背反し，両立しない．そこで，自己平衡応力場成分を含まない応力場と偶応力場に基づく，線型弾性論を示した．(なお、Cosserat 兄弟の偶応力理論から自己平衡応力場を排除すれば、本論に帰着する．)「静力学=vector」⇒「解析力学=scalar」と言う弾性論史，あるいは「有理力学 : 連続体=無構造」⇒「弾性=構成則」は，「弾性=柔性(力→変形)=幾何学」と言う視座を隠蔽している．

参考文献

1) 日本数学会編集: 岩波 数学事典, 第 4 版, 岩波書店, 2007.
2) Love A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity (2nd Edition), Cambridge: at the University Press, 1906.
3) Kröner E.: Continuum Theory of Dislocations and Proper Stresses (Trans. by Delphenich D. H.), Springer Verlag, 1958.
4) Fung Y. C.: Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, 1965.
5) Ciarlet P. G.: Mathematical Elasticity Vol. 1: Three-dimensional Elasticity, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Directivity and Beam Forming Capability of Photo Acoustically Generated Ultrasonic Waves
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

木本　和志（岡山大・環境生命自然科学）　一水　信之介（岡山大・環境生命自然科学）
斎藤　隆泰（群馬大・理工学府）
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Shin-nosuke ICHIMIZU, Okayama University
Takahiro SAITO, Gunnma University
E-mail: kimoto@okayama-u.ac.jp

Photo acoustic (PA) ultrasonic generation has several advantages over conventional piezoelectric transducers. In the context of ultrasonic flaw detection, a notable potential advantage is the ability to excite ultrasonic beams from curved surfaces. To explore this possibility, directivity characteristics of photo acoustically generated ultrasonic beam are investigated in this study, using a sample with partially curved surface. It is found as a result that the PA generated ultrasonic beam deflects to the direction perpendicular to the surface where the beam is generated. Also shown is that the 6dB beam width is as broad as 30 to 40 degrees. It can thus be expected that the PA method is amenable for phased array beam forming for sub-surface flaw detection.

1. はじめに

超音波探傷試験は，鋼橋における疲労き裂の検出や評価に用いられている．鋼橋の超音波探傷試験では，通常，接触型の圧電トランスデューサ (探触子) が用いられ，探触子はカップラントを用いて対象物に密着させる必要がある．そのため，曲面や段差のある箇所での送受信は簡単ではなく，対象物の形状に合わせたシューに探触子をマウントすることや，シューの形状や素子配置を変化させることのできるアダプティブ探触子を用いる必要がある．一方，パルスレーザー照射によって超音波を励起する光音響法は，平坦でない箇所からも非接触で超音波を励起できる．疲労き裂が発生する溶接継手には溶接ビードの余盛りがあり，表面が平坦でない．そのような箇所で光音響法を用いることができれば，近距離からき裂や溶接欠陥に向けて強い超音波を送信できる可能性がある．しかしながら，光音響法は鋼橋の超音波探傷に用いられておらず，内部きずの探傷に適した超音波ビームを，曲面や傾斜した平面から入射できるかどうかは明らかでない．

このことを踏まえ本研究では，アブレーションモードの光音響法で励起した超音波の伝播状況を，溶接余盛りを模擬した試験体を用い透過波測定を行って調べた．本発表では，多点送信によるビーム合成において成否の鍵となる，個別送信点からの超音波が示す指向性について得られた知見を中心に報告を行う．

2. 実験方法

光音響法による透過波測定に用いた装置の構成を図 1 に，試験体の形状と寸法を図 2(a) に示す．超音波の励起には Q スイッチ Nd:YAG レーザーを，受信にはレーザードップラー振動計 (LDV:Laser Doppler Vibrometer) を用いた．YAG レーザーの波長は 1,024nm, 出力は 20mJ で，凸レンズを用い，試験体表面でスポット径が約 1mm となるようにして照射した．LDV の帯域は 0.1Hz~20MHz で，十分な幅の周波数帯域が確保されている．試験体には，突き合わせ溶接継手の余盛りを模擬するために，半径 14.5mm の円弧状の凸部を設けている．模擬余盛りの幅は 20mm, 高さは 4mm で，図 2 の奥行き方向は厚さ 35mm で一様な断面形となっている．試験体は，加工が容易な真鍮を用いて作成し，フライス盤による切削とヤスリがけによる研磨で表面を成形した．試験体作成後は側面のスキャン画像を取得し，設計寸法と大きな差が無いことを確認した．また，比較のため，図 2(b) に示す，大きさ 100mm×25mm×35mm の真鍮ブロックを参照試験体として用いた．真鍮の弾性波速度は，別途，圧電探触子で測定したところ，P 波速度は 4.4km/s, S 波速度は 2.1km/s であった．以下，(a) を模擬余盛り試験体，(b) を参照試験体と称する．送受信点位置は，試験体底面の中央を原点とする xy 座標系で表す．ただし，受信点座標は $(x, y) = (x, 0)$，送信点座標は (x_s, y_s) と書いて互いに区別する．受信は試験体と送信位置によらず，一律に，$|x| \leq 40$mm(区間 BB') において 0.5mm ピッチで行った．送信は，模擬余盛り試験体では $|x_s| \leq 12$mm の区間 AA' から，参照試験体では $x_s = 0$mm からのみ行った．

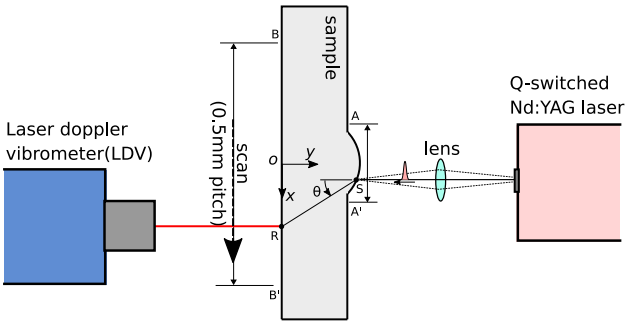


Fig. 1　Experimental setup for the photo acoustic ultrasonic transmission test

3. 実験結果

測定結果の一例を図 3 に示す．この図は，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) で超音波を励起した結果得られた走時波形である．横軸は時間 $t[\mu s]$，縦軸は測定位置 x[mm] を表し，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

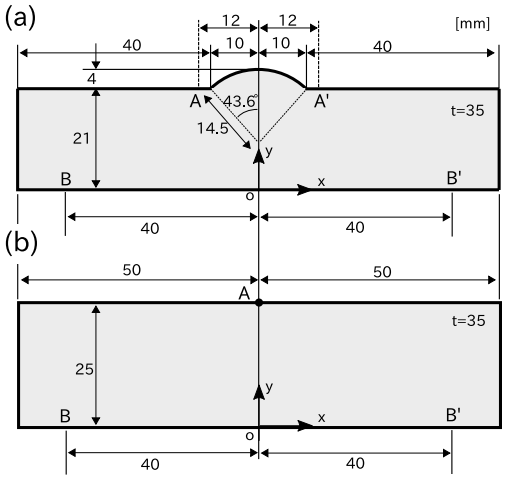


Fig. 2　Samples for the ultrasonic measurements

最大値で無次元化した振幅をカラー表示している．真鍮の弾性波速度から予想される時間と位置で P 波と S 波のパルスが明確に現れており，他にも，試験体の角部や上下面からの反射波が見られる．縦波は送信点直下で最も早く到達し，測定範囲全体 $|x| \leq 40$mm に渡って観察されている．紙面の都合上，ここでは割愛するが，参照試験体でもよく似た走時波形が得られる．ただし，超音波の広がりは平面から送信を行った参照試験体でより大きく，最大振幅は模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) の方がやや大きい結果となった．以下，本稿では，模擬余盛りから送信を行った場合の P 波の指向性に関する結果を示す．

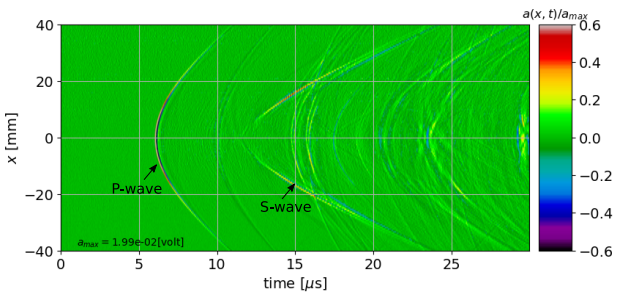


Fig. 3　Travel-time plot for the measured waveforms (transmission from $x_s = 0$mm)

4.　指向性の評価

LDV 測定では，振動速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ のレーザー照射方向成分 v_n が得られる．従って，送信点から観測点をみる方向を θ(図 1 を参照) とすれば，$|\boldsymbol{v}| = v_n/\cos\theta$ の関係がある．また，点源からの弾性波は伝播距離 $r = y_s/\cos\theta$ に比例して振幅が低下する．これらの効果を補正し，超音波強度と伝播方向 θ の関係を調べるためには，LDV 測定で得られた波形に $y_s/\cos^2\theta$ を乗じたものを用いればよい．ここで，(x_s, y_s) から送信し，$(x, 0)$ で受信した超音波の時刻歴波形を $a(x, t; x_s)$ と表す．これを，上の考えに基づいて補正し，その最大振幅

$$I(\theta; x_s) = \max_t \left\{ \frac{a(x, t; x_s)}{\cos^2\theta} \right\} \tag{1}$$

を超音波強度として用いる．さらに，異なる送信位置に対する結果を互いに比較するために，次のように規格化し，これを放射パターンと呼ぶことにする．

$$D_P(\theta; x_s) = \frac{I(\theta; x_s)}{\max_\theta \{I(\theta; x_s)\}} \tag{2}$$

図 4 は，このようにして推定した，P 波の放射パターンを示したものである．参照試験体に対する結果をみると，$D_P(\theta; 0)$ のピーク方向 θ_p は送信点直下にな，$\theta_p = -10°$ 程度となっている．このことは，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) から送信した場合も同じで，YAG レーザーの強度が軸対象でなく空間的な偏りがあることが原因として考えられる．ただし，超音波ビーム軸をピーク方向 θ_p でなく，$D_P(\theta; x_s)$ を重みとした方向 θ の平均 $\bar{\theta}$ で評価すれば，$\bar{\theta} \simeq 0$ となり，図 3 で P 波到達時間が $x = 0$mm に関して上下対称であることと整合する．超音波の広がりは，参照試験体が模擬余盛りの場合よりもやや大きい．半値幅 (half width at half-maximum)$\Delta\theta_{6\mathrm{dB}}$ で言えば，参照試験体は約 50 度，模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) で約 40 度となっている．この違いは，試験体表面の曲率の影響を受け，超音波が緩くフォーカスがかかったためと解釈できる．模擬余盛り試験体，$x_s = -4$ と -9mm の場合，半値幅はより小さくなるが，最低でも $\Delta\theta_{6\mathrm{dB}} = 30$ 度程度と，P 波が広い範囲に伝わることがわかる．ただし，これらのケースではビーム軸が $\theta > 0$ 方向に大きく傾き，概ね送信点位置の法線ベクトル方向に向へ強い超音波が向かう．

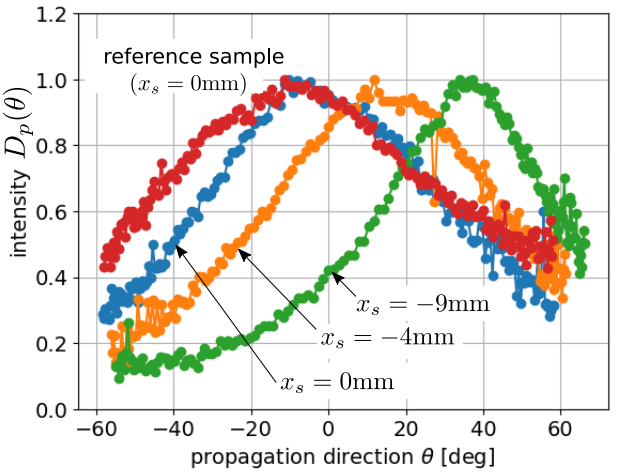


Fig. 4　Directivity of the photo acoustically generated ultrasonic P-wave.

5.　まとめ

以上のように，光音響法による超音波励起では，試験体表面の曲率や傾きの影響を受け，ビーム幅やビーム軸方向が変化する．これは，一点からの入射では，期待する方向に強い超音波を送信できるとは限らないことを意味する．従って，光音響法を超音波探傷に用いる場合，表面形状と指向性の関係をよく理解した上で，多点送信によるビーム制御を行う必要がある．幸い，アブレーションモードでは，よく広がる強い P 波を励起することができ，ビームフォーカシングやステアリングに加え，超音波イメージングにも利用し易いやすいと期待される．発表では，この観点を加え，光音響法で励起された P 波の指向性と，ビーム合成性能について調べた結果について報告する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較 (シンポジウム講演概要)

Comparisons of the classical and quantum mechanics approaches to point-like scatterers (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

東平光生（東京理科大学・創域理工学部）
Terumi TOUHEI, Tokyo University of Science
E-mail: ttouhei@rs.tus.ac.jp

The interaction effects of point-like scatterers is investigated in mathematical methods for the quantum and classical mechanics. We address the renormalization theory used in the quantum mechanics and observe that renormalization of coupling constant is also required in classical mechanics regime. We prove the strong convergence of the operator for the Dirac-type scatterers to the free Hamiltonian in the classical mechanics, where the interaction effects of the Dirac-type scatterers are disappeared. We observe that the Foldy algebraic equation in the classical mechanics regime remains valid in this limit process.

1. はじめに

量子論における波動関数は，量子の存在の確率密度関数として特徴づけられ，作用素に関しては observable として自己共役性が要請される．一方で，古典力学での波動場は，音響場などの物理的な意味が付与され，波動場の作用素は結果的に自己共役であることが多いと考えれる一方で，量子論のように始めから自己共役性が要請されるわけではない．量子論と古典論のこのような差異にも関わらず，古典論で音響場を扱う場合など量子論での方程式の構造と類似する場合がある．こうした意味で，量子論と古典論で，それぞれ展開されてきた数理の比較しその差異を考察することは意義があると考えられる．本稿では，この問題に関するいくつかの考察のポイントに言及する．

2. 微小散乱源の方程式と量子論からのアプローチ

本稿では，次の Dirac 散乱体による散乱問題を考える．

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \qquad (1)$$

古典力学側からの描像で方程式について述べれば，p は音響場の圧力としての意味を付与する．また，ω は角振動数，α は散乱源を識別するための番号でここでは散乱源の総数を N としている．また $m_\alpha\omega^2$ は coupling constant，$\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数 $\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_F$ とは散乱源に波動を照射するための点源の位置，Δ はラプラシアン，k は媒質の波数である．

ここでは，この方程式を巡って，量子論ではどのようなことが言われているかを概観する．量子論での議論では p は量子の存在の確率密度関数関数として読み替える．式 (1) に現れる Dirac type の散乱源 (ポテンシャル) は Fermi pseudo potntial[1] の問題として定義される．主たる論点は，式 (1) に現れた作用素の逆

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right)^{-1} \qquad (2)$$

は定義できないと言うことである．この問題を解決するために coupling constant $m_\alpha\omega^2$ を再定義 (renormalization) することが必要である．さらに，この renormalization で得られた作用素が observable として自己共役性が要請される．限れられた紙面でこの問題を論じることは不可能であり．結果のみ記述すると，以下のようになる．

$$\begin{aligned}(H-k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} [\Gamma_\theta]^{-1}_{\alpha\beta} G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}'), \quad (\mathrm{Im}\, k > 0) \end{aligned} \qquad (3)$$

ここに H は式 (1) の作用素の第 1 項と 2 項で coupling constant に renomrmalization を施し，さらに自己共役性を要請したものである．G_k は free space の Green 関数

$$G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \frac{1}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \qquad (4)$$

$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta}$ は相互作用を表現する係数行列で

$$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta} = \begin{cases} \theta_\alpha - \dfrac{ik}{4\pi}, & \alpha = \beta \\ -G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (5)$$

ここに θ_α は

$$-\infty < \theta_\alpha \leq +\infty$$

を満足する任意のパラメータである．このように，作用素の自己共役拡張は唯一でなく無数に存在する．この任意パラメータの決定は数学の問題でなく物理の問題である[2]．なお，renormalization された coupling constant は $\theta_\alpha - ik/(4\pi)$ で元の $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なっている．

3. 古典論からみた微小散乱源の問題

Foldy(1945)[3] が提示した微小散乱源の相互作用方程式は量子論の問題よりもむしろ古典論での波動散乱問題への方法論と捉えられ，多くのアプリケーションの実績がある (例えば[4])．Dirac-type の散乱源の方程式 (式 (1)) に対しても，Foldy の方程式の適用事例は存在し，Hu and Sini ([4]) は次式が相互作用の近似であるとする．

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} p(\boldsymbol{r}_\beta) = G(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_F) \qquad (6)$$

ここに $\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta}$ は Foldy の相互作用方程式の係数行列で

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha = \beta \\ -m_\alpha\omega^2 G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (7)$$

Hu and Sini と比較して Martin[5] は Dirac-type の散乱源の扱い，特に Green 関数の特異性と Dirac のデルタ関数の特異性が重なる相互作用には，式 (7) の適用には慎重である．Foldy の相互作用方程式が活躍する古典的な散乱理論では，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Dirac-type の散乱源への扱いに関しては，見解が分かれることもある．

ところで，式 (2) で述べた逆作用素が定義できない問題は量子論特有のものでなく，Dirac-type の散乱源を扱う場合の数学的な問題のはずである．古典力学の場で，この問題を検討するために，有限の support の散乱源からの極限以降のプロセスで Dirac-type 散乱源を捉え直す．出発点として，

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{m_\alpha \omega^2}{(4/3)\pi a^3} X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \tag{8}$$

を考える．ここに，散乱源は球と考え，a はその半径である．また

$$X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| \le 1 \\ 0, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| > 1 \end{cases} \tag{9}$$

である．式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素は，Schrödinger 作用素における井戸 potentail の議論[6] を参考にすることで，自己共役性を満足することが導ける．それにも関わらず，この方程式の解表現は，やや煩雑な計算ののち，coupling constant を再定義しなければならないという結果が出てくる．量子論での renormalization とは状況が異なるものの，古典場においても renormalization が必要となる．

式 (8) の逆演算子の表現は次式となる

$$\begin{aligned} &(H_a - k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') \end{aligned} \tag{10}$$

ここに，H_a は式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素で renormalization を施したもので，添え字にスケールパラメータ a を明記した．また $s_\alpha(a)$ は renormalization を施した coupling constant で $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なる形式となる．非常に煩雑な形式であるものの散乱源のスケールパラメータ a に比例する．即ち，

$$s_\alpha(a) \propto a \tag{11}$$

であり，決して $m_\alpha\omega^2$ には比例しない．また

$$\left[\Gamma_a^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \text{when } \alpha = \beta \\ -s_\beta(a) G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \text{when } \alpha \ne \beta \end{cases} \tag{12}$$

式 (7) と (12) の比較で明らかなように両者の対角項は 1 であり，Foldy の提示した相互作用方程式は renormalization を施した方程式でも成立している．

式 (10) の表現は有限な空間 scale a の散乱源に対するものである．Dirac-type の散乱源がどのような性質を持つか，$a \to 0$ の極限移行によって議論を行う必要がある．

まず，再定義された coupling constant で構成される $\Gamma_a^{(F)}$ に対しては次式が成立することを見るのは容易である．

$$\|I - \Gamma_a^{(F)}\| \to 0, \ (a \to 0) \tag{13}$$

ここに，I は単位行列である．式 (13) は十分小さな a に対して $\Gamma_a^{(F)}$ が逆行列を持つことを示す．さらに，任意の $\epsilon > 0$ に対して $a_0 > 0$ をとることで

$$1 - \epsilon \le \|{\Gamma_a^{(F)}}^{-1}\| \le 1 + \epsilon, \ (0 < a < a_0) \tag{14}$$

の一様有界性も導ける．

次に $f \in L^2(\mathbb{R}^3)$ をとり，関数 g をを次のように定義する．

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{r}) &= \left(H_a - k^2)^{-1} f - (-\Delta - k^2)^{-1} f\right)(\boldsymbol{r}) \\ &= \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1}_{\alpha\beta} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) \\ &\quad \times \int_{\mathbb{R}^3} G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') f(\boldsymbol{r}') d\boldsymbol{r}' \end{aligned} \tag{15}$$

式 (14) の一様有界性から実は

$$\|g\|_{L^2(\mathbb{R}^3)} \to 0, \ (a \to 0, \mathrm{Im}(k) > 0) \tag{16}$$

が導かれる．この意味で式 (16) は

$$\mathrm{s}\text{−}\lim_{a\to 0} \left(H_a - k^2\right)^{-1} = \left(-\nabla^2 - k^2\right)^{-1}, \qquad (\mathrm{Im}\,(k) > 0)\,. \tag{17}$$

を意味する．ただし，s−lim は強収束である．式 (8) を出発点として Dirac 散乱源を近似して散乱源の空間 scale を無限小に移行させる process では Foldy の相互作用方程式を保持しつつも，Dirac 散乱源の相互作用は消失する．この状況は量子論での renormalization における任意パラメータの選択において

$$\theta_\alpha = \infty \tag{18}$$

に対応する．

4. 結論

本稿では，微小散乱源の相互作用解析における数学的アプローチにおいて，量子論と古典論の対比を試みるとともに，Dirac type の散乱源の相互作用はどうあるべきかの考察を行った．この考察はあくまで，数学的アプローチに着目したものであり，散乱源の空間スケールが量子論の守備範囲かどうかを問題にしたものではない．本稿での検討によれば，量子論で Dirac-type の散乱源に対して coupling constant の renormalization が必要とされるように，古典場でも同様に coupling constant の renormalization が必要とされる．また，有限な空間 scale の散乱源の極限移行の結果，Dirac 散乱源の相互作用は，作用素の強収束の意味で消失する．以上の結果は多くの数値解析，特に結晶構造の解析などで，実績のある古典場のコミニュティーには，意外な結果となる可能性がある．本稿の数学的考察の結果が，既存の多くの結果と調和的であることを実証することが今後の課題である．

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 25K15150 のサポートを受けました．関係各位に感謝いたします．

参考文献

1) Albeverio, S., Gesztesy, F., Høegh-Krohn, R. and Holden, H. (1988). Solvable models in quantum mechanics, Springer-Verlag, (1988).
2) Reed and Simon, Method of Modern Mathematical Pyhisics, II (Fourier analysis and self adjointness), Academic Press, 1975.
3) The multiple scattering of waves I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers., Physical Review, 67, 107-119, 1945
4) Hu, G., and Sini, M. Elastic scattering by finitely many point-like obstacles, J. of Mathematical Physics, 54,042901, 32013
5) Martin, P.A., Multiple scattering, Interaction of time-harmonic waves with N obstacales, Cambridge University Press, 2006
6) 中村周，量子力学のスペクトル理論，共立講座 21 世紀の数学 26, 2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

Shear Lag Theory for CFRP-Bonded Steel Tubes Subjected to Torsional Moment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

水谷　壮志（関大・環）　　伊佐治　響己（関大・環）　　石川　敏之（関大・環）
Morimune MIZUTANI, Kansai University
Hibiki ISAJI, Kansai University
Toshiyuki ISHIKAWA, Kansai University
E-mail: mizutani@kansai-u.ac.jp

As a countermeasure against deterioration in steel signposts and lighting poles, bonding carbon fiber reinforced polymer (CFRP) is effective. The authors previously evaluated load transfer in CFRP-bonded steel tubes subjected to axial force and bending moment based on shear lag theory. However, pole bases and joints are also subjected to torsional moment. This study extends shear lag theory to CFRP-bonded steel tubes subjected to torsional moment. The derived equations agree well with finite element results.

１．はじめに

鋼製の標識柱や照明柱などの損傷の多くは腐食であり，基部，接合部や開口部などの不連続部に発生しやすい [1]．また，風による繰返し荷重により，疲労き裂も発生している．このような損傷への対策の一つとして，繊維強化樹脂（FRP）を接着する方法がある [2]．FRP は耐腐食性を有し，損傷部に接着剤で貼付するため，施工が容易である．特に，高強度・高弾性な炭素繊維強化樹脂（CFRP）は，鋼桁などの補修においても利用されている [2]．

筆者らは鋼管構造に CFRP を接着接合した際の，力の伝達をせん断遅れ理論により評価してきた [3]．せん断遅れ理論は，鋼部材と CFRP の軸力または曲げモーメントを接着剤のせん断応力が伝達するとした理論モデルである．しかし，標識柱や照明柱の基部や接合部は曲げモーメントに加えて，ねじりモーメントも作用する．そこで，本研究ではねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，せん断遅れ理論を適用し，力の伝達について評価する．

２．せん断遅れ理論に基づく CFRP 接着鋼管の分担ねじりモーメントおよび接着剤に生じるせん断応力

本研究では図 1 に示す CFRP 接着鋼管を対象とする．鋼管の全周に CFRP が接着されており，鋼管と CFRP で作用したねじりモーメントを分担する．図 2 に微小区間 dx における鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の模式図を示す．接着剤は鋼管と CFRP の周方向の変位差によりせん断応力が生じる．したがって，接着剤のせん断応力は次式で与えられる．

$$\tau_e(x) = G_e/h \cdot \{\lambda_s(x) - \lambda_c(x)\} \tag{1}$$

ここに，x は CFRP 接着中央からの位置，$\tau_e(x)$は接着剤のせん断応，G_e は接着剤のせん断弾性係数，h は接着厚さ，$\lambda_s(x)$は鋼管外周の周方向変位，$\lambda_c(x)$は CFRP 内周の周方向変位である．

式(1)を x で微分することで次式を得る．

$$d\tau_e(x)/dx = G_e/h \cdot \{\gamma_s(x) - \gamma_c(x)\} \tag{2}$$

ここに，$\gamma_s(x)$は鋼管外周のせん断ひずみ，$\gamma_c(x)$は CFRP 内周のせん断ひずみである．ただし，接着厚さ h が大きい場合にも精度よくの接着剤のせん断応力を算出するために，鋼管および CFRP のせん断ひずみは次式のように接着厚さ中央の位置に外挿する [3]．

$$\gamma_i(x) = (r_s + h/2)T_i(x)/(J_i G_i) \quad (i = s, c) \tag{3}$$

ここに，$i = s$ は鋼管，$i = c$ は CFRP の各部材を指し，$T_i(x)$は部材 i に生じるねじりモーメント，r_i は部材 i の外周半径，J_i は部材 i の断面 2 次極モーメント，G_i は部材 i のせん断弾性係数である．

図 2 に示す微小区間 dx の鋼管に対して，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$と接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$の力のつり合い式を変形し，次式が得られる．

$$dT_s(x)/dx = 2\pi(r_s + h/2)^2 \tau_e(x) \tag{4}$$

式(4)を x で微分し，式(2)，式(3)を代入し，整理することで，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$に関する 2 階の微分方程式が次式で得られる．

$$d^2T_s(x)/dx^2 - c_t^2 T_s(x) = -c_t^2 \xi_t T \tag{5}$$

$$c_t^2 = 2\pi G_e/h \cdot (r_s + h/2)^3 \cdot 1/\{J_s G_s (1 - \xi_t)\} \tag{6}$$

$$\xi_t = G_s J_s/(G_s J_s + G_c J_c) \tag{7}$$

式(5)の一般解は次式で得られる．

$$T_s(x) = C_1 \cosh(c_t x) + C_2 \sinh(c_t x) + \xi_t T \tag{8}$$

ここに，C_1 と C_2 は未定係数である．接着中央で鋼管のねじりモーメントが対称となる条件（$dT_s(0)/dx = 0$）より，$C_2 = 0$ である．また，接着端部で鋼管のねじりモーメントが作用するねじりモーメントとなる条件（$T_s(l) = T$）より，$C_1 = (1 - \xi_t)T/\cosh(c_t l)$である．

式(8)に未定係数 C_1，C_2 を代入して整理することで，鋼管のねじりモーメントが次式で表される．

$$T_s(x) = (1 - \xi_t)\{\cosh(c_t x)/\cosh(c_t l) + \xi_t/(1 - \xi_t)\}T \tag{9}$$

CFRP のねじりモーメントは $T_c(x) = T - T_s(x)$より，得られる．接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$は式(4)に式(9)を代入して整理することで得られる．

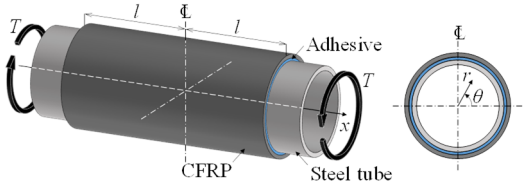


Fig. 1 CFRP-bonded steel tube under torsion moment.

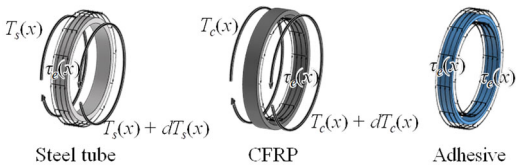


Fig. 2 Force equilibrium of each member in an infinitesimal element dx.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断応力分布

本章では，**２章**で導出したせん断遅れ理論に基づく理論式を用いたせん断応力の分布を示す．また，有限要素解析を実施し，理論式の妥当性を確認する．有限要素解析解析と比較するために，理論式の鋼管と CFRP の分担ねじりモーメントは，それぞれの外面のせん断応力へ変換する．また，CFRP 内のせん断遅れを考慮するために換算接着層厚（$h' = h + t_c G_e/(3G_{12})$）[4]を使用した．

計算例とした寸法および材料特性を表 1 に示す．CFRP は±45°に繊維配向された直交異方性材料を想定している．有限要素解析モデルを図 3 に示す．解析要素は 8 節点 6 面体完全積分要素であり，それぞれの部材を厚さ方向に 4 分割，周方向は 2.5°ずつ，長手方向は 2.5 mm ずつ分割している．モデル左端は完全固定とし，右端にねじりモーメント $T = 0.5$ kN·m を与えた．

図 4 に各部材のせん断応力分布を示す．図の縦軸は各せん断応力を作用せん断応力（$\tau_s = Tr_s/J_s$）で無次元化しており，横軸は CFRP 接着中央からの位置 x を接着半長さ l で無次元化している．図 4(a)は鋼管および CFRP の外面のせん断応力分布であり，鋼管と CFRP とが完全合成として挙動する際の理論値も破線で示している．また，図 4(b)は，接着厚さ中央のせん断応力分布である．

図 4 より，理論式および有限要素解析の値がよく一致している．また，図 4(a)より接着端部から中央に向かって，理論式および有限要素解析のせん断応力が完全合成の値に収束している．さらに，図 4(b)より接着剤のせん断応力は接着端部で最大となる．

４．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管の定着長

他の CFRP 接着接合においても，図 4(a)のように接着端部付近は完全合成とならず，この範囲は補修・補強範囲の外側に定着長として確保する必要がある [5]．したがって，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管においても，定着長を考える．接着半長さ l_n の CFRP を接着した際に，接着中央の鋼管のねじりモーメント $T_s(0)$が任意の収束度 η 以下となるような条件から，定着長 l_n が次式で得られる．

$$l_n \geq 1/c \cdot \cosh^{-1}\left\{1/(\eta - 1)\cdot(1/\xi_t - 1)\right\} \qquad (10)$$

ここに，η は 1 より大きく 1 に近い値である．文献 5)では，収束値に対して 1%の許容を設定し，$\eta = 1.01$ としている．

３章の計算例において，$\eta = 1.01$ として定着長を算出すると $l_n \geq 33.4$ mm であり，接着端部から 35 mm の位置（$x/l = 0.65$）で完全合成の値に十分収束していることがわかる．

５．おわりに

本研究では，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の理論式を示した．理論式は有限要素解析とよく一致した．また，定着長の算出式も示した．

参考文献

1) 宮原史，桑原正明，白戸真大: 道路附属物の損傷実態と安全性確保策，日本風工学誌，第 43 巻，第 1 号（通号 154 号），pp. 23-28, 2018.
2) 土木学会 複合構造委員会: FRP 複合構造の設計・維持管理に関する最新の調査報告，複合構造レポート 20, 2023.
3) 石川敏之，水谷壮志：CFRP 接着された鋼管の定着長とはく離に対するエネルギー解放率，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol. 77, No. 1, pp. 59-72, 2021.
4) 白井瑛人，北根安雄，石川敏之，伊藤義人: 軸力が作用する CFRP 接着補修鋼板に対する CFRP 板のせん断変形を考慮した理論解析，構造工学論文集 A, Vol. 61A, pp. 798-807, 2015.
5) 土木学会 複合構造委員会: 2024 年制定 複合構造標準示方書, 2024.

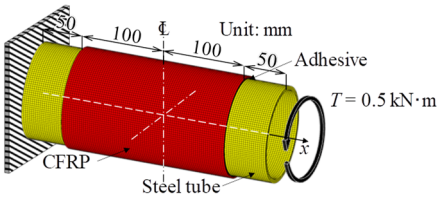
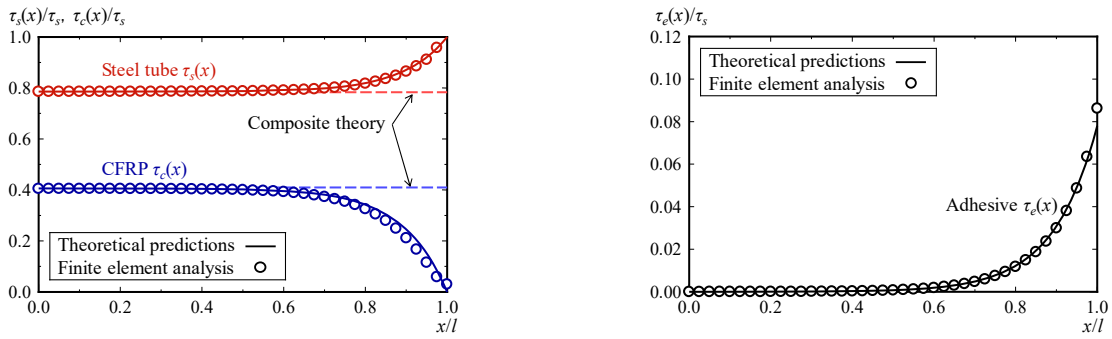


Fig. 3 Finite element model.

Table 1 Material properties and dimensions of each member.

	Steel tube	Adhesive	CFRP*
Young's modulus [GPa]	$E_s = 200$	$E_e = 2.500$	$E_1 = 2.847$, $E_2 = 3.591$, $E_3 = 3.591$
Poisson's ratio	$\nu_s = 0.300$	$\nu_e = 0.360$	$\nu_{12} = 0.016$, $\nu_{23} = 0.954$, $\nu_{31} = 0.020$
Shear modulus [GPa]	$G_s = E_s/\{2(1+\nu_s)\} = 76.923$	$G_e = E_e/\{2(1+\nu_e)\} = 0.919$	$G_{12} = 0.919$, $G_{23} = 37.770$ (= G_c), $G_{31} = 0.919$
Thickness [mm]	$t_s = 4.5$	$h = 1.0$	$t_c = 2.0$
Outside radius [mm]	$r_s = 57.15$		$r_c = r_s + h + t_c = 60.15$

* 1: radial, 2: tangential, 3: longitudinal directions.



(a) Outer surfaces of the steel tube and CFRP, (b) Mid-thickness of the adhesive layer.

Fig. 4 Shear stress distribution in the CFRP-bonded steel tube.

大域参照勾配を用いた Hermite 族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

Three-Dimensional Bridge Modeling Using the Hermite Family Finite Element Method with Global Reference Gradients (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: s2520872@u.tsukuba.ac.jp

To address Japan's bridge aging and labor shortages, this study develops a 3D simulation platform for vehicle-bridge interaction. Utilizing Hermite-family finite elements that share displacement and slope at nodes, alongside Kirchhoff-Love plate theory, the model balances efficiency and accuracy. A coordinate transformation method was introduced to manage spatial arrangements of members. Results confirm the method's utility as a prototype for simulating dynamic bridge behavior under traffic loads, establishing a framework for future accuracy enhancement.

１．研究背景

橋梁の一斉老朽化が進む中で，交通振動データに基づいて橋梁構造を診断する技術[1,2]の開発が進められている．ただし，実橋で観測される交通振動データにはしばしば近接固有モードが卓越する．これは，橋梁の三次元的な構造において，片側の車線のみに交通荷重が作用し，ねじりモードを励起するためと考えられる．したがって，交通振動ベースの橋梁診断技術開発には，車両-橋梁相互作用系の三次元モデルに基づく数値シミュレーションが必要である．

しかし，一般的に三次元橋梁モデルの数値シミュレーションは計算負荷が高く，膨大な交通振動データから構造同定するには高精度かつ軽量な数値計算モデルが必要である．橋梁のように薄板構造を組み合わせた構造系を効率よく計算する方法として，既往研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素[3]の適用が検討されている．既往研究において，板要素の定式化に際し，要素形状や配置の組み合わせに起因した，要素境界における物理量の不整合が生じるといった課題があった．

物理量の不整合は幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築[4]における幾何定義に局所パラメータ微分($\partial/\partial\xi$)が，物理場に大域座標微分($\partial/\partial x$)が混用されることに起因し，トポロジー的な不整合[5]となっていた．ここで，大域参照微分を局所パラメータ微分に線形変換により直接反映可能なように定義する方法に着目し，大域参照勾配法として提案する．

本研究では，Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案し，定式化を行う．得られた式に基づき構築された三次元橋梁モデルは，要素数を減らしながらも精度を維持して計算可能なため，従来の計算負荷を抑制しつつ，複雑な橋梁構造を精緻に表現することが期待できる．モデルの妥当性検証のため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．

２．Hermite 族有限要素法

Hermite 族有限要素法は，節点において変位と勾配を共有する．本研究では，節点における勾配成分に変位の大域参照座標における導関数で定義する大域参照勾配を用いた．橋梁モデルが定義されている三次元直交座標系内の大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)$ と幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ および変位場 $\boldsymbol{u}$ を定義すると，式(1)のように書ける．

$$\boldsymbol{x}=\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u} \tag{1}$$

節点 k において形状マッピングベクトルの成分 $\boldsymbol{X}_i^k$ と数値解ベクトルの成分 $\boldsymbol{U}_i^k$ $(i=1,2,3)$は，以下の式(2)となる．

$$\boldsymbol{X}_i^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_i^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{U}_i^k=\begin{bmatrix}u_i^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix} \tag{2}$$

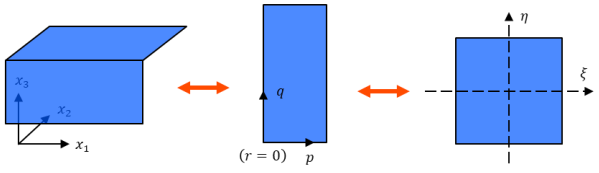
上記を定義により，橋梁の三次元的なモデルであっても座標変換の不整合を解消することで，一般的な計算順序により数値シミュレーションの実装が可能となる．

３．座標変換

Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素（H-KLP 要素）を用いてモデル化した床版，主桁および横桁で構成される橋梁では，三次元に組み合わされた要素(Fig.1 (a))間での共通節点において，自由度である変位と勾配は共有される．板の面内方向として p,q 軸を面外方向として r 軸を定義した基準座標系(Fig.1 (b))は，局所座標系として二次元正規化座標系(ξ,η)の H-KLP 要素における親要素(Fig.1 (c))の線形変換によって得られる．さらに，基準座標系を回転変換することでモデルの直交座標である大域参照座標系と関連づける手法を大域参照勾配法として新たに導入した．すなわち，式(2)の導入により，Fig.1 の各要素間は勾配に用いる座標系を統一的に扱うことが可能となる．

４．車両-橋梁モデル

車両は車体（スプリング上）重心の三次元座標と 4 つのばね下質点の垂直変位（スプリング下）を考慮した 7 自由度 Full-Car モデルを扱う．(Table 1) 走行速度は 10 m/s とし



(a) Global (b) Rotational (c) Normalized

Fig.1 Coordinate system transformation

Table 1 Vehicle parameters

symbol	name	unit	value
m_s	Body mass	kg	11406
m_{ui}	Unsprung mass	kg	435.000
c_{si}	Sprung mass	kg/s	1.590×10^4
c_{ui}	Unsprung damping	kg/s	4.000×10^6
k_{si}	Sprung stiffness	N/m	0.750×10^6
k_{ui}	Unsprung stiffness	N/m	1.380×10^6

Table 2 Elastic web parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	20000
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	2.00
t_g	Thickness	m	0.04

Table 3 Concrete deck material parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	3500
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	5.50
t_g	Thickness	m	0.500

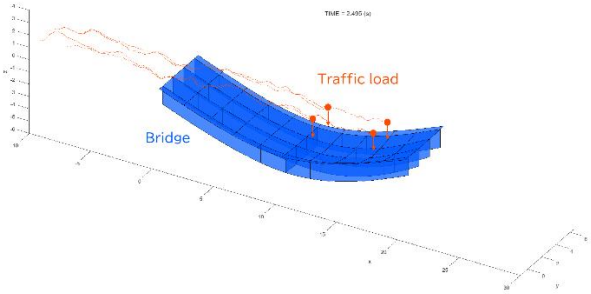


Fig.2 3D-simulation result (Perspective view)

た．橋梁は 4 本の主桁と 1 本の横桁を弾性体ウェブ（Table 2）として，床板はコンクリート（Table 3）としてモデルのパラメータを設定した．橋梁の各パラメータは，鋼橋の試設計データ [6]を参考にした．橋梁の要素分割について，主桁は橋軸方向に 3 要素，鉛直方向に 1 要素，横桁は橋軸直角方向に主桁との交差点に対応して，3 要素に分割した．また，床板は橋軸方向に 10 要素に分割した．これらは一般的なラグランジュ要素と比べ，比較的小さい．

これらの車両-橋梁モデルを用いて，4 つの車輪の挙動を模擬した交通振動に基づく交通荷重に対する橋梁のたわみを再現するシミュレーションを行う．ただし簡便のため，本検討においては車両-橋梁相互作用系を考慮しない．

5．結果と考察

シミュレーションの特定時刻における画像を Fig.2 に示す．この時刻の画像は，計算上において，特異な結果を意味しない．また，たわみが明確になるよう，可視化の際にたわみに 20000 倍の係数をかけているが，実際の値には影響しない．橋梁の片側を走行する車両による荷重に対し，推定される橋梁中点における節点のたわみは 0.187mm 程度であるところ，主桁中央部が最大 0.192~0.195mm たわむ様子が再現された．本検討において，定式化に基づき構築されたモデルが，設定された条件において，妥当であることが確認された．これらの分割数は一般的なラグランジュ要素での分割と比較すると小さい為，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなど，より計算負荷の高い問題への適用可能性が示唆される．

6．まとめ

本研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案，定式化した．構築された三次元橋梁モデルは妥当性を検証するため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．以下に知見を示す．

1. 大域参照勾配法を適用した主桁，横桁および床板で構成された三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現された．

2. 要素数の少ない三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現されたことから，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が示唆される．

今後の取り組みとして，車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が考えられる．また，大域参照勾配の導入により，幾何場と変位場の足し合わせを統合し，Hermite 要素のたわみとたわみ角の連続性を保証する複雑な過程が不要となったことから，より一般的な計算過程を保持することで，Hermite 族有限要素法の汎用性向上が期待される．

参考文献

1) R. Shin, Y. Okada, K. Yamamoto: Discussion on a Vehicle-Bridge Interaction System Identification in a Field Test, Sensors, 23(1), 539, 2023.
2) M.J. Whelan, M.V. Gangone, K.D. Janoyan, R. Jha: Real-time wireless vibration monitoring for operational modal analysis of an integral abutment highway bridge, Engineering Structures, 31(10), pp. 2224-2235, 2009.
3) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
4) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.
5) 勝山俊平，田口由得，澤原菜々子，後藤由佳，山本亨輔: Hermite 族適合要素による有限要素解析を用いた 3 次元橋梁モデルの検討，令和 7 年度土木学会全国大会第 80 回年次学術講演会, 12PM2-Ae-16，熊本, 2025.
6) 原隆, 環境・都市システム教科書シリーズ 15 鋼構造学，コロナ社，2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

Likelihood free Hierarchical Bayesian model updating of an existing seismically isolated bridge using variational autoencoder (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松浦　奈央（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Nao MATSUURA, Hokkaido University
Masaru KITAHARA, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study proposes a likelihood-free hierarchical Bayesian model updating framework based on a Variational Autoencoder (VAE) for calibrating an existing seismically isolated bridge model. The pre-trained VAE enables implicit likelihood evaluation without imposing parametric assumptions on the probability distribution of measured seismic response data. Furthermore, to address the high dimensionality of parameters in multi-span bridge systems, a hierarchical Bayesian formulation is introduced. By incorporating mechanical similarity among bridge piers, the proposed approach enhances parameter identifiability and improves estimation stability.

１．研究背景と目的

橋脚の地震荷重を低減する目的で免震支承が広く用いられているが，近年はその経年劣化が顕在化している．劣化した支承を大規模地震後に早期発見・補修するため，地震観測データと数値解析モデルを組み合わせ，供用下における橋梁の現有性能を定量的に評価することで，橋梁全体の健全性や個別の支承の機能低下を効率的に把握することが期待される．

このような背景に対し，観測誤差やモデル化誤差などの不確実性を確率的に考慮できるベイズモデル更新理論が注目されている．しかし，観測量として地震時の時刻歴応答を用いる場合，尤度評価に時刻間独立性や誤差分散の仮定が必要となり，推定の不確実性が事後分布に適切に反映されない可能性がある．また，多径間連続橋では推定対象となる構造パラメータ数が多く，観測データの情報のみでは解が一意に定まらず安定した推定結果を得ることが難しい [1]．

これに対して，深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダ（VAE）を用いて観測データの確率分布を仮定せず尤度評価を行う手法が提案されている [2]．本研究では，VAE を用いたベイズモデル更新法を多径間免震橋へ適用するため，各径間で支承と橋脚の復元力特性は大きく異ならないという構造的特徴に着目し，階層ベイズモデルの応用を検討した．

２．VAE を用いた階層ベイズモデル更新の概要

ベイズモデル更新は，次式に示すベイズの定理を用いた確率論的なモデルパラメータの更新手法である．

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D}) \propto P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta}) \tag{1}$$

ここで，$P(\boldsymbol{\theta})$はモデルパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の事前分布であり，その期待値やとり得る範囲に関する事前情報を表す．$P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は$\boldsymbol{\theta}$が与えられたときの観測データ$\boldsymbol{D}$の生起確率を表す尤度関数である．これらを掛け合わせることで，データ$\boldsymbol{D}$が観測されたときの$\boldsymbol{\theta}$の事後分布$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})$を得る．事後分布は，観測誤差やモデル化誤差による構造パラメータの不確実性を表す．

本研究では，李ら [2]の手法に基づき VAE を用いて観測データの確率分布をエンコーダで近似することで尤度評価を行う．VAE は，入力データ$\boldsymbol{X}$から潜在変数$\boldsymbol{z}$の確率分布を出力するエンコーダ$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{X})$と，潜在変数$\boldsymbol{z}$からデータ$\boldsymbol{X}$を再構成するデコーダ$p_{\eta}(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{z})$の 2 つのニューラルネットワークにより構成される．多数のデータを同時に学習することで，高次元データの確率構造を低次元の潜在空間上で表現することができる．

学習済みの VAE に観測データを入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})$，$\boldsymbol{\theta}$に対して地震応答解析で求めた応答予測を入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})$，$\boldsymbol{z}$の標準正規分布$q_{\phi}(\boldsymbol{z})$を用いて，尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は次式で表される [2]．

$$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \approx q_{\phi}(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \propto \int \frac{q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})}{q_{\phi}(\boldsymbol{z})} d\boldsymbol{z} \tag{2}$$

このように，VAE を導入することで観測データの確率分布を仮定せず尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$を求めることが可能となる．

また，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$がハイパーパラメータ$\boldsymbol{\psi}$の確率分布に従うとして階層ベイズモデルを構築する．$\boldsymbol{\psi}$自体も未知量として扱い$\boldsymbol{\theta}$と同時に推定する．$\boldsymbol{\psi}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\psi})$，$\boldsymbol{\theta}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})$とすると，$\boldsymbol{\theta}$と$\boldsymbol{\psi}$の事後分布は式(3)で求められる．

$$p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}|\boldsymbol{D}) \propto p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})p(\boldsymbol{\psi}) \tag{3}$$

本研究では，$\boldsymbol{\psi}$は橋梁全体での期待値$\boldsymbol{\mu}$と径間毎のばらつきを表す分散$\boldsymbol{\sigma}^2$からなるものとし，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$は以下の正規分布に従ってサンプリングする．

$$\boldsymbol{\theta} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) \tag{4}$$

これにより，橋梁全体に共通のハイパーパラメータ$\{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2\}$と個別の構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$を同時に推定する．

３．対象橋梁及び解析方法

鉛プラグ入り積層ゴム支承を有する 5 径間連続 RC 免震橋 [3]を対象に，**図−1** に示す 2 次元有限要素モデルでモデル化した．モデルの詳細は文献 [3]を参照されたい．本研究では，経年劣化による力学特性の変化として，免震支承のバイリニアモデルにおける初期剛性K_{b1}，降伏後剛性K_{b2}，降伏荷重Q_bおよび橋脚基部の Takeda モデルにおける初期剛性K_{p1}，降伏曲げモーメントM_yの設計値に対する変化率を**表−1** の通りランダムに設定した．これらのパラメータを用いて地震応答解析を行い，**図−1** の赤点で示す桁中央と各橋脚天端の計 5 か所の加速度応答時刻歴にノイズを付与して観測データを作成した．入力地震動は，レベル 2 設計地震動の II-I-1 地震動を用いた．

ハイパーパラメータの事前分布は一様分布とし，構造パラメータの設計値に対する範囲を**表−2** のように設定した．この事前分布から 30000 組の$\boldsymbol{\theta}$をランダムに生成し，上記 5 か所の加速度応答時刻歴を求めて VAE の学習を行った．潜在変数$\boldsymbol{z}$の次元数は 40 とした．同様の手順で 3000 組の検証用データセットを用意し，構築した VAE の推定精度を確認した．また，事後分布の推定には文献 [1]と同様に遷移マルコフ連鎖モンテカルロ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

法を用いて，サンプル数は 5000 とした．

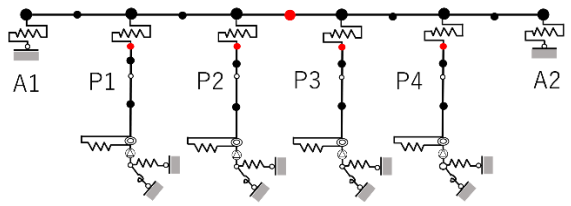


図-1：対象橋梁の 2 次元有限要素モデル

表-1 :経年劣化を考慮した構造パラメータ値（設計値比）

径間	K_{b1}	K_{b2}	Q_b	K_{p1}	M_y
P1	1.12	1.21	0.58	0.83	0.58
P2	1.12	1.27	0.46	0.72	0.69
P3	1.05	1.35	0.39	0.89	0.52
P4	1.36	1.03	0.50	0.69	0.46

表-2 :ハイパーパラメータの事前分布（設計値比）

ハイパーパラメータ	下限	上限	確率分布
期待値$\boldsymbol{\mu}$	0.2	1.9	一様分布
標準偏差$\boldsymbol{\sigma}$	0.05	0.20	一様分布

4．解析結果

全構造パラメータの事後分布を**図-2** に示す．図中の赤線は各パラメータの真値を示す．なお，階層ベイズモデル更新では各径間でのハイパーパラメータの事後分布も推定されるが，本研究では構造パラメータの推定結果を直接評価するため，図には構造パラメータの事後分布のみを示している．

図より，事後分布のばらつきはパラメータの種類や径間によっても異なり，学習済みの VAE を用いることで尤度関数に仮定を設けることなく各パラメータの不確実性を適切に定量化することができたものと考える．また，ほとんどのパラメータで事後分布は真値近傍に分布しており，真値が分布内に収まっていることがわかる．事後分布の平均値と真値の相対誤差は最大でも 40 %程度であり，多くのパラメータで 20 %以下となった．以上より，階層ベイズモデルを適用することで局所最適解に陥ることを防ぎ，経年変化後の構造パラメータを適切に推定することができたものと考える．

5．結論

本研究では，VAE を用いた尤度関数の近似手法を階層ベイズモデルに拡張し，既存免震橋の橋梁全体系モデルの更新を検討した．これにより，既往の経験的な尤度関数を用いて全パラメータを独立に推定した場合と比較して，推定精度を大幅に向上させるとともに，パラメータや径間の違いによる不確実性を事後分布として適切に考慮することができた．

今後は，観測データのノイズレベルの違いや入力地震動の強度，振幅特性の違いによる推定精度の検証を行うとともに，より詳細な解析モデルを用いてモデル化誤差の影響を明示的に考慮した検討などを行う予定である．

参考文献

1）片山創一朗，北原優，長山智則：複数観測点での地震応答を用いた既存免震橋のベイズモデル更新，土木学会論文集，Vol.81，No.15，24-15022，2025.
2）李尚元，松本雄馬，八百山太郎，肥田剛典，糸井達哉：変分オートエンコーダによるベイズ更新を用いた非線形地震応答解析モデルの更新手法の提案，日本建築学会構造系論文集，Vol.88，No.812，pp.1406-1416，2023.
3）土木学会地震工学委員会編：橋の動的耐震設計，pp.147-161，丸善出版．2003.

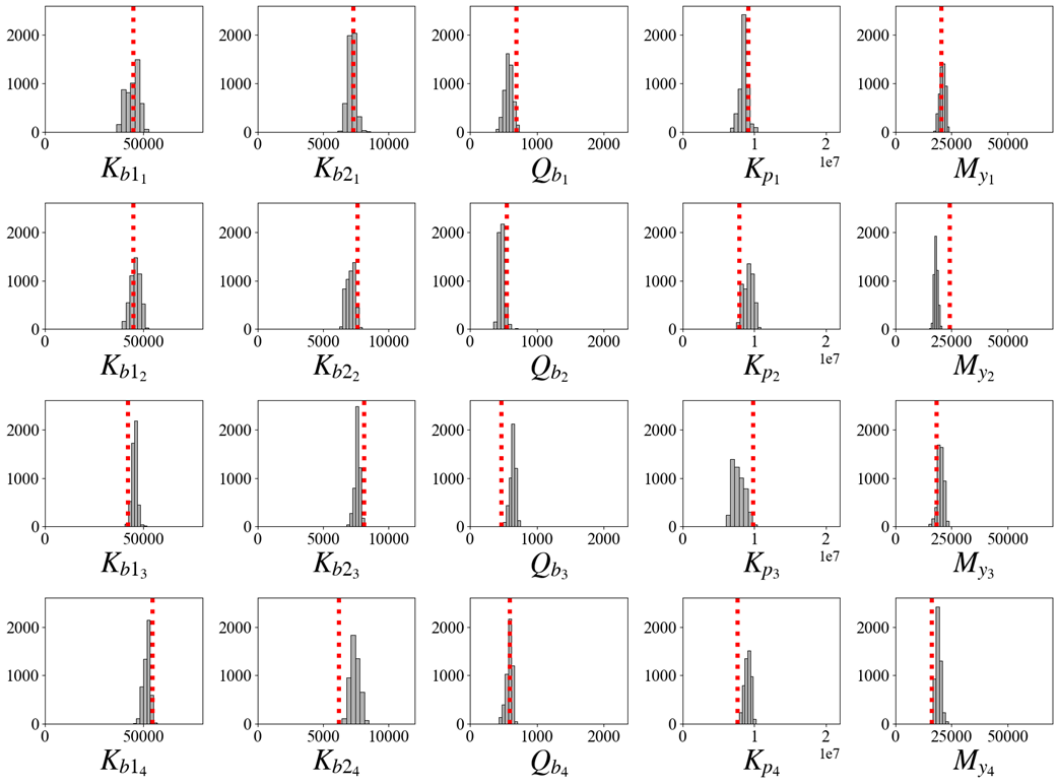


図-2：構造パラメータの事後分布

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

Comparative Study of Learning Functions in High-Dimensional Reliability Analysis Combining Active Learning and Dimensionality Reduction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　良典（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Ryosuke Takahashi, Hokkaido University
Kitahara Masaru, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study compares different learning functions for the Adaptive active Subspace-based heteroscedastic Gaussian Process (AaS-hGP), a recently proposed high-dimensional active learning reliability analysis method. First, we conduct a sensitivity analysis on a 50-dimensional benchmark to determine the optimal threshold for the well-known EFF and H functions. Subsequently, the H-function with the optimized threshold is applied to a 100-dimensional ship rolling problem. The results demonstrate that the H function achieves superior accuracy and efficiency compared to the conventional U function.

1. はじめに

地震や風，波浪など確率的な外乱を受ける構造物の性能評価では，その不確実性を考慮した信頼性解析が重要となる．近年では，ガウス過程（GP）モデルとモンテカルロ法（MCS）による能動学習手法である AK-MCS[1]およびその派生手法が，精度と効率性の高さから広く注目されている．しかし，上記の自然外力は一般に数百次元の入力変数を持つ確率過程としてモデル化されるため，次元の呪いにより GP モデルの適用は困難である．

これに対し，能動学習で求めた勾配情報に基づき逐次的に次元削減を行う Active Subspace 法と，次元削減に伴う不確実性を不均一ノイズとして扱う不均一分散 GP（hGP）を組み合わせて AK-MCS を高次元信頼性解析に拡張した AaS-hGP が提案されている [2]．しかしながら，hGP モデルの能動学習において，訓練点を追加するための学習関数の選択が，破壊確率の推定結果に与える影響については十分に検証されていない．

そこで本研究では，ベンチマーク例題と船体の非線形横揺れ運動を対象に，AK-MCS で広く用いられる 3 つの学習関数について，AaS-hGP による破壊確率の推定精度および効率性の比較検討を行う．

2. AaS-hGP の理論

2.1 手法の概要

AaS-hGP では，入力変数$\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^D$を Active Subspace 法により低次元の特徴変数$\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^{d_r}$（$d_r \ll D$）へ射影し，その空間上で限界状態関数を hGP モデルで代理する．通常の GP が等分散を仮定するのに対し，hGP は空間依存の分散$\epsilon(\boldsymbol{\psi})$を導入することで，次元削減による不確実性を確率的に表現する．

能動学習においては，hGP モデルの予測平均および予測分散を用いて学習関数を評価し，追加の訓練点を選択する．破壊確率に関する収束条件を満たすまで，次元削減と hGP モデルの更新を繰り返す．本手法の計算フローを Fig. 1 に示す．

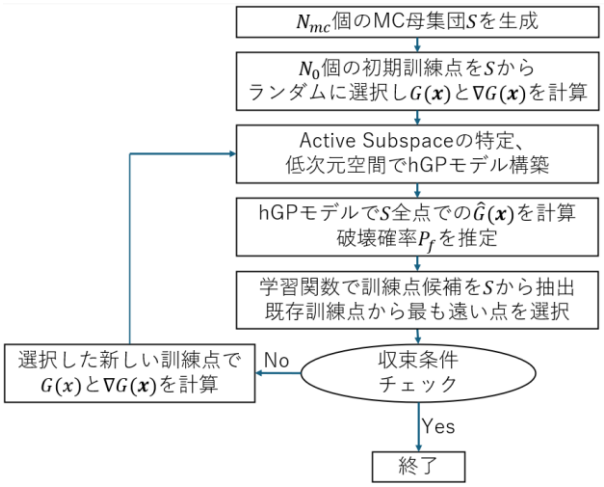


Fig. 1 The flowchart of AaS-hGP algorithm

2.2 学習関数の比較

本研究では，次の 3 つの学習関数を比較対象とする．（1）EFF 関数 [3]は，限界状態近傍における期待改善量に基づく関数である．（2）U 関数 [1]は信頼性指標に基づく関数であり，AK-MCS および AaS-hGP で標準的に用いられている．（3）H 関数 [3]は予測分布の情報エントロピーに基づく関数であり，初期訓練点の配置に依存せずロバスト性に優れることが指摘されている．

3. ベンチマーク例題による検討

限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$が次式で与えられる，50 次元のベンチマーク問題を考える．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{-1}{0.65}\prod_{j=1}^{50}\frac{4x_j - 2 + \lambda_j}{1 + \lambda_j} \tag{1}$$

ここで，x_jは$[0,1]$の一様分布，λ_jは$\lambda_j = 1\ (j = 1, \ldots, 4)$，$\lambda_j = 500\ (j \geq 5)$である．

MCS のサンプル数$N_{mc} = 10^6$，初期訓練点数$N_0 = 50$とした．Active Subspace の次元数d_rは，hGP モデルの予

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測平均の二乗平均平方根誤差が閾値$\epsilon_d^t = 0.01$を下回るよう適応的に決定した．収束条件は，破壊確率の相対変化量とその変化率が閾値（共に$\epsilon^{tol} = 0.001$）を 3 回連続で満たすこととした．

原著論文 [2]では，U 関数の値が 2 以上となるサンプルを候補点とし，現在の訓練点と最も距離の離れた点を追加訓練点として選択している．本研究では，事前検討に基づき EFF 関数の値が 0.2 以上，H 関数の値が 0.15 以上となるサンプルを候補点とした．

以上の条件のもと，各ケースについて乱数シードを変えて 20 回の独立試行を実施した．Fig. 2 に各学習関数における Active subspace の次元数の推移を示す．図より，学習関数によらず初期段階で有効次元数$d_r = 4$を特定し，低次元特徴空間における能動学習が適切に行われていることがわかる．

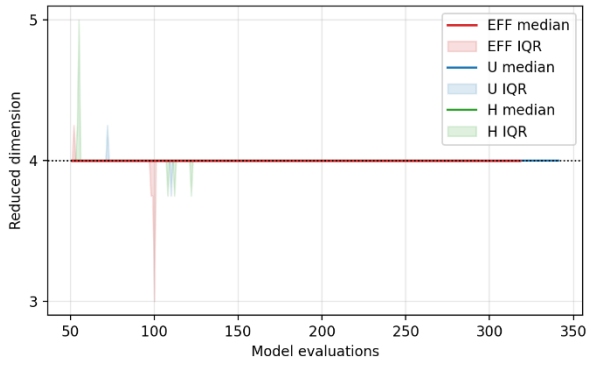


Fig. 2 Transition in the active subspace dimensionality

Table 1 に破壊確率P_fの推定結果を示す．なお，参照解は10^6回の MCS で算出した．いずれの学習関数でもP_fの相対誤差は 2%以下となり，AaS-hGP の高い推定精度が確認された．特に，H 関数は推定誤差，モデル評価回数の平均値，標準偏差がいずれも最小であり，他の学習関数を用いた場合より推定精度および効率性に優れる結果となった．

Table 1 Results for the benchmark example

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	4.96	-	10^6	-
AaS-hGP (EFF)	4.89	1.50	255	36.4
AaS-hGP (U)	4.92	0.71	254	40.9
AaS-hGP (H)	4.94	0.34	246	28.8

4. 実工学例題への適用

実工学問題における適用性を検証するため，不規則波中における船体の横揺れ運動を対象とした信頼性解析を実施した．Takami and Kitahara[4]のバルクキャリアについて，その横揺れ運動は次式で記述される．

$$\ddot{\phi} + 2\xi_1\omega_0\dot{\phi}_e + \xi_2|\dot{\phi}|\dot{\phi} + \frac{\xi_3\dot{\phi}_e^3}{\omega_0} + \frac{\omega_0^2 GZ(\phi)}{GM} = \frac{M(t)}{J_x} \quad (2)$$

ここで，減衰定数は$\xi_1 = 0.01$，$\xi_2 = 0.073$，$\xi_3 = 0.51$であり，ϕは横揺れ角，J_xは慣性を考慮した横揺れ半径，$GZ(\phi)$は復元力を表す復元挺である．入射波スペクトルを離散化した際の各周波数成分の係数を，100 次元の互いに独立な標準正規分布に従う入力変数$\boldsymbol{x}$とした．$M(t)$は波浪外力モーメントであり，対象船の主要パラメータと$\boldsymbol{x}$より求められる．限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$は，600 秒間の解析において横揺れ角ϕが許容角$\phi_f = 0.4$ radを超える事象として，次式により定義した．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{\phi(\boldsymbol{x}, t)}{\phi_f} \quad (3)$$

$N_{mc} = 10^6$，$N_0 = 50$，$\epsilon_d^t = 0.01$，$\epsilon^{tol} = 0.005$とし，U 関数および H 関数を用いて各 5 回の独立試行を行った．

解析結果を Table 2 に示す．ベンチマーク例題の結果と同様，U 関数と比べて H 関数は少ない計算コストで高い推定精度を示した．解の安定性についても，H 関数では U 関数と比較して訓練点数のばらつきが小さく抑えられている．以上より，100 次元の不規則波を考慮した船体の非線形横揺れ運動においても，H 関数を用いることで初期訓練点の配置に左右されず，AaS-hGP により安定して破壊確率を推定できることが確認された．

Table 2 Results for the engineering application

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	1.10	-	10^6	-
AaS-hGP (U)	1.33	20.5	262	62.0
AaS-hGP (H)	1.19	8.1	247	47.1

5. 結論

AaS-hGP を用いた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討を行い，H 関数を用いることで推定精度と計算効率を向上させつつ，初期訓練点への依存性を大幅に低減できること可能性があることを明らかにした．

参考文献

1) Echard, B., Gayton, N. and Lemaire, M.: AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation, Structural Safety, Vol.33, No.2, pp.145-154 (2011).
2) Kim, J., Yi, S. and Song, J.: Estimation of first-passage probability under stochastic wind excitations by active-learning-based heteroscedastic Gaussian process, Structural Safety, Vol.100, 102268 (2023).
3) Lv, Z., Lu, Z. and Wang, P.: A new learning function for Kriging based structural reliability analysis, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.51, No.1, pp.11-25 (2015).
4) Takami, T. and Kitahara, M.: Active learning-based estimation of extreme roll motion in beam seas with supervised dimensionality reduction and gradient approximation, ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, Vol.12, No.1, 04025104 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Parameterized Physics-Informed Neural Networks と各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

Estimation of Posterior Distribution of Unsaturated Soil Hydraulic Properties Using Parameterized Physics-Informed Neural Networks and Multiple Data Assimilation Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福永　竜世（立命館大学）　伊藤　真一（立命館大学）　酒匂　一成（鹿児島大学）
Ryusei FUKUNAGA, Ritsumeikan University
Shinichi ITO, Ritsumeikan University
Kazunari SAKO, Kagoshima University
E-mail: gr0752hv@ed.ritsumei.ac.jp

This study evaluated the capability of multiple data assimilation methods to estimate posterior distributions when Parameterized Physics-Informed Neural Networks (P-PINNs) are employed as surrogate models. Specifically, we focused on the Particle Filter (PF), Ensemble Kalman Filter (EnKF), Marginalized Particle Filter (MPF), and Markov chain Monte Carlo (MCMC) methods. These methods were combined with P-PINNs to estimate the parameters related to unsaturated soil hydraulic properties based on measurement data obtained from a water retention test using the soil column method. The characteristics of each method are discussed in terms of the estimation accuracy and computational cost. The results indicate that all methods accurately estimated the posterior distribution. Furthermore, it was found that the use of P-PINNs alleviates particle degeneracy in PF and reduces the computational costs associated with the MCMC methods.

１．はじめに

データ同化は，数値解析モデルを観測データに基づいて修正・更新する方法である．代表的な手法としては，Kalman Filter や Particle Filter（以下，PF）などが挙げられ，土木工学分野においても構造同定や地盤パラメータの同定など様々な適用事例が報告されている．これらの観測更新アルゴリズムを比較した研究として，珠玖ら [1]は 2 自由度せん断問題に様々な手法を適用し，その特性を計算効率と事後分布の推定精度に着目して議論している．その結果，粒子数を増やすことで事後分布の推定精度は向上するが，計算コストが大きくなることが課題とされている．また，Yang et al.[2]は山留め掘削問題を対象とした地盤パラメータの推定に対して PF とマルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）を適用し，MCMC 法は計算負荷が大きいことを指摘している．このような計算コストの課題に対して，少ない粒子数で効率的に事後分布を推定可能な手法として Ensemble Kalman Filter（以下，EnKF），Merging Particle Filter（以下，MPF）などが提案されている．しかし，これらの手法は多峰性の分布の推定は難しいなど適用範囲に制約がある．

その一方で，粒子数を削減するのではなく数値解析を高速で行う方法としてサロゲートモデルの活用が考えられる．中でも本研究では，物理法則を満たす解を算出できるサロゲートモデルである Parameterized Physics-Informed Neural Networks（以下，P-PINNs）に着目する．P-PINNs は一度モデルを構築すると，任意の材料パラメータに対して高速で数値解析結果を算出できる．そのため，多数回の順解析を必要とするデータ同化手法においても，現実的な計算時間およびメモリで事後分布を推定可能であると考えられる．これらを踏まえると，従来の限られた試行回数での事後分布推定に関する議論ではなく，サロゲートモデルを用いた場合の各種データ同化手法の事後分布推定能力を再度評価する必要がある．本研究では，不飽和浸透問題を対象として P-PINNs により高速で不飽和浸透解析が可能なサロゲートモデルを構築し，そのモデルと PF，EnKF，MPF，MCMC 法により不飽和浸透特性の事後分布を推定する．そして，P-PINNs を用いた場合の各手法の特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して明らかにする．

２．問題設定と P-PINNs の適用

本研究では，不飽和浸透挙動の時系列データを得るために図-1 に示す試験装置を用いて土柱法による保水性試験を実施した．本試験では，供試体内の高さ 10 cm と 20 cm の位置に土壌水分計を設置することで体積含水率の経時変化を計測した．土試料として豊浦砂を用い初期飽和度 S_r = 10%，間隙比 e = 0.78 となるように締固めて供試体を作製した．図-2 は土柱法の試験結果を示している．本研究では，この計測データに基づいて，P-PINNs と各種データ同化手法を組み合わせることで，不飽和浸透特性の事後分布を推定する．

P-PINNs による不飽和浸透解析を行うための支配方程式には Richards 式，水分特性曲線モデルには式(1)に示す van Genuchten モデル，不飽和透水係数モデルには式(2)に示す Mualem モデルを用いた．

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha\psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \tag{1}$$

$$k(\psi) = k_s S_e^{0.5} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \tag{2}$$

ここで，S_e は有効飽和度，θ_s は飽和体積含水率，θ_r は残留体積含水率，α と n は水分特性曲線の形状を決定するパラ

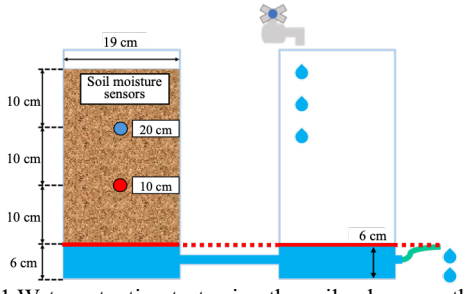


Fig. 1 Water retention test using the soil column method.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

メータ，k_s は飽和透水係数を表している．この不飽和浸透解析を行う際に土ごとで値の異なるパラメータは θ_s, θ_r, α, n, k_s の 5 つである．そのため，P-PINNs モデルでは，初期条件と 5 種類の不飽和浸透特性を入力データとして学習し，任意の条件に対して瞬時に土柱法の不飽和浸透挙動を再現できるモデルを構築した．P-PINNs モデルの構築方法および妥当性に関しては既往の研究を参照されたい [3]．

3．各種データ同化手法

本研究では，不飽和浸透特性の事後分布を推定する方法として，PF，EnKF，MPF，MCMC 法を用いた．PF，EnKF，MPF はシステムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれるアンサンブルで近似的に表現し，ベイズの定理に基づいてアンサンブルを逐次更新することで事後分布を求める方法である．一方で，MCMC 法はマルコフ性を仮定したモンテカルロ法を行うことで，事後分布に従う乱数を発生させることができる手法である．本研究では，観測誤差に正規分布を仮定しているため事後分布は以下の式で表される．

$$p(y \mid \mu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(y - h(\mu)\right)^{\mathrm{T}} R^{-1}\left(y - h(\mu)\right)\right] p(\mu) \quad (3)$$

ここで R は分散共分散行列，y は計測データ，$h(\mu)$はパラメータ μ において事前に構築した P-PINNs モデルによる数値解析結果，$p(\mu)$は事前分布である．分散共分散行列 R は各深度の計測データの変動幅の 35%とし，比対角項は考慮していない．また，事前分布はパラメータの変動幅の中央値を平均値，変動幅の 25%を標準偏差とする正規分布を設定した．これらの条件で各手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，その特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して議論する．

4．解析結果

PF，EnKF，MPF では粒子数を 100,000 個として事後分布を推定した．また MCMC 法では試行回数 0 回～20,000 回までをバーンイン期間とし，バーンイン後の 20,000 回～100,000 回の値を事後分布として用いた．まず各手法の計算コストを比較すると，MCMC 法では約 2.0 分程度，それ以外の手法では約 1.0 分程度で事後分布を推定できた．MCMC 法は計算コストの大きさを課題として指摘されることが多いが，P-PINNs であれば実用的な時間内での事後分布推定が可能であると言える．

図-3 は推定した不飽和浸透特性の累積分布関数を示している．同図より，データ同化手法によらずほぼ同じ事後分布を推定できていることがわかる．一般に PF は粒子の退化が問題となるが，図-3 に示す累積分布関数は滑らかな形状を示している．これは粒子数を十分に増やしたためであり，P-PINNs の計算の高速性を活用することで，効率よく粒子の退化を解消できていると考えられる．最後に，推定した事後分布の妥当性を確認するために，水頭法による保水性試験を実施し，その結果と推定した水分特性曲線を比較した．図-4 はその比較結果を示しており，実線は事後分布から算出した水分特性曲線の平均値，点線は $\mu \pm 2\sigma$ の範囲を示している．推定した水分特性曲線は，水頭法試験の値の傾向を十分な精度で再現できており，各手法において同程度の信頼区間で事後分布を推定できていることが確認できる．以上の結果から，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であるが，不飽和浸透特性は時不変なパラメータであることを考慮すると，非逐次型のベイズ更新手法である MCMC 法を用いることが望ましいと考えられる．

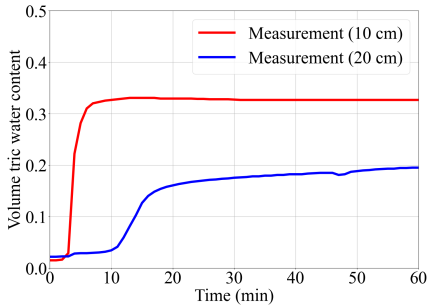


Fig. 2 Measurement data.

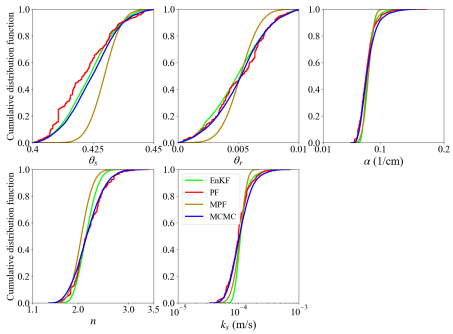


Fig. 3 Cumulative distribution functions of estimated parameters.

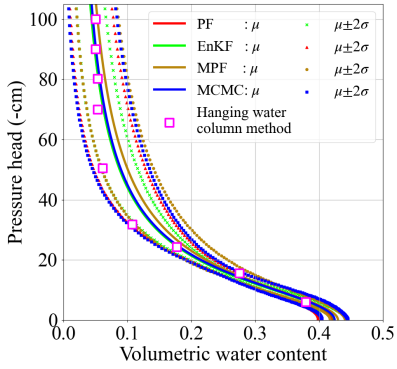


Fig. 4 Comparison results of soil water characteristics curve.

5．まとめ

本研究では，土柱法による保水性試験の計測データに基づいて各種データ同化手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，P-PINNs を用いた場合の各種法の特性について議論した．その結果，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であることがわかった．また，P-PINNs の高速性を活用することで，粒子の退化や MCMC 法における計算コストの課題を解消できることが明らかになった．

参考文献

1) 珠玖隆行，吉田郁政，山本真哉，田中耕司，藤澤和謙，野村泰稔:各種観測更新アルゴリズムによる事後確率分布の推定，土木学会論文集 A2(応用力学)，71，pp.I_59-I_70, 2015.
2) N. Yang, T. Le and L.T. Nguyen: Comparison of Markov Chain Monte Carlo and Sequential Monte Carlo techniques for calibrating soil parameters in a braced excavation, Proceedings of the XVIII ECSMGE, pp.949-954, 2024.
3) 福永竜世，伊藤真一，酒匂一成:Physics-Informed Neural Networks とベイズ推定を組み合わせた不飽和浸透特性推定手法の提案，第 60 回地盤工学研究発表会，22-7-1-04, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地震波動伝搬問題への Physics-Informed Neural Networks の適用における Fourier Feature Mapping と適応型重みづけの有効性評価（シンポジウム講演概要）

Effectiveness of Fourier Feature Mapping and Adaptive Weights in Physics-Informed Neural Networks for Seismic Wave Propagation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉本　圭吾（東京科学大学）　　宮本　崇（東京科学大学）
Keigo Yoshimoto, Institute of Science Tokyo
Takashi Miyamoto, Institute of Science Tokyo
E-mail: miyamoto.t.725e@m.isct.ac.jp

Conventional Physics-Informed Neural Networks (PINNs) suffer from degraded training convergence primarily due to gradient pathology and spectral bias. To mitigate these, we propose an improved PINNs framework integrating Fourier Feature Mapping (FFM) and adaptive weights. Ablation studies on 2D seismic wave propagation demonstrate that our method significantly enhances convergence and accuracy, proving highly effective for both forward and inverse problems.

1. はじめに

地下構造の推定手法の 1 つである Full Waveform Inversion (FWI) の計算コストを解決する手法として、Physics-Informed Neural Networks (PINNs)[1] が注目されている。しかし、従来の PINNs には、各損失項の勾配が不均衡になる勾配病理と、高周波成分の学習が進まないスペクトルバイアスという 2 つの課題がある。これらに対し、適応型重みづけ[2] や Fourier Feature Mapping (FFM)[3] などの手法が提案されているが、両者を統合した効果や、観測地震動から地盤構造を推定する逆問題への有効性は十分に明らかにされていない。そこで本研究では、適応型重みづけと FFM を統合した改良型 PINNs フレームワークを提案する。本稿では、地震波動伝搬シミュレーション（順問題）および不均質地盤の速度構造推定（逆問題）を対象に、提案手法の有効性を確認する。

2. 方法

2.1. 支配方程式

地盤内の SH 波 (水平偏波横波) の伝搬に関する支配方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial^2 u(\mathbf{x},t)}{\partial t^2} = c^2(\mathbf{x})\nabla^2 u(\mathbf{x},t) + s(t)G(\mathbf{x},\mathbf{x}_s), \tag{1}$$

ここで $\mathbf{x} = \{x, z\}$ は 2 次元媒体における空間座標ベクトル、$\mathbf{x}_s = \{x_s, z_s\}$ は震源の座標を表す。また $c(\mathbf{x})$ は地盤の速度構造モデルであり、$u(\mathbf{x}, t)$ は時間領域における変位である。$s(t)$ は震源時間関数であり、中心周波数 f_0 と遅延時間 $t_0 = 1/f_0$ を持つリッカーウェーブレットを使用する。$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)$ には、ガウス形状を持つ滑らかな空間依存場を用いる。

2.2. PINNs の定式化

本研究では、ニューラルネットワークを用いて波動場 $u(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$ および速度構造 $c(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$(逆問題時) を近似する。以下の損失関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})$ を最小化することでネットワークパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を学習する。

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \lambda_{pde}\mathcal{L}_{pde} + \lambda_{ic}\mathcal{L}_{ic} + \lambda_{bc}\mathcal{L}_{bc} + \lambda_{data}\mathcal{L}_{data}, \tag{2}$$

ここで λ は各損失項の重み係数であり、$\mathcal{L}_{pde}$,$\mathcal{L}_{ic/bc}$,$\mathcal{L}_{data}$ はそれぞれ支配方程式、初期・境界条件、および観測データに対する二乗和残差（MSE）を表す。

2.3. 提案手法

本研究では地震波動伝搬シミュレーションおよび地下構造推定の精度向上を目的として、従来の PINNs に対し以下の 2 つを導入する。

1. **適応型重みづけ (Adaptive weights) の導入**
   勾配病理を緩和し、マルチタスク学習における収束速度を向上させるために、Wang ら[2] によって提案された適応型重みづけを用いる。
   適応型重みづけにおいて、各損失項の重みは次式で表される。
   $$\lambda_k = \frac{\sum_j \mathrm{Tr}(\mathbf{K}_j)}{\mathrm{Tr}(\mathbf{K}_k)} \quad \text{for} \quad k \in \{pde, ic, bc, data\}, \tag{3}$$
   ここで $\mathbf{K}_k$ は第 k 損失項に対応する NTK 行列であり、その (i, j) 成分はパラメータ θ に関するネットワーク出力 u の勾配の内積として定義される。
   $$\mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \nabla_\theta u(\mathbf{x}_i), \nabla_\theta u(\mathbf{x}_j) \rangle. \tag{4}$$
2. **入力層への Fourier Feature Mapping(FFM) の導入**
   スペクトルバイアスを緩和し、高周波成分を含む波動場の再現精度を向上させるために、Tancik ら[3] によって提案された Fourier Feature Mapping (FFM) を導入する。FFM は、正弦関数と余弦関数を用いて入力値を高次の特徴量空間へ埋め込む操作であり、次式で表される。
   $$\gamma(\mathbf{x}) = [\cos(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x}), \sin(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x})]^\mathsf{T}, \tag{5}$$
   ここで $\gamma(\mathbf{x})$ は $\mathbb{R}^{2m}$ 次元のベクトルであり、m はフーリエ特徴量の数である。行列 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m\times d}$ の各成分はガウス分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ からサンプリングされ、学習中は固定される。分散 σ はマッピングする周波数の分布およびニューラルネットワークが優先的に学習する周波数を決定するハイパーパラメータである。

3. 数値実験

3.1. 実験設定

本研究では、順問題および均質・不均質媒質における逆問題の計 3 ケースで検証を行ったが、本稿ではその内の 1 つ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

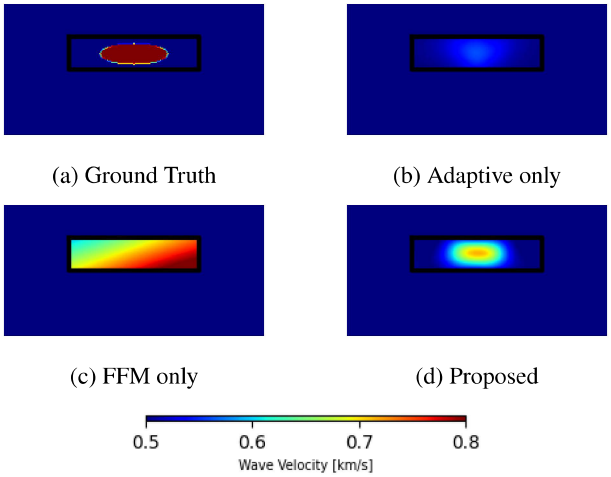
である不均質媒質における逆問題に焦点を当てる。計算領域は $x \in [0, 1000]$ m,$z \in [0, 500]$ m、解析時間は $t \in [0, 1.5]$ s とした。震源には中心周波数 5.0 Hz の Ricker wavelet を用い、$(x, z) = (500, 400)$ m に設置した。観測データとして、地表 ($z = 0$) に等間隔に配置した 41 点の受振器で取得された波形を用いた。推定対象の速度モデルは、背景速度 0.50 km/s の均質媒質中に、楕円状の高速度異常 (0.80 km/s) が存在する設定とした。

初期条件として、時刻 $t = 0$ において変位および速度がゼロとなる静止状態（$u = \partial u/\partial t = 0$）を与えた。また、境界条件として地表（$z = 0$）において応力がゼロとなる自由表面条件（$\partial u/\partial z = 0$）を課した。

ニューラルネットワークの構造は、変位 u の推定には全結合層 5 層（各層 80 ニューロン）を用いる。また、速度モデル c の推定に全結合層 5 層（各層 32 ニューロン）を用いた。活性化関数は全て Tanh を用いた。学習点数は、領域内部（PDE）$N_{pde} = 20,000$、初期条件 $N_{ic} = 8,000$、境界条件 $N_{bc} = 8,000$、観測データ $N_{data} = 8,000$ とした。最適化手法には Adam（学習率 1.0×10^{-4}）を用い、80,000 回の学習を行った。提案手法の有効性を検証するため、以下の 4 モデルを設計し性能の比較を行った: Baseline (通常の PINNs)、Adaptive only (適応型重みづけのみ適用)、FFM only (FFM のみ適用)、Proposed (提案手法)。

3.2. 結果と考察

Fig.1 に各モデルによる速度構造の推定結果を示す。この図から、Proposed（提案手法）が他のモデルと比較して、楕円の形状および速度値の両方を最も高精度に再現できていることがわかる。



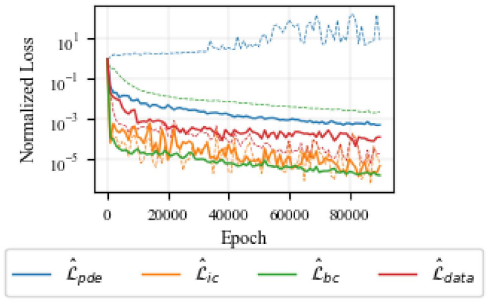
(a) Ground Truth　(b) Adaptive only

(c) FFM only　(d) Proposed

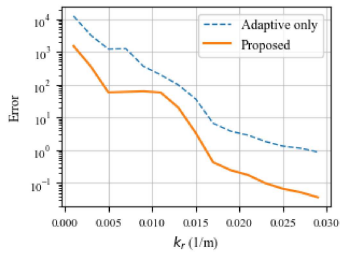
Fig. 1: Comparison of inversion results.

(1) 適応型重みづけの効果

各損失項の収束バランスを評価するため、学習初期の値で正規化した損失関数の推移を Fig.2a に示す。FFM のみを用いたモデル (FFM only) に着目すると観測データ項 $\hat{\mathcal{L}}_{data}$、初期条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{ic}$ および境界条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{bc}$ は、10^{-2} から 10^{-5} オーダーでま偏りなく減少している。一方、支配方程式項 $\hat{\mathcal{L}}_{pde}$ は、学習回数が増えても 10^{0} 付近で停滞しており、支配方程式の学習が進んでいないことが確認される。これに対し適応型重みづけを導入した提案手法 (Proposed) に着目すると、すべての損失項が 10^{-2} から 10^{-5} オーダーまで偏りなく減少している。この結果は、適応型重みづけにより



(a) Loss histories



(b) Radial average spectrum at $t = 0.36$ s

Fig. 2: Quantitative evaluations. (a) Solid and dashed lines indicate Proposed and FFM only, respectively.

各損失項間の勾配のアンバランスが緩和されたことを示している。

(2) Fourier Feature Mapping の効果

スペクトルバイアスを可視化するため、特定の時刻における波動場のスナップショットの誤差を波数領域で評価する。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を次のように定義する。

$$S(k_r) = \frac{1}{N_{k_r}} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{k_r}} |\mathcal{F}\{u_{pred}\} - \mathcal{F}\{u_{ref}\}|^2, \tag{6}$$

ここで $\mathcal{F}$ は 2 次元フーリエ変換、Ω_{k_r} は半径 $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ を持つ波数の集合を表す。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を Fig.2b に示す。同図より提案手法 (Proposed) は、Adaptive weights のみを用いたモデル (Adaptive only) に比べ、全波数領域にわたって誤差を大幅に低減しており、FFM がスペクトルバイアスを効果的に緩和することが分かる。

4. おわりに

本研究では、PINNs における勾配病理およびスペクトルバイアスを緩和するため、適応型重みづけと Fourier Feature Mapping (FFM) を統合した改良型フレームワークを提案し、地震波動伝搬および速度構造推定への有効性を検証した。数値実験からは、適応型重みづけによる損失項の収束バランスの改善と、FFM による高周波成分の再現性向上の相乗効果が確認され、いずれか一方を用いたモデルと比較して、順問題・逆問題ともに解の精度が大幅に向上することが示された。

参考文献

1) Raissi, M., et al.: J. Comput. Phys., 378, 686-707, 2019.
2) Wang, S., et al.: J. Comput. Phys., 449, 110768, 2022.
3) Tancik, M., et al.: NeurIPS, 33, 7537-7547, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

拘束条件を緩和した Data-Free Physics-Informed Neural Network による非圧縮性 Navier–Stokes 方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

Simulation of Navier–Stokes Equations by Data-Free Physics-Informed Neural Network with a Relaxed Incompressibility Constraint (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

出口　翔大（筑波大学）　三目　直登（筑波大学）　浅井　光輝（九州大学）
Shota DEGUCHI, University of Tsukuba
Naoto MITSUME, University of Tsukuba
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: deguchi.shota.gm@u.tsukuba.ac.jp

Physics-Informed Neural Networks (PINNs) approximate solutions to partial differential equations (PDEs) by incorporating the residuals of the governing equations into the training process. Their flexibility makes them suitable for inverse problems, where unknown parameters are sought, and for parametric problems, where solutions must be evaluated under varying parameters. However, the accuracy and reliability of PINNs for inverse and parametric analysis depend heavily on those for forward problems, which has not been sufficiently investigated. In this study, we examine the application of PINNs to the forward problem of the incompressible Navier–Stokes equations, and investigate the influence of the penalty coefficient associated with the incompressibility constraint on the accuracy and reliability of the resulting PINN solutions.

1. はじめに

Physics-Informed Neural Network (PINN)[1] は，Neural Network の学習において，当該の物理現象を記述する支配方程式の残差を利用する枠組みである．解くべき方程式が既知であれば観測データ無しに問題の近似解を求めることが可能であり（順解析），また，方程式に未知の係数が含まれる場合には観測データに基づいて方程式に含まれる係数等の逆推定が可能である（逆解析）．その柔軟性から，PINN は流体力学や生体工学など幅広い分野で応用されている．

著者らの先行研究では，非圧縮性 Navier–Stokes 方程式（非圧縮性 NS 式）において，境界条件の厳密な要請[2] と適応的な重みの調整[3] を併用することにより高精度な逆解析が可能であることを実証した[4]．一方，PINN が有効となる方程式の逆解析やパラメトリックな問題に適用する際には，その順解析に関する精度や信頼度が十分である必要がある．PINN が非圧縮性 NS 式の順解析ソルバーとして，どの程度の精度と信頼性を有するか，或いは精度や信頼性を担保するにはどのような工夫が必要であるかについては，未だ議論の余地が残されている．本研究では，PINN の非圧縮性 NS 式の順解析への適用に着目し，特に低〜中程度の Reynolds 数の流れ場を堅牢に予測するための工夫を検討する．

2. 機械学習手法

2.1. 問題設定

本研究では定常な非圧縮性 NS 式を考える．但し，外力は作用しないものとする．

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\boldsymbol{u} \quad \text{in} \quad \Omega \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \quad \text{in} \quad \Omega \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u} = (u, v)^\top$ は速度，p は圧力，Re は Reynolds 数であり，$\mathrm{Re} = 1{,}000$ とする．本研究では 2 次元のキャビティ流れを対象とし（$\Omega = (0,1)^2$），解の不連続性を回避するため，以下の境界条件を与える[5]．

$$\boldsymbol{u} = (4x(1-x), 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u} = (0, 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \tag{4}$$

ここで，$\Gamma_1 = \{(x,1) \mid x \in (0,1)\}$，$\Gamma_2 = \partial\Omega \setminus \Gamma_1$ である．

2.2. Physics-Informed Neural Network (PINN)

PINN[1] は式 (1)–(4) の解 $(\boldsymbol{u}, p)$ を Neural Network $(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}, p_{\boldsymbol{\theta}})$ により近似し，以下の損失関数を最小化する．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}_u(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{L}_v(\boldsymbol{\theta}) + \beta_c\mathcal{L}_c(\boldsymbol{\theta}) \tag{5}$$

$$\mathcal{L}_u = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)u_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_x p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 u_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{6}$$

$$\mathcal{L}_v = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)v_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_y p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 v_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{7}$$

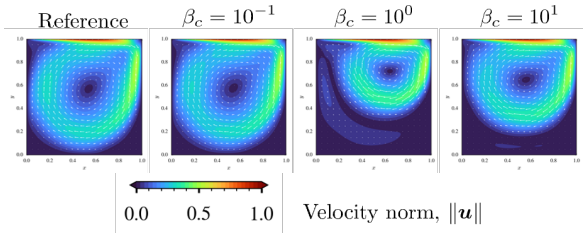
$$\mathcal{L}_c = \int_\Omega |\nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\theta}$ は Neural Network の学習可能パラメータ，$\beta_c (\in \mathbb{R}_+)$ は質量保存則に関する制約条件（式 (8)）に乗ずるペナルティ係数である．また，PINN では，境界条件に関するペナルティ項を式 (5) に付随させることにより式 (3)–(4) を近似的に満足させることが一般的であるが[1]，本研究では距離関数を用いてこれを厳密に課すこととする[2,4]．したがって，式 (5) に当該のペナルティ項は要さない．なお，圧力は，その平均値がゼロとなるよう指定する（$p, p_{\boldsymbol{\theta}} \in \{q \in L^2(\Omega) \mid \int_\Omega q\, d\boldsymbol{x} = 0\}$）．また，Neural Network の幅は 64，深さは 5，活性化関数は $\tanh(\cdot)$ に固定し，学習は Adam により 100,000 エポックだけ実行する．

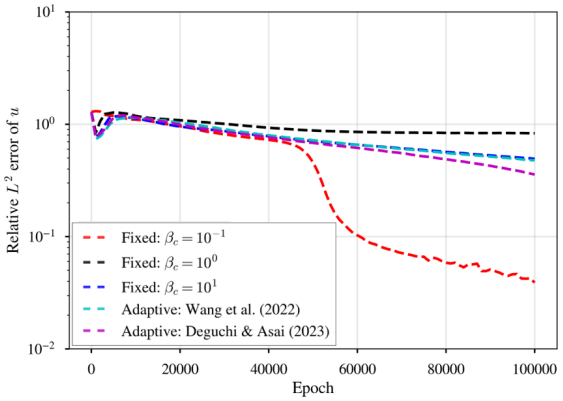
2.3. ペナルティ係数のチューニング

式 (5) のように複数の損失関数を伴う場合には，ペナルティ係数 β_c を適切にチューニングすることが肝要である．これには，固定値を採用する方法と，適応的な値を定める方法がある．適応的な方法には，各損失関数間の Neural Tangent Kernel (NTK) のトレースを同等にする方策[6] や勾配ノルムを同等にする方針[3] が知られている．詳細は文献

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 参照解および推論解の速度分布



(b) 参照解と推論解との相対 L^2 誤差（水平速度に関するもの）

図-1: ペナルティ係数 β_c の設定による解の差異

に譲るが，本研究では，前者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}^{(k)}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}^{(k)})}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}^{(k)})} \tag{9}$$

なるペナルティを，後者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u^{(k)} + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v^{(k)}\|}{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c^{(k)}\|} \tag{10}$$

なるペナルティを採用することとする．なお，$\boldsymbol{K}_{(\cdot,\cdot)}$ は NTK，$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_{(\cdot)}$ はパラメータ勾配であり，上付き文字 $(\cdot)^{(k)}$ はエポック数を指す．

3. 数値実験結果

式 (1)–(4) を式 (5)–(8) の損失関数に基づき PINN により求解した結果を**図- 1** に示す．なお，参照解は有限差分法により作成した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数 β_c を固定値とした場合（$\beta_c = \{10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}\}$）と適応的に定めた場合[3),6)] での結果を示している．ペナルティ係数を適応的に更新した場合，その係数はどちらも $\beta_c = 5 \sim 10$ 程度に収束し，また，その際の解の様相は固定値 $\beta_c = 10^{1}$ を用いた場合に類似していたため，**図- 1 (a)** からは可視化を省略している．

図- 1 (a) より，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ の場合，渦が上部壁に周辺に形成され，領域全体への運動量の輸送が不十分である．同様の傾向は，適応的なペナルティ係数を採用した場合にも確認している．一方，$\beta_c = 10^{-1}$ の場合には，渦が領域中央部に形成され，参照解との相対 L^2 誤差も低減している（**図- 1 (b)**）．**図- 1** には，幅 64，深さ 5 の Neural Network を用いた際の結果を示しているが，幅 64・128，深さ 4・5・6 の設定においても同様の傾向を確認した．

特に，適応的にペナルティ係数を定めた場合について注目する．Wang et al.[6)] による方法では，100,000 エポック経過時点において，$\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}) = 5.99 \times 10^{6}$ に対し $\beta_c \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}) = 5.20 \times 10^{6}$ なる関係を得ており，本問題において各損失関数に対応する NTK のトレースを同等にすることができている．また，Deguchi & Asai[3)] の方法では，$\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v\| = 1.96 \times 10^{-1}$ に対して $\beta_c\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c\| = 2.79 \times 10^{-1}$ であり，各勾配ノルムも同程度に制御されている．即ち，両手法ともに，複数の損失関数の影響を同等に扱う，というペナルティ係数の設計指針を達成することはできている．しかしながら，係数が $\beta_c = 5 \sim 10$ 周辺に収束するとともに，解の様相も $\beta_c = 10^{1}$ と類似していることから，非圧縮性条件を過拘束する状態となっていると考えられる．以上より，非圧縮性 NS 式を PINN により順解析する場合，質量保存則を過度に強く課すことは必ずしも解の精度向上に寄与せず，寧ろ，拘束条件を適切に緩和することが，物理的に妥当な流れ場の再現に重要であると考えられる．

4. おわりに

本研究では，PINN の非圧縮性流れへの適用を念頭に，運動量保存則，質量保存則の寄与の制御について検討した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数を固定値とした場合と適応的に定めた場合の結果を比較した．結果として，$\beta_c = 10^{-1}$ を採用し非圧縮性条件を緩和した場合には，定性的に妥当かつ定量的にも参照解と合致する解を得ることができた．一方，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ や適応的なペナルティを用いた場合，渦が上部壁に周辺に留まり，力学的に可容な解を得るに至らなかった．以上の結果は，これまで PINN の枠組みの中で，複数の損失関数の影響を同等にすることが重要と考えられてきたことに対して，非圧縮性 NS 式の順解析においては，質量保存に関する拘束条件を強く課すことが必ずしも解の精度向上や力学的に妥当な解への収束に寄与しないことを示唆している．今後は，有限要素法における混合補間に類する考えを Neural Network 構造の設計に導入することにより，本障壁を克服する方法を検討する．

参考文献

1) Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George Em Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 378, pp. 686–707, 2019.
2) Natarajan Sukumar and Ankit Srivastava. Exact imposition of boundary conditions with distance functions in physics-informed deep neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 389, p. 114333, 2022.
3) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Dynamic & norm-based weights to normalize imbalance in back-propagated gradients of physics-informed neural networks. *Journal of Physics Communications*, Vol. 7, No. 7, p. 075005, 2023.
4) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Reliable and efficient inverse analysis using physics-informed neural networks with normalized distance functions and adaptive weight tuning. *Machine Learning: Science and Technology*, Vol. 6, No. 4, p. 045055, nov 2025.
5) Zhongkai Hao, Jiachen Yao, Chang Su, Hang Su, Ziao Wang, Fanzhi Lu, Zeyu Xia, Yichi Zhang, Songming Liu, Lu Lu, and Jun Zhu. PINNacle: A comprehensive benchmark of physics-informed neural networks for solving PDEs. In *The Thirty-eight Conference on Neural Information Processing Systems Datasets and Benchmarks Track*, 2024.
6) Sifan Wang, Xinling Yu, and Paris Perdikaris. When and why pinns fail to train: A neural tangent kernel perspective. *Journal of Computational Physics*, Vol. 449, p. 110768, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization Analysis of a Shallow Foundation for Minimizing Immediate Settlement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竹田　光希（関西大学・環境都市工）　　松岡　勇樹（京都大学大学院・工）
タンジャラスリタラトーン・タナワット（チュラロンコン大学）　　宮﨑　祐輔（関西大学・環境都市工）
Koki Takeda, Kansai University
Yuuki Matsuoka, Kyoto University
Tanawat Tangjarusritaratorn, Chulalongkorn University
Yuusuke Miyazaki, Kansai University
E-mail: k612326@kansai-u.ac.jp

This study investigates the mechanism of immediate settlement minimization in topology optimization considering soil flexibility, where stiffness maximization is set as the objective. For a shallow foundation structure, topology optimization was performed by incorporating elastic theoretical solutions for ground response. The results suggest that load transfer paths are formed according to soil flexibility, and that settlement is suppressed as structural stiffness is maximized.

１．はじめに

建設業において，生産性向上をかなえる技術として建設用 3D プリンターへの注目が高まっており，2025 年には技術指針案 [1]が作成された．複雑な構造でも再現できることが特徴で，その施工事例は増加傾向にある．また，材料分布を設計変数とするトポロジー最適化は，複雑な形状を出力するため，3D プリンターとの親和性が高いといえる．

地盤構造物へのトポロジー最適化設計の適用においては，土と構造物の相互作用を考慮し，所要の性能を満足できるよう検討することが必要不可欠である．Cortez et al.[2]は，間接境界要素法と有限要素法の組み合わせによって地盤上の構造物に対するトポロジー最適化計算手法を示した．密度法の一つである TOBS（Topology Optimization of Binary Structures）法を用いた計算例を示し，地盤の状態に応じて異なる構造が得られることを明らかにした．しかし，地盤の柔軟性が最適化構造の荷重伝達メカニズムに及ぼす影響についての考察は不十分である．

そこで，本研究では，この荷重伝達メカニズムの解明を目的として，ベンチマークコードとして使用されている Top99 コードを Ferrari and Sigmund[3]が高速化した解析コードに対して，Cortez et al.[2]の手法を実装した．地盤上の構造物としてシンプルな形状の浅い基礎を対象にトポロジー最適化解析を行い，荷重伝達のメカニズムを考察した．

２．地盤-構造物の相互作用を考慮した最適化計算手法

本研究では，Ferrari and Sigmund[3]による MATLAB コードで記述された高速度のトポロジー最適化計算プログラムを基に，Cortez et al.[2]が示した手法を参考に解析を行った．地盤反力計算の流れを Fig.1 に示す．式(1)のように外力に対して構造の内力と地盤反力の合計が釣り合うことを仮定する．構造物底面と地盤表面は密着し，その変位が一致する条件の下では，構造物に作用する地盤反力 $\boldsymbol{q}$ [N/mm^2]は地表面変位 $\boldsymbol{Du}$ を用いて式(2)のように表せる．

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Ku} + \boldsymbol{Aq} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{U^{-1}Du} \tag{2}$$

$\boldsymbol{F}$：外力ベクトル，$\boldsymbol{K}$：全体剛性行列，$\boldsymbol{u}$：節点変位ベクトル，$\boldsymbol{A}$：面反力→節点反力の変換行列，$\boldsymbol{q}$：地盤反力ベクトル，$\boldsymbol{U}$：面反力→変位の変換行列，$\boldsymbol{D}$：節点変位→面変位の変換行列である．

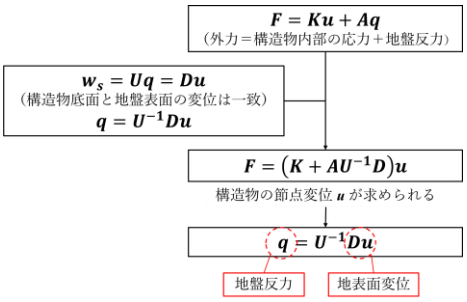


Fig. 1 Flow of Subgrade reaction Calculation

$$w_z(x,y) = \iint_D \frac{1-\nu^2}{\pi E_s} \frac{q(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} d\xi d\eta \tag{3}$$

$$w_x(x,y) = \iint_D \frac{1+\nu}{\pi E_s} \frac{p(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} \times \left\{(1-\nu)+\nu\frac{(x-\xi)^2}{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right\} d\xi d\eta \tag{4}$$

$\boldsymbol{U}$ 行列は，半無限弾性体とみなした地盤に，鉛直及び水平の点荷重が載荷されたときの変位を表す Boussinesq 解と Cerruti 解を式(3),(4)のように構造物の接地面積で積分したもので構成される．$\boldsymbol{U^{-1}}$ 行列を用いることで地表面の変位から地盤反力が計算できる．$w_z(x, y)$：地表面の点(x, y)の鉛直変位，$w_x(x, y)$：地表面の点(x, y)の水平変位，D：荷重の作用面積，$q(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する鉛直面荷重，$p(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する水平面荷重，E_S：地盤のヤング率，ν：地盤のポアソン比である．

３．解析条件

本解析の最適化問題は，剛性最大化を目的として次のように定式化される．

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x}} :\quad & c(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{F^T u} \\ \text{Subject to} :\quad & \frac{V(x)}{V_0} = f \\ & \boldsymbol{F} = \left(\boldsymbol{K} + \boldsymbol{AU^{-1}D}\right)\boldsymbol{u} \\ & 0 < x_{min} \le x_e \le 1 \end{aligned} \tag{5}$$

$c(x)$：コンプライアンス，$V(x)$：材料が占める体積，V_0：設計領域の体積，f：体積使用率，x_{min}：密度の下限値，x_e：要素密度である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

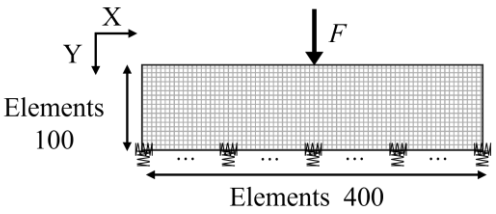


Fig. 2 Loading and boundary conditions

なお，対象とする沈下量は即時沈下によるものである．そのため，構造物と地盤が密着している条件下において構造物の剛性最大化問題を解くことで，ひずみが最小化され，同時に沈下量を最小化していることが考えられる．また，平面ひずみ状態を仮定し，奥行は十分に大きいものとする．収束条件については，式(6)の Cortez et al.[2]が示したコンプライアンスに関する条件に加え，SIMP（Solid Isotropic Material with Penalization）法の性質である中間密度の残留を考慮して，式(7)より密度更新に関する条件を設定した．

$$\frac{\left|\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_1(i)\right|}{\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_2(i)} \le 0.001 \tag{6}$$

$$\max_e \left|x_e^{(k)} - x_e^{(k-1)}\right| \le 0.01 \tag{7}$$

式(6)において，$\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_2(i)$は直近 5 回分のコンプライアンスの合計，$\left|\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_1(i)\right|$はその前の 5 回分のコンプライアンスの合計である．この場合，直近 10 回分の処理コンプライアンスの変化割合が 0.001 以下になれば収束とみなす．実装においては，式(6), (7)をいずれも満たすか，最大処理回数に到達した時点で処理を終了した．解析条件を Fig.2 に示す．浅い基礎構造を想定した荷重条件を設定し，体積使用率は 50%，境界条件は固定条件を設けず，水平と鉛直の地盤反力のみで支持するものとした．地盤の柔らかさについては，式(8)の構造物と地盤のヤング率比 m によって設定し，m = 1, 10, 100, 1000 とした．

$$m = \frac{E_0}{E_s} \tag{8}$$

E_0：構造物のヤング率で，E_0 = 1.0 N/mm² とする．

4．結果と考察

Fig.3 は，地盤が最も柔らかい m = 1000 の最適化構造の主応力線図である．赤色を圧縮，青色を引張とする．構造下部の曲げ変形に伴う引張り応力は，下に凸の放物線状の部材が受け持ち，上載荷重による圧縮応力は外周のアーチ構造と中央からハの字型に枝分かれした部材によって接地面全体に分散させながら伝えている．Fig.4 は最適化処理の 1 回目と処理終了時の沈下量分布を比較したものである．中央での沈下量は約 0.3%抑制され，両端部での沈下量は約 0.2%増加している．また，Fig.5 は最適化終了時の構造下端要素の鉛直応力分布と，鉛直地盤反力分布を比較したものである．構造物から最終的に地盤へ伝達される荷重は端部で最大となっており，その大きさや分布形状は地盤反力と概ね一致している．

以上より，最終的な最適化構造から地盤への荷重伝達メカニズムは Fig.6 のように考えられる．m = 1000 のように，地盤に対して構造物が固い場合，構造物は変形できず，一様に沈下しようとする．その結果，基礎端部を抑え込むような応力分配となり，釣り合うように地盤反力も端部で最大となる．本ケースで得られた構造においては，アーチ構造とハの字に形成された部材がその応力分配に寄与している．よって，m = 1000 のケースでは，最適化によって形成された引張部材で曲げ変形を抑制し，圧縮部材で荷重を分散することで沈下量の最小化がなされているといえる．

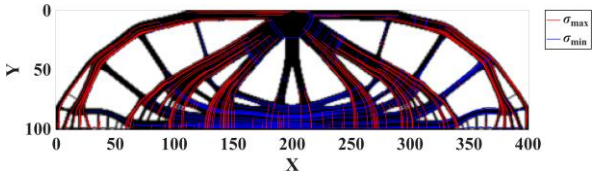


Fig. 3 Principal stress trajectories (m = 1000)

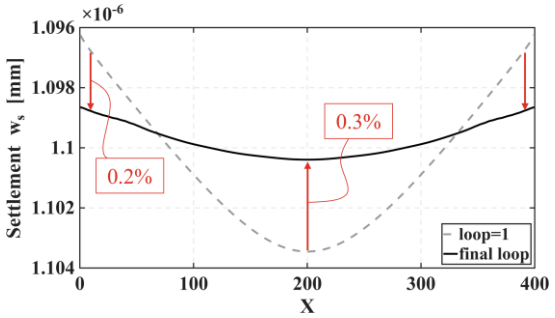


Fig. 4 Change in settlement due to optimization

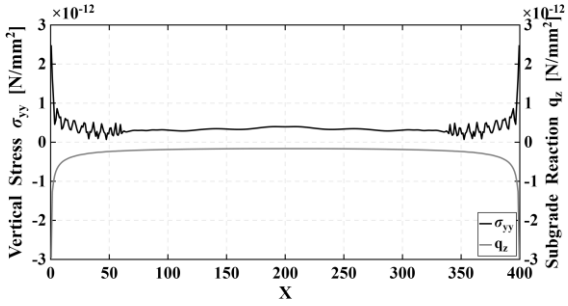


Fig. 5 Relationship between the vertical stress at the bottom elements of the foundation and the subgrade reaction

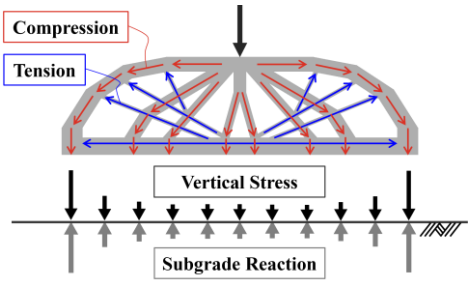


Fig. 6 Relationship between foundation, vertical stress, and subgrade reaction

5．おわりに

本研究では，地盤の柔軟性を考慮したトポロジー最適化計算について，構造的な観点から考察を行った．その結果，剛性を最大化する過程において，荷重を接地面全体に分散し，地盤の柔らかさに応じた荷重伝達経路を形成することで沈下量を最小化していることが示唆された．

参考文献

1) 土木学会コンクリート委員会編：建設用 3D プリント埋設型枠を用いたコンクリート構造物の技術指針(案)，コンクリートライブラリー，土木学会，2025
2) Cortez et al.：On the influence of soil flexibility in structural topology optimization，Numerical and Analytical Methods in Geomechanics，Vol.47，pp.2618-2642，2023
3) Federico Ferrari，Ole Sigmund：A new generation 99 line Matlab code for compliance topology optimization and its extension to 3D，Structural and Multidisciplinary Optimization，Vol.62，pp.2211-2228，2020

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和土地盤解析に対する 固液気三相型 MPM に関する基礎的検討 (シンポジウム講演概要)

Basic Examination about Solid-Liquid-Gas Three-phase Material Point Method towards Unsaturated Soil Analysis (Proceeding of Symposium on Applied Mechanics)

今泉　颯平（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）　寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei IMAIZUMI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: imaizumi.sohei.t5@dc.tohoku.ac.jp

The purpose of this study is to propose the v_s−v_w−v_a formulation of unsaturated soil, which explicitly evaluates the velocity of air phase in the void of unsaturated soil, and to incorporate the formulation to Material Point Method (MPM). Velocities of each solid, liquid, and air phase that makes up unsaturated soil are treated as primary unknowns. Single-point/Three-phase spatial discretisation is adopted. After describing the governing equations of each phase, an MPM-based spatial discretisation and explicit time integration is derived. The proposed method is verified through the one-dimensional consolidation problem under saturated situations, and one-dimensional drainage problem under unsaturated situations. Finally, the method is validated by replication analysis of an infiltration-induced slope failure experiment of quartz soil. The effects of the kinematics of pore air, such as suction commits to the strength of soil skeleton are assessed by comparing with former solid-liquid formulations of MPM and FEM analyses. We also identify the limitations seen through these analyses and consider the possibilities of improvement for the proposed method.

1. 序論

世界各地で，気候変動により土砂災害は頻発・激甚化の傾向にあり，その危険性の予測，発生時の影響の正確かつ低コストな評価のため，数値解析手法は重要性を増している．固体解析，流体解析に特化した手法では，固体的性質と流体的性質を併せ持つ土砂の運動の過程を一貫して解析することは困難であり，これに対し固体と流体を単一の枠組みで解析できる手法である MPM（Material Point Method）の有用性が注目されている．不飽和土の MPM 解析では多くの既往研究において，間隙空気の影響を考慮しない二相系定式化が行われ，間隙空気の作用による地盤挙動への検証は十分なされていない．そこで本研究では，間隙空気に対して陽に速度定式化を行う固液気三相型 MPM を提案し，この数値不安定性に関する問題点を整理し，不飽和土解析への適用性を検証する．

2. 混合体の支配方程式

不飽和土において，間隙の飽和度 S_w は間隙空気圧 p_a と間隙水圧 p_w の差として定義されるサクション $p_c = p_a - p_w$ によって決定され，その関係は SWCC により記述される．本研究では van Genuchten モデルを用いる．

運動方程式は固相，液相，気相の各相について，混合体理論に基づいて定式化する．ここに $\boldsymbol{a}_\alpha$ は各相 α（= s, w, a）の加速度，$\boldsymbol{v}_\alpha$ は速度である．ρ_α は各相の真密度，k_w，k_a はそれぞれ透水係数，透気係数，θ は間隙率，$\boldsymbol{b}$ は物体力を表す．

各相に対して質量保存則を適用し，圧力・応力の増分を得る．液相と気相の質量保存式は次式で与えられ，それぞれの圧力増分はこれらの連立方程式の解として得る．

$$\theta\Big(\frac{S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_w}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_a}{\partial t} + S_w\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_w + (\boldsymbol{v}_w - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{1}$$

$$\theta\Big(\frac{1-S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_a}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_w}{\partial t} + (1-S_w)\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_a + (\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{2}$$

3. 一粒子三相型 MPM 離散化

MPM では連続体を Langrange 的物質点群に離散化する．主変数の計算は FEM 同様の積分アルゴリズムによる．混合体の離散化には複数の手法が存在し，本研究で用いる一粒子三相型（Single-point/Three-phase）型では，各物質点が三相の質量配分を持つ．物質点は土骨格を代表し，間隙水・空気の運動は土骨格から Euler 的にとらえる．物質点数が少なく済み計算コストを低減できるほか，雨水浸透など，流体相が固体相中に拡散する現象の解析への適用性が高い．また，本研究では時間積分に陽解法を用いる．

4. 解析例題

4.1. Liakopoulos 実験の再現解析

不飽和土解析の例題として，Liakopoulos[1] による一次元間隙水流出実験の再現解析を行った．実験装置・解析モデルの概要は図-1 に示す．物性値は Schrefler と Scotta[2] における FEM での再現解析に用いられたものに準拠する．結果は実験値のほか，上記研究の FEM 解析の結果と比較を行った．底部解放後実時間 10 分経過時の間隙水圧，間隙空気圧分布の計算結果は図-1 に示す通りとなり，既往の解析による数値解とある程度の整合が見られた．

4.2. 石英斜面浸透崩壊実験の再現解析

解析手法の妥当性検証のため，夏目ら[3] による石英斜面浸透崩壊実験の再現解析を試みた．物性値は実験で用いられたものと揃える[3] ほか，石英地盤の SWCC には物性の類似性を踏まえ，三河珪砂 6 号のパラメータによる van Genuchten モデルを用いる[4]．実験装置の概要は図-2 のとおりである．モデル底部への流入境界条件は静水圧を液相

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

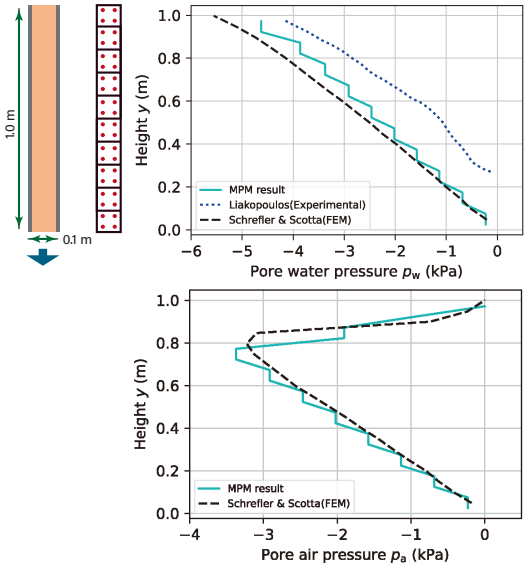


Fig. 1　一次元流出解析 モデル・結果

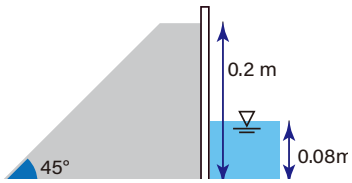


Fig. 2　石英斜面浸透　モデル概要

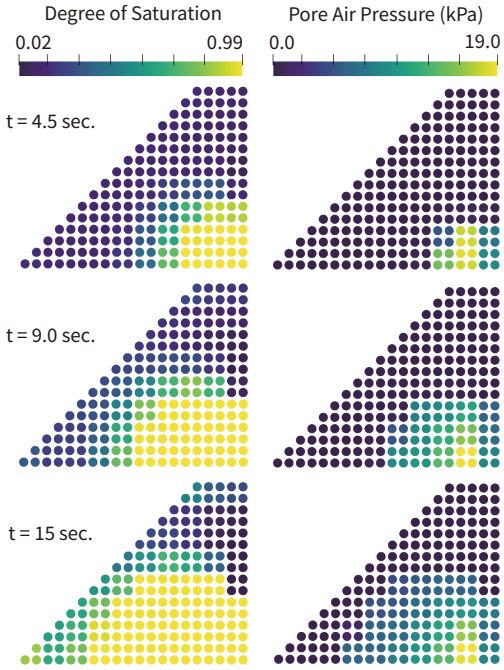


Fig. 3　石英斜面浸透解析結果

への表面力へ換算し，境界付近の物質点に課すことにより表現する．

解析の結果，図- 3 に示すように石英内部への浸透により飽和度が時間発展する様子が確認できる．また，流入開始直後に間隙空気が地盤内部で圧縮され，圧力が高まる様子も確認できる．これにより，提案手法によって，気相の影響を評価しつつ地盤内への浸透現象の傾向をある程度評価できることを検証できたといえる．しかし，圧力振動および飽和度分布の実験結果との不整合などの課題が見られ[3]，境界条件，パラメータ設定についてより詳細な検討が必要である．

5.　結論

本研究では気相を陽に考慮した三相系速度定式化による陽解法 MPM のアルゴリズムを構築した．Liakopoulos 実験[1] の再現解析により，提案の解析アルゴリズムの妥当性が検証され，石英地盤への浸透解析の結果，実現象とのある程度の整合性が確認されたものの，安定性の向上および，パラメータ設定の違いによる計算結果への影響の検証の余地がある．気相の存在が大きな影響を持つ現象，また地盤の崩壊の大変形を含む問題への適用性能評価により，提案手法の問題点を整理し手法を高度化することが今後の課題である．

参考文献

1) A. C. Liakopoulos: Transient flow through unsaturated porous media, Ph.D Thesis, University of California, Berkeley, 1964.
2) B. A. Schrefler, R. Scotta: A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media, Computer Methods Applications for Mechanical Engineerings, 3223, 3223-3246, 2001.
3) 夏目将嗣, 小高猛司, 岡本隆明, 李圭太: 屈折率マッチング法を用いた模型実験による浸透場の盛土崩壊時の内部挙動の可視化, 第 60 回地盤工学研究発表会, 2025
4) 吉川高広, 野田利弘, 小高猛司, 崔瑛: 空気～水～土骨格連成有限変形解析を用いた浸透破壊メカニズムに関する考察, 計算工学講演会論文集, vol.21, , 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

観測と数値解析を融合した 地震力による斜面崩壊の広域即時予測 (シンポジウム講演概要)

A Rapid Regional-Scale Prediction of Earthquake-Induced Landslides through Integration of Observations and Numerical Simulations (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小島　空（東北大）　松田　晃汰（東北大）　湯　東暘（東北大）　須郷　大地（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　大野　晋（東北大）
櫻庭　雅明（日本工営株式会社）　佐藤　誠一（日本工営株式会社）
野島　和也（日本工営株式会社）　森口　周二（東北大）
Sora Kojima, Tohoku University
Kota Matsuda, Tohoku University
Tang Dongyang, Tohoku University
Daichi Sugo, Tohoku University
Reika Nomura, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Susumu Ohno, Tohoku University
Masaaki Sakuraba, NIPPON KOEI
Seiichi Sato, NIPPON KOEI
Kazuya Nojima, NIPPON KOEI
Shuji Moriguchi, Tohoku University
E-mail: kojima.sora.p4@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a framework for the rapid prediction of earthquake-induced slope failures over a regional-scale using observed data obtained from seismic observation distributions combined with numerical simulations. In the proposed framework, the spatial distribution of ground motion is estimated using a limited number of observation points whose locations are optimized in advance based on the results of seismic ground motion analyses. In addition, a surrogate model trained on the results of slope stability analyses performed under uniformly distributed seismic loading conditions is employed to reduce computational cost, enabling the rapid estimation of distributions of the factor of safety. The proposed framework was applied to a risk assessment of a specific urban area, demonstrating its performance.

1. 目的

日本には急峻な山岳地域が広く分布し，斜面崩壊の危険性について検討を行うべき地域が多く存在する．斜面崩壊の誘因となる地震が全国各地で頻発していることからも，地震に起因する斜面崩壊リスクの高精度な評価は重要な課題である．本研究では，地震を誘因とする広域の斜面崩壊を地震発生後に即時評価する枠組みを提案する．研究の全体像を Fig.1 に示す．この枠組みでは，地震動解析と斜面安定解析の 2 種類の数値解析を事前に実施する．実際に地震が発生した際，地震動解析結果と観測結果を融合することで，地震力分布の即時的な把握が可能になる．また，地震力分布を入力とする代理モデルを構築することで斜面安定の即時評価が可能となる．本研究では，この枠組みを実際の都市に適用し，その有用性について議論する．

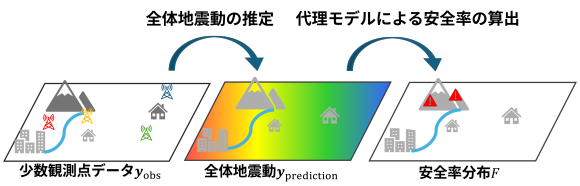


Fig. 1　Overview of the framework

2. 空間モードを活用した地震力の即時推定

ここでは，地震動解析とその結果の空間モード分解，およびその空間モードを利用した地震力分布の即時推定の方法について説明する．地震動解析では，多様な地震シナリオを考慮するために断層サイズやアスペリティの位置や数を変更し，地表面最大加速度（PGA: Peak Ground Acceleration）分布を得る．本研究では，各ケースの PGA 分布を列ベクトルとするデータ行列 $\boldsymbol{X}$ から，特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition) の理論に基づいて空間モードを抽出し，次式のように上位 r モードの 左特異値ベクトル行列 $\boldsymbol{U}_r$，特異値行列 $\boldsymbol{\Sigma}_r$，右特異ベクトル行列 $\boldsymbol{V}_r$ によって表現する．

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}_r \boldsymbol{\Sigma}_r \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\Sigma}_r$ の k 行 k 列成分 σ_k，$\boldsymbol{V}_r$ の j 行 k 列成分 v_{jk} を掛け合わせ，$z_{jk} = \sigma_k v_{jk}$ と定義すると，行列 $\boldsymbol{X}$ の j 列目のベクトルである $\boldsymbol{x_j}$ は次式のように表される．

$$\boldsymbol{x}_j = \sum_{k=1}^{r} \boldsymbol{u}_k z_{jk} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u}_k$ は $\boldsymbol{U_r}$ の k 列目のベクトルである．z_{jk} を $k = 1, \ldots, r$ まで並べたベクトル $\boldsymbol{z}_j$ は，j 番目のケースを再構成する POD 係数ベクトルである．このように，データに対応する POD 係数ベクトル $\boldsymbol{z}$ を得ることでデータの再構成が可能となる．観測点の位置を表現する行列 $\boldsymbol{H}$ を用いると，任意の観測データ $\boldsymbol{y}$ は次式のように表現される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{z} \tag{3}$$

上式を一般化逆行列の考え方を用いて，空間モードに対する POD 係数ベクトル $\hat{\boldsymbol{z}}$ について解くと次式のようになる．

$$\hat{\boldsymbol{z}} = (\boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r)^{\dagger}\boldsymbol{y} \tag{4}$$

また，式 (4) の $\hat{\boldsymbol{z}}$ と $\boldsymbol{U}_r$ を用いて，対象領域全体の PGA 分布 $\hat{\boldsymbol{x}}$ が次式のように得られる．

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{U}_r\hat{\boldsymbol{z}} \tag{5}$$

3. 斜面安定解析とその代理モデル

3.1. 三次元 LEM に基づく斜面安定解析手法

式 (5) で得られる PGA 分布から，3 次元極限平衡法 (LEM: Limit Equilibrium Method) に基づく斜面安定解析手法の 1 種である Hovland 法[1] を用いて，安全率 F を算出する．地震力を考慮するとき，地震力の大きさ K については，土柱の自重 W と水平震度係数 k_h から決定される（式 (6)）．なお，本研究では，k_h を地表最大加速度 (PGA) の関数として式 (7) により表現するものとする[2]．

$$K = k_h W \tag{6}$$

$$k_h = \begin{cases} \dfrac{PGA}{g} & \text{if } PGA \leq 200\,\text{gal} \\ \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{PGA}{g}\right)^{1/3} & \text{if } PGA > 200\,\text{gal} \end{cases} \tag{7}$$

3.2. 斜面安定解析の代理モデル

3 次元 LEM の結果に基づく代理モデルは，各評価点毎に構築するものとし，地震力（水平震度係数 k_h）を入力データとして，Fig.2 のように線形補間を用いて安全率を算出する．学習データは，上式 (6)，(7) により一様な地震力で計算された複数ケースの安全率分布である．対象とする地震動の各計算点における k_h の値に対して，線形補間により安全率の値が算出される．

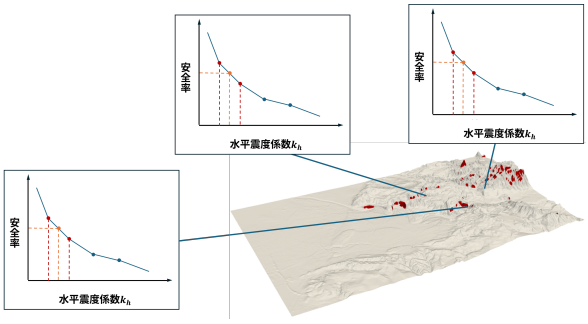


Fig. 2　Surrogate model of slope stability analysis

4. 数値実験および検証

4.1. 対象地域と対象断層

仙台市青葉区の一部地域 (4855 m × 8510 m) を対象とし，地震ハザードステーション (J-SHIS)[3] にて公開されている長町–利府断層の想定条件 (Fig.3) を基準として，マグニチュードの異なる複数シナリオを考慮した．設定を変更して得た地震動解析結果からデータ行列を作成し，そのデータ行列から空間モードを抽出するとともに，少数観測点の配置の配置を決定した．

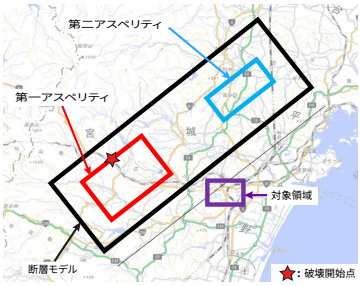


Fig. 3　Fault model

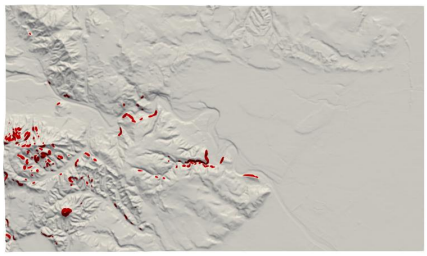


Fig. 4　Result obtained by proposed framework

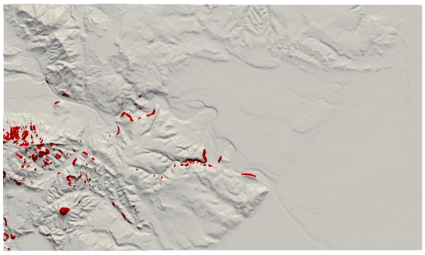


Fig. 5　Result obtained by simulations

4.2. 精度検証

Fig.4 は提案する枠組みの結果であり，Fig.5 はすべての工程を数値解析によって実施した結果である．これらの図は，安全率が 1 以下の部分を，斜面崩壊危険領域として赤く示している．これらの結果より，本研究の枠組みによる計算は，広域の安全率分布傾向を概ね再現できていることが確認される．

5. 結論

本研究では，地震発生直後に斜面崩壊分布を推定可能とする数値解析と観測を融合した枠組みを提案した．その枠組みを仙台市青葉区の一部地域に適用して検証を行った結果，すべての計算を数値解析で実施した場合の結果と比較して，斜面崩壊の危険箇所の空間分布の傾向をよい精度で再現できることが確認された．

参考文献

1) Azzouz, A. S., Baligh, M. M.: Discussion of “Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method” by H. J. Hovland, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 104(9), pp.1206–1208, 1978.
2) 野田節男, 上部達生, 千葉忠樹: 重力式岸壁の震度と地盤加速度, 港湾技術研究所報告, 第 14 巻 第 4 号, pp.67–111, 1975 年 12 月.
3) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience (NIED): J-SHIS: Japan Seismic Hazard Information Station, https://www.j-shis.bosai.go.jp/map/, Accessed: 2025-08-20, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

Improving the efficiency of critical slip surface identification for regional-scale slope hazard assessment using a three-dimensional limit equilibrium method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須郷　大地（東北大）　John CHOE（ワシントン大）　Nilo DOLOJAN（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　渡邊　康介（中部電力）
森口　周二（東北大）
Daichi SUGO, Tohoku University
John CHOE, University of Washington
Nilo DOLOJAN, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Kosuke WATANABE, Chubu Electric Power
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: daichi.sugo.s2@dc.tohoku.ac.jp

This study aims to accelerate critical slip surface identification in a three-dimensional limit equilibrium method for regional-scale slope hazard assessment. We apply two optimization approaches, particle swarm optimization (PSO) and Bayesian optimization (BO), to the slip surface identification problem and compare their accuracy and computational cost. A case study is conducted on the real topography of Kamaishi City, Iwate Prefecture, Japan, where the factor of safety (FOS) is evaluated using the Hovland method. Under a fixed computation time for a representative terrain cell, both PSO and BO achieve small errors relative to a grid-search reference; however, BO shows a larger spread in converged solutions. In contrast, BO greatly reduces the number of objective function evaluations compared with PSO, suggesting its advantage when FOS evaluation is computationally expensive. Furthermore, applying PSO to all terrain cells shows that it can identify near-critical slip surfaces over real topography with accuracy comparable to the grid-search reference while reducing computational cost.

1. 諸言

3次元極限平衡法（LEM: Limit Equilibrium Method）（例えば[1),2)]）を用いた斜面安定解析は，地理情報システム上で解析可能なもの（例えばXie et al.[3)]やMergili et al.[4)]）や，広範囲を解析するためのソフトウェア（Scoops3D[5)]）が存在しており，広域の斜面安定解析手法として1つの有力な選択肢となりつつある．しかし，広域への3次元極限平衡法の適用において，計算コストの大部分を占める臨界すべり面探索の効率化の検討は，グリッドサーチベースのもの[6)]に限られており，最適化手法の適用性の検討は不十分である．そこで，本研究では，メタヒューリスティクスの代表的手法である粒子群最適化[7)]（PSO: Particle Swarm Optimization）と，逐次モデルベース最適化手法の代表的手法であるベイズ最適化[8)]（BO: Bayesian Optimization）を臨界すべり面探索へ援用することで，計算精度および計算コスト低減性能の比較を行う．これにより，広域の斜面安定解析において，すべり面抽出の精度を維持しつつ，より効率的な解析を実施可能にすることを目的とする．

2. 解析手法

2.1. 3次元極限平衡法

3次元LEMは，仮定されたすべり面に対して，抵抗力と駆動力の比から安全率を算出する手法である．安全率Fは，次式のように定義される[9)]．

$$F = \frac{1}{T}\{cA + (N - uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{1}$$

ここで，Tはせん断力，cは粘着力，Aはすべり面の面積，Nは垂直力，ϕは内部摩擦角，$\boldsymbol{g}$は重力方向の単位ベクトル，$\boldsymbol{n}$はすべり面法線方向の単位ベクトルである．本研究では，Hovland法[1)]にならい，土柱間内力を全て無視して次式のようにNおよびTを算出する．

$$N = -W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) \tag{2}$$

$$T = \frac{1}{F}\{cA - (W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) + uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{3}$$

式(2)および(3)を，次式で示されるモーメントのつり合い式へ代入することで安全率を得る．

$$\sum(\boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{T} + \boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{N} + \boldsymbol{r}_g\times\boldsymbol{W})\cdot\boldsymbol{\xi} = 0 \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{r}_b$は楕円体中心から分割されたすべり土柱底面への位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_g$は楕円体中心からすべり土柱の重心への位置ベクトルである．

2.2. 臨界すべり面探索

本研究では，臨界すべり面探索の効率化のためにPSOとBOを用いる．PSOの粒子群の位置と速度の更新式およびBOの獲得関数に基づく逐次更新の詳細は関連論文[7),8)]を参照されたい．

3. 解析結果

解析対象領域は岩手県釜石市の一部領域（600×600 m^2）とする．メッシュサイズは1 mである．まず，対象領域内の代表地形セル1つについて，計算時間をPSOとBOの両方で10秒に固定して計算を行った場合の収束値の分布をFig.1に，参照解との誤差と目的関数の呼び出し回数（安全

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

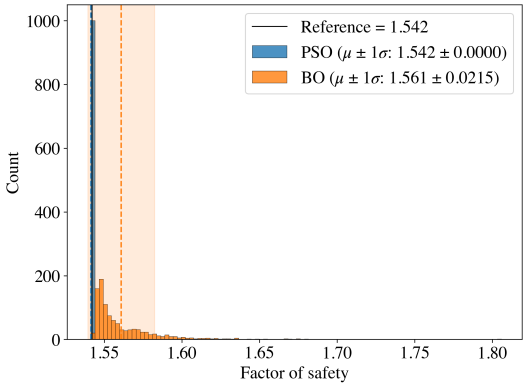


Fig. 1　Distribution of converged values for PSO and BO.

Table 1　Errors and number of objective function evaluations for PSO and BO.

	Mean	Within ϵ (%)			Objective Calls
		0.1	1.0	5.0	
PSO	1.542	1000	1000	1000	6962
BO	1.561	13	616	976	51

率の計算回数）を Table 1 に示す．なお，参照解はグリッドサーチによる探索の最小値としている．Fig.1 より，PSO と BO はどちらも参照解との誤差は小さいものの，BO の方が収束値のばらつきが大きい結果となっていることが確認できる．一方で，Table 1 より，目的関数の呼び出し回数は PSO では 6962 回，BO では 51 回と，BO の方が大幅に少ないことが確認できる．これは，計算プロセス中で最も支配的な計算コストが，PSO では目的関数の評価，BO では統計モデルの更新という違いに起因する．今回の計算条件下では同じ計算時間で PSO の方がより精度の良い結果となったが，目的関数の評価コストがより大きい条件下では BO の方が有利となる可能性がある．ただし BO は Fig.1 のように収束値にばらつきがあるため，ばらつきを最小化できるよう，カーネルや獲得関数の選択などの計算条件に注意が必要である．

次に，解析対象領域内の全地形セルに対して PSO による計算を行った結果を Fig.2 に，全セルでの参照解との差をプロットしたもの Fig.3 に示す．Fig.3 より，PSO は代表セルだけでなく領域全体でも参照解との誤差が少ない結果となっており，グリッドサーチベースの解析から精度を落とすことなく，計算コストを低減することが可能であることが確認された．

4.　結言

本研究では，3 次元 LEM の臨界すべり面探索を効率化するため，PSO と BO を援用して斜面安定解析を実施し，計算精度と計算コストを比較した．その結果，安全率の評価コストが大きい場合には，BO が PSO に比べて計算コストを大幅に低減できることを確認した．また，PSO は実地形において高い精度で臨界すべり面探索が可能であることも示された．より効率的な臨界すべり面探索のため，BO の収束値のばらつきを抑制するように探索プロセスを改善することが今後の課題として挙げられる．

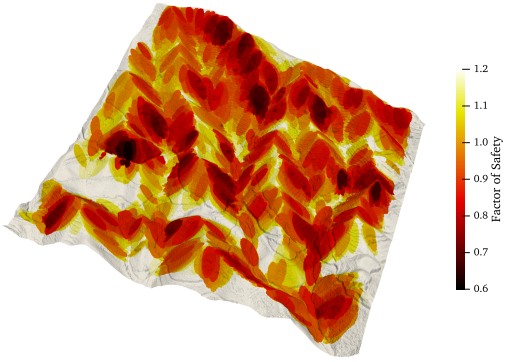


Fig. 2　Factor of safety distribution obtained using PSO.



Fig. 3　Difference in factor of safety between the reference solution and PSO.

参考文献

1) Hovland, H. J.: Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method, ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, No. 9, pp.971 – 986, 1977.
2) Hungr, O.: An extension of bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions, G´eotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 113 – 117, 1987.
3) Xie, M., Esaki, T. and Cai, M.: GIS-Based Implementation of Three-Dimensional Limit Equilibrium Approach of Slope Stability, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 132, No. 5, pp. 656 – 660, 2006.
4) Mergili, M., Marchesini, I., Alvioli, M., Metz, M., Schneider-Muntau, B., Rossi, M. and Guzzetti, F.: A strategy for GIS-based 3-D slope stability modelling over large areas, Geoscientific Model Development, Vol. 7, No. 6, pp. 2969 – 2982, 2014.
5) Reid, M. E., Christian, S. B., Brien, D. L. and Henderson, S. T: Scoops3D: software to analyze 3D slope stability throughout a digital landscape, United States Geological Survey, 2015.
6) Rao, B., Burman, A. and Roy, L. B.: An E ffi cient Box Search Method for Limit Equilibrium Method-Based 3D Slope Stability Analysis, Transportation Infrastructure Geotechnology, Vol. 11, No. 1, pp. 327 – 358, 2024.
7) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN), Vol. 4, pp. 1942 – 1948, 1995.
8) Jones, D. R., Schonlau, M. and Welch, W. J.: E ffi cient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, Journal of Global Optimization, Vol. 13, No. 4, pp. 455 – 492, 1998.
9) Turnbull, W. J. and Hvorslev, M. J.: Special problems in slope stability, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 93, No. 4, pp. 499 – 528, 1967

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

Hybrid MPM–FEM analysis for reproducing piping phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鈴木　祐太（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
野村　怜佳（東北大学）　森口　周二（東北大学）　小高　猛司（名城大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Riichi SUGAI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Takeshi KODAKA, Meijo University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: yuta.suzuki.q6@dc.tohoku.ac.jp

The material point method (MPM), suited for large-deformation analyses of fluidized soils, has previously been combined with Eulerian FEM into a hybrid MPM–FEM framework for soil–water interaction based on mixture theory. Although B-spline basis functions mitigate the cell-crossing error, their non-interpolatory nature hinders exact imposition of Dirichlet boundary conditions at interior boundaries. This limitation is addressed by developing a multi-patch B-spline-based hybrid MPM–FEM, where the multi-patch approach ensures Kronecker delta property at patch interfaces, enabling exact enforcement of interior boundary conditions such as those on an embedded sheet pile. A numerical simulation of piping failure around a sheet pile is presented, demonstrating the method's ability to qualitatively reproduce the sequential processes of subsidence, uplifting, piping, and sedimentation observed in experiments.

1. 序論

ヒービングやクイックサンド，パイピングのような現象は，土留めを要する施工における安全性の観点で重要な問題として知られる．これらの現象は，地盤内部の透水現象や土圧の不均衡などの複雑な過程に起因し，多段階的に発生しうるものであり，このような現象に対する数値解析手法の開発は重要な課題の一つである．連続体の離散化解析手法の一種である material point method (MPM) は土砂の大変形や崩壊を伴う現象の解析に適しており，特に Pan ら[1] は土砂挙動の解析に MPM を，流体挙動の解析に安定化有限要素法を用いた MPM–FEM ハイブリッド法を提案し，地すべり津波などの動的な解析に成功している．しかし MPM–FEM ハイブリッド法は，メッシュ内部における厳密な Dirichlet 境界条件の適用が困難であるため，矢板のような構造物が存在する問題に対しては適用が難しいという課題がある．そこで本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，矢板周縁の Dirichlet 境界条件の適用を可能にし，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行う．

2. MPM–FEM ハイブリッド法

本章では，MPM–FEM ハイブリッド法に基づく数値解析手法のうち，特に支配方程式の定式化，および multi-patch B-spline 基底関数について説明する．詳細な定式化については，Pan ら[1] を参照されたい．

2.1. 支配方程式

本研究では，Biot の混合体理論に基づき，地盤材料を固相（土骨格）と流体相（水および空気）からなる混合体として支配方程式を記述してその運動を表現する．固相と流体相の運動方程式，および混合体の連続式はそれぞれ次式で表される．

$$(1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}a_i^{\mathrm{s}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}}{\partial x_j} + \hat{P}_i - p^{\mathrm{f}}\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + (1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}b_i^{\mathrm{s}} \tag{1}$$

$$\theta\rho^{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial t} + \bar{v}_j^{\mathrm{f}}\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial x_j}\right) = -\theta\frac{\partial p^{\mathrm{f}}}{\partial x_i} - \hat{P}_i + \theta\rho^{\mathrm{f}}b_i^{\mathrm{f}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\left((1-\theta)v_i^{\mathrm{s}} + \theta v_i^{\mathrm{f}}\right)}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

ここで，上付き文字の “s” は固相，“f” は流体相の物理量であることを示しており，以下両者を α (= s, f) によって表す．また，θ は土の間隙率，p^{f} は流体相の圧力，ρ^{α} は密度，b_i^{α} は物体力であり，$\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}$ は固相の平均応力テンソル，v_i^{α} および $\bar{v}_j^{\mathrm{f}}$ は，それぞれ α 相の速度と流体相の移流速度である．$\hat{P}_i$ は固相と各流体相の間にはたらく抗力を表し，Forchheimer 式を参考に定式化する．なお，式 (3) は土粒子と流体相それぞれに非圧縮性を仮定したうえで，固相と流体相の連続式を展開して足し合わせることで導かれている．

2.2. Multi-patch B-spline 基底関数

MPM では “cell-crossing error” と呼ばれる数値誤差を抑制するために基底関数を工夫する必要があるが，本研究では区分的に滑らかな multi-patch B-spline 基底関数を用いる．

p 次 B-spline 基底関数は広義単調増加なノット ξ_i の集合であるノットベクトル $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n+p+1}\}$ によって定義され，C^{p-1} 級の連続性を持つ．また，同時にノットベクトルによってパッチ（領域）が定義され、その境界に該当する点で $p+1$ 回同じノットを繰り返すオープンノットベクトルを用いることによって，対応する基底関数が Kronecker デルタ特性を得るため，パッチ境界で厳密に Dirichlet 境界

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

条件を課すことができる．

その一方で，B-spline 基底関数は一つのパッチで生成されるメッシュ境界以外の制御点では Kronecker デルタ特性を持たないため，メッシュ内部に壁面が存在するような問題に対しては適切な境界条件の適用が困難であった．Multi-patch B-spline 基底関数は，パッチと呼ばれる部分領域に対して B-spline 基底関数を定義し，それらの基底関数を結合する手法である．これによって Fig. 1 に示すように，パッチの境界（$\xi = 3$）において基底関数の連続性が C^0 に低下するが，Kronecker デルタ特性を持つため，内部の制御点に対しても厳密に Dirichlet 境界条件を課すことができる．

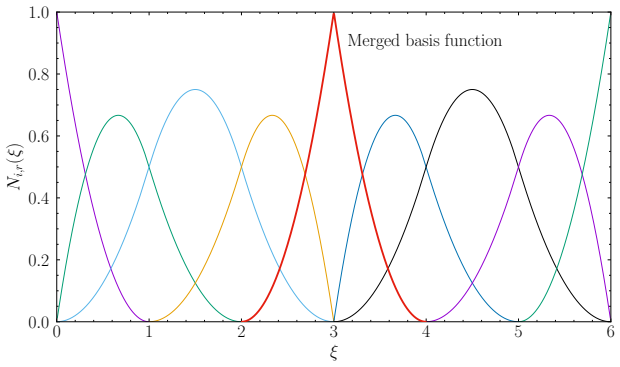


Fig. 1　Multi-patch B-spline basis functions.

3.　矢板周りのパイピング現象の再現解析

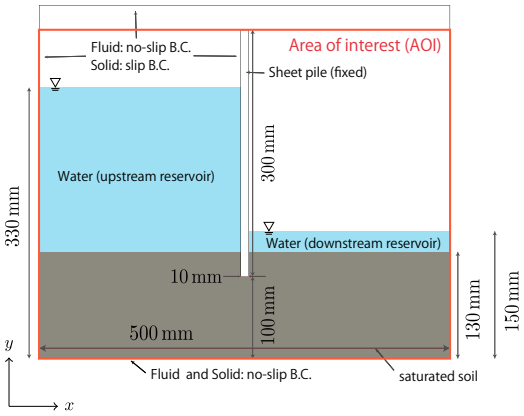


Fig. 2　Numerical model for the simulation of piping failure.

Fig. 2 に示すようなモデルを用いて Table 1 に示す解析条件のもとで，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．ただし，奥行き方向に 1 要素を配置する準 3 次元モデルとし，各要素に対して $4\times4\times1$ 個の土粒子を配置した．また，時間刻み幅は 1×10^{-5} s とし，重力は解析初期に 0.1 s かけて準静的に作用させた．

解析結果を Fig. 3 に示す．本解析では土の沈下・隆起，パイピング（クイックサンド），および土の堆積の一連の現象が再現された．この一連の流れは既往の実験における観測[2] と定性的に一致した．特に 0.5 s から見られたパイピング現象においては，水みちが曲線的に形成され，下流側の矢板近傍に土が滞留する様子が再現されており，実験

Table 1　Parameters for the simulation of piping failure.

Parameter	Value
Solid	
Soil particles' density ρ^s	2.5×10^3 kg/m^3
Median soil particle diameter D_{50}	0.3×10^{-3} m
Initial porosity θ_0	0.45
Young's modulus	70 MPa
Poisson's ratio	0.3
Cohesion c	0 kPa
Friction angle ϕ	25°
Dilation angle ψ	0°
Fluid	
Density of air ρ^g	1.206 kg/m^3
Dynamic viscosity of air μ^g	1.82×10^{-5} Pa s
Density of water ρ^ℓ	0.998×10^3 kg/m^3
Dynamic viscosity of water μ^ℓ	1.002×10^{-3} Pa s
Gravitational acceleration g	9.81 m/s^2

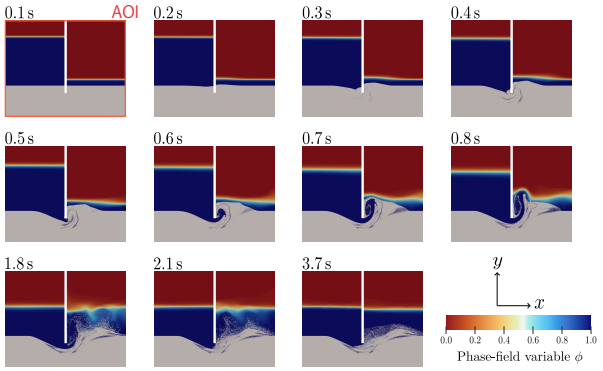


Fig. 3　Sequential results (fluid interface and MPM particle positions)

で確認できる特徴的な挙動と整合した．

4.　結論

本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，浸透崩壊現象の一種である矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．数値解析の結果，本手法は矢板周りのパイピング現象において連続的に発生する各段階を定性的に再現できることを示した．しかしながら，多くの実験で行われているような水を注入することで水位差を緩やかに変化させる過程は再現できておらず，実験との定量的な比較は今後の課題である．

参考文献

1) S. Pan, Y. Yamaguchi, A. Suppasri, S. Moriguchi, K. Terada: MPM–FEM hybrid method for granular mass-water interaction problems. Computational Mechanics, 68, pp. 155–173, 2021.
2) T. Kodaka, F. Oka, R. Morimoto: Seepage Failure Analyses of Sandy Ground Using a Liquefaction Analysis Method Based on Finite Deformation Theory, Computational Mechanics–New Frontiers for the New Millennium, pp. 387–392, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Logarithm Conformation Representation による圧縮性流体方程式の数値計算
（シンポジウム講演概要）

Numerical simulation of the compressible fluid equation based on Logarithm Conformation Representation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中澤　嵩（金沢大学・学術メディア創成センター）
Takashi NAKAZAWA, Kanazawa University
E-mail: tnakazawa@staff.kanazawa-u.ac.jp

F. De Vuyst suggests a new mathematical model for compressible Euler equation, which is able to decrease calculation costs because Galerkin method could be used for discretizing in space, FVM and DGM. are not used. In this presentation, the author focus on Compressible Navier-Stokes equation and try to solve 2D Viscous Sod Shock Tube Problem at Re=200.

１．はじめに

航空工学や自動車工学では非定常・圧縮性（高レイノルズ数）流体を扱う必要があるため，式(1)に記述している圧縮性 Euler 方程の利用が一般的である．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})=0,\\&\frac{\partial \rho\boldsymbol{u}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u})+\nabla p=0,\\&\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\nabla\cdot\{(\rho E+p)\boldsymbol{u}\}=0.\end{aligned} \tag{1}$$

この圧縮性流体を扱う際，非圧縮性流体と比較して，時空間に複雑な応力分布が発生し，局所的に密度が集中する衝撃波が発生する．このような場合には，衝撃波を高精度に捕捉する必要があるため，界面を高精度に解像することが可能な有限体積法や不連続ガラーキン法等を用いた空間離散化が行われるが，形状最適化を行う際には順問題だけでなく逆問題を解く必要があるためアルゴリズムが非常に煩雑となることが予想される．

２．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

支配方程式として式(2)に記述している F. De Vuyst が提案している数理モデル(1)を活用することにする．

$$\begin{aligned}&\frac{Da_\rho}{Dt}+\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0,\\&\rho\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}+p\nabla a_p=0,\\&\frac{Da_p}{Dt}+\gamma\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0.\end{aligned} \tag{2}$$

この数理モデル(2)は，密度と圧力と対して log 変換を行うことで衝撃波近傍における数値フラックスを精度よく近似することが期待されている．

$$a_\rho=\log(\rho),a_p=\log(p)$$

また，数理モデル(1)と同様の位相速度$u,u-c,u+c$や適合方程式

$$\begin{aligned}&D_1\rho-\frac{1}{c^2}D_1p=0,\\&D_2u+\frac{1}{\rho c}D_2p=0,\\&D_3u-\frac{1}{\rho c}D_3p=0\end{aligned}$$

が得られることが分かっており，最終的にはリーマン不変量も一致する．結果的に，この数理モデル(2)はこの数理モデル(1)と同等の数学的性質を引き継いでいると考えられる．

３．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(2)を圧縮性Navier-Stokes方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\begin{aligned}&\rho\frac{Da_\rho(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,\\&p\frac{D\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p=(\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}},\\&p\frac{Da_p}{Dt}+\gamma p(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=(\gamma-1)\boldsymbol{\sigma}:\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\\&+\frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla\cdot\{\exp(a_p-a_\rho)\nabla(a_p-a_\rho)\}\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{\mu}{Re}\left(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}+(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}-\frac{2}{3}(\nabla\cdot\boldsymbol{u})\boldsymbol{I}\right),T=\frac{p}{\rho}$$

である．

４．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

時間方向に離散化する際に，特性曲線法を用いて物質微分を数値的に近似することをすることを前提とすると，下記のように$a_\rho,\boldsymbol{u},a_p$に関する偏微分方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\\&\rho^n\frac{D\boldsymbol{u}^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p^n-\frac{1}{2}\Delta t\nabla\cdot\{(\nabla p^n)\boldsymbol{u}^n\}=0,\\&p^{n-1}\frac{Da_p^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\gamma p^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\end{aligned} \tag{4}$$

圧縮性流体場の数値計算には，これまで保存系を用いることが一般的であり，非保存系で記述される数理モデル(2)に関する数値計算スキームはほとんど存在しない．

５．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(4)を圧縮性 Navier-Stokes 方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\rho^n \frac{D\boldsymbol{u}^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt} + \{1 + a_\rho^n - a_\rho^{n-1}\}\nabla p^n - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(p^n \nabla a_p^n)\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\}$$
$$= (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\},$$
$$p^{n-1}\frac{Da_{\mathrm{p}}^{n-1}}{Dt} + p^{n-1}(\nabla \cdot \boldsymbol{k}) + (\gamma - 1)M^{n-1} : \nabla \boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$$
$$= \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\} - \frac{1}{2}\Delta t \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla$$
$$\cdot \left[\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\right] \quad (5)$$

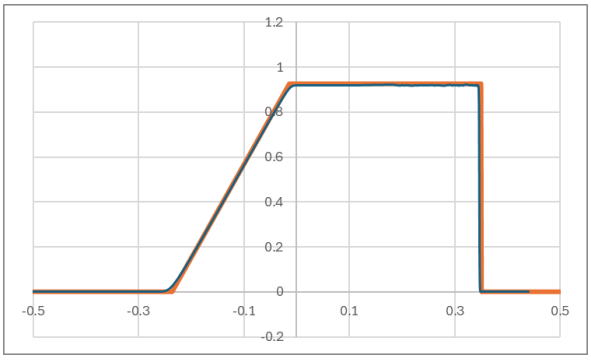
ここで,

$$M^{n-1} = p^{n-1}I - \boldsymbol{\sigma}^{n-1} = \begin{bmatrix} p^{n-1} - \sigma_x^{n-1} & -\tau^{n-1} \\ -\tau^{n-1} & p^{n-1} - \sigma_y^{n-1} \end{bmatrix},$$
$$\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}$$
$$= T^n \left[\{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}^2 + \nabla \cdot \{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\right],$$
$$T^n = \frac{p^n}{\rho^n} = \exp(a_p^n - a_\rho^n)$$

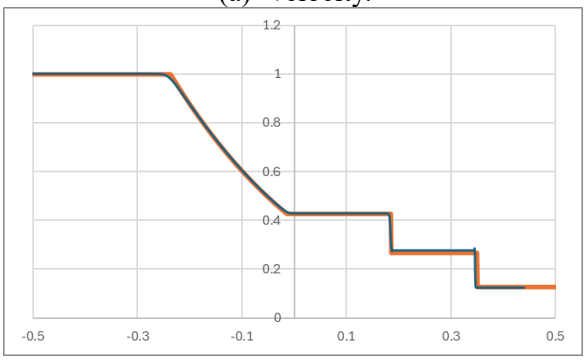
である.

6. 数値計算結果：1D Sod Shock Tube Problem

圧縮性 Euler 方程式を計算し，1 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．まず初めに，最小のエッジサイズΔxを5×10^{-4}として，a_ρ, u, a_pの基底関数として P2-P2-P2 (Fig.1)の計算を行った．各図の橙色が$t = 0.2$における厳密解，青色が数値解のプロファイルとなっている．数値結果から，厳密解に近いプロファイルとなることが明らかとなった．



(a) Velocity.

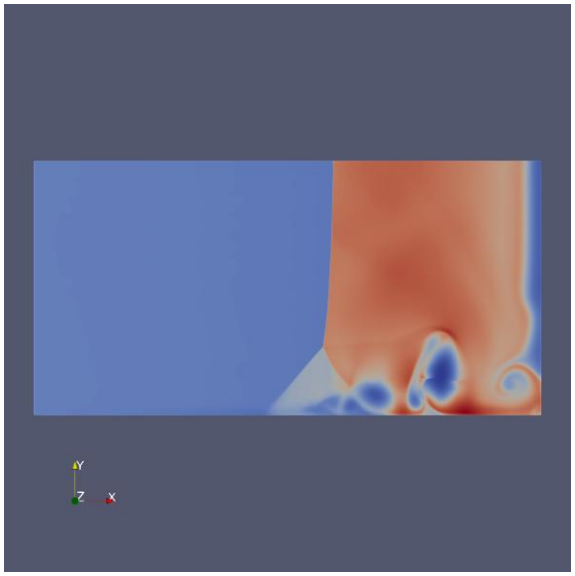


(b) Density.

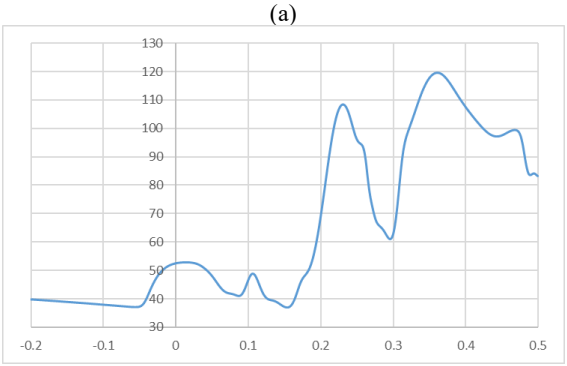
Fig.1. a_ρ, u, a_p for P2-P2-P2.

7. 数値計算結果：2D Sod Shock Tube Problem

最後に，圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解き，2 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．その際，レイノルズ数 Re は 200 として，その他のパラメーターは圧縮性 Euler 方程式を解いた時と同じものを用いた．その結果，先行研究と同様の密度分布が得られていることが分かった．



(a)



(b)

Fig. 2. 時刻$t = 1$における(a)密度分布と(b)底面における密度プロファイル.

非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a High-Order Accurate Meshless Method for Incompressible Gas-Liquid Two-Phase Flows (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石川　玄貴（東北大）　阿部　悠太（東北大）　山田　正太郎（東北大）
Genki ISHIKAWA, Tohoku University
Yuta ABE, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: ishikawa.genki.p2@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a high-order and stable meshless method for incompressible gas–liquid two-phase flows. To overcome the limitations of conventional meshless schemes, we employ a polyharmonic spline (PHS)–based RBF-FD method with polynomial augmentation, incorporating a staggered velocity–pressure arrangement is employed for accurate and stable spatial discretization. The incompressible Navier–Stokes equations are solved using a rotational incremental pressure-correction scheme with second-order temporal accuracy. The gas–liquid interface is captured by a Cahn–Hilliard phase-field model, integrated with the scalar auxiliary variable (SAV) approach. Benchmark results confirm the accuracy and stability of the proposed framework.

1. 研究背景と目的

本研究では，Flyer et. Al. (2016a, 2016b)が提案する PHS 補助多項式付き RBF-FD 法とスタガード配置に基づいて，高精度な気液二層流解析法を構築する．

Navier–Stokes 方程式には回転増分型圧力修正法を適用し，Adams–Bashforth 法で時間 2 次精度を確保する．界面追跡には Cahn–Hilliard 方程式に基づく Phase-Field 法を用い，SAV 法と BDF2 によりエネルギー安定かつ時間 2 次精度を実現する．

2. RBFモデル

2.1. 散乱点に基づく局所差分近似

本研究で用いる RBF-FD 法は，構造格子を前提とする従来の有限差分法(FDM)を一般化し，任意配置の散乱点に対して局所的な差分近似を構築するメッシュレス法である．RBF-FD における考え方は，ある点 $\boldsymbol{x}_0$ の関数 $f(\boldsymbol{x}_0)$ の微分を stencil と称する近傍点集合 $\mathcal{N}$ の関数値を用いた線形結合として

$$\mathcal{L}f(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j f(\boldsymbol{x}_j) \tag{1}$$

と近似することである．ここで，$\mathcal{L}$ は微分演算子，w_j は重みであり，n は stencil を構成する散乱点の数である．重み w_j を決定するために，関数 $f(\boldsymbol{x})$ が動径基底関数 $\phi^k(\boldsymbol{x})$ $(k=1,\cdots,n)$ の線形結合で表されると仮定する．

$$\phi^k(\boldsymbol{x})=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{2}$$

式(2)に微分演算子を作用させ，係数 λ_j の任意性を考慮することで次式を得る．

$$\mathcal{L}\phi^k(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{3}$$

式(3)より，連立一次方程式が得られる．

$$\mathbf{A}\mathbf{w}=\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 \tag{4}$$

ただし，

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\phi^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ \phi^n(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^n(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathbf{w}=\begin{pmatrix}w_1\\ \vdots\\ w_n\end{pmatrix},\ \mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}\phi^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}\phi^n(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{5}$$

である．式(4)を解くことで，重み w_j を求めることができる．

この重みの決定手法は以下の最適化問題として定式化できる．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n} J(\mathbf{w})=\frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w}-\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_c \tag{6}$$

2.2. PHSと補助多項式による重み決定

Flyer et. Al. (2016a, 2016b)は 基底関数に PHS を採用した上で，多項式補強を行うことにより停滞誤差の生じない RBF-FD を構築できることを示した． PHS は次式で定義され，図-2 に示す形状をとる．

$$\phi^j(r)=r^q,\quad r=\sqrt{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_j)^2} \tag{7}$$

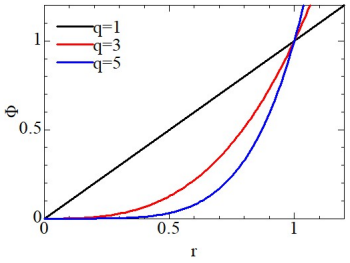


図-2 PHS 関数

一方で, PHS に基づく係数行列 $\mathbf{A}$ は, 条件付き正定値であり，PHS のみでは特異である．補助的に，多項式再現性を保証する条件を課す. べき関数 $p^\alpha(\boldsymbol{x})$ が微分演算子 $\mathcal{L}$ に対して正確に再現されるように重みを決定する．

$$\sum_{j=1}^{n} w_j p^\alpha(\boldsymbol{x}_j)=\mathcal{L}p^\alpha(\boldsymbol{x}_c) \tag{8}$$

式(8)は以下のように行列表現できる．

$$\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}=\mathcal{L}\mathbf{p}_0 \tag{9}$$

ただし，

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}p^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ p^m(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^m(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}p^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}p^m(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{10}$$

である．Lagrange の未定乗数法を用いて，式(6)の最適化問題に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

式(9)を制約条件として課した以下の問題を考える．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n,\boldsymbol{\gamma}\in\mathbb{R}^m} L(\mathbf{w},\boldsymbol{\gamma}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w} - \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}(\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w} - \mathcal{L}\mathbf{p}) \quad (11)$$

ただし，$\boldsymbol{\gamma}$ は Lagrange の未定乗数である．停留条件より，得られる以下の連立一次方程式を解くことで重みを決定する．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{P}\\ \mathbf{P}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{w}\\ \boldsymbol{\gamma}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0\\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0\end{pmatrix} \quad (12)$$

補助多項式で補強されたこの拡大行列は full-rank であり，境界・内部を問わず一貫した手順で安定した差分重みを構築することが可能となる．なお，本研究では，この空間離散化手法を Augmented PHS-FD (APF)と称することにする．

2.3. ノード配置

本研究では Navier-Stokes 方程式における速度-圧力連成の安定性を高めるため，圧力ノードと速度ノードをスタガード配置する．速度ノードでは，微分演算子 $D(V\to V)$，$D(V\to P)$ を構築するため，図-3 の(a)(b)のような stencil を用いる．同様に，圧力ノードでは微分演算子 $D(P\to V)$，$D(P\to P)$ を構築し，図-3 の(c)(d)のような stencil を用いる．

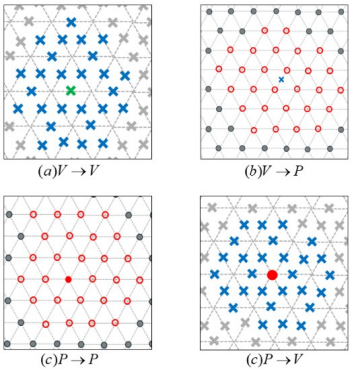


図-3 圧力点 p と速度点 v の stencil

3. Navier-Stokes方程式による流体解析

本研究で対象とする非圧縮流れの支配方程式は，非圧縮性の Navier-Stokes 方程式と連続式である．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} \quad (13)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0 \quad (14)$$

これらを数値的に解くために射影法を採用する．標準型の射影法では，仮速度が非圧縮性条件を満たさないことに起因して，壁境界付近で数値境界層が発生することが知られているため，Timmerman et al. (1998)によって提案された回転増分型圧力修正法を本研究では採用する．さらに，移流項に Adams-Bashforth 法を用いることで時間積分を行う．

4. Phase-Field法による界面捕捉

Phase-Field 法は，界面を明示的に追跡することなく，フェーズフィールド変数 ϕ を用いて相分布および界面を連続的に表現する手法である．本研究では，以下の Cahn-Hilliard 方程式を解くことで，界面の時間発展を記述する．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\phi = M\nabla^2\mu \quad (15)$$

$$\mu = -\varepsilon^2\nabla^2\phi + f'(\phi) \quad (16)$$

ただし，M はモビリティ係数，ε は界面幅を制御するパラメータ，$f(\phi)$ はダブルウェルポテンシャルである．

Cahn-Hilliard 方程式を解くに際し，ϕ に関する 4 階の微分方程式を，ϕ と μ に関する 2 本の 2 階微分方程式に分解する混合法を採用する．さらに，Shen et al., (2018) に倣い，非線形自由エネルギー項を次式の補助変数を導入することで線形化する Scalar Auxiliary Variable (SAV) 法によって解く．

$$r(t) = \sqrt{\int_\Omega f(\phi)dx + C} \quad (17)$$

ただし，C は正の定数である．

この手法では，式(15)，(16)に加え，式(17)から導出される次式が支配方程式となる．

$$\frac{dr}{dt} = \int_\Omega \frac{f'(\phi)}{2r}\frac{\partial\phi}{\partial t}dx \quad (18)$$

時間微分項を 2 次の後退差分法(BDF2)で近似することで，時間 2 次精度を有する無条件安定スキームの構築が可能となる．

5. 数値解析例

構築した解析手法を用いて，液滴衝突解析を行った．同じ大きさの 2 つの液滴に向かい合うように正反対の速度を与え，衝突した際の挙動を確認した．初期高さが異なるため，2 つの液滴は合体した後，楕円型となり回転し円形に近づく様子が確認された．

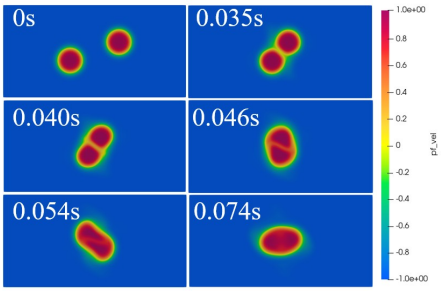


図-8 液滴の合体の様子

6. 結論

本研究では，PHS＋補助多項式型 RBF-FD 法に基づく高次精度メッシュレス解法 (APF)と，回転増分型圧力修正法および Phase-Field 法を組み合わせた非圧縮性気液二相流解析手法を構築した．

参考文献

1. Flyer, N., Barnett, G. A., and Wicker, L. J. (2016a): Enhancing finite differences with radial basis functions: Experiments on the Navier-Stokes equations., Journal of Computational Physics., 316, 39-62.
2. Flyer, N., Fornberg, B., and Barnett, G. A. (2016b): On the role of polynomials in RBF-FD approximations: I. Interpolation and accuracy, Journal of Computational Physics., 321, 21-38.
3. Shen, J., Xu, J., Yeng J. (2018): The scalar auxiliary variable (SAV) approach for gradient f lows, Journal of Computational Physics 353, 407–416.
4. Timmermans, L.J.P., Minev, P.D., Van de Vosse, F.N. (1996): An approximate projection scheme for incompressible flow using spectral elements, Int. J. Numer. Methods Fluids, 22, 673-688.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Large scale simulation of fall fracture prevention structures using Eulerian fluid-structure interaction analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松本　大河（名古屋大学・工 / 理研）　西口　浩司（名古屋大学・工 / 理研）
下村　明司（株式会社 Magic Shields）　一木　昭洋（株式会社 Magic Shields）
横井　正人（株式会社 Magic Shields）　伊藤　麻由美（株式会社 Magic Shields）
加藤　準治（名古屋大学・工）
Taiga MATSUMOTO, Nagoya University/RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University/RIKEN
Hiroshi SHIMOMURA, Magic Shields, Inc.
Akihiro IKKI, Magic Shields, Inc.
Masato YOKOI, Magic Shields, Inc.
Mayumi ITO, Magic Shields, Inc.
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: matsumoto.taiga.w3@s.mail.nagoya-u.ac.jp

To prevent fall-related fractures in the elderly, flooring materials must ensure both walking stability and impact absorption. This study aims to evaluate practical-scale mechanical metamaterials designed to meet these conflicting requirements using Eulerian fluid-structure interaction analysis. We compared a 20 mm thick structure utilizing internal air pressure with a 10 mm thick structure employing negative stiffness. Results demonstrated that the negative stiffness structure, despite half the thickness, exhibited a 15 percent higher energy absorption density. Furthermore, its superior initial stiffness to peak load ratio confirms that negative stiffness behavior effectively achieves both high walking stability and efficient energy dissipation.

1. はじめに

高齢者の転倒骨折が深刻な社会問題となっており，これを防止する衝撃吸収技術が求められている[1)]．しかし，従来の材料では歩行時の安定性と衝撃吸収性を両立することが難しく，転倒リスクが高まるおそれがある[2)]．

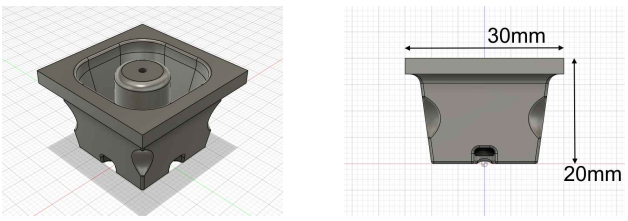
この課題に対して，メカニカルメタマテリアル（MM）が注目されている．MM は，特定のユニット形状を設計し，従来の材料では実現困難な特性を実現できる人工構造である．近年では，MM 特性を用いた歩行時に剛性を維持し，転倒時にのみ衝撃を吸収する床材が開発されている．

竹内らはオイラー型流体-構造連成解析において粘性-超弾性構成則を提案し，シミュレーションを実施した．しかし，実用サイズでの性能検証や，複数構造の比較は十分に行われていない．

本研究では，複数の MM を用いた実用サイズの衝撃吸収構造を数値解析し，力学的性能を多角的に評価する．

2. 衝撃吸収構造の設計

本研究では Fig.1，Fig.2 に示す 2 種類の MM の力学的考察を行う．



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 1　Type A のイメージ図

Type A は厚さ 20mm のユニット構造を持ち，ユニット中央円柱内部の空気圧を利用し，衝撃吸収性能を高めている．

Type B は Type A と比較し，厚さが 1/2 となり，軽量化や床材としての実用化に向けた改良モデルである．ユニット四隅に配置した中央にくぼみがある L 字柱により，座屈制御を行う．

3. 基礎方程式

複雑な大変形が予想される MM の衝撃吸収性能を検証するにあたり，オイラー型流体-構造連成解析を用いる．

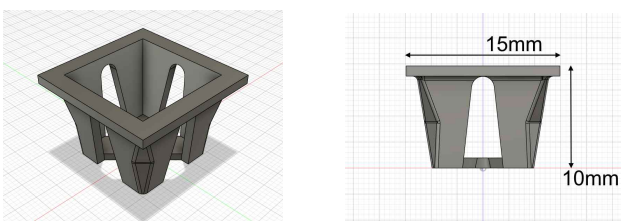
非圧縮性を仮定した，空間平均化を施した支配方程式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \cdot \nabla)\, \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} + \rho_{\mathrm{mix}} \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，混合物の物理量は体積率 ϕ_i を用いて以下のように定義される．

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{v}}_i, \quad \rho_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \rho_i, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \tag{3}$$



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 2　Type B のイメージ図

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固体の構成方程式においては，Simo の粘性-超弾性モデル[4] を採用し，Cauchy 応力を次のように加算分解する．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}} \tag{4}$$

体積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}}$ は非圧縮性条件より決定され，等積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}}$ は次式で定式化される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} - \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{Q}_i \tag{5}$$

$$\frac{D\boldsymbol{Q}_i}{Dt} + \frac{1}{\tau_i}\boldsymbol{Q}_i = \frac{g_i}{\tau_i}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} \quad (i = 1, \cdots, m) \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は超弾性体構成則に従い，$\boldsymbol{Q}_i$ は粘性-超弾性ユニットの応力であり，τ_i は緩和時間，g_i は実験的パラメータである．

超弾性体の偏差応力 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は，非圧縮性 neo-Hooke 体を仮定して以下で計算される．G_0 は瞬間せん断弾性率である．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} = G_0(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{I}), \tag{7}$$

流体については，非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を用いる．

4. 各構造の力学的性能検証

本節では，各構造の力学的性能を数値解析により比較検証する．中心剛体を 5 m/s で押し込み，圧縮試験を実施した．解析対象は，Type A が 5 × 5，Type B が 10 × 10 のユニットを配置した 15cm 四方の MM 構造である．計算には理化学研究所のスーパーコンピュータ「富岳」を用い，OpenMP と MPI によるハイブリッド並列計算を実施した．

Fig.3 に各構造で得られた荷重変位曲線を示す．すべての構造において初期剛性は高く維持できている．

各構造の力学的特性をより深く比較するため，単位体積あたりの衝撃吸収エネルギーを評価した．厚さ 20mm の Type A におけるエネルギー吸収密度は約 0.641 J/cm^3 であったのに対し，厚さ 10mm の Type B は約 0.735 J/cm^3 を示した．これは，Type B が体積比で約 15 %高いエネルギー吸収効率を持つことを意味する．さらに，本研究の主目的である歩行安定性と衝撃吸収性の両立を示す指標として，初期剛性を初期ピーク荷重で除した値を算出した．結果として，Type A が 0.379 にとどまる中，Type B は 0.578 と明確に高い数値を示した．Type B に見られる底面の大きな変形を伴う負の剛性挙動は，高い初期剛性を維持したまま転倒時のエネルギーを極めて効率的に散逸させていると推察される．

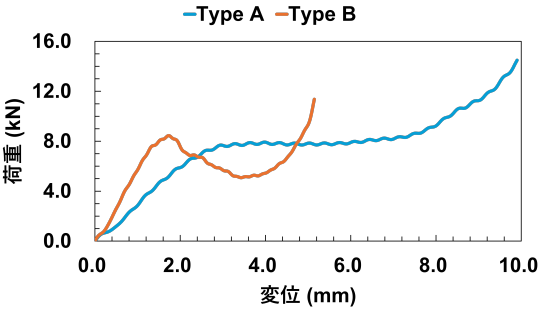
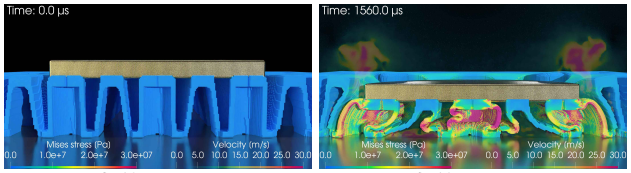
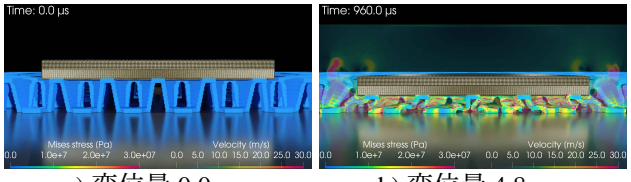


Fig. 3　各構造の荷重変位曲線比較



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 7.8mm

Fig. 4　Type A の断面図



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 4.8mm

Fig. 5　Type B の断面図

5. 結論

本研究では，内部空気圧を主要な吸収機構とする Type A に対し，座屈と負の剛性を活用する Type B は，厚さが半分であるにもかかわらず，単位体積あたりのエネルギー吸収効率が約 15 %向上することが明らかとなった．加えて，初期剛性とピーク荷重の比を用いた独自の評価手法により，Type B が歩行安定性の確保と転倒時の衝撃緩和という相反する要求をより高い水準で両立し得ることが定量的に示された．今後は，これら異なる衝撃吸収メカニズムを複合的に最適化し，高齢者の安全を支える新たな床材設計指針の構築が期待される．

参考文献

1) Moreland, Briana. ”Trends in nonfatal falls and fall-related injuries among adults aged ≧ 65 years-United States, 2012–2018.” MMWR. Morbidity and mortality weekly report 69 (2020).
2) Laing, Andrew C., and Stephen N. Robinovitch. ”Low stiffness floors can attenuate fall-related femoral impact forces by up to 50 % without substantially impairing balance in older women.” Accident Analysis & Prevention 41.3 (2009): 642-650.
3) 竹内秀輔, et al. ”マーカー粒子を用いたオイラー型構造解析による粘性-超弾性解析.” 計算工学講演会論文集= Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science/日本計算工学会 編. Vol. 27. 東京: 日本計算工学会, 2022.
4) Simo, J.C. (1987) : ON A FULLY THREE-DIMENSIONAL FINITE-STRAIN VISCOELASTIC DAMAGEMODEL: FORMULATION AND COMPUTATIONAL ASPECTS, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING Vol.60, pp.153-173
5) Tan, Xiaojun, et al. ”Negative stiffness mechanical metamaterials: a review.” SMS (2024).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明（シンポジウム講演概要）

Elucidation of Hydraulic Characteristics of Foot Protection Blocks Based on Massively Parallel 3D Flow Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　晟太（名古屋大・工，理研）　西口　浩司（名古屋大・工，理研）
加藤　準治（名古屋大・工）　戸田　祐嗣（名古屋大・工）
Seita YAMADA, Nagoya University，RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University，RIKEN
Junji KATO, Nagoya University
Yuji TODA, Nagoya University
E-mail: yamada.seita.s2@s.mail.nagoya-u.ac.jp

The intensification of flood flows driven by recent climate change has created an urgent need to ensure the stability of foot protection works. Conventional design methods fail to sufficiently account for block behavior within actual complex turbulent flow fields, making the accurate prediction of failure risks difficult. To address this challenge, this study evaluated the hydraulic characteristics of solitary and grouped foot protection blocks using large-scale parallel 3D flow analysis on the supercomputer "Flow".

1. はじめに

近年，気候変動に伴う水災害が激甚化する中，侵食や洗掘による河川堤防の破堤危険度を正確に評価することが治水上の喫緊の課題となっている．例えば，令和元年東日本台風における千曲川の被災事例では，砂州の移動に伴う洗掘により護岸基礎部が崩壊し，堤防の欠損へと至ったことが報告されている．このような洗掘への対策として，流勢を減じ洗掘を緩和することを目的に根固め工が広く設置されている．しかし，現行の根固めブロックの設計法にはいくつかの課題が指摘されている．第一に，ブロックの安定性は水路実験に基づく限界流速式を用いて所要重量が決定されているが，実河川で期待される「群体効果」（粗度や噛み合わせによる安定性向上）のメカニズムは明確化されていない．第二に，ブロック自体の滑動に加え，近年の被災事例で確認されている「吸い出し現象」（河床低下に伴いブロック下の土砂が吸い出され沈下・流出する現象）に対して，現行基準は定性的な記述にとどまっており，具体的な機能要件の評価手法が確立されていない．これらの被災メカニズムを解明するため，物理模型実験による検証が進められているが，ブロック周辺の複雑な乱流場に計測器を設置すると本来の流況が変化してしまう懸念があり，実験のみで詳細な流体力の分布や微細な流況構造を捉えることには困難が伴う．一方で数値解析は，流れの中に計測器を設置することなく任意の点における速度や圧力を評価でき，3次元的な渦構造の可視化が可能である．そこで本研究では，スーパーコンピュータ「不老」を用いた大規模並列3次元流体解析を導入し，根固めブロック周辺の水理特性を解明することを目的とする．従来の実験計測ではブラックボックスとされてきたブロック近傍の詳細な速度場および圧力場を数値的に再現・可視化することで，ブロック移動の駆動力となる流体力を評価し，将来的な被災機構解明と堤防危険度評価技術の高度化に向けた基礎的知見を得ることを目指す．

2. 基礎方程式

本研究では，対象とする流体は水であり，密度変化を無視でき，せん断応力がせん断速度に比例する非圧縮性ニュートン流体であると仮定する．流体の質量が時間変化によって消滅・生成することなく保存されることを示す連続の式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は物質点の速度ベクトルである．また，流体の運動量は，流体に作用する力との釣り合いによって変化することを示すコーシーの運動方程式を以下に示す．

$$\rho \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，D/Dt は物質時間導関数，ρ は物質の質量密度，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力，$\boldsymbol{b}$ は単位質量あたりの物体力を表す．方程式を閉じた系として解くために，応力テンソルと流体の変形との関係を結びつける構成方程式は以下のように示される．

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{3}$$

ここで，ここで，μ は粘性係数，$\boldsymbol{D}$ は変形速度テンソル，p は流体の圧力である．

3. 数値解析手法

本研究では，計算コストの削減と並列計算効率の向上を目的とし，解析領域の分割には階層直交メッシュを採用する．この手法では，物体近傍や流れの変動が激しい領域には微細な格子を配置し，それ以外の領域には粗い格子を配置することで，計算精度を維持しつつ格子点数を抑制することが可能となる．運動方程式の時間方向の離散化にはフラクショナルステップ法を用いる．この手法は，速度場と圧力場の計算を分離して行う解法である．空間方向の離散化にはセル中心有限体積法を用いる．これは，計算格子の中心に速度や圧力などの物理量を定義し，検査体積（セル）に出入りする流束（フラックス）の収支に基づいて保存則を満たすように離散化する手法である．物体表現手法として Constraint Immersed Boundary Method（C-IBM）を用いる．C-IBM は仮想外力項を離散化前の運動方程式に加えることで物体を表現する手法である．

4. 単体の根固めブロックの流れ解析

本節では，本研究で用いる数値解析手法の妥当性の検証

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を目的とし，単体の根固めブロックを設置した流れ解析を行い，一定の範囲のレイノルズ数における抗力係数，揚力係数について，既往の水理実験の結果と比較する．レイノルズ数，抗力係数，揚力係数は以下の式を用いて算出した．

$$Re = \frac{\rho U l}{\mu} \tag{4}$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_D} \tag{5}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_L} \tag{6}$$

本研究では，ρ は流体の密度 [kg/m^3]，U は流体の流入速度 [m/s]，l は根固めブロックの高さ [m]，μ は流体の粘性係数 [Pa · s]，F_D は抗力 [N]，F_L は揚力 [N]，A_D，A_L はそれぞれ抗力，揚力が作用する面積 [m^2] とする．流入流速を 0.4 ~ 1.0 m/s（Re = 24,000 ~ 60,000）の範囲で変化させ，抗力係数 C_D および揚力係数 C_L を算出した．既往の水理実験と本研究での数値計算によって得られた抗力係数とレイノルズ数の関係，揚力係数とレイノルズ数の関係を Fig. 1，Fig. 2 に示す．また，抗力係数・揚力係数の，実験値および計算値のそれぞれの平均値を Table 1 に示す．

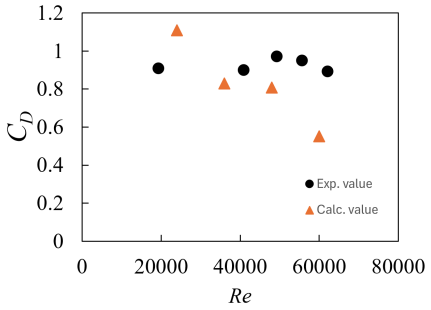


Fig. 1　Drag coefficients at various Reynolds numbers

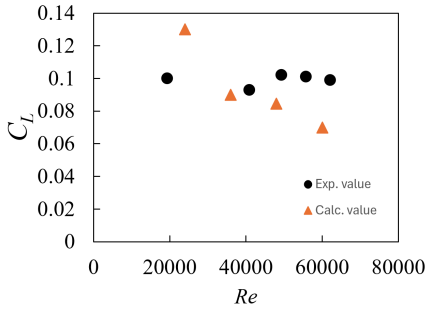


Fig. 2　Lift coefficients at various Reynolds numbers

Table 1　Experimental and calculated values of each coefficient

	C_D	C_L
Mean experimental values	0.92	0.10
Mean calculated values	0.83	0.094

5.　群体の根固めブロックの流れ解析

本節では，国総研の群体の根固めブロックを設置した水理実験を数値解析でモデル化し，解析領域全体の速度場，圧力場を計算し，群体の根固めブロックの被災につながる流体力の影響について考察を行う．速度場の可視化結果より，ブロック群への衝突による減速域の形成と，下流側における渦の発生が確認された（Fig. 3）．特にブロック下流側には時計回りの渦が形成されており，この渦による流体力がブロックに作用していることが示唆された．また，圧力場においては，ブロック上流側で高圧，下流側および内側で低圧となる傾向が確認された（Fig. 4）．実験では最下流部のブロックから滑動が確認されているが，解析結果においても同箇所周辺で顕著な圧力勾配が生じており，この圧力差が移動を促す駆動力として作用したと推察される．



Fig. 3　Velocity field



Fig. 4　Pressure field

6.　結論

スーパーコンピュータ「不老」を用いた C-IBM による大規模流体解析を行い，根固めブロック周辺の水理特性を評価した．単体解析による既往実験との比較から手法の妥当性を示した上で，群体解析により，従来計測が困難であったブロック間隙や近傍の詳細な 3 次元流況および圧力分布を明らかにした．今後は，流体力によるブロックの移動や，河床材料（土砂）の影響を考慮した連成解析への拡張が課題である．

参考文献

1) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，73，2，pp.153-163，2017.
2) 松尾峰樹，三好朋宏，平出亮輔: 根固めブロックの群体効果に関する水理実験について，河川技術論文集，30，pp.245-250，2024.
3) Rahul Bale, Neelesh A. Patankar, Niclas Jansson, Keiji Onishi, Makoto Tsubokura:Stencil Penalty approach based constraint immersed boundary method, Computers & Fluids, 200, 104457，2020.
4) 戸田 祐嗣, 岩崎 理樹, 溝口 敦子, 磯部 良太, 鈴木 克尚, 坂野 アイカ, 中島 由以佳, 田中 規夫, 藤田 光一（2024.7）：現況河道の状態把握を起点とした堤防の侵食・洗掘破堤危険度評価手法の実践的開発 ～2019 年 10 月洪水による千曲川での被災事例を検討対象として～，土木学会論文集，80，7，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

One-way fluid–structure interaction analysis for evaluating the mechanical behavior of trees under fluid forces (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

武田　万有花（東北大）　鈴木　祐太（東北大）　中村　明莉（東北大）
野村　怜佳（東北大）　松原　成志朗（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）
森口　周二（東北大）
Mayuka TAKEDA, Tohoku University
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Akari NAKAMURA, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: takeda.mayuka.s5@dc.tohoku.ac.jp

This study conducts a one-way fluid–structure interaction analysis to evaluate the behavior of a tree in flowing water. In the fluid analysis, we employ the SUPG/PSPG stabilized finite element method, and free surface of the water waves is captured using the Phase-field method. The fluid forces calculated from the fluid analysis result are input to the structure analysis as boundary conditions. To evaluate the structural response against the fluid flow, we conduct dynamic analysis of a continuum using the finite element method. The deformation and stress distribution under fluid forces are visualized, and the effect of the tree's complex shape on the mechanical behavior is discussed. Additionally, we consider the implication of one-way coupling for evaluating the trees' performance and vulnerability from the perspective of disaster mitigation.

1. はじめに

津波や洪水などの水害に対して，防潮林を利用した防災・減災の取り組みが行われている．一方で，流木化による被害増大も懸念されており，防災設備としての樹木の限界を把握することが求められる．現地調査や実験，数値解析により樹木の減災効果を評価する研究[1)2)]は多く行われているが，没水した樹木の力学挙動やその複雑形状が流れから受ける作用については未解明な部分が多い．

本研究では，流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施する．流体解析結果から算出される流体力を構造解析において荷重境界条件として課すことで片方向に連成する．構造解析では樹木を連続体としてモデル化し，流体力作用時の応力状態や変形を観察することで，樹木の減災性能および限界評価に向けた片方向連成解析の有効性を検証するとともに，双方向連成解析への展望を述べる．

2. 片方向流体・構造連成解析手法

2.1. 3 次元流体解析

本研究では，樹木まわりの流れを記述する支配方程式として，以下の非圧縮性 Navier–Stokes 方程式と連続式を用いる．

$$\left.\begin{aligned} &\rho_\mathrm{f}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=\boldsymbol{0}\\ &\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0\end{aligned}\right\}\quad \text{in } \Omega_\mathrm{f} \tag{1}$$

ここで，ρ_f は密度，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，$\boldsymbol{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は応力テンソル，Ω_f は流体解析領域である．下付きの “f” は流体に関する物理量であることを意味する．本研究で対象とする水はニュートン流体であることから，応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は圧力 p，粘性係数 μ，変形速度テンソル $\boldsymbol{D}$ を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=-p\boldsymbol{I}+2\mu\boldsymbol{D} \tag{2}$$

空間離散化には SUPG/PSPG 安定化有限要素法を適用する．自由表面の捕捉には Phase-field 法を適用し，時間離散化には Crank–Nicolson 法を適用する．

2.2. 構造解析

構造解析では，樹木を連続体としてモデル化し，動的つり合い問題を考える．時刻 t における現在配置 B_t 内の任意の物質点 $\boldsymbol{x}$ での動的つり合い問題は，運動方程式，モーメントのつり合い式，材料構成則，変位・ひずみ関係式，変位境界条件，荷重境界条件による境界値問題として記述される．なお，B_t における Dirichlet 境界，Neumann 境界をそれぞれ $\partial_D B_t$，$\partial_T B_t$ とする．

$$\nabla_{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}-c\dot{\boldsymbol{d}}+\rho_\mathrm{s}\boldsymbol{g}(t)=\rho_\mathrm{s}\ddot{\boldsymbol{d}}\quad \text{in } B_t \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\quad \text{in } B_t \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}(\boldsymbol{F})\quad \text{in } B_t \tag{5}$$

$$\boldsymbol{F}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{x}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{d}+\boldsymbol{I}\quad \text{in } B_t \tag{6}$$

$$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_0(t)\quad \text{on } \partial_D B_t \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}\boldsymbol{n}=\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)\quad \text{on } \partial_T B_t \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}$ は応力テンソル，c は減衰係数，$\boldsymbol{g}(t)$ は体積力ベクトル，$\boldsymbol{F}$ は変形勾配テンソル，$\boldsymbol{d}$ は変位ベクトル，$\boldsymbol{d}_0(t)$ は強制変位ベクトル，$\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)$ は表面力ベクトルである．下付きの “s” は構造に関する物理量であることを意味する．空間離散化には有限要素法，時間離散化には Newmark-β 法を適用する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

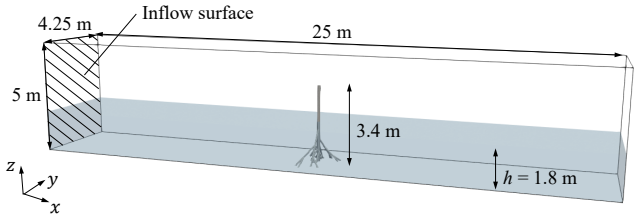


Fig. 1 Fluid domain

Table 1 Parameters used in the analysis

Parameters	Values
Density of water ρ_w	$998\,\mathrm{kg/m^3}$
Density of air ρ_a	$1.205\,\mathrm{kg/m^3}$
Viscosity of water μ_w	$1.01 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Viscosity of air μ_a	$1.81 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Initial water depth h	1.8 m
Density of tree ρ_s	$800\,\mathrm{kg/m^3}$
Young's modulus E	$1.0 \times 10^9\,\mathrm{Pa}$
Poisson's ratio ν	0.0

2.3. 流体力の算出

本研究では，流体解析において樹木の変形・運動による作用を考慮しない．ゆえに，流体解析では構造物表面を静止した壁面として考慮し，底面と同様のすべりなし条件を課す．構造解析では，流体解析から算定される流体力を境界上に外力として作用させることにより片方向連成解析を行う．すなわち式 (8) の $\bar{\boldsymbol{t}}_s$ について，

$$\bar{\boldsymbol{t}}_s = \boldsymbol{t}_f \tag{9}$$

と定義する．$\boldsymbol{t}_f$ は流体解析によって算定される流体力ベクトルである．流体力は，以下の Cauchy の式に基づいて構造物表面の各節点における表面力ベクトルとして算定する．

$$\boldsymbol{t}_f = \boldsymbol{\sigma}_f \boldsymbol{n} = (-p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau})\,\boldsymbol{n} \tag{10}$$

ここで，$\boldsymbol{t}_f$ は流体と構造物境界の表面力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_f$ は流体の応力テンソル，$\boldsymbol{n}$ は外向き単位法線ベクトル，p は圧力，$\boldsymbol{\tau}$ はせん断応力である．

流体解析では 4 節点四面体要素を用いており，境界面上では三角形メッシュが形成される．この三角形メッシュにおいて，各節点における外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$ は隣接・近傍の三角形要素の外積によって算定される外向き単位法線ベクトルを足し合わせ，正規化することで求める．

流体解析において，各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ は形状関数と流速の節点値を用いて，次式で近似する．

$$\tau_{ij}^e = \mu\left(\frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^e}{\partial x_i}\right) \approx \mu\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} u_{i\alpha} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} u_{j\alpha}\right) \tag{11}$$

上式で得られる各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ について，要素体積 V^e で重み付き平均をとり，各節点に振り分けることで各節点のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$ を算出する．以上で算出された各節点の外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$，せん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$，圧力値 p を Cauchy の式 (10) に代入することで，各節点の流体力を表面力ベクトルとして得る．

3. 樹木モデルの片方向連成解析

提案手法を用いて，マングローブを模した樹木モデルの解析を行う．樹木モデルは植物の自己相似性を考慮して作成した．流体解析領域を Fig. 1に示す．流入境界では x 軸方向に流速 $\hat{u} = 0.1\,\mathrm{m/s}$ を課す．構造解析では，有限変形を仮定し，材料モデルには圧縮性 neo-Hookean 超弾性モデルを用いる．その他の解析条件は Table 1の通りである．

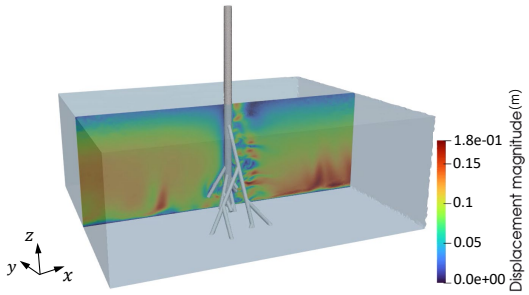


Fig. 2 Flow around the tree

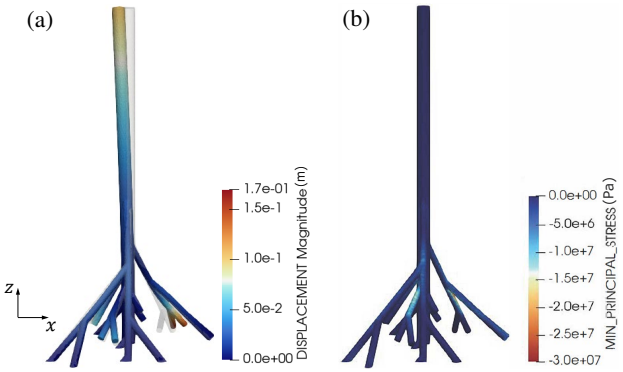


Fig. 3 Results of the structure analysis: (a) Deformation, (b) Stress distribution

流体および構造解析結果を Figs. 2, 3に示す．構造解析結果（Fig. 3）より，樹木の上部および底面に拘束されていない根の部分における変形と根の分岐部分への応力集中が確認される．根の非拘束部における大変形は，樹木の複雑形状が流れに影響を及ぼすことを示唆している．また，根の分岐部分への応力集中より，マングローブのような樹形では根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性が考えられる．

4. 結論

流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施した．マングローブを模した樹木モデルの解析結果は，根という樹木特有の形状が流体力により変形し，流れに影響を及ぼすことを示唆した．加えて，根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性も示された．没水した樹木の力学挙動について体系的な知見を得るには，様々な樹種の物性・形状を考慮した解析が必要であることから，計算コストを抑えた片方向連成解析は有効な手法となり得る．一方で，樹木が流れに与える影響など相互作用の考慮のためには双方向連成解析の開発が必須であり，今後の課題としたい．

参考文献

1) 首藤伸夫: 防潮林の津波に対する効果と限界, 海岸工学講演会論文集, Vol. 32, pp. 465–469, 1985.
2) Mukherjee, A., Cajas, J. C., Houzeaux, G., Lehmkuhl, O., Suckale, J. and Marras, S.: Forest density is more effective than tree rigidity at reducing the onshore energy flux of tsunamis, *Coastal Engineering*, Vol. 182, p. 104286, 2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づく Physics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

Real-Time Tsunami Wavefield Prediction Using Physics-Informed Neural Network Based on Latent Representation Learning of Observation Data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

多田　瑛貴（公立はこだて未来大学）　島内　宏和（公立はこだて未来大学）
野村　怜佳（東北大学）　外里　健太（八戸工業大学）　森口　周二（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）　高瀬　慎介（八戸工業大学）
Teruki TADA, Future University Hakodate
Hirokazu SHIMAUCHI, Future University Hakodate
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenta TOZATO, Hachinohe Institute of Technology
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shinsuke TAKASE, Hachinohe Institute of Technology
E-mail: b1022149@fun.ac.jp

Current real-time tsunami prediction largely relies on numerical simulations that solve discretized governing equations; however, achieving high accuracy requires computational resources. Recent machine-learning approaches predict only at discrete locations and do not enforce physical constraints. Someya and Furumura (2025, *Geophys. J. Int.*, 242(3)) demonstrated the potential of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) for estimating initial wavefields in a single-scenario setting; however, their framework requires retraining after each tsunami event and is not suited for rapid prediction. In this study, we propose a method combining an autoencoder for latent representations of observations with a PINN to generate tsunami wavefields across multiple scenarios.

1. 背景

現在の津波即時予測システムでは，有限体積法等のメッシュに基づく数値シミュレーションが広く用いられている．しかしながら，地震発生後にシミュレーションを行う場合，高精度な結果を迅速に得るにはスーパーコンピュータをはじめとする大規模な計算資源が必要となる．予測の迅速化や災害時の安定的な運用の観点からは，限られた計算資源で効率的に予測可能な手法が求められる．

事前計算された数値シミュレーション結果のデータベースを構築し，類似するシナリオを探索する手法が提案されている．Gusman らは，推定された津波源の情報に基づいてデータベースを探索し，小規模な計算資源を用いた高解像度の津波予測を実現した[1]．また野村らは，ベイズ更新を用いて最も類似する津波シナリオを継続的に探索する手法を提案した[2]．これらの手法では高速かつ物理法則に従う予測が可能である一方で，データベースに含まれないシナリオに対する汎化性能には限界がある．

近年，機械学習手法の一つであるニューラルネットワーク（NN）を用いた研究が進められている．Liu らは，ファンデフカ海峡における沖合の地点の時間波形を入力とし，セイリッシュ海の複数の地点における時間波形の予測を出力とするモデルを，複数の機械学習手法を用いて構築し比較を行った[3]．また牧野嶋らは，GNSS による測地データおよび沖合の観測情報を入力とし，陸上の浸水高の予測を出力とする，畳み込み NN に基づく手法を提案し，東北地方太平洋沖地震を対象とした数値実験で高い予測精度を示した[4]．これらの手法では迅速に結果を得られ，事前に作成された学習データにない津波にも対応し得る一方で，予測は離散地点に留まり，モデルの学習や推論の過程において物理法則は考慮されていない．

物理法則を制約条件として組み込んだ NN である Physics-Informed Neural Network（PINN）[5] の導入も検討されている．染矢と古村は，単一のシナリオにおいて，沖合の観測情報を用いて PINN を学習し，初期の津波波動場を推定する手法を提案した[6]．同手法は計算コストが高いモデルの学習を地震発生後に行う必要がある．さらに，将来予測に用いる場合には別途数値シミュレーションが必要となる．

2. 目的

本研究では，事前計算された複数のシナリオのシミュレーション結果からなるデータセットを用いて，津波の観測情報を低次元の潜在表現へ圧縮する NN を構築し，PINN に接続することで将来も含む津波波動場を生成する手法を提案する．提案手法の全体像を図 1 に示す．潜在表現が津波シナリオの特徴を適切に捉えていれば，地震発生後にモデルを新たに学習することなく，学習データにない津波を含めた複数のシナリオ，および未観測の時間領域にも対応できる可能性がある．

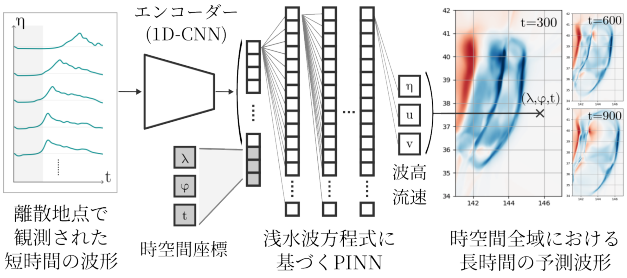


Fig. 1　提案手法の全体像．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 提案手法

本手法では，二つの NN を用いる．一方は観測情報の低次元な潜在表現を獲得するオートエンコーダーであり，もう一方はこの潜在表現および時空間座標を入力とし，対応する座標の波高と流速を出力する PINN である．オートエンコーダーの概要を図 2 に示す．オートエンコーダーは，エンコーダーとデコーダーの二つの NN から構成され，それぞれ 1 次元の畳み込み NN を用いて構成する．エンコーダーは各観測点の時間波形を入力として時間方向に圧縮・統合し潜在表現を出力する．デコーダーは潜在表現を入力とし，元の時間波形を再構成する．PINN は全結合型 NN と学習済みのエンコーダーの重みを凍結して連結し構成する．学習は，各シナリオのシミュレーション結果上の観測点およびランダムにサンプリングされた点における再現誤差と，浅水波方程式に基づく損失を組み合わせた目的関数を最小化することにより行う．

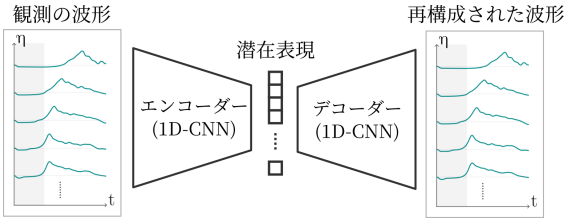


Fig. 2　オートエンコーダーのモデルの概要.

4. 実験と評価

本研究では，東北地方太平洋沖の地震を想定し，GeoClaw (`https://www.clawpack.org/geoclaw`) により生成した津波シミュレーションを用いてモデルを学習した．モデルの基礎的な性能を検証することを目的として，震源位置を東経 142 度 30 分～143 度，北緯 38 度～38 度 30 分の範囲に限定し，計 457 件のシナリオを用いた．321 件，68 件，68 件に分割し，それぞれ訓練，検証，テスト用データとして用いた．モデルの入力は，海底地震津波観測網 S-net の観測点における地震発生後 5 分間の時間波形とし，出力は 5 分後から 20 分後までの津波予測とした．評価指標としては，平均絶対誤差（MAE）とバリアンスリダクション（VR）を用いた．観測点である S-net，観測点に含まれない沖合のランダムな 500 地点，沿岸での全国港湾海洋波浪情報網（NOWPHAS）の観測点での精度を評価に用いた．

5. 結果と考察

PINN の予測精度を表 1 に示す．観測点である S-net における VR は，学習データで 92.8%，テストデータで 87.9%であった．染矢と古村[6] による類似実験では，観測時間内かつ単一シナリオを対象とした学習で VR は 93.7%と報告されており，本研究はテストデータにおいても近い値となった．また，提案手法は，地震発生後に追加の学習等を必要としない計算効率の高い予測が可能である．

観測点以外の地点では，沖合のランダムな 500 地点における VR は学習で 91.1%，テストで 87.5%となっている一方，沿岸部の地点で構成される NOWPHAS における VR は学習データにおいて 73.3%，テストにおいて 68.5%となり，相対的に低い精度となっている．沿岸部の地形は複雑であり，また反射波の影響などもあること等が要因の候補して上げられる．ランダムサンプリングにおいて沿岸部を優先する，損失に重み付けを施す等で対応できる可能性がある．

PINN のシナリオごとの S-net 観測点における MAE の分布を図 3 に示す．斜線ハッチの棒は学習データセットに対する MAE，点状ハッチの棒はテストデータセットに対する MAE を示す．双方において，極少数のシナリオでのみ MAE が著しく大きくなっていることが確認できる．今後は，ネットワーク・アーキテクチャを調整しつつ，12,000 件のシミュレーション結果を用いた学習を行うことで，東北地方太平洋沖地震を対象として，その多様な発生シナリオを広範に捉えることができるかを検証する．

Table 1　PINN の予測精度

観測点	指標	学習	テスト
S-net (観測点)	平均 MAE (m)	0.101	0.142
	平均 VR (%)	92.80	87.90
沖合 (500 地点)	平均 MAE (m)	0.085	0.109
	平均 VR (%)	91.08	87.49
NOWPHAS	平均 MAE (m)	0.344	0.383
	平均 VR (%)	73.30	68.50

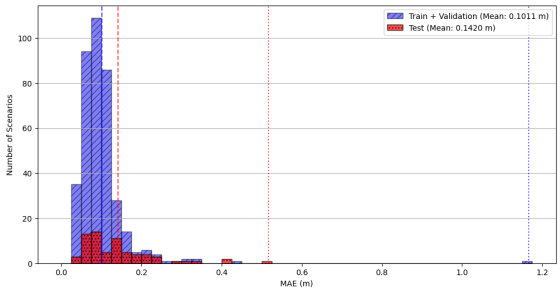


Fig. 3　各シナリオの PINN の MAE の分布 (S-net 上).

謝辞：本研究成果の一部は，大阪大学 D3 センターの大規模計算機システムを利用して得られたものです．

参考文献

1) A. R. Gusman *et al.*, A methodology for near-field tsunami inundation forecasting: Application to the 2011 Tohoku tsunami, *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 119, 8186–8206, 2014.
2) R. Nomura *et al.*, Sequential Bayesian Update to Detect the Most Likely Tsunami Scenario Using Observational Wave Sequences, *J. Geophys. Res.: Oceans*, 127(10), e2021JC018324, 2022.
3) C. M. Liu *et al.*, Comparison of Machine Learning Approaches for Tsunami Forecasting from Sparse Observations, *Pure Appl. Geophys.*, 178(12), 5129–5153, 2021.
4) F. Makinoshima *et al.*, Early forecasting of tsunami inundation from tsunami and geodetic observation data with convolutional neural networks, *Nat. Commun.*, 12, 2253, 2021.
5) M. Raissi *et al.*, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, 378, 686–707, 2019.
6) M. Someya and T. Furumura, Physics-informed neural networks for offshore tsunami data assimilation, *Geophys. J. Int.*, 242(3), ggaf243, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

VM-SPH 法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

Accelerated high-viscosity flow simulation using VM-SPH
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岡野　翔大（九州大・工）　森川　ダニエル（同済大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shodai OKANO, Kyushu University
Daniel Morikawa, Tongji University
Mitsuteru Asai, Kyushu University
E-mail: s-okano@doc.kyushu-u.ac.jp

This study applies the VM-SPH method to highly viscous fluid analysis. In ISPH, explicit treatment of the viscous term requires extremely small time increments, and IISPH still requires small time increments due to splitting errors. VM-SPH adopts a fully implicit stabilized monolithic formulation, thereby eliminating both issues. Plane Poiseuille flow simulations demonstrate convergence to the analytical solution regardless of time increment, with speed-up of approximately 31 times over IISPH and 96 times over ISPH.

1. 序論

Lagrange 記述によるメッシュフリーの粒子法は，領域の変形を粒子によって表現でき，個々の構成要素の移動を効果的に追跡することに優れていることから，流体-構造連成解析や相変化を伴う複雑な現象において多くの研究が進められてきた．代表的な手法として，SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法やその非圧縮性流体向けの応用である ISPH（Incompressible SPH）法[1] などが挙げられる．ISPH 法は，射影法に基づき支配方程式を分離したうえで，粘性項と外力項を陽的に，圧力項を陰的に解く半陰解法型時間積分を採用している．

しかしながら，ISPH 法には重要な課題がいくつか存在する．そのうちの一つが，高粘性流体の扱いの困難さである．ISPH 法では粘性項を陽的に扱うことから，拡散に関する数値的安定性条件を満たす必要がある．そのため，高粘性流体を扱う場合は極めて小さな時間増分が要求され，その結果，著しく大きい計算コストを要する．また，支配方程式の分離に起因する分離誤差[2] は，高粘性の場合に無視できない大きさとなる．例えば，土木工学の分野では，フレッシュコンクリートの充填解析などでこの課題は大きな技術的制約となる．

この課題に対し，完全陰解法型時間積分の IISPH（Implicit ISPH）法[3] が提案されている．IISPH 法は，速度求解と圧力求解を分離したうえで，それぞれを陰的に求解する手法であり，これにより合理的な計算コストでの数値計算が可能となる．しかし，分離誤差は依然として残る．

本研究では，より根本的な解決策として，速度-圧力一体型 SPH（VM-SPH：VMS-based monolithic SPH）法[4] を適用し，合理的な計算コストのもとで数値的安定と精度を両立した高粘性流体解析を試みる．

2. 数値計算手法

本研究では，非圧縮性 Newton 流体を対象とする．支配方程式は，以下の Navier-Stokes 方程式と連続の式で記述される．

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{g} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \tag{2}$$

ここで，$\mathbf{v}$，ρ，p，ν，$\mathbf{g}$ はそれぞれ速度，密度，圧力，動粘度，単位体積当たりの外力である．式 (1)，(2) に 1 次の差分近似を適用し行列形式で書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \Delta t\nu\nabla^2 & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \nabla^\top & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^{n+1} \\ p^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

ここで，Δt は時間増分である．

このとき，式 (3) の行列は強圧性を満たしておらず，解の一意性を喪失する．そこで VM-SPH 法では，VMS（Variational Multiscale）を導入し，物理量の場を解像スケールとサブスケールに分解する．解像スケールの速度と圧力を未知変数として式 (3) を書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\Delta t\nu\nabla^2 - \dfrac{\tau_2\Delta t}{\rho}\nabla\nabla^\top & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\nabla^\top & -\tau_1\nabla^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{v}}^{n+1} \\ \bar{p}^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} + \tau_1\rho\nu\nabla^2\bar{\mathbf{v}}^n \\ -\dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\bar{\mathbf{v}}^n \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

ここで，τ は時間増分や密度から定まる安定化パラメータ，$\bar{\mathbf{v}}$，$\bar{p}$ は速度と圧力の解像スケール成分である．この操作により強圧性が満たされるので，速度と圧力の同時求解が可能となる．

このとき，式 (4) は異なる次元（運動量と質量）を連立させて解いている．密度，動粘度といった物理パラメータや，空間・時間の解像度といった計算パラメータの選び方によっては，VMS を導入してもなお固有値分布が悪くなる場合がある．そこで，本研究では式 (4) を解く際にブロック対角スケーリング前処理付き BiCGstab 法を用いている．

3. 数値計算例

高粘性流体解析における時間増分の影響を検証するために，Fig. 1 に示す平面 Poiseuille 流れをシミュレーションする．流体の物理定数は密度 $\rho = 1000$ kg/m^3 および動粘度 $\nu = 0.1$ m^2/s に設定した．計算条件は，時間増分 $\Delta t = 10^{-1}$ ～10^{-5} (s)，SPH 粒子径 $d = 0.005$ m とした．初期条件として，速度および圧力はゼロに設定した．境界条件として，壁面に非滑りの Dirichlet 条件を，流入/流出境界に規定圧力の Dirichlet 条件を課す．ISPH 法および IISPH 法の場合は，圧力 Poisson 方程式を解くためにさらに壁面に圧力の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Neumann 条件を課す．

Fig. 2 に，流路中心の速度の時間発展を示す．Fig. 2(a) に示す ISPH 法の場合は，時間増分が十分小さい $\Delta t = 10^{-4}$, 10^{-5} s のケースのみで圧力 Poisson 方程式が収束し，その他の時間増分が大きいケースは発散した．これは，ISPH 法が半陰解法型時間積分を採用しており，粘性項を陽的に評価しているためである．Fig. 2(b) に示す IISPH 法の場合は，粘性項を陰的に評価するため時間増分に対して無条件安定となり，すべてのケースで計算を実行可能である．しかし，時間増分が十分小さいケースでは理論解に収束しているものの，分離誤差の影響で，時間増分が大きくなると理論解から乖離している．分離誤差は高粘性流れ問題で特に顕著となることが知られており[2]，本例題においても分離誤差を低減するには時間増分を小さく設定する必要があることが確認された．一方，Fig. 2(c) に示す VM-SPH 法の場合は分離誤差が発生せず，全ての時間増分において理論解と一致する定常解に収束した．なお，計算初期において $\Delta t = 10^{-1}$ s のケースがわずかにずれているが，これは初期速度ゼロから定常状態に至るまでの非定常な発展過程を粗い時間増分では詳細に追跡できないためである．重要な点は，VM-SPH 法は粗い時間増分においても最終的に正しい定常解に収束することである．

以上から，VM-SPH 法は直接法に基づく完全陰解法であるため，時間増分に対して無条件安定であり，かつ，分離誤差が発生しないことを確認した．したがって，対象とする現象の時間スケールに応じて時間増分を大きく設定可能であり，実用上の優位性が示された．例えば，本例題で相対誤差が 10%以下となる解を得るために必要な最大の時間増分は，ISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，IISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，VM-SPH 法では $\Delta t = 10^{-1}$ s である．Table 1 に示す通り，この条件下での $t = 1.00$ s までの総計算時間は，それぞれ 117.7 秒，37.7 秒，1.23 秒である．すなわち，IISPH と比較して 30.7 倍，ISPH 法と比較して 95.7 倍の高速化を達成した．

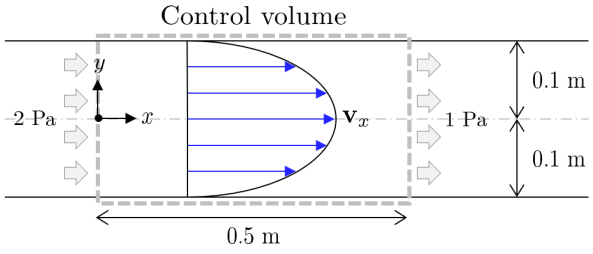


Fig. 1　Geometry of plane Poiseuille flow

4. 結論

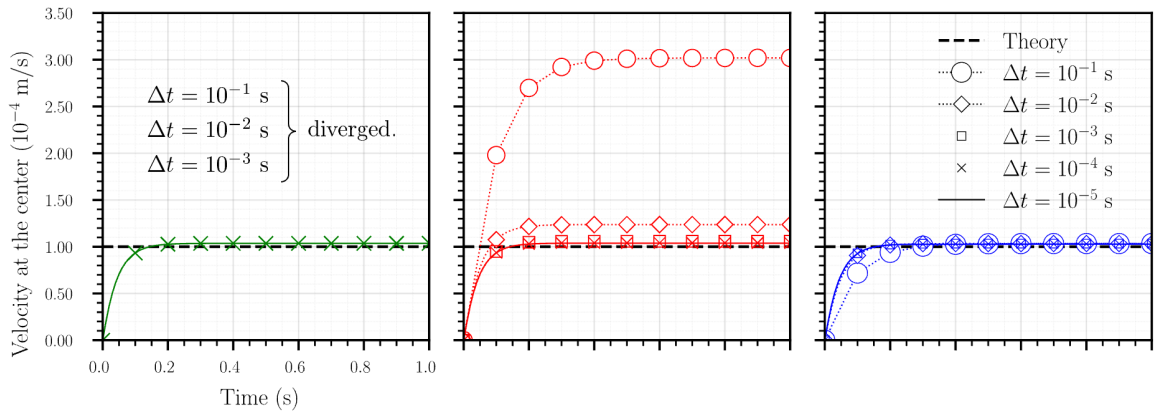
本研究では，ISPH 法における高粘性流体解析の諸問題を解決するため，VM-SPH 法を高粘性流体解析に適用した．基礎検討として実施した平面 Poiseuille 流れでは，数値的安定性・精度の観点から本手法が従来手法と比べて時間増分を大きくとることができ，その結果高効率な数値計算を実施可能なことを確認した．今後の展望としては，より実務的な工学問題への応用を目指し，二層流や非 Newton 流体に対しての拡張を進めていく方針である．

参考文献

1) Shao, Songdong and Lo, Edmond YM：Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, Advances in water resources, Vol. 26, No. 7, pp. 787-800, 2003.
2) Perot, J Blair：An analysis of the fractional step method, Journal of Computational Physics, Vol. 108, pp. 51-58, 1993.
3) Morikawa, Daniel and Asai, Mitsuteru and Idris, Nur' Ain and Imoto, Yusuke and Isshiki, Masaharu：Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method, Computational Particle Mechanics, Vol. 6, pp. 529-544, 2019.
4) 岡野翔大, 森川ダニエル, 葛宇甯, 浅井光輝：変分マルチスケール法による安定化を導入した速度-圧力一体型 SPH 流体解析, 計算工学講演会論文集 (Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science), Vol. 30, pp. 860-864, 2025.
5) Hughes, Thomas JR and Feijóo, Gonzalo R and Mazzei, Luca and Quincy, Jean-Baptiste：The variational multiscale method—a paradigm for computational mechanics, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 166, No. 1-2, pp. 3-24, 1998.

Table 1　Total computational time up to $t = 1.0$ s

	10^{-1} s	10^{-2} s	10^{-3} s	10^{-4} s	10^{-5} s
ISPH				117.7	1003.4
IISPH	0.84	6.98	37.7	253.1	1773.3
VM-SPH	1.23	6.30	18.3	163.5	1268.9



(a) ISPH　(b) IISPH　(c) VM-SPH

Fig. 2　Time history of x-direction velocity at the center

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Implicit ISPH 法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Efficient Seepage Flow Simulation Based on the Implicit ISPH Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　和真（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Kazuma TAKAHASHI, Tohoku University
Kunpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: takahashi.kazuma.p8@dc.tohoku.ac.jp

Conventional semi-implicit Incompressible SPH (ISPH) methods for simulating unified free-surface and seepage flows suffer from severe time-step constraints. To resolve this issue, this study applies the Implicit ISPH method to the Darcy-Forchheimer-Brinkman equation. This approach establishes a more stable numerical framework regarding time increments. In this study, the accuracy and validity of the proposed method are verified through 2D Poiseuille flow and numerical seepage flow experiments.

1. はじめに

近年，豪雨災害の増加に伴い，土砂災害による被害が頻発化，深刻化の傾向にある．特に，越水のような自由表面流れと堤体内部を流れる浸透流が複合的に作用する場合，堤体の侵食が促進され，決壊に至るケースが多い．このような現象の原因究明や対策工の検討において，浸透流解析は重要な役割を果たす．著者らは，粒子法 (SPH) による浸透流ー地表流統一解析[1] を適用してきたものの，実時間スケールでの長時間解析の実現には，時間刻みの制約による計算コストの増大と数値不安定性の解消が課題となる．

本研究では従来の Semi-Implicit ISPH 法よりも粗い時間増分で安定した解析が可能な Implicit ISPH 法[2] を導入し，浸透流解析のさらなる効率化を目指す．本発表では，2 次元 Poiseuille 流れや浸透流の数値実験を通して，提案手法の有用性と妥当性を検証する．

2. 計算手法

2.1. 支配方程式

本研究では自由表面流と浸透流を統一的に記述可能な Darcy-Forchheimer-Brinkman(DFB) 方程式 (式 (1)) を用いる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_D}{\partial t} + (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D = \frac{\varepsilon_f}{C_r}\left\{-\frac{1}{\rho_f}\nabla p + \nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D + \boldsymbol{f}_d + \boldsymbol{b}\right\} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}_D$，p，ρ_f，$\boldsymbol{b}$ は Darcy 流速，圧力，流体密度，物体力である．また，C_r，ν_E，$\boldsymbol{f}_d$ はそれぞれ仮想質量係数，有効動粘性係数，多孔質体から受ける抗力であり，多孔質体の間隙率 ε_f で決定される．特に，抗力 $\boldsymbol{f}_d$ は式 (2) に従う．

$$\boldsymbol{f}_d = -\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2}\boldsymbol{v}_D - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D|\boldsymbol{v}_D \tag{2}$$

本研究では線形・非線形抗力係数として，Ergun モデル ($\alpha = 150, \beta = 1.75$) を用いる．$D_{50}$ は土粒子の平均粒径である．本検証では透水係数と平均粒径の関係を示す Kozeny-Carman 式により，抗力式を透水係数 K_h で表現する．なお，本研究では PSTs(粒子再配列法) を組み込むことを考慮し，ALE 記述の DFB 式を用いる[1]．

2.2. 従来法:Semi-Implicit ISPH 法

著者らは，DFB 方程式に対し，Semi-Implicit ISPH 法[1] を適用してきた．この手法では，式 (1) を予測ステップ，修正ステップに分離し，速度を陽的に，圧力を陰的に算出する．

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\left\{\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^N + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^N) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N\right\} \\ \boldsymbol{v}_D^{N+1} = \boldsymbol{v}_D^* - \Delta t\,\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}\left(\dfrac{1}{\rho_f}\nabla p^{N+1}\right) \end{cases} \tag{3}$$

この手法では速度更新が陽的に行われるため，時間刻み Δt が式 (4) の時間制約条件を満たす必要がある[2,3]．

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu},\quad C_{\mathrm{f_d}}\frac{K_h}{\varepsilon\|g\|}\right) \tag{4}$$

ここで，h，$u_{\max}$，K_h はそれぞれ平滑化長，最大流速，透水係数である．透水係数が小さい場合，式 (4) の第 3 項が支配的となり，極めて小さい時間刻みが要求される．

2.3. Implicit ISPH 法の適用

本研究では，Implicit ISPH 法[2] を DFB 方程式に適用することで，時間刻みの制約を緩和し，浸透流解析の効率化を図る．ここで，DFB 方程式内の粘性項および抗力項における仮速度 $\boldsymbol{v}_D^*$ を用いて表し，これを陰的に求める．すなわち，式 (3) の予測ステップを式 (5) に置き換える．

$$\boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\frac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^* + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^*) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N \tag{5}$$

ただし，抗力項 $\boldsymbol{f}_d^*$ の非線形項を反復法を用いて算出するのは計算コストが高いため，式 (6) のように線形化を施す．

$$\boldsymbol{f}_d^* = \left(-\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2} - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D^N|\right)\boldsymbol{v}_D^* \tag{6}$$

3. 粘性項・抗力項の陰的算出の有効性検証

3.1. 粘性項の陰的算出の有効性:2 次元 Poiseuille 流れ

まず，異なる時間増分 Δt で 2 次元 Poiseuille 流れを用いて Implicit ISPH 法による粘性項の陰的計算の検証を行う．解析モデル Fig. 1 に，定常状態の速度分布 $u(y)$ と平均流速 $\hat{U}$ の理論解を式 (7) に示す．なお，解析では定常時の平均流速が 5.0 cm/s となるよう物体力を設定した．

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - hy);\quad \hat{U} = -\frac{h^2}{12\mu}\frac{dp}{dx} \tag{7}$$

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu} \approx 1.6\times10^{-3}\right) \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

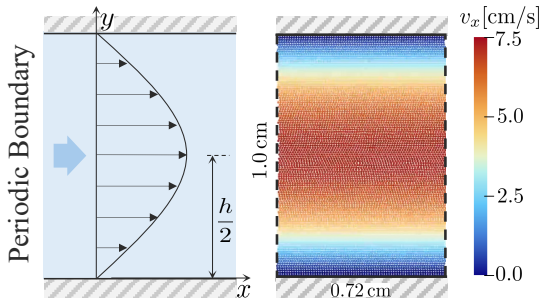


Fig. 1　2D poiseuille flow model and simulation results

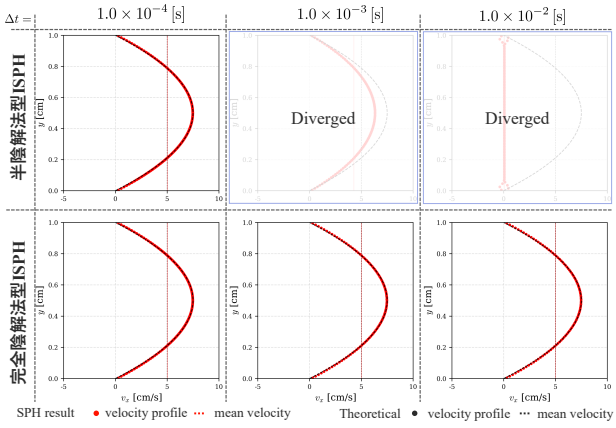


Fig. 2　Velocity profiles at different time increments

Fig. 2 に各時間増分による Semi-Implicit ISPH 法と Implicit ISPH 法による解析結果をそれぞれ示す．速度のプロファイルを点で，平均流速を鎖線で示し，理論解を黒，解析結果を赤色にて示す．$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ s では両手法とも理論解と良好に一致したが，Semi-Implicit ISPH 法では時間増分を大きくすると数値発散が生じた．具体的には，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-2}$ s では動粘性係数に基づく制約を，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ s では流速増大に伴い速度に基づく制約を満たさなくなったことに起因する (式 (8))．一方 Implicit ISPH 法による解析は，実施した全ての時間増分で解析が可能でかつ理論解と一致しており，時間制約に対する堅牢性と有用性が確認された．

3.2.　抗力項の陰的算出の有効性: 浸透流の数値実験

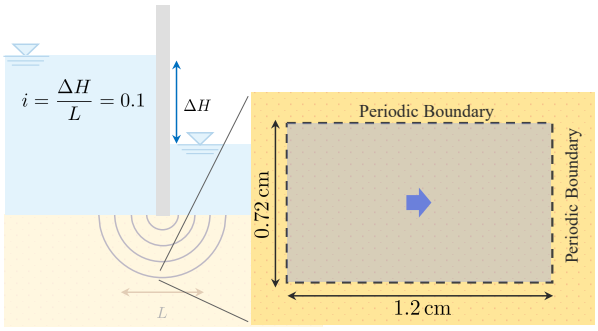


Fig. 3　Numerical experiment model for seepage flow

次に，抗力項の陰的算出の有効性を検証するため，Fig. 3 に示すモデルを用いて浸透流解析を行う．本解析では動水勾配 $i = 0.1$ に相当する物体力 $\boldsymbol{b}$ を作用させ，周期境界条件および粘性項無視の仮定を適用する．この条件下では，定常状態において物体力と抗力が釣り合うため，流速は理論上，透水係数 K_h に収束すると考えられる．以上を踏まえ，時間増分と透水係数を変化させた複数の条件下で解析を実施し，提案手法の有用性を検証する．

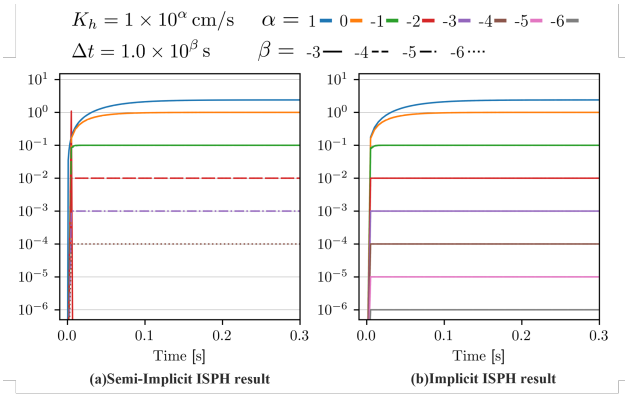


Fig. 4　Numerical experiment results for seepage flow

Fig. 4 (a) に Semi-Implicit ISPH 法の，(b) に Implicit ISPH 法の解析結果を示す．各透水係数による結果を線の色で区別し，各時間増分における結果を線種で区別する．高透水係数領域では両手法とも概ね透水係数値に収束したが，最も高い $K_h = 1.0 \times 10^{-2}$ m/s の場合において，流速増大に伴う非線形抗力の影響によって理論値からの乖離が見られた．なお，この傾向は両手法に共通している．一方で透水係数が低い領域では，Semi-Implicit ISPH 法は時間制約が厳しくなり数値発散が生じた．一方，Implicit ISPH 法は，いずれの透水係数においても発散せず安定して収束しており，その妥当性と有用性が確認された．

4.　結言

本研究では，浸透流解析の効率化を目指し，DFB 方程式に対して粘性項および抗力項を陰的に取り扱う Implicit ISPH 法を適用した．2 次元 Poiseuille 流れおよび浸透流の数値実験の結果，従来法では数値発散が生じる大きな時間増分や低い透水係数の条件下においても，本手法は安定して理論解・設定値に収束し，粘性項や透水係数によって決まる時間制約条件を大幅に緩和できることが確認され，計算コストと数値安定性の課題を解決しうる高効率な浸透流解析手法として有用である．今後の展望として自由表面領域を含むような実験との比較・検討を通して本手法の妥当性を確認する予定である．

参考文献

1) K.Tsuji, S.Fujioka, D.S.Morikawa, M.Asai : A reliable SPH (2) formulation for Darcy–Forchheimer–Brinkman equation using a density-based particle shifting in the ALE description. *Comput. Part. Mech.*, pp. 1–29, 2024.
2) D.S.Morikawa, M.Asai, N.Idris, Y.Imoto, M.Isshiki : Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method. *Comput. Part. Mech.*, Vol. 6, pp. 529–544, 2019.
3) D.S.Morikawa, M.Asai : Soil-water strong coupled ISPH based on u-w-p formulation for large deformation problems. *Comput. Geotech.*, Vol. 142, pp. 104570, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率な ISPH 法（シンポジウム講演概要）

A Highly Accurate and Efficient ISPH Method via the Fast Runge-Kutta Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　恵天（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Yoshitaka INOUE, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: inoue.yoshitaka.r8@dc.tohoku.ac.jp

Time integration in Incompressible SPH (ISPH) is typically limited to first-order accuracy, and high-order Runge-Kutta (RK) methods are computationally expensive due to repeated the Pressure Poisson Equation (PPE) solving. To overcome this issue, we introduce the Fast Runge-Kutta (FRK) methods into the Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) framework. The FRK methods reduce the multiple PPE solves of RK methods to just one at the final stage. The results confirm that the FRK method achieves numerical stability comparable to RK methods at no greater computational cost than conventional first-order schemes, thereby improving computational efficiency.

1. はじめに

SPH 法等の粒子法はメッシュフリーの特性から大変形解析に有効だが，従来の非圧縮性 SPH (ISPH) 法は時間積分が 1 次精度に留まり，数理的な厳密性に課題があった．

時間高次精度化に Runge-Kutta (RK) 法を適用する場合，非圧縮性流体解析では段数分だけ計算負荷の高い圧力 Poisson 方程式 (PPE) を解く必要があり，計算コストの増大が実用上の障壁となっていた[1]．

そこで本研究では，格子法で近年提案された Fast Runge-Kutta (FRK) 法[2] に着目した．FRK 法は中間ステージの圧力を過去の値から近似評価し，PPE の求解を最終段の 1 回に限定しつつ高次精度を維持できる．本研究はこの FRK 法を粒子法へ導入する．特に，計算点の移動と速度更新を分離する[3]Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) 法へ適用し，通常の時間 1 次精度手法と同等の低コストで高精度化を達成する高効率な解析フレームワークの確立を目指す．

2. 支配方程式と TE-ISPH 法

2.1. 支配方程式 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian 記述)

非圧縮性 Navier-Stokes 方程式は，以下の質量保存則および運動量保存則で記述される．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は流速，p は圧力，$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}$ は相対速度，$\boldsymbol{w}$ は任意の輸送速度，$\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ は ALE 微分を表す．

2.2. TE-ISPH 法のアルゴリズム

本研究で採用する TE-ISPH 法は，速度の更新と位置の更新を分離する手法である[3]．速度更新時には計算点（粒子）を固定 ($\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$) して Euler 記述による支配方程式を解き，その後に粒子を移動させる点にある．これにより，移動粒子系特有の複雑な幾何学的補正を回避している[3]．

時間 1 次精度の陽的 Euler（EE）を用いた TE-ISPH 法の具体的な計算アルゴリズムは以下の通りである．

- **速度更新:** 計算点を現在の位置 $\boldsymbol{x}^n$ に固定し（$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$），仮速度 $\boldsymbol{v}^*$ の計算，圧力 Poisson 方程式 (PPE) の求解，および新時刻の速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ の算出を行う．

$$\boldsymbol{v}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\left(\nu\nabla^2\boldsymbol{v}^n + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{v}^n\cdot\nabla)\boldsymbol{v}^n\right) \tag{3}$$

$$\nabla^2 p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^* \tag{4}$$

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \boldsymbol{v}^* - \frac{\Delta t}{\rho}\nabla p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{5}$$

- **位置更新とリマッピング:** 得られた流速 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ と粒子配置の均一化のための粒子シフト $\delta\boldsymbol{r}$ を用いて粒子位置を更新し，新しい位置 $\boldsymbol{x}^{n+1} = \boldsymbol{x}^n + \Delta\boldsymbol{r}$ へ移動させる．その後，粒子移動に伴う物理量のズレを補正するため，2 次項までの Taylor 展開を用いて物理量を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ へ再配置 (リマッピング) する．ここで，$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta t/2\cdot(\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^n + \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}) + \delta\boldsymbol{r}$ である．

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^{n+1}}^{n+1} \approx \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} + \sum_{m=1}^{2}\frac{1}{m!}(\Delta\boldsymbol{r}\cdot\nabla)^m\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{6}$$

3. TE-ISPH 法の時間積分の高精度化

3.1. Runge-Kutta 法による TE-ISPH 法

時間積分の高精度化を目的として，2 段 Runge-Kutta 法 (RK2)[1] を TE-ISPH 法に適用する．$\tilde{a}_{i,j}$，$\tilde{c}_i$ は RK 法の係数である．アルゴリズムは以下の通りである．

- **第 1 ステージ（仮速度と PPE）:**

$$\boldsymbol{v}_{(1)}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\tilde{a}_{1,0}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v}^n), \tag{7}$$

$$\nabla^2 p_{(1)} = \frac{\rho}{\tilde{c}_1\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}_{(1)}^*, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{v}_{(1)} = \boldsymbol{v}_{(1)}^* - \frac{\tilde{c}_1\Delta t}{\rho}\nabla p_{(1)}. \tag{9}$$

- **第 2 ステージ（最終速度の決定）:** 第 1 ステージの結果を用いて再度仮速度を計算し，PPE を解いて最終速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ を求める．通常の RK 法では，各ステージで PPE を解く必要があり，その計算コストが大きい．
- **位置更新とリマッピング:** 得られた速度に基づいて粒子位置を更新する．粒子移動に伴う物理量の不整合を補正するため，2 次の Taylor 展開を用いて速度および圧力を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ に再配置する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2. Fast Runge-Kutta (FRK) 法の適用

通常の RK 法ではステージ数と同数の PPE 求解が必要である．一方，格子法で提案された FRK 法[2] は，中間ステージの圧力を既知の圧力から近似することで，PPE の求解を最終ステージのみに限定する手法である．

本研究ではこの FRK 法を TE-ISPH 法に適用する．2 段 FRK（FRK2）法と通常の RK 法の主な違いは以下の通りである．

- **第 1 ステージ:** 中間圧力を $p_{(0)} \approx p^n$ と近似し，PPE を解かずに圧力勾配項を評価して中間速度 $\boldsymbol{v}_{(1)}$ を求める．
- **第 2 ステージ（最終段）:** 非圧縮条件を満たすため，この段階で PPE を解き最終速度を決定する．これにより，RK 法と同様の時間精度を維持しつつ，PPE の求解回数を 1 ステップあたり 1 回に削減できる．

4. 数値検証

提案手法の精度と効率を検証するため，非圧縮性流体解析のベンチマークである 2 次元 Taylor-Green Vortex (TGV) 問題を用いた．空間 2 次精度を示す SPH(2)[4] を用いている．

4.1. 問題設定と評価指標

計算領域を $[-L, L] \times [-L, L]$ の正方形領域とし，全周に周期境界条件を適用する．速度場 $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y)$ および圧力場 p の厳密解は以下の通りである．

$$v_x = U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \sin(kx) \cos(ky) \tag{10}$$

$$v_y = -U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \cos(kx) \sin(ky) \tag{11}$$

$$p = \frac{\rho U^2}{4} \exp\left(-4\nu k^2 t\right)\left\{\cos(2kx) + \cos(2ky)\right\} \tag{12}$$

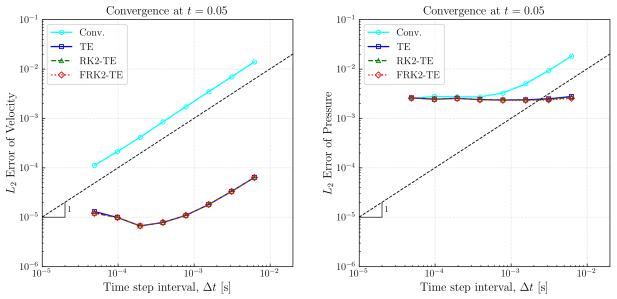
ここで，波数 $k = \pi/L$，代表長さ $L = 1\,\mathrm{m}$，密度 $\rho = 1\,\mathrm{kg/m^3}$，動粘性係数 $\nu = 10^{-3}\,\mathrm{m^2/s}$，代表速度 $U = 1\,\mathrm{m/s}$ と設定した (レイノルズ数 $Re = 1000$)．定量的な評価指標として相対誤差ノルム L_2 を用いる．

4.2. 検証結果と考察

誤差評価: 初期粒子間隔 $\Delta x = 2^{-6}$ m を固定し時間収束を検証した．TE-ISPH 法は従来 ISPH 法に比べ，速度誤差を約 2 オーダー低減した (Fig.1(a))．一方，圧力誤差は時間刻みに対してほぼ一定であり，空間誤差が卓越していることが確認された (Fig.1(b))．

リマッピング誤差の影響: 移動粒子解析では，Δt を小さくするほど Taylor 補間による累積誤差が増大した ($\Delta t < 1/5120\,\mathrm{s}$, Fig.1(a))．RK 法，FRK 法を導入しても補間誤差が卓越し，精度向上は限定的である．

FRK アルゴリズムの性能評価: Reynolds 数（$Re = 1000$）条件下において，提案手法は陽的 Euler（EE）法と比較して約 4 倍大きな時間刻み Δt で安定計算が可能であり（Fig.2），安定領域の大幅な拡大を確認した．これは高次時間積分の導入により数値的不安定性が効果的に抑制されたことを示している．さらに，Table 1 に示す通り，FRK 法（FRK2）の計算コストは従来の 1 次精度手法の約 1.2 倍に留まり，RK 法（約 1.7 倍）と比較しても計算効率に優れる．以上より，本手法は安定性向上と計算効率の両立を実現していることが示された．



(a) velocity (b) pressure

Fig. 1: Time Convergence at $t = 0.05$s (Moving particles)

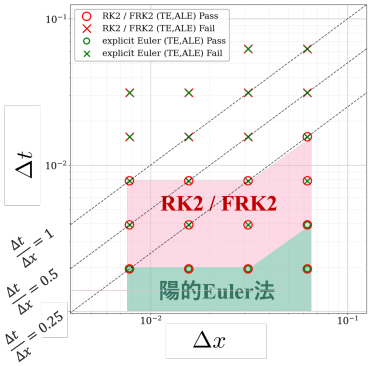


Fig. 2: Numerical stability ($Re = 1000$).

Table 1: Computational cost per step (ms).

Resolution	EE	RK2	FRK2 (Prop.)
$L/64$ ($N = 16{,}384$)	18.85	32.14	22.36
$L/128$ ($N = 65{,}536$)	74.61	120.25	89.99

5. 結言

本検証により，空間微分の誤差と Taylor 補間の累積誤差が時間精度の向上を制限する要因として残存するものの，FRK 法を導入した TE-ISPH 法のフレームワークは，従来法の 1.2 倍の低計算コストで RK 法と同等の数値安定性を実現できることが確認された．PPE を最終段でのみ解くことによるコスト削減効果は大きく，長時間の計算を要する非圧縮性流体解析の実用的なソルバーとして有望である．

参考文献

1) Sanderse, B. and Koren, B.: Accuracy analysis of explicit Runge–Kutta methods applied to the incompressible Navier–Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, 231, 2012.
2) Aithal, A.B., Tipirneni, M., Ferrante, A.: Temporal accuracy of FastRK3, *J. Comput. Phys.*, 475, 2023.
3) Matsunaga, T. and Koshizuka, S. : Improvement of the time marching method in a particle method, *Trans. JSME*, 87, 2021, pp. 20-437.
4) Asai, M., Fujioka, S., Saeki, Y., Morikawa, D.S. and Tsuji, K. : A class of second-derivatives in the Smoothed Particle Hydrodynamics with 2nd-order accuracy and its application to incompressible flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 415, 2023, 116203.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

A machine-learning-based warm-start predictor for accelerating an implicit kinetic solver (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宿南 湧真（兵県大・情報）　安田 修悟（兵県大・情報）　Martin FRANK（SCC, KIT）
Yuma SHUKUNAMI, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Shugo YASUDA, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Martin FRANK, Scientific Computing Center, Karlsruhe Institute of Technology
E-mail: minamium.shukunami@gmail.com

運動論モデルの陰解法では，衝突項に起因する強い数値的剛性のため内部 Picard 反復回数が増大し，計算コストが支配的となる．本研究では，巨視量の 1 ステップ更新量をニューラルネットワークで予測する Warm-Start 予測子を導入し，陰解法の初期値を改善する手法を提案する．Boltzmann – BGK 方程式に対する有限体積陰解法に適用し，Sod 衝撃管問題において Picard 反復回数を大幅に削減できることを示す．

1. はじめに

希薄気体の衝撃波や蒸発・凝縮流など，界面近傍で強い非平衡が生じる気体の輸送現象に対しては，分子の衝突過程を考慮した気体分子運動論（ボルツマン方程式）による記述が必要となる．またボルツマン方程式は連続体極限において，通常の流体力学の基礎方程式であるナビエ＝ストークス方程式を導出できることから，流体力学のメゾスコピック理論としても重要な意義を有する．[1)]

一方で，ボルツマン方程式やそのモデル方程式（運動論モデル）では，時間および空間変数に加えて，気体分子の速度も独立変数として扱う必要があるため，運動論モデルの数値計算は，連続体モデルと比較して計算コストが大きくなる．さらに，連続体極限近傍では，分子の衝突過程を記述する衝突項の緩和時間が，マクロな時間スケールに比べて非常に短くなるため，数値的な剛性も問題となる．

数値的剛性に対する代表的な対処法として陰解法が用いられるが，運動論モデルは衝突項に複雑な非線形項を含むため，単純な陰解法では各時間ステップにおいて非線形問題を解くためのピカール反復が必要となる．しかし，その反復回数は連続体極限において著しく増加するため，陰解法のみでは数値的剛性を十分に緩和することが難しい．

この種の課題に対して，運動論モデルと関連する巨視量方程式を援用した加速法 (例えば，HOLO スキーム[2)]) や漸近保存型スキーム (Asymptotic Preserving 法[3)]) など，様々な高度な数値スキームの開発・研究が活発に行われている．しかし，これらの数値スキームは，個々の運動論モデルの理論的な解析によって個別に導出されるものであり，一般な運動論モデルに対する汎用性のある手法とは言い難い．

そこで本研究では，運動論モデルの一般的な陰解法スキームに対して，ニューラルネットワークを導入し，内部ピカール反復を加速する Warm-Start 予測子を組み込む手法を提案する．これにより，既存の陰解法の構造を維持したまま低コストで数値的剛性の影響を緩和することができるようになる．

2. Boltzmann-BGK 陰解法と Picard 反復

本節では，物理空間 1 次元，速度空間 1 次元の BGK 方程式に対する陰解法スキームとその内部ピカール反復について解説する．

2.1. BGK モデル方程式

物理空間 1 次元 (x)，速度空間 1 次元 (v) の BGK 方程式は以下のように書ける．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_M - f}{\tau}, \tag{1}$$

ここで，$f(t,x,v)$ は速度分布関数，$f_M(t,x,v)$ は局所マクスウェル分布，$\tau(t,x)$ は衝突項緩和時間である．

局所マクスウェル分布 $f_M(t,x,v)$ と緩和時間 $\tau(t,x)$ は，速度分布関数 $f(t,x,v)$ のモーメントから次のように定義される巨視量 (数密度 $n(t,x)$，流速 $u(t,x)$, 温度 $T(t,x)$)，

$$n(x,t) = \int f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2a}$$

$$n(x,t)u(x,t) = \int v\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2b}$$

$$n\,(u^2+T) = \int v^2\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v. \tag{2c}$$

を用いて，以下のように求められる．

$$f_M(x,v,t) = \frac{n(x,t)}{\sqrt{2\pi\,T(x,t)}}\exp\left(-\frac{(v-u(x,t))^2}{2T(x,t)}\right), \tag{3}$$

$$\tau(x,t) = \frac{\widetilde{\tau}}{n(x,t)\sqrt{T(x,t)}}. \tag{4}$$

ここで，$\tilde{\tau}$ は，時空間に依存しない定数パラメータである．

2.2. 陰解法スキーム

BGK 方程式 (1) の有限体積法に基づく陰解法スキームは次のように書かれる．

$$f_{i,j}^{k+1} = f_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x}v_j\left(\hat{f}_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} - \hat{f}_{i-\frac{1}{2},j}^{k+1}\right) + \frac{\Delta t}{\tau_i^{k+1}}\left(f_{M,i,j}^{k+1} - f_{i,j}^{k+1}\right). \tag{5}$$

ここで，上付き添字 k は時間ステップ，下付き添字 i, j はそれぞれ，空間メッシュと速度空間メッシュを表す．また，右辺第 2 項にあるハット ‘‘ ˆ ’’ は有限体積セル界面での数値フラックスを表す．

2.3. 内部ピカール反復

陰解法スキーム (5) の解 $f_{i,j}^{k+1}$ は，Algorithm1 のピカール反復によって求める．ここで，収束判定は許容誤差 abs_tol

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を用いて次のように行う．

$$\left\| \frac{\mathbf{W}_i^{(z+1)} - \mathbf{W}_i^{(z)}}{\text{abs_tol} + \text{picard_tol} \max\left(\left|\mathbf{W}_i^{(z+1)}\right|, \left|\mathbf{W}_i^{(z)}\right|\right)} \right\|_\infty \le 1. \quad (6)$$

Algorithm 1 Fully implicit BGK step with Picard iteration

1. 初期化: $f^{(0)} \leftarrow f^k$ とし, $f^{(0)} \mapsto \mathbf{W}^{(0)} = (n, (nu), T)$ を計算する.
2. for $z = 0, 1, \ldots, N_{\max} - 1$:
   (a) $f^{(z)} \mapsto \mathbf{W}^{(z)} = (n, (nu), T)$ を計算し, $\tau^{(z)}, f_M^{(z)}$ を構成する.
   (b) $\{A_j(\mathbf{W}^{(z)}), \mathbf{b}_j(\mathbf{W}^{(z)})\}$ を組み立て, $A_j f_{\cdot,j}^{(z+1)} = \mathbf{b}_j$（速度ごとの三重対角）を batched GTSV で解き, $f^{(z+1)}$ を得る.
   (c) $f^{(z+1)} \mapsto \mathbf{W}^{(z+1)}$ を計算し, 収束条件 (6) を満たせば停止する.
3. $f^{k+1} \leftarrow f^{(z+1)}$.

3. MIWS-Net: Macro Informed Warm Start Neural Network

MIWS-Net は, BGK 方程式の非線形性が巨視量に依存する点に着目し, ピカール反復の初期値を ‘‘巨視量空間’’ で直接改善するための Warm-Start 予測子モデルである. 具体的には, セルごとの入力として $\mathbf{W}^k = (n^k, (nu)^k, T^k)$ とスカラー条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$ を与え, 出力として $\Delta\mathbf{W}$（次時刻に向けた巨視量の更新量）を予測する. CNN により空間局所構造（衝撃波近傍の勾配・局在）を捉え, ResNet により安定な残差学習として $\Delta\mathbf{W}$ を学習することで, 平坦領域での不要な摂動を抑えつつ, 支配的な非線形モードを先に潰すことを狙う. 推論は時間ステップごとに 1 回であり, 分布関数が物理次元と速度次元を持つことに比べて, MIWS-Net は物理次元のみの推論であるので計算コストは通常線形ソルバが支配的となるよう設計可能である. そして, 推論によって得られた $\Delta\mathbf{W}$ に基づいてピカール反復の初期値を与え, 既存解法のフローのまま反復削減を行えることが特徴である (Algorithm2).

Algorithm 2 MIWS-Net warm-start for fully implicit BGK step

1. 入力: $\mathbf{W}^k$ と条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$.
2. 推論: $\Delta\mathbf{W} \leftarrow \text{MIWS-Net}(\mathbf{W}^k; \Delta t, \bar{\tau})$.
3. warm-start 巨視量: $\mathbf{W}^{(0)} \leftarrow \mathbf{W}^k + \Delta\mathbf{W}$.
4. warm-start 初期分布: $f^{(0)} \leftarrow f_M(\mathbf{W}^{(0)})$ として初期値を構成する.
5. 以降の Picard 反復は Algorithm1 と同一とする.

4. 性能評価と結果

一次元 Sod shock tube 問題を, 空間分割数 $n_x = 1024$, 速度空間分割数 $n_v = 256$, 時間刻み幅 $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$, ステップ数 $100 steps$, 緩和時間パラメータ $\bar{\tau} = 5 \times 10^{-7}$ の条件で数値計算し, 性能評価結果を Table.1 および Fig.1 に示す. ここで, ‘‘Base’’ は Algorithm1 , ‘‘Warm-Start’’ は Algorithm2 の結果を表す.

Table.1 は, Picard 収束許容値 tol を変化させた場合の総反復回数 iters_b（Base）, iters_w（Warm-Start）と, その比 $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$ を示す. tol = 10^{-6} において $\text{sp}_{it} = 3.33$ が得られ, Warm-Start により反復回数が大きく削減されることが確認できる.

Fig.1（左軸）は 1 ステップ当たり平均計算時間を示し, 反復回数の削減に対応して Walltime も同程度の倍率で短縮されており, 本設定では MIWS-Net の推論コストは Picard 反復計算に比べ十分小さいことが分かる. また Fig.1（右軸）は, Base の tol = 10^{-8} を参照解として最終ステップにおける巨視量の差の L_∞ ノルムを示す. Warm-Start は tol = 10^{-6} 程度まで参照解に対して同程度, あるいはそれ以下の誤差に収束しており, 反復削減と精度の両立が確認できる. なお Walltime の計測は NVIDIA A30 GPU 上で行った.

Table 1 Total Picard iterations (Base and Warm start). Here $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$.

tol	iters_b	iters_w	sp_{it}
10^{-4}	150493	113602	1.32
10^{-5}	347869	133962	2.60
10^{-6}	504556	151724	3.33
10^{-7}	586876	184022	3.19
10^{-8}	609104	225637	2.70

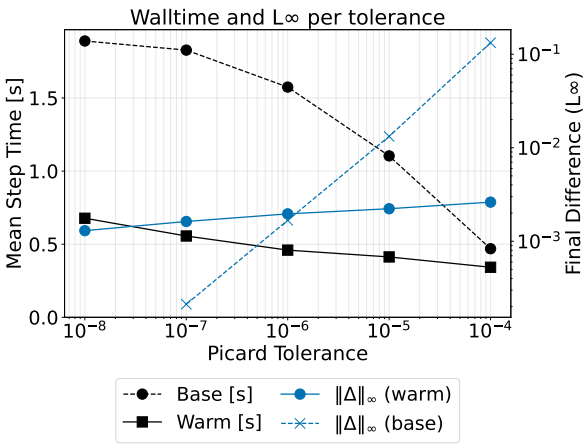


Fig. 1 Mean step time (Base and Warm start) per Picard tolerance and final L_∞ differences.

5. kineticEQ

本研究で開発したソルバは kineticEQ としてパッケージ化している. kineticEQ は, 主に運動論方程式を対象とした GPU ソルバであり, Python/ PyTorch を基盤として C++/CUDA 拡張により計算コアを実装している. 詳細は講演時に説明する.

謝辞：本研究は JSPS 科研費 25K07246 の助成および学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（JHPCN）の支援 (課題番号 jh250073) を受けた.

参考文献

1) 曾根良夫, 青木一生著: 分子気体力学 (朝倉書店, 1994).
2) W. T. Taitano, *et. al.*: Moment-Based Acceleration for Neutral Gas Kinetics with BGK Collision Operator, J. Comput. Theor. Trans., **43**, (2014).
3) S. Jin: Efficient asymptotic-preserving (AP) schemes for some multiscale kinetic equations, SIAM J. Sci. Comput., **21** (1999).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

陽的感度とエネルギー密度関数内挿による 高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

Computationally Efficient and Extensible Elastoplastic Topology Optimization Using Explicit Sensitivity and Energy Density Function Interpolation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

奈良 峻輔（名大）　西口 浩司（名大）　加藤 準治（名大）
Shunsuke NARA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: nara.shunsuke.w9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

We propose a computationally efficient and extensible elastoplastic topology optimization framework. In path-dependent problems, conventional Adjoint Variable Methods (AVM) lead to excessive memory and computational costs, in addition to the complex derivation of constitutive law sensitivities hinders implementation. We address these challenges by integrating explicit sensitivity analysis (Kato et al., 2015) and energy density function interpolation (Han et al., 2026) to eliminate history storage and constitutive law differentiation. Numerical examples demonstrate significant memory and time savings over AVM, and high extensibility via multi-material design combining von Mises and Drucker-Prager criteria.

1. はじめに

弾塑性体に代表される経路依存性を有する問題のトポロジー最適化では，感度解析における実装の複雑さと計算コスト，およびメモリ消費量が課題となっている．感度の導出にあたっては，複数の方程式からなる構成則を微分する必要があり，材料モデルの高度化につれてそのプロセスは複雑化する．また，一般に用いられる随伴変数法は，構造解析とは逆の荷重ステップ方向への随伴方程式の求解と全ステップの状態変数の保存を必要とし，大規模解析への適用が困難であった．

メモリ消費量の課題に対し，Kato et al. (2015)[1] によって提案された陽的感度解析手法が有効である．本手法は，構造解析と同一の方向で感度計算を完結させることが可能であり，随伴変数法による逆解析や履歴保存を回避できる．しかし，材料モデルごとに煩雑な微分の導出と実装が必要であり，モデルの高度化に伴う拡張性が制限されていた．

一方で，材料モデルの高度化に伴う課題に対しては，Han et al. (2026)[2] がエネルギー密度関数の内挿を提案している．これは，構成則の設計変数微分の導出を不要とする実装上の利点を有する．しかし，同手法は随伴変数法の枠組みで適用されているため，メモリ消費量の問題は依然として未解決のままである．

そこで，本研究では Kato et al. (2015)[1] の陽的感度解析手法と Han et al. (2026)[2] の内挿概念を統合した，新たな感度解析手法を提案する．これにより，高度な非線形材料モデルに対しても容易に拡張可能であり，かつ計算資源の制約を受けにくい実用的なトポロジー最適化が実現される．

本報では，エネルギー吸収性能最大化に対する本手法の定式化を示し，数値計算例を通じてその有効性を検証する．まず，提案手法のメモリ消費量の随伴変数法に対する優位性を証明する．さらに，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準に基づく複数材料を用いた最適化計算例を提示し，構成則が混在する複雑な問題においても力学的に合理的な解が得られることを実証する．

2. 最適化問題

本研究では，密度法に基づく 2 相材料のトポロジー最適化を定式化する．設計変数は各有限要素における材料 2 の体積率 s_j であり，$s_j = 0 \in [0,1]$ が材料 1，$s_j = 1$ が材料 2 に対応する．目的関数 $f(\boldsymbol{s})$ は構造の吸収するエネルギーの最大化とし，制約条件 $g(\boldsymbol{s})$ として構造全体の材料 2 の体積上限 $\hat{V}$ を設ける．

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{s}) = -\int_\Omega \int_{\hat{\varepsilon}} \boldsymbol{\sigma} : \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}\, \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad g(\boldsymbol{s}) = \int_\Omega s_j \,\mathrm{d}\Omega - \hat{V} \le 0 \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{s} = \{s_1, \ldots, s_N\}^T$ は設計変数ベクトル，Ω は設計領域，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力，$\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみ増分，$\hat{\varepsilon}$ は与える変位に対応するひずみである．

従来の密度法では材料定数を内挿するが，本研究では Han et al. (2026)[2] に倣い，エネルギー密度関数 Ψ (Energy Density function, EDF) の内挿概念を導入する．Han らは DMO に基づく内挿関数を適用したが，本研究では SIMP 法に基づく以下の内挿関数を用いる．

$$\Psi = (1 - s_j^p)\Psi^{(1)} + s_j^p \Psi^{(2)} \tag{3}$$

ここで，$\Psi^{(1)}$，$\Psi^{(2)}$ はそれぞれ材料 1，2 のエネルギー密度関数，p はペナルティである．常に $\Psi^{(1)} \le \Psi^{(2)}$ が成立するものとする．式 (3) をひずみで微分することで，以下の応力内挿式が得られる．

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - s_j^p)\boldsymbol{\sigma}^{(1)} + s_j^p \boldsymbol{\sigma}^{(2)} \tag{4}$$

3. 感度解析手法

感度解析手法として，Kato et al. (2015)[1] に基づく手法を採用する．同手法では，荷重が変位制御点のみに作用するという条件のもとで，仮想仕事式によって陰的微分項を相殺する．これにより，目的関数感度 $\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s})$ は次式のように陽に導出される．

$$\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s}) = \sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \nabla_{s_j} f_n(\boldsymbol{s}) = -\sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \int_\Omega \nabla^*_{s_j} \boldsymbol{\sigma}_n : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n \,\mathrm{d}\Omega \tag{5}$$

ここで，$\nabla^*_{s_j}$ は現在の変位（ひずみ）を固定した条件付き

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微分を表す．式 (4) より，本定式化における応力感度 $\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n$ は容易に得られる．

$$\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n = p s_j^{p-1}(\boldsymbol{\sigma}_n^{(2)} - \boldsymbol{\sigma}_n^{(1)}) \tag{6}$$

本手法により，弾塑性解析のような経路依存問題においても，複雑な構成則の微分や随伴方程式を必要とせず，各相の応力差のみによる効率的な感度の算出が可能となる．

4. 計算効率の検証

本節では，提案手法の計算効率を随伴変数法[3] との比較により検証する．ここでは，1,250 要素の片持ち梁に対し，荷重ステップ数を 25, 50, 100 と変化させた際の初期 3 ステップの平均計算時間および平均最大メモリ消費量を計測した．なお，材料定数（弾性係数 E，ポアソン比 ν，初期降伏応力 σ_{Y}，弾塑性接線係数 E^{ep}）は Table 1 に準拠する．

検証結果を Fig. 1 に示す．最大メモリ消費量については，随伴変数法は履歴変数の保存に起因してステップ数に対し線形に増大する．対して提案手法は，ステップ数に依存せずほぼ一定の値を維持しており，経路依存性に伴うメモリ制約を根本的に解消していることが確認できる．また，計算時間においても，提案手法は随伴変数法より増加率が小さい．これは，随伴変数法が各ステップでグローバルな随伴方程式の求解を要するのに対し，提案手法は各積分点における局所的な感度更新のみで完結するためである．以上より，大規模かつ多ステップの解析において，提案手法が計算資源の観点で顕著な優位性を有すると実証された．

5. 拡張性の検証

本節では，提案手法の拡張性を示すため，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準が混在する複数材料設計への適用例を示す．ここでは，材料 1 に Drucker-Prager 則，材料 2 に von Mises 則を適用したトポロジー最適化を行った (Fig. 2(b))．比較として，両材料ともに von Mises 則に従う従来の材料内挿に基づく定式化[1] による結果も併記する (Fig. 2(a))．なお，材料定数は前節と同様である．

最適化結果を見ると，Fig. 2(b) は (a) と比較して，材料 2

Table 1 Material parameters.

	Material 1	Material 2
E[MPa]	30,000	210,000
ν	0.3	0.3
σ_{Y}[MPa]	30	300
E^{ep}[MPa]	500	2,000

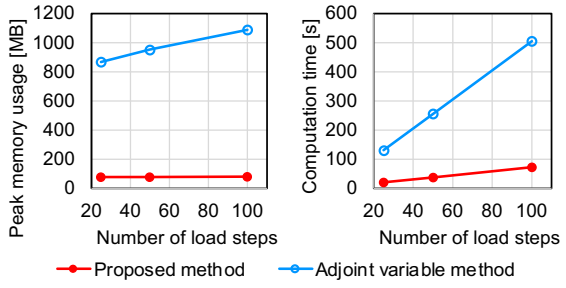


Fig. 1 Verification of computational costs, left: peak memory usage, right: computation time (Avg. of 3 runs; Intel Xeon Gold 6326 2.90GHz, 8 threads).

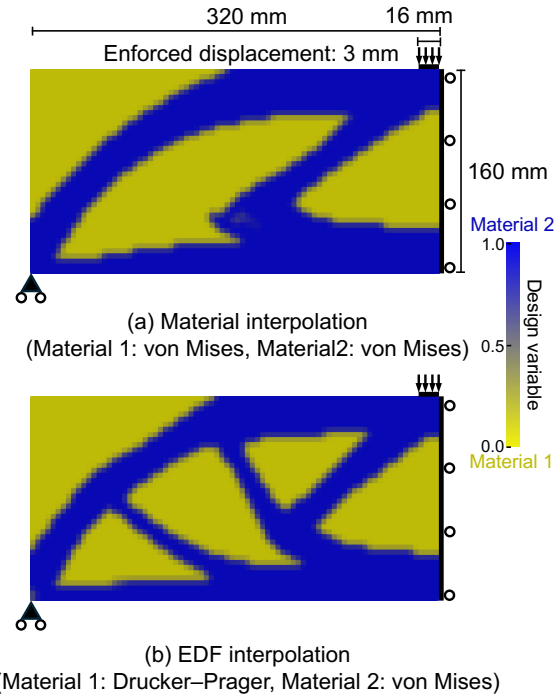


Fig. 2 Optimization results, (a) conventional material interpolation scheme, (b) proposed EDF interpolation method.

の領域が多岐に分岐した構造となった．これは，(b) の材料 1 が Drucker-Prager 則に従い引張強度が低くなるため，引張領域において高い強度を有する材料 2（von Mises）を分散配置し，構造全体の靭性を確保しようとした結果である．

また，目的関数値は (b) が -2.86×10^4 となった．一方，(a) で得られた最適構造に対し，(b) と同一の構成則を用いて再解析を行ったところ，その値は -2.45×10^4 にとどまった．すなわち，(b) の方がより高いエネルギー吸収性能を有している．これは，提案手法が各材料の力学的特性を適切に反映し，複合的な材料モデルに対してより合理的な最適解を導出できたことを示唆している．

6. まとめ

本研究では，計算効率と拡張性を兼ね備えた弾塑性トポロジー最適化手法を構築した．随伴変数法に対するメモリ・計算時間の著しい削減効果を実証するとともに，von Mises と Drucker-Prager 則の混在設計を通じ，複雑な構成則への高い適用性を示した．

参考文献

1) J. Kato, H. Hoshiba, S. Takase, K. Terada and T. Kyoya: Analytical sensitivity in topology optimization for elastoplastic composites, Struct. Multidisc. Optim., 52, pp. 507-526, 2015.
2) J. Han, K. Izui and S. Nishiwaki: Extended discrete material optimization: A generalized framework for multi-material topology optimization of nonlinear material constitutive models, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 451, 118682, 2026.
3) R. Alberdi, G. Zhang, L. Li and K. Khandelwal: A unified framework for nonlinear path-dependent sensitivity analysis in topology optimization, Int J Numer Methods Eng., 115, pp. 1-56, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証 （シンポジウム講演概要）

Comparative Verification of Mechanical Properties in Topology-Optimized Structures Based on Ogden Model and Small Deformation Theory (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

島田　知明（名古屋大・工）　奥田　裕也（ヤマハ発動機株式会社）
西口　浩司（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）
Tomoaki SHIMADA, Nagoya University
Yuya OKUDA, Yamaha Motor Co., Ltd.
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In structural design assuming rubber materials, topology optimization based on small deformation theory is often applied in practical or initial design stages due to its low computational cost and ease of implementation. However, it is not guaranteed that such design solutions can perform their intended functions under actual large deformation environments, raising concerns about potential structural failure. In this study, we constructed a finite deformation topology optimization framework using the Ogden model and compared the obtained optimal structures with solutions derived from small deformation theory. Numerical experiments involving large compressive deformation revealed that the solutions based on small deformation theory exhibited significant unstable behavior as geometric nonlinearity increased, failing to support the prescribed load. These results quantitatively demonstrate the indispensability of finite deformation theory in the design of rubber materials.

1. はじめに

ゴム材料を前提とした構造設計において，計算コストや実装の容易さから，実務あるいは初期検討段階において微小変形理論に基づくトポロジー最適化[1]が適用されることが多い．しかし，その設計解が実際の大変形環境下で意図した機能を発揮できるかは保証されず，構造的な不具合を招く懸念がある．特に，防振ゴムや免震積層ゴムのような大変形を前提とする部材では，幾何学的非線形性が支配的となり，微小変形理論に基づく設計解は致命的な機能不全に陥るリスクが高い．本研究では，Ogden により提唱された超弾性モデル[2]を用いた有限変形トポロジー最適化フレームワークを構築し，得られた最適構造を微小変形理論による解と比較する．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示す．

2. 微圧縮性 Ogden model の定式化

有限要素法における数値的不安定性や体積ロッキングを回避するため，本研究ではひずみエネルギー密度関数 Ψ を，偏差項 Ψ_{dev} と体積項 Ψ_{vol} の和として記述する微圧縮性 Ogden モデル[2]を採用する．任意の項数 N を持つ偏差項 Ψ_{dev} は主伸張比 λ_i を用いて次式で定義される．

$$\Psi_{dev} = \sum_{m=1}^{N} \left[\frac{\mu_m}{\alpha_m} (\lambda_1^{\alpha_m} + \lambda_2^{\alpha_m} + \lambda_3^{\alpha_m} - 3) - \mu_m \ln J \right] \quad (1)$$

ここで，J は体積変化率（ヤコビアン），μ_m, α_m は材料定数である．一方，体積項 Ψ_{vol} はペナルティ関数として以下の形式を採用する．

$$\Psi_{vol} = \frac{1}{2}\kappa(J-1)^2 \quad (2)$$

ここで，κ は体積弾性率である．初期せん断弾性係数 μ_0 を $\mu_0 = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N} \mu_m \alpha_m$ とすると，κ は $\kappa = \frac{2\mu_0(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ （あるいは単に $\kappa = 50\mu_0$ などの設定値）で与えられる．

3. 設計変数とエネルギー補間スキームによる安定化

設計変数として，各要素 e に要素密度 $s_e \in [s_{min}, 1]$ を割り当てる（本実装では $s_{min} = 10^{-3}$ とする）．中間密度の補間には SIMP 法[3]を用い，低密度要素の安定化には Wang ら[4]のエネルギー補間スキームを Ogden モデルへと拡張して導入した．本手法は，低密度領域の構成則を，数値的に不安定な超弾性モデルから，幾何学的非線形性を伴わない線形弾性モデルへと滑らかに置換することで計算の安定化を図るものである．具体的には，要素 e における補間されたひずみエネルギー密度関数 $\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e)$ を次式で定義する．

$$\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e) = (s_e)^p \left[\Psi_{\mathrm{NL}}(\gamma_e \boldsymbol{u}_e) + (1-\gamma_e^2)\Psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{u}_e) \right] \quad (3)$$

ここで，$\boldsymbol{u}_e$ は要素 e の節点変位ベクトル，$(s_e)^p$ は SIMP 法に基づくペナルティ項，p は SIMP 法に基づくペナルティ係数（通常 $p \geq 3$），Ψ_{NL} は Ogden モデル等の非線形ひずみエネルギー密度関数である．また，Ψ_{L} は微小ひずみ理論に基づく線形弾性エネルギー密度関数である．補間係数 γ_e には，密度 ρ_e に依存する平滑化ヘヴィサイド関数[4]を用いた．

4. 最適化問題の設定

本研究では，所定の強制変位（変位制御）条件下における外力仕事最大化を行う．最適化問題は，物理密度 $\boldsymbol{\rho}$ に依存する全ひずみエネルギーの負値を目的関数とし，以下のように定式化される．

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{s}}{\text{minimize}} \quad & J(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{s}), \boldsymbol{u}) = -\Pi_{int} = -\sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} \tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, \rho_e) d\Omega_e \\ \text{subject to} \quad & \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{f}_{int}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) - \boldsymbol{f}_{ext} = \boldsymbol{0} \\ & g(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_{e=1}^{N_{el}} v_e \rho_e}{V_0} - \bar{V} \leq 0 \\ & 0 < s_{min} \leq s_e \leq 1 \quad (e = 1, \ldots, N_{el}) \end{aligned} \quad (4)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Parameters of Ogden model

m	1	2	3
α_m	2.0	4.0	7.0
μ_m (MPa)	1.611	0.4	0.077

ここで，Π_{int} は構造全体のひずみエネルギー，$\tilde{\Psi}_e$ は式 (3) により定義された要素ひずみエネルギー密度関数である．制約条件式の $\boldsymbol{R}$ は力のつり合い式，$\boldsymbol{f}_{int}$ は内力ベクトル，$\boldsymbol{f}_{ext}$ は外力ベクトルである．$g(\boldsymbol{\rho})$ は物理密度に基づく体積制約であり，$\bar{V}$ は許容体積率を表す．最適化アルゴリズムは MMA[5] を用いる．

5.　数値計算例

本検証では，微小変形理論（線形弾性）と Ogden モデルを用いたそれぞれの最適化構造，変形図および荷重変位曲線を比較する．設計領域は 100×40 mm の長方形とし，これを 100×40 要素で離散化した片持ち梁モデルを用いた．最適化時の強制変位量は，線形弾性体では微小変形（0.01 mm），Ogden モデルでは大変形（20.0 mm）を想定した．3 項 Ogden モデル ($N = 3$) のパラメータは Table 1 の値を用い，比較対象の線形弾性体の材料定数は，Ogden モデルの初期接線剛性と一致させた（$E = 8.0$ MPa，$\nu = 0.49$）．体積制約は設計領域の 50% とし，空隙領域の剛性は固体相の 10^{-3} 倍に設定した．

最適化された構造を Fig.1 に示す．線形弾性体では，領域の上下で線対称かつ細長いトラス状の部材が支配的な構造が得られた．一方，Ogden モデルでは，応力集中を緩和するような滑らかなトポロジーが得られた．特に，大変形時に引張・圧縮が著しい箇所に部材が厚く配置される傾向が見られた．Fig.2 に，得られた最適構造に対して鉛直下向きに 20.0mm の強制変位を与えた変形図を，Fig.3 に荷重変位曲線を示す．線形理論に基づく最適解は，変位 5.0mm 付近で部材の局所的な座屈が生じ，急激な剛性低下を示した．これは構造全体がトラス的な軸力支持から，曲げ主体の不安定挙動へ移行したことに起因する．これに対し Ogden モデルによる最適解は，大変形域まで安定して荷重を支持し，高いエネルギー吸収性能を示した．これは，Ogden モデルが伸張に伴う急激な剛性化（ひずみ硬化）を表現できるため，局所的な変形集中が抑制され，部材全体で荷重を分担するメカニズムが働いたと考えられる．微小変形を仮定する最適化では，幾何学的剛性の低下や回転モードの発生を予測できず，大変形環境下では所定の耐荷力を発揮できない危険性があることが実証された．

6.　まとめ

本研究では Ogden 超弾性モデルを用いたトポロジー最適化によって得られた最適構造を，微小変形理論による解と比較した．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示した．

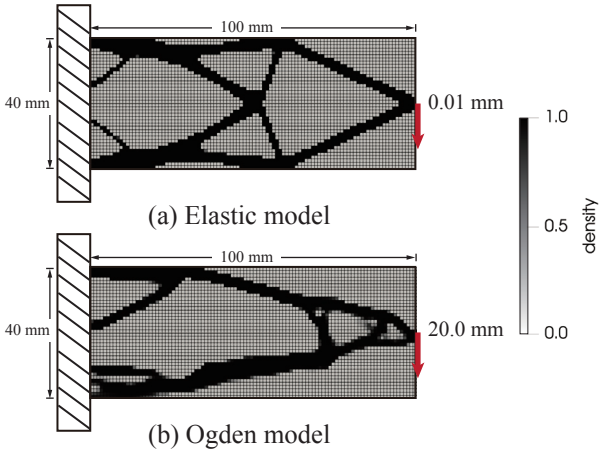


Fig. 1　Optimized structures

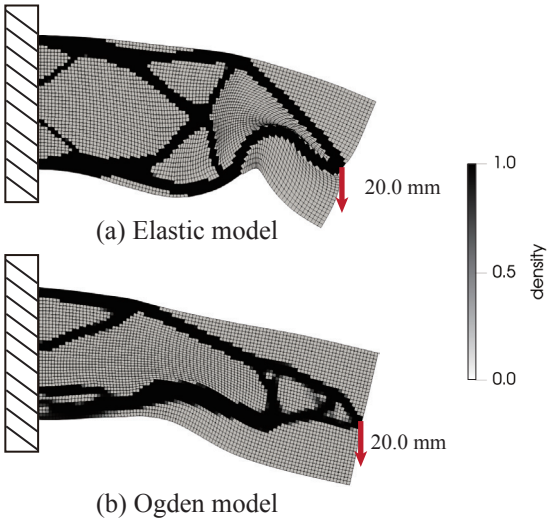


Fig. 2　Deformed structures

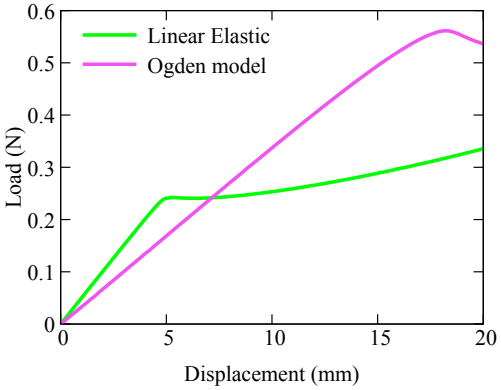


Fig. 3　Load-Displacement curves

参考文献

1) M. P. Bendsøe, N. Kikuchi: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, No.2, pp.197-224, 1988.
2) R. W. Ogden: Proc. Roy. Soc. Lond. A, 326, 565, 1972.
3) M.P. Bendsøe, O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization, Archive of Applied Mechanics, 69, pp. 635-654, 1999.
4) F. Wang, B. S. Lazarov, O. Sigmund, J. S. Jensen: Interpolation scheme for fictious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.276, pp.453-472, 2014.
5) K. Svanberg: The method of moving asymptotes a new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, pp.359-373, 1987.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Stable Diffusion を用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Text-Driven Topology Optimization Using Stable Diffusion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野村　璃歩（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Riho NOMURA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: riho.nomura.8i@stu.hosei.ac.jp

This study explores text-driven topology optimization using Stable Diffusion and ControlNet to balance mechanical constraints with design intent. Using SIMP-generated images for training, we evaluated the model's performance across various resolutions. Results indicate that low-resolution outputs prioritize adherence to mechanical conditions, while high-resolution outputs enhance stylistic control via text prompts. This demonstrates that resolution is a critical factor influencing the trade-off between structural integrity and aesthetic integration. This framework offers a novel approach to integrating generative AI into structural engineering and design.

１．はじめに

近年，企画・構想段階で多様な案を短時間に生成し，要件に応じて探索・比較・選択する，生成デザインが注目されている．土木・建築では剛性などの力学性能に加え，外観・景観に関する，例えば「造形的美しさ」や「周辺環境との視覚的な調和」といった，定性的価値も同時に扱う必要がある．しかし，SIMP 法等のトポロジー最適化は FEM 解析を伴う反復計算のため，条件変更のたびに再計算が必要で設計探索に不向きである．学習ベースの代替モデルやテキスト制御の研究は進む一方，力学条件と意匠指示を同時に条件付けした場合の整理が不足している．

そこで，本研究では Stable Diffusion と ControlNet[1]を用い，境界条件画像とプロンプトを同時入力して最適化結果を拘束生成する枠組みの基礎的な検証を試みる．具体的には，再現性・条件追従性・未学習体積率への汎化と，解像度が条件拘束とプロンプト反映のバランスに与える影響を評価することを試みる．

２．トポロジー最適化と潜在拡散モデルの概要

(1) トポロジー最適化

トポロジー最適化は指定した固定設計領域内で，要求される性能を持つ構造を探索する材料分布問題であり，外形および形態ともに自由度の高い手法である．SIMP 法では，設計領域を要素分割し，各要素に密度を設計変数として材料分布を表現する．境界条件と設計パラメータから，力学的に合理的な密度分布を得る手法である．

(2) 潜在拡散モデル

本研究では，Stable Diffusion とその拡張機能である ControlNet を用いて検証を行う．Stable Diffusion はプロンプトから画像を生成するモデルで，潜在拡散モデル LDM[2]を用いる．LDM はノイズを加える拡散過程と，それを除去して復元する逆拡散過程を反復して学習を行う．Stable Diffusion では，プロンプトのみで境界条件の空間的配置を指定することが難しいため，ControlNet により境界条件を示す条件画像を入力可能にし，より精度の高い条件付けを行った．本検証では，Fig.1 に示すように，正解画像をトポロジー最適化結果，プロンプトを境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語の短文，条件画像を固定点・載荷点を示す図として同時に与える．

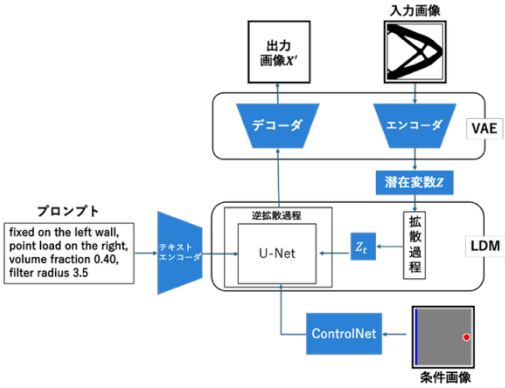


Fig. 1 Model Architecture of Stable Diffusion and ControlNet

３．検証概要

1)　学習データ生成：SIMP 法で左端固定および右端固定の片持ち梁と単純梁のトポロジー最適化を多数実行し，収束した密度分布を正解画像として作成した．Fig. 2 に示すように，固定点･載荷点は灰色背景に描画して条件画像とし，境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語短文をプロンプトとして付与した．

2)　生成モデル学習：Stable Diffusion に ControlNet を追加し，トポロジー最適化結果画像を条件画像とプロンプトから生成するよう，ControlNet 部分のみ追加学習した．

3)　評価観点：128 × 128解像度を用いて，学習データ再現性および条件追従性と未学習体積率への汎化を確認する．512 × 512解像度では，数値条件の追従に加え，意匠プロンプト・ネガティブプロンプト・プロンプト強度操作に伴う形態変化と，条件拘束とのトレードオフを整理する．

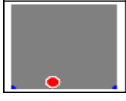
条件画像	正解画像	プロンプト
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the left wall, point load on the right, volume fraction 0.32, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the right wall, point load on the left, volume fraction 0.43, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,supported at both bottom ends, point load at lower center, volume fraction 0.05, filter radius 4.0

Fig. 2 Overview of the Training Dataset

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．検証結果

本検証では，128 × 128解像度を用いて，境界条件および数値条件に対するサロゲート性を確認し，512 × 512解像度では意匠テキストによる多様性と条件拘束の関係を検証した．

(1) 学習データ再現性および汎化性能の検証

128 × 128解像度では，Fig. 3 に示すように，学習時と同じ条件を与えると，生成結果は，固定点および載荷点の配置に概ね一致し，条件付きで学習分布を再現できた．また，Fig. 4 の上段に示す体積率の増加に伴う材料量の増大傾向，および同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化など，数値指示に沿った形態傾向が確認された．さらに，Fig. 5 に示すように，載荷点位置の変更に応じて主部材の向きが変化し，条件画像への追従も概ね成立した．一方，体積率の一部区間を除外して学習した場合，Fig.6 に示す通り，内挿は連続的に補完できたが，学習範囲外の外挿では指示と一致しない結果が生じ，汎化に限界があることが確認された．

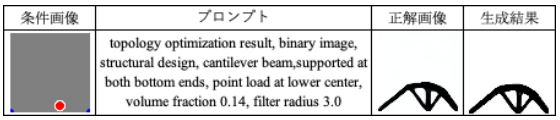


Fig. 3 Reproducibility of the Training Data

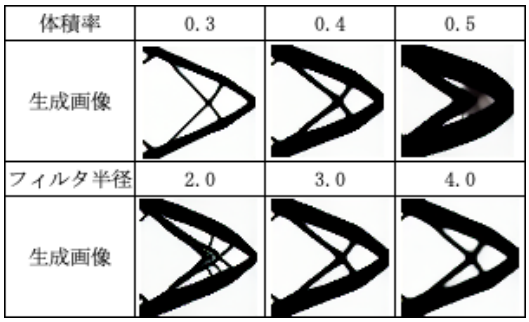


Fig. 4 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

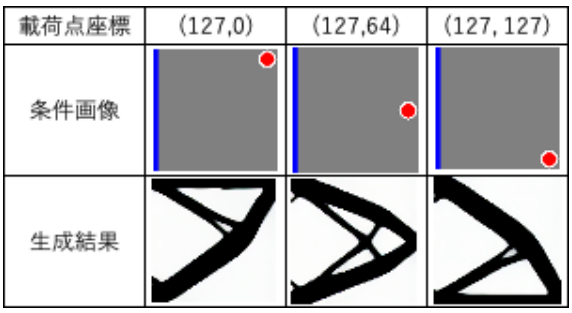


Fig. 5 Compliance with Load Position Changes

(2) テキスト条件に基づくデザイン生成例と解像度の影響

512 × 512解像度では，Fig. 6 の上段に示すように，体積率$f = 0.3$~0.5の範囲で変化させても形態差は小さく，数値条件の反映は限定的であった．一方，同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化や載荷点移動に伴う主構造の向き変化は確認されたが，追従が弱い例も見られた．さらに，Fig. 7 に示すように意匠語彙を追加すると，同一境界条件でも分岐の細密化や太線化など表現様式が変化し，ネガティブプロンプトの差異のみでも出力が変化した．加えて，Fig. 8 に示す通り，対象語彙の重みおよびプロンプト強度による影響度の調整も可能であることが可能であった．ただし，強度を高めるほど境界条件や数値パラメータへの追従が弱まる傾向も確認された．

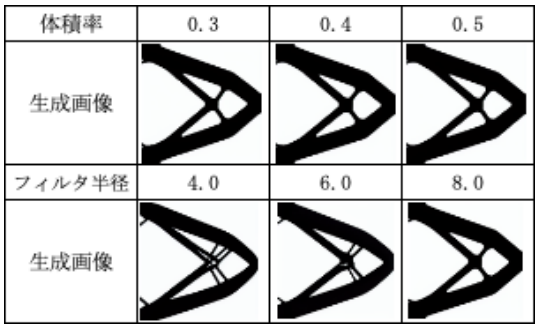


Fig. 6 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

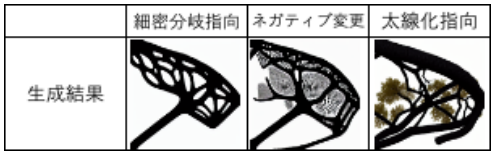


Fig. 7 Comparison of Generated Morphologies under Different Prompts

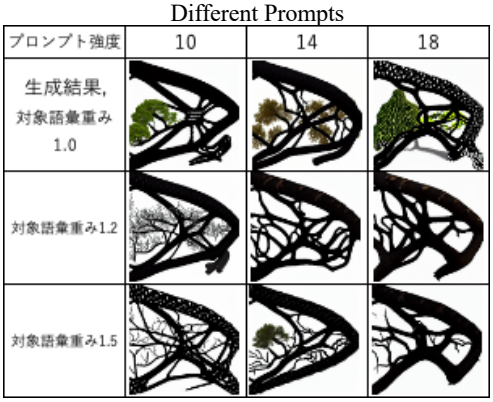


Fig. 8 Effect of Keyword Conditioning Weight and Prompt Strength on Generated Morphology

５．結論

本研究では，Stable Diffusion および ControlNet により，境界条件画像とプロンプトを同時入力してトポロジー最適化画像を生成する枠組みの検証を行った．本研究で用いた128 × 128解像度では，学習データの再現と載荷点追従が概ね成立し，体積率・フィルタ半径の変化に応じた形態傾向も得られた．一方，未学習体積率では内挿は連続的だが外挿では不一致が生じ，汎化に限界がある．また，512 × 512解像度ではフィルタリング半径や載荷点には一定の追従が見られ，さらに意匠語彙や強度操作により形態変化が可能であるが，強度を高めると条件拘束が弱まる傾向が確認された．

参考文献

1) Lvmin Zhang, Anyi Rao, Maneesh Agrawala : Adding Conditional Control toText-to-Image Diffusion Models , arXiv:2302.05543v3, 2023.
2) Robin Rombach, Andreas Blattman, Dominik Lorenz, Patrick Esser, Bjorn Ommer : High-Resolution Image Synthesis with Latent Diffusion Models, CVPR 2022 , arXiv:2112.10752, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Topology Optimization Using Quantum Hamiltonian Descent (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

片野　桃香（法政大・デザイン工）　遠藤　克浩（産業技術総合研究所）　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Momoka KATANO, Hosei University
Katsuhiro ENDO, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp

Topology optimization problems often get trapped in local optima and are computationally expensive, making it difficult to obtain a global optimum at practical scales. One potential method to resolve this tradeoff is Quantum Hamiltonian Descent (QHD), derived by quantizing classical gradient descent, which is expected to run with high accuracy on fault-tolerant quantum computer (FTQC). In this study, we propose a quantum algorithm that uses QHD to solve topology optimization problems on FTQC. As a numerical experiment, we validate the proposed method using a simple two-dimensional truss structure and confirmed that an optimal solution can be obtained with appropriate hyperparameter settings.

１．はじめに

トポロジー最適化は，所与の設計領域内で力学的に最適な材料配置を探索する手法であり，構造の位相変化を許容するため高い設計自由度を有する．本質的に 0 と 1 の材料分布を求める組合せ最適化の性質を持つことや，複雑な制約条件が加わることにより，最適化問題は強い非凸性を示し局所最適解に陥りやすいという課題がある．さらに，滑らかで実用的な構造形態を精度良く表現するためには設計領域の高解像度な離散化が不可欠であり，それに伴い設計変数が膨大となる結果，実規模問題では計算負荷が著しく高くなるという課題がある．こうした課題を克服する計算基盤として，近年，誤り耐性汎用量子コンピュータ（FTQC）の実現に向けた研究が加速している．さらに，古典的な勾配降下法を量子化して導出される量子ハミルトニアン降下法（QHD）が提案されており，量子トンネル効果による大域的最適解への収束と，FTQC 上での実行を通じた量子加速の可能性が示されている [1]．本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を試みる．

２．理論

(1) トポロジー最適化

本研究では，コンプライアンス最小化を目的とするトポロジー最適化問題を，制約条件をペナルティ項として組み込んだ目的関数Jの最小化問題として定式化する [2]．

$$J(\boldsymbol{u},\boldsymbol{\rho}) = \lambda_C \boldsymbol{f}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{u} + \lambda_V \left(\frac{\sum_{k=1}^{n_\rho} V_k(\rho_k)}{V_0} - V_T\right)^2 + \lambda_S \|\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{u} - \boldsymbol{f}\|^2 + \lambda_\rho \sum_{k=1}^{n_\rho} \rho_k(1-\rho_k) \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{f}$は対象とする構造に作用する既知の節点荷重ベクトル，$\boldsymbol{u}$は節点変位ベクトルである．$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \ldots, \rho_{n_\rho})$は有限要素ごとの設計変数で，$0 \le \rho_k \le 1$とし，$\rho_k = 1$が材料，$\rho_k = 0$が空隙を表す．また，$n_\rho$は要素数，$V_0$は初期体積，$V_T$は体積制約値，$V_k(\rho_k)$は$k$番目の要素の体積である．$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})$は設計変数$\boldsymbol{\rho}$における有限要素モデルの全体剛性行列である．式(1)中の第 1 項はコンプライアンス，第 2 項は体積制約，第 3 項は釣合い条件，第 4 項は部材の設計変数に関する項を表す．λ_C，λ_V，λ_Sおよびλ_ρは各項の重みを表す重み係数である．

(2) Quantum Hamiltonian Descent (QHD)

QHD では最小化すべき目的関数$J(\boldsymbol{x})$を，時間依存するハミルトニアン$H(t)$のポテンシャル項として組み込む [1]．

$$H(t) = \alpha(t)\left(-\frac{1}{2}\nabla^2\right) + \beta(t)J(\boldsymbol{x}) \quad (2)$$

ここで，tは時間，$\boldsymbol{x}$は最適化問題の設計変数である．$\alpha(t)$は，$\alpha(t) > 0$の単調減少関数，$\beta(t)$は，$\beta(t) > 0$の単調増加関数である．式(2)の右辺，第 1 項は運動エネルギーを表す項であり，第 2 項がポテンシャルエネルギーを表す項である．以下のシュレディンガー方程式を十分に時間発展させることで，量子状態$\psi(\boldsymbol{x},t)$は低エネルギー付近に集中することが分かっている [1]．

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = H(t)\psi(\boldsymbol{x},t) \quad (3)$$

適切なスケジューリングの元で時間発展させることで，高い確率で目的関数$J(\boldsymbol{x})$のより良い解が得られる [1]．

３．量子アルゴリズム

式(3)の連続的な時間発展を量子回路で実装するため，トロッター分解を用いた時間離散化を行う．実際の計算では運動エネルギーとポテンシャルの各項に分割した次式を反復的に適用する [1]．

$$|\psi_{j+1}\rangle = \left[\exp\left(-is\alpha_j\left(-\frac{\nabla^2}{2}\right)\exp\left(-is\beta_j J\right)\right)\right]|\psi_j\rangle \quad (4)$$

ここで，sは，総計算時間Tと反復回数Rを用いて$s = T/R$とする．$j = 0, \ldots, R-1$として，$\alpha_j = \alpha(js)$, $\beta_j = \beta(js)$である．設計変数の離散化は参考文献 [3]を参照されたい．式(4)の右辺のポテンシャル部分は，位置基底において対角行列となるため，位相を与える操作で実装する．一方，運動エネルギー部分は，位置基底では非対角であるため，量子フーリエ変換 (QFT)を行い，フーリエ基底を用いて対角化して実装する．具体的な回路は Fig. 1 に示す．まず，全ての量子ビットに対してアダマールゲート H を適用し，初期状態$|\psi_0\rangle$を一様重ね合わせ状態にする．時間発展の各ステップで，ポテンシャル項$U_{pot}(\beta_j)$を適用後，$U_{kin}(\alpha_j)$を適用する．図の下部に示すように，$U_{kin}(\alpha_j)$は，QFT，対角行列$\boldsymbol{L}$，逆量子フーリエ変換(IQFT)の順に適用する．ここで$\boldsymbol{L}$は$-\nabla^2/2$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の固有値を対角成分に持つ行列である．

また，計算量解析を行った．合計でN_q個の量子ビットを使用すると，本手法のゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．

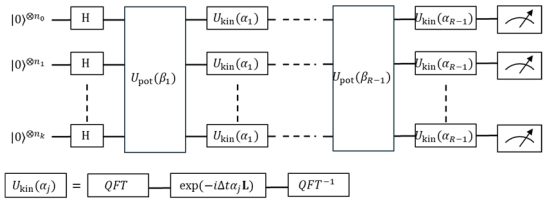


Fig. 1 Quantum circuit for QHD.

4．数値計算例

Fig. 2 に示す，最適解が既知である簡単な 4 節点 4 要素トラス構造に対して提案手法を用いてトポロジー最適化計算を実施した．最適解の出現確率はハイパーパラメータの選定，反復回数などの計算条件により変動する．本数値計算例では，適切な計算条件により，Fig. 3 に示す最適な構造に対応する解の出現確率を高められることを確認した．

重み係数には，λ_C，λ_V，λ_S，λ_ρがある．重み係数の設定が最適解の出現確率に与える影響について検証を行った．Leng et al.[1]の実験的なパラメータで関数$\alpha(t) = \frac{2}{s+t^3}$，$\beta(t) = 2t^3$，総計算時間$T$を10，反復回数$R$を$10^4$としていることを参考にした．$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$を固定し，$\lambda_\rho = 1,10,100$を比較した．$\lambda_\rho = 1$では，最適解が出現確率の上位 50 の中に観測されなかった．上位 50 の解の多くに設計変数$\boldsymbol{\rho}$が 0 または 1 に十分に収束していない解が存在した．$\lambda_\rho = 10$では，全探索空間の中で 2 番目に高い確率を持つ状態は最適解と一致したが，最適解の出現確率は 0.0108%であった．$\lambda_\rho = 100$では，全探索空間の中で最も高い確率をもつ状態は最適解と一致した．最適解の出現確率は 0.0561%であった．

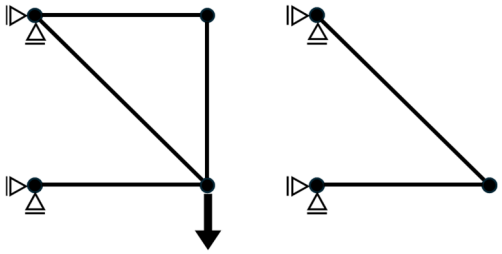


Fig. 2 Initial placement of truss structure.

Fig. 3 Optimal structure.

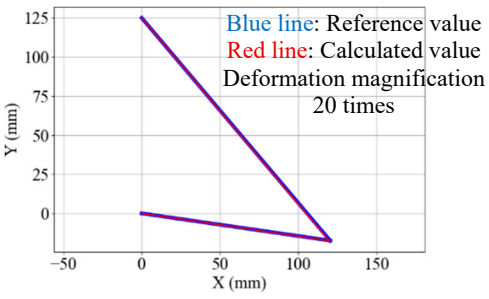


Fig. 4 Deformation diagram.

Fig. 5 および Fig. 6 に反復回数$R = 10^4$のときと$R = 10^5$のときの目的関数の期待値の推移を示す．重み係数は，$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$，$\lambda_\rho = 100$とした．いずれも収束挙動を示すが，$R = 10^5$はより低い期待値で収束した．最適解の出現確率において，$R = 10^4$のとき 0.0561%，$R = 10^5$のとき 54.6%であった．反復回数を増やすことで，最適解の出現確率が向上することを確認した．

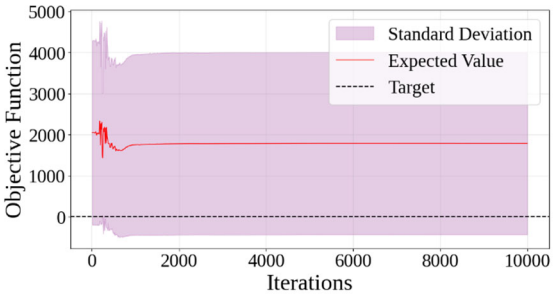


Fig. 5 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^4$).

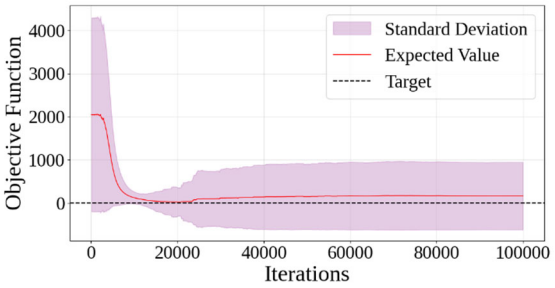


Fig. 6 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^5$).

5．結論

本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を構成し，ゲート複雑性評価および簡単なトラス問題による検証をした．提案したアルゴリズムのゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．また，適切な重み係数や反復回数などのハイパーパラメータ適切に設定することで最適解の出現確率を高められることが分かった．

今後は収束に必要なステップ数Rの量子ビット数に対してどのようにスケールするかについての数値実験を通じた検討が必要である．

参考文献

1) Jiaqi Leng, Ethan Hickman, Joseph Li, and Xiaodi Wu: Quantum Hamiltonian Descent, arXiv:2303.01471, https://arxiv.org/abs/2303.01471, 2023
2) 北里崚，芳賀琹，遠藤克浩，山本佳士：量子最適化アルゴリズムと HOBO 型定式化によるトポロジー最適化に関する基礎的研究， 計算工学講演会論文集，Vol. 30，2025
3) Francisco Chicano, Gabiel Luque, Zakaria Abdelmoiz Dahi, and Rodrigo Gil-Merino: Combinatorial Optimization with Quantum Computers, arXiv:2412.15778, https://arxiv.org/abs/2412.15778, 2024

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SfM による 3 次元再構成と熱収支解析を統合した RC 道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

Surface Temperature Estimation of RC Road Retaining Walls Integrating 3D Reconstruction by SfM and Heat Balance Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴野　一真（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Niigata University
E-mail: kazuma3267@gmail.com

Infrared thermography effectively detects subsurface damage in concrete structures, but surface temperature distribution is influenced by environmental conditions, thermal properties, and shadow effects. This study integrates passive infrared thermography with heat balance analysis and shadow simulation using three-dimensional mesh models from Structure from Motion photogrammetry. Applied to a west-facing road retaining wall, results showed shadow retreat from coping structure fundamentally governed thermal contrast development, with maximum temperature difference of 5.86°C at 16:00. Heat balance simulation predicted surface temperatures with Mean Absolute Error of 3.2-4.9°C, confirming effectiveness of rigorous analysis considering detailed geometry and shadow effects for structural assessment.

1．はじめに

パッシブ赤外線サーモグラフィは，コンクリート構造物の表層損傷検出において有効な非破壊検査手法である．実環境におけるコンクリート表面温度は，気象条件（日射量，気温，風速），コンクリート内部の熱伝導，表面特性（放射率）に代表される複数の要因によって決定される．構造物形状や周辺地形による影の影響は，表面に到達する日射量を大きく変化させるため，正確な表面温度予測には影の時空間分布を考慮した熱収支解析が不可欠である．従来の数値シミュレーション研究では，CAD ベースの簡略化された形状モデルが用いられてきたが，これらは実構造物の複雑な三次元形状，周辺地形，隣接構造物に挙げられる影効果に寄与する要素を適切に表現できない．道路擁壁のような供用構造物では，笠コンクリートや周辺地形による影が表面温度分布に支配的な影響を与えるため，これらの幾何学的特徴を高精度に再現することが重要である．

Structure from Motion（SfM）は，複数の画像から高精度な三次元点群およびメッシュモデルを生成可能であり，実構造物の詳細な幾何形状を取得できる．SfM により取得された三次元メッシュモデルを用いることで，太陽位置に対する構造物表面の向きと，周辺物体による遮蔽を考慮した影の時系列変化を再現することが可能となる．レイトレーシング手法（本研究では，Möller-Trumbore 交差判定アルゴリズム [1]）を適用することで，各時刻における各面への直達日射の有無を判定できる．

本研究では，SfM によって取得した高精度三次元メッシュモデルを用いた影シミュレーションと，一次元非定常熱伝導解析を統合した熱収支解析により，RC 道路擁壁の表面温度を予測する手法を開発する．この統合アプローチにより，実環境における複雑な影の影響を考慮した表面温度予測が可能となり，パッシブ赤外線サーモグラフィによる表層損傷検出の精度向上が期待される．

2．解析方法

SfM によって取得した三次元メッシュモデルを用いて影の影響シミュレーションと統合した熱収支解析により，コンクリート表面温度を計算する（Fig. 1）．影の影響に関しては，太陽位置に対する三次元メッシュの幾何学的解析を通じて，日射量に反映する影を再現する．コンクリート表面の熱収支は以下の式で表される [2]．

$$R_n = H + G \tag{1}$$

ここで，R_nは正味放射量（W/m²），Hは顕熱伝達（上向きを正，W/m²），Gは地中伝導熱（下向きを正，W/m²）である．正味放射量は，日射量の吸収と長波放射の収支によって決定される．顕熱伝達は，コンクリート表面と大気との間の温度差によって生じる対流熱伝達である．地中伝導熱は，熱伝導率，比熱，密度，時間，深さを含む熱伝導方程式を用いて計算される．影の検出には，Möller-Trumbore 交差アルゴリズムを用いたレイトレーシングを採用した．太陽と向き合っていると分類された面については，全てのメッシュ三角形に対して交差判定を実施する．

供用中の鉄筋コンクリート（RC）道路擁壁において，一連の測定を実施した．対象擁壁は 1973 年に建設され，擁壁表面の方位は西向きである．擁壁の上部は笠コンクリートで覆われている．損傷状態としては，表面欠陥や横方向のひび割れの存在が観察された．熱画像は，Zenmuse XT2 赤外線カメラを用いて取得した（FLIR 社）．仕様は，スペクトル範囲（7.3 μm～13.5 μm），視野角（32° × 26°），空間分解能（640 × 512）である．

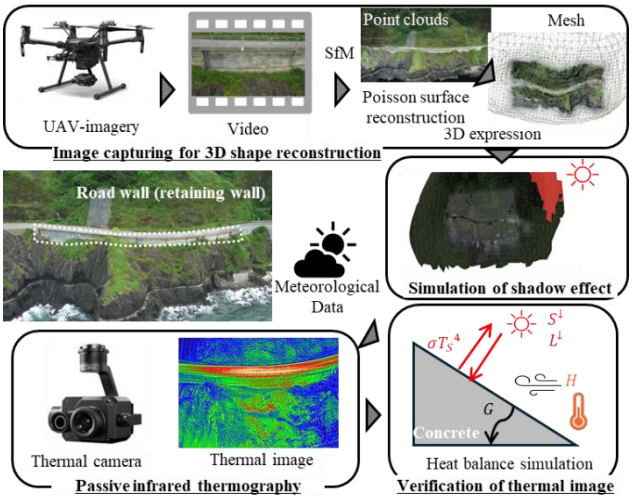


Fig. 1 Overview of this study for in-service RC road walls.

３．結果および考察

３．１　表面温度の時系列変化と影の影響

浮き部および無損傷部の表面温度を 8:00 から 16:00 まで測定した結果，両箇所間の温度差は笠コンクリートによる影の影響を受けていると考えられた．8:00 では両箇所とも約 14 度で温度差は 0.40 度であり，12:00 には影の影響により無損傷部が浮き部より高温を示し-0.96 度の温度差が示された．14:00 以降，笠コンクリートによる影が移動し，壁面が直達日射を受け始めると，浮き部の温度上昇が顕著となった．16:00 に最大温度差 5.86 度（浮き部 36.0 度，無損傷部 30.2 度）が検出され，ASTM 基準の最小検出閾値 0.5 度 [3]を大幅に上回った．この結果は浮き下の空気層による断熱効果が表面温度上昇を促すことを示唆していた．

３．２　SfM に基づく影シミュレーションの妥当性検証

SfM により取得した三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーション結果は，可視画像と高い一致を示した（Fig. 2）．Möller-Trumbore 交差アルゴリズムにより，笠コンクリートによる影の時系列変化を再現した．8:00 から 12:00 まで壁面は影に覆われ，14:00 より影が遷移を開始し，16:00 に完全な直達日射を受ける状態となった．この影の遷移過程が熱コントラストに影響を与えることが確認された．

３．３　熱収支解析による温度推定精度

影シミュレーション結果と気象データを統合した熱収支解析により，浮き部および無損傷部の表面温度変化を推定した．一次元非定常熱伝導解析により浮き下の空気層による断熱効果をモデル化し，測定値に対する平均絶対誤差（MAE）は 3.2 度～4.9 度であった（Fig. 3）．本解析は両箇所間の温度差の時間変化を適切に再現し，特に午後の表面温度の上昇過程を示した（Fig. 4）．再現困難な笠コンクリートによる影の効果を，SfM ベースの形状モデルにより適切に考慮できたことが，予測精度向上に寄与したと考えられる．

４．おわりに

本研究は，SfM 写真測量による三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーションと熱収支解析を統合し，供用 RC 道路擁壁の表面温度推定を行った．得られた主要な知見を以下に示す．

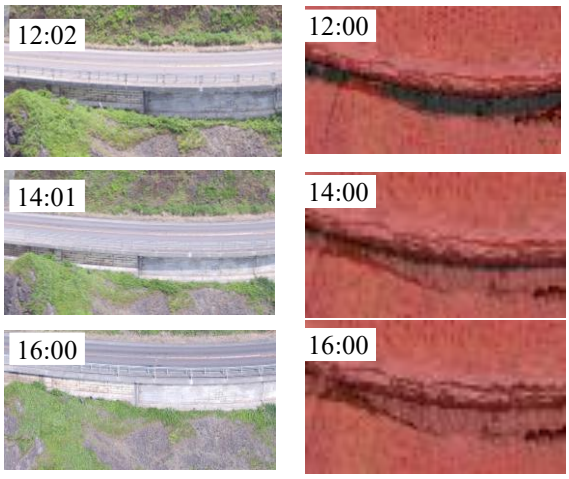
（1）　Möller-Trumbore 交差判定により，笠コンクリートを含む複雑形状の影を高精度に再現した．影遷移が表面温度変化を支配し，16:00 に最大温度差 5.86 度が確認された．

（2）　一次元非定常熱伝導解析により浮き下空気層の断熱効果をモデル化し，表面温度を平均絶対誤差 3.2～4.9 度で推定した．

本手法は，三次元形状に基づく影シミュレーションおよび熱収支解析が，パッシブ赤外線サーモグラフィによる損傷検出に有効であることを実証した．

参考文献

1) Möller, T. and Trumbore, B.: Fast, minimum storage ray/triangle intersection, In ACM SIGGRAPH 2005 Courses, pp. 7-es, 2005.
2) 近藤純正：水環境の気象学 － 地表面の水収支，朝倉書店，1994.
3) ASTM International. ASTM D4788-03(2022): Standard Test Method for Detecting Delaminations in Bridge Decks Using Infrared Thermography, West Conshohocken, PA: ASTM International, 2022.



(a) Visible images　(b) Simulated results

Fig. 2 Simulated results of shadow effect.

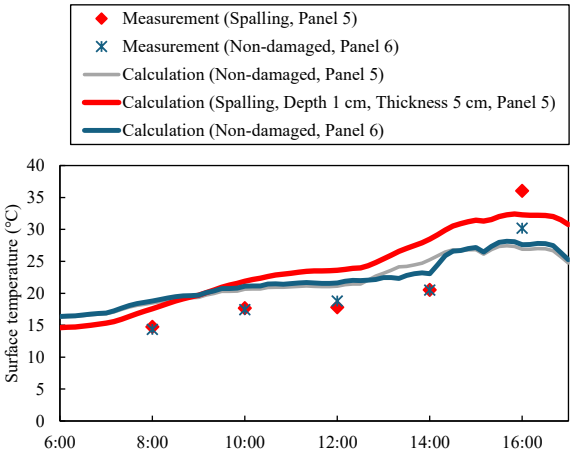


Fig. 3 Measured and calculated surface temperature at spalling and non-damaged points.

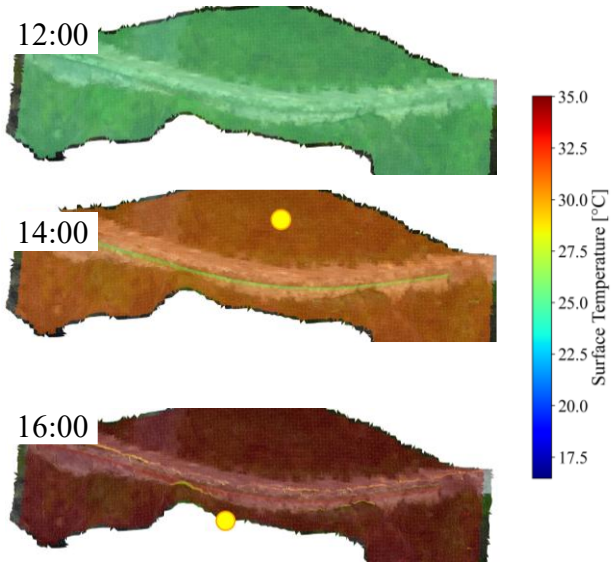


Fig. 4 Calculated surface temperature variation due to shadow effect.

分散繊維モデルを導入した拡張 RBSM による 繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Impact Failure Simulation of Fiber-reinforced mortar specimens Based on an Extended RBSM Incorporating a Smeared fiber model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

眞壁　椋（法政大・デザイン工）木村　管杜（法政大・デザイン工）
白石　美稀（法政大・デザイン工）山本　佳士（法政大・デザイン工）
Ryo MAKABE, Hosei University
Kanto KIMURA, Hosei University
Mitsuki SHIRAISHI, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: ryo.makabe.3j@stu.hosei.ac.jp

In this study, we developed a dynamic extension of an extended Rigid Body Spring Model (RBSM) incorporating a smeared fiber model that has been validated for the static behavior of (3D-printed) 3DP specimens. The dynamic formulation accounts for geometric nonlinearity and contact behavior, enabling impact simulations of fiber-reinforced specimens. Impact failure analysis were performed using the proposed method, and the results qualitatively reproduced crack-suppression behavior due to fiber bridging effects.

１．はじめに

近年, 土木･建築分野において 3D プリンティング（3DP）技術の実用化が進められている．3DP の特徴である，自由な造形性を活かした複雑形状の構造物を実現するためには，数値解析に基づく安全性評価手法の確立が重要な課題となっている．材料押出方式によるプリント材料には，繊維補強モルタルが用いられることが多く，また，積層プロセスに起因して，繊維の配向や積層界面の影響による異方性が生じること明らかになっている．したがって，プリント部材の力学的挙動を精度良く評価するには，繊維の種類および配向性により変化する繊維の架橋効果と積層界面の存在による異方性挙動の双方を適切にモデル化することが不可欠である．一方，我が国では災害が激甚化・頻発化しているため，静的のみならず動的な作用に対する安全性の評価も重要な課題である．著者らは [1)3)]，異方性挙動も再現しつつ, 従来のように繊維を 1 本 1 本モデル化するのではなく，等価な数個のバネで表すことで計算負荷を抑えた，分散繊維モデルを開発している．しかし，同手法は静的な解析手法に留まっていた．一方，著者ら [2)]は幾何学的非線形性を考慮した剛体バネモデル（RBSM）を衝撃作用下の接触･衝突現象まで再現可能とした．そこで，本研究では，著者ら [2)]が開発した RBSM の動的解析手法に，分散繊維モデル [1)3)] を組み込んだ手法を開発する．さらに，本開発手法による衝撃破壊解析を実施し，定性的な検証を実施する．

２．解析手法

（１）3 次元剛体バネモデル

RBSM とは Figure 1 に示すように, 剛体要素とバネの集合体としてモデル化し, 要素間に分布するバネのエネルギーを評価することで, 力学的特性を追究する手法である. 境界面上の各積分点には計 3 個のバネが配置され, それらに非線形性を導入することで対象の変形･破壊挙動を追跡する. 本研究では, RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目した, 幾何学的非線形性および接触挙動を考慮した静的･動的解析手法 [2)]を用いた.

（２）解析に使用するバネの構成モデル

RBSM における要素間バネの応力－ひずみ関係には，山本ら [4)]が提案した非線形構成モデルを導入した．バネに導入する材料パラメータは計 15 個存在し，従来，コンクリート材料試験を対象にキャリブレーション解析して得られたパラメータを使用していた．本研究では，繊維補強モルタルを対象とするため，既往研究 [3)]のキャリブレーション解析により定量的な妥当性が確認されたパラメータを用いる．

（３） 分散繊維モデル

本研究で用いる分散繊維モデル [3)]は，剛体要素境界面の積分点に繊維バネを配置することで架橋効果を表現する（Figure 2）．剛体要素境界面の積分点の面積から Naaman[5)]の理論に基づき, 各面に横切る架橋繊維本数を算出し，Figure 3 に示す最大架橋力を境界として定義物理量を切り替える架橋力−ひずみ･ひび割れ幅併用型構成則に，その本数を乗ずることで実数本の繊維の架橋効果を再現する．なお，本研究におけるピーク架橋応力$\sigma_{p,fiber}$ (N/mm^2)，ピーク架橋応力時のひずみε_p，損傷係数k は（２）と同様，既往研究 [3)]により妥当性が確認されたパラメータを用いる．

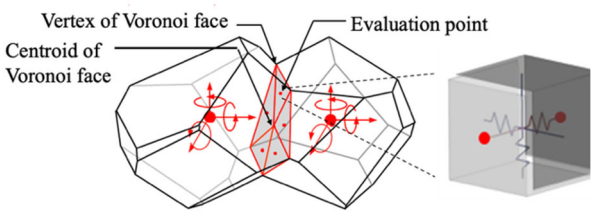


Figure 1.　Overview of RBSM

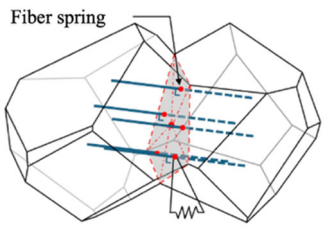
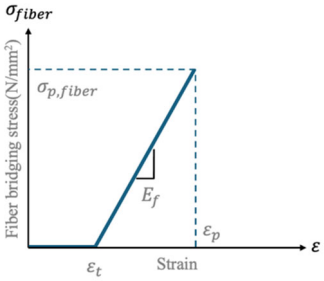
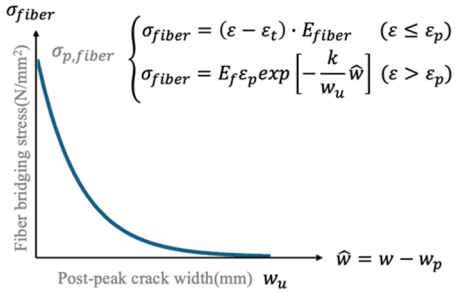


Figure 2.　Smeared fiber model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Pre-peak region



(b) Post-peak region

Figure 3. Single fiber combined bridging stress-strain and crack width constitutive law

３．繊維補強モルタル部材の衝撃破壊解析

ここでは，Ye et al.[6]により実施された衝撃破壊実験のモデル，条件を参考に，解析を実施する．また，繊維を配合しない条件も併せて解析を実施し，繊維の架橋効果を確認する．なお，本研究では手法検証の第一段階として，積層異方性を考慮しない打込み供試体を対象とした．解析モデルを Figure 4 に示す．供試体は長さ 400mm，幅 100mm，高さ 100mm で，平均要素寸法 10mm とした．この供試体上部中心に，直径 40mm，質量 49.135kg の球形重錘を高さ 1000mm から落下させる．解析では，初期衝突速度 4.4m/s とした．境界条件は，長さ 50mm，350mm 地点で，10mm の立方体を幅方向に 10 個配置することで表現した．繊維は，PE 繊維で，長さ 6.0mm，直径 0.012mm，ヤング係数 23.0kN/mm^2，引張強度 900N/mm^2 で，繊維混入率は 0.5%，2.0%の 2 パターンとした．Figure 5 に，$\sigma_{p,fiber}$を 3.98N/mm^2，ε_pを 0.024，kを 4.0 とした時の解析結果(衝突後 6ms)を示す．これより(a)では大きなひび割れが確認される一方，(c)では，ひび割れが，開口，進展していないことが分かる．以上のことより，定性的にではあるが，繊維の架橋効果によるひび割れ抑制効果が表現できていることが分かる．また，(b)では，繊維量が少ないため，ひび割れが進展した．ただし，架橋効果は表れているため，(a)よりもひび割れの進展が遅れていることが確認できた．以上より，変形図から，本解析手法によって衝撃作用下の繊維の架橋効果を定性的に再現可能であることを確認した．

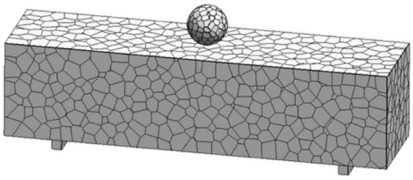
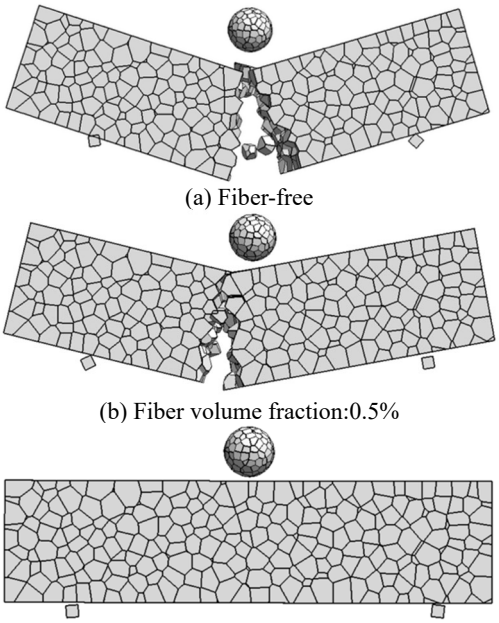


Figure 4. Mesh discretization for impact failure simulation



(a) Fiber-free

(b) Fiber volume fraction:0.5%

(c) Fiber volume fraction:2.0%

Figure 5. Results of impact failure analysis

４．結論

本研究では，繊維補強モルタル材料の力学的特性を再現できる分散繊維モデルを組み込んだ RBSM を動的に拡張した．さらに提案手法の定性的な架橋効果の再現性を検証した．その結果，繊維混入率の増加に伴うひび割れ抑制挙動が定性的に再現され，妥当性が示された．なお，参考文献 3)では，繊維の架橋効果に加えて，3DP 材料の積層界面に起因する異方性を表現可能な手法を提案しており，既に，本研究で提案している動的 RBSM に導入している．今後は，3DP 材料の静的および動的作用下の力学応答の妥当性確認を実施する予定である．

参考文献

1) 白石美稀，山本佳士，小倉大季，原紘一朗：分散繊維モデルを用いた RBSM による積層繊維補強モルタル材料の異方性破壊シミュレーション，土木学会全国大会年次学術講演会, 2025
2) Kimura, K. and Yamamoto, Y., Concrete structures: extended lifetime, limit impacts. Proceedings of the 2025 FIB International Symposium, held in Antibes, France June 16-18, 2025, pp846-857.
3) Shiraishi, M., Yamamoto, Y., Ogura, H. and Hara, K.: Simulation of anisotropic Failure in 3D-Printed Fibre-Reinforced Mortar members Using 3D RBSM with Smeared-Fibre Model, Fib 2026 Proceedings for the 2026 Fib Congress (submitted), 2026
4) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：3 次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文集 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008
5) Naaman，A.E.: A Statistical Theory of Strength for Fiber Reinforced Concrete, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology，1972.9.
6) Ye, H., He, Q., Ping, P., Pan, J. and Zhu, B.: Anisotropic flexural behavior and energy absorption of 3D printed engineered cementitious composites (3DP-ECC) beams under low-velocity impact, Cement and Concrete Composites，vol.163，2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

Fatigue Performance Evaluation of Fatigue Life Extension Techniques Using Crack Face Corrosion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴田　誉（住友重機械工業（株））　　西垣　駿（大阪大・工）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大・工）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd., Syun Nishigaki, Osaka University
Riccardo FINCATO, Padua University, Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University
E-mail: homare.shibata@shi-g.com

Recent studies have focused on the fatigue life extension technique that utilize the fatigue crack closure effect induced by inserting artificial materials into crack surfaces. In this research, numerical investigations are performed to evaluate the fatigue life extension caused by corrosion products by a methodology for the investigation of the crack propagation phenomenon under the elasto-plastic state. The results show good agreement with the experimental data by considering Young's modulus of corrosion products on crack faces.

１．はじめに

我が国における社会インフラの深刻な老朽化を背景として，低コスト・簡易な亀裂補修手法の確立が望まれている．

その一つとして，亀裂内部に開口部から物質を注入し亀裂閉口現象を促進させる手法提案がある．北川ら [1]によって亀裂面内に接着剤を用いた検討が行われ，その有用性が示された．その後も高橋ら [2]，Putri ら [3]によって検討が行われている．いずれも，施工時の条件に依存はするものの，亀裂停留を含む大きな疲労寿命延伸効果が報告されている．

中でも，Putri ら [3]による手法は，鋼材の亀裂内部に液体の腐食促進剤を注入して発生させた腐食生成物を活用するもので，亀裂面全体に容易に広がることから，複雑な形状を呈する実構造物への適用が期待される．CT 試験片に対して，荷重条件および疲労予亀裂長さ$a_{co.}$を変化させた検討が行われ，亀裂停留を含む大幅な疲労寿命延伸効果が得られる場合があることを報告しているが，腐食生成物の堆積量や物性値取得など，詳細な検討は行われていない．

これを踏まえて，著者ら [4]は，疲労予亀裂を導入した SENT 試験片に対して同様の検討を行い，疲労亀裂進展寿命の延伸効果の把握と腐食生成物堆積量の定量計測を実施し，亀裂内部の腐食生成物が力学的に亀裂閉口に寄与していることを示した．

一方で，疲労現象のメカニズムを反映した高精度数値シミュレーションによる評価検討も重要である．著者ら [5]はこれまで，巨視的弾性状態を含む応力ひずみ関係を高精度に再現可能な繰返し弾塑性モデルの開発を進めており，局所的な弾塑性応答から疲労亀裂発生寿命を予測する手法を提案した．近年では，それを活用した疲労亀裂進展寿命評価手法の提案を行い，CT 試験片や SENT 試験片，十字継手などに対する検証を進めてきた．さらに，この手法は，亀裂面腐食状態を含む酸化物亀裂閉口状態を再現する手法へと拡張 [6]された．具体的には，疲労亀裂面が大きく腐食し亀裂閉口が促進される影響を，亀裂面要素への熱膨張により再現し，亀裂面が早期に接触し閉口する現象の再現を行った．ただし，亀裂面膨張による亀裂閉口促進というメカニズムは再現されたものの，実際の膨張状況と対応していない点や，解析対象条件が応力比R>0 に限定されていた点などに更なる検討の余地を有していた．

そこで，本研究では，応力比R<0 で行われた実験結果に対して，上記解析手法を援用した解析検討を行った．

２．再現対象とする腐食疲労試験

本章では，再現対象とした腐食疲労試験の概要について述べる．著者ら [4]は，Putri ら [3]による先行検討を参考に，35%硝酸を活用した腐食疲労試験を実施した．荷重条件は，Table 1 に示される通りとした．

初めに，①大気中で切欠き底から疲労予亀裂$a_{co.}$を導入する．次に，②試験速度を低下させ，亀裂面内に 35%硝酸を注入し，亀裂面に腐食生成物を堆積させる．ここでは，24 時間以上の腐食養生期間を設ける．最後に，③①と同条件の下，試験片を最終破断させる．得られる結果の一例を，後述の解析結果とともに Fig. 4 に示す．この結果より，腐食直後に亀裂進展挙動が急激に変化し，大きな寿命延伸効果が確認できる．

３．亀裂面腐食を考慮した疲労亀裂進展寿命評価手法

まず初めに，疲労予亀裂導入時の再現解析を行う．ここでは，疲労亀裂発生寿命N_cの間に，疲労亀裂がΔaだけ進展すると考えた評価を行う．すなわち，疲労亀裂進展速度da/dNを式(1)にて表現する．詳細は著者ら [6]の検討を参照されたい．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

続いて，亀裂面腐食による亀裂閉口現象が促進される状態を模した再現解析を行う．ここでは，疲労予亀裂長さ$a_{co.}$となるまで上記解析を繰り返した解析モデルに対して最大荷重を載荷したまま，亀裂面要素への入熱解析を行う．

著者ら [4]の実験検討によれば，腐食生成物堆積量計測結果は最大 30~40μm 程度であり，亀裂面内部を埋め尽くしていると考えられる．そのため，亀裂空間を満たすだけの体積膨張はしているものと仮定し，十分大きな入熱量を与えた膨張工程とする．

その際，亀裂面要素は，金属母材と腐食生成物が混在した状況となるため母材と比べて変形しやすいと想定され，荷重載荷によって大きく体積変化すると考えられる．特に，圧縮応力が付与された場合，圧縮の塑性変形を生じ，亀裂閉口効果が弱まることも想像される．そこで，亀裂面要素には母材同様に弾塑性材料モデルを設定するが，その際に等方弾性係数Eのみを調整し，亀裂面の腐食生成物が圧縮塑性変形する様子を再現する．

最後に，疲労予亀裂導入時と同じ亀裂進展解析を続ける．

４．解析モデルおよび解析結果

Fig. 1 に，解析に使用した 3 次元 FE モデル（1/2 対称モ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デル）および付与した境界条件を示す．

亀裂は，切欠き底を起点として荷重載荷方向の直角方向に進展するものと仮定した．解析には，有限要素解析ソフト ADVENTURECluster2022 を使用し，材料モデルにユーザーサブルーチン機能を使用して疲労 SS モデル [5]を実装した．

亀裂停留はせずとも大幅な寿命延伸効果を示した Case1 の結果を対象として，腐食解析後の亀裂面要素弾性係数Eに対するパラメトリック解析を実施した．

Fig. 2 に，腐食模擬解析前後における最大荷重・最小荷重載荷時の亀裂周辺の応力分布を示す．なお，表示応力は荷重載荷方向の応力である．この結果より，腐食模擬解析前後において最大荷重載荷時の応力分布に明瞭な差はみられないものの，最小荷重載荷時においては亀裂先端前方の応力が上昇していることがわかる．これは，亀裂面要素膨張により亀裂閉口が促進された結果であり，実験と同じメカニズムで再現がされている．

続いて，亀裂面要素の弾性係数Eを各種変化させて評価した疲労亀裂成長曲線を Fig. 4 に示す．同荷重条件による非腐食試験片における疲労亀裂成長曲線の結果を□にて併せて表示している．この結果より，弾性係数Eに従って疲労亀裂成長曲線の腐食後の速度回復挙動の違いが見て取れ，E=92.5GPa のときに実験結果の立ち上がり位置および角度を概ね再現可能であることが確認できる．

Fig. 3 に腐食模擬解析直後における亀裂面要素の様子および繰返し荷重載荷後の変形の様子を示す．この結果より，腐食模擬解析によって亀裂面要素が膨張する様子および繰返し荷重によって亀裂面要素が圧縮塑性変形する様子が確認できる．この原因としては，公称応力として大きな圧縮応力が作用した影響に加え，$a_{co.}$=0.4mm という全体構造に対して微小な亀裂長ゆえの荷重除荷による圧縮応力が重畳したためである．すなわち，亀裂面要素に弾塑性応力状態を設定することの重要性が確認でき，その程度は弾性係数Eと対応することがわかる．

Table 1 Fatigue test conditions

Max. stress, $\sigma_{\max}$	Stress ratio, R	Crack length of corrosion, $a_{co.}$
70	-1.0	0.4

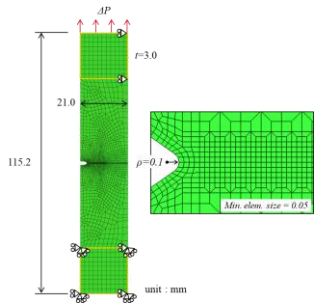


Fig. 1 FE model and boundary conditions

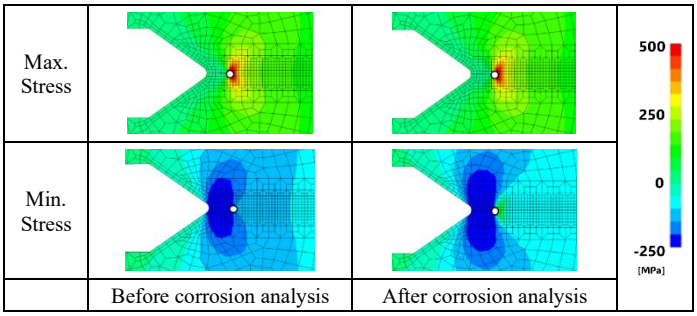


Fig. 2 Stress distributions before/after corrosion analysis

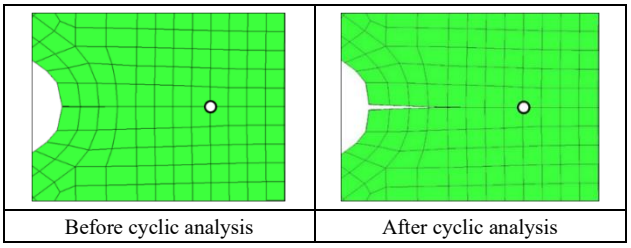


Fig. 3 Crack face elements before/after cyclic analyses at $a_{co.}$

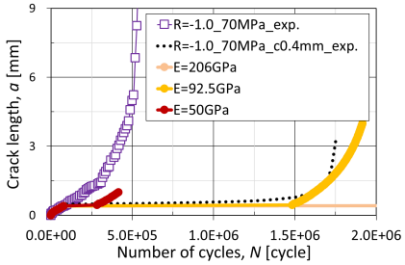


Fig. 4 Crack growth curves

５．結言

本研究は，亀裂閉口現象が促進される状況の再現解析手法確立を目的として，亀裂面腐食による疲労寿命延伸効果の再現解析に取り組んだ．その結果，以下の知見を得た．

1) 亀裂面要素を膨張させることにより実験同様の亀裂閉口現象を再現することができた．
2) 亀裂面要素に弾性係数Eを調整パラメータとした弾塑性材料モデルを適用し，実験で確認された亀裂再進展現象の再現解析を通じて，本手法の妥当性が検証された．

参考文献

1) H. Kitagawa, S. Toyohira and K. Ikeda: A new method of arresting fatigue crack growth by artificial wedge, Proceedings of an international conference on Fracture Mechanics in Engineering Application, pp.281-293, 1979.
2) I. Takahashi, C. Takahashi and N. Kotani: Restraint of fatigue crack growth by wedge effects of fine particles, Fatigue & Fracture of Engineering of Materials & Structures, Vol.23, Issue10, pp.867-877, 2001.
3) C.A. Putri, 舘石和雄, 清水優, 判治剛: 腐食促進剤注入による疲労き裂進展の遅延, 鋼構造論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
4) 柴田誉, 河野拳也, 佐藤啓介, 堤成一郎: 鋼材の硝酸腐食を活用する疲労寿命延伸技術に及ぼす応力比と亀裂長さの影響, 溶接学会論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
5) S. Tsutsumi and R. Fincato: Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, Vol.165, No.5, 107573, 2019.
6) 柴田誉, 佐藤啓介, フィンカトリカルド, 堤成一郎: 亀裂面腐食影響を考慮した弾塑性疲労亀裂伝播解析, 土木学会論文集, Vol.80, No.15, 23-15030, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SRCNN を用いたコンクリートコア CT 画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

Crack Detection of Concrete Core CT Images based on Super-Resolution using SRCNN (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

池田　弘毅（新潟大院・総）　　柴野　一真（新潟大院・自）
向井　萌華（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Koki IKEDA, Graduated School of Integrated Arts and Science, Niigata University
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Moeka MUKAI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: ikeda0995@gmail.com

Semantic segmentation of concrete X-ray CT images using deep learning is an effective means of crack detection. Since trained models operate on fixed input image dimensions, super-resolution processing is required for low-resolution images. SRCNN, a deep learning-based super-resolution approach, achieves PSNR and SSIM over bicubic interpolation, with particularly pronounced gains in image quality in crack regions. The application of SRCNN improves crack detection accuracy.

１．はじめに

深層学習を用いたコンクリートコアの X 線 CT 画像のセマンティックセグメンテーションは，ひび割れや空隙などの内部損傷を自動的に検出・定量化する有効な手段である[1]．しかし，訓練済みモデルは入力画像サイズが固定されているため，コンクリート構造物から採取されるコンクリートコアや撮影条件の制約で得られる低解像度画像をそのまま入力することができない．高解像度画像へ変換する超解像処理が必要となるが，従来のバイキュービック補間（Bicubic）ではひび割れのような微細構造の復元が困難であり，エッジのぼやけやアーチファクトが生じる問題があった[2,3]．超解像処理の課題は，1 つの低解像度ピクセルが無数の高解像度ピクセルの組み合わせから成り立つため，解が一意に定まらない不良設定問題とされている[3]．本研究では，深層学習ベースの超解像モデルである SRCNN（Super-Resolution Convolutional Neural Network）[4]をコンクリートコアの X 線 CT 画像に適用し，画質指標（PSNR・SSIM）および，学習済みのセグメンテーションモデルを用いて，ひび割れ検出性能（F1-score）の観点から有効性を検証した．

２．解析および実験方法

2.1　解析手法

CT 画像はコンクリートコア軸方向に沿ってスライスされた DICOM 形式で取得され，再構築されたボクセルデータから矢状面，冠状面，および横断面を抽出した．取得画像はすべて 512×512 画素にトリミングし，背景の割合が 75%以上を占める画像は事前に除外した．超解像モデルの訓練で使用する教師データには前処理を施した 512×512 画素の画像を使用し，対応する低解像度入力画像は最近傍補間法によって 128×128 画素に解像度を小さくして，入力画像を作成した．合計 697 枚の X 線 CT 画像を使用し，671 枚を学習用，20 枚を学習に含まれない構造物から取得したテストデータとして指定した．学習用データはホールドアウト法により訓練用と検証用に 9:1 の比率で分割した[6]．

超解像モデルには Dong et al.（2015）により提案された SRCNN[4]を採用した．SRCNN は 3 層の畳み込み層から構成され，バイキュービック補間で拡大した低解像度画像を入力とし，パッチ抽出・非線形マッピング・画像再構成の各層を通じて高解像度画像を出力する（Fig. 1）．活性化関数には ReLU を，損失関数には平均二乗誤差（MSE）を採用した．最適化には Adam を用い，学習率・バッチサイズ・重み減衰の 3 つのハイパーパラメータを Tree-structured Parzen Estimator（TPE）を用いたベイズ最適化によりチューニングした．

超解像処理の画質評価には，ピクセル単位の誤差を評価する PSNR と，輝度・コントラスト・構造の 3 要素から類似度を評価する SSIM を採用した．PSNR と SSIM はいかの式で定義される．

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{255^2}{MSE}, \tag{1}$$

$$SSIM(x,y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \tag{2}$$

ただし，これらの指標の改善が実際のひび割れ検出性能の向上を必ずしも保証しないことが指摘されており[3]，本研

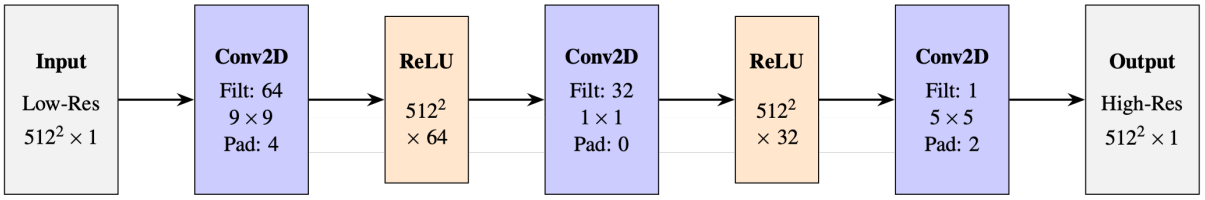
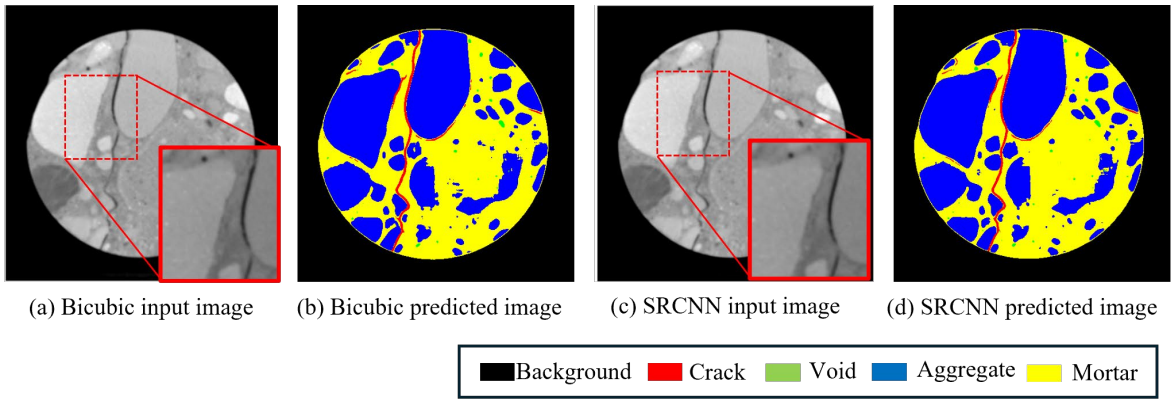


Fig. 1 SRCNN architecture.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Bicubic input image (b) Bicubic predicted image (c) SRCNN input image (d) SRCNN predicted image

Fig. 2 Results of super-resolution and segmentation of super-resolution images.

究ではひび割れ，空隙，骨材，モルタルおよび背景の 5 クラスを識別する学習済みの U-Net を用いたセグメンテーション性能の比較により，超解像処理のひび割れ検出タスクへの有効性を併せて評価した．セグメンテーション精度の評価指標には Precision，Recall および F1-score を用いた．

2.2 実験方法

コンクリートコアは，供用年数・配合・環境条件の異なる 7 基の既設鉄筋コンクリート水利施設から採取したコアと，実験室内打設のサンプルを用いた．X 線 CT 計測には Canon Medical Systems 社製 Aquilion ONE（TSX-301C/6A）を用い，ヘリカルスキャンモード（管電圧 120 kV，管電流 300 mA，スライス厚 0.5 mm）で撮影した．DICOM 形式で取得した画像から矢状面・冠状面・横断面を抽出した．

3．結果および考察

Table 1 に超解像処理の画質評価指標を示す．PSNR はバイキュービック補間の 39.90 dB に対し SRCNN は 48.85 dB と 8.95 dB 高い値を示した．SSIM についても，バイキュービック補間の 0.96 に対し SRCNN は 0.99 と高い構造的類似性を示した．このことから，SRCNN はバイキュービック補間と比較して高い精度でひび割れを復元できている．ひび割れは線状の構造を持ち，かつ境界が曖昧な領域を有する特徴がある．バイキュービック補間ではこのような曖昧性を適切に復元できなかったが，SRCNN は訓練データから原画像の特徴を学習したことにより，ひび割れの形状や境界をより正確に復元でき，指標の改善につながったと考えられる．この結果は，深層学習ベースの超解像処理が従来の補間手法では困難であったひび割れのような微細構造の復元において有効であることを示唆している．

Fig 2 に超解像処理の結果およびセグメンテーションの結果を，Table 2 にひび割れ検出に関する Precision, Recall および F1-score の結果を示す．原画像の F1-score が 0.785 であるのに対し，バイキュービック補間による超解像処理後の画像では 0.681 と 0.104 の低下が見られた．一方，SRCNN による超解像処理後の画像では 0.738 を示し，バイキュービック補間と比較して 0.057 の改善が認められた．原画像との差は F1-score で 0.047 にとどまり，SRCNN がひび割れを原画像に近い形で超解像処理を施したことにより，セグメンテーションモデルが適切に認識できる画像に改善されたと考えられる．

4．おわりに

本研究では，SRCNN をコンクリートコア X 線 CT 画像の超解像処理に適用し，以下の知見を得た．

（1）SRCNN はバイキュービック補間に対して PSNR・SSIM の両指標で顕著な改善を示した．

（2）下流タスクの評価において，SRCNN はひび割れ F1-score の低下をバイキュービック補間の 0.047 に抑え，深層学習ベースの超解像処理がひび割れ検出精度の維持に有効であることを示した．今後は，原画像と同等のセグメンテーション性能の達成に向け，モデルおよびデータセットの改善が課題である．

Table 1. Results of image quality metrics for crack area

Image quality metrics (crack)	Bicubic	SRCNN
PSNR（dB）	39.90	48.85
SSIM（-）	0.96	0.99

Table 2. Results of crack detection performance after super-resolution

Image type	Precision	Recall	F1-score
Original image	0.770	0.801	0.785
Bicubic	0.676	0.685	0.681
SRCNN	0.747	0.735	0.738

謝辞

本研究は，生研支援センター（BRAIN）「オープンイノベーション促進・実用化推進事業（助成番号：JPJ011937，プロジェクト ID：25132859）」により支援を受けて実施した．

参考文献

1) A. Nowacka, K. Schladitz, S. Grzesiak and M. Pahn: Segmentation of spatial crack structures in concrete by deep learning enabling image based characterization, Journal of Soft Computing in Civil Engineering, Vol.9, No.12, pp.56-83, 2025.
2) M. Amoros, C. Manuel and J. F. V.: Evaluating Super-Resolution Models in Biomedical Imaging: Applications and Performance in Segmentation and Classification, Journal of Imaging, Vol.11, No.4, pp.104, 2025.
3) H. Xiao, Z. Yang, T. Liu, S. Liu, X. Huang and J. Dai: Deep learning for medical imaging super-resolution: A comprehensive review, Neurocomputing, Vol.630, pp.129667, 2025.
4) C. Dong, C. C. Loy, K. He and X. Tang: Image super-resolution using deep convolutional networks, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.38, No.2, pp.295-307, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 —繰返し弾塑性 FEM 解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価— （シンポジウム講演概要）

Effects of Welding Residual Stress and Distortion on Fatigue Performance of Out-of-Plane Gusset Welded Joints -Evaluation of Crack Initiation and Propagation Life by Cyclic Elasto-plasticity FEM Analysis- (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

田中　颯人（大阪大・工）　　カン　ウンブン（JFE スチール株式会社）　　崎本　隆洋（JFE スチール株式会社）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Yunwen GUAN, JFE Steel Corporation
Takahiro SAKIMOTO, JFE Steel Corporation
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

Fatigue performance evaluation of out-of-plane gusset joints based on elasto-plastic FEM has been conducted; however, welding effects have not been considered. In this study, effects of welding residual stress and weld distortion on fatigue performance of out-of-plane gusset joints were investigated by elasto-plastic FEM. Welding residual stress and weld distortion were introduced through thermo-elasto-plastic analysis, and cyclic elasto-plastic FEM was performed using these as initial conditions. Results showed plastic deformation progressed at weld toe and crack tip, increasing fatigue crack propagation rate. In addition, predicted fatigue life shifted toward shorter-life side, improving prediction accuracy compared experiments.

１．緒言

鋼橋などの社会基盤構造物では，自動車等の繰返し荷重による疲労損傷が深刻な問題となっている [1]．鋼橋では，横部材や水平補剛材の主桁ウェブへの接合部に用いられる面外ガセット溶接継手において，溶接止端部を起点とする疲労亀裂の発生が報告 [1]されている．溶接部は一般に，形状不連続性に加え，溶接入熱に起因する溶接残留応力や溶接変形，材料組織変化および HAZ（熱影響部）強度分布等の影響が重畳するため，疲労亀裂の起点となりやすい．このような複雑な影響を適切に考慮する必要があることから，疲労性能を高精度に評価することは容易ではない．

また近年では，構造物の安全性確保や維持管理コストの低減などの観点から，構造物が要求性能を満足するかを数値解析により照査する性能規定型設計への移行が進められている．そのため，溶接継手の疲労性能を高精度に評価する手法の確立が求められている．

一方，著者らは繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な材料モデルを開発するとともに，局所的な弾塑性応答に着目した疲労性能評価手法を提案 [2]している．本手法を面外ガセット溶接継手に適用した結果，実験で得られた疲労寿命の傾向を概ね再現可能であることを示した [3]．しかしながら，本手法では溶接残留応力や溶接変形など，溶接に起因する影響が考慮されておらず，予測精度の向上には改善の余地がある．

そこで本研究では，溶接残留応力および溶接変形の影響を考慮し，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価手法の高度化を図るとともに，これらが面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．具体的には，熱弾塑性解析により溶接残留応力および溶接変形を導入し，繰返し弾塑性 FEM 解析に基づいて疲労亀裂発生寿命および進展寿命を評価し，それらの影響について検討した．

２．疲労性能評価手法

本研究で採用する疲労性能評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [4]を採用した繰返し弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [2]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さaにおける亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

ここに，Δaは疲労亀裂進展速度に関する材料関数もしくは定数である．これにより，進展速度da/dNを積分することによって，進展寿命を算出する．

３．溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価

Fig. 1 に面外ガセット溶接継手を模した 3 次元 FE モデル（要素タイプ : 6 面体，4 面体 1 次要素）を示す．疲労亀裂は，溶接止端部中央を発生点として荷重載荷直角方向に進展するものと仮定し，ビーチマーク試験結果に基づき設定した亀裂形状を持つ解析モデルを作成した．また，応力集中が予想される溶接止端部周辺および亀裂周辺には，要素サイズ 0.05mm 程度の立方体要素を配置した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では，溶接残留応力および変形を考慮しない場合と，考慮する場合（RS/WD）について検討を行った．溶接残留応力および変形を考慮しない場合には，繰返し荷重を載荷する弾塑性解析のみを実施した．繰返し荷重は応力比 R=0.1 の一定振幅の軸力として主板に載荷した．

一方，溶接残留応力および溶接変形を考慮する場合には，まず発熱率に基づく入熱と自然冷却を考慮した熱弾塑性解析により，溶接残留応力分布および溶接変形を算出した．得られた溶接残留応力分布（主板幅中央における長手方向応力分布）を Fig. 2 に示す．溶接止端部周辺に高い引張残留応力が導入されており，実際の面外ガセット溶接継手の溶接残留応力の測定結果と分布傾向が概ね一致することを確認した．また，溶接部の温度変化に伴う膨張・収縮により，溶接変形が生じていることを確認した．続いて，これらの熱弾塑性解析結果を繰返し弾塑性解析の初期条件として付与した．さらに，チャッキングによる溶接変形の強制を模擬するため主板に強制変位を与え，その状態を保持したまま繰返し荷重を載荷した．

Fig. 3 に溶接止端部および亀裂先端（亀裂長さ a=0 および 0.60mm）において得られた応力ひずみ応答を示す．溶接残留応力の影響による引張状態から，溶接変形の強制および荷重載荷によって塑性化が大きく進行した．続いて，溶接止端部および疲労亀裂先端の応力ひずみ応答に基づき，各亀裂長さにおける疲労亀裂進展速度 da/dN を算出した．溶接残留応力および溶接変形の考慮により，疲労亀裂進展速度は大きく増加することを確認した．Fig. 4 に疲労亀裂発生寿命と，得られた進展速度から算出した破断寿命の予測結果を示す．溶接残留応力および溶接変形を考慮した場合，考慮しない場合と比較して，すべての応力レベルにおいて予測結果は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度の向上が確認された．以上より，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価においては，溶接残留応力および溶接変形の影響を適切に考慮することが重要であることが示された．

4．結言

本研究では，溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価を行った．熱弾塑性解析により，溶接残留応力および変形を導入し，荷重を載荷することで溶接止端部および亀裂先端における塑性化の進行が確認された．これにより寿命予測は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度が向上した．

参考文献

1) 日本道路協会：鋼橋の疲労，丸善，1997.
2) 柴田誉，桐生泰輔，佐藤啓介，フィンカト・リカルド，堤成一郎：弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法，土木学会論文集，81 巻 15 号，24-15028，2025.
3) 田中颯人，フィンカトリカルド，高木芳史，﨑本隆洋，堤成一郎：分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究，土木学会論文集，82 巻 15 号，25-15030，2026.
4) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

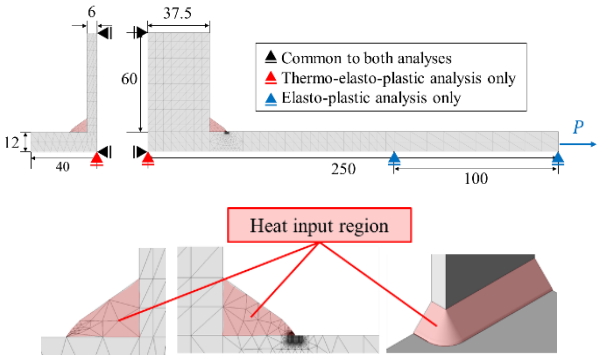


Fig. 1 FE model and boundary conditions

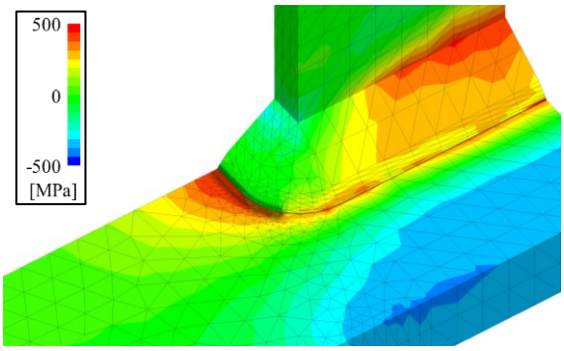


Fig. 2 Welding residual stress contours

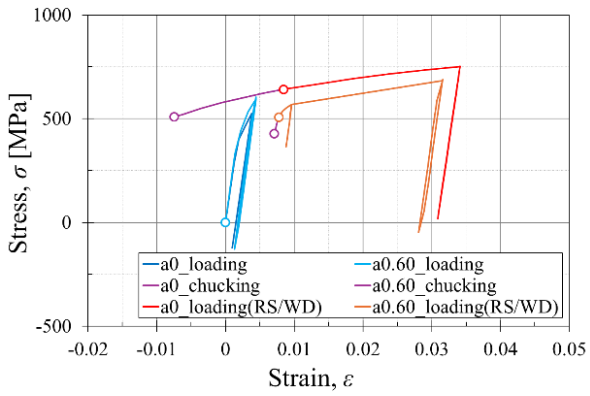


Fig.3 Stress–strain response at the weld toe and crack tip

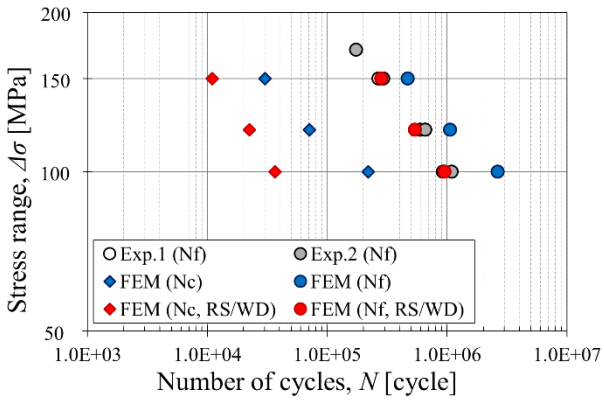


Fig. 4 Fatigue life evaluation results

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

Unified Evaluation Method of Axial and Bending Fatigue Performance of Butt Welded Joints by Automated Multi-Section Geometry Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴山　颯良（大阪大学大学院）　野田　雄也（大阪大学大学院）　濱田　柔久（株式会社小松製作所）
松尾　祐希（株式会社小松製作所）　田中　宏徳（株式会社小松製作所）　堤　成一郎（大阪大学大学院）
Sora SHIBAYAMA, The University of Osaka
Yuya NODA, The University of Osaka
Norihisa HAMADA, Komatsu Ltd.
Yuki MATSUO, Komatsu Ltd
Hironori TANAKA, Komatsu Ltd.
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The fatigue performance of welded structures shows a strong correlation with the stress concentration factor Kt at the weld zone. Although several simplified estimation formulas for Kt have been proposed, obtaining the input shape parameters is highly operator-dependent. Therefore, the authors propose a method to consistently obtain each shape parameter and establish separate fatigue performance evaluation methods for axial and bending fatigue conditions in butt welded joints. However, for actual structures, an evaluation method under combined axial and bending loading is required. This study proposes a unified evaluation method for axial and bending fatigue performance of butt welded joints by defining a new bending correction factor and validating its applicability experimentally. The results demonstrate that the proposed method significantly reduces the variation in axial and bending fatigue performance, confirming its applicability for unified evaluation.

１．緒言

金属疲労は機械・構造物の損傷原因の約 8 割を占め，特に応力集中が高くなる溶接部は破壊起点の多くを占める．応力集中係数（K_t）と疲労性能には強い相関があり，K_tの簡易推定式が複数提案されているが，入力条件となる形状パラメータの取得は計測者に強く依存し，多大な労力と時間を要することがその適用上の課題であった．

そこで近年, 3D スキャン技術を活用した形状パラメータ評価手法が提案されているが，得られた形状パラメータは限定的であり，余盛を再構成する上で，元形状と乖離を生じる可能性がある．これに対し，著者ら[1)2)]は，余盛形状全体を 3 種類の関数で一意に同定することにより，各形状パラメータを矛盾なく取得可能な手法を提案するとともに，突合せ溶接継手の軸疲労条件下および曲げ疲労条件下それぞれで個別の疲労性能評価手法を構築した．

一方，実構造物は一般に軸および曲げ荷重が重畳するため，そのような複合荷重下での疲労性能を合理的に評価可能な手法が求められる．日本鋼構造協会（JSSC）疲労設計指針では，曲げ試験の公称応力範囲に対して，曲げ補正係数（γ）として定数 0.8 を乗じた S-N 曲線に基づき評価しているが，S-N 曲線のばらつきは依然として大きく，その適用性に関して十分に明らかにされているとは言い難い．

そこで本研究では，突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能の統一評価手法を提案することを目的とする．具体的には，いずれも自動多断面形状分析により得られるK_tおよび角変形・目違いの影響係数（K_m）に基づく新たな曲げ補正係数 γ を提案するとともに，実験照査によってその適用性を明らかにする．

２．評価対象継手および自動多断面形状分析結果

板厚 16mm の SS400 鋼板を供試材とする突合せ溶接継手を Metal Active Gas（MAG）溶接により作製した．継手形状が疲労性能に与える影響を比較することを目的に，目違いを 4 段階（0,1,2,3mm），ルートギャップを 3 段階（1,2,3mm）に設定し，計 23 体の試験片を作製した．これらの試験片に対して，軸引張疲労試験および 4 点曲げ疲労試験をそれぞれ実施した．それぞれの試験結果について，公称応力範囲に基づき作成した S-N 曲線を Fig.1 (a)に示す．ここで，曲げ試験の公称応力範囲に曲げ補正係数として定数 0.8 を乗じ，軸試験結果に Walker らが提案した応力比補正式を用いて両試験の応力比を-1 に統一している．試験結果のばらつきを示す標準偏差は 0.410 であり，定数 0.8 による補正後においても，軸および曲げ疲労性能のばらつきが依然として大きいことを確認した．

全 23 体の試験片に対して，3D スキャナを用いて形状計測を実施した．3D 点群データから 2 次元断面データを取得し，自動多断面形状分析を実施した結果，得られた関数形状と実形状データが高精度で一致することを確認した．

３．軸および曲げ疲労性能の統一評価

(1) 曲げ補正係数 γ

従来用いられている曲げ補正係数（γ_1=0.8），大沢ら[3)]が提案した軸条件および曲げ条件下のK_tの比（γ_2）（Eq.(1)参照），および本研究で提案するγ_2に軸条件下のK_mを考慮した曲げ補正係数（γ_3）（Eq.(2)参照）の 3 種類を用いて比較検討を行う．

$$\gamma_2 = K_{t_b}/K_{t_a} \quad (1)$$

$$\gamma_3 = \gamma_2/K_{m_a} \quad (2)$$

ここに，K_{t_a}およびK_{t_b}はそれぞれ軸および曲げ条件下のK_t，K_{m_a}は軸条件下のK_mを表す．K_{t_a}およびK_{t_b}は Lawrence らが提案したK_t式を採用し，K_{m_a}は IIW が推奨するK_m式を採用した．

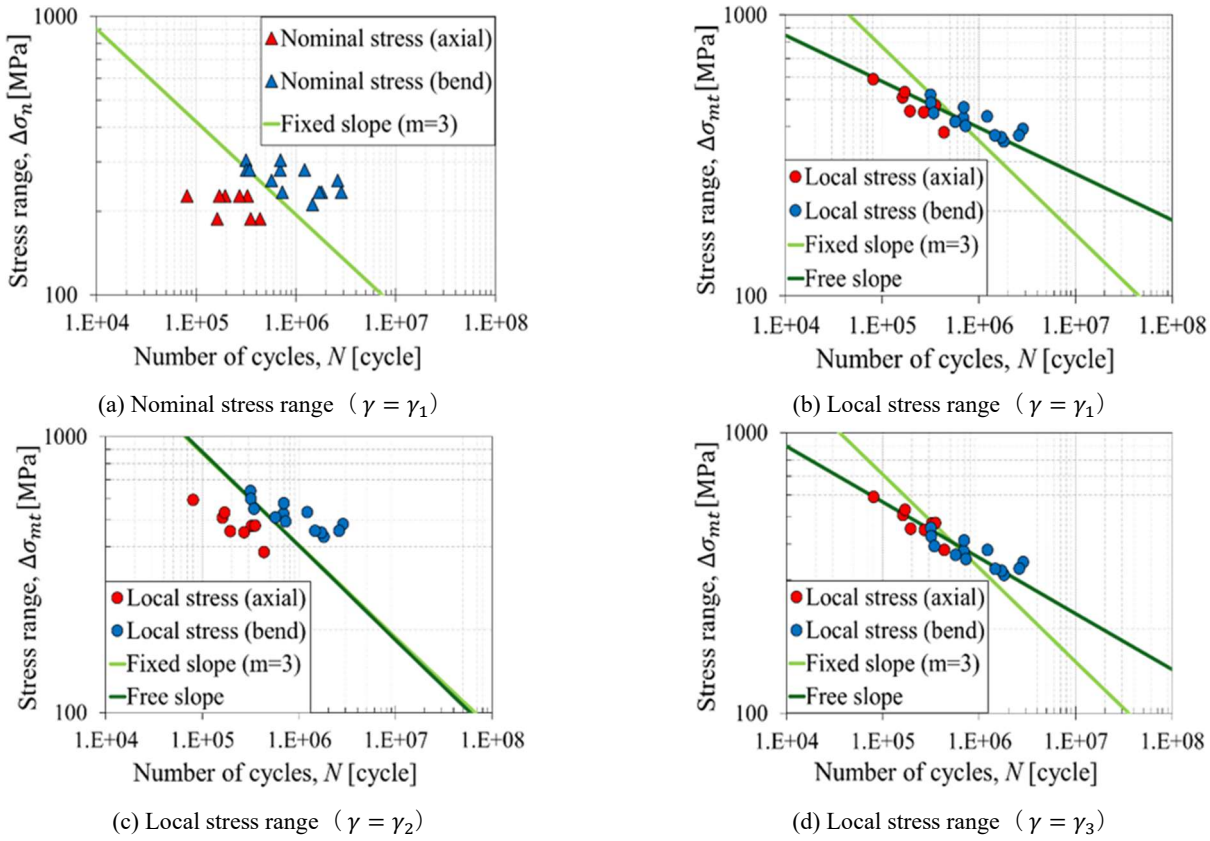
(2) 局所応力範囲による疲労性能評価

公称応力範囲にK_tおよびK_mを乗じて算出した局所応力範囲を評価する．なお，曲げ条件下において，角変形および目違いの影響は小さいことが想定されるため，$K_m = 1$と

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Bending correction factor vs. standard deviation for selected stress range

	Bending correction factor (γ)		
	γ_1	γ_2	γ_3
Nominal stress range（$\Delta\sigma_n$）	0.410	0.524	0.344
Local stress range（$\Delta\sigma_{mt} = \Delta\sigma_n \cdot K_t \cdot K_m$）	0.218	0.394	0.167



(a) Nominal stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(b) Local stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(c) Local stress range（$\gamma = \gamma_2$）

(d) Local stress range（$\gamma = \gamma_3$）

Fig. 1 S-N curve

している．曲げ試験の局所応力範囲を曲げ補正係数γ_1，γ_2，およびγ_3によってそれぞれ補正したS-N曲線をFig.1 (b)-(d)に示す．また，公称応力範囲および局所応力範囲によるS-N曲線の標準偏差をTable 1に示す．これらより，余盛と試験片の形状の影響を考慮した局所応力範囲によってS-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

加えて，3種類の曲げ補正係数γのうち，γ_3を用いた場合のS-N曲線のばらつきが最も小さいことが示された．なお，既存の複数のK_t式およびK_m式を適用した場合も同様の結果を確認した．

以上より，局所応力範囲を曲げ補正係数γ_3によって補正した評価手法が軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることが明らかになった．

4．結言

以下に，検討した自動多断面形状分析に基づく軸および曲げ疲労性能の統一評価手法とそれらを試験結果に適用して得られた知見をまとめる．

(1) 局所応力範囲による評価では，軸条件下において余盛と試験片の形状，曲げ条件下において余盛形状を考慮することで，S-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

(2) 曲げ試験結果から算出した局所応力範囲を曲げ補正係数γにより補正した評価のうち，余盛および試験片の形状の両者の影響を考慮したγ_3を用いる場合に，S-N曲線のばらつきが最も小さくなった．

(3) 曲げ補正係数γ_3を用いて補正した局所応力範囲による評価は，複数のK_t式およびK_m式でも同様の結果を示し，軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることを明らかにした．

参考文献

1) 小川 太希, Luo Pengjun, 堤 成一郎 : 溶接継手の多断面形状分析に基づく疲労性能支配因子評価技術の確立, 土木学会論文集, Vol.81, No.15, 24-15025, 2025.

2) 野田 雄也, 小川 太希, 濱田 柔久, 松尾 祐希, 田中 宏徳, 堤 成一郎 : 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の曲げ疲労性能影響因子の分離評価, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, 25-15034, 2026.

3) Toru Shiratsuchi, Naoki Osawa: Investigation of thickness and bead profile effects on fatigue strength of welded joints based on relative stress gradient, In. J. Fatigue, Vol.134, 105520, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Joint Dimensions of Patch-weld Repair on Load-bearing Performance of Thickness-reduced Steel Plates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣畑　幹人（大阪大・工）　　北村　鉄（大阪大・工）　　蒋　鋒（大阪大・工）
Mikihito HIROHATA, The University of Osaka
Tetsu KITAMURA, The University of Osaka
Feng JIANG, The University of Osaka
E-mail: hirohata@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The influence of joint dimensions of patch-weld repair on load-bearing performance of thickness-reduced steel plates was investigated. The thickness reduction and subsequent patch-weld repair processes were simulated by FE analysis. Based on the results, a design formula for recovering the load-bearing performance of the thickness-reduced steel plates by patch welding was proposed.

１．はじめに

鋼橋の桁端部付近では腐食による損傷事例が多い．腐食により減厚した鋼部材の耐荷性能を回復させる工法の一つに当て板補修がある．溶接による当て板補修は施工性，耐腐食性に優れる点などが長所として挙げられる．一方で，溶接による入熱が補修部材の力学的挙動に及ぼす影響について不明な点が多い．本研究では，減厚鋼板に対する溶接による当て板補修を想定し，溶接によるたわみと残留応力の変化を考慮したうえで，母材および当て板の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能回復効果に与える影響を明らかにすることを目的として，一連の検討を実施した．

２．当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験の再現解析

供試体の形状および寸法を Fig. 1 に示す．健全状態，減厚状態（減厚量 5 mm），補修状態（当て板厚さ 6 mm）の各状態で変化する面外変形および残留応力を測定した．また，健全状態から補修状態に至る過程を熱弾塑性解析により再現した．各種鋼材の温度依存型の材料特性は，既往の研究より参照した [1,2]．溶接の過程では，物体熱流束で入熱し瞬間熱源で再現した [3]．実験と解析の面外変形の比較を Fig. 2 に示す．実験結果と解析結果は概ね一致していることを確認した．各状態の荷重—変位関係を Fig. 3 に示す．実験値と解析値の誤差は，各状態において最大圧縮荷重は平均 8 %以内，弾性剛性は 5 %以内で再現することができた．実験値と解析値の間に多少の差は認められるものの，本解析手法により当て板溶接継手の施工過程および圧縮挙動を概ね再現できると考えられる．

３．継手の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響

周辺単純支持の境界条件のもと，Fig. 4 に示す寸法パターンで，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各パラメータが補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．健全，減厚，補修状態における各モデルに面内方向強制変位を与え，最大圧縮荷重を求めた．各モデルの最大圧縮荷重を耐荷性能として，補修状態の耐荷性能を健全状態の耐荷性能まで回復させることを目標とした．

Fig. 5 に健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，減厚量 d_c に対する当て板厚さ t_p の割合 t_p/d_c の関係を示す．Fig. 5(a)より，減厚幅 b_c = 300 mm においては，減厚量 d_c = 12 mm かつ当て板厚さ t_p = 6 mm のモデル（t_p/d_c = 0.5）を除いて，健全状態の耐荷性能を上回った．Fig. 5(b)および(c)より，減厚幅 b_c = 400 mm では $t_p/d_c \geqq 1$，減厚幅 b_c = 500 mm では $t_p/d_c \geqq 1.5$ で健全状態の耐荷性能を上回った．補修状態の耐荷性能

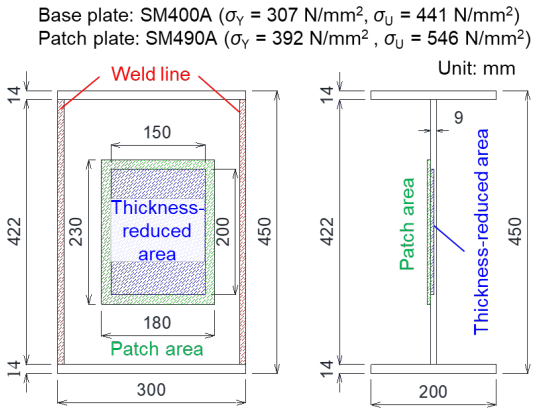


Fig. 1 Shape and dimension of specimen.

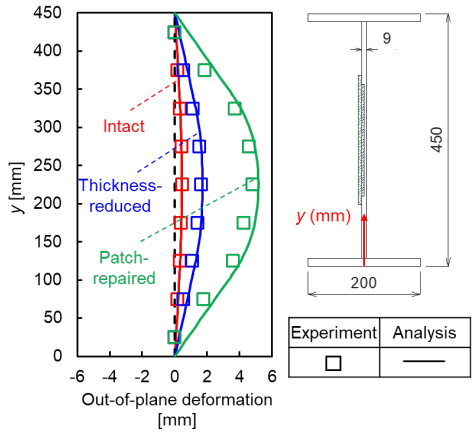


Fig. 2 Out-of-plane deformation.

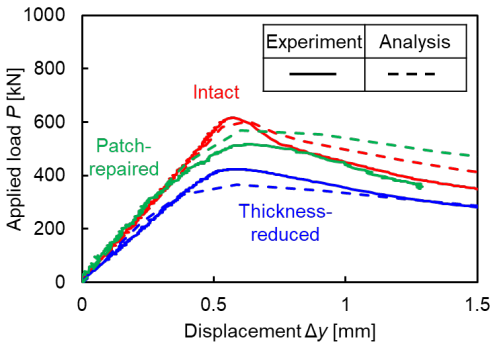


Fig. 3 Relationship between load and displacement.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を確保するのに必要な当て板厚さ t_p は，減厚幅 b_c の大きさによって異なることが分かった．

検討した全モデルにおいて，健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，式(1)により算出したパラメータ R_p の関係を Fig. 6 に示す．

$$R_p = \left(\frac{t_p + t_c}{t_b}\right)\left(\frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(1 - \frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

第 1 項は，各モデルの母板厚さ t_b に対する当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計の割合と，母板幅 b_b に対する当て板幅 b_p の割合の 1/3 乗の積である．板の座屈強度を支配する板の曲げ剛性は，板厚の 3 乗に依存する．また，軸方向圧縮荷重への抵抗には板幅が寄与する．当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計を当て板継手の板厚とみなしたうえで，板厚と板幅の圧縮強度への寄与の度合いの違いを考慮し，それぞれ母板厚さ t_b と母板幅 b_b で無次元化したものである．一方，第 2 項は，圧縮荷重の作用が進行するにつれ，降伏開始以降，当て板に覆われていない母板の健全領域が後座屈強度として最大荷重の向上に寄与することを考慮したものである．P_{max}/P_0 と R_p の間には比較的良好な対応が認められる．Fig. 6 より，すべての補修状態の耐荷性能の下限に位置する緑の点線は式(2)で表される．

$$\frac{P_{max}}{P_0} = -1.49{R_p}^2 + 4.02R_p - 1.47 \quad (2)$$

式(2)は，本研究で検討した周辺単純支持板における当て板溶接補修の耐荷性能と減厚状態および当て板の各寸法の関係を示す．P_{max}/P_0 が 1 となる R_p の値は約 0.95 である．したがって，周辺単純支持板の種々の減厚状態に対して，R_p の値が 0.95 となるように当て板溶接継手の各寸法を設定すれば，健全状態の耐荷性能を上回るように補修設計を行うことが可能になる．

4．まとめ

(1) 当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験を行い，一連の過程を熱弾塑性解析および弾塑性有限変位解析で再現した．各状態の荷重—変位関係に多少の誤差は認められたが，解析手法の妥当性を確認することができた．

(2) 周辺単純支持の境界条件で，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各寸法が補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．補修状態の耐荷性能を評価するパラメータを提案し，周辺単純支持板における当て板溶接補修の設計曲線を提示した．

謝辞

本研究の一部は，公益財団法人高速道路調査会令和 6 年度研究助成を受けて実施した．ここに記して謝意を表す．

参考文献

1) 中川弘文，鈴木弘之：鋼梁の崩壊温度，鋼構造論文集，6 巻，22 号，pp.57-65，1999.
2) 野澤修平，廣畑幹人：有限要素法によるすみ肉溶接の変形および残留応力解析におけるシェル要素の適用に関する検討，鋼構造論文集，29 巻，113 号，pp.41-54，2022.
3) 金裕哲，朴正雄，堀川浩甫：面外変形・残留応力に及ぼす溶接諸条件の影響，鋼構造論文集，5 巻，17 号，pp.85-91，1998.

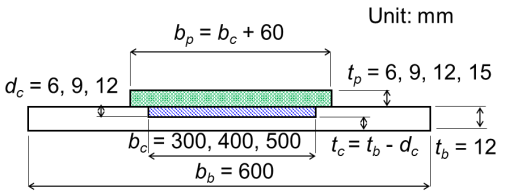
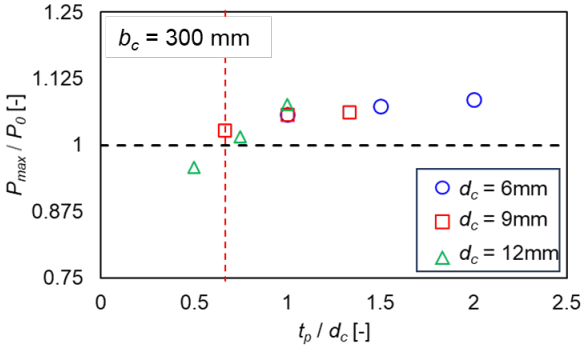
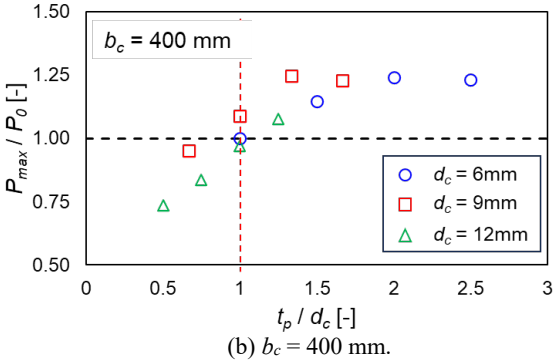


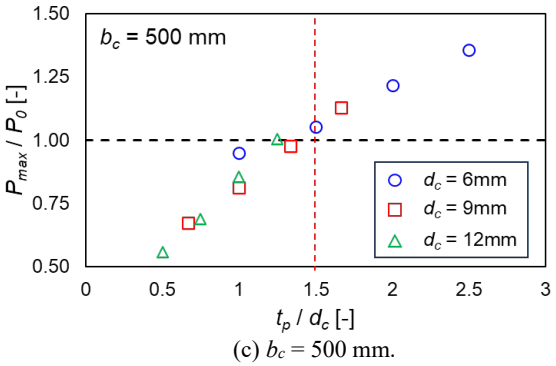
Fig. 4 Dimensions of joints.



(a) b_c = 300 mm.



(b) b_c = 400 mm.



(c) b_c = 500 mm.

Fig. 5 Repair effect by patch weld

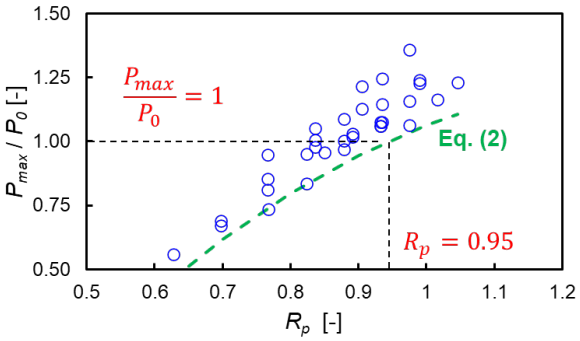


Fig. 6 Design curve of patch-weld repair.

剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

Mechanical Analysis and Design Load Evaluation of Boundary Structures Positioned Between Rigid and Flexible Structures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮原　邑太（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Yuta MIYAHARA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: ed24010@nda.ac..jp

A new classification framework for ‘boundary structures’ in debris flow flexible barriers is proposed and an experimental investigation is conducted to develop a rational load evaluation model for boundary structures. The proposed load model shows good agreement with the experimental results. These findings contribute to the establishment of a stiffness-based design methodology for flexible barriers used in debris-flow mitigation.

１．はじめに

土石流対策構造物は，主として鋼やコンクリートで構成された剛な構造である．これに加えて，ネットやワイヤで構築される柔な構造もあり，一般的に柔構造として区分されている．これらは，地形条件や設置目的等を考慮し適所に採用されてきた．剛構造と柔構造には明確な構造的な差異があるものの，共通的に従来の設計基準 [1]に基づく照査が行われている．しかし，従来手法の柔構造への適用性については十分に検討されているとは言い難い．

柔構造は本来，落石対策を主目的として発展してきた構造形式である．落石対策としての柔構造は，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを吸収することを設計思想の中心とし，エネルギー照査法が主たる評価指標となっている．一方で，土石流は極めて大きなエネルギーを有するものの，その作用は点的ではなく面的かつ持続的であり，落石と同様に大変形を前提とした設計思想を適用することは合理的でない．

そこで本研究では，土石流対策工として用いられる柔構造のうち，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも，また落石対策構造のように大変形を前提とすることも適切でない構造状態を「境界構造」と定義し，境界構造における力学的特徴を整理する．さらに，実験結果に基づき，その設計区分および荷重評価の考え方について考察するものである．

２．境界構造の定義

２．１　各構造物の区分

構造物の力学的挙動に基づき，剛構造，境界構造および柔構造の概念を Table 1 の通りに区分した．剛構造の設計においては，剛体近似に基づく安定性照査や応力照査が基本となる．一方，柔構造は落石対策として用いられてきたネット構造に代表される構造形式であり，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを散逸させることを設計思想の中心とする．これらの境界に位置する構造状態として，境界構造を導入する．境界構造は，落石衝突時に見られるような短時間・点的な衝撃作用を受ける柔構造とは本質的に異なる挙動を示す．すなわち，面的かつ比較的持続的に作用する土石流外力を捕捉面全体で受け止め，構造の変形に伴って荷重が空間的に再配分される構造状態である．境界構造では柔構造のような大変形による運動エネルギー吸収を設計の前提とすることは適切ではない．併せて，土石流の運動エネルギーを定量的に評価することは困難であり，直接適用することには課題がある．また，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも合理的ではない．

２．２　剛性比 η の導入と領域区分の定義

設計実務への適用性を考慮し，構造特性を表す無次元指標として剛性比 η を導入する．これは構造物全体の変形挙動を代表する等価剛性に基づく指標である．剛構造に比して変形が顕著となる構造物の応答を代表する等価剛性 k_{eq} を導入し，η を次式で定義する．

$$\eta = \frac{k_{eq}}{k_{ref}} \tag{1}$$

ここで，k_{eq}：剛構造以外の評価対象の剛性（等価剛性），k_{ref}：基準とする剛構造物の剛性（基準剛性）である．

なお，等価剛性は厳密値ではなく，実験・解析および既往の知見に基づく代表値として扱う．η に基づき，構造状態を以下の 3 領域に区分する（Table 1）．

1) 領域 I（剛構造）：従来の土石流設計荷重（荷重成分・分布・作用高）に準拠して評価可能な構造状態とし，剛性比 η が概ね β 以上となる領域（$\eta > \beta$）と定義する．
2) 領域 II（境界構造）：土石流作用下において，構造変形が荷重特性に無視し得ない影響を与える構造状態であり，提案する荷重分布モデルを適用できる領域とする．柔・剛構造の影響も無視できない範囲として $\alpha \le \eta \le \beta$ と定義する．
3) 領域 III（柔構造）：落石等の作用において変位およびエネルギー吸収が支配的となる構造状態であり，$\eta < \alpha$ と定義する．ただし，ここでは当該領域の詳細な検討は扱わない．

Table 1 Classification of each structure

Category I: Rigid structure ($\eta > \beta$)	Category II: Boundary structure ($\alpha \le \eta \le \beta$)	Category III: Flexible structure ($\eta < \alpha$)
・Rigid body assumption ・Load distribution across the acting surface	・Overall surface deformation ・Influence of deformation on load ・Partial rigid structural response	・Deformations occur on the flexible side ・Large deformations due to localized loads ・Rigid bodies only exert reaction forces
・Stress σ (stress verification) ・Bending, shear ・Stability verification	・Tension in flexible members and bending in rigid members ・Focused on member force evaluation	・Maximum tensile force T_{max} ・Energy verification

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

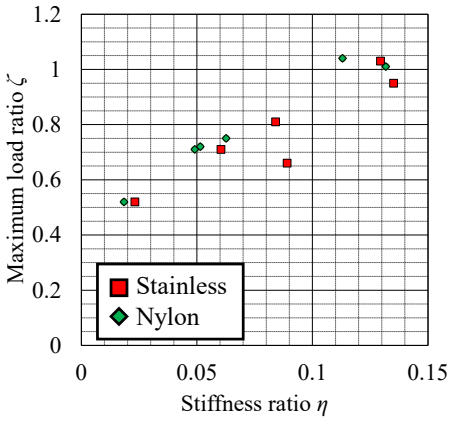


Fig. 1 Influence of stiffness ratio on maximum load ratio

なお，η は構造応答の支配無次元量であり，入力条件が一定であれば剛性比により整理可能である．

３．実験結果を基準とした境界構造の区分

３．１　実験の概要

境界構造の評価手法を検討するため，既報の結果 [2), 3)]を再整理した．本節では実験の概要を示す．実験は，長さ 4,350 mm，幅 300 mm の直線水路を用い，下流部に荷重計測装置を設置して，流下してきた土石流を捕捉した際の作用荷重を計測した．捕捉面には，変形が微小な剛構造モデルと，変形を許容するネットを設置し，これを境界構造モデルとする．ネットの材質は，ステンレスワイヤおよびナイロンの 2 種類とし，構造特性の違いが作用荷重に及ぼす影響を比較した．土石流条件としては，流速の異なる 6 種類のケースを設定し，各条件において荷重計測を行った．その結果，剛構造と境界構造に作用する荷重には明瞭な違いが確認された．特に，流速の大きい場合には，両構造に生じる最大荷重の差は小さくなる傾向が認められた．一方，多くのケースにおいて，境界構造に生じる最大荷重は剛構造よりも小さくなることが確認された．なお，境界構造の最大変形量については，柵高の半分以下であり，落石防護柵等で生じる大変形は確認されなかった．

３．２　実験結果に基づく境界構造の範囲

実験結果に基づき，構造特性を表す指標として剛性比 η を整理した．境界構造の等価剛性は，計測された最大荷重 F_{max} と最大変形量 δ_{max} との比（$k_{eq} \approx F_{max}/\delta_{max}$）により簡易的に評価した．基準剛性は，直径 ϕ 318.5 mm，板厚 t10.3 mm の片持ち梁を仮定して算出した．Fig. 1 は，境界構造と剛構造に生じた最大荷重の比率と，算出した剛性比 η との関係を整理したものである．Fig.1 より，η が概ね 0.05～0.01 付近を境に，剛構造と境界構造の作用荷重の差が拡大する傾向が確認された．この結果は，構造剛性の相対的な大きさが荷重伝達特性に影響を及ぼすことを示しており，η に基づく設計領域区分が整理指標となり得ることを示している．

３．３　境界構造の荷重評価手法の提案

現行の土石流設計荷重は，土石流流体力を構造に対して垂直に作用させるとともに，流動層以下に堆積した土砂による荷重の合力として評価されている [1)]．しかし，実験結果より，構造的特性の差異を考慮しない現状の荷重評価手法では実際に生じる荷重を過大に見積もる可能性がある．荷重計測結果と実験映像の比較検討の結果，剛構造と境界構造では以下 2 点の差異が確認された．

1)　土石流が構造物天端へ到達する際の衝突角度が，構造特性によって異なる場合がある．

2)　堆積土砂による静的荷重成分は，条件に依らず境界構造の方が剛構造より小さくなる傾向が認められた．

これらは，土石流捕捉時の流体力および堆積礫荷重に直接的に影響を与える因子となる．

以上の結果から，境界構造に対しては，衝突角度の影響および堆積土砂の荷重の低減効果を考慮した荷重評価手法が妥当と考え，Fig. 2 に示すような荷重分布モデルを提案する．本提案手法による算定値と実験値との比較結果を Fig. 3 に示す．現行設計に基づく評価では過大となる傾向が認められたのに対し，本提案手法は実験値と良好な対応を示した．これは，境界構造における適切な分布に基づく荷重による照査の可能性を示すものである．

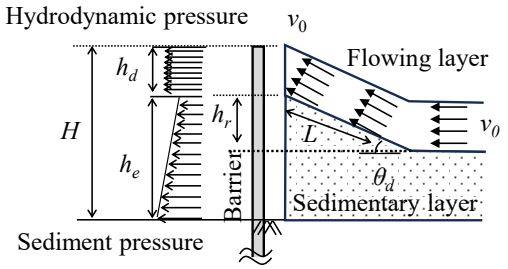


Fig. 2 Diagram of proposed debris flow load model

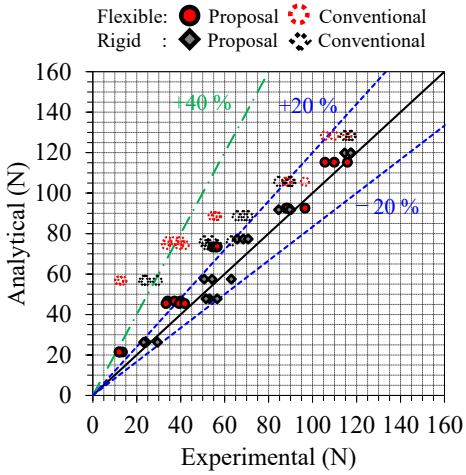


Fig. 3 Comparison of analytical and experimental values

４．まとめ

本研究では，新たな構造の評価区分として境界構造の領域について定義し，実験結果に基づく境界構造の区分を行った．また，定義された境界構造と剛構造との荷重の差異や土石流の衝突挙動について分析し，境界構造にも適用可能な新たな荷重評価手法を提案し，その妥当性についても確認した．

参考文献

1)　国土交通省 国土技術政策総合研究所：土石流・流木対策設計技術指針 解説，国総研資料 905 号, 2016.

2)　宮原邑太，堀口俊行：石礫型土石流の流速が柔構造物に及ぼす荷重緩衝効果の検討，砂防学会誌，78(5), pp.14-23, 2026.

3)　Y. Miyahara and T. Horiguchi: Study on velocity of flow velocity of bouldery debris flow on impact load on flexible barriers, Proceedings of 15th SILOS, pp.68-79, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

Effects of the Column on the Slab in Transmission Tower Foundations
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

阪村　七々郁（香川大・院）　　中泉　陽菜（奥村組）　　村上　知則（四国総研）
松島　学（香川大）　　吉田　秀典（香川大・創工）
Nanaka SAKAMURA, Kagawa University
Hina NAKAIZUMI, Okumura Corporation
Tomonori MURAKAMI, Shikoku Research Institute INC.
Manabu MATSUSHIMA, Kagawa University
Hidenori Yoshida, Kagawa University
E-mail: yoshida.hidenori@kagawa-u.ac.jp

In this study, pull-out tests simulating transmission tower foundations were conducted to investigate the influence of the column on the mechanical properties of the slab. The results confirmed that the presence of the column contributes to an increase in the bending cracking capacity up to the onset of interfacial separation between the column and the slab. In contrast, no significant influence of the presence or size of the column was observed on shear cracking capacity.

１．はじめに

近年，人口減少や省エネルギー化が進む一方で，データセンター等の普及により電力需要は増加している．わが国では，発電所と需要地が地理的に離れており，電力の安定供給には，送電施設の維持管理が重要となる．送電鉄塔の多くは 1960 年前後に建設され，無筋かつ老朽化が進行している上に，気候変動により自然外力が増大しているが [1]，材料費の高騰により，全面更新は困難であり，合理的かつ経済的な補修・補強による長寿命化が求められている．

送電鉄塔基礎は床版部と柱体部から構成されるが，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響は十分に検討されていない [2]．そこで本研究では，鉄塔基礎の合理的な補修・補強設計に資することを目的として，柱体部が床版部に及ぼす影響を明らかにする．

２．試験体概要

本研究では，実構造物の鉄塔基礎を 1/6 スケールで模擬したコンクリート試験体を作製し，引揚試験を実施した．支配的となる基礎体の破壊形態として曲げ破壊およびせん断破壊を想定し，これらに対応する試験体を計画した．

曲げ破壊対象試験体として，柱体部を有しない試験体（SPM01）および柱体部を有する試験体（SPM02）を，また，せん断破壊対象試験体として，柱体部の寸法を変化させた 2 種類の試験体（SPS01，SPS02）を作製した．これらに対して引揚試験を実施し，柱体部の有無および寸法の相違が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．

試験体は，つかみプレート，主脚材，取付板，いかり材の鋼材部とコンクリートから構成される．想定した破壊形態が支配的となるよう，配筋量および配筋配置を適切に設定した．試験体の概要を Table 1 に示す．引揚試験では，基礎体に作用する風荷重を想定した引揚力を載荷し，荷重―変位関係，ひび割れ性状および最終破壊形態を評価した．

３．試験結果および考察

各試験体の耐力の計算値と測定値を Table 2 に示す．なお，朱書の値は最終耐力を表している．

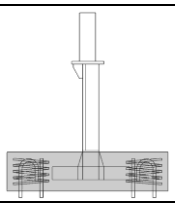
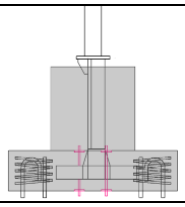
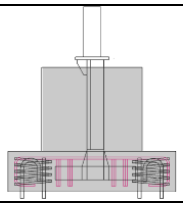
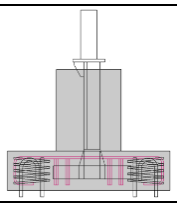
3.1　SPM01 試験体

SPM01 は，Fig.1 に示すように，34kN で十字状の曲げひび割れを生じて破壊に至った．Fig.2 より，測定値は計算値とほぼ同等で，当初想定通りの破壊挙動を示した．

3.2　SPM02 試験体

SPM02 は，まず，いかり材と取付板の接合部から柱体部の角部に向かってせん断ひび割れが発生･進展し，その後，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが発生すると想定していた．しかし，実際には，40kN で曲げに起因したひび割れが頂面に発生し，55kN で柱体部と床版部が剥離と同時に，明確な十字状の曲げひび割れが生じて破壊に至った（Fig.3，4 参照）．当初，せん断ひび割れが曲げひび割れに先行して発生し，かつ，柱体部と床版部は破壊に至るまで一体化していると想定としていたが，試験では，柱体部が剥離し，SPM01 と同様，十字状の曲げひび割れが卓越して破壊に至った．ここで，柱体部が半分程度剥離したと仮定して曲げひび割れ耐力を再計算すると，測定値に

Table 1 Overview of test specimens.

破壊モード	曲げ破壊モード		せん断破壊モード	
試験体名	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
試験体図				
柱体部	無	有	大	小
柱体幅／床版幅	―	0.5	0.6	0.4
補強筋（淡赤	―	せん断補強筋 2 本	曲げ補強筋 16 本	曲げ補強筋 16 本

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 2 Calculated and measured values.

	耐力(kN)	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
計算値	曲げひび割れ	36.9	73.7	92.2	61.4
	せん断ひび割れ	(61.0)	73.5	144.1	103.7
	最終耐力	-	-	164.6	164.6
測定値	曲げひび割れ	34.0	55.0	60.0	50.0
	せん断ひび割れ	-	×	65.0	55.0

近い 55.9kN となる．また，柱体部が無い（SPM01 試験体）場合，せん断ひび割れ耐力は 60kN 程度であることを考えると，SPM02 は，想定とは異なり，せん断ひび割れは発生せず，柱体部と床版部の剥離が生じた後，十字状の曲げひび割れが発生して破壊に至ったと類推される．

3.3 SPS01 試験体

SPS01 は，まず，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが，その後，いかり材と取付板の接合部からせん断ひび割れが発生し，破壊に至ると想定していた．しかし，実際には，60kN で柱体部と床版部の剥離および十字状の曲げひび割れが，その後，65kN で放射状のせん断ひび割れが発生し，破壊に至った（Fig,5，6 参照）．SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 60.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況より（Fig.7 参照），いかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し（灰色網掛），曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かると，その角度を低角に変えた（朱色網掛）ものと類推される．角度が低角となったことで，柱体部がない SPM01 にて想定したせん断破壊面より大きくなり，その結果，SPM01 の計算値より大きな値である 65kN でせん断ひび割れ破壊に至ったものと考える．

3.4 SPS02 試験体

SPS02 は，SPS01 と同様の破壊現象を呈し，SPS01 との違いは，SPS02 は SPS01 より柱体部が小さい分，曲げひびわれならびにせん断ひび割れに対する両耐力が低下すると想定していた．しかし，実際には，SPS01 と同様，50kN で十字状の曲げひび割れが発生・進展し，60kN で放射状のせん断ひび割れが発生して破壊に至った（Fig,8，9 参照）．ここでも，SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 50.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況（Fig.9）は，SPS01（Fig.7）と類似しており，その発生メカニズムも概ね同様であると推察される．また，SPS02 においても，せん断破壊面が曲げ補強筋位置に達すると破壊進展角度が緩やかとなり，せん断破壊面の広がりは SPM02 より大きくなった．このことから，せん断ひび割れ耐力は SPM02 より増大したと考えられる．一方で，柱体部寸法の大きい SPS01 と比較するとせん断破壊面は小さく，その結果，せん断ひび割れ耐力は SPS01 より低下したと考えられる．SPS02 については，試験後，ハンマーで砕いてせん断破壊面を露出させたところ，類推通り，せん断破壊はいかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し，曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かって，その角度を低角に変えていた．

4．まとめ

本研究では，鉄塔基礎を模擬した引揚試験により，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．その結果，柱体部は，柱体部と床版部の界面において剥離が生じるまでは曲げひび割れ耐力の向上に寄与することが確認された．一方で，せん断ひび割れ破壊に対しては，柱体部の有無および寸法の違いによる顕著な影響は認められなかった．以上より，床版部のせん断耐力の向上を目的としてせん断補強を施すことにより，せん断耐力の増大が期待できるとともに，当該補強によって柱体部と床版部の一体性が向上すれば，曲げ耐力の向上にも寄与する可能性が示唆された．

参考文献

1) 環境省：気候変動による災害激甚化に関する影響評価について 勢力を増す台風～我々はどのようなリスクに直面しているのか～，pp.11-18，2023.10.
2) 田邊成，斎藤修一，三島徹也，安雪暉：送電用鉄塔基礎の 4 本支持杭および直接支持床板における押抜きせん断耐力に関する研究，土木学会論文集，No.739/V-60，pp.1-13，2003.8.

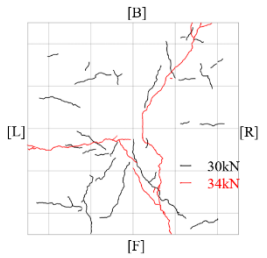


Fig.1 Crack pattern (SPM01)

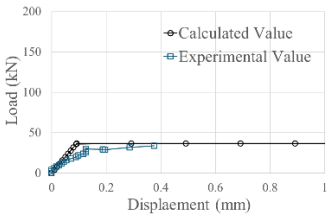


Fig.2 *P*-δ curve (SPM01)

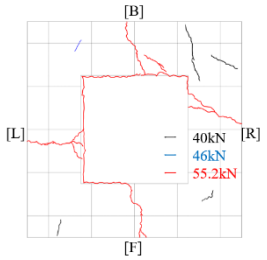


Fig.3 Crack pattern (SPM02)

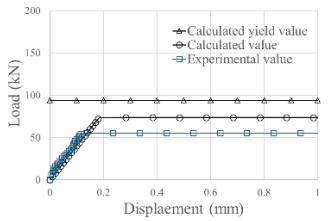


Fig.4 *P*-δ curve (SPM02)

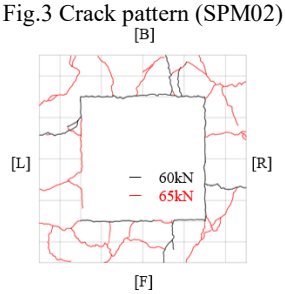


Fig.5 Crack pattern (SPS01 up)

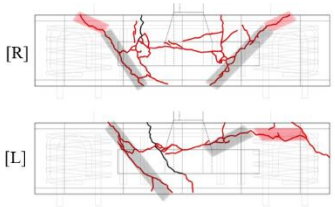


Fig.6 Crack pattern (SPS01 side)

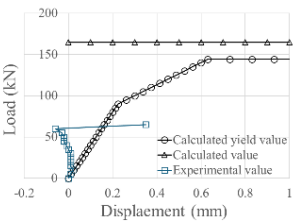


Fig.7 *P*-δ curve (SPS01)

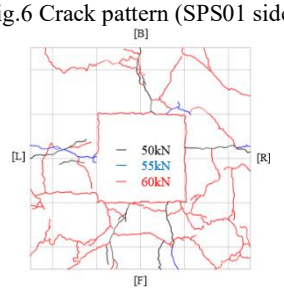


Fig.8 Crack pattern (SPS02 up)

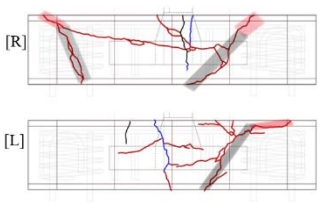


Fig.9 Crack pattern (SPS02 side)

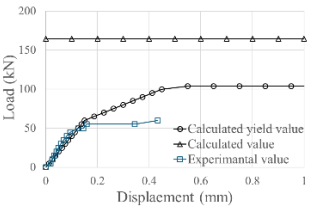


Fig.10 *P*-δ curve (SPS02)

弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法における FEM 要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

Investigation on the Dependence of FEM Element Size and Spatial Distribution in Elasto-Plastic Fatigue Crack Growth Life Evaluation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西垣　駿（大阪大・工）　桐生　泰輔（大阪大・工）　田中　颯人（大阪大・工）　中村　源太（大阪大・工）
柴田　誉（住友重機械工業（株））　フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　堤　成一郎（大阪大・工）
Shun NISHIGAKI, The University of Osaka
Taisuke KIRYU, The University of Osaka
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Genta, NAKAMURA, The University of Osaka
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

As the majority of damage in machines and structures is attributed to fatigue, there is a strong demand for establishing simulation technologies capable of predicting the life to fatigue fracture. The authors have previously proposed a unified evaluation method covering the process from fatigue crack initiation to fracture, based on elastoplastic FEM analysis. However, the crack propagation parameter used in this evaluation is dependent on the element size. Consequently, a remaining challenge is the high computational cost incurred when a small element size is specified. In this study, focusing on SENT specimens made of SM490A steel, a relational expression between the crack propagation parameter and the element size is proposed. Furthermore, the effects on prediction accuracy and analysis time were investigated using a model in which the element size was gradually increased in the crack propagation direction.

1．緒言

機械・構造物の損傷の多くは疲労に起因する [1]と言われる中，複雑な荷重履歴に対する疲労破壊までの寿命を高精度かつ簡便に予測可能なシミュレーション技術の確立が望まれる．著者らは，弾塑性 FEM シミュレーション結果から得られる局所的な弾塑性応答に基づき，疲労亀裂の発生寿命および破断までの進展寿命を統一的に評価可能な手法を提案 [2-4]している．本評価に用いる亀裂進展パラメータΔaは，亀裂先端近傍に位置する要素のサイズ（以降，要素サイズl）に依存して決定される．そのため，高精度な評価を目的として，要素サイズlを小さく設定した場合に計算コストが高くなることが課題としてあげられる．一方，先行研究 [2]では，CT 試験片を模擬した要素サイズl=0.005mm から 0.05mm の 2D モデルについて，試験結果を高精度で予測可能なΔaと要素サイズlの関係を定式化することにより，要素サイズlに非依存な疲労性能評価手法を提案している．しかしながら，計算コストの削減に有効な要素サイズlが大きな条件（l >0.05mm）に加えて，要素サイズlを不均一に配置したモデルへの適用性について検討はされていない．

そこで本研究では，SM490A からなる SENT 試験片を対象として，亀裂近傍に均一な要素サイズlのモデルを採用するとともに，疲労試験結果を再現可能な疲労亀裂進展パラメータΔaと最小評価距離a_0との関係式を提案する．次に，要素サイズlを亀裂進展方向に段階的に大きくしたモデルに対する提案手法の予測精度および解析時間に及ぼす影響について検討を行った．

2．弾塑性疲労性能評価手法の適用性検証

本研究で採用する疲労亀裂進展速度da/dNの評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し載荷に伴う弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [5]を採用した弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部の節点で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [3]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さ a における亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し回数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \qquad (1)$$

本手法の適用性検証として，SENT 試験片の疲労試験結果を対象に再現解析を行った．解析に使用した FE モデル（要素タイプ : 6 面体 1 次要素，要素サイズ : $l = 0.05mm$）を“基本モデル”と称し，Fig. 1 に示す．本解析により得られたサイクル数Nと亀裂長さaの関係を Fig. 2 に示す．これより，異なる最大応力および応力比で取得された実験結果の傾向を概ね再現可能であることが確認できる．

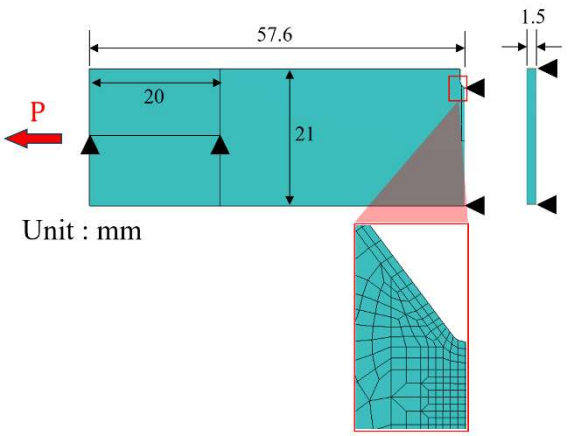


Fig.1　FE mesh and boundary conditions for SENT specimen

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

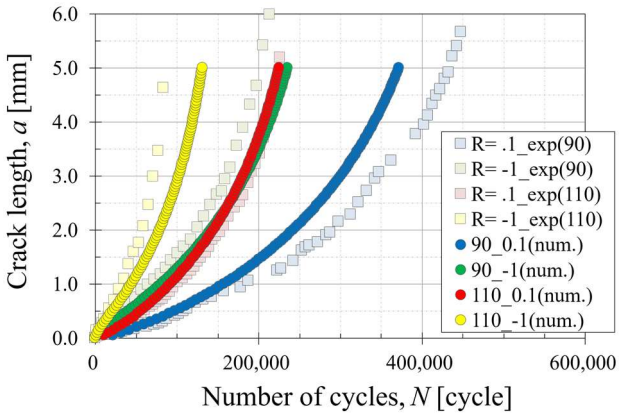


Fig. 2 Crack length vs. number of cycles

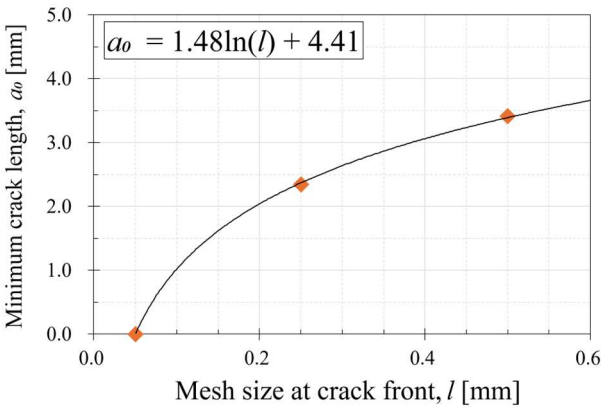


Fig. 3 Minimum crack length vs. mesh size at crack front

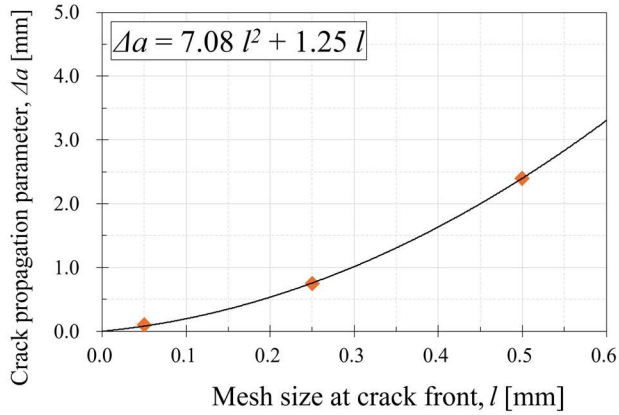


Fig. 4 Crack propagation parameter vs. mesh size at crack front

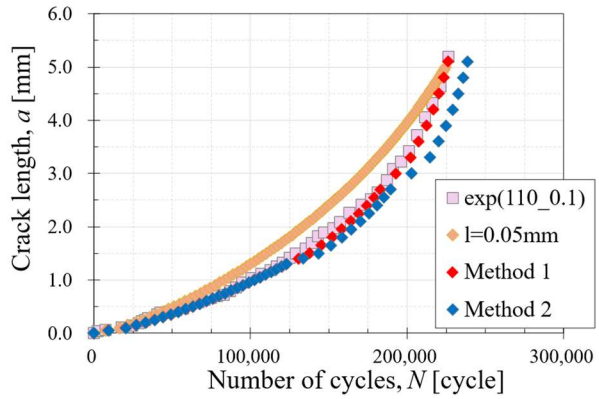


Fig. 5 Crack length a vs. number of cycles

３．要素サイズ影響に関する検討

要素サイズlを均一に設定した 3 種類（0.05/0.25/0.50 mm）の“均一要素モデル”に対する評価を実施した．ここで，疲労亀裂発生位置や発生直後の短い亀裂に関しては，切欠き部の形状再現性の影響を受けることから，適切な要素サイズlを設定する必要がある．そこで，
Δaの決定プロセスにおいて，実験結果との照査に採用する亀裂長さ(mm)の評価区間を$[a_0, 5]$と設定する．なお，基本モデルと同程度に実験結果を予測可能なa_0およびΔaを他の要素サイズlにおいても決定するとともに，得られたa_0とlの関係およびΔaとlの関係をそれぞれ$a_0 = 1.48ln(l) + 4.41$および$\Delta a = 7.08l^2 + 1.25l$として規定した（Fig. 3 および 4 参照）．

４．段階要素モデルに関する検討

要素サイズlを基本モデルと同じ 0.05mm から 0.30mm まで段階的に変化させた“段階要素モデル”に対して検討を行った．また，要素サイズlが急激に変化する領域での亀裂進展速度の評価手法として，次の 2 種類の手法について比較を行った．すなわち，亀裂進展速度の評価に採用する要素サイズlとして，Method1：亀裂先端節点の前方の要素サイズlを採用，Method2：亀裂先端節点を共有する前後の要素サイズlの平均値を採用した．基本ケースを含めた評価結果を実験結果とともに Fig. 5 に示している．これより，いずれのケースにおいても，実験結果を概ね再現可能であり，更に段階要素モデルによって，基本モデルと比較して解析時間を大幅に短縮するなど，その有用性を確認した．

５．結言

本研究では，要素サイズlやその分布に非依存な疲労性能予測手法の提案を目的として，疲労性能評価手法の要素サイズ依存性及び，段階要素モデルに対する適用性について検討を行った．その結果，任意の要素サイズ l に対してa_0およびΔaを決定可能な関係式を提案した．また，段階要素モデルに対する検討により，疲労亀裂進展挙動を高精度かつ短縮時間で評価可能であることを示した．

参考文献

1) 日本材料学会編: 疲労設計便覧, 1995,養賢堂.
2) 堤成一郎, 長濱啓和, Riccardo Fincato: 局所的弾塑性応答に基づく鋼材の疲労き裂発生および伝播寿命評価, 土木学会論文集 A2, 75, 2 (2019), I_445-O_453.
3) 柴田誉, 桐生泰輔, 佐藤啓介, フィンカト リカルド, 堤成一郎: 弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法, 土木学会論文集, 81, 15 (2025), 24-15028.
4) 田中颯人, フィンカト リカルド, 高木芳史, 崎本隆洋, 堤成一郎: 分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究, 土木学会論文集, 82, 15(2026), 25-15030.
5) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

Time-Consistent Risk Evaluation for Infrastructure Maintenance under Uncertainty of Stochastic Property (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石橋　明香里（東京大・工）　本田　利器（東京大・新領域）
Akari ISHIBASHI, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: ishibashi-akari@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study proposes a time-consistent risk evaluation framework for infrastructure maintenance under uncertainty of stochastic properties. Conventional maintenance planning relies on expected life-cycle cost (LCC) evaluation, which cannot adequately capture extreme events. Tail risk measures have therefore attracted increasing attention. To incorporate distributional uncertainty, Entropic Value-at-Risk (EVaR) with a Kullback–Leibler (KL) divergence constraint is employed. A nested risk structure is adopted to ensure time consistency in sequential decision-making problems. Numerical simulations of RC slab deterioration demonstrate that the method provides estimates closer to true risk values at the initial decision stage.

1. はじめに

インフラ維持管理では，劣化予測に基づくリスク評価が合理的な意思決定を支える基盤となる．従来の維持管理計画では，期待値に基づく LCC (Life cycle cost) 評価が広く用いられてきた．しかしながら，期待値に基づく評価は極端事象の影響を十分に反映できないという問題を有する．このため，近年ではテイルリスクに着目したリスク評価指標の研究がなされており，数学的にも優れた性質を有する代表的なものとして Conditional Value-at-Risk (CVaR) がある．

実構造物の劣化過程は本質的に不確実であり，劣化モデルにおいて仮定した確率分布が真の分布と乖離する可能性を常に含んでいる．従来のリスク評価手法では，劣化過程の確率特性は特定の確率分布によりモデル化されることが一般的である．しかしながら，実際の劣化挙動との乖離可能性を含む分布の誤差は，評価指標の中で明示的には考慮されていない[1]．さらに，インフラ維持管理は逐次的意思決定問題であるため，評価指標には時間的整合性が要求される．すなわち，将来時点から評価した場合にも，過去の意思決定と矛盾しないリスク評価が必要となる．

本研究では，確率特性の不確実性を明示的に考慮可能かつ時間的整合性を満たす動学的リスク指標の構築を行う．

2. 確率分布の不確実性を考慮した評価枠組み

確率分布の不確実性を扱うため，Entropic Value-at-Risk (EVaR)[2] に着目する．損失を表す確率変数 X に対し信頼水準 $\alpha \in (0,1)$ における EVaR は次式で定義される．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \inf_{\theta>0}\left\{\frac{1}{\theta}\left(\ln \mathbb{E}[e^{\theta X}] - \ln(1-\alpha)\right)\right\} \tag{1}$$

EVaR は，同一の信頼水準 α において，$\mathrm{VaR}_\alpha(X) \le \mathrm{CVaR}_\alpha(X) \le \mathrm{EVaR}_\alpha(X)$ の関係を満たすことが知られている．すなわち，EVaR は広く用いられているリスク指標である VaR および CVaR と比較して，より保守的なリスク評価を与える．さらに，EVaR は以下の双対表現を持つ．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \sup_{Q \ll P}\left\{\mathbb{E}_Q[X] \,\middle|\, D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) \le -\ln(1-\alpha)\right\} \tag{2}$$

ここで P は想定分布，Q は真の分布候補，$D_{\mathrm{KL}}(Q\|P)$ は Q と P の間の Kullback-Leibler (KL) 距離を表す．この双対表現は，EVaR が想定分布から一定の KL 距離内に存在する分布のうちで最大の期待損失を表すことを意味する．

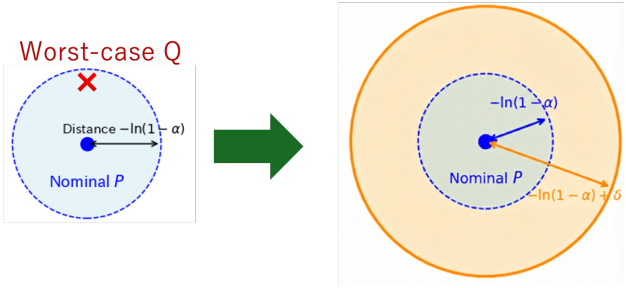


Fig. 1　Description of distributional uncertainty in EVaR

本研究では，上述の双対表現の性質に基づき，確率分布の不確実性を KL 距離として導入する．EVaR の双対表現において，信頼水準 α は，想定分布 P を中心とする KL 距離 $-\ln(1-\alpha)$ の分布集合を規定する．すなわち，リスク評価は，この分布集合内に存在する最悪分布に対する期待損失として解釈される．ここで，確率分布の不確実性を考慮するため，分布不確実性 δ を導入し，

$$-\ln(1-\alpha') = -\ln(1-\alpha) + \delta \tag{3}$$

と定義する．この関係は，**Fig.1** に示すように，KL 距離球の半径を拡張する操作に対応する．すなわち，想定分布 P から KL 距離 δ 以内に存在する追加的な分布の揺らぎを考慮することを信頼水準の引き上げ $\alpha \to \alpha'$ によって達成できることを意味する．

本枠組みにおいて δ は，想定分布と真の分布の乖離許容度を表し，モデル化誤差，環境条件の変動，およびデータ不足に起因する確率特性の不確実性などを統一的に表現する調整パラメタとして機能する．これにより，分布の誤差を明示的に考慮したロバストなリスク評価が可能となる．

ただし，KL 距離は一般的な距離とは異なり，三角不等式を満たさないため，，分布不確実性を δ 分だけ追加しても，想定分布と真の分布の乖離許容度を単純に δ だけ増加させることにはならない．つまり，信頼水準を α から α'

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

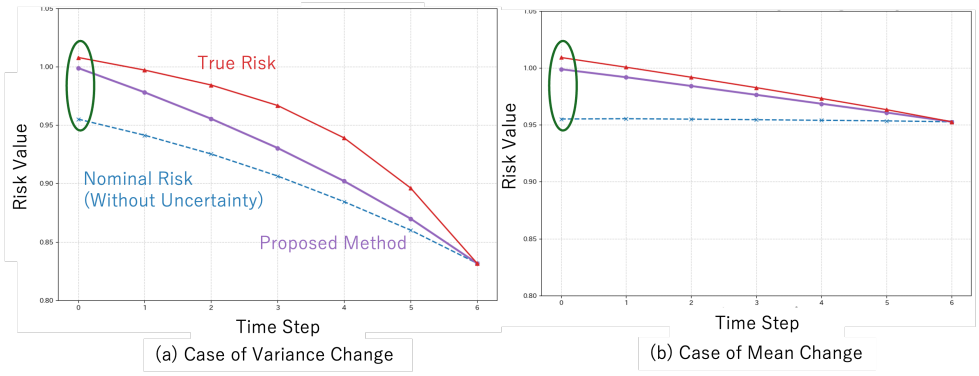


Fig. 2　Risk Trajectories for Different Stochastic Property Cases

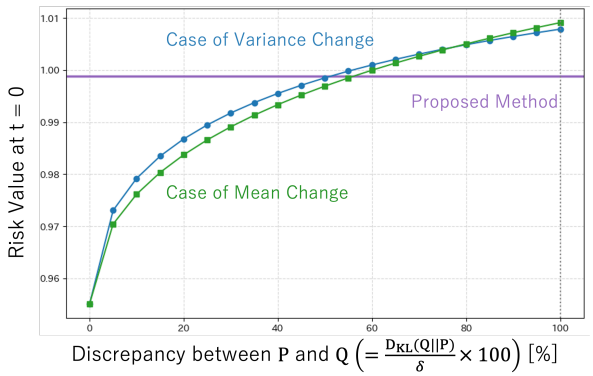


Fig. 3　分布乖離度に対する感度分析

へ調整する操作が，必ずしも全ての δ 乖離ケースを包含することを意味するものではない．本研究では，その妥当性を数値的に検証する．

3.　リスク指標における時間的整合性の獲得

一般に期待値の場合とは異なり，単期間で定義されるテイルリスク指標は，逐次的意思決定問題において時間的整合性を満たさない．時間的整合性が成立しない場合，将来時点から評価した際に，過去の意思決定との間に不整合が生じる可能性がある．

そこで本研究では，一期間リスク評価を後ろ向きに反復適用する入れ子構造[3] を導入する．

$$\rho_t(X) = \mathrm{EVaR}_{\alpha'}\left(\rho_{t+1}(X)|\mathcal{F}_t\right) \tag{4}$$

ここで，$\rho_t(\cdot)$ は時点 t における動学的リスク指標，$\mathcal{F}_t$ は時点 t までの情報集合を表す．この構造により，分布不確実性を考慮しつつ，時間的整合性を満たす動学的リスク評価が可能となる．本研究ではこの指標を信頼水準 α' における Iterated EVaR と呼ぶ．

4.　数値シミュレーション

提案手法の有効性を検証するため，RC 床版の土砂化の進行過程を対象とした数値シミュレーションを実施した[4]．本解析では，劣化進行が載荷回数に依存するものと仮定し，評価期間を 6 期間として設定した．各期間における載荷回数 N_t の想定分布を $N_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ とした．

確率特性の不確実性を表現するため，真の確率特性として $\mathcal{N}(\mu, a\sigma^2)$，$\mathcal{N}(b\mu, \sigma^2)$ を設定した．ここで，各確率特性は想定分布との乖離度が所定の KL 距離 $D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) = \delta$ を満たすようパラメタ a と b を調整した $(a = 7.68, b = 1, 32)$．

これにより，平均変動および分散変動がリスク評価へ与える影響をモンテカルロシミュレーションで比較した．

評価比較として，真の分布に基づくリスク値（True Risk: 想定分布を真の分布として信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），想定分布に基づくリスク値（Nominal Risk: 信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），および分布不確実性 δ を導入した提案手法（Proposed Method: 信頼水準 α' における Iterated EVaR で評価）によるリスク値を算出した．**Fig.2** に想定分布に対しそれぞれ平均・分散が異なる場合のリスク推移を示す．$t = 0$ 時点に着目すると，Nominal Risk は True Risk と比較して過小評価となる傾向が確認される．これに対し，Proposed Method は True Risk に近い値を与えており，初期意思決定段階におけるリスク評価の補正効果が確認された．

続いて，想定分布と真の分布との乖離度に対する感度分析を実施した．**Fig.3** に解析結果を示す．平均あるいは分散が異なるケースでは，乖離度が過度に大きくない領域において，提案手法は真のリスク値を上回る評価を与え，安全側の評価を維持することが確認された．この結果は，分布乖離度が過度に大きくない範囲において，提案手法が分布の乖離の影響を適切に反映し，ロバストなリスク評価が可能であることを示している．

5.　おわりに

本研究では，確率特性の不確実性の考慮を信頼水準の操作へ変換する評価枠組み，および時間的整合性を満たす Iterated EVaR を提案した．本手法は，分布の不確実性を明示的かつ操作可能な形でリスク評価へ組み込むことを可能とする．今後は，KL 距離の非距離性の考慮，考慮する分布不確実性の大きさが不確実性評価へ与える影響の分析，および提案手法の実務的意思決定への適用が課題である．

参考文献

1) Biondini, F. and Frangopol, D. M.: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structural Systems under Uncertainty, Journal of Structural Engineering, Vol.142, No.9, F4016001, 2016.
2) Ahmadi-Javid, A.: Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.155, No.3, pp.1105-1123, 2012.
3) Hardy, M. R. and Wirch, J. L.: The Iterated CTE: A Dynamic Risk Measure, North American Actuarial Journal, Vol.8, No.4, pp.62-75, 2004.
4) 嘉瀬由葉, 古川智也, 高橋佑弥: 実道路橋梁を対象とした床版土砂化予測に基づく予防保全的維持管理の提案, コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集, 22, pp.523-528, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

GPU スーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

Massively Parallel Bayesian Inference for Fault Slip Estimation Accelerated on GPU Supercomputer (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中尾 魁（東大・地震研）　市村 強（東大・地震研）　藤田 航平（東大・地震研）
Kai NAKAO, The University of Tokyo
Tsuyoshi ICHIMURA, The University of Tokyo
Kohei FUJITA, The University of Tokyo
E-mail: k-nakao@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a GPU-accelerated method for massively parallel Bayesian inference and used it for estimation of fault slip. Bayesian inference enables robust parameter estimation and uncertainty quantification but requires extensive Monte Carlo sampling resulting in high computational cost. Although massively parallel solutions have been proposed for CPU-based supercomputers, their computational pattern is not well suited for GPU acceleration. In this study, we developed the methodology that works efficiently on GPU-based supercomputers and evaluated its performance on the supercomputer Miyabi. It was shown that the proposed implementation achieved 42.1x speedup per node compared with the CPU version on Fugaku.

1. はじめに

観測データから観測不可能なモデルパラメータを推定する逆解析は，多くの分野に見られる重要な解析である．パラメータを確率変数として扱い，その確率分布を求めるベイズ推論は，観測データと事前情報を統合した安定な推定を可能とし，さらに不確実性定量化により信頼性の高い解を得ることができる有用な手法である．一方，パラメータ空間全体の探索にはモンテカルロサンプリングが必要であり，多数（しばしば 10 万以上）の順解析を要するため計算コストが極めて大きいという課題がある．この計算コストに対処するため，多数のサンプルの尤度評価を並列に実行する手法が提案されている．筆者らはこれまで，並列計算に適したアルゴリズムに基づき，スーパーコンピュータ富岳の高い解析能力を活用した「超並列ベイズ推論」を提案し，複雑な断層モデルのベイズ推定において，その有効性を示している[1]．

近年および次世代のスーパーコンピュータでは，CPU と比較してさらに高い演算性能を持つ GPU の採用が主流となり，GPU の性能を活用した，さらに高速なベイズ推論の実現が期待される．しかし，富岳の CPU 用に開発された超並列ベイズ推論の既往手法では，計算粒度が小さく不均一であり，GPU への単純な移植では高効率な実行が困難であった．そこで本研究では，GPU に適合した手法を設計し，GPU スーパーコンピュータ Miyabi においてその性能を検証する．

2. 手法

対象問題は，地殻変動データ $\boldsymbol{d}$ から断層ジオメトリ $\boldsymbol{\theta}$ および断層面上のすべり分布 $\boldsymbol{s}$ を推定するベイズ逆解析である．サンプリング計算は 2 層の階層構造を持ち，外側ループで $\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングを行い，$\boldsymbol{\theta}$ の尤度評価が必要な際には，内側ループで $\boldsymbol{\theta}$ を固定した $\boldsymbol{s}$ のサンプリングを行って周辺尤度を評価する．両者のサンプリングには，並列計算に適した Sequential Monte Carlo (SMC; Alg. 1) を用い，$\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングは MPI プロセス間で，$\boldsymbol{s}$ のサンプリングは GPU スレッド間で並列化する．

主な計算コストは，$\boldsymbol{s}$ の mutation において，各サンプルを Hamiltonian Monte Carlo (HMC) により更新する処理にかかる．Alg. 2 に，Ching & Chen (2007)[2] に基づく既往の CPU 実装のアルゴリズムを示す．ここで，$\boldsymbol{p}_i$ は $\boldsymbol{s}_i$ に共役な運動量ベクトル，N^i_{move} は $\boldsymbol{s}_i$ の HMC 更新回数，N_τ は 1 回の HMC 更新におけるステップ数である．N^i_{move} は，総和がサンプルサイズ N_s となるように，各サンプルの尤度に応じて割り当てられる．主要な計算カーネルは $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{s}_i$ の密行列-ベクトル積である．この方法では N^i_{move} がサンプルごとに異なるため，スレッド間の負荷不均衡により，GPU では $\boldsymbol{s}_i$ に関して並列計算を行うことが難しい．そこで GPU 向けの実装では，全サンプルで N_{move} を統一したアルゴリズム[3] を採用した．この場合，$\boldsymbol{s}_i$ のループを j,k のループの内側に移動でき，ブロック変数 $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}_1 \cdots \boldsymbol{s}_{N_s}]$，$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{p}_1 \cdots \boldsymbol{p}_{N_s}]$，$\boldsymbol{D}' = [\boldsymbol{d}' \cdots \boldsymbol{d}']$ を導入することで，Alg. 3 のように表される．この変更により負荷不均衡が解消され，主要カーネルは密行列-行列積 $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{S}$ となり，GPU に適した密な計算構造へ変換される．N_{move} の値は，実際のアプリケーション条件において，精度が既往アルゴリズムと同等であることを確認したうえで，$N_{\mathrm{move}} = 3$ に設定した．この変更により総演算回数は約 3 倍に増加するが，GPU の高い並列性を活かした実行時間の短縮が期待される．

実アプリケーションにおいて $\boldsymbol{S}$ および $\boldsymbol{G}'$ のサイズはそれぞれ (1000×200)，(200×200) 程度と比較的小さく，単一プロセスでは GPU の計算資源を十分に活用できない．そこで，複数プロセスのカーネルを同一 GPU 上で同時実行する Multi Process Service (MPS) を導入して GPU 利用率を向上させた．

Algorithm 1: Sequential Monte Carlo

input : Samples from the prior distribution
output: Samples from the posterior distribution
$\gamma \leftarrow 0$;
while $\gamma < 1$ **do**
  Resampling according to likelihood;
  for *each sample* **do**
    Mutation by MCMC (**in parallel**);
  Synchronize processes;
  $\gamma \leftarrow \gamma + \Delta\gamma$;

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Algorithm 2: Original HMC for CPU

for *each sample* $\boldsymbol{s}_i$ **do**
  for $j = 1, \ldots, N^i_{\text{move}}$ **do**
    for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
      $\boldsymbol{s}_i \leftarrow \boldsymbol{s}_i + C\boldsymbol{p}_i\Delta\tau$;
      $\boldsymbol{p}_i \leftarrow \boldsymbol{p}_i + (\boldsymbol{d}' - G'\boldsymbol{s}_i)\Delta\tau$;

Algorithm 3: Modified HMC for GPU

for $j = 1, \ldots, N_{\text{move}}$ **do**
  for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
    $\boldsymbol{S} \leftarrow \boldsymbol{S} + C\boldsymbol{P}\Delta\tau$;
    $\boldsymbol{P} \leftarrow \boldsymbol{P} + (\boldsymbol{D}' - G'\boldsymbol{S})\Delta\tau$;

3. 性能評価

提案手法の性能を評価するための数値実験について述べる．すべての数値実験はスーパーコンピュータ Miyabi で実施した．Miyabi は各ノードに NVIDIA GH200 Superchip を 1 基搭載する GPU ベースのスーパーコンピュータである．真の断層ジオメトリとすべり分布を仮定して地殻変動の合成データを生成し，その逆解析を行った．

まず，MPS による 1GPU あたりの最適なプロセス数を調べるため，Miyabi の 1 ノードを用いて，$\boldsymbol{\theta}$ に関する SMC を 10 反復だけ行う Mini application で性能評価を行った．ここで，SMC のサンプルサイズは $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960$，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$，HMC カーネルの設定は $N_{\text{move}} = 3$，$N_\tau = 50$ とした．Fig. 1 に，プロセス数を 1 から 32 まで変化させた場合の計算時間および実効性能を示す．実効性能は主要カーネル $\boldsymbol{G'S}$ の演算回数を総実行時間で除することで算出した．プロセス数 16 において最大の性能 13.40 TFLOPS が得られ，Tensor Core を用いた倍精度理論演算性能の 20.0% に相当する高性能が確認された．

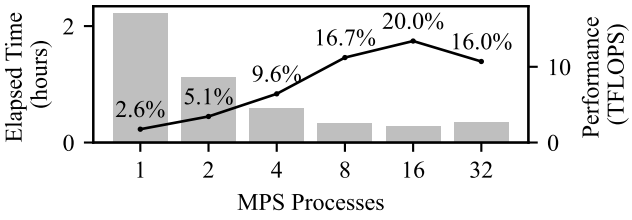


Fig. 1 Mini-application performance on one Miyabi node. Gray bars indicate the total elapsed time. Black lines indicate the effective GPU performance and its ratio to the FP64 Tensor Core peak performance.

続いて，多数ノードを用いた超並列環境で性能が維持されるかを検証するため，実アプリケーション条件において Weak scaling テストを実施した．Mini application の結果に基づき，1 ノードあたり 16 プロセスで並列化し，サンプルサイズを $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960 \times$ ノード数，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$ とした．Fig. 2 に，ノード数を 1 から 128 まで変化させた場合の計算時間と，1 ノードを基準とした並列化効率を示す．128 ノードまで 92.3% の並列化効率を維持しており，$N_{\boldsymbol{\theta}} = 122880$ に達する大規模サンプリングにおける有効性が確認された．

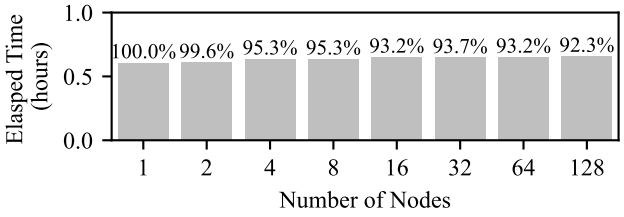


Fig. 2 Weak scaling from 1 to 128 nodes on Miyabi. Gray bars indicate the total elapsed time. The numbers above the bars indicate the parallel efficiency relative to the 1-node case.

Miyabi の 128 ノードと同条件の解析を既往の CPU 実装で行うと，富岳の 1024 ノードを用いて 3.5 時間を要した．この結果と比較すると，本 GPU 実装はノードあたり 42.1 倍の高速化を達成している．Miyabi と富岳の間で 1 ノードの倍精度理論演算性能比は 19.7 倍であり，GPU 向けの手法開発により，理論性能比を上回る高速化が実現された．

4. おわりに

本研究では，断層すべりのベイズ推定を対象に，GPU スーパーコンピュータ上で超並列ベイズ推論を行う手法を提案し，Miyabi を用いてその性能を評価した．計算が均一かつ密になるようにアルゴリズムを設計し，MPS を活用して GPU 利用率を向上させることで，富岳の CPU 実装と比較して，ノードあたり 42.1 倍の高速化を達成した．これにより，従来は GPU 計算に不向きであった超並列ベイズ推論を GPU 上で高効率に実行できることを示した．本手法は，ベイズ推論の他の応用に加え，アンサンブルデータ同化や集団的最適化など，多数の小規模な順解析を反復する解析の GPU 実行に有効であると考えられる．

謝辞：本研究は，最先端共同 HPC 基盤施設（JCAHPC）が提供するスーパーコンピュータ Miyabi の計算資源を用いて実施されました．本研究は，文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム「「富岳」による地震の大規模シミュレーションの基礎拡充と社会実装へ向けた展開」(JPMXP1020230213) の一環として実施されたものです．また，本研究の一部は，スーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け，実施しました (課題番号：hp230203, hp240217, hp250230)．本研究は JSPS 科研費 23H00213, 25K21686 の助成を受けたものです．本研究は，JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2108 の支援を受けたものです．

参考文献

1) Nakao, K., Ichimura, T., Munekane, H., Kobayashi, T., Hori, T. and Fujita, K.: Simultaneous Bayesian estimation of multisegment fault geometry and complex slip distribution: application to the 2024 Noto Peninsula earthquake, Geophysical Journal International, Vol.242, No.2, ggaf231, 2025.
2) Ching, J. and Chen, Y.-C.: Transitional Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Model Updating, Model Class Selection, and Model Averaging, Journal of Engineering Mechanics, Vol.133, No.7, pp.816-832, 2007.
3) Del Moral, P., Doucet, A. and Jasra, A.: Sequential Monte Carlo Samplers, Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, Vol.68, No.3, pp.411-436, 2006.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

Fast and Energy-efficient Multi-wavefield Analysis Method and its Application to Internal Structure Estimation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊東　秀晃（東京大・地震研）　市村　強（東京大・地震研）
藤田　航平（東京大・地震研）　Lalith Maddegedara（東京大・地震研）
堀　宗朗（海洋開発研究機構）
Hideaki ITO, The University of Tokyo
Tsuyoshi Ichimura, The University of Tokyo
Kohei Fujita, The University of Tokyo
Lalith Maddegedara, The University of Tokyo
Muneo Hori, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
E-mail: hideakiito@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a multi-wavefield analysis method for a densely coupled CPU-GPU environment, achieving 7.81 times faster than conventional methods. By training a neural network using the results, we built a surrogate model capable of evaluating 3D structural characteristics. This approach enables 3D inverse estimation 39 times faster than direct simulation, making high-resolution digital twin construction practically feasible.

1. はじめに

都市のレジリエンスと生産性を高めるため，高詳細なデジタルツイン構築が求められている．デジタルツイン構築を推進するには，地盤や社会基盤構造物のような巨大な系における 3 次元内部構造の推定が不可欠である．特に，表面加振への応答の観測値と，数値モデル上での計算値とを照査して内部構造を推定する手法が一般的である．この様な巨大かつ不均質な系の内部構造の推定には複雑形状や不均質構造の表現に優れる 3D 有限要素法 (FEM) の適用が有効である．しかし，高周波帯域まで精度を保証した波動場解析には十分な離散化が必要であり，計算コストの観点から高解像度な内部構造推定は極めて困難である．例えば，1k̇m 四方のモデルで 5Ḣz までの精度保証をする場合，数千万自由度の解析を数千タイムステップに渡って実行しなけらばならない．さらに，入力波の特性に依存しない固有の振動特性 (e.g. 卓越振動スペクトル) を抽出するためには，多数の入力ケースを用いた解析が必要となる．また，単一モデルでの解析時間が十分短縮されたとしても，逆解析において膨大な数のモデルを探索することも計算コストをさらに増大させる要因となる．これらの課題を踏まえ，本研究では以下のアプローチで解析コストの削減を図る．i) 近年の計算機の開発進展により可能になった CPU-GPU 間の高速なデータ転送を活用し，CPU と GPU の協調計算により多入力ケースに対する応答の計算を高速に行う．ii) i) により得られた解析データからニューラルネットワーク (NN) ベースのサロゲートモデルを構築し，内部構造の推定を効率的に行う．

2. 密結合 CPU-GPU 環境における高速な多ケース同時波動場解析

本研究では，以下の線形弾性体の支配方程式に対し，表面加振のパターンを変化させた多ケースの解析を効率的に実行する:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(c_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right) = f_i. \tag{1}$$

ここで，ρ は密度，u_i は変位ベクトル，t は時間，x_j は空間座標，c_{ijkl} は 4 階の弾性テンソル，f_i は外力ベクトルを表す．空間離散化には，複雑な幾何形状のモデル化や応力自由境界条件の再現に適した四面体二次要素による FEM を用いる．また，時間積分には，CFL 条件に起因する時間刻みの制約を緩和するため，Newmark の β 法を採用する．

上記の計算は，各タイムステップで線型方程式を共役勾配 (CG) 法により反復的に解くことで行われる．解析のボトルネックとなる反復ソルバーの加速には，CPU-GPU 間の高速なデータ転送が可能な計算環境を活用したアルゴリズム[1] を導入した．この計算アルゴリズムでは，CPU 上での CG 法の初期解予測と GPU 上の効率的な反復ソルバーとを同時実行することで高速かつ高エネルギー効率な解析が可能になる．特に，反復ソルバー内では Element-by-Element 法を用いてメモリアクセスを効率化し，単一入力ケースあたりの解析時間を短縮する．実際，不均質地盤を模した 3 層の地盤モデルに対してこの計算手法を適用したところ，従来手法と比較して 1 ケースあたり 7.81 倍の高速化を達成した．

3. サロゲートモデルへの応用と内部構造推定の適用例

まず前節の手法により生成した解析データを学習させ，NN ベースのサロゲートモデルを構築する方法について述べる．次いで，構築したサロゲートモデルを用いて実地盤を模した 3 次元内部構造の逆解析を行い，本手法により現実的な計算コストで内部構造推定が実行可能となることを示す．なお，内部構造を表す物理量として地表面で観測される卓越振動スペクトルを用いる．卓越振動スペクトルは，変位応答から抽出される自由振動に対応する波形を FDD 法[2] により周波数領域で特異値分解することで得られる．この際，アンサンブル平均が十分収束したスペクトルを得るため，32 ケースの入力に対する応答を評価に用いている．

3.1. NN ベースのサロゲートモデルの構築

地盤構造と卓越振動スペクトルの非線形な対応関係を学習させ，卓越振動スペクトルを高速に評価可能なサロゲートモデルを構築した．地盤の振動特性は，観測点周りの局

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

所的な地盤構造に強く依存するため，本研究では局所的な3次元地盤構造をNNの入力とする．しかし，入力となる3次元グリッド構造と出力である卓越振動スペクトルとの間には大きな次元の乖離があり，これが学習の不安定化や過学習を招く懸念がある．そこで，まずEncoder-Decoder構造を用いて入力データの再構成を行い，出力次元と同等程度の次元数をもつ潜在空間を構築した．この潜在空間上の特徴量と卓越振動スペクトルを対応付けることにより，安定的な学習と高精度な予測を両立させている．

3.2. 地盤構造逆解析への応用

実地盤を模擬して生成した水平方向の不均質性をもつ3層の地盤構造を参照モデルとし，ランダムなサンプル地点における層厚データから参照モデルを再現する地盤モデルを提案手法により推定可能であることを示す．ここでは，500 m×500 mの範囲のランダムな80地点で得られた層厚から，逆距離荷重法の補間により120の候補モデルを生成し，この中から尤もらしいモデルを選択するものとした．120のモデルから地盤構造の観点から最も異なる3つのモデルを選び，これらに対して2節のアルゴリズムを用いて32ケースの入力に対する応答を計算した．この際，5 Hzまでの精度保証を目指し，空間離散化幅は2.5 m時間離散化幅は0.005秒とし，8192ステップに渡って計算を行った．3つのモデルから一辺100 mの立方体で表される局所構造と卓越振動スペクトルのペアを取得し，62,000のデータセットを構築した．なお，入力データの立方体グリッドは2.5 mの解像度で各点の物性値が格納されている．

学習済みのNNの汎化性能を評価するために，学習データ生成には用いていないモデルからテストデータセットを構築した．図1に予測誤差が最小・最大であったケースの予測スペクトルを真値とともに示す．およそスペクトルの形状は良好に予測できていることが確認された．

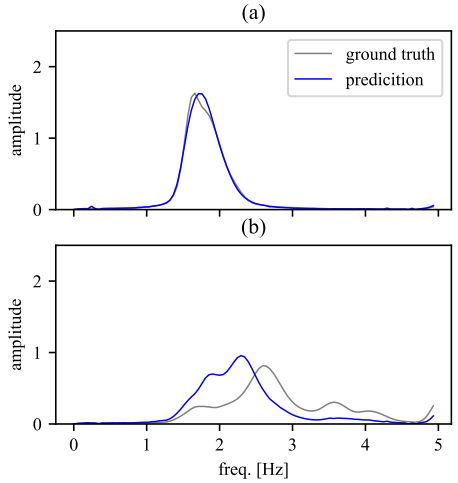


Fig. 1 Comparison of predominant frequency spectra between ground truth and NN prediction: (a) minimum error and (b) maximum error in test dataset.

図2には，サロゲートモデルにより評価されたモデルのうち卓越振動スペクトルの疑似観測値との乖離が最小，最大であったモデルと参照モデルを示す．サロゲートモデルの汎化性能により地盤モデルの振動特性の評価が可能になり，その結果参照モデルを再現する地盤モデルを選択可能であることが示された．

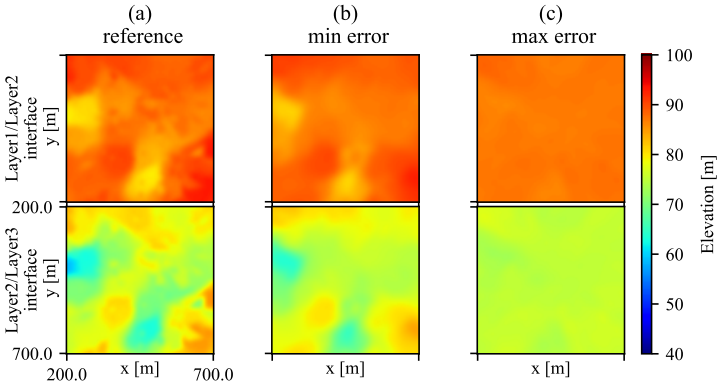


Fig. 2 Comparison of models: (a) reference model, (b) model with minimum error, and (c) model with maximum error.

最後に，本適用例での計算コストについて整理する．NVIDIA GH200 1台を用いて，2節で示した高速な波動場解析手法を適用することで学習データの生成を行った．1モデルあたり32ケース必要となる波動解析が約26時間で可能になった．結果，3モデル分で26×3 ＝約78時間所要した．NNの学習には2.5時間かかり，1つの候補モデルの卓越振動スペクトルの評価に要した時間は約0.5秒であった．よって，120の候補モデルについて観測点に対応する地点での卓越振動スペクトルを評価するのに必要な時間は，約80.5時間である．サロゲートモデルを用いていない場合には，波動解析を全モデルに対して実施することになるため，計算時間は3120時間となる．結果的に，高速解析手法と少数のモデルにおける計算結果を利用するサロゲート化手法を併用することで，3120/80.5=約39倍高速に地盤構造の逆解析が可能であることが示された．

4. 結論

本研究では，不均質性を持つ巨大系における3次元内部構造の逆推定を高速化するため，CPU-GPU協調計算による高速波動場解析手法とNNベースのサロゲートモデルを組み合わせた方法を提案した．CPU-GPU間の高速データ転送環境を活かしたアルゴリズムを用いることにより，1ケースあたりの解析を従来比約7.8倍高速化した．さらに少数の解析結果から構築したサロゲートモデルを用いることで，全モデルを直接計算する場合と比較して約39倍の効率で地盤構造の逆解析が可能であることを示した．膨大な計算コストが課題であった高詳細なデジタルツイン構築において，実用的な解析時間で高精度な推定が可能にするアプローチであることを確認した．

参考文献

1) Ichimura, Tsuyoshi, et al. ”Heterogeneous computing in a strongly-connected CPU-GPU environment: fast multiple time-evolution equation-based modeling accelerated using data-driven approach.” SC24-W: Workshops of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. IEEE, 2024.
2) Brincker, Rune, Carlos E. Ventura, and Palle Andersen. ”Damping estimation by frequency domain decomposition.” 19th International Modal Analysis Conference. Vol. 9. 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

Separation and Evaluation of Different Deterioration Factors using Latent Class Hazard Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

神前　真桜（大阪大・工）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　貝戸　清之（大阪大・工）
Mao KOZAKI, The University of Osaka
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Kiyoyuki KAITO, The University of Osaka
E-mail: m.kouzaki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

In infrastructure systems where the failure of any single component results in the loss of functionality of the entire system, the system-level failure risk follows a series structure. In such systems, understanding and managing the characteristics of rapidly deteriorating locations is particularly important. This study develops a statistical deterioration prediction method that explicitly incorporates characteristics affecting only rapidly deteriorating components as explanatory variables. Specifically, focusing on rail bonds in the railway field, two different deterioration processes are represented using a mixture exponential hazard model with latent classes, and the model parameters are estimated from inspection records.

１．はじめに

設備群全体で得られた点検データに基づく統計的劣化予測手法の高度化が進められてきた．例えば，設備の特性変数で表現しきれない劣化傾向を異質性パラメータによって表現することで，設備全体の傾向を把握しつつ，設備個々の予測精度向上が可能となっている [1]．このような方法論は設備全体の管理施策の最適化において多大な効力を発揮してきた．一方，各設備の劣化や故障で生じる設備群全体の機能喪失リスクが並列ではなく，どこか一か所でも故障すると全体の機能が喪失するような設備群では，最も劣化が速い一部の設備の特性の把握と管理が重要となる．既存モデルは劣化の一部の速い設備よりも設備全体への影響が大きい特徴を特性変数として採択するため，一部の劣化の速い設備の劣化要因がほか大多数と異なる場合，有効な特性変数を統計的に検出できない可能性が存在する．

そこで本研究では，劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築する．具体的には，鉄道分野のレールボンドを対象とし，2 つの潜在クラスを有する混合指数ハザードモデルにより異なる二つの劣化過程を表現し，これを検査記録から推定する手法を構築する．

２．分析対象の概要：レールボンド

レールボンドは隣接するレール同士を電気的に接続する鉄道設備である．列車検知の機能を担う軌道回路や電化区間における変電所への帰線など，レールを介した電気回路の構成において重要な役割を果たす．レールボンドが脱落するなどして継目部の電気的連続性が失われると，列車検知ができなくなり，運行障害に発展する．軌道回路中に複数存在するレールボンドのどこか一箇所の異常で，その軌道回路全体が機能不全に陥るため，レールボンドは代表的な直列系のリスク構造を有する部材でもある．障害を未然に防ぐため検査や修繕が実施されているが，レールボンドは数が多く検査頻度も高いため，保守業務の負担も大きい．そのため，安全性を向上させつつも，検査周期や箇所，修繕方法を合理化していくために，異常発生頻度の高い箇所に共通する特徴の把握が求められている．

筆者らは，検査記録に基づく統計分析により，異常発生までの期間やそのばらつき，影響因子の特定などを進めてきた [2]．一方，1 章でも述べた理由により，点検記録全体に対して推定した既存分析モデルは異常が生じやすい一部のレールボンドの要因を十分に説明できないといった課題があった．

３．潜在クラス混合指数ハザードモデルと推定法

レールボンドの異常発生期間が指数分布に従うと仮定する．加えて，異常発生頻度が高いレールボンド群と異常発生頻度が低いレールボンド群が存在すると仮定する．平均の異なる 2 つの指数分布kの混合モデルとして考えると，検査結果が得られたときの尤度関数は式(1)で表される．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{\delta}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\pi}) = \prod_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{2}\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n} \quad (1)$$

ここで，Iはレールボンド数，N_iは各レールボンドの検査サンプル数，t_nは検査間隔期間，δ_nは当該検査間隔で異常が発生した場合は 1，発生していない場合は 0 をとるダミー変数，π_kは指数分布kの混合比である．また，λ_{ik}は異常の発生しやすさを表すパラメータであり，特性変数ベクトル$\boldsymbol{x_i}$と未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$の線形結合で表される．

式(1)の尤度関数を用いて，未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$と混合比π_kを最尤法により検査記録から推定する．式(1)の尤度関数を対数変換しβ_{kj}とπ_kで偏微分すると，式(2)(3)が導かれる．

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\beta_{kj}} = \sum_{i=1}^{I}\left[\gamma_{ik}x_{ij}\sum_{n=1}^{N_i}\left\{\frac{\exp(-\lambda_{ik}t_n)}{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)}t_n\right\}^{\delta_n}(-t_n)^{1-\delta_n}\right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\pi_k} = \frac{1}{\pi_k}\sum_{i=1}^{I}\gamma_{ik} \quad (3)$$

ここで，γ_{ik}は負担率と呼ばれ，式(4)で表される．

$$\gamma_{ik} = \frac{\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n}}{\sum_{m=1}^{2}\pi_m\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{im}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{im}t_n)^{1-\delta_n}} \quad (4)$$

この負担率は，各レールボンドにおける尤度のうち，指数分布kが負担する成分を表したものである．

β_{kj}の最尤推定値は，式(2)が 0 となる条件下で与えられるが，式(2)は解析的に閉じた形の解を得ることができない．そこで，EM アルゴリズム [3]を用いて推計を行う．まず，π_kとβ_{kj}に対して設定された初期値を，式(4)に代入して負担

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Estimation results.

	Class 1 (high-anomaly)	Class 2 (low-anomaly)
π_k ： Mixing ratio	0.0844	0.9156
β_{k1}： Constant term	0.0399 (0.84)	0.0526 (5.56)
β_{k2}： CV55-280	0.0594 (1.26)	-0.0408 (-4.26)
β_{k3}： CV55-500	0.0484 (1.02)	-0.0458 (-4.81)
β_{k4}： CL100-1000	-0.0354 (-0.72)	-0.0447 (-4.62)
β_{k5}： CL70-1200	0.0476 (0.88)	-0.0358 (-3.62)
β_{k6}： Track irregularity	0.0290 (0.44)	0.0095 (1.01)
β_{k7}： Transition curve	-0.0444 (-1.90)	-0.0024 (-1.04)
β_{k8}： Curvature	0.1194 (3.95)	0.0222 (7.42)
AIC	9460	

Wald statistics are shown in parentheses.

率を計算する（E ステップ）．それを式(2)(3)に代入して，負担率を固定した際に求まる条件付きの最尤推定値を計算する（M ステップ）．その後，未知パラメータと混合比の推定値を用いて負担率を再計算する（E ステップ）．この E ステップと M ステップの繰り返しにより，対数尤度関数の単調増加が理論的に保証される．したがって，各ステップにおけるパラメータ変化量が 0 に収束した際のβ_{kj}とπ_kの値を最尤推定値とすることができる．

4．レールボンド点検記録への適用

Table 1 に約 14 年間 55km の路線における 2090 本のレールボンドの検査記録に提案手法を適用し，EM アルゴリズムにより推定されたパラメータの最尤推定値と赤池情報量規準（AIC）を示す．未知パラメータβ_{kj}の推定値は，特性変数x_{ij}を最大値 1 に標準化して用いているため，レールボンドの異常発生傾向に対するその特徴の感度を表す．例えば，正であれば異常が発生しやすい方向に，負であれば異常が発生しにくい方向に影響する．また，絶対値が大きいほどその影響は顕著となる．

Table 1 より，高頻度の異常発生を表現するクラス 1（以下，異常多モデル）と低頻度の異常発生を表現するクラス 2（以下，異常少モデル）の 2 つの指数分布の組み合わせでレールボンドの異常発生傾向を表現した場合，クラス 1 と 2 では特性変数の影響の仕方が異なることがわかる．例えば，β_{k2}～β_{k5}はレールボンド種別の影響力を示しているが，異常少モデルでは種別間の推定値の差が比較的小さい．また，軌道変位や緩和曲線，曲率の影響に関しても，異常少モデルでは推定値の絶対値が比較的小さい．つまり，異常少モデルでは，レールボンドの種別や軌道状態，線形などに対して異常発生頻度があまり影響を受けていないクラスであることがわかる．実際に異常少モデルは各種特性変数の中で定数項の感度がもっとも高い．これは対象レールボンドの検査記録の期間（約 14 年）の中で 1 度も脱落などの異常が生じていないレールボンドが 7 割を占めるため，今回の対象期間内では異常発生因子を十分に絞り切れなかったものと推察される．

また，β_{k2}・β_{k3}・β_{k5}の推定値は，異常多モデルと異常少モデルで正負が反対（異常多が正，異常少が負）になっており，これらの種別は高頻度で異常が生じるレールボンドにおいて，その異常発生頻度をさらに高める方向に影響している．そのほか，β_{k8}は曲線部の場合の影響度を示すが異常多モデルで特に影響が大きく，異常多モデルで表現されるレールボンドの多くが曲線部で異常が生じていることがわかる．

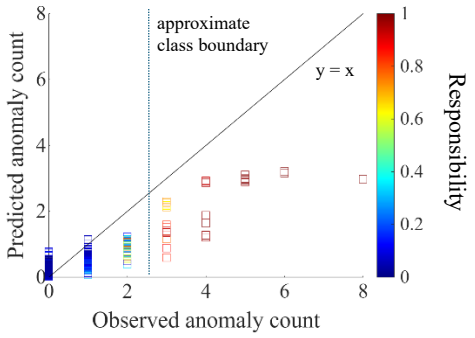


Fig. 1 Observed and predicted numbers of anomalies.

Fig.1 に各レールボンドの異常発生数の実績値と予測値の比較結果を示す．各プロットは異常多モデルの負担率に応じて色付けされている．これより，異常発生回数の実績値が 2 回以下のレールボンドに関しては主に異常少モデルで表現され，3 回以上のものに関しては主に異常多モデルで表現されていることがわかる．この境界で異常発生頻度が高いレールボンド群と頻度が低いレールボンド群に分類することで，Table 1 に示した異常発生頻度の高いレールボンド群に特有の（全体とは異なる）特性変数とその感度を評価できている．なお，負担率の計算結果より，異常多モデルに分類されるレールボンドは全体の 3%程度（全 2090 本中 65 本）であるため，当初目的とした一部の劣化の速い設備群に相当することがわかる．一方，依然として異常発生回数の実績値と予測値の間には多少の差が存在し，推定精度の面で改善の余地が残っている．実績値として 4 回以上異常が生じているレールボンドが複数あるものの，潜在クラスを用いて高頻度の異常を分類した本モデルでも，4 回以上の異常発生は予測できていない．この点は今後の課題である．

なお，異質性パラメータを用いた既存手法の推定結果についても Fig.1 と同様の図を作成し，本研究の提案手法との比較を行った．実績値として 3～4 回異常が生じているレールボンドに対しては，本研究の提案手法の方が精度が高いことを確認している．一方，5 回以上の場合は，両手法の間で明確な違いは確認できなかった．以上を踏まえ，より高頻度の異常発生をモデル化できるよう，指数分布の設定数の増加や異質性パラメータとの組み合わせを検討する必要があると考える．

5．おわりに

本研究では劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築し，レールボンドの異常発生傾向の分析への適用を通じて，提案手法の有効性と限界を示した．

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
2) 神前真桜，松岡弘大，稲場亘，高橋和樹，貝戸清之:分野横断的な設備保守データ統合による統計的劣化予測の高度化，鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.29, No.1, pp.85-92, 2025.
3) 元田浩，栗田多喜夫，樋口知之，松本裕治，村田昇:パターン認識と機械学習 下，丸善出版, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

A Study on Factors Influencing Mud Pumping Occurrence Using Logistic Regression (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

津田　悠人（鉄道総研）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　松本　麻美（鉄道総研）
Yuto TSUDA, Railway Technical Research Institute
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Mami MATSUMOTO, Railway Technical Research Institute
E-mail: tsuda.yuto.56@rtri.or.jp

The minimum of vertical track geometry data was decomposed into wavelength bands using continuous wavelet transformation to examine components related to mud pumping. The relationships between mud pumping and amplitude of vertical track geometry for each wavelength, train velocity, rank, and track alignment (tangent/curved) were examined. Logistic regression analysis was conducted to evaluate the effects of vertical geometry, train velocity, alignment, and rail joint presence on mud pumping occurrence. The minimum of vertical track geometry, train velocity for each 25 m segment, and rail joint presence were confirmed to be statistically significant for mud pumping.

１．はじめに

鉄道バラスト軌道で路盤の泥が水分とともに線路表面に吹き出る噴泥は，代表的な軌道劣化事象の一つであり，軌道の沈下による安全性の低下や乗り心地の悪化を招くため，適切な管理が求められる．現在，多くの鉄道事業者では保線係員による徒歩巡視等により噴泥有無の確認を行うほか，年数回の軌道検測車により計測される軌道変位の値から、噴泥の悪化傾向を予測し，管理を行う場合が多い．軌道変位など日常の軌道管理のために得られる計測値から噴泥発生を予測できれば，弱点箇所の抽出や今後の管理の合理化に活用できるが，軌道変位が大きい箇所で必ずしも噴泥が生じるわけではないなど，噴泥発生または悪化傾向の予測のための軌道変位の活用には課題が残っている．噴泥と軌道変位の関連は，軌道変位のうち上下方向の相対変位を示す高低変位が利用される．在来線では軌道管理の観点から高低変位の中でも波長 10m を主成分とする 10m 弦正矢値が主に利用される．また，より短波長の影響を検討する場合には 5m弦正矢値を用いる場合もある．一方，高低変位のどの波長が噴泥発生または悪化傾向に対して最も感度が高いのかは明確ではない．

以上を踏まえ，高低変位など日常の軌道管理のために取得しているデータから軌道保守において噴泥発生を予測する手法の構築を最終目標とし，本研究では，連続ウェーブレット変換（Continuous Wavelet Transform : CWT）により高低変位データを波長帯別に分解したうえで，過去の噴泥発生記録と比較し，噴泥発生に感度の高い波長帯を分析した．また，波長以外の影響因子として，列車速度，線形（直線・曲線），継目有無も含め，ロジスティック回帰による噴泥発生への影響度分析を行った．

２．CWT による波長帯別の高低変位の抽出

本研究では，既存の 10m 弦や 5m 弦などに限らず噴泥発生と関連性の高い波長帯成分を抽出することを目的として，CWT を用いて高低変位を波長成分ごとに分解した [1]．

距離軸x上で等間隔Δxでサンプリングされた位置$x_n = (n-1)\Delta x$ $(n = 1, \dots, N)$ における高低変位を$z(x_n)$とする．CWT では，この高低変位$z(x_n)$をマザーウェーブレットにより中心波長 λ_0に対応する波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$に分解する．本研究では，マザーウェーブレットとして複素モルレーウェーブレット（式(1)）を用いた．

$$\phi(n) = \frac{1}{\sqrt{a}}\pi^{-1/4}\exp\left(i\omega_0\frac{x_n - b}{a}\right)\exp\left(-\frac{(x_n - b)^2}{2a^2}\right) \quad (1)$$

ここで，iは虚数単位，ω_0は無次元中心周波数であり，本検討では DC 成分を概ね無視可能な$\omega_0 = 6$とした．また，bは中心位置，aはスケールである．このとき，スケールa，中心位置bにおける CWT 係数は式(2)で定義される．

$$W(a,b) = \Delta x \sum_{n=1}^{N} z_n \frac{1}{\sqrt{a}}\phi\left(\frac{x_n - b}{a}\right) \quad (2)$$

抽出対象の中心波長λ_0とし，対応する空間周波数の±10%帯域に含まれる CWT 係数を用いて波長成分を抽出した．選択した周波数帯域に含まれる CWT 係数を周波数方向に積分することで，中心波長 λ_0に対応する高低変位の波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$を近似的に復元した．元の高低変位との振幅の整合を図るため，スケール係数は別途計算した値を用いた．波長λ_0に対応する高低変位波形は，復元された波長帯成分$z_{\lambda_0}(x)$にスケール係数を乗じたものとして求めた．

なお，実際の適用に際しては，元の高低変位から軌道検測車の検測特性の影響を除去したうえで CWT 処理を行っている．具体的には日本の代表的な検測方式である 2 台車検測車で得られる偏心矢高低変位を波長 3m～30m の帯域で利得 1，距離遅れ 0 となるようフィルタ処理し [2]，検測車固有の周波数応答を除去することで実軌道変位を近似した波形である復元波形を求めた．この復元波形に対して CWT を適用し複数の波長帯成分に分解した．

３．波長帯別の高低変位と噴泥有無の感度分析

ここではある在来線（単線区間）全長約 126km，列車速度 0～120km/h を対象とし，2024 年度に計測された高低変位データに対して上記の CWT を用いた分析を行った．

各位置での噴泥有無に関しては，同区間・同時期に実施された道床検査の記録を整理して利用した．道床検査の記録には，噴泥の発生地点の位置（始点と終点位置），噴泥延長，ランクなどがまとめられている．ランクは，巡回および検査時の目視・目測により以下の基準で判定される．

ランク B：異常が有り，監視が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ランク C：異常が有り，計画的に処置（材料交換や軌道整備）が必要である．

また，軌道分野では路線延長を便宜的に 100m ごとに区切った 100m ロットでの評価が一般的である．本研究では，レールの単位延長が 25m であることを踏まえ，各波長帯成分z_{λ_0}の 25m ロット内での下側振幅最大値（25m ロット最小値）を指標とし，当該ロットでの噴泥有無と比較した．

Fig. 1 に波長 3m, 5m, 7m, 10m, 15m を主成分とする各波長帯成分の高低変位の 25m ロット最小値と噴泥有無の関係を示す．各ロット内において，噴泥箇所（ランク B および C）が含まれる場合を噴泥有り，そのほか（記録なし）を非噴泥とした．図中では，各波長で各点の重なりを避けるため，波長方向に微小なノイズを加えて図化している．当該線区では，ランク B および C で分布に明確な違いは確認できない．短波長帯である波長 3m や 5m，長波長帯である 波長 15m では，振幅が 0 付近の領域でも噴泥と非噴泥が混在しており，噴泥有無への感度はほぼないと考えられる．一方，波長 7m および 波長 10m の波長帯では，比較的変位振幅の大きい領域での噴泥発生が多く，逆に変位の小さい領域では非噴泥が多い．ただし，比較的感度が高い波長 7m成分でも振幅が-0.002m 程度の領域から噴泥が生じており，波長成分だけで噴泥発生を説明できるわけではないことがわかる．そこで，ほかの要因も含めた複合的な影響についても検討した．

Fig. 2 に比較的噴泥発生への感度が高かった波長 7m の波長帯成分の 25m ロット最小値と列車速度の関係を示す．また，プロットの色により噴泥有無を合わせて示す．列車速度は，当該区間を最も高速で走行する特急列車の 25m ロット内の平均値を代表値とした．列車速度が 70km/h 以下の領域では噴泥発生数は少ない． ．また，70km/h 以上の速度域におけるランク B および C の分布に明確な違いは確認できなかった．

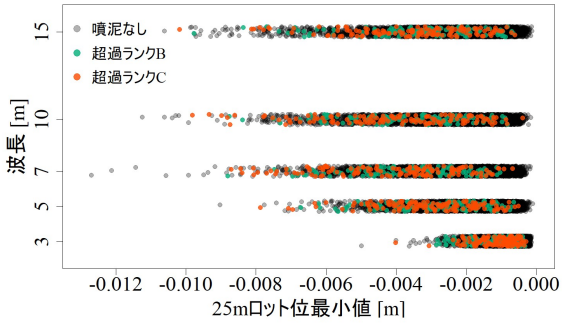


Fig. 1 Distribution of 25 m segment minimum track geometries with/without mud pumping for each wavelength.

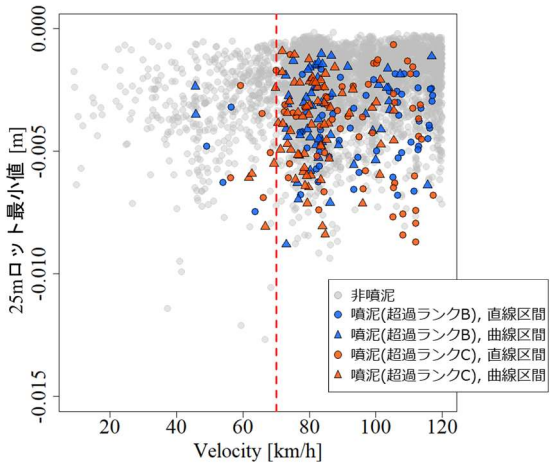


Fig. 2 Relationship between train velocity and the minimum track geometries with/without mud pumping.

4．二項ロジットモデルによる影響因子分析

高低変位や列車速度を含めて様々な因子の噴泥発生への影響度を定量的に評価するため，説明変数を含めた二値分類モデルであるロジスティック回帰による各ロットの噴泥発生率の評価を行った．25 m ロットiの噴泥発生の有無を$y_i \in \{0\ \text{非噴泥}, 1\ \text{噴泥有り}\}$，説明変数ベクトルを$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4})^{\mathrm{T}}$としたとき，噴泥発生率$p_i$を以下の二項ロジットモデルで表す．

$$p_i = \frac{U}{1 + exp\left(-(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4})\right)} \quad (3)$$

ここで，Uは上限確率であり，0.8 とした．x_{i1}は波長 7m における 25m ロット最小値，x_{i2}は 25m ロット列車速度，x_{i3}は線形ダミー（直線 0，曲線 1），x_{i4}は継目ダミー（無し 0，有り 1），$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$は重みパラメータである．各パラメータは BFGS 法を用いて推計した．

Table.1 に各パラメータの推定値，標準偏差および P 値を示す．25m ロット最小値，25m ロット列車速度，継目ダミーの P 値は 0.05 未満で統計的有意であった．噴泥発生に対して，少なくともこれらの変数（波長 7m の振幅，列車速度，継目）の影響は無視できないことを確認できる．ただし，感度として切片であるβ_0が最も大きく，噴泥発生の主要要因を捉えているとまでは言えない．この点は今後の課題である．

Table.1 Hyperparameter estimation results by maximum likelihood and p-values.

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
推定値	-2.91	-0.83	0.22	0.27	-0.65
標準偏差	0.12	0.06	0.08	0.15	0.19
P 値	0	0	0	0.07	0

5．まとめ

本研究では，高低変位を CWT により各波長成分に分解し，波長 7m および 10m の波長帯で噴泥発生に比較的感度が高いことを示した．また，ロジスティック回帰により高低変位の波長 7m 成分のほか，列車速度や継目有無が噴泥発生率に無視できない影響を及ぼすことを示した．ただし，主要な要因を特定できたとは言えず，引き続き関連情報の収集と検証を続ける予定である．

参考文献

1) Torrence, C. and Compo, G. P.: A practical guide to wavelet analysis, Bulletin of the American Meteorological Society, 79(1), pp.61-78, 1998.
2) 服部ら：軌道変位に基づく桁たわみ推定のための桁たわみ-軌道変位変換プログラムの構築，土木学会論文集, Vol.80, No.15, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on the lateral resistance characteristics of rails on Shinkansen slab tracks (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

濱崎　小太郎（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　瓦井　智貴（室工大・理工）
後藤　恵一（鉄道総研）　成田　顕次（鉄道総研）
Kotaro HAMASAKI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Keiichi GOTO, Railway Technical Research Institute
Kenji NARITA, Railway Technical Research Institute
E-mail: komuro@muroran-it.ac.jp

In this study, three-dimensional finite element analyses under horizontal loading were conducted on a Shinkansen slab track to establish a numerical analysis method capable of evaluating the lateral resistance characteristics of rails and the failure behavior of track components. In the analyses, a horizontal load was applied to the rail head of the rail, and the applicability of the proposed numerical method was examined through comparison with loading tests. The results showed that: (1) the load–displacement relationship obtained from the numerical analysis method developed based on previous studies agreed reasonably well with the experimental results in the initial loading stage; and (2) although the numerical results tended to overestimate the peak load compared with the experimental results, the displacement at peak load exhibited a similar tendency in both the analysis and the experiment.

１．はじめに

近年，2011 年東北地方太平洋沖地震や 2016 年熊本地震などの大規模地震において，新幹線車両の脱線事例が報告されている．これらの大規模地震時には，車両が軌道上に作用させる横荷重として 200 kN を想定する必要があるとされている．しかし，このような地震時の車両荷重を受ける軌道部材の耐荷性能や破壊挙動に関する検討は十分ではなく，レールの抵抗特性や破壊性状を対象とした実験的・数値解析的検討が近年進められつつあるのが現状である．そこで，本研究では新幹線スラブ軌道のレールの基礎的な水平抵抗特性および軌道部材の破壊性状を評価可能な数値解析手法の確立を目的に，実規模新幹線スラブ軌道を対象に，水平載荷による三次元有限要素解析を実施した．なお，ここでは締結されたレールの頭部に対して荷重を作用させることとし，既往の水平載荷試験 [1]との比較によって数値解析手法の適用性を検討した．本数値解析には汎用構造解析プログラム LS-DYNA（R15）を用いた．

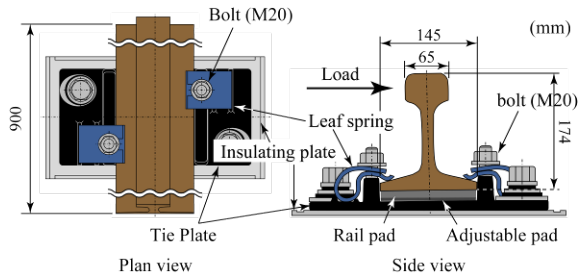


Fig. 1 Configuration of the specimen.

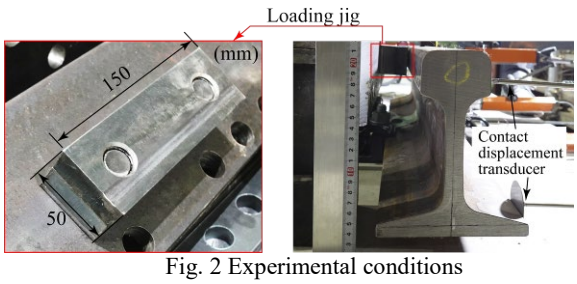


Fig. 2 Experimental conditions

２．実験概要

Fig. 1 には，本研究で対象とした 1 締結分のレール締結装置の構成図を示している．試験体は，近年の整備新幹線で主に用いられる直結 8 形レール締結装置改（低）形であり，形状寸法（頭部幅，底部幅 × 高さ × 奥行き）は 65, 145 × 174 × 900 mm（60 kg レール）である．また，レールは締結ボルトおよび板ばねによりタイプレートへ固定され，さらにアンカーボルトによりタイプレートが軌道スラブに固定される構造となっている．なお，軌道スラブは新幹線用の標準タイプである A 形軌道スラブ（A-55M）を対象とした．

Fig. 2 には実験状況を示している．載荷方法は地震時の脱線前後の車両からの横圧を想定した静的水平載荷とした．ここでは，1 締結分のみを有する軌道スラブにレールを固定した状態で，レール頭部に対して水平載荷を行った．図に示すように，50 mm 四方で長さ 150 mm のブロック状の載荷治具を用いて載荷を行うこととし，それを治具固定台に接続し，ロードセルと油圧ジャッキを介して反力フレームに固定した．

３．数値解析概要

Fig. 3 には，Fig. 1 を基に作成した数値解析モデルを示している．図より，載荷時の変形状況などを可能な限り適切に評価するため，全ての材料に 8 節点固体要素を用

Table 1 List of material properties.

Materials	Density ρ (g/cm^3)	Modulus of elasticity E (GPa)	Poisson's ratio ν
Insulating plate	0.94	5.30	0.49
Rail pad		0.23	
Adjustable pad			
Loading jig	7.85	206	0.3

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

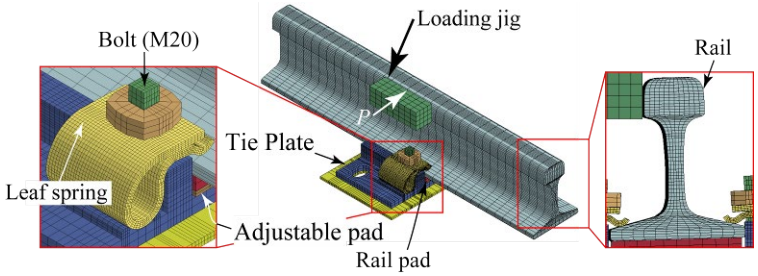


Fig. 3 FE model.

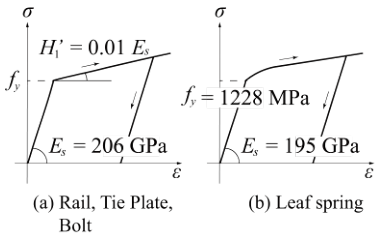


Fig. 4 Constitutive model.

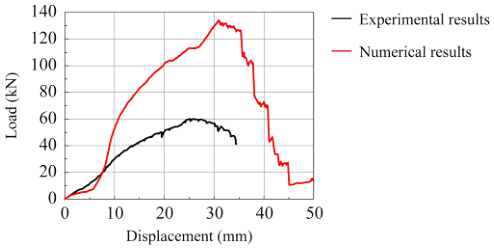
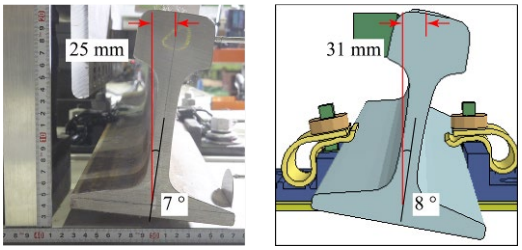


Fig. 5 Load-Displacement Relationship.



Experimental result　　Numerical result
Fig. 6 Deformation at the peak load.

いてモデル化を行った．また，本研究ではレール頭部に載荷を行うことより，スラブがレールの抵抗特性に与える影響は小さいものと判断し，モデル化は省略した．

締結ボルトに関しては公称断面積と等価な正方形断面に簡略化している．なお，いずれも 1 点積分とした． 拘束条件は，スラブのモデル化を省略していることより，絶縁版底面を完全固定とした．接触条件は，各材料間においてそれぞれ滑り・剥離を伴う面－面の接触を定義した．摩擦係数はいずれも 0.4 としている．また，板ばねに関しては載荷時の大変形を考慮して自己接触も定義した．なお，締結ボルトには実験時と同様に，約 5kN の締め付け力を導入してナットおよび板ばねを介してレールを固定している．

Table 1 には，本数値解析で弾性体と設定した各材料の物性値一覧を，Fig. 4 には弾塑性体を適用した各材料の応力－ひずみ関係を示している．表より，実験時に塑性変形が確認されていない材料に関しては弾性体でモデル化した．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比に関しては既往の文献等を参考に決定した． Fig. 4(a)にはレール，タイプレートおよび締結ボルトに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，いずれの材料も塑性硬化係数を弾性係数の 1 % とするバイリニア型の等方硬化則を適用し，降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3， $E_s = 206$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．降伏応力に関して，既往の文献等を参考にレールは 511 MPa，タイプレートおよび締結ボルトは 280 MPa と設定した．Fig. 4(b)には，板ばねに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，本研究では既往の文献 [2]を参考に曲線を定義した．降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3，$E_s = 195$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．なお，降伏応力は 1,228 MPa である．

４．数値解析結果および考察

Fig. 5 には，数値解析結果から得られた荷重－変位関係を実験結果と比較する形で示している．まず，実験結果に着目すると，載荷初期から 15 mm 程度まではほぼ線形に荷重が増加していき，その後勾配が低下していく傾向が確認できる．また，最大荷重到達後は，レールが板ばねから外れる脱離現象が発生し，締結ボルト基部およびそれを固定するタイプレートのツメ部に明らかな残留変形が確認された．次に数値解析結果に着目すると，初期勾配に関して，数値解析結果は実験結果と概ね一致しているものの，5 mm 程度から勾配が大きくなり，それに伴って載荷荷重も増大していく傾向が確認できる． ここで，最大荷重を見ると，実験結果，解析結果でそれぞれ 60 kN，134 kN であり，最大荷重時到達変位はそれぞれ 25 mm，31 mm となっている．これらより，最大荷重においては両者で 2 倍程度の差異があるものの，その到達時変位はほぼ一致していることが分かる．Fig. 6 には，最大荷重発生時の試験体の変形状況を示している． 図より，レールの回転挙動は両者で類似の傾向を示すことが確認できる．なお，最大荷重値の差異については， 1）各部材の材料特性が，必ずしも材料試験結果より直接得られた応力－ひずみ関係ではないこと，2）本解析においては締結ボルトとナットを完全固定としており，実験時よりも板バネあるいはレールの拘束力が大きく評価されていること，3）本モデルにおいては絶縁版下部を完全固定としていることより，実挙動よりも試験体全体の剛性が大きくなっている可能性があること，などが要因と推察される．今後は，上記の点を修正することにより， 更なる精度向上に努めていく予定である．

５．まとめ

1) 既往の文献を基に構築した数値解析手法を用いて，レール頭部載荷時における荷重－変位関係を数値解析的に確認した．

2) 最大荷重に関して，数値解析結果は実験結果を過大に評価する傾向にあるものの，最大荷重到達時変位は両者で類似の傾向を示す．

参考文献

1) 成田ら：地震時における車両からの著大横圧に対する新幹線スラブ軌道のレールの抵抗 特性および軌道部材の破壊性状，鉄道工学シンポジウム， 土木学会，Vol. 29, No. 1, pp. 203-210, 2025.

2) 劉斌，伊藤義人：FPC 防護柵の性能照査型設計に関する 研究，構造工学論文集，Vol. 50A, pp. 207-217, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

Dynamic Factor Estimation of Railway Bridge Girders Based on Frequency-Domain Inverse Filtering Using a Single Train Passage Test (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

徳永　宗正（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）　　朝長光（鉄道・運輸機構）
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
Hikaru TOMONAGA, Japan Railway Construction, Transport and Technology Agency

E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

In this paper, we propose a method to estimate the dynamic amplification factor (DAF) of railway bridge girders from a single train passage by reconstructing the quasi-static component using a frequency-domain inverse filter based on the bridge frequency response function (FRF) with a tapered window to suppress high-frequency noise amplification. The method is validated through numerical simulations of a simply supported beam under moving axle loads and demonstrated using field-measured displacement records from a Shinkansen bridge.

１．はじめに

鉄道橋梁のたわみは走行安全性・乗り心地 [1]に直結し，設計では静的応答に対する動的応答の比として定義される衝撃係数 (dynamic amplification factor: DAF) を静的解析結果に乗じ，動的影響を簡便に評価する枠組みが広く用いられる．一方，実橋で DAF を実測評価するには静的変位が必要であり，従来は低速の試験列車を別途走行させて準静的（静的）変位を測定する方法が一般的であった [2]．しかし維持管理段階で営業線区に同様の試験条件を設定することは容易でなく，通常運行下における DAF を定量把握することは，速度・編成・軌道条件の変動も相まって実質的に困難であり，これまでに単一列車通過時の少数変位波形のみから準静的成分と動的成分を明示的に分離し，たわみベースの DAF を直接推定する手法は十分に確立されていない．本研究は，周波数領域分離に基づく衝撃係数推定法を提案し，維持管理ツールとしての有効性を検証する．

２．単一走行試験による衝撃係数の推定手法

Fig.1 に，単一走行試験に基づく桁の衝撃係数推定フローを示す．列車通過時の観測変位 $x(t)$は準静的応答 $x_{\mathrm{st}}(t)$と動的応答 $x_{\mathrm{dyn}}(t)$の重畳として次式により表現できる．

$$x(t) = x_{\mathrm{st}}(t) + x_{\mathrm{dyn}}(t) + \varepsilon(t) \tag{1}$$

ここで，$\varepsilon(t)$は計測雑音・未モデル化成分である．

本研究では $x(t)$から $x_{\mathrm{st}}(t)$を安定に抽出し，準静的（静的）変位評価に供する．準静的成分抽出のために周波数領域の FRF 逆補正を用いる．すなわち，観測変位スペクトル $X(\omega)$に対し逆補正フィルタを適用し，動的増幅を相殺して静的応答に対応する成分を推定する．ただし，逆補正は高周波側でゲインが増大しやすく雑音を増幅して不安定となり得るため，帯域制限重み $W(f)$により遮断周波数以上を抑制する．この結果，低周波域の準静的成分を保持しつつ，高周波域の過度な増幅を抑えて安定な推定を実現する．

橋梁の卓越モード近傍を質量 m，剛性 k，減衰 cの SDOF で近似し，外力 Fに対する変位 Xの FRF を

$$H(\omega) = X/F = (k - m\omega^2 + i\,c\omega)^{-1} \tag{2}$$

とする．静的コンプライアンスは $H_0 = H(0) = 1/k$であり，入出力関係 $X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$より等価外力 $F(\omega) = X(\omega)/H(\omega)$を介して準静的成分を

$$X_{\mathrm{st}}(\omega) = G(\omega)X(\omega), G(\omega) = H_0/H(\omega) \tag{3}$$

と推定する．$G(\omega)$ は動的増幅を相殺し静的応答へ写像する FRF 逆補正フィルタである．さらに，推定の安定化のため帯域制限重み $W(f)$を導入し次式で準静的成分を与える．

$$X_{st}(\omega) = G(\omega)W(f)X(\omega) \tag{4}$$

ここで，$W(f)$ はコサインテーパ型とし，$f_{\mathrm{cut1}} = r_1 f_n$, $f_{\mathrm{cut2}} = (r_1 + 1)f_n$ により遮断帯域を定め，動的成分残留と高周波増幅抑制のトレードオフを r_1 (=2) で調整する．

Fig.2 に，逆補正フィルタ $G(\omega)$と帯域制限窓 $W(f)$を乗じた $G(\omega)W(f)$の周波数特性例を示す．低周波域では $|G| \approx 1$となり，準静的成分はほぼ減衰なく通過する．一方，$f \approx f_n$ 近傍では共振により $|H|$が増大するため $|G|$は低下し，動的共振成分を相対的に抑制する．さらに高周波域では $|G|$が増大し得るが，$W(f)$により逆補正を抑制することで雑音増幅を抑え，安定な準静的成分推定を可能とする．

３．理論解析による検証

単純支持梁に作用する移動荷重列の動的応答を算定し，提案手法を理論波形に対して検証する．橋りょうは，単純支持梁としてモデル化し，スパン L_bは 30m，減衰はモード減衰比 ξにより与え，$\xi = 0.02$，応答のモード展開では，使用モードを $j = 1$から 10まで考慮，固有振動数は経験式 $f_b = 70\,L_b^{-0.8}$(Hz)で与えた．変位の評価位置はスパン中央とした．車両は，車両数n_vは 6 両，車両長L_vは 25m，軸間隔

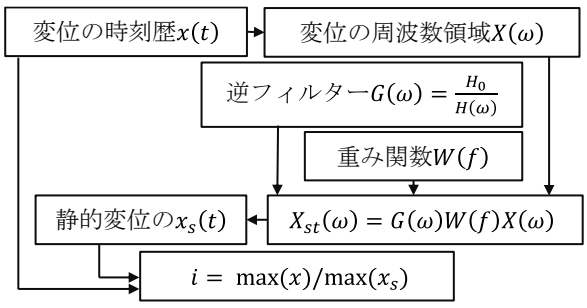


Fig.1 Estimation Procedure for the Dynamic Amplification Factor (DAF)

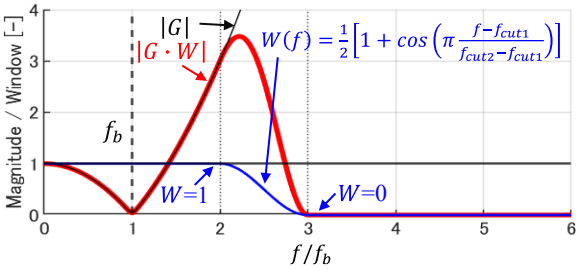


Fig.2　Inverse-Filter Characteristics

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

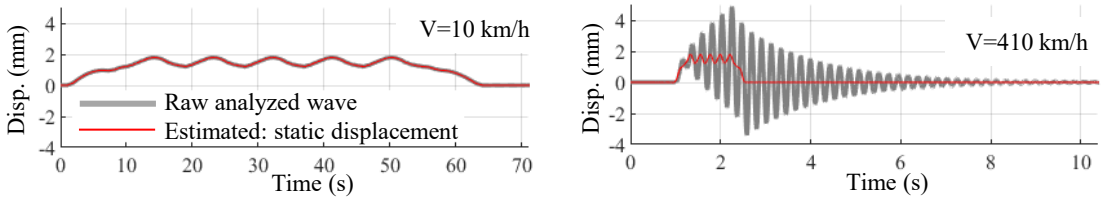


Fig.3　Verification by Numerical Analysis (Time-History Waveforms)

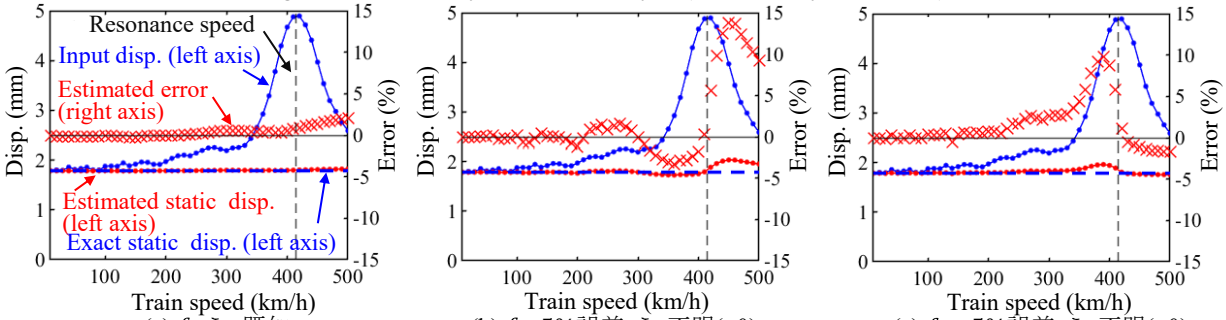


Fig.4　Verification by Numerical Analysis (Maximum Responses)

aは2.5m，台車中心間隔は $b = 17.5$ m，各車両の軸重は $p_0 = 110$ kNで一定とした．

Fig.3 に時刻歴を示す．低速（V=10 km/h）では観測波形（灰）と推定準静的変位（赤）が概ね一致した．高速（V=410 km/h）では観測波形に大きな振動が重畳する一方，推定準静的変位は緩やかな低周波の基線成分を抽出した．

Fig.4 の最大値評価では，移動荷重列による動的応答解析を用いた検証の結果，観測変位は共振速度付近でピークを示したが，提案手法により推定した準静的（静的）最大変位は速度に対して概ね一定で厳密値に近かった．固有振動数および減衰比を真値に設定した条件では，共振速度近傍においても推定静的変位に顕著な変動は生じないことを確認した．一方で，速度上昇および共振近傍では誤差が増大して，特に f_bに±5%の誤差を与えた場合にその傾向が明確となった．これは，固有振動数の設定誤差が共振速度の見積りと周波数領域の補正帯域の整合を同時に損ない，共振速度前後以上の速度域で動的成分の混入または過補正が顕在化し得るためである．また，高速域で誤差がわずかに増加する場合があるが，解析応答が複数モードの重ね合わせで構成される一方，抽出フィルタが代表モードに基づく近似であることに起因する成分分離誤差として説明できる．

4．実橋梁への適用

対象は新幹線線区の架道橋であり，橋梁種別は 8 主桁を有する単純 PPCT 桁である．橋長は 48m，径間長は 48m である．レーザードップラー式変位計によりスパン中央の桁下下面の挙動非接触で測定した．固有振動数と減衰比は列車通過後の残留振動から同定し，得られた $f_b = 2.77$ Hz, $\xi \approx 0.03$ を逆補正に用いた．

Fig.5 は，提案手法を実橋梁データに適用した結果である．上段は反対側通過と着目側通過の代表的な時刻歴を示し，列車通過に伴う変位の立上り・保持・復帰が確認できる．中段の例 $(V = 246\ \mathrm{km/h})$ では，観測波形（灰）に大きな振動成分が重畳する一方，推定準静的変位（赤）は低周波の基線成分を抽出し，通過に対応する形状を良好に再現している．下段は，左軸に変位，右軸に衝撃係数 DAF $(\max(x)\,/\,\max(x_{st}) - 1)$を示し，複数列車の結果を速度に対して整理した．最大静的変位は概ね一定範囲に分布しており，乗車率の違いによる軸重のばらつきにより，静的変位

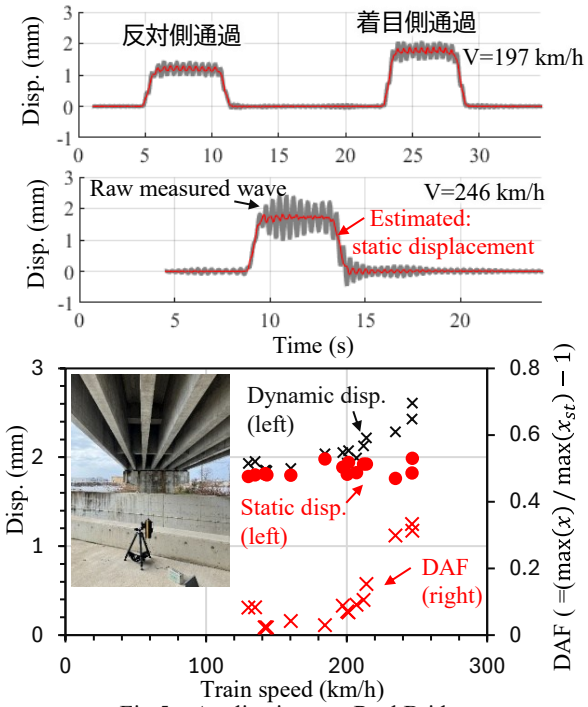


Fig.5　Application to a Real Bridge

に多少の変動が生じているものと思われる．右軸の衝撃係数は，速度条件に応じて変化し，高速域で増大する傾向が見られる．1 次の共振速度 250km/h(≒固有振動数 2.77Hz×車両長 25m×3.6) 付近や 2 次共振速度の 125km/h 付近で衝撃係数が増大していることが確認できる．

5．おわりに

本稿では，単一列車通過時の変位の実測波形から準静的成分を抽出し，静的最大たわみおよび衝撃係数を推定する手法を提案した．今後は複数モードやノイズ条件下での頑健性向上を進め，実環境における推定精度と適用性の向上を図る．

参考文献

1)　国土交通省監修・鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006.
2)　進藤良則，千葉寿，山洞晃一，石徳隆行：新幹線新規開業区間における単純 PC 桁のたわみ測定結果に関する考察，第 20 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム，2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車上計測による PC ラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

Resonance Detection of a PC Cantilever Railway Bridge by Onboard Measurement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松岡　弘大（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

The applicability of a resonant bridge detection method using on-board measurements is investigated using numerical simulation on a two-span PC cantilever bridge with a span of 65m. As with simple girders, peaks whose width roughly matches span length occur on both spans in a resonant state, however it was revealed that when the train speed differs by about 10%, anti-symmetrical peaks with opposite positive and negative values occur on both spans.

1．はじめに

近年の高速鉄道建設においては長支間が要求される区間において，中間支点部の柱と梁が一体化されたプレストレストコンクリートラーメン橋（PC ラーメン橋）が多く採用されている．多くの PC ラーメン橋は 1 支間 40m を超える長スパンを有するため，固有振動数は低く，高速鉄道における列車通過時には走行列車の規則的な加振力との共振現象が生じる場合も多い．共振が生じた場合における桁たわみ自体は数 mm 程度で大きくないが，PC ラーメン橋の共振による振動が橋りょう上の電柱の振動を生じさせ，電車線路設備の破損を招く事例も報告されている．このような観点から，PC ラーメン橋の実測および解析による列車通過時の動的応答性状に関する検討が実施されており，260km/h 以下でも，1 次モードの共振により速度効果の衝撃係数が 0.3 程度に達することも報告されている [1]．

他方で，橋りょうの共振状態を効率的に検知するため，走行列車上で計測された軌道変位や車体動揺加速度を用いた車上計測手法が提案され，単純桁についてはすでに実用化されている [2]．ただし，PC ラーメン橋を含む連続桁では，共振時以外にも隣接支間のたわみによるアップリフトが生じるなど列車通過時の応答が複雑であり，車上計測による共振検知手法の適用は限定的であった．

そこで，本研究では 2 径間 PC ラーメン橋 [1]を対象とし，これまで単純桁を対象に発展してきた車上計測された軌道変位による共振検知手法の適用性について検討した．

2．既存手法 [2]と PC ラーメン橋への拡張

ここではまず既往研究により提案された車上計測による共振橋りょう検知手法 [2]を概説し，PC ラーメン橋への適用性を整理する．共振現象は走行列車の加振振動数と橋りょうの固有振動数f_0が近接することで生じる．走行列車の加振振動数は，車両長L_cと列車速度vから定まり，共振速度v_{res}は以下の式(1)となる．

$$v_{res} = f_0 \cdot L_c \tag{1}$$

式(1)と共振時の単純桁の動的応答から，共振状態の支間長L_bの単純桁を通過する車両で計測した軌道変位に混入する橋りょう動的応答$z_{b,d}^m(x)$は，以下の式(2)となる．

$$z_{b,d}^m(x) \approx A_{res}\sin\left(2\pi\frac{x}{L_c}+\theta_{res}\right)\sin\left(2\pi\frac{x}{2L_b}\right) \tag{2}$$

ここで，x は橋りょう進入側支点を 0 とする位置，A_{res}は動的応答振幅，θ_{res}は橋りょう振動と車両上の計測位置との位相である．式(2)から橋りょう共振が波長 25m の成分として軌道変位に表れるため，先頭および最後尾車両の軌道変位

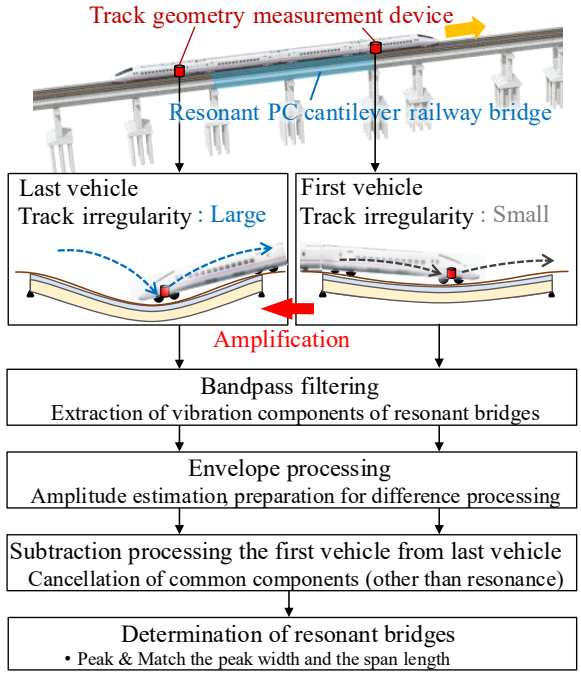


図 1　車上計測による共振橋りょうの検知手法

にそれぞれバンドパスフィルタ（BPF）処理と包絡線処理を行い差分を取ることで，単純桁モード形と同じ支間中央付近が最大で幅が支間長と一致するピークの有無から共振の有無は判定できる（図 1）．詳細は文献 [2]を参照されたい．

対象とする 2 径間 PC ラーメン橋では非共振時でもアップリフトが生じ，共振時でも 1 次モードは両支間で逆対称となるモード形を有するため，単純桁のように先頭および最後尾の差分処理で共通成分を十分に除去できない可能性，片側の支間のみにピークが生じる可能性などが存在する．

本研究ではこれらの点を明らかにするために，数値解析による検証を行った．対象は 1 支間 65m，逆対称 1 次モードの固有振動数 2.8Hz の 2 径間 PC ラーメン橋とし，数値解析はすでに検証された理論モデル [1]を利用した．

3．数値解析による検討結果

図 2 に，対象橋りょうの解析結果から算出した(a)第 1 および第 2 支間の変位応答，(b)先頭および最後尾車両位置の軌道変位，(c)25mBPF および包絡線処理後の軌道変位，(d)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

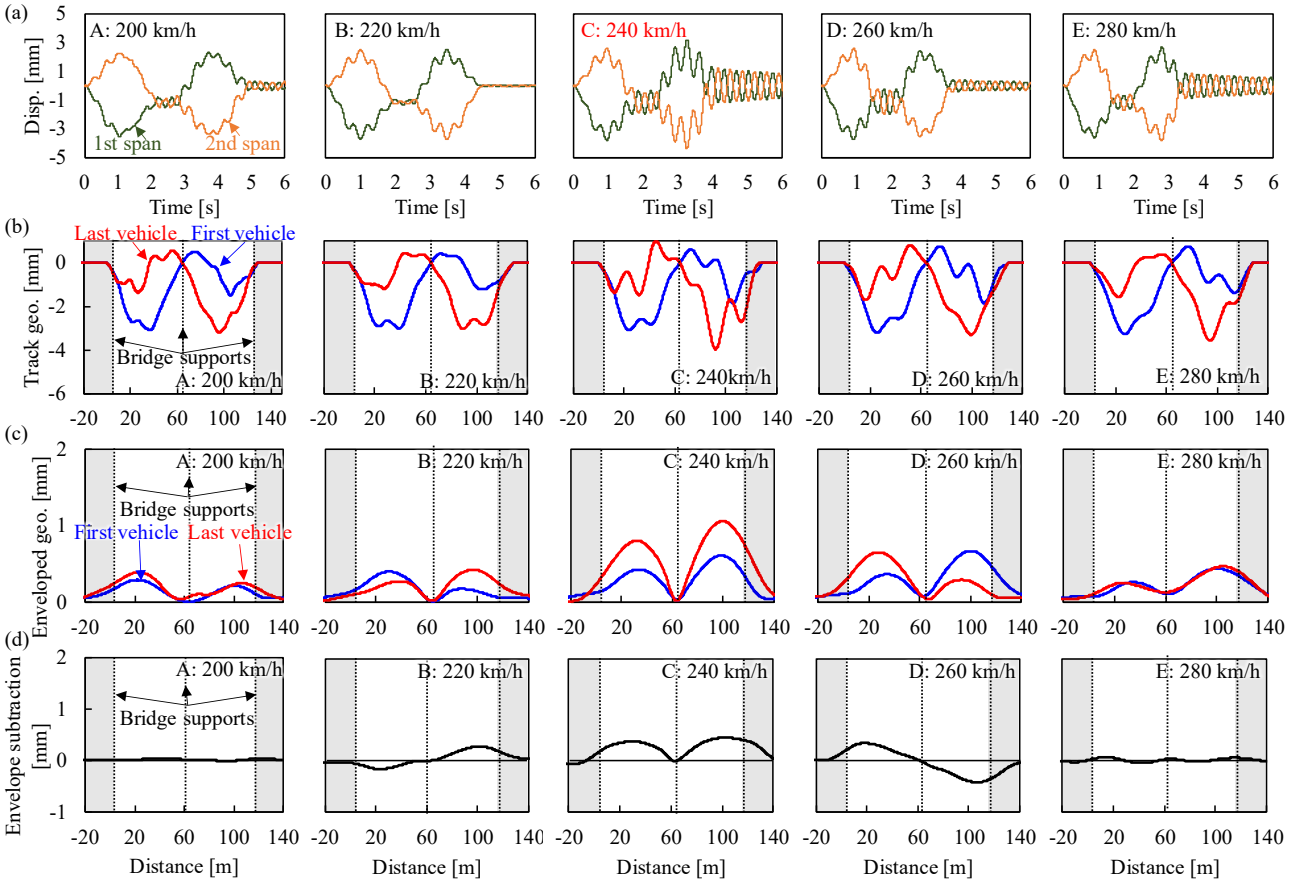


図 2　各列車速度での 2 径間 PC ラーメン橋の(a)地上変位応答，(b)～(d)軌道変位（元波形，包絡線処理，差分）の計算結果

それらの差分，をそれぞれ示す．列車速度は 200km/h から 280km/h の範囲で A～E に示す 5 ケースを実施した．

図 2(a)に示すように C：240km/h が共振速度であり，両支間で大きい動的応答増幅が生じる．B および D は共振速度から 10%程度ずれた列車速度であり，うなりを含め橋りょうでは多少の動的応答が生じる．

図 2(b)には先頭および最後尾車両位置で計測される軌道変位（の計算値）を示す．図 2(a)にも示すように列車位置により両支間でたわみの大きさが異なるため，動的応答の大きくない状態 A や E でも先頭車両では第 1 支間で，最後尾車両では第 2 支間で，それぞれ大きい下側変位が観測される．したがって，単純桁のように準静的応答が主成分の場合でも先頭および最後尾車両で軌道変位は概ね同じにはならない．ただし，共振状態である C の場合には，最後尾車両の軌道変位に波長 25m 程度の振動が重畳する．図 2(c)は 25mBPF 処理および包絡線処理を行った先頭および最後尾車両の軌道変位を示す．波長 25m 以外の成分を除去することで，両支間のたわみ性状の違いは概ね除去され，状態 A や E では先頭と最後尾車両の最大値がほぼ同様になる．

図 2(d)には共振状態であることを検知するための指標となる包絡線差分（先頭と最後尾の包絡線処理後の軌道変位の差分）を示す．動的応答の影響が小さい状態 A および E では橋りょう区間で包絡線差分がほぼ 0 となる．一方，共振状態 C では両支間で幅が概ね支間長となるピークを確認できる．この点は単純桁とほぼ同様である．単純桁と異なるのは共振速度から少しずれた状態 B および D である．これらの包絡線差分は状態 B では第 2 支間が正，状態 D では第 1 支間が正の逆対称な波形を有する．これらはうなりによる動的応答振幅の増減の影響と考えられる．以上から，2 径間 PC ラーメン橋においても単純桁と同じ車上計測による共振橋りょうの検知手法を共通して適用できるが，共振状態では両支間で正のピークが生じるのに対し，共振速度から少しずれた速度で列車通過した場合には 2 径間のうちの片側のみが正，もう片側が負の逆対称なピークが生じることを明らかにした．

4．まとめ

- 1 支間 65m の 2 径間 PC ラーメン橋を対象とし，車上計測による共振橋りょう検知手法の適用性を，数値解析により検討した．
- 単純桁の場合と同様に，共振状態では幅が支間長と概ね一致するピークが両側の支間でそれぞれ生じるが，列車速度が 10%程度ずれた場合には，両支間で正負の異なる逆対称のピークが生じることを明らかにした．

今後，得られた結果を実橋りょうでも検証するとともに，単純桁と合わせた一括での車上計測による共振橋りょう検知の構築を行っていく予定である．

参考文献

1) 松岡弘大，服部紘司：多点支持梁の閉形式解を用いた PC ラーメン鉄道橋の動的応答評価，土木学会論文集，Vol.82，No.15，p.25-15059，2026.
2) Matsuoka, K., Tanaka, H., Kawasaki, K., Somaschini, C. and Collina, A.: Drive-by methodology to identify resonant bridges using track irregularity measured by high-speed trains. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.158, No.107667, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

Development of a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

佐伯　昌之（東理大・理工）　松井　真吾（星和電機・技術）　成田　明彦（NEE・施設）
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
Shingo MATSUI, SEIWA Electric MFG Co., Ltd.
Akihiko NARITA, NEXCO-EAST Engineering Co., Ltd.
E-mail: saeki@rs.tus.ac.jp

This study presents a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign. The structure is represented by a lumped-parameter model consisting of two concentrated masses with a total of eleven degrees of freedom, connected by equivalent springs. The spring constants are determined by considering the rotational stiffness of the base, as well as the bending, torsional, and shear deformations of the supporting column and the information display box. Based on the proposed model, the natural frequencies and vibration vectors at a designated measurement point are computed for the first four vibration modes. The analytical results agree with on-site acceleration measurements.

１．はじめに

著者らは，高速道路に数多く設置されている道路情報板の異常を効率的かつ的確に検知することを目的として，加速度計測に基づく構造モニタリングシステムの開発を進めている．このシステムでは，複数の固有振動数の変化から異常を検知することを想定している．これまでに，供用中の道路情報板の加速度を計測し，安定的に低次の固有振動数を同定できることを確認している [1]．さらに，実物大模型を用いた損傷実験も実施しており，引張側アンカーボルトの軸力喪失では，固有振動数の低下を検知可能であることを示している [2]．ただし，損傷実験をすべての形状・設置環境･損傷形態に対して実施することは現実的ではなく，数値解析による検討を要する．

振動特性を再現するためには，慣性力と復元力を適切にモデルに反映させる必要がある．一方で，軽量化と補剛が考慮された実際の情報板は，薄板や補剛材で構成された複雑な形状をしている．さらに，復元力では基礎の回転剛性が重要となるが，地盤も含めてこれらを忠実にモデル化するには実務上の制約がある．

そこで，本研究では，道路情報板を 2 つの集中質量とバネでモデル化し，適切な材料パラメータを設定することで，観測された振動特性を再現することを試みた．

２．11 自由度バネ－質点系モデル

これまでに著者らが実測した道路情報板は，土工部に設置された BL2 型一基と AL2 型二基，橋梁部に設置された AL1 型三基である．本研究では，これらを同じ解析モデルで表現し，構造形式や設置環境の違いは材料パラメータの設定値で吸収する．

Fig. 1 の左側に AL1 型の俯瞰図を示す．AL1 型は，橋梁の桁張出し部に固定される形式であり，支柱の上部から表示部の背面まで，水平に 2 本の梁が伸びている．表示部は，この 2 本の梁に固定されている．その他，支柱背面には梯子や落下防止装置が，支柱と表示部の間には作業台が固定されている．

Fig.1 右側には，情報板をバネ－質点系で表現したモデルの概略図を示している．座標系の原点は支柱下端におき，x軸は道路横断方向，y軸は車両進行方向，z軸は鉛直上向きを正とする．質点 1 は支柱の上部や継手，梁左側の質量を代表し，2 本の梁の中央に配置する．質点 2 は表示部と梁右側の質量を合計し，その重心位置に配置する．支柱下端から質点 1 までの高さをl_1，質点 2 のx軸方向の偏心量をl_2，y軸の負方向の偏心量をl_3とする．質点 1 と 2 は，質量と各軸まわりの慣性モーメントを持ち，それぞれ$m_1, I_{1x}, I_{1y}, I_{1z}$と，$m_2, I_{2x}, I_{2y}, I_{2z}$で表すものとする．

基部の回転剛性は，x軸まわりをk_x，y軸まわりをk_yとする．支柱は鋼管製であり，曲げ剛性，せん断剛性，捩じり剛性をEI_1, GA_1, GJ_1とする．また，梁と表示部を合成した長さl_2の水平部材については，せん断剛性と捩り剛性をGA_2, GJ_2とし，y軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2y}，z軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2z}とする．これは，曲げ剛性の値が曲げの向きによって極端に異なるからである．

このモデルの自由度は，全部で 11 ある．質点 1 は上下に振動することがないため，水平 2 成分u_1, v_1と回転 3 成分χ_1, ϕ_1, ψ_1をもち，質点 2 は並進 3 成分u_2, v_2, w_2と回転 3 成分χ_2, ϕ_2, ψ_2をもつ．

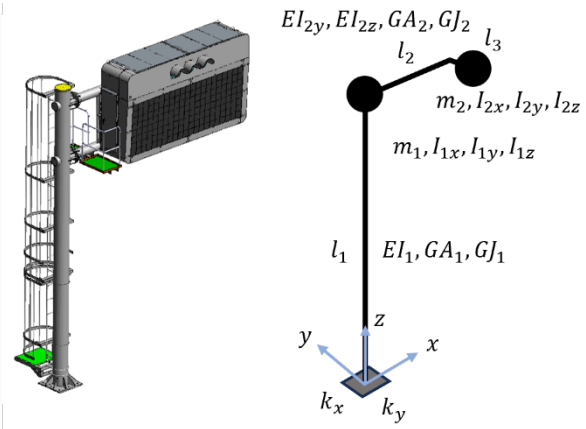


Fig. 1 Lumped-parameter model with 11 degrees of freedom.

３．柔性行列の計算と振動特性の推定

先のモデルの各自由度に，単位荷重または単位モーメント荷重を静的に作用させたときの変位および回転角を求め，柔性行列Lを生成した [3]．例えば，質点 2 のy軸方向に単位荷重を作用させたときの，質点 2 のx軸方向変位は，

$$L_{67} = l_2 l_3 \frac{l_1}{GJ_1} + \frac{{l_2}^2 l_3}{2EI_{2z}} \tag{1}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

となる．この第 1 項は，トルク$l_2 \times 1$によって発生する支柱の捩りに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値であり，第 2 項は単位荷重によって発生する水平部材の曲げに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値である．

以上の様にして 11×11 成分を全て求め，柔性行列の逆行列を計算すれば剛性行列Kを得る．そして，一般化固有値問題を解くことで，固有角振動数ωおよび固有ベクトルuを推定した．

$$K\mathrm{u} = -\omega^2 M\mathrm{u} \qquad (2)$$

ここにMは質量行列であり，各自由度の質量および慣性モーメントの値を対角項にもつ対角行列である．

４．構造パラメータの設定方法

基部の回転剛性k_x, k_yは，その発現メカニズムも不確かであることから，未知数として扱う．鋼材のヤング係数とせん断剛性は 205 GPa，78.9 GPa とする．支柱の外形は 355.6 mm，肉厚は 11.1 mm であり，JIS 規格によれば外形は±1 %の，肉厚は-12.5～15.0 %の許容誤差をもつ．初期段階では，公称値を用いてEI_1, GA_1, GJ_1の値を定めた．支柱下端の補剛材の影響は，単位荷重法により変位・回転角を計算する際に考慮し，補正係数として与えた．梁は外径 216.3 mm，肉厚 8.2 mm の鋼管であり，1 本分の剛性は支柱と同じ方法で求めた．そして，長さl_2の水平部材として考える際には，表示部の剛性も加味して算定した．ただし，2 本の梁と表示部が一体化するほど剛な造りではなく，それぞれが独立して変形するよりもやや硬い程度の様である．これについては，数値計算例を後述する．

実際の表示部は，L 型やコ型の断面をもつ部材からなるフレームに，厚さ 2.3 mm の外板が貼られた複雑な構造となっている．この剛性を精緻に計算するのは困難なことから，一様な厚さをもつ中空の箱を仮定する．剛性に寄与する部材の質量 806 kg 程度と，鋼材の密度 7850 kg/m^3 から，本研究では，表示部を長さ 3.45 m，幅 0.8 m，高さ 1.95 m，肉厚 4.6 mm の箱と考え，剛性を計算した．そして，梁 2 本と合成して$EI_{2y}, EI_{2z}, GA_2, GJ_2$を定めた．

ところで，表示部は構造部材だけでなく，LED や電子回路，ケーブルや遮熱板など剛性に寄与しない質量も持つ．我々が観測実験を行った AL1 型の場合，表示部の総質量は実測で 1420 kg 程度である．表示部の内部は広い空間となっており，前後左右のバランスを考慮しつつ質量は外側に配置されている．そのため，各軸まわりの慣性モーメントを計算する際には，厚さ 20 mm の箱を仮定した．この場合，箱の換算密度は 3130 kg/m^3 程度となる．この表示部と，同じ長さの梁右側部分を合計したものを質点 2 とし，重心位置，質量，慣性モーメントを算定した．質点 1 も同様に，質量は各部材質量の総和により求め，図面上の配置から回転中心までの距離を定め，慣性モーメントを計算した．

上記以外にも，支柱下部の質量により慣性力が発生する．これを考慮するため，適当なたわみ曲線を仮定し，水平方向の慣性力を求めた上で，質点 1 に等価換算質量として付加した．

５．モデルの妥当性を検証する 4 つの振動モード

モデルの妥当性を検証するため，2021 年 4 月に実施したフィールド試験の観測データから振動モードを推定した．この観測では，1 地点あたり 1 週間弱の連続観測を実施しており，支柱上部と表示部の加速度応答を 200 Hz のサンプリングレートで収録している．解析では，連続データから 3 分弱のデータを抽出し，相関関数を計算して ERA 法に入力した．そして，この解析を 1 週間分のデータに適用し，得られた推定結果をモード毎に分類した．橋梁部のある 1 地点のデータから推定された振動モードの平均および標準偏差を Table 1 に示す．

Table 1 Vibration modes of a bridge-mounted highway sign.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.507	$(0.09, 0.92, -0.04, 0.07, 0.37, 0.01)$
2nd	1.685	$(0.63, -0.10, -0.51, 0.57, -0.08, -0.01)$
3rd	4.494	$(0.09, -0.43, -0.08, 0.10, 0.89, 0.04)$
4th	6.259	$(0.29, 0.03, 0.87, 0.39, -0.10, 0.04)$

表の 1 行目は面外 1 次モードであり，固有振動数が 1.507 Hz であった．表中の$(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$は観測点における振動ベクトルであり，$a_x$は表示部における$x$軸方向の振幅を表し，$b_x$は支柱上部の振幅である．面外 1 次モードは，$y$軸方向（車両進行方向）に大きく揺れており，支柱上部よりも表示部の方が大きな振幅を示している．2 行目以降は，それぞれ面内 1 次，面外 2 次，面内 2 次モードを表している．

６．モデルの解析結果

本研究で開発した 11 自由度のバネ－質点系モデルを用いて，Table 1 と同じ道路情報板の振動モードを推定した．その結果を Table 2 に示す．

この解析では，固有振動数と振動ベクトルが観測結果と一致するように，基部の回転剛性k_x, k_yと水平部材の曲げ剛性EI_{2y}の 3 つのパラメータのみを未知変数として調整している．推定した曲げ剛性EI_{2y}の値は，梁と表示部が独立して変形することを仮定した場合の 3 倍程度であり，完全に一体化した場合の 1/10 以下であった．

Table 2 Vibration modes estimated using an 11-DOF model.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.508	$(0.02, 0.85, 0.01, 0.01, 0.52, 0.00)$
2nd	1.680	$(0.58, 0.00, -0.58, 0.57, -0.04, 0.00)$
3rd	4.464	$(0.07, -0.45, -0.11, 0.11, 0.88, -0.00)$
4th	6.243	$(0.38, -0.10, 0.83, 0.39, 0.03, 0.00)$

７．まとめ

本研究では，道路情報板の振動を解析するため，11 自由度の振動モデルを構築した．可能な限り設計図面に忠実に構造パラメータを定めたところ，推定された振動モードは観測結果と良い一致を示した．

参考文献

1) 佐伯昌之，松井真吾，川又忠司：道路情報板用 F 型支柱の損傷に伴う固有振動数変化，土木学会論文集特集号（応用力学），Vol. 80, No. 15, 23-15043, 2024.
2) 長井巧，石関一裕，佐伯昌之，森近翔伍，松井真吾，川又忠司，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の固有振動数変化を用いた異常検知手法の検討，AI・データサイエンス論文集，Vol. 5, No. 3, pp. 823-833, 2024.
3) 庄古朋輝，佐伯昌之，松井真吾，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の面内振動解析（シンポジウム講演概要），第 28 回応用力学シンポジウム，25010-14-05，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

横構を活用した鋼 I 桁橋の 3 次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical Study on Three-Dimensional Deformation Prediction of a Steel I-Girder Bridge Utilizing Lateral Bracing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

赤星　花奈（京都大・工）　北根　安雄（京都大・工）　松本　理佐（京都大・工）　佐藤　顕彦（京都大・工）
Kana AKAHOSHI, Kyoto University, Yasuo KITANE, Kyoto University
Risa MATSUMOTO, Kyoto University, Akihiko SATO, Kyoto University
E-mail: akahoshi.kana.22j@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigated a method for predicting the three-dimensional deformation of bridges utilizing lateral bracing. Displacements were predicted using a neural network trained on the regression relationship between axial strains in the lateral bracing and displacements of the main girders. The prediction error was found to be less than 0.3 mm. Furthermore, an approximate equation was derived that enables an estimation of the main girder cross-sectional deformation using the predicted displacements.

１．はじめに

橋梁のモニタリングにおいて，橋梁の状態を把握するため，参照点不要の鉛直変位計測手法が多く提案されている[1)など]．著者らの研究[2)]では，鉛直変位以外にも，橋軸，橋軸直角（以下，橋直）方向の変位が橋梁の損傷等の異常状態によって変化することが明らかとなった．また，主桁間に配置された横構は特に橋直変位や橋軸変位の影響を大きく影響を受けることも明らかとなっている．桁の 3 次元変形を可視化できれば，より詳細に橋梁の状態を把握することができる可能性がある．そこで本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，数値解析的検討によって，桁の変位と横構のひずみの関係を明らかにすること，横構のひずみから橋梁の 3 次元挙動を予測することを目的とする．

２．対象橋梁および解析モデル概要

Figure 1 に対象橋梁および，本論文で使用する 24 本の横構とその番号を示す．対象橋梁は平成 6 年度版の土木構造物標準設計に記載されている支間長 30m，幅員 9.5m の単純非合成 4 主桁橋である．解析には有限要素解析ソフトである Abaqus2025 を用いた．床版，主桁，横桁はシェル要素で，横構は梁要素によってモデル化し，腹板に結合した．

荷重は，床版上面に死荷重相当の等分布荷重を載荷した．また，25t の車両のタイヤ設置面を模擬した載荷版を輪荷重としてランダムに移動させ，載荷した．

３．横構のひずみと変位の関係

Figure 2 に支間中央，G1 桁直上に輪荷重を偏心載荷した際の横構（LB-1～LB-6）のひずみを示す．横構のひずみは，横構にひずみゲージを貼付することを想定し，横構の中央の軸ひずみを抽出した．Figure 3 に横構と腹板が結合された 2 点の鉛直，橋軸，橋直方向の変位差を，横構の軸方向の変位に換算した値を示す．これを見ると，横構のひずみ変化は，橋軸（x）方向と橋直（z）方向の伸びによって引き起こされていることがわかる．以下では，横構の 2 つの方向の伸縮と桁の変位との関係を説明する．

１）橋軸方向のひずみ

Figure 3 から橋軸（x）方向には横構が伸びていることがわかる．Figure 4 に桁にたわみが生じた際の曲げ変形に伴う横構の伸びを示す．横構は，中立軸よりも桁下縁側に位置するため，桁に曲げが生じると，橋軸方向に伸びΔdxが生じる．これをひずみに換算すると，

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} \qquad (1)$$

となる．これを下縁側のひずみとしてたわみを求めると，

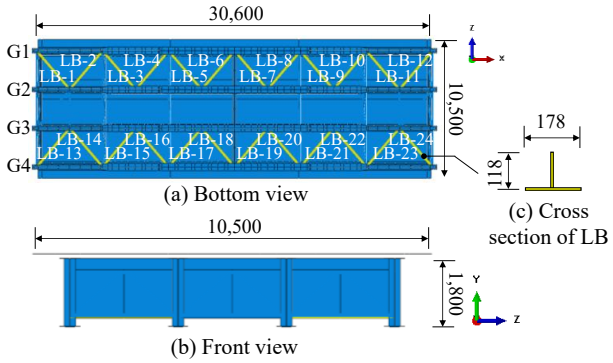


Figure 1 Target bridge (FE model)

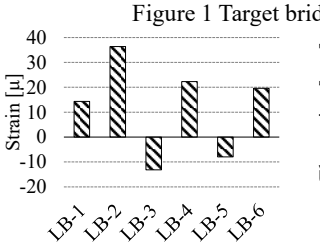


Figure 2 Axial strain of LB

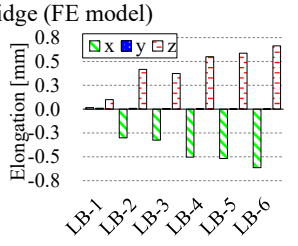


Figure 3 Extension and contraction of LB

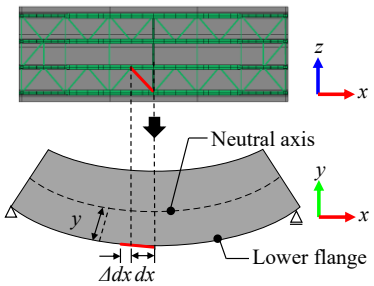


Figure 4 Relationship between girder displacement and longitudinal axis displacement of LB

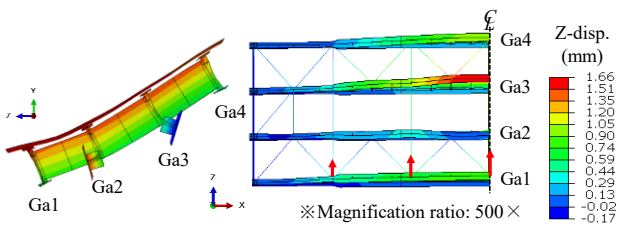


Figure 5 Displacement in the transverse direction

$$v = \int_0^{\frac{l}{2}} \theta dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{\rho} dx dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\varepsilon}{y} dx dx \qquad (2)$$

となり，横構の橋軸方向伸びから鉛直たわみが求められることがわかる．Figure 3 においてx方向の伸縮量は支間中央の LB-6 が最大となり，端部になるにつれて小さくなっているが，これは支間中央での曲げモーメントが最大となっていることを示す．

２）橋直方向のひずみ

Figure 5 には，主桁の橋直方向の変形図を示す．桁の偏心によって主桁断面が回転し，橋直変位が増加している．Figure 3 では，橋直変位によって横構が縮んでいることがわかる．これは，主桁断面の回転による G1～G4 桁の橋直変位の増加が桁ごとに異なることによって，鋼桁の橋直変位が直接横構のひずみに影響を及ぼしたと考えられる．一方で，横構は腹板に取りつけられているため，横構に軸力が作用すると，腹板に面外方向力が作用し，面外変形が生じる．そのため，横構のひずみと変位の関係を簡易的な理論式で表すことは困難である．

４．桁変位の予測

１）横構取付位置の変位予測

横構のひずみから桁変位の関係を補完するため，本研究では回帰問題としたニューラルネットワーク（以下，NN）を用いる．Figure 6 に示すように，入力データとして 24 本の横構の軸ひずみを用いる．また，鉛直変位の影響と橋直変位の影響を分類するため，G1 桁支間中央位置の G1 桁腹板の直ひずみ 1 点を入力データに加えた．出力データは，横構-腹板接続位置の鉛直，橋直方向の変位とした．なお，橋軸方向の変位ついては，ここでは鉛直方向による下縁側の伸びのみが影響すると想定し，出力しないこととした．学習させるデータは，橋のランダムな変形状態を考慮するため，輪荷重の大きさと位置，等分布荷重の大きさをランダムに変化させ，計 208 個のデータを作成し，7 割のデータを学習用，3 割のデータをテスト用とした．

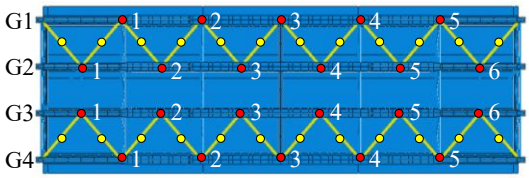
Figure 7, 8 にテストデータのうち 1 ケースの予測結果を示す．赤丸が鉛直，橋直変位の予測結果，青丸が FEM 解析から得た正しい変位を示す．鉛直変位は G1 桁から G4 桁につれて変位が増加し，それに伴って G1 桁，G2 桁に大きな橋直変位が生じた．これらの予測誤差は 1.0%以下であり，正確に予測できていることがわかる．一方で，G3 桁と G4 桁の橋直変位は 23%，11%と誤差が大きくなった．橋直変位については，変位が小さい（0.05mm 程度）場合に誤差率が急激に増加する傾向がみられた．そこで，Table 1 のようにすべてのテストデータを誤差の平均値として評価した．鉛直変位の誤差は約 0.3mm 程度，橋直変位は 0.1mm 程度であり，概ね予測が可能であるといえる．

２）支間中央断面の桁の変位予測

１）で予測された変位を使用し，支間中央断面の変形状態の予測を行う．Figure 5 から，腹板は主桁に追従して変形することがわかるため，ここでは横桁のみに着目した．G1-G2 桁，G2-G3 桁，G3-G4 桁それぞれに対し，Figure 9 のように横桁断面の変形を予測した．G1-G2 桁, G3-G4 桁間は，鉛直方向の変位から腹板がθ傾いているとして計算した．G2-G3 桁間の変形は，鉛直変位は，u_{y1}～u_{y4}から得られる 3 次近似式を用いて，橋直変位は，G2，G3 桁の変位の線形補完で算出した．Figure 10 にこれらの式を用いた桁変形の予測を示す．桁変形をおおよそ再現できたといえる．

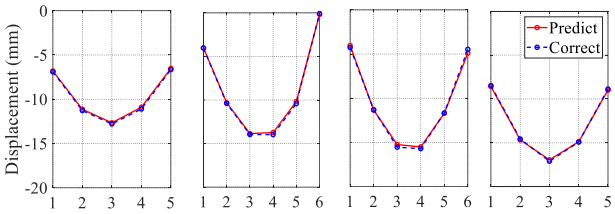
５．結論

本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，横構の軸ひずみを用いた橋梁の 3 次元挙動の予測について検討した．



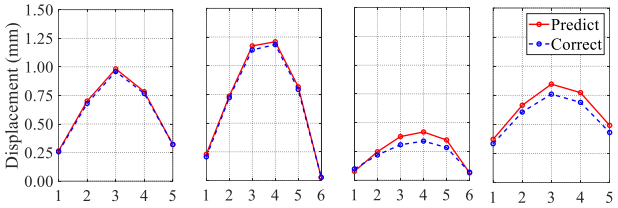
○ +strain of one point: Input ● :Output

Figure 6 Input data and output data points



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 7 Predicted displacement of vertical axis



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 8 Predicted displacement of transverse axis

Table 1 Mean prediction error (unit: mm)

Y (Vertical)				Z (Transverse)			
G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4
0.23	0.23	0.29	0.30	0.05	0.05	0.08	0.11

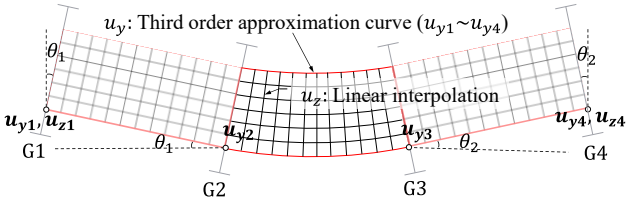
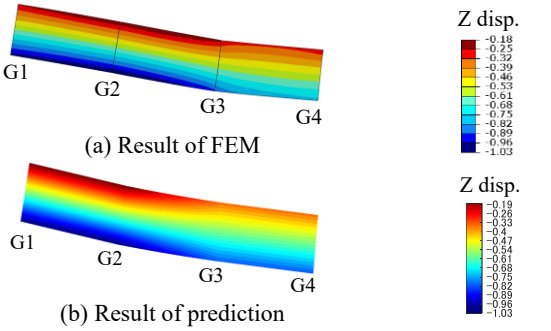


Figure 9 Caluculation method for prediction deformation of cross girder



(a) Result of FEM

(b) Result of prediction

Figure 10 Prediction of cross girder deformation

1) 横構のひずみを学習データとした NN を用いて主桁変位の予測を行った結果，鉛直変位は約 0.3mm，橋直変位は約 0.1mm の誤差で予測可能であった．

2) NN で予測した変位から断面の傾きや 2 次・3 次の変位近似式を算出することで，腹板断面の変形を予測できた．

＜参考文献＞

1) K.Helmi et.al.: Reference free method for real time monitoring of bridge deflections, Engineering Structures, vol.103, pp.116-124, 2015.

2) 赤星ら：多目的遺伝的アルゴリズムを活用した横構による鋼 I 桁橋下フランジの損傷検知，第 28 回応用力学シンポジウム，2510-14-02，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会