

2026年5月17日(日)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (1)

座長:松島 亘志(筑波大学)

9:10 ~ 9:25

[24001] 原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
—新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈—
(シンポジウム講演概要)

*川野 昂輝¹、星 啓太郎¹、山田 正太郎¹ (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[24002] 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*藤田 達大¹、新保 泰輝²、福元 豊³ (1. 五大開発株式会社、2. 石川工業高等専門学校、3. 岡山大学)

9:40 ~ 9:55

[24003] 透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

*太田 大希¹、西村 伸一¹、柴田 俊文¹、福元 豊¹ (1. 岡山大学)

9:55 ~ 10:10

[24004] 技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

*小田 和広¹ (1. 大阪産業大学)

10:10 ~ 10:25

[24005] ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮したDrucker-Prager弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

*新保 泰輝¹、福元 豊² (1. 石川工業高等専門学校、2. 岡山大学)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (2)

座長:藤澤 和謙(京都大学)

10:35 ~ 10:50

[24006] 土石流モデリングのための浅水流SPHフレームワークへの侵食および連行過程の導入（シンポジウム講演概要）

*Dolojan Nilo¹、辻 勲平¹、野村 怜佳¹、寺田 賢二郎¹、森口 周二¹ (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[24007] Binghamモデルを適用したMPS法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 俊文¹、絹輪 太一¹、西村 伸一¹ (1. 岡山大学)

11:05 ~ 11:20

[24008] 3次元DEM/2次元SMAC連成解析による土砂輸送における土と流体の相互作用に関する研究 (シンポジウム講演概要)

*アフメド エムディー シャミム¹、チョウドリー ファズルルハビブ¹、松島 高志¹ (1. 筑波大学)

11:20 ~ 11:35

[24009] 底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

*横田 直孝¹、岩井 裕正¹、内藤 直人² (1. 京都大学、2. 豊橋技術科学大学)

11:35 ~ 11:50

[24010] 細粒分に富む熱海土石流発生源土砂のレオロジー特性評価（シンポジウム講演概要）

*ファズルルハビブ チョウドリー¹、高志 松島¹、猛司 小高² (1. 構造エネルギー工学域, 筑波大学、2. 社会基盤デザイン工学科, 名城大学)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

14:45 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (3)

座長:山川 優樹(東北大学)

14:45 ~ 15:00

[24011] 組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

*外山 翔吾¹、高 子蒙¹、小林 俊一¹ (1. 金沢大学)

15:00 ~ 15:15

[24012] u - w - p formulationに基づく土構造物～地盤系における液状化対策工法としてのグラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）*豊田 智大¹、蜂須賀 有哉¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

15:15 ~ 15:30

[24013] 弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

*清水 紫媛¹、藤澤 和謙¹、シャルマ ヴィカス¹、竹中 一真¹ (1. 京都大学)

15:30 ~ 15:45

[24014] 鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

*山栗 祐樹¹、鹿倉 瑠斗²、小林 俊一³、西岡 英俊¹ (1. 中央大学、2. 中央大学大学院、3. 金沢大学)

15:45 ~ 16:00

[24015] 上下負荷面摩擦モデルを搭載する動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

*安池 亮¹、豊田 智大¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

16:10 ~ 17:40 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (4)

座長:岩井 裕正(京都大学)

16:10 ~ 16:25

[24016] 土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

*江城 静順¹、肥後 陽介¹ (1. 京都大学大学院工学研究科)

16:25 ~ 16:40

[24017] 模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

*菊池 彬大¹、山栗 祐樹²、西岡 英俊²、岡本 道孝³、井上 直史³、中島 悠介³、内藤 直人⁴ (1. 中央大学大学院、2. 中央大学、3. 鹿島建設（株）、4. 豊橋技術科学大学)

16:40 ~ 16:55

[24018] DEM計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察（シンポジウム講演概要）

*福元 豊¹、桐山 貴俊²、井戸口 将大¹、樺 真緒² (1. 岡山大学、2. 清水建設株式会社 技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[24019] 粒状体系に対するボンドベース型近接場動力学とインパルス接触動力学のハイブリッド計算手法（シンポジウム講演概要）

*李 広治¹、朱 凡²、松島 亘志¹ (1. 筑波大学、2. 京都大学)

17:10 ~ 17:25

[24020] MPMと極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

*野々山 栄人¹、宮田 喜壽¹ (1. 防衛大学校)

17:25 ~ 17:40

[24021] 拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

*中村 陽斗¹、菊本 統²、Previtali Marco³、Ciantia Matteo^{4,5}、崔 瑛¹ (1. 横浜国立大学、2. 京都大学、3. 西湖大学、4. Dundee大学、5. ミラノ・ビッコ大学)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

■ 2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | 会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (1)

座長: 松島 亘志(筑波大学)

9:10 ~ 9:25

[24001] 原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
— 新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈 —
(シンポジウム講演概要)

*川野 昂輝¹、星 啓太郎¹、山田 正太郎¹ (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[24002] 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析 (シンポジウム講演概要)

*藤田 達大¹、新保 泰輝²、福元 豊³ (1. 五大開発株式会社、2. 石川工業高等専門学校、3. 岡山大学)

9:40 ~ 9:55

[24003] 透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析 (シンポジウム講演概要)

*太田 大希¹、西村 伸一¹、柴田 俊文¹、福元 豊¹ (1. 岡山大学)

9:55 ~ 10:10

[24004] 技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案 (シンポジウム講演概要)

*小田 和広¹ (1. 大阪産業大学)

10:10 ~ 10:25

[24005] ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮したDrucker-Prager弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析 (シンポジウム講演概要)

*新保 泰輝¹、福元 豊² (1. 石川工業高等専門学校、2. 岡山大学)

原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム —新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈— (シンポジウム講演概要)

Generation Mechanism of Quaternary Ground Deformation at a Nuclear Power Plant Site — A Bifurcation-Based Interpretation Considering Swelling of the Neogene Formation — (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

川野 昂輝 (東北大・工) 星 啓太郎 (東北大・工) 山田 正太郎 (東北大・工)
Kouki KAWANO, Tohoku University
Keitaro HOSHI, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: kawano.kouki.t6@dc.tohoku.ac.jp

Periodic undulations are observed in the Quaternary terrace deposits within the Higashidori Nuclear Power Plant site in Aomori Prefecture. While volume expansion of expansive minerals has been suggested as a cause, swelling alone cannot explain the periodicity. This study investigated the mechanism of ground deformation using finite element analysis with an expansive rock model that incorporates electro-chemical-mechanical interactions within the crystalline layers of clay minerals. The results indicate that buckling instability caused by expansion pressure generated in the Tertiary deposits can induce periodic ground deformation in the Quaternary deposits. Furthermore, the wavelength of the undulations is autonomously determined by the thickness and stiffness of the swelling layer.

1. はじめに

青森県東通原子力発電所敷地内に分布する第四系段丘堆積物 (約 12~13 万年前以降) において, Fig. 1¹⁾に示すような地層の起伏が確認されている. 原子力発電所敷地内の第四系に変状が認められた場合, その成因が断層活動などの急激な地殻変動に起因するか否かは, 構造物の安全性評価上, 重要な検討事項である. 地質調査および X 線回折分析により, 第四系直下の新第三系泊層に吸水膨潤性鉱物の存在が確認され, この層の膨潤が撓みの原因である可能性が指摘されている. 一方, Fig. 2²⁾に示す地中レーダー探査が示す通り, このような地中の起伏は複数確認されており, しかも周期性が認められるが, 膨潤のみではこのようなパターンが発現するメカニズムまでは十分に説明できない.

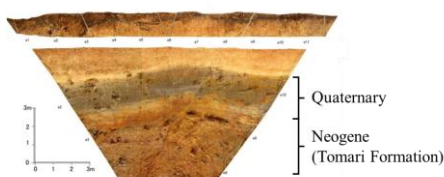


Fig. 1 Periodic undulations of the Quaternary terrace deposits confirmed by trench excavation¹⁾

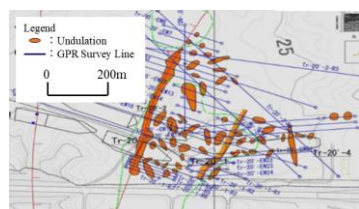


Fig. 2 Periodic undulations of the Quaternary terrace deposits confirmed by GPR (Ground-Penetrating Radar) survey²⁾

そこで本研究では, 泊層が過去の沈降により形成された地層境界によって水平変位を拘束された状態で膨潤し, その結果, 内部応力が蓄積され座屈が生じたとの仮説を立て

た. 以下では, この仮説の妥当性を, 膨潤性岩盤モデルを用いた有限要素分岐解析により検証する.

2. 膨潤性岩盤モデル

本研究では, Hoshi et al. (2026)³⁾による粘土鉱物の結晶層間の電気-化学-力学作用を考慮した膨潤性岩盤モデルを用いる. このモデルでは, Fig. 3 に示すように, 膨潤性岩盤の間隙がマクロな岩盤骨格間隙とミクロな鉱物結晶層間隙で構成される二重間隙構造を成すとした上で, Fig. 4 に示すように, 変形勾配 $\mathbf{F}$ が, 岩盤骨格の微小体積 dV を基準とする岩盤骨格の変形 $\mathbf{F}^{ss}$ と結晶層間の微小体積 dV^{il} を基準とする膨潤性粘土鉱物の変形 $\mathbf{F}^{il}$ に分解できると仮定する. ただし, 岩盤骨格の変形 $\mathbf{F}^{ss}$ は膨潤性岩盤の変形 $\mathbf{F}$ と相似であり, 膨潤性粘土鉱物はマクロな視点からは, 等方的に拡大・縮小する変形 $\mathbf{F}^{il}$ を与えると仮定する.

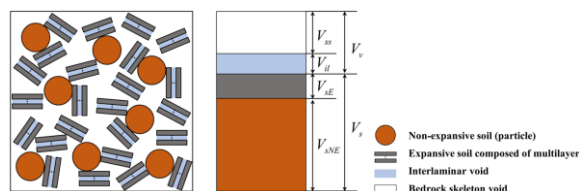


Fig. 3 Double-void structure

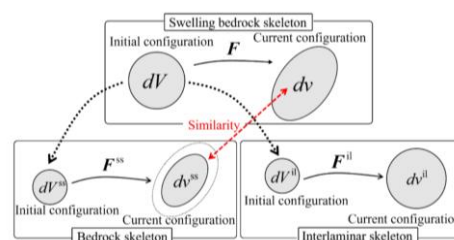


Fig. 4 Decomposition of deformation gradient

$\mathbf{J}^{il} (= \det \mathbf{F}^{il})$ は初期と現在の結晶層間距離 d_0 と d の比で表されると仮定して, $\mathbf{F}^{il}$ を次式で与える.

$$\mathbf{F}^{\text{il}} = (\mathbf{J}^{\text{il}})^{1/3} \mathbf{I}, \mathbf{J}^{\text{il}} = d/d_0 \quad (1)$$

結晶層間距離 d は、層間にはたらく一次元的な力のつり合いを満足するように決定する。結晶層間に作用する力として電気二重層斥力 f_r 、van der Waals 力 f_a 、水和力 f_h 、有効応力 f_e を考える。

$$f_a(d) - f_r(c, d) - f_h(d) + f_e(\sigma) = 0 \quad (2)$$

ここで、 c は間隙流体のイオン濃度であり、電気二重層斥力は間隙流体のイオン濃度によって変化する。

また、岩盤骨格の変形 $\mathbf{F}^{\text{ss}}$ については、変形勾配の乗算分解に基づく有限変形弾塑性理論の枠組みにおいて定式化を行うため、岩盤骨格の変形勾配 $\mathbf{F}^{\text{ss}}$ を弾性成分 $\mathbf{F}^e$ と塑性成分 $\mathbf{F}^p$ に乗算分解する。

$$\mathbf{F}^{\text{ss}} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \quad (3)$$

弾塑性構成則の具体形として、Abe et al. (2024)⁴⁾を拡張したセメンテーションとその劣化を考慮した有限変形 Cam-clay model を適用する。さらに、本研究では、滑らかな弾塑性遷移を表現するために下負荷面を導入している。上記のマルチフィジックスな構成則を、有限変形理論に基づく有限要素解析コードに実装して解析を行った。

3. 分岐・座屈解析

本研究では、剛性行列 $\mathbf{K}$ が対称性を有することを考慮して、Fujii and Noguchi (2002)⁵⁾の $\mathbf{LDL}^T$ 分解に基づく分岐解析手法を採用した。この手法は、計算コストの高い固有値解析を行うことなく、連立一次方程式を解く際に得られる情報から分岐解析に必要なクリティカルな固有値と固有ベクトルを近似的に求める手法である。具体的には、Sylvester の慣性率より剛性行列 $\mathbf{K}$ の固有値の正負の個数が、分解後の対角行列 $\mathbf{D}$ の正負の個数と一致することを利用して分岐点を探索する。また、上三角行列 $\mathbf{L}^T$ から抽出可能な絶対値最小固有値に対応する固有ベクトルに近似したベクトルを全体 Newton-Raphson 法による収束計算の初期値にすることで分岐経路に誘導する。

4. 解析条件

本研究では、下層(10m)と上層(0.5m)に非膨潤性岩盤モデル、中層(0.5m)に膨潤性岩盤モデルを配置した三層の水平成層地盤を仮定した。解析モデルの全体寸法は、水平方向 15m、高さ方向 11m に設定した。境界条件として、モデル両側面の水平変位および下面の鉛直変位を固定した。また、現地サイトが過去に海進・海退の履歴を受けた際に、間隙水のイオン濃度に変化が生じたと仮定して、イオン濃度を 1.0mol/L から 1.0×10^{-7} mol/L へと徐々に低下させた。

5. 解析結果

Fig. 5 に解析モデルの初期状態、分岐直後、および最終ステップにおける変形状態を示す。(a)は分岐解に誘導した場合(分岐経路)、(b)は誘導しなかった場合(主経路)の結果である。色の違いは、層構成を示しており、中層で膨潤を生じさせている。主経路では鉛直方向の変形のみが生じるのに対し、分岐経路では波状の変形が現れている。これは膨潤に伴う水平方向の膨潤圧により、一種の座屈現象が発生したためであると考えられる。特に、最初に出現した分岐点で分岐解に誘導したにも関わらず、2 波分の起伏が形成された。梁の座屈の場合 1 次モードで 1/2 波分の変形が現れることを考えるとこの特徴は興味深い。

次に周期的な分岐パターンの必然性を検討するため、解析領域幅を 30m に拡張して解析を行った。Fig. 6 に鉛直変位分布を示す。幅 15m では 2 波分、幅 30m では 4 波分の

起伏が現れ、共にイオン濃度 7.57×10^{-7} mol/L において分岐が生じた。梁の座屈では長さの増加に伴い波長が伸び、座屈荷重が低下するが、本解析では解析領域の幅が広がっても、波長も分岐荷重に相当するイオン濃度も変化しなかった。紙幅の都合上、結果は割愛するが、膨潤層厚を大きくすると波長が大きくなることが確認された。これらの結果は、現地における起伏の周期が解析領域の大きさではなく、層厚や地盤剛性といった力学特性によって自律的に決定されることを示唆している。

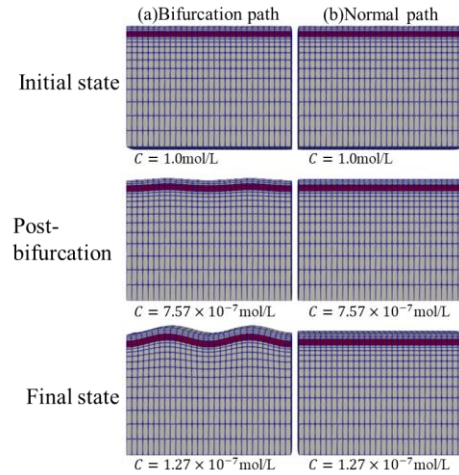


Fig. 5 Deformation diagram

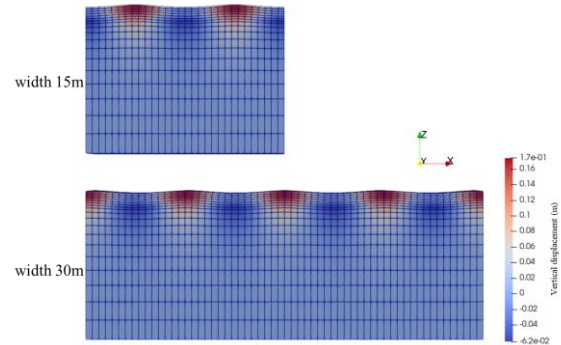


Fig. 6 Vertical displacement distribution

6. 終わりに

本研究では、原子力サイトの第四系で確認された地層変状が、新第三系の膨潤に起因する分岐現象として説明可能であること、また起伏は膨潤層の厚さや剛性によって決まる一定の波長を持って現れることを数値計算により示した。

参考文献

- 1) 東北電力 (2014): 東通原子力発電所 敷地内断層の活動性等の評価に係る 追加地質調査報告書。
- 2) 中満隆博 (2025): 『見かけ地断層』の諸相-東通原子力発電所の場合-。
- 3) Hoshi, K., Yamada, S., Abe, Y. and Kyoya, T. (2026): Tunnel excavation and swelling analysis of expansive bedrock with multiphysics elasto-plastic model capable of describing different swelling behavior due to exchangeable cation species, *Comput. Geotech.*, 193, 107956.
- 4) Abe, Y., Yamada, S., Hoshi, K., Kyoya, T. (2024) Reconstruction of Cam-clay model based on multiplicative decomposition of the deformation gradient. *Comput. Geotech.*, 166, 105958.
- 5) Fujii, F., Noguchi, H. (2002): The buckling mode extracted from the $\mathbf{LDL}^T$ -decomposed large-order stiffness matrix, *Commun. Numer. Meth. Engng.*, 18(1), 459-467.

外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析 (シンポジウム講演概要)

Simulation of Uniaxial Compression Test Using Phase-Field Method with External Driving Force (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤田 達大 (五大開発株式会社) 新保 泰輝 (石川高専) 福元 豊 (岡山大)
Tatsuhiko FUJITA, GODAI KAIHATSU Corporation
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
E-mail: fujita@godai.co.jp

Numerical prediction of crack behavior in embankments is crucial for earthquake disaster prevention. This study simulated uniaxial compression tests on pre-cracked specimens using a phase-field method with external driving force. Dynamic solution of the phase-field equation controlled crack velocity, avoiding instantaneous propagation in quasi-static analysis. A cylindrical specimen (diameter 5 cm, height 10 cm) with a 45-degree inclined 2 cm crack was analyzed. Three parameters were calibrated. Load-displacement curves agreed reasonably well with experiments except plastic and residual regions. Crack propagation behavior, tensile fracture followed by shear fracture with oblique growth, was reasonably reproduced. The results demonstrate promising applicability to geomaterials.

1. はじめに

地震時の盛土では、天端・法面の開口亀裂や堤体底面まで進行する貫通亀裂、液状化による分離破壊などが報告されており、その数値予測は防災上重要である。亀裂解析手法として X-FEM やペリダイナミックスがあるが、前者は煩雑な幾何学計算を要し、後者は境界処理に課題がある。一方、FEM とフェーズフィールド法の連成解析は、亀裂の発生から進展まで統一的に扱え、幾何学計算が不要で境界条件の取り扱いも容易である。

本研究では、材料強度を考慮可能な外部駆動力 (external driving forces) を導入したフェーズフィールドの定式化を採用した。準静的解析では、亀裂が瞬時に進展し試験結果と整合性が得られないため、動的解法により亀裂進展速度を制御した。フェーズフィールド法の地盤解析への適用可能性を検証するため、一軸圧縮試験の再現解析を実施した。

2. 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法

フェーズフィールド変数 v を導入し、 $v = 1$ は非破壊状態、 $v = 0$ は破壊状態を表す。フェーズフィールド方程式は以下である。

$$\eta \frac{\partial v}{\partial t} = -2vW + \frac{3G_c}{8\epsilon} + \frac{3G_c}{4} \Delta v + C_e(I_1, J_2, \epsilon) \quad (1)$$

I_1 と J_2 は Cauchy 応力の不変量、 W はエネルギー密度である。 μ はせん断弾性係数、 κ は体積弾性係数でありヤング率 E とポアソン比 ν から計算される。 G_c は破壊エネルギー解放率、 ϵ は正則化パラメータである。 $1/\eta$ はモバリティパラメータと呼ばれ亀裂進展速度を調整する。 C_e は外部駆動力^{1),2)}であり、以下の式を用いる。

$$C_e(I_1, J_2, \epsilon) = \beta_2^e \sqrt{J_2} + \beta_1^e I_1 + \beta_0^e + \left(1 - \frac{\sqrt{I_1}}{I_1}\right) \left(\frac{J_2}{2\mu} + \frac{I_1^2}{18\kappa}\right) \quad (2)$$

$$\beta_0^e = \delta^e \frac{3G_c}{8\epsilon} \quad (3)$$

$$\beta_1^e = -\frac{(1+\delta^e)(\sigma_{cs} - \sigma_{ts})}{2\sigma_{cs}\sigma_{ts}} \frac{3G_c}{8\epsilon} + \frac{\sigma_{ts}}{18\kappa} + \frac{\sigma_{ts}}{6\mu} \quad (4)$$

$$\beta_2^e = -\frac{\sqrt{3}(1+\delta^e)(\sigma_{cs} + \sigma_{ts})}{2\sigma_{cs}\sigma_{ts}} \frac{3G_c}{8\epsilon} + \frac{\sigma_{ts}}{6\sqrt{3}\kappa} + \frac{\sigma_{ts}}{2\sqrt{3}\mu} \quad (5)$$

σ_{ts} と σ_{cs} は引張・圧縮強度、 δ^e は調整パラメータである。亀裂進展解析において、亀裂の不可逆性 $\partial v / \partial t \leq 0$ を満たす必要がある。フェーズフィールド法において亀裂の局所化長さは ϵ 程度であるが、駆動力の効果が大きいと有効局所化長さ ${}^1)\epsilon = \epsilon / \sqrt{1 + \delta^e}$ 程度となる。 $\delta^e > 0$ ならば有効局所化長さが正則化パラメータより小さくなるため、不可逆性の制約を緩和する必要がある¹⁾。そのため、亀裂と十分判断できる $v \leq 0.05$ に達した場合のみ不可逆性の制約を課す。

3. 有限要素方程式とスタッガード法

変位場 $\mathbf{u}$ とフェーズフィールド変数 v の有限要素方程式は、以下となる。

$$\mathbf{R}^u = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega - \int_{\partial\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$\mathbf{R}^v = \eta \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \frac{v - v_b}{\Delta t} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left\{ 2vW - \frac{3G_c}{8\epsilon} + W'_{penalty} - C_e \right\} d\Omega + \frac{3}{4} G_c \epsilon \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N})^T \nabla v d\Omega = \mathbf{0} \quad (7)$$

ここで $\mathbf{N}$ は形状関数、 $\mathbf{B}$ は形状関数を微分した行列である。また、 $\mathbf{b}$ は物体力、 $\mathbf{t}$ は荷重による表面応力である。応力 $\boldsymbol{\sigma}$ は、微小変形を仮定し、ひずみ $\boldsymbol{\epsilon}$ を用いて以下で定義される。

$$\boldsymbol{\sigma} = v^2 \frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad (8)$$

上付きのプライムは v の汎関数微分を意味しており、 $W_{penalty}$ はペナルティー項でフェーズフィールド変数が $0 \leq v \leq 1$ となるように導入する。

$$W_{penalty} = \frac{\gamma}{2} \left[(|v| - v)^2 + (|1 - v| - (1 - v))^2 \right] \quad (9)$$

γ は大きめの値に設定する。また、時間微分の離散化は、1 ステップ前のフェーズフィールド変数を v_b として後退オイラー法 $\partial v / \partial t \approx (v - v_b) / \Delta t$ を用いた。

有限要素方程式の解法は、変位場とフェーズフィールド変数を交互に求めるスタッガード法を用いる。変位場の方程式を解く際は、フェーズフィールド変数を固定して求め、

$$\mathbf{K}^u|_v \mathbf{u} = -\mathbf{R}^u|_v \quad (10)$$

フェーズフィールド方程式を解く際は、変位場を固定して求め、

$$\mathbf{K}^v|_u \mathbf{v} = -\mathbf{R}^v|_u \quad (11)$$

$\mathbf{R}^u$ と $\mathbf{R}^v$ が十分小さくなるまで繰り返す。また $\mathbf{K}^u$ と $\mathbf{K}^v$ は剛性行列で以下である。

$$\mathbf{K}^u = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega \quad (12)$$

$$\mathbf{K}^v = \frac{\eta}{\Delta t} \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{N} \{2W + W''_{penalty} - C'_e\} d\Omega + \frac{3}{4} G_c \epsilon \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N})^T \nabla \mathbf{N} d\Omega \quad (13)$$

$\mathbf{D}$ は弾性行列で平面ひずみ理論を用いた。行列は圧縮行格納形式で処理し、連立方程式はヤコビ前処理を実施した共役勾配法で解いた。

4. 一軸圧縮試験の結果

一藤らが実施した試験³⁾は、Fig.1 に示すように直径 5cm、高さ 10cm、含水比 16%、締固め度 89.89%の円柱供試体に長さ 2cm の斜め 45° 貫通亀裂を挿入した。Fig.2 に供試体の初期状態と破壊後の状態を示す。

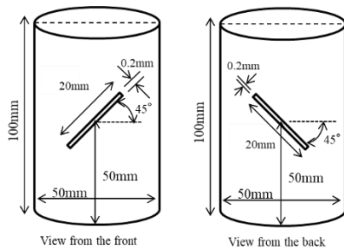


Fig. 1 Overview of Test Specimen

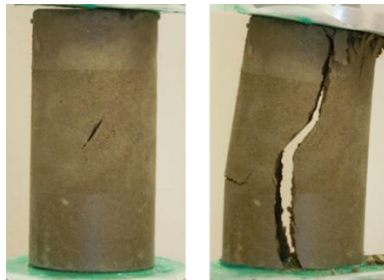


Fig. 2 Initial and fractured crack patterns

試験結果は、ヤング率 $E = 8.73 \text{ MPa}$ 、圧縮強度 $\sigma_{cs} = 96.45 \text{ KPa}$ 、破壊時の荷重 $P_{critical} = 80 \text{ N}$ であった。本研究の試験条件における破壊エネルギー解放率 G_c は、亀裂半長を a 、供試体面積を A として式(14)から求めた。

$$G_c = \frac{(1-\nu^2)\pi a}{E} \left(\frac{P_{critical}}{2A} \right)^2 \quad (14)$$

5. 解析条件

高さ 10cm、幅 5cm の平面モデルに斜め 45°、長さ 2cm の初期亀裂を配置した。ポアソン比 ν は 0.25 とした。四角形 1 次要素、4 点のガウス積分とした。メッシュサイズは $2.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ 程度で正則化パラメータ ϵ は $8.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ とした。境界条件は、上部鉛直固定と水平稼働、下部鉛直強制変位と水平稼働とした。強制変位は 1 ステップ毎に $1.7 \times 10^{-6} \text{ m}$ で与え、最終的に $2.04 \times 10^{-3} \text{ m}$ まで与えた。急激な亀裂進展を起こさないために、 $\nu \leq 0.05$ 後は与える変位を $1.7 \times 10^{-7} \text{ m}$ とした。

6. 解析結果

一軸圧縮試験では圧縮強度のみ測定されるため、3 つのパラメータ δ^ϵ 、 η 、 σ_{ts} を試験結果に合わせてキャリブレーションし、 $\delta^\epsilon = 150$ 、 $\eta = 9.5 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 、 $\sigma_{ts} = 0.32 \sigma_{cs}$ とし

た。Fig. 3 に荷重-変位曲線の試験結果と解析結果の比較を示す。塑性部分と残留荷重部分を除き、試験結果と解析結果は概ね一致している。

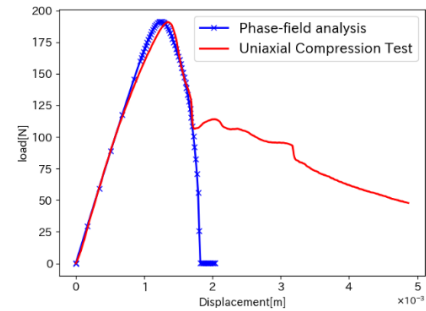


Fig. 3 Load-displacement curve

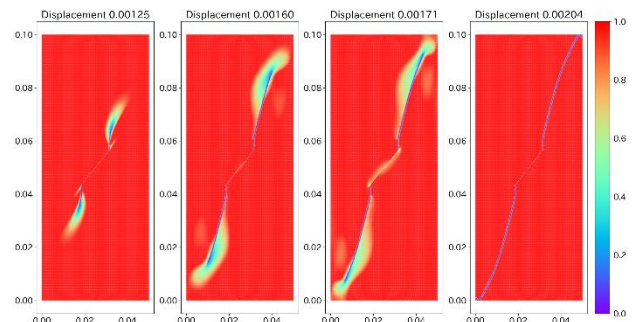


Fig. 4 Results from Crack Propagation Simulation

Fig.4 は亀裂進展解析の結果を示す。ガウス積分点の値でヒートマップを作成した。初期段階では正則化パラメータ ϵ の影響により亀裂境界が不明瞭であるが、駆動力により有効局所化長さ ϵ で亀裂が進展するため最終的には明瞭に局所化される。初期亀裂先端から引張破壊が生じ荷重方向に進展後、せん断破壊により斜め方向に進展し、概ね試験結果を再現できた。しかし、本研究では、接触や摩擦を考慮していないため、メッシュ同士の食い込みが生じており、残留荷重部分は再現できていない。

7. まとめ

本研究では、フェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析を実施した。3 つのパラメータをキャリブレーションすることで、塑性部分と残留荷重部分を除き荷重-変位曲線および亀裂進展挙動が概ね再現できた。今後、接触・摩擦理論を導入し残留荷重部分の再現性を向上させる。

参考文献

- 1) Kumar, A., Bourdin, B., Francfort, G. A. and Lopez-Pamies, O. : Revisiting nucleation in the phase-field approach to brittle fracture, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.142, 104027, 2020.
- 2) Kumar, A., Ravi-Chandar, K. and Lopez-Pamies, O. : The revisited phase-field approach to brittle fracture: application to indentation and notch problems, *International Journal of Fracture*, Vol.237, pp.83-100, 2022.
- 3) 一藤 亮太, 澤 知行, 花沢 大輔, 新保 泰輝, 福元 豊, : Peridynamics を用いた亀裂を有する粘性土の一軸圧縮シミュレーション, 令和 2 年度土木学会中部支部研究発表会 2021.

透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析 (シンポジウム講演概要)

Analysis of the Effects of Permeability Random Field on Levee Piping Risk

(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

太田 大希 (岡山大・工) 西村 伸一 (岡山大・工) 柴田 俊文 (岡山大・工) 福元 豊 (岡山大・工)

Taiki Ota, Okayama University
Shin-ichi Nishimura, Okayama University
Toshifumi Shibata, Okayama University
Fukumoto Yutaka, Okayama University
E-mail: o.taiki0105@icloud.com

This study constructs an integrated analytical workflow for piping risk assessment of river levees. A Gaussian Process Regression model applied to CPTu data enables efficient high-density estimation of Permeability. A three-dimensional stochastic permeability field was then constructed from the estimated values, and probabilistic seepage flow analysis demonstrated that non-negligible piping risk exists even in zones assessed as safe under conventional homogeneous assumptions, once spatial heterogeneity is accounted for. Furthermore, the erosion theory proposed by Fujisawa et al. was implemented into the Material Point Method, establishing a piping simulation capability within the MPM framework. These findings provide a foundation for development of heterogeneity-aware dynamic piping prediction.

1. 研究背景と目的

近年、河川堤防の破堤事例が増加しており、その要因の一つであるパイピング現象への対策が急務となっている。パイピングは堤防基礎地盤内で浸透流が集中し、下流側で土粒子が流出し、上流側に向かって後退侵食する現象である。危険箇所の特定には地盤の透水係数を高密度に把握することが不可欠だが、従来の透水試験は時間的・経済的に多点計測が困難であった。また、パイピング現象ははまだその進行メカニズムに不明な点があり、実地盤の不均質性を考慮した進展予測手法は十分に確立されていなかった。

そこで本研究の目的は、効率的な透水係数推定手法を確立し、不均質性を考慮したパイピングポテンシャル評価を行うことである。具体的には、電気式コーン貫入試験(CPTu)から直接透水係数を推定する手法を構築し、ガウス過程回帰(GPR)による確率場モデルに基づきパイピングポテンシャルを評価する。さらに、大変形に適した Material Point Method (MPM)に侵食理論を実装することで、従来の有限要素法では困難だった大変形を伴うパイピングシミュレーション技術を開発する。最終的に、地盤の不均質性とシミュレーション技術を総合化して、パイピングリスク評価システムの完成を目指す。

2. CPTu に基づく透水係数推定

CPTu は円錐プローブを地盤に貫入し、先端抵抗 q_t 、周面摩擦 f_s 、間隙水圧 u を連続測定する原位置試験であり、標準貫入速度 20 mm/s で数分から数十分の測定が完了するため、広範囲での多点計測に適している。本研究では、岡山県西部の小田川河川敷から採取した土質資料に対して、独自開発した室内 CPTu と透水試験の両方を実施し、CPTu パラメータと透水係数の推定式を導出した。これにより、現場では CPTu のみで透水係数を効率的に推定できる。具体的には、12 試料のデータセットに基づき、非線形関係を柔軟にモデル化できる GPR を用いて式(1)を導出した。式(1)は Matern カーネル k_{Mat} と Rational Quadratic カーネル k_{RQ} の線型結合で構成される。説明変数は q_t 、 f_s 、とこれらから求まる土質分類指数 I_c であり、スケールの違いを補正するため標準化(平均0, 分散1)を施した。目的変数は透水試験で得られた飽和透水係数の常用対数 $\log k$ である。

$$k(d) = c_1 k_{\text{Mat}}(d; l_1, \nu) + c_2 k_{\text{RQ}}(d; l_2, \alpha) \quad (1)$$

ここで、 d は標準化後の q_t 、 f_s 、 I_c から計算され、 $d = \sqrt{(q_t - q_t')^2 + (f_s - f_s')^2 + (I_c - I_c')^2}$ 、 $c_1 = 0.084$ 、 $l_1 = 1.12$ 、 $l_2 = 0.001$ 、 $\nu = 1.5$ 、 $\alpha = 0.0097$ である。交差検証の結果 $R^2 = 0.704 \pm 0.177$ を達成した(図-1)。本手法により、測定時間を大幅に短縮しつつ、高密度な透水係数取得が可能となった。

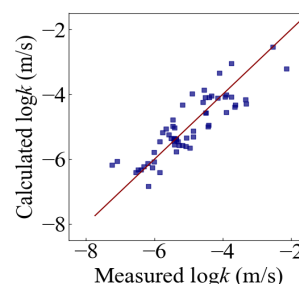


Fig. 1 Comparison between measured and predicted permeability

3. 確率論的空間分布推定

導出した式(1)に小田川堤防の基礎地盤における CPTu データを適用し、各測定の透水係数推定値を取得する。しかし、測定点は離散的であり、測定点間の透水係数は未知である。パイピングポテンシャル評価には地盤の不均質性が重要な影響を与えるため、未測定箇所を含む連続的な透水係数分布が必要となる。そこで、測定点での値を厳密に再現しつつ、未測定箇所の空間変動を表現する式(2)を GPR で構築した。式(2)は RBF カーネル k_{RBF} と指数カーネル k_{EXP} の線型結合で構成される。

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_1^2 k_{\text{RBF}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; l_1) + \sigma_2^2 k_{\text{EXP}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; l_2) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{x} = (x, y, z)$ であり、 σ^2 は分散、 $\mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z)$ は水平・鉛直方向の相関距離である。また、 $\sigma_1^2 = 0.048$ 、 $l_{x1} = l_{y1} = 6500$ 、 $l_{z1} = 10.91$ 、 $\sigma_2^2 = 0.004$ 、 $l_{x2} = l_{y2} = 12.7$ 、 $l_{z2} = 0.42$ である。本確率場モデルは、大局的傾向を表すトレンド成分と局所的変動を表すランダム成分から成る。構築した式(2)から十分な統計量を得るため基礎地盤の透水係数分布を 1000 パターン生成し、その代表例として 2 パターンを図-2

に示す。

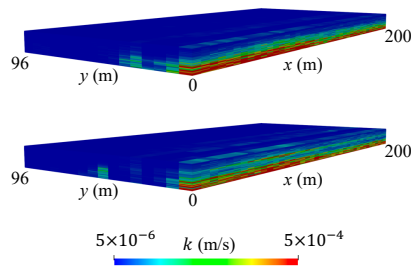


Fig. 2 Representative examples of estimated permeability distribution

4. パイピングポテンシャル評価

生成した 1000 パターンの透水係数分布に対し、小田川堤防モデルを用いて、不均質性を考慮した三次元浸透流解析を実施した。浸透流によって土粒子が流出し始める限界値である限界動水勾配 ($i_c = 0.5$, 河川堤防設計指針値) の超過確率を算出し、パイピングポテンシャル評価を行った。その結果、従来の均質仮定 ($k = 1 \times 10^{-5}$ m/s) では安全と判定された箇所でも、空間不均質性を考慮すると 8 %程度の超過確率が分布することが明らかとなった (図-3)。均質仮定では危険箇所を見逃す可能性を示し、確率論的評価の必要性を実証した。

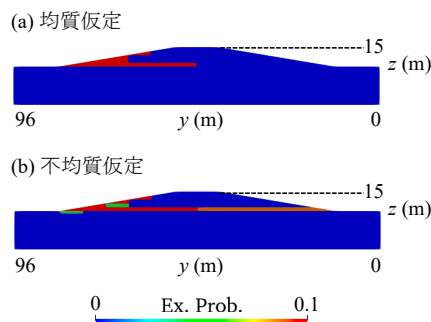


Fig. 3 Spatial distribution of exceedance probability of critical hydraulic gradient (y-z cross-section at $x = 150$ m)

5. MPM によるパイピング進展シミュレーション

動水勾配によるパイピングポテンシャルの評価結果を前提として、実際のパイピング挙動を探るため、大変形・土水連成解析が可能な MPM への侵食理論実装を行った。MPM は Lagrange-Euler 混合記述により物質点に物理量を保持させるため、パイプの進展に伴う大変形過程を追跡できる点で従来の有限要素法より優れている。また、物質点が材料の履歴情報を保持したまま移動できるため、将来的には 3 章で得られた不均質な透水係数分布を材料点ごとに割り当てることで、不均質性を考慮した三次元パイピングシミュレーションへの展開が可能となる。

Fujisawa et al. (2010)²⁾ が提案した侵食理論は、浸透流の掃流力に基づく侵食メカニズムを記述したが、大変形追跡が困難であった。MPM を採用することで、パイプが進展し堤体が崩壊に至るまでの大変形過程の追跡が可能となった。実装した侵食則では、浸透流による掃流力が限界値を超えた箇所でも間隙率が増加し、増加した間隙率は Kozeny-Carman 式を通じて透水係数の更新に反映される。透水係数

の上昇がさらなる浸透流の集中を引き起こすという正のフィードバック機構が形成され、浸透場と侵食の相互作用を動的に追跡することが可能となった。

侵食則検証のため、河川堤防断面モデル (堤体高 5 m) を対象に解析を実施した。基礎地盤の透水係数 $k = 9.8 \times 10^{-4}$ m/s の条件下では、侵食は $t = 600$ s の時点で浸出面付近から侵食が開始し、堤体中央まで細いパイプが形成されていたが、 $t = 2100$ s には明確なパイプ状の高間隙率領域が上流方向へ拡大し、最終的に貫通した (図-4)。図-4 は間隙率の増加によるパイプ進展を示している。貫通時の間隙率分布は、侵食が最初に開始した下流の浸出面と、パイプが貫通した上流端の両端で高間隙率領域を形成し、中間部では相対的に低い分布を示す。これは、侵食が浸出面から開始した後、上流へ伝播しながら徐々に間隙率を増加させ、最終的に上流端で貫通に至るという後退侵食の物理的メカニズムを反映している。本手法により、MPM によるパイピングシミュレーション技術の基盤を確立した。

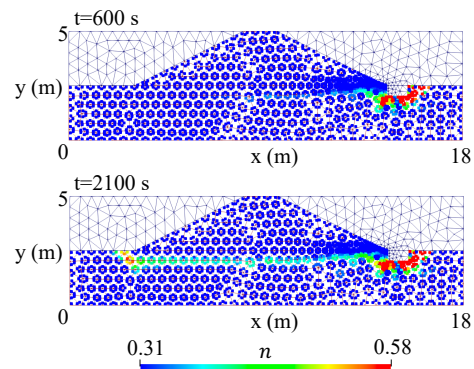


Fig. 4 Piping progression process.

6. 結論

本研究により、CPTu に基づく透水係数推定からパイピングポテンシャル評価、さらに将来的な動的進展予測に向けた解析基盤までの、一連のパイピングリスク評価フローの基盤を確立した。主な成果は以下の 3 点である：

- (1) CPTu による効率的な透水係数推定手法を確立し、測定時間短縮と高密度分布取得を実現した。
- (2) 透水係数確率場を考慮したパイピングポテンシャル評価を実施し、従来の均質仮定の手法では見逃される危険箇所の特定を可能にすることで、不均質性評価の重要性を実証した。
- (3) Fujisawa et al. (2010) の侵食理論を MPM に実装し、パイピングシミュレーション技術の基盤を確立した。今後は、確率場モデルから得られた不均質な透水係数分布を MPM シミュレーションへ直接入力し、不均質性を考慮した動的予測への展開が期待される。

参考文献

- 1) 太田大希, 西村伸一, 柴田俊文: ガウス過程回帰を用いた CPTu に基づく地盤透水係数の空間分布推定, 土木学会論文集, Vol. 81, No.10, 2025.
- 2) K. Fujisawa, A. Murakami and S. Nishimura: Numerical analysis of the erosion and the transport of fine particles within soils leading to the piping phenomenon, Soils and Foundations, Vol. 50, No. 4, pp. 471-482, 2010.

技術者の思考過程を模した N 値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

How would an engineer think to estimate N-Values? Proposing a thought-mimicking machine learning approach

(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小田 和広（大阪産業大学）

Kazuhiro ODA, Osaka Sangyo University

Estimating N-values at uninvestigated sites is a practical challenge in geotechnical engineering. This study proposes a machine learning algorithm that mimics the empirical thought process of engineers to predict N-value depth distributions. The model utilizes 1D-CNN to extract depth features and Transformer attention mechanisms to evaluate spatial relationships from neighboring boreholes. Applied to a test site, the method reasonably predicted the overall depth trends of N-values. Although challenges remain in capturing abrupt geological changes, this approach offers a practical framework for spatial N-value estimation based on engineering reasoning.

1. はじめに

標準貫入試験の N 値は、地盤に関わる構造物の設計に欠かすことのできない非常に重要な工学的指標であり、過去の膨大な試験結果がストックされている。その一方で、それらの既存データを活用し、未調査地点の N 値を面的・空間的に推定しようとする試みは未だ十分とは言えない。近年、機械学習技術が急速に発展しているが、本研究では単なるブラックボックスとしての AI 適用ではなく、地盤工学の技術者が日常的に行っている「経験的な推論過程」を模倣・定式化した N 値予測アルゴリズムを提案する。

2. 一般的な技術者の思考過程

一般的な地盤工学技術者が未調査地点の N 値分布を予測する際、概ね以下の推論過程を辿ると考えられる。

- ① 予測地点の近傍で行われた過去の標準貫入試験の N 値データを収集する。
- ② 収集した各データから、N 値の深度分布の傾向だけでなく、予測地点との距離や方向などの「特徴」を捉える。
- ③ 距離や方向といった空間情報や N 値の分布形状というような異なる観点から総合的に判断し、近傍データ間の関係性を考察する。
- ④ 最も影響を及ぼしそうな近傍データを重視(重み付け)しながら、予測地点の N 値分布を脳内で構築する。
- ⑤ 脳内で構築した N 値分布を数値として出力する。

3. 機械学習による思考過程のモデル化

図-1 は、本研究で提案する N 値の予測アルゴリズムを示している。このアルゴリズムは、上記 2. の①～⑤過程を機械学習技術に置き換えたものである。

- ① **入力／前処理**: 近傍ボーリングデータを収集し、計算に入力可能な形式に整える。
- ② **特徴抽出**: N 値の深度分布の特徴を捉えるため、画像認識分野で優れた実績を持つ 1D-CNN¹⁾ (図-2) を適用し、高次元ベクトル化する。機械学習では、情報を高次元ベクトル化することにより、処理を容易にする²⁾。ここでは、予測対象深度とその上下 4 深度を含めた計 9 深度の分布を一つの単位とする。また、予測地点との距離と方向 (正弦・余弦) といった空間情報についても MLP によって高次元ベクトル化する。これらを結合し、各ボーリングデータの特徴を表現する情報ブロック (近傍トークン) を作成する。

- ③ **Transformer Encoder**: 自然言語処理や生成 AI などでも用いられる Transformer の注意機構 (Multi-head attention) を適用し、近傍トークン間の関係性を複数の観点から分析・関係付けを行い、スコアを計算する³⁾。
- ④ **Attention Pooling**: ③のスコアから、各近傍ボーリングデータにどれだけの重みを持たせるかを決定する。その重みを使った重み付き平均によって、予測地点における深度ごとの N 値に対する高次元ベクトルを生成する。
- ⑤ **予測ヘッド (MLP)**: ④で生成した高次元ベクトルに対し、対象となる深度情報を埋め込み、MLP を用いて最終的な N 値を深度ごとに予測・出力する。



Fig. 1 Proposed N-value prediction algorithm.

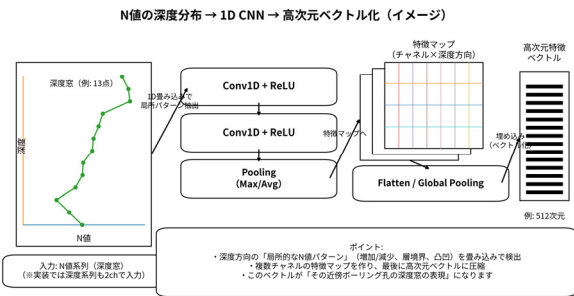


Fig. 2 Application of 1D-CNN to depth distribution of N-values.

4. 予測地点と近傍ボーリング

図-3は予測地点とその近傍のボーリング調査地点を示している。予測対象地点は京都府南部の旧巨椋池の南、木津川の北側に位置する。当該地は木津川の氾濫平野で（薄緑）あり、周囲に微高地（黄色）が存在し、北側は明治時代に付け替えられた旧木津川の河道（現・埋立地）（赤の破線の斜線ハッチング）に接している。予測モデルの構築あたっては、訓練用として12孔（●），検証用として4孔（●）のを用いた。

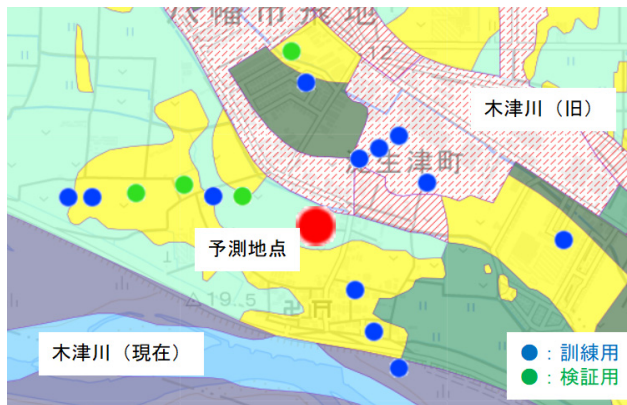


Fig. 3 Predicted point and adjacent boreholes.

5. N 値の深度分布の予測結果

図-4は予測と実際のN値の深度分布の比較を示している。図中には訓練に用いた12本のボーリング調査結果を示している。訓練用のボーリング調査におけるN値の深度分布は深度約15mまではそれぞれ異なっている。違いの大きさは深くなるにつれて大きくなっている。N値が28である深度8.6mを除き、この地点のN値は訓練データの中での下限に近い値である。一方、深度15m付近ですべての訓練データはN値が急増し、ほとんどが50に達している。ただし、50を保つものもあれば、50より小さくなるものもある。なお、訓練データにおけるN値は50で打ち切っている。訓練データの中にはN値が50で打ち切られているものもあれば、そうでないものもあり、全体的に統一するため、50での打ち切りにそろえている。

深度約15mまでは、予測値は訓練データの下限值近くを深度とともに単調に増加している。N値が28である深度8.6mを除き、予測値は実際の値とほぼ一致している。深度約15m以深において、予測値が15.6mからN値が大きくなっているのに対し、実際は14.6mからと多少深度が浅い。また、ほぼ50に達する深度は、予測値が17.6mであるのに対し、実際は15.6mと2mの差がある。地表面の高さが1m高くなれば、深度も1m増えることから分かるように、地表面の高さの影響があるものと考えられる。深度の代わりに標高を使うべきであったであろう。また、予測N値の計算において、重み付き平均を使っている。そのため、訓練用のボーリング調査におけるN値がすべて50でない限りN値50は出現しない。この点は、重み付き平均に代わるアルゴリズムが必要となる。最後に、実際にはN値15に深度23.6mで急減しているがこれは予測出来ていない。深度8.6m地点のN値の急増と併せ、提案するアルゴリズムでは急激な変化には対応することが難しい。

以上のように提案した機械学習アルゴリズムにはまだまだ改良点はあるものの、概ねN値を予測出来ている。

まとめ

本研究では、未調査地点のN値予測に対して、一般の技術者が考える推論過程を機械学習によって再現するアルゴリズムを提案し、着目地点の深度分布を概ね予測できることを示した。今後は、予測精度の向上、地質情報の推定、他地点への適用や実務での具体的な活用方法等について検討を進めてゆきたい。

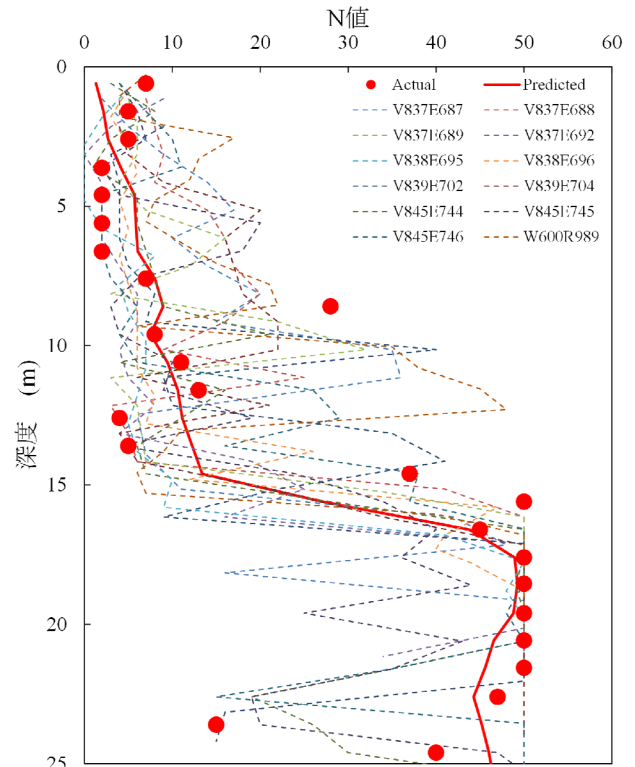


Fig. 4 Comparison of predicted and actual N-values

謝辞

本研究は（一社）関西圏地盤情報運営機構（旧 KG-NET・関西圏地盤研究会）における研究活動の一環として行われた。データ提供を含め様々なサポートに対して深甚なる謝意を表す。

参考文献

- 1) Kim, Y. (2014). Convolutional neural networks for sentence classification. Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP), 1746-1751.
- 2) Chen, W., Li, Y., Reich, B. J., and Sun, Y. (2024). Deep Kriging: spatially dependent deep neural networks for spatial prediction. Statistica Sinica, 34, 291-311.
- 3) Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł. and Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need, Advances in Neural Information Processing Systems, 5998-6008.

ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮した
Drucker-Prager 弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析
(シンポジウム講演概要)

Asymptotic Analysis of Near-Tip Singular Fields in the Drucker-Prager Elastoplastic Model
Considering Dilatancy-Induced Crack Opening
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

新保 泰輝 (石川高専) 福元 豊 (岡山大)
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
E-mail: shimbo@ishikawa-nct.ac.jp

To elucidate the direction of crack propagation in geomaterials, previous studies have conducted asymptotic analysis of the crack-tip singular fields using the Drucker-Prager elastoplastic model, assuming closed cracks under compressive loads. However, dilatancy can induce crack opening. This study performs an asymptotic analysis for the case where opening occurs due to this dilatancy. The problem is formulated as a two-point boundary value problem for a system of nonlinear ordinary differential equations, and the boundary conditions are determined using the shooting method. This analysis clarifies the relationship between the model parameter β and the dimensionless crack opening displacement and determines the dimensionless stress and displacement fields considering the crack opening induced by dilatancy.

1. はじめに

地盤材料に生じる亀裂の進展方向を明らかにするために、これまで Drucker-Prager 弾塑性モデルを用いた閉口亀裂に対する漸近解¹⁾や、Cam-Clay モデルにおける増分応力の漸近解²⁾および連続転位を用いた増分近似解³⁾を示してきた。ただし、これらは、通常、圧縮荷重下にある地盤材料では、形成された亀裂面が閉口していると仮定した解である。しかし、Drucker-Prager 弾塑性モデルではダイレイタンシーの影響で亀裂面が開口することもある。そこで本研究では、ダイレイタンシーによる開口を考慮した亀裂先端近傍特異場の漸近解を求めた。

2. 比例負荷下における Drucker-Prager 弾塑性モデル

Drucker-Prager 弾塑性モデルの降伏関数を以下とする。

$$f = \sqrt{J_2} - \beta p - (H\bar{\epsilon}^p + \sigma_y) \quad (1)$$

ここで、 J_2 :偏差応力テンソルの第二不変量、 β :平均応力に関するパラメータ、 p :平均応力、 H :硬化係数、 σ_y :初期降伏応力、 $\bar{\epsilon}^p$:相当偏差塑性ひずみである。関連流れ則、Consistency 条件より、全ひずみ速度に対して以下がいえる。

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{E} \left[(1+\nu)\dot{\sigma} - \nu tr\dot{\sigma} \mathbf{1} + \frac{1}{h} (\mathbf{Q} \cdot \dot{\sigma}) \mathbf{Q} \right] \quad (2)$$

ここに、比例負荷を仮定すれば、次式が得られる。

$$\epsilon = \frac{1}{E} \left[(1+\nu)\sigma - \nu tr\sigma \mathbf{1} + \frac{1}{h} (\mathbf{Q} \cdot \sigma) \mathbf{Q} \right] \quad (3)$$

3. 亀裂先端近傍応力場

亀裂先端を原点とする極座標を考える。このとき、亀裂先端からの距離を r 、亀裂先端延長線から反時計回りにとった角度を θ とすると力のつり合いは次式となる。

$$(r\sigma_r)_{,r} + \sigma_{r\theta,\theta} - \sigma_\theta = 0 \quad (4)$$

$$(r\sigma_{r\theta})_{,r} + \sigma_{\theta\theta,\theta} + \sigma_{r\theta} = 0 \quad (5)$$

亀裂先端近傍の変位場、応力場は変数分離が成り立つものとして、次式を仮定する。

$$\begin{aligned} u_r(r, \theta) &= Lr^x \frac{1}{x} \underline{u}_r(\theta), \quad u_\theta(r, \theta) = Lr^x \frac{1}{x} \underline{u}_\theta(\theta) \\ \sigma_{r\theta}(r, \theta) &= Er^s \underline{\sigma}_{r\theta}(\theta), \quad \sigma_r(r, \theta) = Er^s \underline{\sigma}_r(\theta) \\ \sigma_\theta(r, \theta) &= Er^s \underline{\sigma}_\theta(\theta), \quad \sigma_z(r, \theta) = Er^s \underline{\sigma}_z(\theta) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 x :変位のオーダー、 s :特異性のオーダー、また、 $\underline{r} := r/L$ であり、 L は亀裂代表長 (変位の次元) として、無次元化している。なお、全仕事が存在する条件より、 $s = -1/2$ であり、 $x = 1/2$ である。

$$\underline{u}'_r = \frac{1}{2} \underline{u}_\theta + (1+\nu) \underline{\sigma}_{r\theta} + \Lambda Q_{r\theta} \quad (7)$$

$$\underline{u}'_\theta = -\left(1 + \frac{\nu}{2}\right) \underline{\sigma}_r + \left(\frac{1}{2} + \nu\right) \underline{\sigma}_\theta + \frac{\nu}{2} \underline{\sigma}_z - \Lambda \left(Q_r - \frac{1}{2} Q_\theta\right) \quad (8)$$

$$\underline{\sigma}'_{r\theta} = -\frac{1}{2} \underline{\sigma}_r + \underline{\sigma}_\theta \quad (9)$$

$$\underline{u}_r = \underline{\sigma}_r - \nu(\underline{\sigma}_\theta + \underline{\sigma}_z) + \Lambda Q_r \quad (10)$$

$$\underline{\sigma}'_\theta = -\frac{3}{2} \underline{\sigma}_{r\theta} \quad (11)$$

$$\underline{\sigma}_z = \nu(\underline{\sigma}_r + \underline{\sigma}_\theta) - \Lambda Q_z \quad (12)$$

$\underline{u}_r$, $\underline{\sigma}_z$ は陽に記述されているが、特に $\underline{\sigma}_z$ は $\underline{u}_r$, $\underline{\sigma}_z$ の非線形方程式の解であるため、数値解析 (Runge-Kutta-Gill 法) を行う際、ステップ毎に非線形方程式の解を求めることになる。よって、 $\underline{\sigma}'_r$ および $\underline{\sigma}'_z$ に関する微分方程式を求めて六元連立非線形常微分方程式とする。詳細は文献を参照されたい¹⁾。

5. 境界条件

Drucker-Prager 弾塑性モデルは等方応力の絶対値が同じでも、正負により応力が変化するため、応力の対称性を考慮した境界条件は Mode I を除いて与えられない。せん断型 (Mode II) の場合、 $\theta = -\pi$ と $\theta = \pi$ において、境界条件を与える必要がある。今、境界条件として $\theta = -\pi$ と $\theta = \pi$ で自由境界条件を満足すると考えると、次式となる。

$$\begin{aligned} \theta = -\pi: \quad \underline{\sigma}_{r\theta}(-\pi) &= \underline{\sigma}_\theta(-\pi) = 0 \\ \theta = \pi: \quad \underline{\sigma}_{r\theta}(\pi) &= \underline{\sigma}_\theta(\pi) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

また、せん断型 (Mode II) であることを考えて以下とする。

$$\theta = -\pi: \sigma_r(-\pi) = p, u_\theta(-\pi) = q \quad (14)$$

解くべき微分方程式は一次同次であるため、 $\sigma_r(-\pi) = p$ として得られる解に対して、境界条件を正の定数倍したものは全て同様に解になる。そこで、 $\sigma_r(-\pi) = -1$ とする。 $u_\theta(-\pi) = q$ は境界条件を満足するように求める。すなわち、二点境界値問題であり、その解法として、Shooting 法を用いた。通常、弾性体や von Mises 弾塑性モデルの場合には $u_\theta(-\pi) = 0$ が Mode II の解となり、 $u_\theta(-\pi)$ が 0 以外でも自由境界条件を満足する。 $u_\theta(-\pi)$ が 0 以外の場合は、いわゆる Mode I と Mode II が混合した混合モード解となる。一方、Drucker-Prager 弾塑性モデルの場合、次章に示すように、 $u_\theta(-\pi) = 0$ とならず、かつ境界条件を満たす二つの $u_\theta(-\pi)$ が得られる。このことは、自由境界条件を満足する Drucker-Prager 弾塑性モデルの Mode II の解は、開口変位を含むいわゆる混合モードのような解になることを意味する。

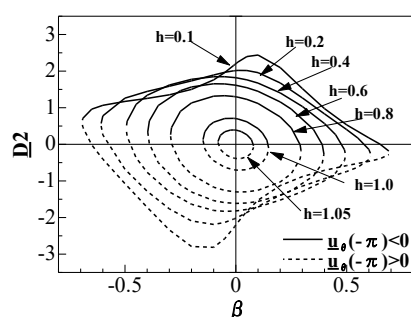


Fig. 2 β と亀裂面変位ギャップ量 $\underline{D2}$ の関係

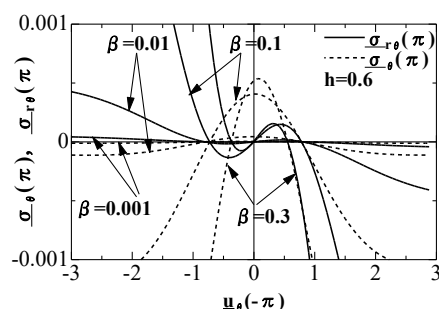


Fig. 3 $u_\theta(-\pi)$ と $\sigma_\theta(\pi)$, $\sigma_{r\theta}(\pi)$ の関係

5. β と亀裂面変位ギャップの関係

Shooting 法により自由境界条件を満足する $u_\theta(-\pi)$ を求めた。今、Fig.2 にパラメータ β と無次元化された亀裂面ギャップ量 $\underline{D2} := u_\theta(\pi) - u_\theta(-\pi)$ の関係図を示す。なお、縦軸 $\underline{D2}$ 値の正值は亀裂がめり込むことを意味し、負値は開口していることを意味する。したがって、物理的には $\underline{D2} > 0$ と $\beta < 0$ は存在しない解である。よって、Fig.2 の第四象限に示す $\underline{D2}$ のみが Mode II 時に生じる解となる。ただし、 β と $\underline{D2}$ の関係を分かりやすく示すために $\underline{D2} > 0$ と $\beta < 0$ も図示した。Fig.2 に示すように β に対して自由境界条件を満足するめり込み型と開口型の解がそれぞれ得られているのがわかる。Fig.3 に $u_\theta(-\pi)$ と $\sigma_\theta(\pi)$, $\sigma_{r\theta}(\pi)$ の関係を示す。縦軸 0 が自由境界条件を満足する値であり、 β が小さいと $\sigma_\theta(\pi)$, $\sigma_{r\theta}(\pi)$ は縦軸 0 に近づき、 $\beta \rightarrow 0$ (von Mises) では至る所で

混合モード解が得られる。他方、 $h \rightarrow 0$ では弾性体となるため、同様に至る所で解となる。

6. 応力分布と変位分布

$h=H/E=0.2$, $\beta=0.1$ とした場合の解を Fig.4, Fig.5 に示す。亀裂先端を 0° として、 180° が上側面、 -180° が下側面である。Fig. 5 に示すように、 u_θ は -180° で正值、 180° で負値を示している。これは、下側面が下に移動し、上側面が上側に移動する開口を意味する。このため、開口する場合は Fig.4 に示すように Mode I の $\theta=0^\circ$ で対称な応力分布に似た解を示す。ただし、せん断により、周応力のピークはずれが生じており、亀裂先端前方の上側面に向かって 30° 程度の円周方向応力が大きくなり、これが破壊靱性値に達すると亀裂が進展すると推察される。ダイレイタンシーによって開口する場合には、亀裂先端前方直進方向に近い角度で進展する可能性が高いといえる。

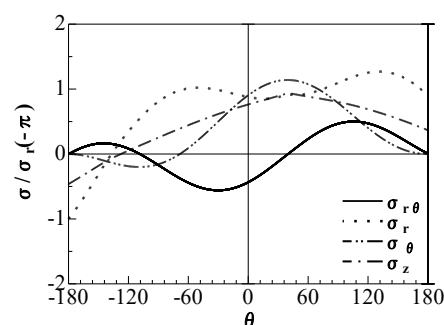


Fig. 4 無次元化された応力分布

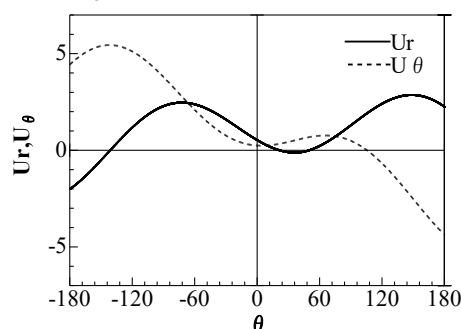


Fig. 5 無次元化された変位分布

7. まとめ

本研究では、亀裂を有する Drucker-Prager 弾塑性モデルに対して、せん断を作用させた場合の解として亀裂面がダイレイタンシーによって開口する際の漸近解を示した。

参考文献

- 1) 新保泰輝, 矢富盟幸: Drucker-Prager 弾塑性体のモード II 型き裂先端近傍特異場の漸近解析, 材料, Vol. 57, No. 9, pp. 936-943, 2008.
- 2) 新保泰輝, 福元豊: 非排水条件下にある Cam-Clay モデルのモード II 型亀裂先端近傍増分応力場の漸近解析 (シンポジウム講演概要), 第 27 回応用力学シンポジウム, 2024.
- 3) 新保泰輝, 福元豊: 連続転位を用いた Cam-Clay モデルの亀裂先端近傍増分応力場の近似解 (シンポジウム講演概要), 第 28 回応用力学シンポジウム, 2025.

合同セッション | 合同セッション (地盤力学の理論と応用の最前線)

■ 2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | 会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (2)

座長: 藤澤 和謙(京都大学)

10:35 ~ 10:50

[24006] 土石流モデリングのための浅水流SPHフレームワークへの侵食および連行過程の導入 (シンポジウム講演概要)

*Dolojan Nilo¹、辻 勲平¹、野村 怜佳¹、寺田 賢二郎¹、森口 周二¹ (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[24007] Binghamモデルを適用したMPS法による土石流に対するため池の減災機能の評価 (シンポジウム講演概要)

*柴田 俊文¹、絹輪 太一¹、西村 伸一¹ (1. 岡山大学)

11:05 ~ 11:20

[24008] 3次元DEM/2次元SMAC連成解析による土砂輸送における土と流体の相互作用に関する研究 (シンポジウム講演概要)

*アフメド エムディー シャミム¹、チョウドリー ファズルルハビブ¹、松島 高志¹ (1. 筑波大学)

11:20 ~ 11:35

[24009] 底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化 (シンポジウム講演概要)

*横田 直孝¹、岩井 裕正¹、内藤 直人² (1. 京都大学、2. 豊橋技術科学大学)

11:35 ~ 11:50

[24010] 細粒分に富む熱海土石流発生源土砂のレオロジー特性評価 (シンポジウム講演概要)

*ファズルルハビブ チョウドリー¹、高志 松島¹、猛司 小高² (1. 構造エネルギー工学域, 筑波大学、2. 社会基盤デザイン工学科, 名城大学)

Incorporating erosion and entrainment into a shallow water SPH framework for debris flow modeling (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Nilo Lemuel DOLOJAN, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: dolojan.nilo.lemuel.junio.b2@tohoku.ac.jp

Debris flows are highly destructive gravity-driven mixtures that significantly increase in volume through bed-sediment erosion and entrainment. While conventional depth-integrated Shallow Water Smoothed Particle Hydrodynamics (SWSPH) models are computationally efficient for large-scale simulations, their constant-mass assumption fundamentally contradicts the physics of entrainment. This paper introduces a framework to resolve this physical inconsistency by extending the SWSPH method to allow for variable particle mass. Validated against analytical solutions, large-scale experiments, and a real-world event, the proposed method accurately reproduces large-scale flow propagation, deposition, and mass growth.

1. Introduction

Debris flows are rapid, gravity-driven mixtures of rock, sediment, and water, whose volume increase through bed-sediment erosion and entrainment. These processes significantly increase the debris flow's destructive potential, substantially enhancing its mobility and runout distance. Depth-integrated Shallow Water Equations (SWE) solved using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) provide an efficient way to simulate these events at large scales, making them valuable for hazard assessment.

Conventional shallow water SPH (SWSPH) formulations, however, enforce a constant particle mass assumption, which prevents them from representing the mass growth that occurs during erosion and entrainment. Therefore, this study introduces a method that incorporates these processes directly into the SWSPH framework, enabling more physically consistent simulations of debris flow and improving the reliability of hazard modeling.

2. Governing Equations

The physical model utilizes depth-integrated Lagrangian SWE that account for entrainment:

$$\frac{Dh}{Dt} + h \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = E \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} = \mathbf{g} - \frac{k}{h} \nabla P - \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho h} + \frac{(\mathbf{u}_b - \bar{\mathbf{u}})}{h} E \quad (2)$$

where D/Dt is the total material derivative, h is the flow depth, $\bar{\mathbf{u}}$ is the depth averaged velocity vector, k is the lateral earth pressure coefficient, $P = \frac{1}{2}gh^2$ is the pressure, g is the acceleration due to gravity, ρ is the density and $\boldsymbol{\tau}_b$ is the bed shear stress vector.

The framework incorporates a lateral earth pressure coefficient to address anisotropic pressure distributions common in granular-fluid flows. This coefficient adopts values derived from Rankine Theory depending on whether the flow is expanding (active state) or compressing (passive state):

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (3)$$

$$k_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (4)$$

where ϕ is the internal friction angle, and k_a, k_p refers to the active or passive state of the flow, respectively.

Flow resistance is captured through a composite rheological model combining Manning's turbulent friction and Coulomb's

frictional model:

$$\tau_{bt} = \frac{\bar{\rho} g_z n^2 \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{1/3}} \quad (5)$$

$$\tau_{bf} = \bar{\rho} g_z h \tan \phi \quad (6)$$

$$\tau_b = \tau_{bt} + \tau_{bf} \quad (7)$$

where n is the Manning's friction coefficient, α is the slope gradient, and ϕ is the internal friction angle of the material.

Finally, The entrainment rate is calculated using a physics-based model based on a momentum balance at the interface between the moving flow and the static bed:

$$E = -\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{\tau_b - \tau_{yield}}{\bar{\rho}(|\mathbf{u}_b| - |\mathbf{u}_{bed}|)} \quad (8)$$

where $\tau_b, \mathbf{u}_b = [u_b, v_b]^T$ are the stress and velocity at the bottom of the moving flow layer, while $\tau_{yield}, \mathbf{u}_{bed} = [u_{bed}, v_{bed}]^T$ are the stress and velocity at the surface of the erodible bed layer. The flow basal shear stress τ_b is the combined turbulent and frictional model defined for the debris flow (Eq. 7), while the yield stress τ_{yield} is defined using the Mohr-Coulomb failure criterion for the erodible layer. Erosion initiates when the basal shear stress of the flow exceeds the yield stress of the bed.

3. SPH discretization

The above equations are solved using the mesh-free Lagrangian SPH approach. discretizing the above equations for a particle i can be written as:

$$h_i = \sum_{j=1}^N V_j W_{ij} + E_i \Delta t \quad (9)$$

$$\frac{D\bar{\mathbf{u}}_i}{Dt} = \mathbf{g}_i - k \sum_{j=1}^N V_j \left(\frac{P_i + P_j}{h_i h_j} + \Pi_{ij} \right) \nabla W_{ij} - \frac{\boldsymbol{\tau}_{bi}}{\rho h_i} + \frac{(\mathbf{u}_{bi} - \bar{\mathbf{u}}_i) E_i}{h_i} \quad (10)$$

As discussed earlier, the constant mass assumption of conventional SPH prevents the direct incorporation of entrainment. As seen in Eq. (9), the flow depth h_i is calculated using the standard SPH summation, which is subsequently increased by adding entrainment. This creates a non-physical state where the flow height artificially increases while the particle mass and volume remain unchanged, potentially violating mass and momentum conservation.

A more consistent approach is to adopt a variable-mass formulation. Rather than artificially increasing particle height, the particle volume is updated according to the entrained volume, computed as the entrained height $E_i \Delta t$ multiplied by the representative particle area A :

$$V_i^{n+1} = V_i^n + E_i^n A_i^n \Delta t = V_i^n + E_i^n \frac{V_i^n}{h_i^n} \Delta t \quad (11)$$

The flow height then evolves naturally through the conservative, summation-based continuity equation, and the entrained volume is consistently incorporated into the momentum equation.

4. Results

4.1. Analytical dam break

The framework was validated against a one-dimensional analytical solution for a dry bed granular dam break¹⁾. Simulated over varying bed friction angles corresponding to 0° (Case A), 15° (Case B), and 30° (Case D), the model accurately captured the propagation of the rarefaction wave and the location of the flow front.

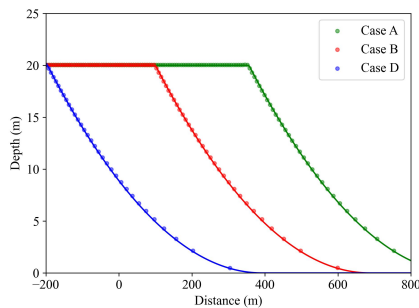


Fig. 1 Comparison of numerical and analytical results showing the effect of varying bed friction angles on the flow profiles at $t = 15$ s

4.2. USGS debris flow experiment

The model simulated a 6 m^3 debris flow released down a 95 m long flume. Baseline rheological parameters were calibrated using a non-erodible bed experiment, establishing a Manning's coefficient of 0.03 and an internal friction angle of 8° . Simulations incorporating a 0.12 m thick erodible bed successfully replicated the experimentally observed sustained flow front velocities, arrival times, and peak flow heights.

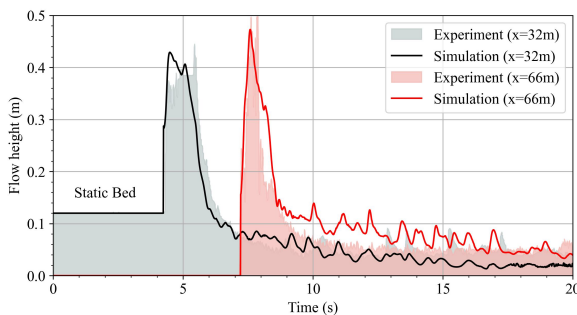


Fig. 2 Good agreement between the observed and simulated debris flow heights at different observations points along the flume for the erodible bed experiment

The conservative nature of the variable mass SWSPH is illustrated by tracking the cumulative volume changes of the system.

As the flow front propagates, the total debris flow volume increases significantly from an initial 5.84 m^3 to a final volume of approximately 15.96 m^3 . This total entrained volume of 10.12 m^3 directly corresponds to the material lost from the erodible bed, demonstrating the strict global mass conservation achieved by the framework.

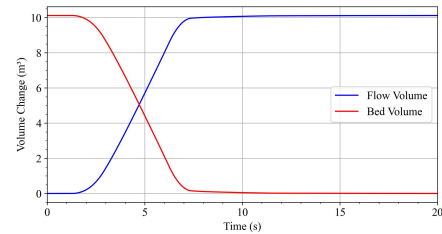


Fig. 3 Cumulative volume change for both the debris flow and the erodible bed

4.3. Marumori debris flow event

To demonstrate regional-scale applicability, the model simulated a 2019 debris flow in Marumori, Japan, utilizing a 1 m resolution digital elevation model. The initial failure volume of $3,660 \text{ m}^3$ expanded to $4,930 \text{ m}^3$ through bed entrainment. The simulated erosion patterns and final depositional geometry were spatially consistent with post-disaster field observations.

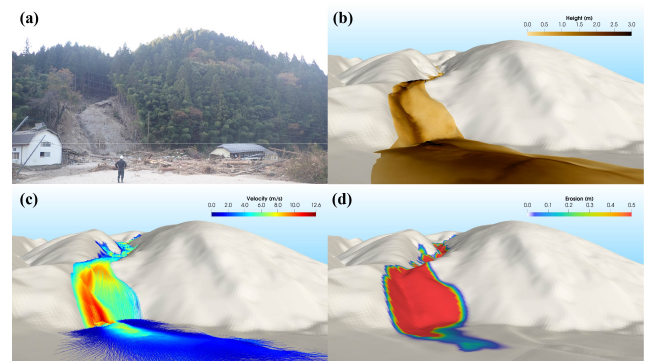


Fig. 4 Marumori debris-flow comparison: (a) Post-event photo of the eroded runout path. (b) Simulated flow height at $t=30$ s. (c) Simulated velocity paths from $t=0-30$ s. (d) Final erosion depth at $t=60$ s

5. Conclusion

Conventional SWSPH methods are fundamentally limited by a constant-mass assumption that fails to physically account for the mass growth of debris flows due to bed erosion and entrainment. By introducing a variable-mass SWSPH formulation that dynamically updates particle volume based on entrained height, this study resolves these inconsistencies and ensures a rigorous coupling between mass, geometry, and momentum. Validation against analytical solutions, USGS flume experiments, and actual debris flows confirms that this approach accurately captures flow heights, arrival times, and mass growth of debris flows.

References

- 1) Faccanoni, G., et al, (2013). Exact solution for granular flows. IJNAMG.
- 2) Iverson, R. M., et al, (2011). Positive feedback and momentum growth during debris-flow entrainment of wet bed sediment. Nat Geosci.

Bingham モデルを適用した MPS 法による土石流に対するため池の減災機能の評価
(シンポジウム講演概要)

Evaluation of Disaster Mitigation Function of Reservoir against Debris Flow
Using MPS Method with Bingham Fluid Model
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

絹輪 太一 (岡山大) 柴田 俊文 (岡山大) 西村 伸一 (岡山大)
Taichi KINUWA, Okayama University
Toshifumi SHIBATA, Okayama University
Shin-ichi NISHIMURA, Okayama University
E-mail: tshibata@cc.okayama-u.ac.jp

In recent years, the frequency of heavy rainfall disasters has shown an increasing trend due to climate change, which is considered to be caused by global warming. Under such circumstances, there have been several reported cases in which debris flows generated during disasters are trapped within reservoirs, thereby providing a disaster mitigation function for downstream areas. However, the behavior of debris flows entering reservoirs and their mitigation effects have not yet been sufficiently clarified. In this paper, the Bingham model is incorporated into the MPS method to evaluate and examine the disaster mitigation function of reservoirs.

1. はじめに

近年、地球温暖化に起因すると考えられる急激な気候変動の影響により、局地的かつ短時間の豪雨の発生頻度が急増している。これに伴い、土砂災害の発生件数は増加傾向を示しており、土石流は周辺地域の被害拡大に大きな影響を及ぼす可能性がある。土石流がため池流入した場合、貯水池内での堆積や水位上昇、さらには越流や堤体破壊を引き起こすことが懸念され、下流域に二次的な被害をもたらす危険性がある。その一方で、土石流が流入したため池が貯水位池内で土砂を受け止め、下流に対して減災機能を発揮している事例も散見される。しかし、土石流がため池に流入した際の挙動把握や、堤体に作用する力学的影響については、十分に解明されていないのが実情である。

本論文では、MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法を用い、土石流に対して Bingham 流体でモデル化して、1)土石流の物性がため池堤体・越流量に作用する影響、2)ため池堤体の土石流捕捉率、の2つの観点からため池の減災機能について検討する。

2. MPS 法

MPS 法は越塚¹⁾によって提案された粒子法で、その特徴は、支配方程式の勾配、発散、ラプラシアンといった微分演算子を粒子間の相互作用モデルを使って離散化する点である。この手法では、Navier-stokes 方程式に半陰的アルゴリズムを適用し、粒子の圧力勾配や速度を計算する。ラグランジュ法に基づき、粒子が流れに沿って移動するため、対流項を考慮する必要がないという特徴がある。そのため、有限要素法等と比較すると、自由表面や大変形などの変形の大きい物理現象を解く際に非常に優れているという利点がある。

本論文では、境界部にポリゴン壁モデル²⁾を採用し、土石流の挙動を再現するために、非ニュートン流体の一つである Bingham モデル³⁾を適用した。Bingham 流体は、降伏値を持ち、せん断応力が一定の限界値に達するまでは流動せず、せん断応力が降伏応力以上になると流動を開始するという特徴がある。式(1)に Bingham 流体の粘度を表す式を示す。

$$\eta = \frac{\tau_B}{\dot{\gamma}} + \eta_B \tag{1}$$

ここで、 τ_B は降伏応力 (Pa)、 $\dot{\gamma}$ はせん断速度 (s^{-1})、 η_B は降伏後の粘度 ($Pa \cdot s$) である。

3. 土石流の物性がため池堤体・越流量に作用する影響

Bingham 流体の物性を表す降伏応力 τ_B 、降伏後の粘度 η_B を変化させ、土砂濃度および、土砂密度を算出する。そして、土砂濃度とため池堤体・越流量に作用する影響を検討する。ここで Fig. 1 に示す解析モデルおよび Table 1 の解析諸元を用い、降伏応力 τ_B を 3, 15, 60Pa の3ケース、降伏後の粘度 η_B を、0.01, 0.3, 10Pa・s の3ケースとした計9ケースについて解析を実施した。Fig. 2 に $\tau_B=60Pa$ 、 $\eta_B=0.3Pa \cdot s$ とした際の、ため池に流入する土石流の解析結果を示す。

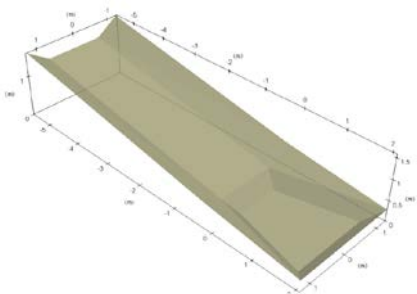


Fig.1 Numerical model.

Table 1 Simulation parameters.

Particle distance (m)	0.04
Time increment (s)	0.00025
Density of water (kg/m ³)	1000
Plastic viscosity of water (Pa・s)	0.000001
Courant number	0.1
Parameter for collision condition	1



Fig. 2 Simulation results of the debris flow with $\tau=60$ Pa and $\eta=0.3$ Pa·s.

Fig. 3は、土砂濃度とため池堤体に作用する荷重に関し、降伏後の粘度 η_B の値毎に示したものである。 $\eta_B=10\text{Pa}\cdot\text{s}$ の際は、降伏後の粘度が高いため土石流がため池堤体まで届かず、作用荷重が小さくなったことが確認できる。Fig. 4に土砂濃度と越流量の関係を示す。図より、土砂濃度の増加に伴い、越流量が減少傾向を示していることがわかる。

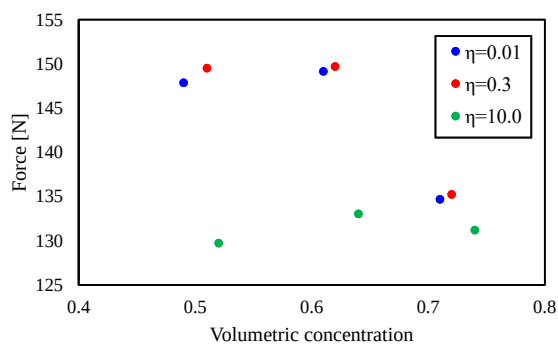


Fig. 3 Relationship between force and volumetric concentration.

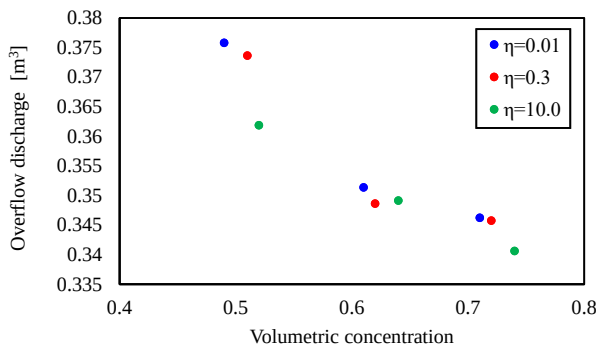


Fig. 4 Relationship between overflow discharge and volumetric concentration.

4. ため池堤体の土石流捕捉率の評価

降伏応力 τ 、降伏後の粘度 η 、ため池に至る勾配 θ 、貯水位 h を因子、越流量を応答とし、MPS法によって得られた解析結果を用いて応答曲面法を適用する。貯水および土石流の両者を含む全体の越流量を Q_{ov} 、土石流のみの越流量を Q_{ov}^{df} とすると、それぞれ式(2)および式(3)が得られた。

$$Q_{ov} = -0.00122\tau - 0.00655\eta + 0.009313\theta + 0.009314h + 0.019989 \quad (2)$$

$$Q_{ov}^{df} = -0.00168\tau - 0.00898\eta + 0.01028\theta + 0.002387h + 0.126732 \quad (3)$$

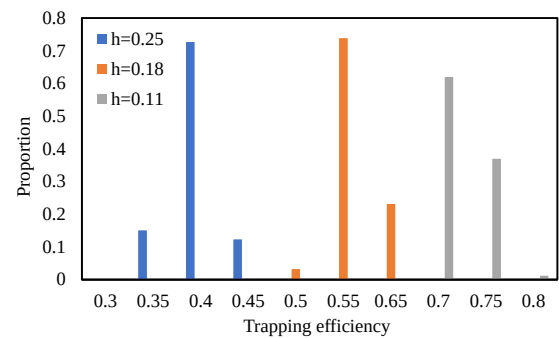
ここで、式(2)、式(3)の決定係数はそれぞれ 0.981 および 0.988 となった。また、流下する土石流をため池が堰き止める指標を捕捉率とし、貯水と土石流の両者に対する捕捉率を C_{cap} 、土石流の捕捉率を C_{cap}^{df} とすると、 C_{cap} および C_{cap}^{df} は、

式(4)および式(5)で表すことができる。

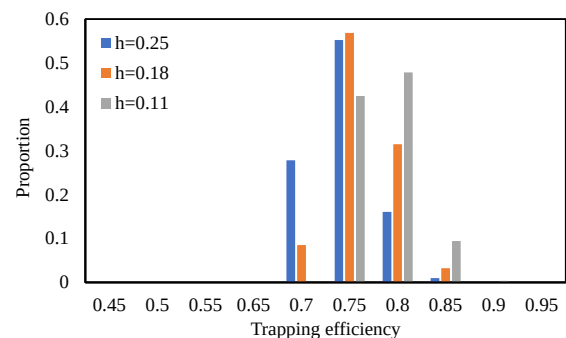
$$C_{cap} = 1 - \frac{Q_{ov}}{Q_{in}}, \quad C_{cap}^{df} = 1 - \frac{Q_{ov}^{df}}{Q_{in}} \quad (4),(5)$$

ここで、 Q_{in} は土砂流入量である。

次に、土石流の物性を確率分布で表し、式(2)と(3)から越流量を求める。勾配 θ は 10° で固定し、貯水位は 0.11, 0.18 および 0.25 m の 3 ケースについて算出する。得られた結果から捕捉率を算定し、その分布特性を用いて捕捉率を評価する。Fig. 5(a), (b)に土石流のみと貯水と土石流全体のそれぞれの捕捉率を示す。いずれのケースも貯水位が高いほど土石流の越流量は大きくなっていることが確認できる。



(a) Debris flow



(b) Debris flow and water

Fig. 5 Distribution of trapping efficiency at different water level.

5. おわりに

土石流のモデルに Bingham 流体を採用し、MPS 法で解析を行った。ため池の土石流に対する減災機能について、土石流の物性により変化する作用荷重、越流量を評価することができた。また、捕捉率について、貯水位が低い条件ほど土石流の捕捉率が高くなる傾向が示された。

参考文献

- 1) 越塚誠一：計算力学レクチャーシリーズ 5 粒子法、丸善出版、2005。
- 2) 原田隆宏、越塚誠一、島崎克教：MPS 法における壁境界計算モデルの改良、日本計算工学会論文集、Vol. 2008, P 20080006, 2008。
- 3) 五十里洋行、後藤仁志、新井智之：粒子法型非ニュートン流体モデルによる地滑り津波解析、土木学会論文集 B2(海岸工学)、Vol.68, No.2, p. I_66-I_70, 2012。

Coupled 3D-DEM/2D-SMAC Analysis of Soil-Fluid Interactions in Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Md Shamim AHMED, University of Tsukuba
Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: msahmed.ce@gmail.com

This study examines sediment transport mechanics using a coupled three-dimensional Discrete Element Method (DEM) and two-dimensional Simplified Marker and Cell (SMAC) numerical framework. Pressure-driven flow over a granular bed of uniform spherical particles of 2 mm diameter is simulated at varying pressure gradients per unit density ($g_f = 200\text{--}1000\text{ cm/s}^2$) and computational domain sizes. The resulting fluid velocity and particle concentration profiles are analyzed and compared with established sediment transport theories to evaluate the model's capability to describe the fundamental mechanics of sediment transport at the particle scale.

1 Introduction

Debris flows are a critical concern in geotechnical engineering, and predicting these hazards remains challenging due to the complex soil–fluid interactions during erosion and sedimentation. The erosion, transport, and deposition of sediment are largely governed by the balance between gravitational settling and turbulent drag, as reflected in the vertical distribution of particle concentration. This distribution can be described by the Rouse equation (Rouse¹), which characterizes the transport regime by Rouse number Z .

While these theoretical and experiential approaches provide a macroscopic framework, understanding the microscale mechanics of soil–fluid interactions requires particle-scale computational techniques. To this end, numerical modeling such as the discrete element method (DEM) coupled with computational fluid dynamics (CFD) has become an increasingly practical tool for studying soil–fluid interactions at the particle scale (Nguyen and Indraratna², Ramezanzad et al.³). In coupled models, DEM tracks the behavior of individual soil particles within granular assemblies, accounting for their mutual interactions and external forces, while CFD simulates the fluid field's response.

In this study, a Fortran-based computational approach that couples a three-dimensional Discrete Element Method (3D-DEM) with a two-dimensional Simplified Marker and Cell (2D-SMAC) numerical framework is employed to simulate pressure-driven flow over a sediment bed at varying flow intensities. Simulation results are systematically evaluated against established erosion and sedimentation theories to examine whether the model can predict the settling–diffusion equilibrium. By integrating the microscale particle-level insights with theoretical sediment transport frameworks, this research contributes to a more comprehensive understanding of soil–fluid interactions in natural erosion and sedimentation processes.

2 Numerical Method

2.1. 3D-DEM/2D-SMAC Coupling

The coupled model integrates a 3D-DEM for granular particle mechanics with a 2D-SMAC fluid solver through a two-way momentum-exchange scheme. The DEM (Cundall and Strack⁴) tracks the motion and interaction of individual particles, incorporating the fluid drag using Newton's law, as described by the following governing equations:

$$m_i \ddot{x}_i = \sum_j F_{ij}^c + m_i g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) + F_i^{drag} \quad (1)$$

Where m_i is the particle mass, $\ddot{x}_i$ is the acceleration, F_{ij}^c is the contact force, g is the gravitational acceleration, ρ_f and ρ_s are the fluid and solid densities, and F_i^{drag} is the fluid drag force. The

contact force is calculated using a linear spring–dashpot model (Fig. 1), and the fluid–particle interaction is modeled using the Di Felice (1994) drag correlation (Di Felice⁵).

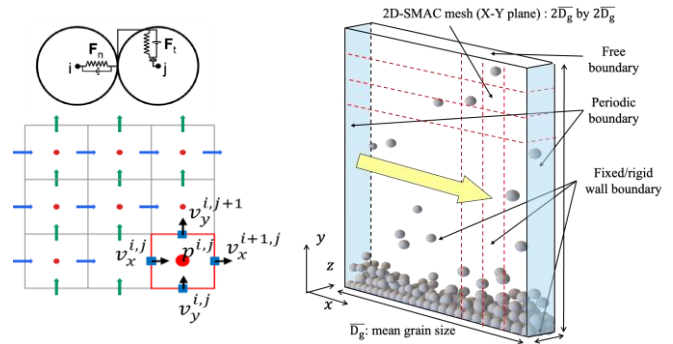


Fig. 1 DEM and SMAC

Fig. 2 Model schematic

The fluid phase is solved on a two-dimensional staggered grid (Fig. 1) using the SMAC method. The governing equations are the continuity equation and the simplified momentum equation for the fluid phase:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i + \frac{F_{pi}}{\rho_f \varepsilon} + g_f \quad (3)$$

Where ε is the local porosity, v_i is the fluid velocity component, ρ_f is the fluid density, p is the pressure, ν is the kinematic viscosity, g_f is the pressure gradient per unit density, and $\frac{F_{pi}}{\rho_f \varepsilon}$ is the grain–fluid interaction force per unit mass.

2.2. Simulation Setup

Simulations are performed across multiple computational domain sizes with streamwise lengths $L = 8, 12, 16$, and 32 cm , a fixed vertical height $H = 10\text{ cm}$, and a spanwise width of 1 cm , containing uniform-sized spherical particles (diameter $D_g = 2\text{ mm}$ and density $\rho_s = 2.5\text{ g/cm}^3$) maintaining the same solid volume fraction at the sediment bed. The fluid has density $\rho_f = 1.0\text{ g/cm}^3$ and kinematic viscosity $\nu = 1.0 \times 10^{-2}\text{ cm}^2/\text{s}$. Fluid flow is driven by a pressure gradient per unit fluid density, $g_f = 200, 400, 600, 800$, and 1000 cm/s^2 . Boundary conditions are shown in Fig. 2, periodic in x and z (streamwise and spanwise), with a rigid no-slip bottom wall and a free surface (zero shear stress) at the top. Fig. 3 shows a snapshot of the particle distribution in the $32 \times 10 \times 1\text{ cm}$ domain at $g_f = 600\text{ cm/s}^2$, illustrating the particle suspension under stronger flow. Each simulation runs for 16 s , with results time-averaged over $t = 14\text{--}16\text{ s}$ after the steady state is reached.

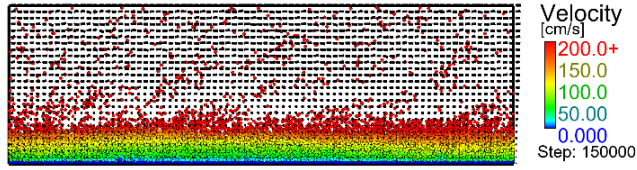


Fig. 3 32x10x1 cm, $n = 8000$, $g_f = 600 \text{ cm/s}^2$

3 Results and Discussion

3.1. Velocity Profile

Fig. 4 shows the time-averaged horizontal fluid velocity profiles for varying streamwise domain sizes (L) as a function of normalized height y/H for $g_f = 200\text{--}800 \text{ cm/s}^2$. The profiles show the expected flow structure over a sediment bed, near-zero seepage velocity within the packed bed ($y/H < 0.2$), a transition zone at the bed–fluid interface where the velocity increases rapidly and reaches a maximum in the suspension zone near the free surface. The maximum velocity ranges from $\sim 600 \text{ cm/s}$ at $g_f = 200$ to $\sim 1400 \text{ cm/s}$ at $g_f = 800 \text{ cm/s}^2$. Also, the obtained velocity profiles show a less significant effect of L if the flow is homogeneous. The flow structure is consistent with experimental results reported by Itoh and Egashira⁶.

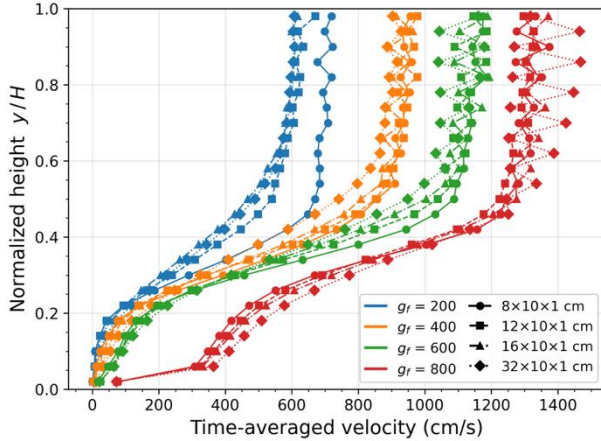


Fig. 4: Time-averaged velocity profiles

3.2. Concentration Profiles and Rouse Fitting

The time-averaged concentration profiles are shown in Fig. 5 on a semi-logarithmic scale as a function of normalized height y/H . The concentration remains nearly constant within the packed bed, decreases above the bed–fluid interface. Higher g_f values result in greater particle suspension into the upper flow region due to the stronger driving forces.

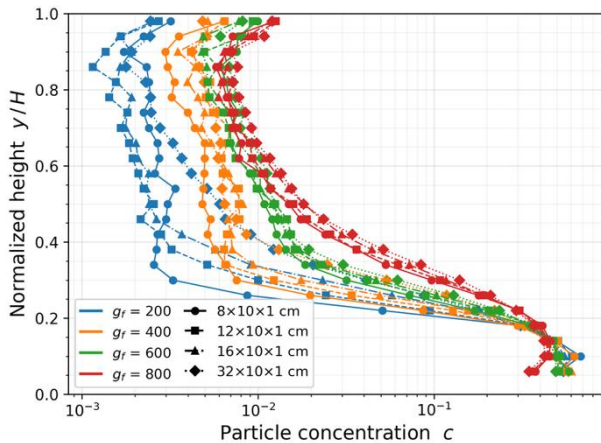


Fig. 5: Particle concentration profiles

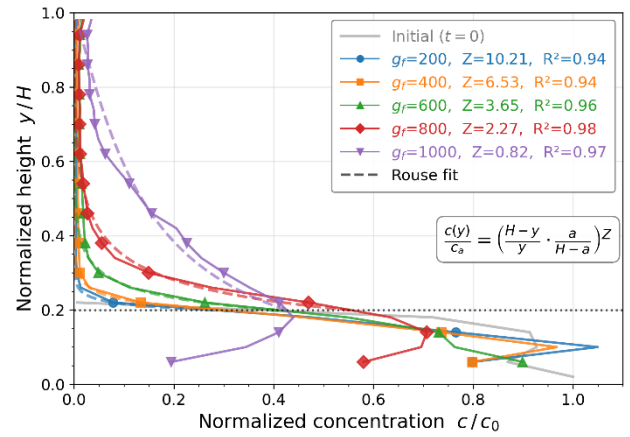


Fig. 6: Concentration profiles and Rouse fitting (8x10x1 cm)

The Rouse equation:

$$\frac{c(y)}{c_a} = \left(\frac{H-y}{y} \cdot \frac{a}{H-a} \right)^Z \quad (4)$$

where a is the reference height (considered at $y/H = 0.2$), $c(y)$ is the concentration at each vertical position y , c_a is the concentration at $y = a$, and Z is the Rouse number. This equation is fitted to the suspension zone shown in Fig. 6 for $g_f = 200\text{--}1000 \text{ cm/s}^2$ in the 8x10x1 cm domain. Notably, the fitted Z values classify the flow conditions into bed load ($Z = 10.21, 6.53, 3.65$ at $g_f = 200, 400, 600 \text{ cm/s}^2$), 50% suspended ($Z = 2.27$ at $g_f = 800 \text{ cm/s}^2$), and fully suspended ($Z = 0.82$ at $g_f = 1000 \text{ cm/s}^2$), with Z decreasing as flow intensity increases. Furthermore, this classification is also consistent with the visual particle distribution shown in Fig. 3.

4 Conclusion

This study demonstrated the capability of the coupled model to predict sediment transport under pressure-driven flow. The simulated fluid velocity profiles show an expected flow structure consistent with previous experimental results. The particle concentration profiles show the expected transition from the bed load to suspended load for different flow intensities and are consistent with the Rouse model. These results confirm that the coupled 3D-DEM/2D-SMAC numerical model can resolve the fundamental behavior of both erosion and particle suspension at the grain scale. The effects of domain size and particle size distribution will be evaluated in a future study.

References

- 1) Rouse, H.: Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence, Trans. ASCE, 102, 463-505, 1937.
- 2) Nguyen, T. T., and Indraratna, B.: Fluidization of soil under increasing seepage flow: an energy perspective through CFD-DEM coupling. Granular Matter, 24(3), 80, 2022.
- 3) Ramezanzad, A., Jaradat, K., and Abdelaziz, S.: Coupled CFD-DEM simulations: A review of applications and modeling limitations. IFCEE 2024, 216-226, 2024.
- 4) Cundall, P. A., and Strack, O. D.: A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique, 29(1), 47-65, 1979.
- 5) Di Felice, R.: The voidage function for fluid-particle interaction systems. Int. J. Multiphase Flow, 20(1), 153-159, 1994.
- 6) Itoh, T., & Egashira, S.: Critical condition of sediment entrainment by sediment-water mixture flow. Proc. of the 5th IAHR Symp. RCEM, Vol. 1. CRC Press, 2019.

底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および 極性流体理論によるモデル化 (シンポジウム講演概要)

Discrete Element Method Analysis and Micropolar Fluid Modeling of Granular Flow Down an Inclined Plane with Basal Roughness (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

横田 直孝 (京都大・都市社会工学専攻) 岩井 裕正 (京都大・都市社会工学専攻)

内藤 直人 (豊橋技科大・建築 都市システム学系)

Naotaka YOKOTA, Kyoto University

Hiromasa IWAI, Kyoto University

Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology

E-mail: yokota.naotaka.52y@st.kyoto-u.ac.jp

A granular flow model based on micropolar fluid theory formulated by Kano was examined under basal roughness conditions. DEM simulations of unidirectional granular flow down an inclined plane were conducted to determine model parameters. The results show that the steady flow can be reproduced by applying a Dirichlet boundary condition for rough surfaces and a Navier slip boundary condition for smooth surfaces.

1. はじめに

土石流やがけ崩れをはじめとする粒状体流れは、構成粒子が大きく流れに対して粒子同士の相互作用の影響が無視できない。連続体理論である極性流体理論 (Micropolar Fluid Theory)¹⁾ を用いた粒状体の流動モデルは、巨視的な流れと粒子の微視的な運動を結びつけて記述できる。既往の研究においては、個別要素法 (以下、DEM と記す)²⁾ を用いた粒状体流れの数値実験と比較して、流速分布を表現できた一方で、底面粗度のない極端に理想化された条件での検討に限られていた。実際の斜面流れは、崩壊面に土粒子や礫が存在し、底面は粗度を有するため、工学的な議論には底面境界条件の検討が必要となる。

そこで本研究では、加納ら³⁾ の極性流体理論に基づく粒状体流動モデルの工学的利用に向けて、DEM を用いて底面粗度を有する斜面流れの解析を行った。得られた結果から粒状体流れを特徴づけるパラメータを決定し、極性流体理論モデルに適用した。また、底面境界条件としてディリクレ境界条件および Navier すべり境界条件を導入した。

2. 極性流体理論による粒状体流れの支配方程式

加納ら³⁾ が提案した極性流体理論に基づく粒状体流れの連続式、運動方程式、角運動方程式は次式で与えられる。以下では、添え字の総和規約を用いる。

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v^k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv^i}{dt} = \frac{\partial \sigma^{ji}}{\partial x_j} + \rho b^i \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \rho a^2 \frac{d\omega_{ji}}{dt} = \frac{\partial \mu^{kji}}{\partial x_k} + 2\sigma^{[ji]} \quad (3)$$

ここに、 ρ は粒状体流れの密度、 v^i は速度、 ω_{ji} は回転速度を表す。 σ^{ji} は通常の応力であり、 μ^{kji} は物体を回転させる作用を持つ偶応力を表す。 b^i は単位質量当たりの外力である。また、 $\sigma^{[ji]}$ は添え字の反対称化を表し、 $\sigma^{[ji]} = (1/2)(\sigma^{ji} - \sigma^{ij})$ である。

この支配方程式を、Fig.1 のような傾斜角度 θ の斜面上一方向流れに適用すると、次式のようになる。

$$\rho \frac{du}{dt} = C(\rho) \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \hat{\omega} \left(\frac{2}{5} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \omega \right) \right\} + \rho g \sin \theta \quad (4)$$

$$\rho \frac{d\omega}{dt} = \frac{5C(\rho)}{2a^2} \left\{ -\hat{\omega} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \right) + \frac{a^2}{10} \frac{\partial}{\partial y} \left(\hat{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right\} \quad (5)$$

$$\hat{\omega} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \right)^2 + \frac{3}{20} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{2a^2}{5} \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2} \quad (6)$$

$$C(\rho) = \frac{2\sqrt{6} \mu e T a^3 \rho}{15 (r - r_0)} + \frac{\sqrt{10} T \sqrt{T} a^3 \rho}{50 (r - r_0)} \frac{e(1-e)^2}{(1+e) \sin \zeta} \quad (7)$$

u は流下方向の粒子速度、 ω は粒子の回転速度で、逆回転を正としている。また T はエネルギー比であり、平均流速からの各粒子速度ずれである微視的偏差速度により定まる微視的な運動エネルギー E_k と粒子の回転エネルギー E_r の比であり、 $T = E_k/E_r$ で定義される。

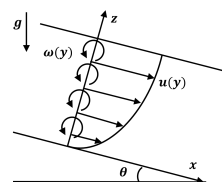


Fig. 1 Slope granular flow

3. 粒状体流れ解析条件

斜面上一方向の粒状体流れの一例として、傾斜角度 25° の斜面における単一粒子から構成される粒状体流れを対象とした。粒子半径 a を $0.010[\text{m}]$ 、粒子密度は $2.65 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$ 、粒子の反発係数 e を 0.10 、動摩擦係数 μ を 1.00 とした。粒子は Fig.2 に示すほぼ球形多面体であり、回転抵抗は数値としては与えず、粒子形状に起因する回転抵抗のみを考慮した。流動前の粒状体のかさ密度 ρ_0 は $1.515 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$ 、層厚 h は $0.3[\text{m}]$ であった。DEM 解析には、Ansys 社の DEM パッケージソフトウェアである Rocky を用い、周期境界条件で解析を実施した。初期状態は粒状体が静止した状態とし、流動速度が定常になるまで計算を実施した。

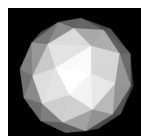


Fig. 2 Particle model

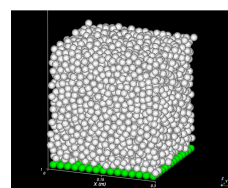


Fig. 3 DEM Slope flow

4. 境界条件

底面境界条件として、粗面条件と滑面条件の2ケースを検討した。DEM解析では、滑面条件では底面の動摩擦係数を1.00とし、粗面条件ではFig.3に示すように底面に流動粒子と同じ粒子を固定配置した。固定粒子は流動せず、回転も拘束されている。極性流体理論を用いた流動モデルでは、粗面条件について流動粒子と同じ粒子が固定されていることを考慮し、 $u(0) = 0$, $\omega(0) = 0$ のディリクレ境界条件を課した。一方、滑面条件については、WangらのNavierすべり境界条件⁴⁾を用いた。WangらはDEM解析に基づき、底面すべり速度 u_b が底面のせん断速度 $\dot{\gamma}_b$ に比例し、すべり長さ l_s 、粒径 d を用いて $u_b = l_s \dot{\gamma}_b d$ と表されることを示した。本研究では、この条件を極性流体理論を用いた流動モデルに適用した。回転速度については、滑面は回転を妨げる抵抗が働かないと仮定し、 $\partial\omega(0)/\partial y = 0$ を用いた。 $y = h$ の自由表面境界では、DEM解析と同様に拘束のない自由境界と仮定した。極性流体理論のモデルではせん断応力が0となる条件から $\partial u(h)/\partial y = -5\omega/4$ を与え、また回転に対する抵抗がないとして $\partial\omega(h)/\partial y = 0$ を課した。

5. エネルギー比 T の決定方法

粒状体流れは、粒子運動の集合体であり、定常状態において平均値を取っても粒子乱れの影響により一定値とはならない。既往研究⁵⁾では、定常状態のある瞬間における議論に留まり、粒子乱れを考慮した代表値の取得方法については言及されていない。一方で、エネルギー比 T は分母に粒子の回転速度エネルギー E_r を持つため、回転速度がほぼ0となる粒子が存在すると極端に大きな値を取る。そこで、Fig.4のようにエネルギー比 T の累積分布を用いて評価を行い、極端に値の大きな値を除外した。本研究では、 T を小さい値から累積した96%分位の値を代表値として採用した。その結果、底面境界が滑面の場合、 $T = 299.4$ 、粗度がある場合は $T = 364.4$ となった。

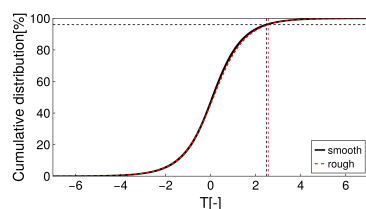


Fig. 4 Cumulative distribution of T

6. DEM解析および極性流体理論を用いた流動モデルの数値計算結果

2通りの境界条件について、DEM解析を実施し、得られた諸パラメータを用いて極性流体理論を用いた流動モデルの数値計算を行った。底面が粗度条件での結果をFig.5とFig.6に、滑面条件の結果をFig.7とFig.8に示す。

DEM解析について、底面境界に粗度がある条件では、底

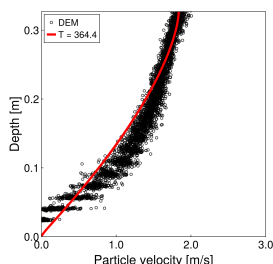


Fig. 5 Particle velocity

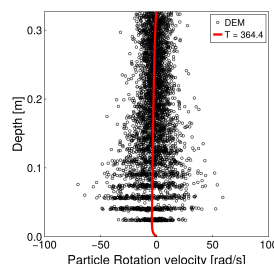


Fig. 6 Rotation velocity

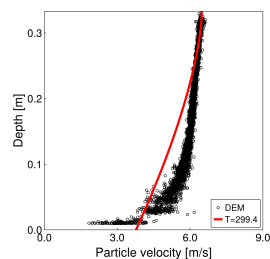


Fig. 7 Particle velocity

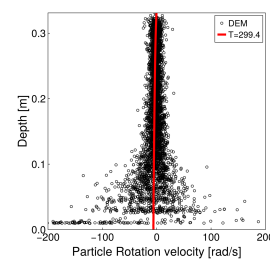


Fig. 8 Rotation velocity

面付近の粒子はほとんど流下方向に速度を持たなかった一方で、底面が滑面の条件では、底面境界付近で3.0[m/s]程度の粒子速度を持った。しかしながら、底面から約0.1m以上の高さにおける速度分布は、底面境界条件によらず類似した形状となった。これらの結果から、底面近傍には粒子約5個分の厚さをもつ領域が境界条件の影響を受け、流れの最大速度の大きさを決定する要因となっていると考えられる。加えて本解析では、粒子の回転抵抗として多面体形状に起因する抵抗のみを考慮しているため、滑面では粒子の回転が卓越しやすく、回転する粒子の上を滑るように粒子速度が増大した可能性が考えられる。したがって、滑面においてはNavierすべり境界を適用し、連続体モデルにおいても底面すべりを適切に表現する必要がある。

極性流体理論に基づく流動モデルでは、粗面での速度分布および回転速度分布について、DEM解析結果と良好な一致が確認できた。一方で底面が滑面の場合、底面から0.1~0.2m付近において速度分布にずれが生じた。これは、滑面では底面近傍の回転速度が大きく、その増大が速度分布の形状に影響を与えたためと考えられる。

7. 結論

底面境界の異なる2通りの斜面上一方向の粒状体流れについて、3次元DEM解析と極性流体理論を用いたモデルとの比較を通じて検証を行った。極性流体理論に基づく粒状体の流動モデルについては、底面境界条件としてNavierすべり境界条件とディリクレ境界条件を導入した。その結果、得られた知見を以下に示す。

- DEM解析より、底面境界の影響は底面から粒子約5個分の厚さの領域に現れることが確認された。
- 極性流体理論モデルでは、粗面にディリクレ境界条件、滑面にNavierすべり境界条件を適用することで、いずれの場合も定常状態を良好に再現できた。

今後は、2次元流れへ拡張して数値計算を行っていく。

参考文献

- 1) A Cemal Eringen. Theory of micropolar fluids. *Journal of mathematics and Mechanics*, pp. 1–18, 1966.
- 2) P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–65, 1979.
- 3) 加納純也, 下坂厚子, 日高重助. 流動粒子群の構成関係に関する一考察. 粉体工学会誌, Vol. 33, No. 2, pp. 95–101, 1996.
- 4) Teng Wang, Lu Jing, CY Kwok, Yuri D Sobral, Thomas Weinhart, and Anthony R Thornton. Basal layer of granular flow down smooth and rough inclines: kinematics, slip laws and rheology. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 1025, p. A27, 2025.
- 5) 横田直孝, 岩井裕正, 内藤直人. 極性流体理論および個別要素法解析に基づいた粒状体流れの定常状態の数値解析. 土木学会論文集, Vol. 82, No. 15, pp. 25–15025, 2026.

Rheological Characterization of Fines-Enriched Atami Debris-Flow Source Material (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
Takeshi KODAKA, Meijo University
E-mail: chowdhury.fazlul.fn@u.tsukuba.ac.jp

The rheological behavior of debris-flow source materials is influenced by solid concentration and fines content, yet laboratory-constrained parameters remain limited for field-relevant conditions. In this study Rotational viscometry was conducted on fines-enriched sand–silt–clay mixtures derived from the $< 425 \mu\text{m}$ fraction of debris-flow source material. Mixtures contained 50%, 65%, and 80% fines at water contents of 50–60%, corresponding to volumetric solid fraction $C_v = 0.386\text{--}0.430$. All tested mixtures exhibit non-Newtonian behavior with pronounced shear-thinning response. Yield stress determined from Herschel–Bulkley and Bingham model fitting ranges from 6.8 Pa to 133.3 Pa across the tested compositions and concentration interval. Despite the relatively narrow C_v range, yield resistance increases markedly with increasing C_v . Mixtures with lower fines content show greater sensitivity to changes in volumetric solid fraction (C_v), whereas fines-enriched mixtures exhibit more moderate yield variation. These results indicate that both C_v and fines proportion control rheological behavior under debris-flow-relevant conditions and provide experimentally constrained parameters for debris-flow mobility analyses.

1 Introduction

Debris-flow mobility is governed by the rheological response of soil–water mixtures, which depends primarily on volumetric solid fraction and particle interactions. Experimental studies demonstrate that yield stress increases strongly with solid concentration and that mechanical transitions may occur within concentration ranges relevant to natural debris flows (Sosio & Crosta¹, Jeong et al.²). Despite these findings, laboratory-constrained evaluation of sand–silt–clay mixtures within narrow, field-relevant concentration intervals remains limited.

This study investigates the rheological behavior of fines-enriched sand–silt–clay mixtures derived from the $< 425 \mu\text{m}$ fraction of material collected from the collapse area of the 2021 Atami debris flow. Laboratory mixtures containing 50%, 65%, and 80% fines (silt + clay fraction) were prepared at water contents corresponding to solid volume fractions $C_v = 0.386\text{--}0.430$. The objective is to quantify shear stress–shear rate behavior, determine yield stress, and evaluate its dependence on solid volume fraction within this concentration range.

2 Materials and Experimental Methods

2.1 Material description

The tested material was collected from the remaining embankment on the southern slope of the 2021 Atami debris flow source valley, which remained intact after the collapse. The particle-size distribution consists of 14.9% (0.425–1 mm), 8.7% (0.25–0.425 mm), 12.7% (0.15–0.25 mm), 6.2% (0.106–0.15 mm), 3.3% (0.075–0.106 mm), and 20.0% fines ($< 0.075 \text{ mm}$). Including the coarse fraction greater than 1 mm (34.2%), the material contains 45.8% sand (0.075–1 mm) and 20.0% fines ($< 0.075 \text{ mm}$), with the remaining 34.2% comprising particles larger than 1 mm. The soil index properties are summarized in Table 1.

2.2 Testing procedure

Rheological measurements were conducted using a rotational viscometer (Atago Visco B 695) equipped with a concentric-cylinder system (Table 2). Samples were pre-sheared at 30 rpm to minimize structural history effects (Barnes, 1997), followed by stepwise shear over approximately $1\text{--}60 \text{ s}^{-1}$ (5–250 rpm). Steady shear stress was recorded at each step, and yield stress was obtained from fitting the shear stress–shear rate data to constitutive models.

Table 1 Index properties of testing material

Property	Index parameter	Value
Specific gravity	G_s	2.62
Atterberg limits	Liquid limit, $LL(\%)$	41
	Plastic limit, $PL(\%)$	30
	Plasticity index, $PI(\%)$	11
Soil Classification (USCS)	ML	

Table 2 Geometrical parameters of measuring system

Parameter	Definition	Value
Gap distance	$\Delta = R_c - R_s (\text{mm})$	7.5
Gap ratio	$\delta = R_c / R_s$	2.9
Radius ratio	$r = 1 / \delta$	0.33
Maximum particle size	$d_{max} = \Delta / 10 (\text{mm})$	0.75

Note: R_c = radius of standard beaker, R_s = radius of spindle.

2.3 Volumetric solid fraction

The volumetric solid fraction C_v was determined from measured water content assuming a two-phase soil–water system with incompressible constituents. Water content is defined as $w = M_w / M_s$, where M_w and M_s denote the mass of water and solids, respectively. Using the standard mass–volume relationship and the specific gravity of solids G_s , the volumetric solid fraction is expressed as $C_v = 1 / (1 + wG_s)$ with $G_s = 2.62$, the tested water contents of 50–60% correspond to $C_v = 0.430$ (50%), 0.407 (55%), and 0.386 (60%). This range defines the concentration interval investigated in the rheological analysis.

2.4 Shear rate calculation

Shear rate was evaluated using the concentric-cylinder (Couette) formulation appropriate for rotational viscometry. Angular velocity ω was calculated from the rotational speed $N(\text{rpm})$ as $\omega = 2\pi N / 60$. For a concentric-cylinder system, with R_s and R_c denoted as the spindle and cup radii, the general shear-rate expression $\dot{\gamma}$, is given as

$$\dot{\gamma} = \frac{2\omega R_c^2}{R_c^2 - R_s^2} \quad (1)$$

3 Results and Discussion

3.1 Flow curves and Bingham fits

Fig. 1 shows the shear stress–shear rate relationships for the eight mixtures with Bingham fits, where W and F denote water content and fines percentage, respectively. Apparent yield stresses range

from 6.3 to 133.3 Pa despite the narrow concentration interval. The Bingham fits yield coefficients of determination of $R^2 = 0.77$ –0.94, indicating that the model provides a reasonable first-order approximation of the observed viscoplastic behavior. Higher R^2 values from power-law fitting (0.91–0.98) confirm measurable shear-thinning, particularly in fines-enriched mixtures. Within $C_v = 0.386$ –0.430, yield stress varies by more than one order of magnitude, with sand-rich mixtures showing stronger concentration sensitivity than fines-enriched mixtures.

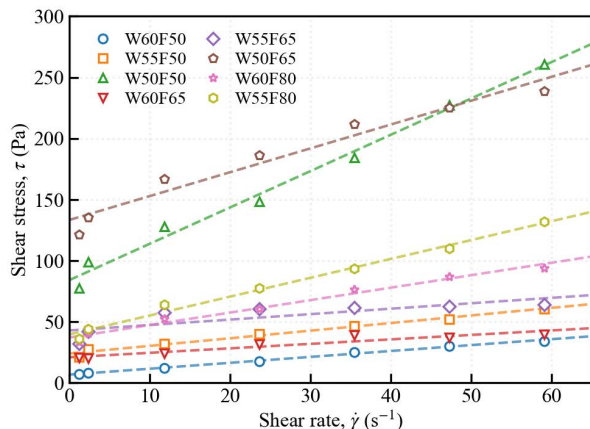


Fig. 1 Shear stress–shear rate relationship with Bingham fitting.

3.2 Stress dependence on volumetric solid fraction

Fig. 2 shows the variation of yield stress with volumetric solid fraction together with the exponential regression fit. A clear exponential dependence is observed, which can be expressed as

$$\tau_y = \alpha \cdot 10^{\beta C_v} \quad (2)$$

Fitting this relationship to the experimental dataset yields a concentration coefficient of $\beta = 17.8$ ($R^2 = 0.901$), indicating strong sensitivity of yield stress to changes in solid fraction. The magnitude of β implies that a 0.01 increase in C_v results in approximately a 50% increase in yield stress within the tested range. Across $C_v = 0.386$ –0.430, yield stress increases from approximately 6 Pa to over 100 Pa, corresponding to more than one order of magnitude variation. This pronounced concentration dependence exceeds values reported for typical clays and soils ($\beta \approx 7$ –10; Zarch et al.⁴), suggesting enhanced mechanical sensitivity of the tested material to modest changes in water content. Such concentration sensitivity implies that small changes in water content may substantially modify mixture resistance under field conditions. The July 2021 Atami event was preceded by approximately 589 mm of rainfall (Shizuoka Prefecture, 2021⁵), illustrating how hydrological variation may induce substantial reductions in mechanical resistance.

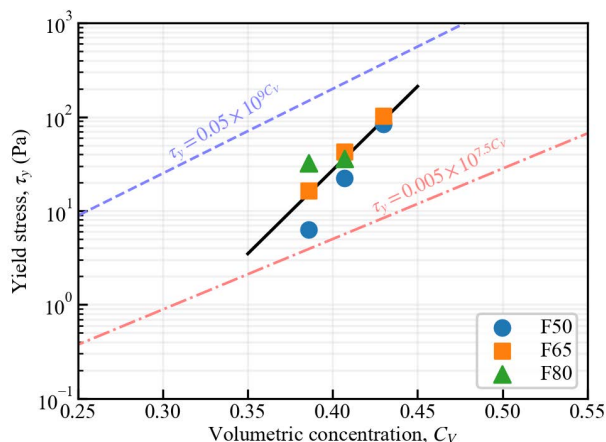


Fig. 2 Yield stress as a function of volumetric solid fraction.

3.3 Apparent viscosity and shear-thinning behavior

Fig. 3 shows the apparent viscosity as a function of shear rate. All mixtures exhibit shear-thinning behavior, with viscosity decreasing systematically as shear rate increases. The greatest separation among mixtures occurs at low shear rates ($\leq 5 \text{ s}^{-1}$), where structural resistance dominates and viscosity varies by more than one order of magnitude. At higher shear rates, the curves converge, indicating progressive breakdown of particle networks. Sand-rich mixtures show stronger viscosity amplification with increasing solid fraction, consistent with the yield– C_v trends. This rate-dependent reduction in viscosity implies that assuming constant viscosity may underestimate mobility in debris-flow modeling.

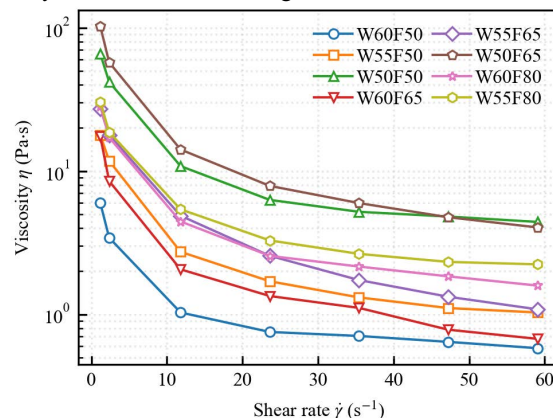


Fig. 3 Apparent viscosity versus shear rate.

4 Conclusions

Rotational rheometry of sand–silt–clay mixtures at water contents of 50–60%, ($C_v = 0.386$ –0.430) demonstrates strong concentration dependent viscoplastic behavior. Bingham fitting yields apparent yield stresses of approximately 6–133.3 Pa within this narrow C_v interval. Yield stress increases exponentially with solid volume fraction ($\beta = 17.8$, $R^2 = 0.901$), indicating high mechanical sensitivity to small concentration changes. All mixtures exhibit shear-thinning behavior, with viscosity decreasing systematically with shear rate. Within the tested interval, a 0.01 increase in C_v corresponds to approximately a 1.5-fold increase in yield stress, underscoring exponential sensitivity of resistance. These findings, limited to the investigated concentration range and fines-enriched mixtures, confirm that volumetric concentration is the primary control on matrix resistance and should be explicitly considered in debris-flow rheological modeling.

References

- 1) Sosio, R., & Crosta, G.B.: Rheology of concentrated granular suspensions and implications for debris flows. *Eng. Geol.*, 109, 81–92, 2009
- 2) Jeong, S. W., Lee, S., Oh, H.J., et al. Determining the debris flow yield strength of weathered soils: a case study of the Miryang debris flow in the Republic of Korea. *Sci Rep* 14, 20975, 2024
- 3) Barnes, H. A.: Thixotropy — a review. *J. non-Newton. Fluid Mech.*, 70, 1–33, 1997
- 4) Zach, K. M., Zhang, L., Haeri, S. M., and He, J.: Classic, modern, and physics-based rheological laws for geophysical granular flows in landslide hazard chain. *Earth-Science Reviews*, 269, 105204, 2025
- 5) Shizuoka Prefecture. Geotechnical Investigation Results (Preliminary Report) on the Atami City Izusan District Debris Flow. River and Sabo Bureau, Shizuoka, Japan, 2021.

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

■ 2026年5月17日(日) 14:45～16:00 | 会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (3)

座長: 山川 優樹(東北大学)

14:45～15:00

[24011] 組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

*外山 翔吾¹、高子 蒙¹、小林 俊一¹ (1. 金沢大学)

15:00～15:15

[24012] u - w - p formulationに基づく土構造物～地盤系における液状化対策工法としてのグラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

*豊田 智大¹、蜂須賀 有哉¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

15:15～15:30

[24013] 弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

*清水 紫媛¹、藤澤 和謙¹、シャルマ ヴィカス¹、竹中 一真¹ (1. 京都大学)

15:30～15:45

[24014] 鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

*山栗 祐樹¹、鹿倉 瑠斗²、小林 俊一³、西岡 英俊¹ (1. 中央大学、2. 中央大学大学院、3. 金沢大学)

15:45～16:00

[24015] 上下負荷面摩擦モデルを搭載する動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

*安池 亮¹、豊田 智大¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について (シンポジウム講演概要)

Bearing Capacity of a Circular Footing Subject to Combined Loads (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

外山 翔吾 (金沢大・自然研) 高 子蒙 (金沢大・自然研) 小林 俊一 (金沢大・理工)

Shogo TOYAMA, Kanazawa University

Zimeng GAO, Kanazawa University

Shun-ichi KOBAYASHI, Kanazawa University

E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp

This study investigates the bearing capacity characteristics of a shallow circular footing using a three-dimensional rigid-plastic finite element method. Systematic analyses were conducted to examine the effects of load combinations. Owing to the geometric symmetry of a circular footing, the loads acting on the foundation can be represented by five degrees of freedom. The concept of the failure envelope for a two-dimensional strip footing was extended to evaluate the influence of these load combinations. The results show that, without torsion, the envelope forms a spheroidal surface, while the principal axes of the elliptical sections depend on the combination of horizontal load and moment. With torsion, the surface exhibits a twisted configuration depending on the vertical load level.

1. はじめに

ほぼすべての土木・建築構造物は地盤によって支持されており、地盤の支持力および安定性の適切な評価は地盤工学における最も基礎的かつ本質的な課題である。浅い基礎の支持力問題は古くから理論的研究の対象とされ、Terzaghiによる極限支持力理論に代表される鉛直中心載荷問題に始まり、偏心載荷や傾斜載荷へと発展してきた。さらに、2次元問題として扱われる帯基礎の支持特性は、鉛直荷重、水平荷重、モーメント荷重の計3自由度における組合せ載荷条件下での解析結果を支持力曲面として整理し、外力の相互作用を簡潔に表現できることが示されている。また近年では、ねじりの影響を考慮した4自由度の荷重空間における支持力問題も対象とされてきている。実務では、2次元のTerzaghiの支持力式に形状係数や傾斜係数などを導入した拡張式が用いられている。

一方、実際の支持力問題は本質的には3次元であり、6自由度の荷重条件への拡張や基礎形状の多様性により、解析条件は2次元問題に比べて著しく複雑となる。そのため、3次元支持力問題においては、個別の数値解を求めるだけでなく、支持特性の全体像を体系的かつ簡潔に表現する手法の確立が重要となる。また、実務における拡張式では基礎形状に焦点が置かれる反面、外力の組合せへの考慮が不足しており、得られる支持特性が3次元支持力問題の本質的特性を適切に反映しているかについて議論の余地がある。

本研究では、もっとも単純な3次元形状である円形基礎を対象とし、組合せ荷重条件下における3次元支持特性について検討する。円形基礎は形状の対称性から、荷重自由度を5自由度に減らせるので、3次元支持力問題の本質的特性を明らかにする上で適した対象である。また、従来の2次元支持力曲面の概念を拡張し、3次元問題における支持特性の体系的表現方法についても考察する。

2. 解析手法

本研究ではDrucker-Pragerの破壊規準に従う水平地盤上の円形剛基礎の支持力問題を剛塑性有限要素法¹⁾により評価する。偏心荷重作用時の基礎と地盤の分離挙動に対応するため、制約条件として地盤材料の引張破壊条件を追加する。予備解析として、引張破壊条件に関する2つのモデル

化、応力テンソルの第1不変量(平均応力)が圧縮側になる制約条件(I_1 制約)とゲルシュゴリン定理に基づく最大主応力が圧縮側となる制約条件(t 制約)を検討する。ここで、 t は引張応力の許容上限を表す tension cutoff パラメータである。ここでは引張応力状態を許容しない条件を想定し、 $I_1 \leq 0$ あるいは $t = 0$ を課した。支持特性を荷重空間($V/V_m, H/V_m, M/BV_m$)内の支持力曲面として整理した結果をFig.1に示す。ここで、 V, H, M はそれぞれ荷重の鉛直成分、水平成分およびモーメント成分を表し、また V_m は鉛直極限支持力、 B は基礎幅を表す。支持力曲面の形状を比較すると、 I_1 制約は t 制約に比べて支持力を大きく評価する傾向が確認された。特に鉛直荷重レベルが原点に近い領域において支持特性の差が顕著であり、 I_1 制約では局所的な引張応力が許容され得るため、地盤の分離挙動を十分に反映できない可能性がある。以上の結果を踏まえ、以降の解析では引張応力を直接制限する t 制約を組み込んで支持特性を評価する。

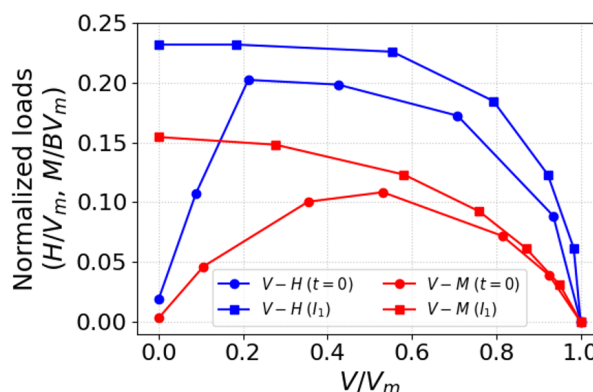


Fig. 1 Comparison of Failure Envelopes under $t = 0$ and I_1 Constraints ($\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$, $c = 1 \text{ kPa}$, $\phi = 0^\circ$)

3. 解析条件

3次元の一般的な構造物における荷重空間は6自由度で

表される。一方、円形基礎では、任意の方向に一定のモーメントが作用したとき、モーメントがゼロとなる AA' 断面と水平荷重とのずれ角を θ と定義することで、計 5 自由度で表現できる。3 次元における面外の組合せ載荷は複雑であるため、本解析では右手系の一般化荷重空間を 3 次元に拡張して Fig.2 のように各荷重、パラメータの符号を定める。

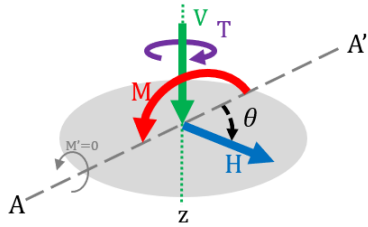


Fig. 2 Definition of generalized loads (V , H , M , T) and misalignment angle θ

数値解析では、半径 $R = 1 \text{ m}$ の円形基礎を対象に、平面寸法 $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ 、高さ 5 m の 3 次元地盤解析領域を設定した。有限要素による空間離散化には 20 節点 6 面体 2 次要素を用い、総節点数は 54357、要素数は 12960 とした。数値積分には各要素内に $2 \times 2 \times 2$ の積分点を配置し、各要素 8 点の積分点で応力を評価した。境界条件として、側面にスライダー支点、底面に固定支点を与えた。 AA' 断面と水平荷重とのずれ角 θ は 0° から 180° まで 45° 刻みで変化させた。極限荷重は、荷重の鉛直成分およびモーメント成分を一定とした条件下で水平成分を最大化する場合、あるいは水平成分を一定とした条件下でモーメント成分を最大化する場合として求めた。解析結果を Fig.3 に示す無次元支持力曲面の $V/V_m = \text{constant}$ 断面形状に着目して整理し、ずれ角 θ およびねじり荷重 T との相互作用が支持特性に及ぼす影響について議論する。

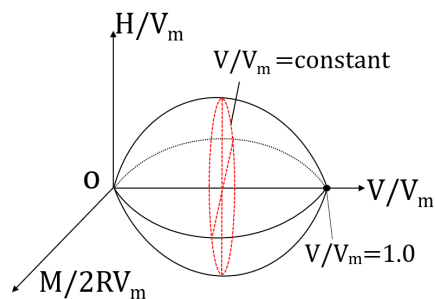


Fig. 3 Failure envelope

4. 解析結果

ここでは砂質地盤を想定し、単位体積重量を $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$ 、粘着力を $c = 1 \text{ kPa}$ 、内部摩擦角を $\phi = 30^\circ$ とした場合の結果を示す。DP 破壊規準と MC 破壊規準の換算は内接条件（平面ひずみ試験によるパラメータ）を用いた。ねじり荷重がない場合は、Fig.4 に示すように、水平荷重 H とモーメント荷重 M の載荷方向のずれ角 θ に応じて、 V/V_m 一定の断面形状は楕円となり、断面位置 V/V_m によらず長軸・短軸の方向が荷重空間の軸から一定値だけずれる。特に、面内組合せ載荷 ($\theta = 0^\circ$) では、縦軸と長軸とのずれ角 ω が最も大きくなる。一方、 $\theta = 90^\circ$ では、 $\omega = 0$ となり、横軸および縦軸に対して対称な楕円形状を示す。

さらに、各 V/V_m 一定断面において、一定のねじり荷重 T が作用した状態で同様の支持力解析を行い、断面形状の長軸・短軸の方向について整理した結果を Fig.5 に示す。ねじり荷重が作用すると、 V/V_m 断面ごとに楕円の長軸・短軸の方向が変化することが確認できる。2 次元帯基礎やねじり荷重が作用しない円形基礎の支持力曲面が、 V 軸回りの回転楕円体形状で表現できるのに対し、ねじり荷重作用時には、回転楕円体がさらに V/V_m に沿ってねじれた形状となることが明らかになった。

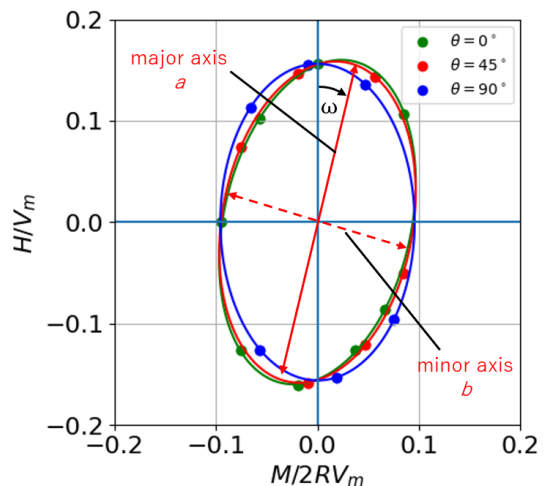


Fig. 4 Failure envelope in the $M-H$ plane at $V/V_m = 1/2$

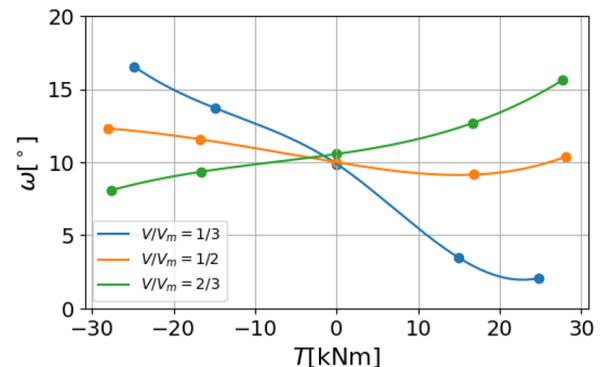


Fig. 5 $T - \omega$ relationship at each section for $\theta = 45^\circ$

5. おわりに

本研究では、砂質地盤上の剛な円形基礎の支持特性を把握するため剛塑性有限要素法¹⁾による系統的な数値実験を実施した。その結果、ねじり荷重が作用しない場合には支持力曲面は回転楕円体形状を示すが、楕円断面の長軸・短軸方向はモーメント荷重と水平荷重の組合せに依存して変化することが確認された。また、ねじり荷重が作用する場合には、支持力曲面は単純な回転楕円体では表現できず、鉛直荷重レベルに応じてねじれる形状を示すことが明らかとなった。

参考文献

- 1) Zimeng Gao, Shun-ichi Kobayashi, Yuki Yamakuri and Xi Xiong. A novel rigid-plastic finite element method for slope stability analysis incorporating tensile failure. 2025.

**u - w - p formulation に基づく
土構造物～地盤系における液状化対策工法としての
グラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）
Elucidation of the improvement mechanism of the gravel drain method
as a liquefaction countermeasure in soil structure-ground systems
using the u - w - p formulation
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)**

豊田 智大（名大・工） 蜂須賀 有哉（名大・工） 野田 利弘（名大・工）
Tomohiro TOYODA, Nagoya University
Yuya HACHISUKA, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: toyoda@civil.nagoya-u.ac.jp

In this study, dynamic elasto-plastic analyses of a ground-soil structure system were conducted based on the u - w - p formulation. First, the permeabilities of both the drain and the liquefiable layer were varied to identify the effective range of permeability. Next, the effect of the replaced material was examined, demonstrating that selecting a stiffer material for gravel drain helps to reduce settlement.

1. はじめに

2011 年東日本大震災以降、大規模地震に対する河川堤防の液状化対策工として「グラベルドレーン工法」が注目を集めているが、その有効な地震時変形予測手法は確立されていない¹⁾。著者らは、ドレーン工を有する砂地盤～盛土系の地震応答が、間隙水の動的浸透を考慮した u - w - p formulation (以下、単に u - w - p と記す) に基づく動的水～土連成解析²⁾でなければ適切に評価できないことを示してきた³⁾。

本稿では、 u - w - p に基づき、以下の 2 つの着眼点から、液状化対策工としてのグラベルドレーン工法の原理解明を目指す。

① 透水性の影響: 基礎地盤とドレーン材の透水係数のコントラストに応じてドレーン工の効き方はどう変化するのか?

粘性土地盤における圧密促進工法としての「サンドドレーン」の場合、有効な透水係数の範囲が明確に整理されているが⁴⁾、液状化対策工としての「グラベルドレーン」に対しては系統的に整理した知見は無い。本稿では、ドレーン材と周辺地盤の透水係数の組合せに応じたドレーンの効き方の変化を系統的に整理する。

② 置換材料の影響: 周辺地盤と力学特性が異なる材料で置換したことの影響は?

ドレーン工は、第一義的には地震時の過剰水圧消散を期待して導入されるが、置換材料の礫質土が周辺地盤と異なる力学特性を有することによる沈下低減効果も副次的に期待される。本稿では、既往研究で同定された複数種類の礫質土の材料定数を用いた解析結果の比較から、どのような力学的性質を有するドレーン材であれば、沈下抑制効果を期待できるかを明らかにする。

2. 透水性の影響に関する検討

2.1. 解析条件

【有限要素メッシュ・境界条件】土木研究所による剛土槽を用いた砂地盤～盛土系の 50G 遠心力模型実験¹⁾を参考に、

Fig. 1 に示す実規模の有限要素メッシュを作成した。模型底面および側面は非排水条件とした。

【入力地震動】入力波は模型実験に準拠し、新晩翠橋 NS 成分の地表面加速度の振幅を 0.8 倍したもの (Fig. 2, L2 地震動を想定、継続時間 240 sec, $t=100$ sec 近傍で最大加速度 550gal 程度) を模型底面・側面に水平方向に入力した。

【材料定数・初期状態】本章では、透水性の影響のみに着目し、ドレーンと周辺地盤の力学特性の差異の影響を排するため、材料定数は模型全域で Table 1 の江戸崎砂の材料定数を与えた。透水係数は液状化層で $k_L = 1.5 \times 10^{-4}$, 1.5×10^{-3} , 1.5×10^{-2} cm/s (シルト～砂相当) とし、ドレーン部では $k_D = k_L \sim 1.5 \times 10^1$ cm/s (礫相当) の範囲で変化させた。

2.2. 解析結果

地震終了時点 ($t = 240$ s) での天端中央における沈下量 ρ_0 を Fig. 3 に実線で示す。液状化層の透水係数が大きい場合 ($k_L = 1.50 \times 10^{-2}$ cm/s, 緑線) では、ドレーンの透水係数 $k_D = 10^{-1} \sim 10^1$ cm/s の範囲で明確な S 字曲線を描く (部分排水効果)。すなわち、ドレーンの透水係数が大きくなるほど過剰水圧消散の促進により液状化層での有効応力減少・側方流動が抑制され沈下量が明確に低減される。事実、 $k_D = 1.50 \times 10^1$ cm/s の

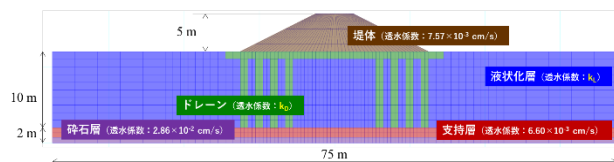


Fig. 1 Finite element mesh and material constitution.

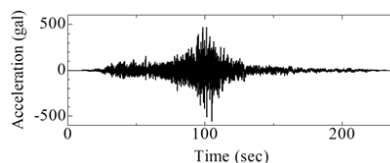


Fig. 2 Input wave.

Table 1 Material constants of the SYS Cam-clay model.

	江戸崎砂 (Case A)	宇部珪砂 1 号 (Case B)	能登栗石 (Case C)	PI 捨石 (Case D)
土粒子密度 ρ_s (g/cm ³)	2.65	2.66	2.593	2.593
圧縮指数 λ	0.050	0.030	0.105	0.105
膨潤指数 κ	0.012	0.015	0.005	0.0005
限界状態定数 M	1.20	1.00	1.700	1.70
正規圧密線の切片 N	1.98	1.89	1.895	1.895
ポアソン比 ν	0.30	0.30	0.300	0.30
正規圧密土化指数 m	0.080	0.040	1.200	0.12
構造劣化指数 a	1.00	1.00	2.000	2.000
回転硬化指数 b_r	3.50	3.50	1.000	1.000
回転硬化限界定数 m_θ	0.70	1.00	0.001	0.001
初期過圧密比 $1/R_0$	分布	分布	分布	分布
初期構造の程度 $1/R'_0$	2.00	1.00	1.00	1.00
初期土圧係数 K_0	0.60	0.60	0.60	0.60
初期間隙比 e_0	0.90	0.90	0.593	0.593

ケースでは、Fig. 4(a)のようにドレーン材を介して地震中に基礎地盤から排水を生じる様子が確認される。これに対し、液状化層の透水係数が比較的小さい場合 ($k_L = 1.50 \times 10^{-4}$ cm/s, 赤線) では、明瞭な S 字カーブとならず、ドレーンの透水係数 k_D を大きくしてゆくことによる沈下低減効果は極めて限定的である。これは、如何にドレーンの透水係数を $k_D = 10^1$ cm/s 程度まで大きくしても、基礎地盤からの排水をほとんど生じず (Fig. 4(b)), 液状化が抑制されないことによる。なお、以上の傾向は、地震終了後十分に時間が経過した後の沈下量 ρ_f (Fig. 3, 破線) でも同様に確認されるが、液状化層の透水係数が大きい場合 ($k_L = 1.50 \times 10^{-2}$ cm/s) には、地震終了以降の圧密沈下量 $\rho_f - \rho_0$ は、 k_D が大きくなるほど小さくなっている。これは、 k_D が大きいケースでは、地震終了時点で既に過剰水圧消散が概ね完了していることによる。

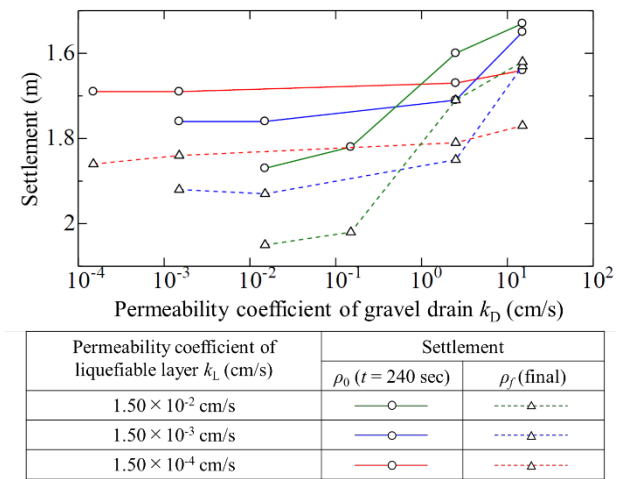


Fig. 3 Settlement at the center of embankment top.

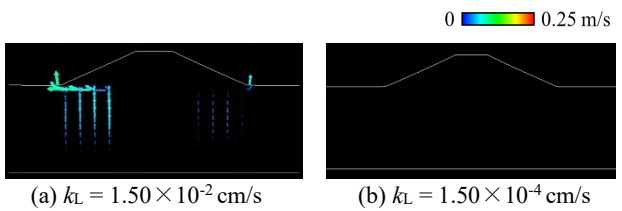


Fig. 4 Distribution of averaged relative flow rate of pore water (around $t = 111$ s, $k_D = 1.50 \times 10^1$ cm/s).

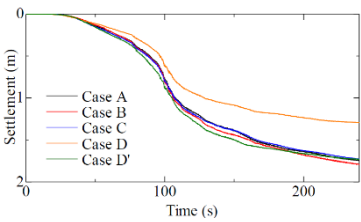


Fig. 5 Settlement – Time curve during earthquake.

3. 置換材料の影響に関する検討

透水係数は模型実験¹⁾に準拠し（液状化層： $k_L = 1.50 \times 10^{-2}$ cm/s, ドレーン部礫質土： $k_G = 2.50 \times 10^0$ cm/s), ドレーン部の材料定数として Table 1 の江戸崎砂 (Case A, 周辺地盤と同一), または 3 種類の礫質土 (Case B~D) を設定した場合の地震中の沈下～時間関係を Fig. 4 に示す. 膨潤指数 κ の値が他材料に比べ明確に小さい Case D のみ, 置換材料の影響のない Case A に対し 25%程度の沈下低減効果が確認された. さらに Case D の膨潤指数のみを Case B に統一した Case D' では有意な沈下低減が認められなかった. 以上より, 置換材料による強度増加が期待できるのは膨潤指数 κ が大きい（弾性剛性の大きい）礫質土であることを確認した. 一方, 紙幅の都合上割愛するが, 礫質土の間隙比（ドレーン材の締固めの程度）の影響は限定的であった.

4. 結論

土構造物～地盤系の u - w - p 動的変形解析により, (1)グラベルドレーンは透水係数 10^{-2} cm/s 程度の地盤であれば（ドレーンの透水係数 $10^{-1} \sim 10^1$ cm/s の範囲で）十分に効くが, 周辺地盤の透水係数が 10^{-4} cm/s 程度と小さければほとんど効かないこと, (2)弾性的に硬い（膨潤指数が小さい）ドレーン材を採用すれば, ドレーン材の透水性と剛性の相乗効果で, 更なる沈下抑制が期待できることを示した.

謝辞

（一財）国土技術研究センターの「河川堤防耐震対策高度化研究会」を通じて, 土木研究所石原上席研究員から資料⁵⁾記載データおよび礫質土の要素試験データ (Case B) をご提供いただいた. また, 科学研究費補助金 (若手研究: 課題番号 25K17682) の補助を受けた.

参考文献

- 1) 青柳悠大, 田川央, 石原雅規, 佐々木哲也: 河川堤防の地震時変形とグラベルドレーン工法を施した液状化地盤内の過剰間隙水圧分布に着目した遠心力模型実験, 第 56 回地盤工学研究発表会, 12-6-3-05, 2021.
- 2) T. Toyoda and T. Noda: Development and verification of a soil–water coupled finite deformation analysis based on u – w - p formulation with fluid convective nonlinearity, Soils and Foundations, 59(4), pp.888-904, 2019.
- 3) 豊田智大, 野田利弘: ドレーン工を有する砂地盤～盛土系の地震応答解析における u - w - p formulation の優位性, 第 59 回地盤工学研究会, 24-10-3-06, 2024.
- 4) A. Asaoka, M. Nakano, G.S.K. Fernando and M. Nozu: Mass Permeability Concept in the Analysis of Treated Ground with Sand Drains, Soils and Foundations, 35(3), pp.43-53, 1995.
- 5) 国土技術研究センター (2002): 河川堤防の地震時変形量の解析手法, JICE 資料第 102001 号, A1-A2.

弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について (シンポジウム講演概要)

Influence of Numerical Dispersion Error on Elasto-Perfectly Plastic Dynamic Response Analysis and Determination of Damping Coefficient (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

清水 紫媛 (京都大学農学研究科) 藤澤 和謙 (京都大学農学研究科)
 シャルマ ヴィカス (京都大学農学研究科) 竹中 一真 (京都大学農学研究科)
 Shion Shimizu, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
 Kazunori Fujisawa, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
 Sharma Vikas, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
 Kazuma Takenaka, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
 E-mail: shimizu.shion.23z@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigates the over- and underestimation of accelerations that arise in dynamic elasto-perfectly-plastic analysis of dams using finite element method (FEM). A one-dimensional model, consisting of a foundation and a dam body, is considered. The nondimensionalized shear wave equation is solved by FEM and Newmark- β method. The numerical dispersion errors introduced by this discretization is examined in advance through the relative phase speed error. Based on the pre-evaluated error, the mechanism of numerical oscillations, which cause the overestimation of accelerations, is elucidated with showing the results of numerical experiments. Finally, the discussion of stiffness-proportional damping to suppress the numerical oscillations is presented.

1. はじめに

ため池や農業用ダムといった農業用水利施設を対象に、レベル2地震動を想定した地震応答解析が継続的に実施されている。近年、構造物の応答が弾性限界を上回る際に生じる塑性変形量を、地震応答と共に一貫して評価できる弾塑性地震応答解析の活用が期待されている。

弾塑性地震応答解析を解く際には、一般的に有限要素法(以下FEM)とNewmark- β 法に代表される時間積分法が用いられる。これら空間と時間の離散化によって、数値解に生じる数値誤差は実際とは異なる応答結果を招き、耐震性評価の信頼性を損う可能性がある。また弾塑性解析では、その非線形性によって弾性波解析では現れなかった数値誤差の発生が予想されるため、数値モデルが有する離散化誤差とその数値解への影響を整理することが重要となる。

本論では波動解析で特に重要となる数値分散誤差に着目し、弾完全塑性動的応答解析におけるその影響について調査する。簡単のため堤体(弾完全塑性)と基礎地盤(弾性)を模した一次元モデルにおけるせん断波応答を、FEMとNewmark- β 法によって離散化した時を対象とする。数値解に現われる数値振動の発生メカニズムを数値分散誤差の観点から説明し、またそれを踏まえて数値振動を抑制する剛性比例減衰の設定方法について考察を加える。

2. 一次元モデルと支配方程式の無次元化

基礎地盤上にダム堤体が存在するモデルを想定する(図1)。今回は数値誤差の影響を議論するため、図1の破線領域に当たる一次元モデルを考える。ここで H_d は堤高、 H_f は考慮する基礎地盤の深さ、 $H = H_d + H_f$ である。また堤体内と基礎内ではそれぞれ物性が一樣であると仮定する。この一次元モデルを伝播するせん断波を、以下のような無次元化された運動方程式により考える。

$$\bar{\rho} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}} = 0, \quad \bar{x} = \frac{x}{H_d}, \quad \bar{t} = \frac{V_d t}{H_d}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_d}, \quad \bar{v} = \frac{v}{V_d}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{G_d} \quad (1)$$

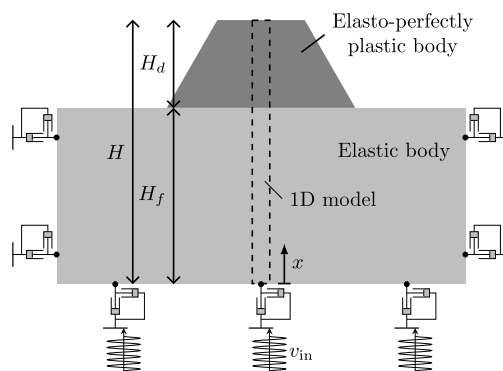


Fig. 1 Foundation-Dam model

ここで $\bar{\cdot}$ 付きは無次元化を表し、 ρ, v, V, τ, G はそれぞれ密度、速度、弾性せん断波速度、せん断応力、せん断弾性係数である。下付添字 d はその変数が堤体のものであることを指す。式(1)をFEMとNewmark- β 法により離散化する。弾完全塑性体である堤体に対してはさらに降伏応力を設定する必要がある。本論ではMohr-Coulombの破壊基準に基づいて、堤体底面部での降伏応力を代表値として採用し無次元化した。

3. 数値モデルが有する数値分散誤差

波動解析の数値解では、波の伝播速度のずれが観測される(数値分散誤差)。この数値誤差は、時間と空間の離散化に起因し、数値振動を引き起こす。Eq.(1)は弾性変形を仮定すれば、波速を $c = V$ とした一次元波動方程式に相当する。線形有限要素とNewmark- β 法($\gamma = 1/2, \beta = 1/4$)を使用した際に発生する分散誤差を事前評価し¹⁾、相対誤差(RPSE)を図2に示す。 x 軸、 y 軸は、それぞれある波の周期 T と波長 λ に対する、要素幅 Δx と時間分割幅 Δt の比となる。RPSEの正(負)は、厳密な波と比較した際に数値波

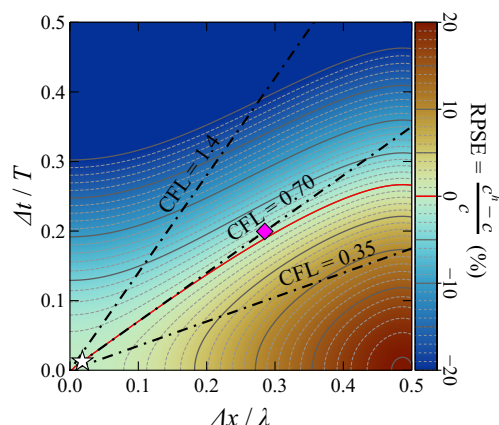


Fig.2 Relative phase speed error for linear FEM and Newmark- β method

が速く(遅く)伝わることを意味する。同図から Δx と Δt の組合せによって、ある波の伝播速度は大きく変化することが分かる。また CFL($= c\Delta t/\Delta x$) 数が 0.7 付近となるように設定すると、低周波領域ではほぼ分散誤差のない解析ができる (RPSE ≈ 0)。

4. 正弦波入力波に対する加速度応答

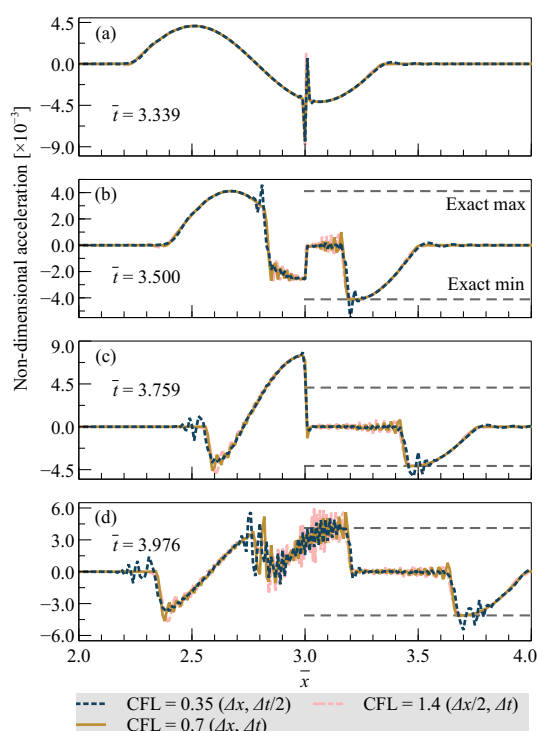


Fig.3 Nondimensional acceleration fields calculated by FEM and Newmark- β method

周期が 0.1 s、最大振幅が $8.0\pi \text{ m/s}^2$ である正弦波加速度を基礎底面より一周分入力し解析した。 $H_d = H_f/3 = 50 \text{ m}$ とした。堤体の降伏応力は粘着力なし、内部摩擦角 30 度により設定し、 $\bar{\rho}$ と $\bar{G}$ は簡単のため 1 とした。CFL 数が 0.70 となる、無次元分割幅 $\Delta \bar{x} = 1.0 \times 10^{-2}$ 、 $\Delta \bar{t} = 7.0 \times 10^{-3}$ を基準とし、それぞれ一方を半分にすることで複数の CFL

数における結果を比較した。

図 3 に、堤体底面での降伏発生直後 (a) から降伏中 (b)、降伏終了時 (c)、降伏後 (d)、4 つの段階における加速度分布を示す。どの CFL 数においても降伏に伴うパルス状の加速度の発生後に数値振動が顕著になる。このパルス状の加速度は入力波には有意に含まれない高周波成分を有す。図 2 から分かるように、高周波成分の分散誤差は一般的に大きくなる。これ降伏後に数値振動が卓越する原因である。実際数値振動の現れ方に着目すると、CFL 数が 0.7、1.4 の時には主に波頭後方で、CFL 数が 0.35 の時には波頭前方でも数値振動がそれぞれ目立つ。これは図 2 において、それぞれの CFL 数が高周波領域で負 (CFL = 0.7, 1.4)、正 (CFL = 0.35) を有することに対応している。また同図より数値振動の発生によって堤体内では、厳密解よりも大きな加速度が伝わる事が分かる (図 4 の灰色破線を参照)。

5. 分散誤差を基にした剛性比例減衰係数の設定

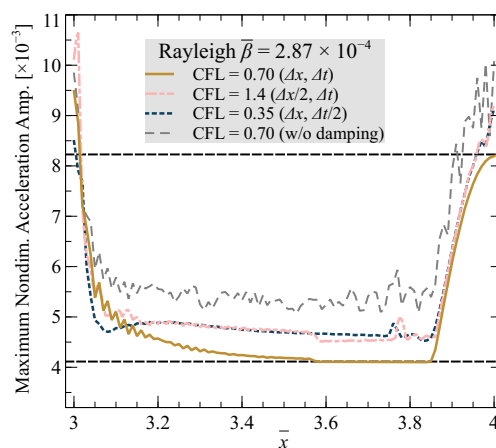


Fig.4 Maximum absolute nondimensional acceleration observed in the dam

前節で確認したような数値振動への対策として、Rayleigh 減衰に基づいた減衰項を導入することが一般的である。本論では、剛性比例減衰によって数値振動を取り除くことを検討した。

上記で明らかにしたように、数値振動の原因は高周波成分が有する大きな数値分散誤差である。そこで詳細は割愛するが本論では、まず CFL 数が 0.7 のケースにおいて分散誤差 (RPSE) が -1% となる周波数 (図 2 の $\diamond$) を基準とし求めた。次にこの基準値を有す波が、天端に到達するまでに十分に減衰される剛性比例減衰係数を設定した。

設定した減衰係数を用いて同様の解析を行った際に、堤体内で観測された絶対無次元最大加速度を図 4 に示す。同図には減衰なしの結果 (前節参照) と同じ減衰係数で CFL 数を変化させた際の結果も示している。この図から CFL 数が 0.7 においては設定した減衰が有効に作用し、天端付近では厳密解と一致する加速度が得られている。その一方、CFL 数が異なる時には同じ減衰係数を用いても、数値振動を完全に取り除くことはできず加速度を過大評価している。

参考文献

- 1) S-B. Kwon, K-J. Bathe and G. Noh: An analysis of implicit time integration schemes for wave propagations, Comput. Struct., 230, 106188, 2020.

鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要） Validation of Rigid Plastic Finite Element Analysis for Spread Foundation combined with Sheet piles (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山栗 祐樹（中央大・理工） 鹿倉 瑠斗（中央大学大学院・理工） 小林 俊一（金沢大・理工）
西岡 英俊（中央大・理工）
Yuki Yamakuri, Chuo University
Ryuto Shikakura, Chuo University Graduate School
Shun-ichi Kobayashi, Kanazawa University
Hidetoshi Nishioka, Chuo University
E-mail: yyamakuri340@g.chuo-u.ac.jp

The rigid-plastic finite element method (RPFEM) is a numerical analysis method that enables direct evaluation of the ultimate limit state of the ground. In this study, RPFEM was used to conduct a reproduction analysis of two-dimensional model experiments on a spread foundation combined with sheet piles. The results demonstrated that the model experiments can be reproduced by incorporating the bending strength of the sheet piles and, the interaction between the ground and the sheet piles.

1. はじめに

鋼矢板併用型直接基礎（以下，SP 基礎と記す）とは，直接基礎のフーチングの掘削に用いた仮土留め用の鋼矢板（以下，SP と記す）を用いた複合基礎形式である¹⁾。直接基礎よりも適用できる地盤条件が広く，高い支持力や耐震性を有している。

SP 基礎を建設する際には，直接基礎と同様，極限支持力を適切に評価することが重要である。そこで著者らは，地盤の終局限界状態を直接評価できる剛塑性有限要素法（RPFEM）に着目し，SP 基礎の支持力を評価するためのモデル化について検討してきた²⁾。しかし，数値実験による検証にとどまっており，模型実験等の比較による RPFEM の妥当性については検討していない。

そこで本研究では，アルミ棒積層体を用いた二次元模型実験とその再現解析を実施し，RPFEM の適用性について検討した結果を報告する。

2. 実験概要

本研究で用いた実験装置を Fig. 1 に示す。土槽には，長さ 150 mm のアルミ棒を幅 1000 mm，高さ 250 mm に積み上げたアルミ棒積層体を用いた。アルミ棒は直径 1.5 mm，2.0 mm，3.0 mm を重量比 1:1:1 で混合し，地盤を製作する際には，過度な突き固めは行わず，単位体積重量 γ は 21.2 kN/m³ 程度であった。Terzaghi の支持力公式から内部摩擦角を逆算した結果， $\phi = 27.8$ 度と推定された。

直接基礎模型（以下，基礎と記す）は，幅 $B = 100$ mm で，重量は約 24.3 N である。模型 SP は，SP の相似則として曲げ剛性 BL に着目し，III 型鋼矢板を想定した板厚 0.5 mm のばね用リン青銅板（C5210， $EI = 1.14 \times 10^5$ N・mm²）を用いた。抑え板を用いて，基礎側面に模型 SP をねじ止めすることで，SP 基礎を作製した。

荷重の載荷については，2 mm 径のワイヤーを用いて，基礎の前面と背面の変位がほぼ同一となるように載荷試験を行った³⁾。ワイヤーは，土槽下に取り付けた滑車を介してジャッキに取り付けた。ジャッキを変位制御により上昇させることで，引張力による載荷を行った。

変位の計測については，レーザー変位計を用いて基礎の鉛直変位を，ワイヤー式変位計を用いて基礎の水平変位を計測した。荷重を計測するために，基礎底面と左右側面の各面に，受圧板を介して二方向ロードセルを 2 個ずつ（計

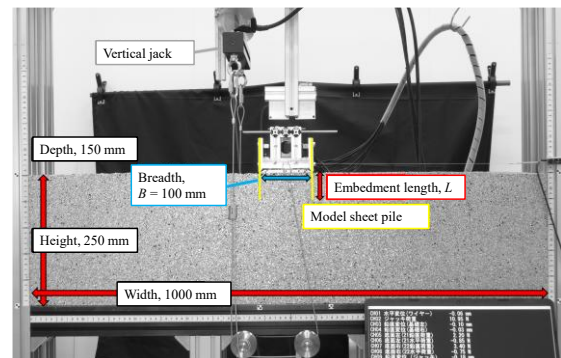


Fig. 1 Experimental apparatus.

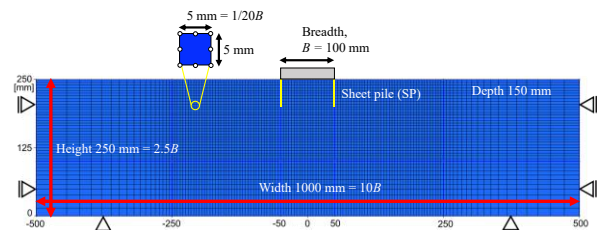


Fig. 2 Finite element mesh and boundary conditions.

6 個) 取り付けた。底面に設置したロードセルで基礎底面の地盤反力を，左右側面に設置したロードセルで SP の断面力を計測した。

3. 数値解析手法

剛塑性有限要素法（RPFEM）は，有限要素による空間離散化と極限定理に基づく最適化問題を組み合わせた，剛塑性境界値問題を解く数値解析手法である。材料を剛完全塑性体と仮定するため，必要な材料パラメータ（ c, ϕ, γ のみ）が少なく，終局限界状態（崩壊荷重と破壊モード）を直接求めることができる。

下界法に基づき RPFEM を定式化する。また，直接基礎と SP をモデル化するために，地盤メッシュの節点変位速度場に対して線形制約条件（2 点間の距離不変条件と 3 点間の曲率不変条件）を課した²⁾。さらに，SP の曲げ破壊を表現するために，曲率不変条件に対する変形拘束力につい

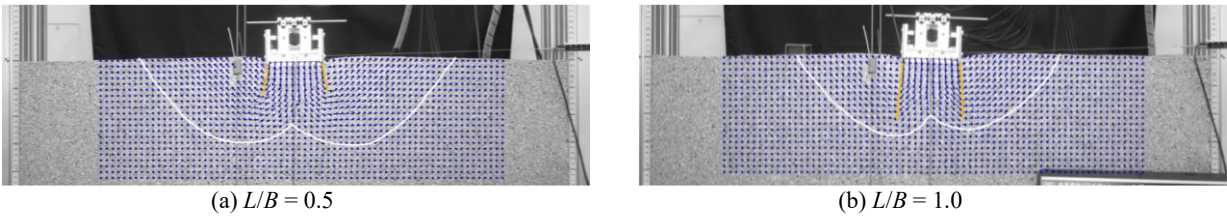


Fig. 4 Image analysis results.

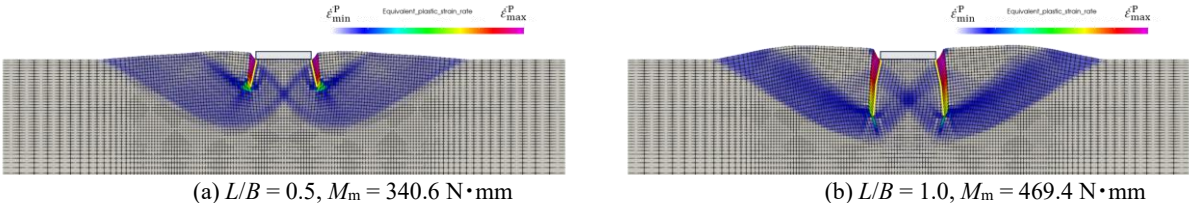


Fig. 5 Failure modes obtained from RPFEM (Both-sides weak layers).

Table 1 Ultimate bearing capacity.

Embedment ratio, L/B	RPFEM				Experimental
	Without weak layer, $M_m = \infty$	Without weak layer	One-sided weak layer	Both-sided weak layers	
0	191.6 N				160.0 N
0.5	551.8 N	391.7 N	358.6 N	341.7 N	353.2 N
1.0	858.3 N	530.3 N	420.7 N	350.9 N	383.9 N

て、両側不等式制約を与えた²⁾。以上より、RPFEM は以下の非線形最適化問題として表される。

Find $\max \alpha$ (1a)

s.t. $B^T \sigma = \alpha \Gamma_0 + \Gamma_c + D_d^T p + D_r^T q_r + D_s^T M_s + D_p^T q_p$ (1b)

$f(\sigma) \leq 0$ (1c)

$g(M_s) \leq 0$ (1d)

紙面幅の都合上、各変数の説明は割愛するが、式(1a)は荷重係数の最大化、式(1b)は空間離散化した力の釣合い式の弱形式、式(1c)は地盤の破壊条件、式(1d)はSPの曲げ破壊に関する制約条件を示す。

本研究で用いた3次元の有限要素メッシュ（節点数：39,920、要素数：5,576）と境界条件をFig. 2に示す。解析対象領域は模型実験と同じ寸法であり、奥行き方向の分割数は1である。奥行き方向を拘束することで、平面ひずみ条件で2次元解析を実施した。

地盤材料の破壊規準には、Drucker-Pragerモデルを使用し、材料パラメータは模型地盤に合わせて、 $c = 0.01 \text{ kN/m}^2$ 、 $\phi = 27.8^\circ$ 、 $\gamma = 21.2 \text{ kN/m}^3$ とした。SPの曲げ強度 M_m については、極限支持力時に側面ロードセルで計測されたSP上端（固定端）の曲げモーメントを与えた。また、SPと周辺地盤の間に生じるずれをモデル化するために、SP表面の要素の内部摩擦角の値を下げた弱層をSPの外側または両側に配置した。弱層における内部摩擦角は、アルミ板～アルミ棒間での摩擦角に相当する値として $\phi = 14^\circ$ を用いた。

4. 模型実験結果および数値解析結果

模型実験とRPFEMで得られた極限支持力をTable 1に示す。模型実験結果について、SPを用いることにより、直接基礎よりも大きな極限支持力が得られることが分かる。また、根入れ比の増加とともに極限支持力もわずかに増大する傾向が確認できる。

数値解析結果でも、SPを用いることで極限支持力が増大することが分かる。しかし、 $M_m = \infty$ で弱層を配置しない場合（地盤とSPは完全固着）は、極限支持力を過大に評価していることが分かる。一方、 M_m を考慮し、かつSP表面の弱層を配置することで、模型実験結果に近い極限支持力が得られたことが分かる。

画像解析結果をFig. 4に、RPFEMで求めた破壊モードをFig. 5にそれぞれ示す。画像解析結果より、 $L/B = 0.5$ では、SPが基礎端部を起点にハの字型に開くのに対し、 $L/B = 1.0$ では、根入れ深さ中央付近で、SPが開く様子が確認できる。この傾向は、RPFEMで求めた破壊モードにおいても確認できる。

以上より、SPの弾性的な変形が支配的なケースであっても、便宜的にSPを剛塑性体としてモデル化することで模型実験の再現ができたと言える。

5. おわりに

本研究では、SP基礎の支持性能を評価するための数値解析手法として、剛塑性有限要素法（RPFEM）に着目し、アルミ棒積層体を用いた模型実験の再現解析を行うことで、RPFEMの妥当性を検証した。その結果、RPFEMの枠組みでSPの曲げ強度および、SPと周辺地盤の間に生じるずれを弱層としてモデル化することで模型実験結果を再現できることを確認した。

参考文献

1) H. Nishioka: Development of sheet pile foundation. IPA News Letter, 2(4), pp. 13-16, 2017.
2) Y. Yamakuri et al.: Bearing capacity analysis of a shallow foundation with sheet piles under inclined loads by rigid-plastic finite element method, Proceedings of the 3rd International Conference on Press-in Engineering 2024, pp.233-241, 2024.
3) 山栗祐樹ら：偏心荷重を受ける斜面上直接基礎に関する二次元模型実験，土木学会論文集，Vol. 82, No. 15, 25-15020, 2026.

上下負荷面摩擦モデルを搭載する
動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）
Development of Dynamic Infinitesimal Deformation Elastic Finite Element Analysis
Incorporating Super/Subloading Surface Friction Model
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

安池 亮（名古屋大・工） 豊田 智大（名古屋大・工） 野田 利弘（名古屋大・工）
Ryo YASUIKE, Nagoya University
Tomohiro TOYODA, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: yasuike.ryo.z9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In this study, a dynamic deformation analysis considering boundary non-linearity was developed by incorporating the super/subloading surface friction model on a contact force boundary. The proposed analysis was applied to a compressional field of horizontally layered sediments. The results demonstrated capability to reproduce the non-uniform slip behavior along the décollement surface with the transient of contact force.

1. はじめに

固体変形解析における境界条件は、変位を既知とする Dirichlet 境界と荷重を既知とする Neumann 境界条件のいずれかが二者択一で与えられる場合が大半である。例えば、供試体の変形問題や支持力問題においても、物体間の接触面は固定条件（変位一定）、または摩擦なし条件／定応力条件（完全塑性すべり条件）が仮定されている。しかし、現実の接触面は、固着状態とすべり状態を連続的に遷移する「境界非線形性」を有しており、たとえ物体が微小変形弾性体であっても系全体では強非線形性を呈することとなる。著者らはこれまで地盤力学における自然堆積土の軟化現象と、静止摩擦力から動摩擦力への強度低下過程にアナロジーを見出し、Ozaki et al.¹⁾ の下負荷面摩擦モデルを拡張する形で新たな摩擦構成則（上下負荷面摩擦モデル）を開発してきた²⁾。本モデルは、静止摩擦係数が動摩擦係数より大きい状態を接触面の「構造」（凝着作用）としてモデル化し、その発展則によってすべり状態と固着状態の連続的遷移を表現している。すなわち、静止摩擦力から動摩擦力への強度低下を接触面の塑性すべりに伴う凝着の喪失として、動摩擦力から静止摩擦力への強度増加を時間経過に伴う凝着の回復としてそれぞれモデル化している。本稿では、同モデルを速度型動的微小変形弾性解析の境界条件として導入することで摩擦を考慮可能な解析手法を開発するとともに、同手法を水平堆積層の圧縮場に適用し、断層面（デコルマ面）上の非一様かつ過渡的なすべり現象を端的に捉えられることを示す。

2. 上下負荷面摩擦モデルを搭載した速度型動的微小変形弾性解析の要諦

本研究で用いた摩擦を考慮した速度型動的有限要素解析では、連続体の境界条件として新たに接触力境界を設定することで境界非線形性を考慮している (Fig. 1)。

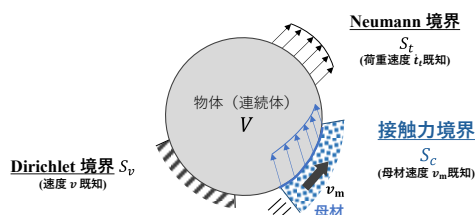


Fig. 1 Boundary condition considering contact force

本稿では、摩擦由来の境界非線形挙動のみに着目するため、本稿では物体の弾塑性（材料非線形）と有限変形（幾何学的非線形）を無視した動的微小変形弾性解析として定式化した。この場合、速度型運動方程式の弱形式は以下の通りである。

$$\int_V \rho \ddot{\mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{v} dV + \int_V \dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV = \int_V \dot{\mathbf{b}} \cdot \delta \mathbf{v} dV + \int_{S_t} \dot{\mathbf{t}}_t \cdot \delta \mathbf{v} dS + \int_{S_c} \dot{\mathbf{f}}_c \cdot \delta \mathbf{v} dS \quad (1)$$

ここに、 ρ は物体の密度、 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ は応力速度テンソル、 $\dot{\mathbf{b}}$ は単位体積あたりの物体力速度、 $\dot{\mathbf{t}}_t$ は既知の荷重速度、 $\dot{\mathbf{f}}_c$ は接触力境界上での接触応力速度を表している。 $\mathbf{v}$ は物体の変位速度、 $\delta \mathbf{v}$ は変位速度境界 S_v 上で $\delta \mathbf{v} = \mathbf{0}$ を満たす仮想変位速度、 $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ は仮想ひずみ速度である。本研究では式(1)の右辺第3項に対して、上下負荷面摩擦モデルを適用し、定式化を行った。同モデルの詳細は Toyoda et al.²⁾に譲るが、接触力境界面上の接触応力速度 $\{\dot{\mathbf{f}}_c\}$ は次式で記述できる。

$$\{\dot{\mathbf{f}}_c\} = \begin{cases} [\mathbf{C}^{ep}]\{\dot{\mathbf{v}}^N\} + \mathbf{C}^e\{\mathbf{t}\} & \cdots \text{Loading} \\ [\mathbf{C}^e]\{\dot{\mathbf{v}}^N\} & \cdots \text{Unloading} \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 $[\mathbf{C}^{ep}]$ 、 $[\mathbf{C}^e]$ 、 $\mathbf{C}^e$ は上下負荷面摩擦モデルに基づく接触力境界面上のマトリクスおよびスカラーであり、 $\{\mathbf{t}\}$ は接触力境界面上における接単位ベクトルである。また、接触力境界面上の節点相対すべり速度 $\{\dot{\mathbf{v}}^N\}$ は未知の物体変位速度 $\{\dot{\mathbf{v}}^N\}$ と既知の母材変位速度 $\{\dot{\mathbf{v}}_m^N\}$ を用いて、 $\{\dot{\mathbf{v}}^N\} = \{\dot{\mathbf{v}}^N\} - \{\dot{\mathbf{v}}_m^N\}$ と表される。したがって、式(1)を有限要素離散化した際の右辺第3項は次式で記述できる。

$$\int_{S_{c(e)}} \dot{\mathbf{f}}_c \cdot \delta \mathbf{v} dS = \begin{cases} \{\delta \dot{\mathbf{v}}^N\}^T \int_{S_{c(e)}} \left\{ \begin{array}{l} [\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^{ep}] [\tilde{\mathbf{N}}] \{\dot{\mathbf{v}}^N\} \\ -[\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^{ep}] [\tilde{\mathbf{N}}] \{\dot{\mathbf{v}}_m^N\} \\ + \mathbf{C}^e [\tilde{\mathbf{N}}]^T \{\mathbf{t}\} \end{array} \right\} dS \cdots \text{負荷} \\ \{\delta \dot{\mathbf{v}}^N\}^T \int_{S_{c(e)}} \left\{ \begin{array}{l} [\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^e] [\tilde{\mathbf{N}}] \{\dot{\mathbf{v}}^N\} \\ -[\tilde{\mathbf{N}}]^T [\mathbf{C}^e] [\tilde{\mathbf{N}}] \{\dot{\mathbf{v}}_m^N\} \end{array} \right\} dS \cdots \text{除荷} \end{cases} \quad (3)$$

$[\tilde{\mathbf{N}}]$ は有限要素法の形状関数マトリクスである。 $\delta \mathbf{v}$ の任意性を考慮し、アセンブリングすると、運動方程式の有限要素離散式は、次式で表現される。

$$\mathbf{M}\{\dot{\mathbf{v}}^N\} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_c)\{\mathbf{v}^N\} = \{\mathbf{f}^0\} + \{\mathbf{f}^c\} \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\{\mathbf{f}^0\}$ はそれぞれ縮約された全体質量マトリクス、全体剛性マトリクス、全体節点力速度ベクトルである。

また、 $K_c\{f^c\}$ は上下負荷面摩擦モデル（式(3)）に基づくマトリクス、荷重速度ベクトルである。さらに、式(4)を躍度（加加速度）の線形性を仮定した Wilson- θ 法³⁾により離散化し、陰的に状態更新を行う。接触応力および接触面の内部状態変数（構造の程度、過圧密比、負荷状態）は接触面上の Gauss 点で定義し、台形公式により陰的に時間積分することで、接触応力変動を接触面の状態変化とともに考慮可能な動的変形解析を実現している。

3. 圧縮作用を受ける水平堆積層のデコルマ面上での非一様なすべり伝播過程の再現解析（動的平面ひずみ解析）

Fig. 2 に示すように、沈み込み帯上に堆積したデコルマ面上の堆積物を幅 100m×高さ 10m の等方線形弾性体 (2m 四方の要素 50×5 の計 250 要素) でモデル化し、その左面を水平変位固定、右面を定応力境界、底面を接触力境界として、底面における一定の母材水平速度 $v_{m,x} = 10^{-4}$ m/s を与えた。接触面ははじめ固着状態にあるが、やがて左端からすべり領域が発生・右方へ進展してゆき、デコルマ面での非線形な剥離現象が解かれることとなる。右面に作用する定応力および底面における初期の接触応力は、Fig. 3 に示すような境界条件のもとで自重解析を行い決定した。物体および接触面の材料定数は既報²⁾ および既往研究⁴⁾ を一部参考に Table. 1 に示す値を用いた。また、本稿では端緒的に接触面における摩擦係数の変化のない条件としている点に留意されたい。

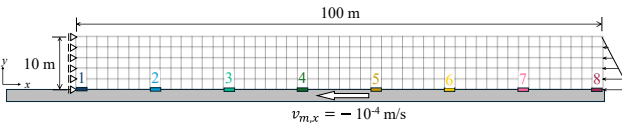


Fig. 2 Finite element mesh and boundary conditions

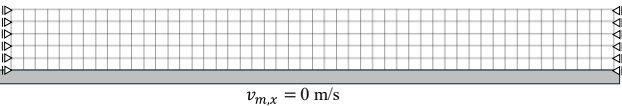


Fig. 3 Finite element mesh and boundary conditions (Deadweight analysis)

Table. 1 Parameters of the super/subloading surface friction model and elastic body

接触面の物性値	
静止摩擦係数 μ_s	0.4
動摩擦係数 μ_k	0.2
接線方向ペナルティ係数 α_t (kPa/m)	1000
法線方向ペナルティ係数 α_n (kPa/m)	1000
発展則パラメータ	
正規圧密度化指数 r	100
軟化速度を規定する材料定数 κ (1/m)	0
硬化速度を規定する材料定数 ξ (s)	0
弾性体パラメータ	
弾性係数 E (N/m ²)	1.0×10^6
ポアソン比 ν	0.3
密度 ρ (g/cm ³)	2.8

Fig. 2 に示した各接触力境界面上の摩擦力（接触応力水平成分の面積分値）の時刻歴を Fig. 4 に示す。ただし、縦軸が対数軸であることに留意されたい。この結果からまず、母材との相対変位の卓越する Segment 1 において、載荷後すぐに摩擦力が急増し、すべり状態となる（降伏する）ことが確認される。一方、接触力境界の左側（Segment 2~4）

では、40000s 付近まで物体の左側は一樣な圧縮変形を起こすことによって母材との相対変位の著しい Segment 2 から順に摩擦力が増加していく過程が解かれた。その後は、すべり領域が右方に進展することで、右側領域（Segment 5~8）でも摩擦力が非線形に増加していく過程が解かれた。以上のように、接触力境界を導入した本解析手法によって、境界非線形性に由来する接触応力の再配置や接触面上のすべり伝播過程が再現可能であることが確認された。

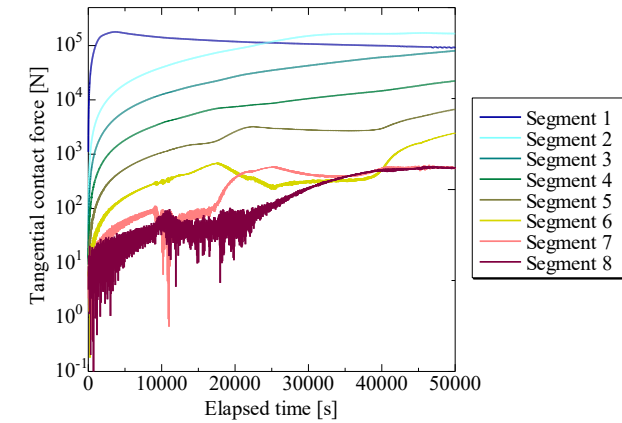


Fig.4 The time histories of the tangential contact force

4. おわりに

本研究では、境界非線形性を表現するために連続体の境界条件として接触力境界を新たに設け、そこに著者らが開発した上下負荷面摩擦モデルを適用した動的微小変形弾性解析を開発した。同手法を水平堆積層の圧縮場に適用したところ、端緒的に断層面（デコルマ面）上の端点からの非一様なすべり現象および接触応力の再配置過程が確認され、境界非線形由来の現象が再現された。今後は、材料非線形性、幾何的非線形性を考慮した動的な水～土連成有限変形解析を開発することで地盤と構造物の相互作用問題からデコルマ面上における複雑な地殻変動過程の理解に向けた研究を行っていく予定である。

謝辞

本研究は、科学研究費補助金（基盤研究(B)：課題番号 25K17682 および JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2125（東海国立大学機構メイク・ニュー・スタンダード次世代研究事業）の助成を受けた。

参考文献

- 1) S. Ozaki, K. Hashiguchi and D-H. Chen: Study on stability of stick-slip motion by the time-dependent constitutive equation for friction. Journal of applied mechanics, 10, pp. 445-455, 2007.
- 2) T. Toyoda, R. Yasuike and T. Noda: Super/sub-loading surface model for constitutive equation of friction, Tribology International, 191, 109080, 2024.
- 3) T. Noda, A. Asaoka and M. Nakano: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation incorporating the SYS Cam-clay model, Soils and foundations, 48(6), pp.771-790, 2008.
- 4) T. Morishita and D. Hayashi: Simulation of role of decollement slope and surface slope angles to the stress field in accretionary wedge, Bulletin of the College of Science. University of the Ryukyus, 76, pp.75-93, 2003.

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

■ 2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:40 | 会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (4)

座長: 岩井 裕正(京都大学)

16:10 ~ 16:25

[24016] 土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

*江城 静順¹、肥後 陽介¹ (1. 京都大学大学院工学研究科)

16:25 ~ 16:40

[24017] 模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

*菊池 彬大¹、山栗 祐樹²、西岡 英俊²、岡本 道孝³、井上 直史³、中島 悠介³、内藤 直人⁴ (1. 中央大学大学院、2. 中央大学、3. 鹿島建設（株）、4. 豊橋技術科学大学)

16:40 ~ 16:55

[24018] DEM計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察（シンポジウム講演概要）

*福元 豊¹、桐山 貴俊²、井戸口 将大¹、樺 真緒² (1. 岡山大学、2. 清水建設株式会社 技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[24019] 粒状体系に対するボンドベース型近接場動力学とインパルス接触動力学のハイブリッド計算手法（シンポジウム講演概要）

*李 広治¹、朱 凡²、松島 亘志¹ (1. 筑波大学、2. 京都大学)

17:10 ~ 17:25

[24020] MPMと極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

*野々山 栄人¹、宮田 喜寿¹ (1. 防衛大学校)

17:25 ~ 17:40

[24021] 拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

*中村 陽斗¹、菊本 統²、Previtali Marco³、Ciantia Matteo^{4,5}、崔 瑛¹ (1. 横浜国立大学、2. 京都大学、3. 西湖大学、4. Dundee大学、5. ミラノ・ビッコカ大学)

土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要） Effect of Kinematic Viscosity on Drainage Behavior in a Unit Structure Composed of Soil Particles (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

江城 静順（京大・工） 肥後 陽介（京大・工）

Shizuka ESHIRO, Kyoto University

Yosuke HIGO, Kyoto University

E-mail: eshiro.shizuka.72m@st.kyoto-u.ac.jp

The influence of kinematic viscosity on interfacial advancement is investigated in pore-scale two-phase flow simulations using the lattice Boltzmann method. Equilibrium saturation and gas-liquid interface were nearly identical even at higher viscosity. Interface tracking during drainage showed that increasing packing density changes the direction of air invasion from vertical to a more horizontal advance along the pore geometry.

1. はじめに

不飽和地盤の解析には保水性を数値モデルで表した水分保持曲線モデルが必要であることが多い。この水分保持曲線モデルには、広く一般に使われるものの保水性試験結果によるフィッティングが必要な経験的モデル(e. g., van Genuchten モデル)のほか、土粒子や間隙を簡単な幾何(例えば規則充填)で表現し、粒度分布などから保水性試験なしに水分保持曲線を推定する理論的モデル^{1),2)}がある。理論的モデルでは、あるサクションで各間隙から突発的な排水・吸水が生じるとし、そのサクションをモデル化することで、各間隙が飽和しているかどうかを分別してサクションと飽和度の関係を計算する。既往研究の排水・吸水サクションモデルは実際の排水・吸水挙動を観察してモデル化したものではなく、より精緻な理論的モデル構築には間隙スケールでの観察とそれに基づいたモデル化が必要である。

このような間隙スケールの排水・吸水を観察する手法として、格子ボルツマン法(LBM)がある。この手法は複雑な間隙形状をもつ多孔質媒体内の気液界面移動を比較的簡単に表現できるという利点を持つ。しかし、局所平衡に戻る速さを決め粘性などの散逸を設定する緩和モデルに、最も簡単に広く使われる BGK (Bhatnagar-Gross-Krook)モデルを用いると、動粘性係数を低く設定したときに数値的不安定性が顕在化しやすいという課題がある。

そこで本研究では、LBM (BGK モデル)を用いた間隙スケール二相流解析において、動粘性係数の設定が気液界面の進展挙動に与える影響を検討する。具体的には、動粘性係数を水よりも高く設定した条件でも、平衡状態が水と概ね同等の挙動を示すかを確認し、間隙内の排水・吸水サクションを議論する妥当性を評価する。さらに、異なる密度における単位構造内の排水挙動を再現し、間隙内での界面進展を追跡することで、間隙スケールの排水・吸水挙動の理解に資する知見を得ることを目的とする。

2. 数値解析手法

本研究では、気液界面の進展と固体表面の濡れ性を非平衡熱力学の理論に基づいて統一的に表現可能な phase-field 型二相 LBM を用いて単位構造内の排水挙動を再現する。支配方程式には連続式、Navier-Stokes 方程式、保存型 Allen-Cahn 方程式の3つを用い、Younes et al. (2022)³⁾を参考に3次元19方向に離散化し、以下の2つの格子ボルツマン方程式を用いて計算を行った。

$$f_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k, t + 1) = f_k(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_f} (f_k(\mathbf{x}, t) - f_k^{eq}(\mathbf{x}, t)) + F_k \quad (1)$$

$$g_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k, t + 1) = g_k(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_g} (g_k(\mathbf{x}, t) - g_k^{eq}(\mathbf{x}, t)) + G_k \quad (2)$$

ここで、 f_k, g_k : 分布関数、 f_k^{eq}, g_k^{eq} : 平衡分布関数、 $\mathbf{x}$: 座標、 $\mathbf{c}_k$: 粒子速度、 t : 時刻、 $\tau_f = \tau_g = 1$: 緩和時間である。各項は以下のように計算される。

$$f_k^{eq}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} 3p(\omega_k - 1) + \rho\omega_k \left[3\mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u} + \frac{9(\mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u})^2}{2} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2} \right] & (k = 0) \\ 3p\omega_k + \rho\omega_k \left[3\mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u} + \frac{9(\mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u})^2}{2} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2} \right] & (k \neq 0) \end{cases} \quad (3)$$

$$g_k^{eq}(\mathbf{x}, t) = \omega_k \phi (1 + 3\mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u}) \quad (4)$$

$$F_k = \left(1 - \frac{1}{2\tau_f} \right) \omega_k (3\mathbf{c}_k \cdot (\mu_\phi \nabla \phi + \mathbf{G}) + 3(\rho_l - \rho_g) \mathbf{u} \nabla \phi : \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k) \quad (5)$$

$$G_k = \left(1 - \frac{1}{2\tau_g} \right) \omega_k \mathbf{c}_k \cdot \left(3\partial_t(\phi \mathbf{u}) + \frac{4\phi(1-\phi)}{W} \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (6)$$

ここで ω_k : 重み係数、 p : 圧力、 $\mathbf{u}$: 流速、 ϕ : オーダーパラメータ、 μ_ϕ : 化学ポテンシャル、 $\mathbf{G}$: 体積力、 W : 界面幅、 ρ_l, ρ_g : 液体・気体の密度である。ここでは $W = 5$ とした。

本研究では、境界条件として固体壁にハーフウェイバンスボックススキームと濡れ性境界条件、計算領域の境界に周期境界条件と圧力境界を用いる。ハーフウェイバンスボックススキームと濡れ性境界条件、周期境界条件は Younes et al. (2022)³⁾の定式化を用い、圧力境界は LBM で広く用いられる Guo et al. (2002)⁴⁾の定式化を導入した。解析モデルには Fig. 1 に示す菱面体構造を用い、間隙が飽和した状態から底面液相の圧力水頭を 200 万ステップごとに粒子半径分低下させることで排水挙動を再現した。上面は 0 kPa の圧力で維持した。

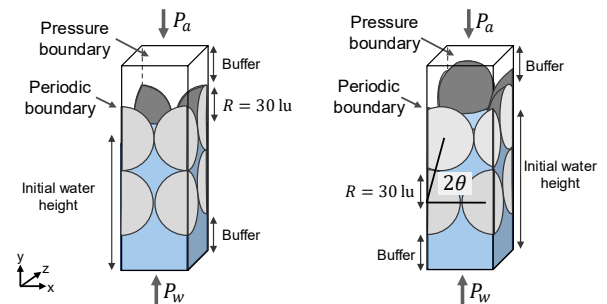


Fig. 1 Simulation model

3. 排水挙動と動粘性係数の影響

動粘性係数はせん断に対する抵抗を特徴づけるものであり、理論上平衡状態における挙動には影響しない。したがって、十分平衡まで待てば、動粘性係数を変化させても本質的に同じ平衡界面が得られると考えられる。そこで、Table 1 に示す 6 つのケースを $2\theta = 90^\circ$ の菱面体構造（単純立方構造）のモデルで解析し、動粘性係数と平衡待機時間が排水挙動に与える影響を調べる。ここで、 ν_w は 20°C における水の動粘性係数である。

Table 1: Number of steps per one pressure stage and kinematic viscosity in each case

Case	1	2	3	4	5	6
Steps/pressure stage	1000000			2000000		
Kinematic viscosity ($\times \nu_w$)	914	548	365	914	548	365

Fig. 2 に各圧力段階で与えた底面圧力と、その最終ステップにおける飽和度の関係を示す。ここで飽和度は計算領域内での液相ノード数と流体相ノード数の比で定義される。最初の 5 段階目まではどのケースもほぼ同じ飽和度であり、十分平衡に至っていると考えられる。6 段階目－8 段階目の飽和度が急激に低下する段階ではケースごとに飽和度に違いがあり、動粘性係数が高く、圧力段階ごとの時間ステップ数が少ないケースほど飽和度が高くなっている。これは、突発的な排水に対して挙動が非平衡になっていることを示している。したがって、十分平衡に至っている状況では動粘性係数は飽和度には影響せず、急激に排水が生じる直前の平衡時の圧力や気液界面形状を取得することで、理論的モデルで重要な排水サクションを議論できる可能性が示唆される。

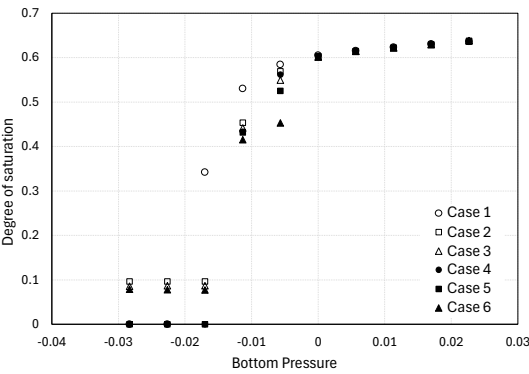


Fig. 2 Relationship between the bottom pressure and the degree of saturation with different kinematic viscosities and number of steps per pressure stage

4. 突発排水中の気液界面の進展

Fig. 3 に $z=35$ の断面における気液界面の進展状況を示す。本検討では単位構造角を $2\theta = 70^\circ, 90^\circ$ 、動粘性係数を $\nu = 914\nu_w, 365\nu_w$ とそれぞれ変化させた 4 ケースを比較する。

まず、 θ が同じで動粘性係数が異なるケースを比較すると、各色の曲線形状はほぼ一致しており、界面の形状については動粘性係数がほとんど影響しないことが分かる。一方で各色の曲線の時刻は異なっており、特に突発的な排水が生じている間の界面進展速度は動粘性係数が小さい方が大きいことが分かる。

次に動粘性係数が同じで単位構造角 θ が異なるケースを比較すると、 $2\theta = 90^\circ$ の構造では気液界面の進展が常に鉛直方向であるのに対し、 $2\theta = 70^\circ$ の構造では初め鉛直下向きに界面が進展しているものの、徐々にその向きが水平方向に変化している。これは $2\theta = 70^\circ$ の単位構造では $2\theta = 90^\circ$ の単位構造とは粒子配置が異なっており、間隙の形状に沿って気液界面が進展しているためと考えられる。

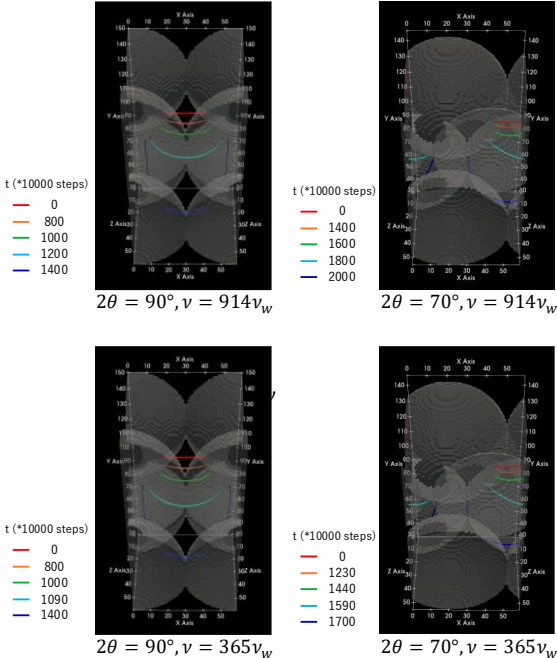


Fig. 3 Air-water interface advancement during drainage

5. 結論

本研究では、LBM (BGK モデル) を用いた間隙スケール二相流解析において、動粘性係数を変化させて排水挙動を観察した。その結果、動粘性係数によらず平衡時はほぼ同じ挙動・気液界面を示すことが分かった。さらに異なる密度の単位構造内の排水挙動を再現し、間隙内での気液界面の進展を観察することで、菱面体構造の密度が大きくなると界面進展方向が間隙形状に沿って鉛直下向きから水平向きに変化することが分かった。

以上の知見は、理論的水分保持曲線モデルの構築に向けた排水・吸水挙動の理解においては、数値解析の安定性を重視した高粘性条件でも議論が可能であることを示唆している。また、本モデルは異なる間隙での排水・吸水挙動を再現可能であり、理論的モデルにおいて重要な突発的な排水・吸水サクションを定量評価しうることが示された。

今後は様々な密度・粒径の単位構造について排水・吸水が生じるサクションを取得することで、理論的水分保持曲線モデルの改良を目指す

参考文献

1) Alves, R. D., et al.: *Computers and Geotechnics*, **127**, 2020.
2) Likos, W. J. and Jaafar, R.: *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, **139**(5), 724-737, 2013.
3) Younes, N., et al.: *Powder Technology*, **411**, 117942, 2022.
4) Guo, Z.-L., et al.: *Chinese Physics*, **11**(4), 366, 2002.

模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要） Assessment of Lateral Earth Pressure Distribution of a Self-Supporting Earth Retaining Work Using Model Experiments and the DEM Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

菊池 彬大（中央大大学院・理工） 山栗 祐樹 西岡 英俊（中央大・社会理工）
岡本 道孝 井上 直史 中島 悠介（鹿島建設）
内藤 直人（豊橋技科大・建築都市システム学系）
Akihiro KIKUCHI, Chuo University Graduate School
Yuki YAMAKURI and Hidetoshi NISHIOKA, Chuo University
Michitaka OKAMOTO, Naoshi INOUE and Yusuke NAKAJIMA, Kajima Corporation
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
E-mail: yyamakuri340@g.chuo-u.ac.jp

Previous two-dimensional model excavation experiments using aluminium rod model ground, which can simulate granular material behaviour in 2D, were unable to evaluate lateral earth pressure distribution. This study therefore combined such experiments with the two-dimensional Distinct Element Method (DEM) to achieve continuous and high-accuracy assessment of lateral pressure distribution. In this study, the measured displacement of the model retaining wall from model experiment were applied as a forced displacement in the DEM analysis. The results confirmed that this approach can be used to evaluate the continuous lateral pressure distribution on both sides of a deflecting retaining wall with highly accurate ground deformation distribution.

1. はじめに

掘削土留め工の掘削面及び背面の各側圧の連続的な分布状況は、一般的には離散的に配置された土圧計及びひずみ計の測定結果を逆解析して推定される。しかしながら、土留め壁のたわみに伴って土圧計の設置条件が変化すること等起因した測定誤差が生じるため、実現場だけでなく模型実験であっても側圧分布を高精度に推定することが難しいのが現状である。掘削土留め工の側圧の高精度な評価技術の確立は、土留め工の変形メカニズムを理解する上での応用力学上の重要な課題の一つである。

これまで自立式土留め工に関する2次元模型実験として、粒状体の挙動を2次元的に模擬できるアルミ棒積層地盤での模型掘削実験¹⁾が実施されているが、側圧分布を評価することはできていなかった。そこで本報では2次元個別要素法を組み合わせることで、連続的かつ高精度な側圧分布の評価を試みた結果について報告する。

2. アルミ棒積層地盤での模型掘削実験の概要と結果

既往研究¹⁾と同様に2次元模型掘削実験（Fig. 1）を行った。模型地盤は、直径1.5, 2.0, 3.0 mmのアルミ棒（長さ150mm）を重量比1:1:1で混合して向きを揃えて積み重ねた幅1000 mm、深さ300 mmのアルミ棒積層地盤（単位体積重量21.5 kN/m³）である。

模型土留め壁には、弾性変形を示す土槽奥行方向の幅150 mm、厚さ1.0 mmのアルミ合金板（A5052、ヤング率 $E = 70$ GPa）を使用し、初期根入れ長 $L_0 = 250$ mmとした。また、模型土留め壁には画像解析により掘削時の変位量を高精度に測定するための標点を約10 mm間隔で設置した。土留め壁前面側のアルミ棒を深さ約5 mmずつ取り出すことで段階的な掘削作業を模擬し、掘削段階毎に写真撮影を行って模型土留め壁の変位を求めた。

掘削深さと掘削前の地表面高さ位置での模型土留め壁の水平変位 δ の関係をFig. 2に示し、掘削深さ $H \approx 30, 60, 90, 120$ mmの各時点での模型土留め壁の水平変位 δ の深度分布をスプライン近似した結果をFig. 3に示す。

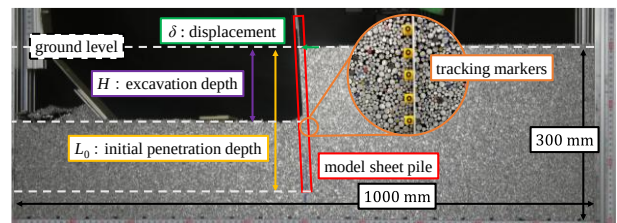


Fig. 1 Excavation experiment using aluminium rods

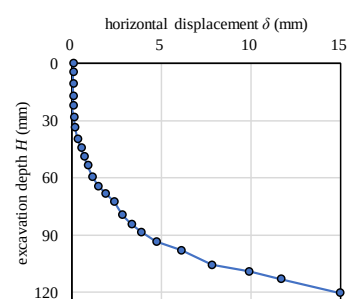


Fig. 2 Excavation-displacement relationship

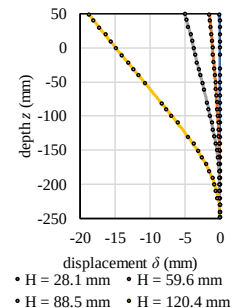


Fig. 3 Displacement distribution

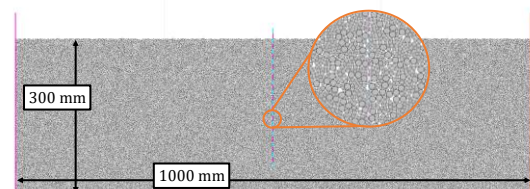


Fig. 4 Model ground in DEM analysis

3. DEM 土圧計測解析の概要

Itasca 社製 PFC2D ver7.0 を用いた個別要素法での解析では、Fig. 4 に示すように掘削模型実験を粒径と粒径分布も含めて同一寸法で直接模擬することとした。アルミ棒のモデル化には、要素の回転運動に対する抵抗力が考慮可能な Rolling Resistance Linear Model を採用し、アルミ棒の安息角試験で同定したパラメータ²⁾を用いた（Table 1）。模型土留め壁は10 mm 間隔で分割した壁要素で模擬し、側圧の抽出

を容易にするために微小 (0.02 mm) 間隔で 2 枚の壁要素を配置した。粒子-壁間のパラメータは、アルミ棒の擁壁土圧実験の再現解析³⁾と同じ値を用いた。

粒子パッキングは、自由落下により行った。パッキング時は粒子-壁間摩擦係数 μ を 0.0 に、粒子間摩擦係数 μ と転がり摩擦係数 μ_r を 0.06 に設定することで、模型実験と同一の単位体積重量 21.5 kN/m³ が得られた。粒子降下後、地盤高さ 300 mm を上回る粒子を削除し、粒子間及び粒子-壁間の各摩擦係数を Table. 1 の値に設定した。最終的な粒子数は計 84831 個である。

本解析では、掘削深さ $H \approx 120$ mm までの土留め壁挙動を再現するため、掘削深さ $H \approx 30, 60, 90, 120$ mm の 4 段階で掘削状況を再現した。具体的には、各段階で掘削面側から地盤粒子を削除した後に、模型実験で求めた模型土留め壁の変位 (Fig. 3 のスプライン近似結果) に一致するように壁要素を強制的に 10 秒間で変位させ、5 秒間静止させた後に次の掘削段階の解析に移行した。

側圧分布は、各壁要素 (長さ 10 mm) 単位で法線方向の粒子反力を集計し、各面積で除して単位面積当たりの地盤反力度として算出した。ただし、本解析では壁要素を強制変位させる力に対するつり合いを取っていないため、壁要素全体での剛体つり合いが取れた側圧分布となるように補正した。具体的には、地表面からの深さ z (掘削面側では掘削底面からの深さ) の 2 次関数として補正土圧 $p_c = az^2 + bz$ を仮定し、補正土圧を含めた両面の全壁要素の粒子反力の合計及び粒子反力による模型土留め壁下端回りのモーメントの合計の二乗和がゼロになるように、最小二乗法で係数

a, b を求めた。また、窓長が概ね土留め壁の特性長 $1/\beta \approx 70$ mm となる 7 点の移動窓を用い、5 次多項式による Savitzky-Golay 法で平滑化した。

4. DEM 解析結果 (掘削深さ 120 mm 時)

DEM 解析で得られた各粒子の変位コンター図と、模型実験で画像解析 (DIC 法) により得られた地盤の変位コンター図の比較結果を Fig. 5 に示す。個別要素法が模型実験での地盤変位分布を精度よく再現できていることがわかる。

個別要素法で得られた側圧分布 (補正後の地盤反力度分布) を Fig. 6 に示す。また、同図中には、トンネル標準示方書での転倒照査に用いられる側圧分布⁴⁾を破線で示している。このトンネル標準示方書の側圧分布は、土留め壁根入れ部の途中で主働土圧と受働土圧が反転して作用する状態を仮定したものであり、アルミ棒積層体での擁壁土圧実験で実測された土圧係数 ($K_a = 0.36, K_p = 3.14$)¹⁾を用いて算定している。

個別要素法で得られた側圧分布は、定性的にはトンネル標準示方書と同様の傾向 (背面側は主働土圧、掘削面側は受働土圧となり、途中で反転する) となることが確認できる。ただし、掘削面側では土圧の反転が GL-200 mm 付近から生じていることや、背面側では GL-170~210 mm 付近で土圧がほぼゼロとなっているなど、比較的深部でトンネル標準示方書での仮定との乖離が見られた。これらは同示方書では土留め壁を剛体と仮定として側圧分布を求めているのに対して、本実験では実際に模型土留め壁のたわみが生じているためと考えられる。

5. おわりに

本報では、アルミ棒積層地盤での模型掘削実験の個別要素法による土圧計測解析として、模型実験で取得した模型土留め壁の変位を強制変位として与えることで、地盤変位分布を精度よく再現できるとともに、たわみ変形が生じた土留め壁両側の連続的な側圧分布が評価可能であることを確認した。

なお、本解析 (粒子パッキングと掘削 4 段階) の計算時間は、4.2GHz・24 コア・48 スレッド・64GB メモリの PC で約 1 日を要しており、模型実験の準備・実施時間よりも解析時間の方が長くなった。両者を相互に補完的に実施することで、より信頼性が高い多くの情報を把握することが可能になると考えられる。

現在、著者らの研究グループでは、二重土留め工法の開発と設計手法の合理化に取り組んでおり、模型実験と個別要素法による土圧計測解析を組み合わせた本技術を活用して、その変形メカニズムの解明に役立てていきたい。

参考文献

1) 西岡英俊, 松本尚也, 福田文香, 小野慶一郎: 壁体剛性の高い自立式土留め工の崩壊を模擬した模型掘削実験と合理的な根入れ長の簡易算定法の提案, 地盤工学ジャーナル, Vol.17, No.3, pp.401-420, 2022.
2) 亀ヶ谷江梨, 西岡英俊, 山栗祐樹: 安息角の密度依存性に着目した 2 次元個別要素法に用いる粒子間摩擦係数と転がり摩擦係数の決定法, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, 25-15022, 2026.
3) 牧野聖, 高橋広大, 山栗祐樹, 西岡英俊: 一体橋梁温度伸縮に伴う土圧増加現象の再現解析 (シンポジウム講演概要), 第 27 回応用力学シンポジウム, 23006-11-01, 2024.
4) 土木学会: トンネル標準示方書 [開削工法編]・同解説, p.362, 2016.

Table. 1 Parameters for earth pressure measurement analysis

parameters	value	
	ball-ball	ball-wall
density ρ	2650 kg/m ³	
normal stiffness k_n	1.0×10^7 N/m	
shear stiffness k_s	2.5×10^6 N/m	
friction coefficient μ	0.464	0.25
rolling friction coefficient μ_r	0.169	0.20
viscous damping coefficient h	0.20	

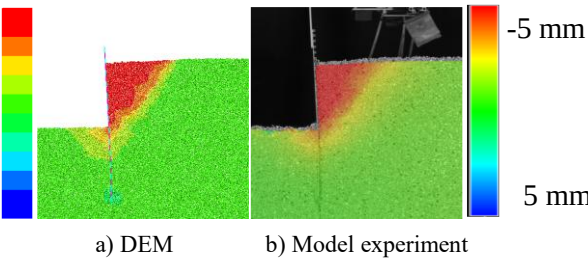


Fig. 5 Distribution of horizontal displacement (Positive: right direction)

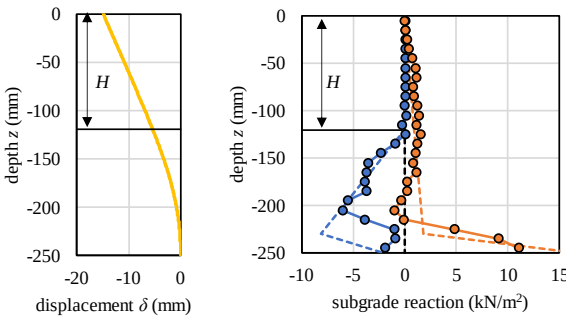


Fig. 6 Distribution of subgrade reaction

DEM 計算による杭底杭引き時の地盤変形挙動の観察 (シンポジウム講演概要)

Observation of soil deformation behavior during pullout of belled piles by using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福元 豊 (岡山大) 桐山貴俊 (清水建設株式会社 技術研究所) 井戸口将大 (岡山大)
 樺 真緒 (清水建設株式会社 技術研究所)
 Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
 Takatoshi KIRIYAMA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
 Shota IDOGUCHI, Okayama University
 Mao KAMBA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
 E-mail: yutakafukumoto@okayama-u.ac.jp

During the pullout of piles, specific areas of the soil surrounding the foundation of the pile form resistance zones that resist external forces in the vertical direction. Understanding the mechanism behind the formation of these zones is important for practical applications in the construction process. This study focused on belled piles and used DEM (discrete element method) simulations to evaluate these zones. Prior to the numerical analysis, centrifugal model tests were conducted to provide detailed information on the resistance zones in sandy soil when the edged shapes of belled piles were varied. This report discusses an investigative approach that combines high-resolution, two-dimensional DEM simulations with centrifuge model experiments.

1. はじめに

杭基礎の引抜き抵抗は、地震や暴風時に生じる建物のロッキング、地下および海洋構造物に作用する浮力、さらに膨張土による押し上げ力など、鉛直上向きに作用する外力に対して重要な抵抗機構となる。杭が引き抜かれる際には、杭周辺地盤の特定領域が抵抗土塊を形成し、引抜き方向の外力に抵抗するが、この地盤抵抗領域の発現機構を理解することは実務上極めて重要である。

本研究では、とくに杭底杭に着目し、地盤抵抗領域を評価するための DEM 計算を実施した。数値計算に先立って実施されたアルミ棒積層体実験¹⁾および遠心模型実験^{2,3)}では、杭底比を変化させた際の地盤抵抗領域に関する詳細な知見が得られている。これらの実験結果を踏まえ、高解像度 2 次元 DEM 計算と模型実験を組み合わせた検討方法について考察した。

2. 2 次元 DEM による実験の再現計算

今回参照する遠心模型実験^{2,3)}は、杭先端深度における遠心加速度 60G 場で実施された。装置概要を模型寸(換算寸)で示すと、模型杭は軸幅 2cm (1.2m)、杭底幅 5cm (3m) である。杭底角度 (α) は 10, 20, 30, 45, 90 度を用いた。模型杭は側方から観察するため、Fig. 1 のように半断面に切断されている。杭先端の抵抗力に着目するため軸部はテフロンシートで被覆し摩擦を除去し、場所打ち杭を想定するため、杭底部には豊浦砂 ($D_{50}=0.2\text{mm}$) が貼り付けられている。地盤部の条件は、乾燥豊浦砂であり、目標相対密度は 90% ($\rho_r=1.63\text{ g/cm}^3$) 以上として作成された。

DEM による再現計算では、換算寸を使用した。Fig. 2 において、粒子が堆積した地盤部は横 30m、地盤層厚 18m である。用いた DEM 粒子は円形で平均粒径は 12mm で、粒子数は約 400 万である。これは、遠心模型実験の土槽を側面から観察したときの粒径の大きさが一致する条件である。この他、平均粒径 25mm (粒子数 100 万)、平均粒径 55mm (粒子数 20 万) の条件でも検討した。今回は、杭底角度が 90 度の場合の結果を報告する。杭底杭は複数の線分要素で構成され、これらの線分要素を鉛直上向きに一定速度で制御することで引抜き計算を実施した。DEM の接触計算で

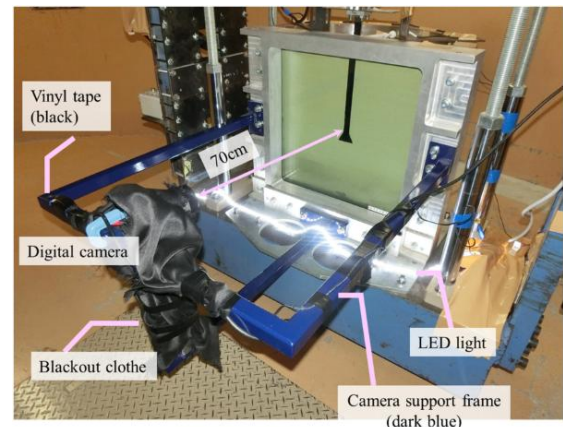


Fig.1 Centrifuge model test for pullout of belled piles with 60G^{2,3)}

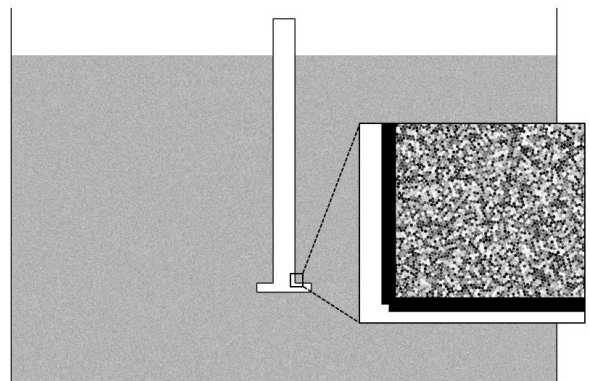


Fig.2 Initial configuration of 2-D DEM simulation with 4 million circular particles

は、通常の滑り摩擦の計算に加えて、砂粒子の形状に起因する回転抵抗を表現するための転がり摩擦⁴⁾も考慮した。引抜き距離は 1m, 粒子数 400 万の場合の計算ステップ数は 2×10^7 であり, A100 GPU を用いて計算を実行した⁵⁾。

3. 再現計算の結果

Fig. 3 では、各粒子数の条件における、引抜き距離に対する引抜き抵抗力の変化を示した。グラフの横軸は、引抜き距離 D を有効拡底幅 (拡底幅と軸幅の差) b で除した値である。グラフの縦軸の引抜き抵抗力 Q は、拡底部に作用する鉛直方向力を合計することで求めた。得られた Q - D/b 曲線は、遠心模型実験^{2,3)}よりもアルミ棒積層体実験¹⁾の結果に近くなった。また、粒子数が多い条件ほど、 $D/b=0.1$ 付近における Q の最大値が小さくなり、計算中の Q の変動幅も小さくなる傾向が見られた。

Fig. 4 は、 $D/b = 0.13$ (引抜き距離 0.25m) の時点における杭先端周辺の粒子変位分布図である。Fig. 4 (a)は水平変位、Fig. 4 (b)は鉛直変位を示している。水平変位の分布からは、拡径部の先端を起点として斜め鉛直上方に地盤変形が生じている様子が確認できた。鉛直変位の分布からは、拡径部の近傍で最も大きな変位が見られ、地表面に向かう広い範囲で地盤変形が生じていることがわかる。このような 2 つの変形モードは、1G 場におけるリブ付き補強材の引抜き挙動を X 線 CT 観察した研究⁶⁾においても確認されている。

次に、実験との比較について述べる。遠心模型実験^{2,3)}で砂粒子に大きな変位が生じた範囲は杭先端の周辺に限定されており、DEM 計算結果での変形範囲よりも小さい傾向を示した。一方で、2 次元的な変形挙動が計測されるアルミ棒積層体実験¹⁾と比較すると、Fig. 4 (b)の鉛直変位分布は良好な一致を示した。今回の計算結果では、杭の下部領域においてリバウンドによる変形領域が確認されたが、この点は実験では見られず、今後の改善が必要である。

最後に、Fig. 5 は Fig. 4 の結果を基に作成したせん断ひずみ分布図である。せん断ひずみの算出には、Hori and Sakaguchi⁷⁾の方法を用いた。遠心模型実験^{2,3)}の画像解析では、複数の輪郭が重なり合うような分布が得られたが、Fig. 5 ではそのような特徴は明確に確認されなかった。

4. おわりに

遠心模型実験の断面における粒径スケールと一致する高解像度条件にて、2 次元 DEM による再現計算を実施した。本報告で示した結果に加えて、拡径角度、初期間隙比、引抜き速度を変化させた検討も行っている。これらの計算結果を踏まえ、今後は 3 次元での再現計算を実施することで、今回明らかになった問題点の検証を進めていく予定である。

参考文献

- 1) 桐山 貴俊, 大竹 浩太, 赤木 寛一: 拡底杭引抜き時における低拘束圧地盤の変形挙動—実験および数値解析—, 土木学会論文集 A2, 76(2), I_269-I_278, 2020.
- 2) 桐山貴俊, 周友昊, 浅香美治: 画像相関法を用いた拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察, 第 58 回地盤工学研究発表会, 12-9-3-05, 2023.
- 3) 桐山貴俊, 周友昊, 浅香美治: 異なる拡底比を有する拡底杭引抜き時の地盤抵抗領域の観察, 2023 年度日本建築学会大会, 20208, 415-416, 2023.
- 4) Y. Fukumoto, H. Sakaguchi, A. Murakami: The role of rolling friction in granular packing, Granular Matter, 15, 175-182, 2013.

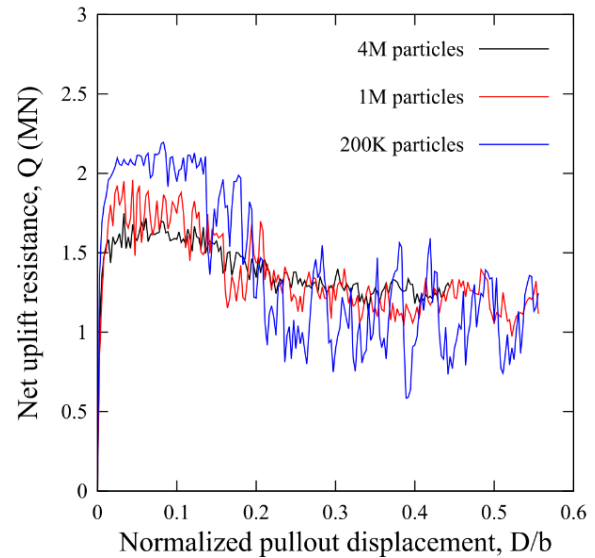


Fig.3 Uplift resistance, Q (MN) vs. Normalized pullout displacement, D/b

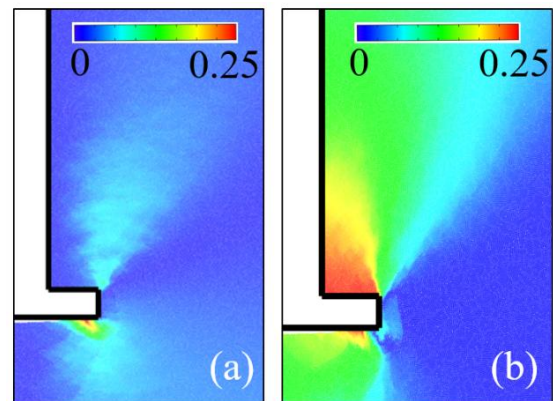


Fig.4 Distributions of particle displacement in case of 4M particles. (a) Horizontal and (b) Vertical directions

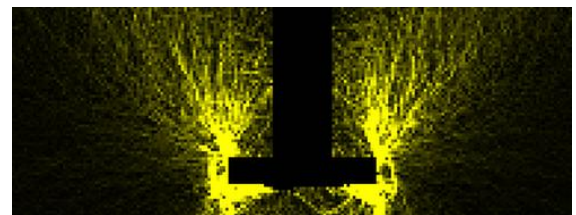


Fig.5 Distribution of shear strain in case of 4M particles.

- 5) 福元 豊, 西浦泰介: DEM の高速化, 地盤工学会誌 (技術手帳), 70(1), 62-65, 2022.
- 6) R. Kido, Y. Sawamura, K. Kimura, M. Kimura: Investigation of soil deformation characteristics during pullout of a ribbed reinforcement using X-ray micro CT, Soils and Foundations, 61(3), 642-657, 2021.
- 7) T. Hori and H. Sakaguchi: Mechanism of décollement formation in subduction zones. Geophysical Journal International, 187(3), 1089-1100, 2011.

A hybrid computational method: coupling bond-based peridynamics with impulse contact dynamics for granular systems

(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Guangzhi Li, Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba
 Fan Zhu, Department of Urban Management, Kyoto University
 Takashi Matsushima, Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba
 E-mail: s2530209@u.tsukuba.ac.jp

Efficient simulation of crushing in granular systems remains challenging due to the high cost of resolving internal crushing and evolving contact topology. This study proposes a hybrid computational method coupling a bond-based peridynamics solver with impulse-based contact dynamics. A virtual mass scaling strategy improves stability during rapid bond rupture. A system state transition framework manages grain motion, reconstruction, and identity across crushing events. A boundary transformation scheme converts contact forces into equivalent radial loading for peridynamics computation. Together, these components enable efficient and physically consistent granular crushing simulation.

1. Introduction

Granular systems are widely encountered in natural and engineered environments, where grain crushing governs macroscopic mechanical behaviors. Crushing alters contact topology and force transmission pathways, making it difficult to accurately capture the transition from intact grains to crushing fragments and the evolution of contact interactions. While contact dynamics methods efficiently resolve rigid-body interactions, modeling grain crushing requires physically consistent continuum-based formulations to capture internal fracture processes.

Peridynamics, introduced by Silling¹⁾ as a nonlocal continuum mechanics formulation, provides a natural framework for modeling crushing initiation and propagation without requiring predefined crack paths. The development of open-source implementations, such as Peridigm, has enabled systematic investigation of crushing behaviors in a wide range of materials. However, despite its strong theoretical foundation, peridynamics has not been widely adopted for large-scale granular systems, primarily due to its substantial computational cost. Even in coupled frameworks that integrate peridynamics with rigid-body dynamics engines, such as the coupling between Peridigm and Chrono²⁾, the computational expense associated with resolving internal fracture within individual grains remains a significant bottleneck, limiting its applicability to large granular systems.

To overcome this limitation, this work proposes a hybrid computational method coupling bond-based peridynamics with impulse contact dynamics for granular systems. Instead of relying on general-purpose peridynamics solvers, a specialized bond-based peridynamics solver is developed to resolve crushing behaviors at the individual grain level. The solver is designed with a highly parallel and computationally efficient structure, tailored specifically for grain-scale crushing simulation within large granular systems. In addition, the contact dynamics formulation is extended to explicitly incorporate the transition from parent grains to child grains, enabling consistent tracking of crushing-induced topology changes and contact interactions. The resulting hybrid framework enables efficient and physically consistent simulation of grain crushing and post-fracture contact dynamics, providing a scalable computational approach for large scale granular systems.

2. Computational Methods

2.1. Bond-based peridynamics

Bond-based peridynamics describes the motion of a material point through pairwise force interactions within a finite horizon. The governing equation of motion is expressed as:

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) = \int_{H_x} f[u(x') - u(x), (x' - x)] dV_{x'} + b(x, t) \quad (1)$$

Where $\rho(x)$ is the mass density of the material point, $\ddot{u}$ is the acceleration of the material point, f is the bond force in horizon H_x , u is deformed relative displacement, and b is body force.

However, Rapid bond rupture during dynamic fragmentation may produce excessive acceleration due to sudden force imbalance, leading to unstable velocity growth and nonphysical bond breakage cascades under explicit integration. This issue is particularly critical in grain crushing, where high bond stiffness and abrupt topology changes amplify inertial effects. To ensure numerical stability while preserving the original bond-based force formulation, a virtual mass scaling strategy is introduced in the velocity update:

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{f_t}{m_p + \alpha m_p} \Delta t \quad (2)$$

Where f_t is the resultant peridynamics force, m is the mass of material point, and α is a stabilization coefficient. This approach locally increases the effective inertia of material points during rapid bond failure events, suppressing excessive velocity increments while maintaining physically consistent crushing evolution.

2.2. Impulse contact dynamics

After bond breakage, child grains are treated as discrete rigid bodies whose interactions are governed by impulse-based contact dynamics. Instead of resolving contact forces through continuous force integration, this approach updates the velocity of each body directly using contact impulses, ensuring robust handling of collision and separation. The velocity update is expressed as:

$$v_{t+\Delta t} = v_t + \frac{J}{m_c} \quad (3)$$

Where J is the contact impulse and m_c is the mass of the rigid body. This formulation ensures momentum conservation and stable contact resolution, even under highly dynamic crushing conditions. It enables efficient simulation of post-fracture grain interactions and naturally captures the

transition from bonded material points to independent rigid fragments.

3. Framework Implementation Methods

3.1. System state representation and transition

To enable consistent coupling between peridynamics crushing computation and rigid body contact dynamics, the granular system is represented as a sequence of discrete system states. Each system state provides a complete description of all objects, including both grains and containers, and serves as the unified interface between successive Chrono simulation systems. For each object, the state includes a tag identifying its type and a unique lineage code preserving its identity across crushing events. The physical configuration is defined by its position and orientation in the world coordinate system, while its inertial properties include mass and inertia tensor in the local frame. The dynamic motion is characterized by linear velocity in the world frame and angular velocity in the local frame. This representation ensures consistent tracking of object identity, physical properties, and motion during crushing generation and reconstruction.

During simulation, the system state is injected into a Chrono system to instantiate rigid bodies and initialize their dynamic variables. As shown in Fig. 1, the Chrono solver advances the system under impulse-based contact dynamics, updating object motion and interactions. Grains satisfying the crushing criterion are converted into material point systems, and the bond-based peridynamics solver resolves internal deformation and bond failure. Newly formed child grains are identified, reconstructed as rigid bodies, and assigned updated lineage codes. These reconstructed objects form a new system state, which is injected into the next Chrono system, enabling seamless transition between crushing computation and contact dynamics.

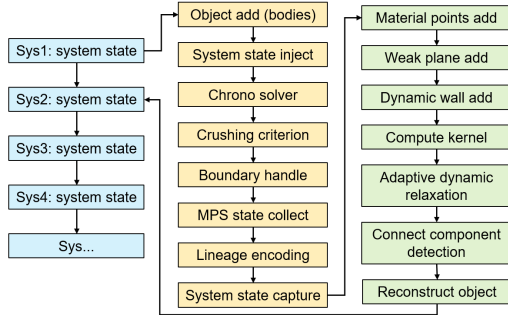


Fig. 1 System state transition framework.

3.2. Boundary condition transformation

To efficiently transfer contact dynamics information into the peridynamics solver, the grain surface is partitioned into 16 angular regions using uniform divisions in spherical coordinates. Contact forces acting within each region are grouped and converted into a representative force to reduce complexity while preserving dominant loading characteristics. For region k , the representative force F_k is defined as a magnitude-weighted average of all contact forces within that region:

$$F_k = \frac{\sum_{m=1}^m \|f_m\| f_m}{\|f_m\|} \quad (4)$$

Where f_m denotes the individual contact force acting within region k , m enumerates all contact forces belonging to region k . As illustrated in Fig. 2, the magnitude-weighted representative force F_k obtained for each region is further decomposed relative to the grain centroid. Specifically, a unit

vector u_k is defined from the centroid to the contact region, and the representative force F_k is projected onto this direction. The resulting radial component, denoted as F_k^{rad} , represents the effective compressive loading transmitted through the grain surface and is responsible for driving internal deformation and fracture. This radial force F_k^{rad} is subsequently applied as the equivalent boundary condition in the peridynamics solver. The tangential component F_k^{tan} , which primarily contributes to rigid body rotation and sliding, is not directly involved in crushing computation. Through this procedure, discrete contact forces are first consolidated into regional representative forces and then converted into physically consistent radial boundary conditions suitable for peridynamics analysis.

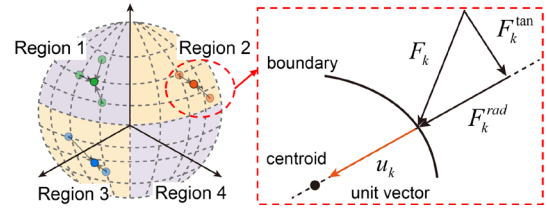


Fig. 2 Radial decomposition of regional representative force.

3.3. Lineage encoding for crushing tracking

To preserve the crushing history and ensure consistent object identity across successive system states, a lineage encoding scheme is introduced. Each grain is assigned a unique lineage code that reflects its hierarchical fragmentation origin. As illustrated in Fig. 3, the initial grain is assigned a base code (e.g., 0001). When crushing occurs, each newly formed child grain inherits the parent code with an appended identifier (e.g., 000101, 000102, 000103, 000104), establishing a direct parent-child relationship. This encoding mechanism allows all fragments to be uniquely identified while retaining their connection to the original grain.

When further crushing occurs, the lineage code is extended recursively by appending additional digits to the parent fragment code (e.g., 000102 $\rightarrow$ 00010201, 00010202). This hierarchical encoding enables efficient tracking of multi-stage crushing behaviors and ensures consistency between peridynamics crushing computation and rigid body reconstruction. The lineage code is stored within the system state and propagated across simulation stages, providing a robust and scalable mechanism for managing dynamically evolving granular systems.

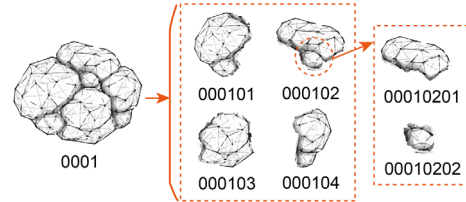


Fig. 3 Lineage encoding of grain crushing tracking

References

- 1) Littlewood, D. J., Parks, M. L., Foster, J. T., et al.: The peridigm meshfree peridynamics code, *J. Peridyn. Nonlocal Model.*, 6, pp. 118–148, 2024.
- 2) Zhu, F. and Zhao, J.: Modeling continuous grain crushing in granular media: a hybrid peridynamics and physics engine approach, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 348, pp. 334–355, 2019.

MPM と極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較 (シンポジウム講演概要)

Comparison of Limit State Evaluations between the Material Point Method and the Limit Equilibrium Method for Soil Structures

(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野々山 栄人 (防衛大・システム工) 宮田 喜壽 (防衛大・システム工)
 Hideto NONOYAMA, National Defense Academy of Japan
 Yoshihisa MIYATA, National Defense Academy of Japan
 E-mail: nonoyama@nda.ac.jp

This study uses the Material Point Method implemented in Anura3D to investigate the effects of groundwater conditions on the deformation and stability of soil structures. Parametric analyses that vary the groundwater level and soil strength demonstrate clear correlations between the limit state index and slope displacements. The vertical and horizontal slope displacements exhibit an approximately linear relationship, indicating the potential for displacement-based limit state assessments under groundwater conditions.

1. はじめに

土構造物の防災・減災リスクにおける取組みの重要性が高まっている。この要求に対し、数値解析手法の活用は有効と考えられ、大変形を伴う地盤挙動を精度よく再現できる解析手法の整備や、力学的根拠に基づく変状レベルの判定法の構築への応用が期待されている。

本研究では、粒子法の1種で、計算格子と格子内に配置した粒子 (マテリアルポイント) を併用するハイブリッド型解析手法である MPM (Material Point Method) に着目し、MPM と極限つりあい法を用いて、土構造物の限界状態評価の比較を実施した。解析には、オープンソースコード Anura3D (Version 2025) ¹⁾ を用い、 c - ϕ 材で構成される盛土の限界状態について、強度定数と地下水位条件を変えて検討した。

2. Anura3D の概要

本研究で用いた Anura3D は、固相と液相の運動方程式と固相-液相の連続式から構成される Biot 型連成方程式を基礎とする解析コードである。固相の挙動は、有効応力をベースに、有効応力勾配、水圧勾配、重力項を含む運動方程式で表される。一方、液相の挙動は、水圧勾配および透水性に依存する Darcy 抵抗を含む運動方程式によって表される。さらに、固相の体積変化と液相の水圧変化を考慮した連続式により、固相の圧縮・膨張に伴う間隙水圧の上昇・減少と、その水圧が固相の応力・変形へ与える影響が連成して表現される。

Anura3D では、これらの支配方程式を MPM により陽的に時間積分して解く。マテリアルポイントは質量、応力、水圧、体積などの内部状態量を保持し、計算格子へのマッピングを通じて運動方程式が解かれる。計算格子は各タイムステップで再初期化されるため、有限要素法で問題となる大変形時のメッシュの歪みや数値不安定を回避できる。

本研究で使用した Anura3D の主な特徴は以下のとおりである。

- ・質量マトリックスの対角化による計算効率向上
- ・Courant-Friedrichs-Lewy 条件に基づく時刻刻みの設定 (今回の計算ではクーラン数 0.98 を使用)
- ・MPM 特有の cell-crossing instability を抑制するため、2 種類の速度場を混合して用いる MPM-Mixed 手法を採用

3. 数値解析

計算は、二次元平面ひずみ条件で実施した。地下水位の影響を考慮するため、本研究では Anura3D の 2 相 1 点完全連成モデルを用い、地盤は飽和材料としてモデル化した。地下水位より上側については水圧を常にゼロとした。

解析モデルと材料パラメータを図-1、表-1 にそれぞれ示す。解析対象は文献 ²⁾ を参考に設定した斜面角度 33.7° の片盛土である。土の構成モデルには、非関連流れ則に基づく Mohr-Coulomb モデルを用いた。

計算は初期応力解析と安定・変形解析の 2 段階で実施した。初期応力解析の境界条件は、盛土の側面を x 方向固定、 y 方向をフリーとし、底面および地表面の x 方向・ y 方向ともに固定した。初期応力は、鉛直方向は土被り圧、水平方向はそれに静止土圧係数 ($K_0=0.5$) をかけたものとした。安定・変形解析では、地表面の拘束を解除して計算を行った。

初期地下水位 $h(x)$ は、図-1 中の赤線で示した最大地下水位 $h_{\max}(x)$ を基準として、次式で設定した。

$$h(x) = \alpha h_{\max}(x) \quad (1)$$

ここで、検討した初期地下水位条件は $\alpha = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ の 6 通りである。水理境界条件として解析領域左右の側方境界には、静水圧分布に基づく線形の水圧を節点に与える境界条件を設定した。具体的には、図-1 中の左側境界に対しては、地表面基準の静水圧を、右側境界に対しては、各ケースで設定した初期地下水位に対応する静水圧を作用させた。強度定数は 3 ケースを設定し、地下水位条件と組み合わせで計 18 ケースの解析を実施した。透水係数 k は 0.0001m/s に統一した。解析メッシュは、三角形の非構造格子 (要素サイズ: 1.0m) を用い、各要素には 3 つのマテリアルポイントを配置した。計算の安定化を目的として、局所ダンピング (安定・変形解析ではダンピング係数 $\beta = 0.02$) を適用し、MPM 特有の数値振動を抑制するために、ひずみおよび水圧増分の平滑化も併せて行った。計算は、変形が収束するまで実施した。

各ケースで得られた解析結果の一例として、法肩の鉛直変位量 D_v (図-1 中の D_v の矢印の向きを正) と限界状態指数 $z=1-F_s$ (F_s : 安全率) の関係を図-2 に示す。各ケースの安全率 F_s は代表的な極限つりあい法である Bishop 法より算出した。図の横軸は、原点より左側が安全側、右側が危険側に相当する。 z が正 ($F_s > 1$) の場合は白抜き、 z が負の場合 ($F_s < 1$) は塗りつぶしのプロットとして表示した。

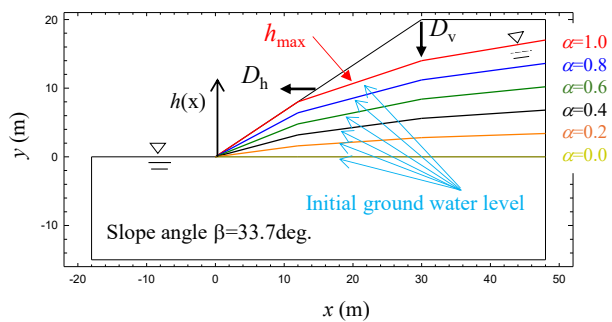


Fig. 1 Analysis cross section.

Table 1 Material parameters.

Case		1	2	3
Bulk unit weight	γ kN/m ³	18.82		
Unit weight of water	γ_w kN/m ³	9.81		
Elastic Modulus	E MPa	100		
Poisson's ratio	ν -	0.3		
Initial porosity	n	0.44		
Hydraulic conductivity	k m/s	0.0001		
Cohesion	c kPa	35.4	33.0	30.6
Friction angle	ϕ deg.	12.8	12.1	11.4
Dilatancy angle	ψ deg.	0		

計算結果より、 z が大きい条件ほど、鉛直変位量 D_v が大きく計算された。このことから、MPM による変形量評価と極限つりあい法による安全率照査の結果が整合的であることが示された。盛土高さ H の 1/2 の高さでの水平変位量 D_h (図-1 中の D_h の矢印の向きを正) についても、法肩の鉛直変位量 D_v と同様の傾向が得られた。なお、MPM によって計算された斜面の変位量は盛土の築造解析の結果ではなく、先に述べた方法で初期応力を計算し、変位拘束を外した結果として得られていることに注意が必要である。

次に、法肩の鉛直変位量 D_v と盛土高さ H の 1/2 の高さでの水平変位量 D_h の関係を図-3 に示す。図より、今回の結果では強度定数および地下水位条件によらず、両者の関係は概ね線形関係を示すことが確認された。このことから、限界状態指数の許容値から、法肩の鉛直変位・斜面の中央高さの水平変位に関して限界値を設定する、逆に変位で規定される使用限界から限界状態指数の許容値を設定するなどの MPM の適用方法の可能性が示唆された。

4. まとめ

本研究では、オープンソースコード Anura3D を用いて、地下水位を有する盛土の安定性および変形挙動に与える影響を検討した。

得られた結果より、初期地下水位の位置が盛土の変形量や限界状態指数に影響を及ぼすことが確認された。法肩の鉛直変位・斜面の中央高さの水平変位を指標とした安定性評価の可能性を示唆するものであり、変位モニタリングと連携した実務的評価手法の構築に向けて有益な知見である。

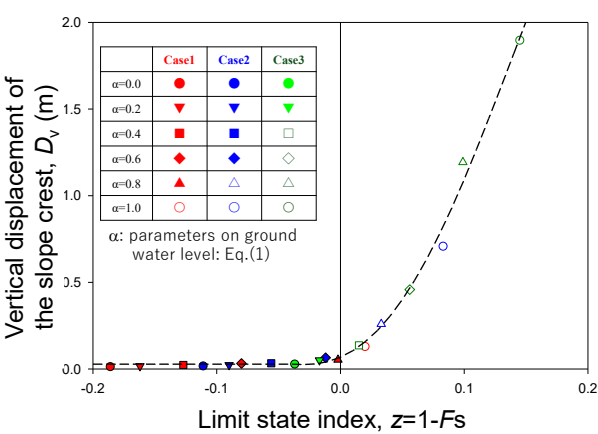


Fig. 2 Vertical displacement obtained from MPM versus the LEM-based limit state index.

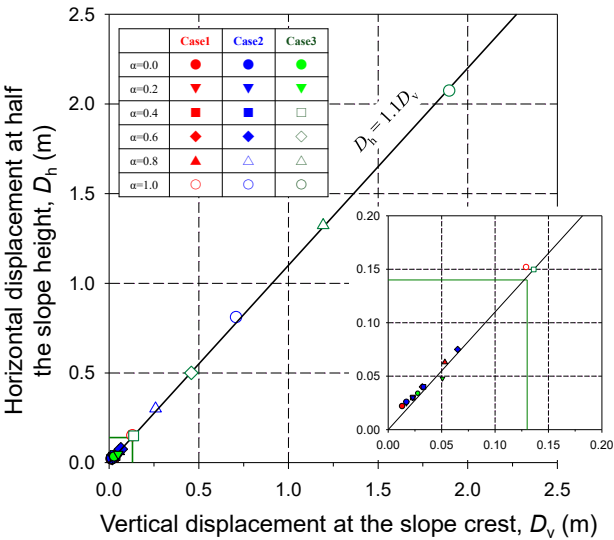


Fig. 3 Relationship between vertical and horizontal displacements of the slope from MPM.

謝辞

本研究は科学研究費補助金 (23K26201) の支援を得て行われたものである。文末ながらここに記して深く謝意を申し上げます。

参考文献

- 1) Anura3D MPM Research Community: Anura3D MPM Software Scientific Manual version 2022, 2022.
- 2) Arai, K., and Tagyo, K.: Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, Soils and Foundations, Vol.25, No.1, pp.43-51, 1985.

拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析
(シンポジウム講演概要)

Numerical Analysis of Influence of Confining Pressure on the Initiation and Progression of Suffusion
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中村 陽斗 (横浜国立大・都市イノベーション学府) 菊本 統 (京都大・学術情報メディアセンター) Marco Previtali (西湖大学)
Matteo Oryem Ciantia (ダンディ大学 & ミラノ・ビッコカ大学) 崔 瑛 (横浜国立大・都市イノベーション研究院)
Haruto NAKAMURA, Yokohama National University Mamoru KIKUMOTO, Kyoto University
Marco PREVITALI, Westlake University Matteo Oryem CIANTIA, University of Dundee & University of Milano-Bicocca
Ying CUI, Yokohama National University
E-mail: sai-ei-mx@ynu.ac.jp

In this study, an un-resolved CFD-DEM coupled analysis was conducted to investigate the influence of confining pressure on suffusion from the viewpoint of skeletal structure evolution. The structural state was examined by calculating the skeleton porosity during internal erosion. The results confirmed that a higher confining pressure leads to a smaller amount of eroded fine particles, although the reduction tends to become limited beyond a certain level of confining pressure. In addition, the skeleton porosity remained nearly constant in all cases, indicating that there was almost no deformation of the skeletal structure throughout the analysis and that internal erosion predominantly occurred as a result of the migration of fine particles through pores. It is considered that a higher confining pressure causes the shrinkage of pore channels available for fine particle migration, thereby tending to reduce the amount of fine particles that are eroded.

1. はじめに

地盤内部から土粒子が流出する内部侵食は、河川堤防、ダム、トンネルなどあらゆる地盤構造物において発生し得る現象であり、構造物の安全性および長期耐久性に重大な影響を及ぼすことが知られている。内部侵食の一形態であるサフィージョンは、粗粒分によって形成された骨格構造の間隙を通じて、その間隙径よりも小さな細粒分が流出する現象であり、地盤材料の力学特性に大きな影響を及ぼす^{1,2)}。しかしながら、既往研究では、サフィージョンは試験条件に応じて相反する結果を示すとの知見が報告されている³⁾。また、サフィージョン過程において粗粒分によって形成される骨格構造の変化など微視的な検討は十分に行われていない。そこで本研究では、数値流体力学(CFD)との個別要素法(DEM)連成解析を実施し、拘束圧がサフィージョンの発生および進展過程に及ぼす影響について検討した。

2. 数値解析の概要

本研究では、非解像型 CFD-DEM 連成解析を用いた。DEM 解析には Itasca 社の DEM ソフト PFC3D を用いた。流体解析には有限体積法に基づくオープンソースソルバ FiPy⁴⁾を適用し、流体の挙動はダルシー則に基づきモデル化した。本解析対象は、Ke らの実験⁵⁾でサフィージョンが確認された珪砂 3 号と 8 号の混合材料を想定し、その粒度分布を簡略化したもの (Fig. 1) を用いた。接触モデルは珪砂の複雑な形状に起因する回転抵抗を模擬できる Rolling Resistance Linear Model⁶⁾を採用し、Table 1 に示すパラメータを用いた。Fig. 2 に解析モデルの概要を示す。立方体内に粒子を充填し、底面の wall 材は目開き 1mm のフィルター状とした。フィルター状の底面を除く 5 面に拘束圧 p を付与することで等方応力状態を再現し、その条件下で内部侵食を生じさせた。流体場は、一辺 3mm の立方体状 CFD セルを x , y , z 軸方向にそれぞれ 7 個、7 個、6 個の計 294 個で構成した。上面 49 個のセルの上部と底面 49 個のセル底部にそれぞれ指定の過剰間隙水圧値を与えることで動水勾配を作用させた。本報では、動水勾配は 2 で固定し、Table 2 に示す拘束圧が異なる 3 ケースについて検討した。

Table 1 Parameters used in numerical simulation

壁-粒子間摩擦係数	0.0
滑り摩擦係数	0.60
回転摩擦係数	0.60
有効弾性係数(N/m ²)	2.0×10^8
垂直-せん断剛性比	2
反発係数	0.20
土粒子密度(kg/m ³)	2645
細粒分含有率(%)	25
間隙率	0.42

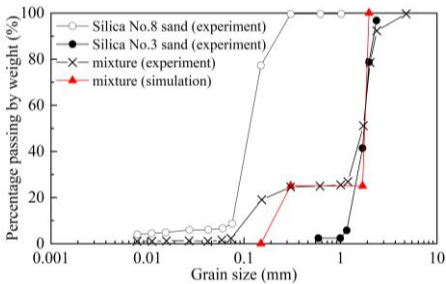


Fig. 1 Grainsize distribution curves

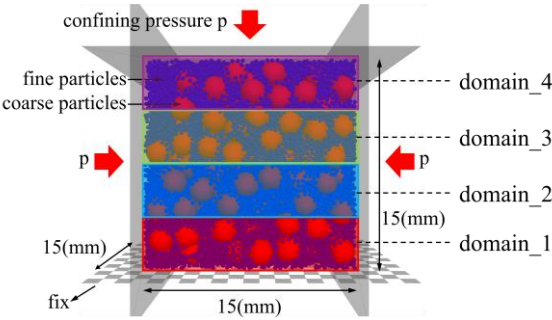


Fig. 2 The numerical model of internal erosion

Table 2 : Summary of simulation conditions.

ケース名	拘束圧(kPa)	動水勾配
case_pli2	1	2
case_p50i2	50	2
case_p200i2	200	2

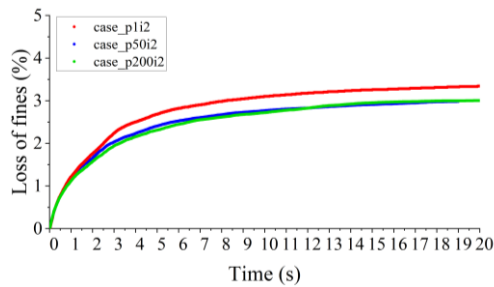
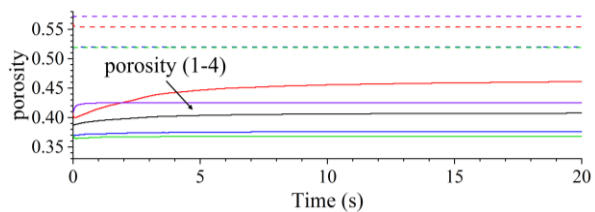
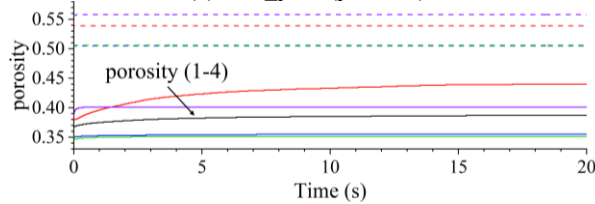


Fig. 3 Temporal evolution of loss of fines

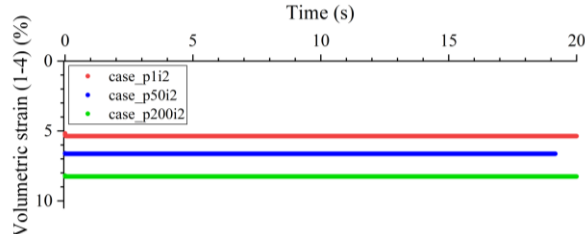
	domain_1	domain_2	domain_3	domain_4
skeleton porosity	--- (red)	--- (blue)	--- (green)	--- (purple)
porosity	— (red)	— (blue)	— (green)	— (purple)



(a) case_pli2 (p=1 kPa)



(b) case_p200i2 (p=200 kPa)



(c) volumetric strain (domain_1-4)

Fig. 4 Skeleton porosity, porosity and volumetric strain

3. 数値解析結果

Fig. 3 に細粒分流出量の時間変化を示す。流出質量は、流出細粒分質量の初期供試体質量に対する百分率(%)として整理した。いずれのケースにおいても流出量は初期に急増し、その後増加率が徐々に低下して漸近的に一定値に近づく傾向を示している。拘束圧が最も小さいcase_pli2では流出量が最も大きく、他の2ケースはほぼ同程度の値で推移している。すなわち、拘束圧の増加は流出量を抑制する傾向を示すものの、その効果は一定以上で頭打ちとなる。

Fig. 4 に間隙率・骨格間隙率、体積ひずみの推移を示す。骨格間隙率は、粗粒分のみを骨格粒子とみなし、細粒分は間隙の一部と見なして算出した間隙率であり、Fig. 2 に示す4つの領域で評価した(間隙率も同様)。Fig. 4(a), (b)より、骨格間隙率は全ケースでほぼ一定に維持されていることが分かる。一方、間隙率は流出口に近いdomain_1において顕著な増加を示し、時間の経過とともに増加率が次第に低下している。他の領域でも初期には増加が見られ、その後安定する傾向を示すが、変化は比較的小さい。Fig. 4(c)より、拘束圧に応じて体積ひずみが大きくなるが、いずれのケースも時間的な変化はほとんど認められない。

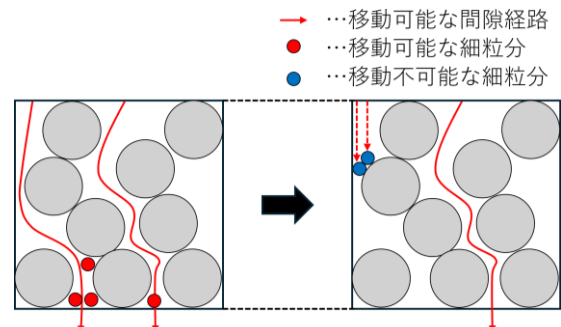


Fig. 5 Schematic diagram of the evolution of pore structure over time (Left: Initial state, Right: over time)

上述結果より、(1) 骨格間隙率はほぼ一定であること、(2) 体積ひずみは時間的にほぼ変化しないこと、(3) 流出口近傍の間隙率のみが増加し、その増加率が次第に低下することが確認された。Fig. 5 に結果から推定できる、時間経過に伴う間隙構造変化の模式図を示す。浸透初期には複数の間隙経路を通じて細粒分が移動可能であるが、時間経過とともに細粒分の閉塞が進行し、移動可能な経路が徐々に限定される。その結果、骨格構造および体積は維持されたまま、局所的な間隙率は次第に安定に向かうと考えられる。

この構造変化を踏まえると、拘束圧の影響も説明できる。拘束圧が大きいほど等方圧密により間隙径が縮小し、細粒分の移動経路が制限されるため、細粒分流出量は抑制される傾向にあると考えられる。本解析では浸透過程において骨格間隙率がほとんど変化しなかったことから、拘束圧の影響は骨格構造の変形よりも主として流出経路の大きさに現れた可能性が高い。粒度分布や初期間隙率が異なる条件では骨格構造の変化が生じる可能性もあり、拘束圧の影響がより顕著に現れる可能性がある。

4. まとめ

本研究では、非解像型 CFD-DEM 連成解析により、骨格構造の観点から拘束圧が内部侵食に与える影響を調べた。その結果、本解析対象では、解析全体にわたり骨格構造が維持されたまま、間隙を通じて細粒分が流出している結果が得られた。また時間経過に伴う間隙構造の変化が考察され、拘束圧の効果について間隙経路の縮小を引き起こすことで流出を抑制する傾向が得られた。本研究では細粒分含有率や動水勾配などの条件を限定して解析を行っているため、粒度分布や初期間隙率が異なる条件における拘束圧の影響については、今後さらなる検討が必要である。

参考文献

- 1) Ke, Lin, and Akihiro Takahashi. "Experimental investigations on suffusion characteristics and its mechanical consequences on saturated cohesionless soil." *Soils and Foundations* 54.4 (2014): 713-730.
- 2) Li, Mao-Wen, Sheng-Liang Hu, and Chen-Xi Tong. "Numerical Simulation of Mechanical Properties of Soil Considering the Effect of Internal Erosion." *Mathematics* 11.13 (2023): 2959.
- 3) Liu, Yajing, et al. "A coupled CFD - DEM investigation of suffusion of gap graded soil: Coupling effect of confining pressure and fines content." *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 44.18 (2020): 2473-2500.
- 4) Guyer, Jonathan E., Daniel Wheeler, and James A. Warren. "FiPy: Partial differential equations with Python." *Computing in Science & Engineering* 11.3 (2009): 6-15.
- 5) Iwashita, Kazuyoshi, and Masanobu Oda. "Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM." *Journal of engineering mechanics* 124.3 (1998): 285-292.