2026年5月16日(土)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用～デジタルツインから量子計算まで～）

15:00 ~ 16:15 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (1)

座長:宮本 崇(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[12011] JIS規格とスキャンデータに基づく3次元異形鉄筋モデルの自動生成（シンポジウム講演概要）

*車谷 麻緒[1]、松岡 朋輝[1]、黄 璽[2]、相馬 悠人[3] (1. 茨城大学、2. 木更津高専、3. 福島高専)

15:15 ~ 15:30

[12012] 粗骨材と鉄筋の実形状を考慮した鉄筋コンクリートはりの３次元メゾスケール数値実験（シンポジウム講演概要）

*新田 祐太朗[1]、伊藤 成央[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

15:30 ~ 15:45

[12013] テンプレートモデルを用いた鋼橋点群の構造部材インスタンスセグメンテーション（シンポジウム講演概要）

*中溝 智也[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

15:45 ~ 16:00

[12014] 深層学習による橋梁点群からの部材接続グラフ推定（シンポジウム講演概要）

*保坂 拓夢[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

16:00 ~ 16:15

[12015] パラメトリックモデルに基づく点群からの3次元モデル構築における未想定構造に対する不確実性評価手法（シンポジウム講演概要）

*石川 大智[1]、本田 利器[1]、全 邦釘[1] (1. 東京大学)

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用～デジタルツインから量子計算まで～）

16:25 ~ 17:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[12016] インフラデジタルツインのためのMCPによるデータ連携・ツール共有・知識共有化（シンポジウム講演概要）

*本田 利器[1] (1. 東京大学)

16:40 ~ 16:55

[12017] マルチスケール大気モデル（MSSG）による微気象解析のための入力データの自動構築（シンポジウム講演概要）

*本田 和也[1]、中瀬 仁[1]、松田 景吾[2]、杉山 徹[2]、栗原 祐也[3]、亀田 敏弘[3]、清野 友規[4] (1. 東電設計株式会社、2. 海洋研究開発機構、3. 筑波大学、4. 横浜国立大学)

16:55 ~ 17:10

[12018] 都市規模の地震被害評価のための最適センサー配置と逐次ベイズ更新（シンポジウム講演概要）

*湯 東暘[1]、Sukulthanasorn Naruethep[1]、野村 怜佳[1]、郭 佳[2]、大野 晋[1]、野島 和也[3]、森 篤史[3]、佐藤 誠一[3]、櫻庭 雅明[3]、寺田 賢二郎、森口 周二 (1. 東北大学、2. 京都大学、3. 日本工営株式会社)

17:10 ~ 17:25

[12019] 不均一分散変分オートエンコーダに基づく静的データ融合のための生成フレームワーク（シンポジウム講演概要）

*ダルマシリ ミゲルアラチラゲカスンマドゥサンカ[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

合同セッション | 合同セッション（応用力学の実務への展開）

16:25 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

応用力学の実務への展開 (1)

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

16:25 ~ 16:40

[13016] 干渉嵌合と機械的キーを併用した格点構造を有する応急復旧橋の提案（シンポジウム講演概要）

*齋藤 道生[1]、谷口 望[2]、趙 清[3] (1. ㈲萬聲学館、2. 日本大学　理工学部、3. 川田テクノシステム㈱)

16:40 ~ 16:55

[13017] ソイルセメントで表面補強した急勾配落石防護土堤の捕捉性能向上に関するDEM解析（シンポジウム講演概要）

*吉廣 悠太[1]、内藤 直人[2]、前田 健一[1]、小栗 快之[1]、中村 拓郎[3]、鈴木 健太郎[4]、瓦井 智貴[5] (1. 名古屋工業大学、2. 豊橋技術科学大学、3. （国研）土木研究所寒地土木研究所、4. （株）構研エンジニアリング、5. 室蘭工業大学)

16:55 ~ 17:10

[13018] 流体構造連成解析と代理モデルに基づく浮体式波力発電システムの発電効率最適化(シンポジウム講演概要)

石澤 修司[1]、中山 繁生[2]、野村 怜佳[1]、*森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. Yellow Duck 株式会社)

17:10 ~ 17:25

[13019] 橋りょうねじり変形による支承あおり時の等価ばね定数評価（シンポジウム講演概要）

*服部 紘司[1]、豊原 匡織[1]、松岡 弘大[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (1)

座長:藤原 宏志(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[14001] 2次元定常輻射輸送方程式のエネルギー密度の最大値原理に対する上流差分スキームに基づく数値的反例

*野見山 晃成[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:25 ~ 9:40

[14002] 帯状領域のLaplace方程式の Cauchy 問題に対するCarlemanの公式による数値的手法

*水盛 智哉[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:40 ~ 9:55

[14003] Fictitious domain FEMおよび随伴変数法を用いた三次元熱源温度同定解析

*木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

9:55 ~ 10:10

[14004] 0.3 T MRIを用いた磁気共鳴エラストグラフィによるヒト肩を想定した測定条件の検討

*鈴木 慎也[1]、谷口 陽[2]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 富士フイルム株式会社)

10:10 ~ 10:25

[14005] 深層学習による磁気共鳴エラストグラフィのための粘弾性率推定法

*野田 巽[1]、図師田 建[1]、藤原 宏志[2]、岸本 理和[3]、小畠 隆行[3]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 京都大学、3. 量子科学技術開発機構)

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (2)

座長:井手 貴範(城西大学)

10:35 ~ 10:50

[14006] 自重による梁の変形問題に対する密度型トポロジー最適化
(最適性基準法および修正最適性基準法による結果の比較)

*山田 瑞貴[1]、木村 和慎[1]、岸田 真幸[3]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学、3. 岐阜工業高等専門学校)

10:50 ~ 11:05

[14007] 地表面沈下量に基づく地盤内空洞の形状パラメータの同定解析

*渡邉 岳[1]、木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

11:05 ~ 11:20

[14008] 海洋短波レーダー観測データに基づく波浪スペクトル推定

*渡辺 楓[1]、谷地村 敏明[1]、寺田 翼[2]、亀田 洋志[2]、高橋 龍平[2]、水藤 寛[1] (1. 東北大学、2. 三菱電機株式会社情報技術総合研究所)

11:20 ~ 11:35

[14009] 基本解近似解法による離散 Dirichlet-to-Neumann 写像の収束性

*繁田 岳美[1] (1. 昭和薬科大学)

11:35 ~ 11:50

[14010] 電気インピーダンストモグラフィの完全電極モデルの実験データを用いた囲い込み法の適用

*井手 貴範[1]、Rautio Siiri[1]、Hauptmann Andreas[3]、Sippora Sara[2]、Siltanen Samuli[2] (1. 城西大学、2. ヘルシンキ大学、3. オウル大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-01：波動現象の数理・数値解析とその応用）

15:00 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-01 (1)

座長:丸山 泰蔵(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[14011] 境界要素法による磁性流体界面流動の逐次解析

*水田 洋[1] (1. 元 北海道大学)

15:15 ~ 15:30

[14012] 境界要素法の係数行列対称性を利用したproxy法に基づく高速直接解法の効率化

*松本 安弘[1]、丸山 泰蔵[2]、Ma Qianxiang[3]、横田 理央[4] (1. 東京科学大学 情報基盤センター、2. 東京科学大学 環境・社会理工学院、3. 理化学研究所 計算科学研究センター、4. 東京科学大学 総合研究院)

15:30 ~ 15:45

[14013] 有限階作用素による境界積分方程式の安定化について

*松島 慶[1] (1. 広島大学)

15:45 ~ 16:00

[14014] フォトンのスピンを考慮した電磁波の境界要素法

*植田 毅[1] (1. 東京慈恵会医科大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-04：能動的流体制御）

16:25 ~ 17:10 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-04 (1)

座長:深潟 康二(慶應義塾大学)

16:25 ~ 16:40

[14015] 表面帯電がLinear Plasma Synthetic Jet Actuatorの電気流体作用に与える影響

*石井 悠貴[1]、小室 淳史[2]、大友 衆示[1]、西田 浩之[1] (1. 東京農工大学、2. 産業技術総合研究所)

16:40 ~ 16:55

[14016] スパースプロセッシングPIVとプラズマアクチュエータを用いた翼周り剥離流れのリアルタイムフィードバック流体制御

*野々村 拓[1]、ビゲラ ロドリゴ[2] (1. 名古屋大学、2. 東北大学)

16:55 ~ 17:10

[14017] 進行波壁面による乱流抵抗低減制御 ― 実験研究の進展と力学機構の解明 ―

*岩本 薫[1] (1. 東京農工大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (1)

座長：河原源太（大阪大学）

9:10 ~ 9:25

[15001] Navier-Stokes乱流における同期：データ同化とLyapunov解析によるダイナミクスの理解

*犬伏 正信[1]、Caulfield Colm-cille[2] (1. 東京理科大学、2. ケンブリッジ大学)

9:25 ~ 9:40

[15002] 粘弾性乱流境界層中の有限長角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係

*鷲見 竜雅[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学大学院)

9:40 ~ 9:55

[15003] 高分子や界面活性剤の添加による乱流変調の物理機構

*後藤 晋[1]、増田 颯人[1]、鈴木 雅大[1]、Peruchi Zanca Augusto[1]、小井手 祐介[1]、本告 遊太郎[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (2)

座長：米田剛（一橋大学）

10:35 ~ 10:50

[15004] 円管乱流におけるマイクロバブルの時空間分布に関する実験的試み

*呉 顕峰[1]、濱名 泰久[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[15005] Couette乱流における共変Lyapunovベクトルの整列と動力学

*佐々木 英一[1]、河原 源太[2]、山田 道夫[3] (1. 秋田大学、2. 大阪大学、3. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[15006] 薄い球殻と単位球面上のナヴィエ・ストークス方程式の弱解に対する差分評価

*三浦 達彦[1] (1. 東京都立大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

15:00 ~ 16:15 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (3)

座長：松本剛（京都大学）

15:00 ~ 15:15

[15007] f面放射対流平衡における熱帯低気圧形成のデータ駆動型モデリング

*神野 拓哉[1]、原 誠人[2]、三ツ井 孝仁[3]、齊木 吉隆[2]、米田 剛[2] (1. 富山大学、2. 一橋大学、3. 順天堂大学)

15:15 ~ 15:30

[15008] 情報を保存する乱流モデル：チャネル乱流への適用

*橋本 丈瑠[1]、塚原 隆裕[1]、荒木 亮[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[15009] 波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル

*吉田 恭[1] (1. 筑波大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

16:25 ~ 17:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (4)

座長：玉野真司（名古屋工業大学）

16:25 ~ 16:40

[15010] チャネル高分子流れにおける壁面せん断応力計測に関する研究

*浅岡 純平[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学大学院工学研究科エネルギー理工学専攻)

16:40 ~ 16:55

[15011] 圧縮性等方乱流におけるショックレットの幾何学的解析

*櫻井 幹記[1]、立石 隼啓[2]、石原 卓[2] (1. 横浜国立大学、2. 岡山大学)

16:55 ~ 17:10

[15012] 非対称流路ネットワークでバクテリア集団運動のトポロジカルエッジ状態をデザインする

*内田 善人[1]、西口 大貴[2]、竹内 一将[1] (1. 東京大学、2. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[15013] 滑らかなオイラー流における渦輪の非線形スケール局所変形

*米田 剛[1] (1. 一橋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

9:10 ~ 10:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (1)

座長:永島 壮(名古屋大学)

9:10 ~ 9:25

[16001] 加法変分原理と乗法重み構造の自然な等価性

*髙梨 和光[1] (1. NPO法人環境防災コンシェルジェ)

9:25 ~ 9:40

[16002] Föppl–von Kármán 板理論と分子動力学法による回位を導入したグラフェンシートの形態解析

*石田 一真[1]、田中 展[2]、雷 霄雯[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学、2. 兵庫県立大学)

9:40 ~ 9:55

[16003] 転位対に起因するカーボンナノチューブのらせん構造形成機構と力学特性の解析

*小屋根 淳平[1]、雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学)

9:55 ~ 10:10

[16004] フェーズフィールド・クリスタル法と分子動力学法によるらせん状カーボンナノチューブのモデル構築と力学特性解析

*雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1]、高木 知弘[2] (1. 東京科学大学、2. 京都工芸繊維大学)

10:10 ~ 10:25

[16005] 有限変形奇弾性構成則の構築に向けた変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

*松原 成志朗[1]、志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

10:35 ~ 11:50 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (2)

座長:雷 霄雯(東京科学大学)

10:35 ~ 10:50

[16006] 薄膜リンクル平坦化現象における濡れ性と膜厚の影響

*上野 誠太[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[16007] エラストマー上における銀ナノワイヤの座屈

*村田 瞭介[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:05 ~ 11:20

[16008] Sobolev学習MLPによるノンレシプロカルゲルのサロゲートモデルの構築と実装

*兒嶋 佑太[1]、余語 勇哉[1]、稲前 有人[1]、永島 壮[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:20 ~ 11:35

[16009] 情報幾何学を用いた高分子のアフィンネットワークモデルの変形過程の解析

*西川 皐太[1]、小林 舜典[1]、畝山 多加志[2]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学、2. 名古屋大学)

11:35 ~ 11:50

[16010] 力学的に等価な結晶欠陥配置の形態解析

*小林 舜典[1]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

15:00 ~ 16:00 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (1)

座長:中村 尚弘(関西学院大学)

15:00 ~ 15:15

[16011] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その1　アンケート概要および耐震構造に関する結果

*犬伏 徹志[1]、佐武 直紀、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:15 ~ 15:30

[16012] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査
その2　制振構造に関する結果

*伊藤 真二[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、近藤 貴士[1]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:30 ~ 15:45

[16013] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その3　免震構造に関する結果

*佐武 直紀、犬伏 徹志[1]、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:45 ~ 16:00

[16014] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その４　床振動の検討に関する結果

*近藤 貴士[1]、西井 康真[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

16:25 ~ 17:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (2)

座長:犬伏 徹志(近畿大学)

16:25 ~ 16:40

[16015] 減衰モデルの歴史と最新の知見

*茂木 良宏[1]、中村 尚弘[2]、太田 成[3] (1. 大成建設株式会社、2. 関西学院大学、3. 構造計画研究所)

16:40 ~ 16:55

[16016] 生成AIによる建築物の減衰分野の最新情報の収集

*中村 尚弘[1] (1. 関西学院大学)

16:55 ~ 17:10

[16017] 観測加速度から変位波形を求める解析について

*犬飼 瑞郎[1] (1. 国立研究開発法人　建築研究所)

17:10 ~ 17:25

[16018] 伝達関数及び確率部分空間法を用いた床スラブの振動特性評価

*組原 理玖[1]、宮津 裕次[1]、髙橋 祐貴[1]、増田 圭司[2]、佐々木 康人[2]、大塚 友理[2] (1. 東京理科大学、2. 株式会社フジタ)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

9:10 ~ 10:40 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-01

Shu TAKAGI (The University of Tokjyo)

9:10 ~ 9:40

[iutam_16a] When deformable bubble passes through a miscible liquid-liquid interface

Hyungmin PARK (Seoul National University)

9:40 ~ 10:10

[iutam_16b] Imaging Hidden Mechanics in Impulsive Multiphase and Soft-Matter Systems

Yoshiyuki TAGAWA (Tokyo University of Agriculture and Technology)

10:10 ~ 10:40

[iutam_16c] When Meshing Fails: A Meshless Multiphysics Framework for Thermoelastic Strain-Driven Electrical Percolation in Polymer Composites

Ettore BARBIERI (JAMSTEC)

全体イベント | その他

13:20 ~ 13:50 | G会場(環境棟：FSホール)

表彰式

全体イベント | その他

13:50 ~ 14:50 | G会場(環境棟：FSホール)

特別講演

全体イベント | その他

15:10 ~ 17:10 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-03

15:10 ~ 15:40

[iutam_16g] Physics and Applications of Electrohydrodynamic Jet Printing

Supreet Singh BAHGA (Indian Institute of Technology Delhi)

15:40 ~ 16:10

[iutam_16h] Insights into Electrical and Thermal Pathways in Network-Structured Materials via Thermoreflectance Imaging

Kazuya TATSUMI (Kyoto Institute of Technology)

16:10 ~ 16:40

[iutam_16i] Phase Transitions in Biofilms

Xiaoling WANG (University of Science and Technology Beijing)

[iutam_16j] Elasticity, plastic compression and shear strength of soil based on granular cell mechanics

Takashi MATSUSHIMA (Tsukuba University)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

11:00 ~ 12:30 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-02

Simon SONG (Hanyang University)

11:00 ~ 11:30

[iutam_16d] Experimental Insights into Gene Delivery Induced by Mechanical and Electrical Fields

Yoko YAMANISHI (Kyushu University)

11:30 ~ 12:00

[iutam_16e] Topology Optimization for Multiphysics Systems

Gilho YOON (Hanyang University)

12:00 ~ 12:30

[iutam_16f] On the Horizontal Bubble Clustering

Shu Takagi (The University of Tokyo)

全体イベント | その他

17:20 ~ 17:55 | G会場(環境棟：FSホール)

Panel Discussion toward AUTAM

Chair: Kikuo KISHIMOTO (Board of Director, IUTAM)
Panelists: Heuy Dong KIM, Yoko YAMANISHI, Simon SONG, Shu TAKAGI

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Reynolds Stress Anisotropy around Spur dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・院）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

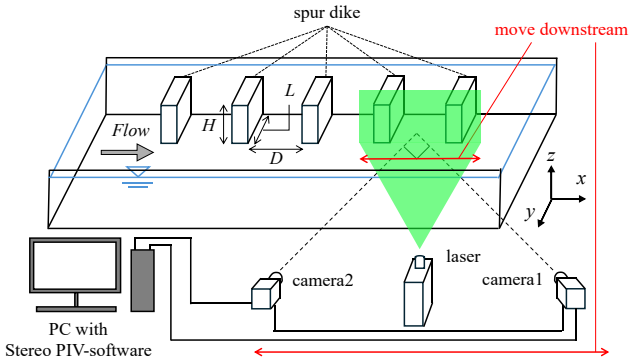
In this study, turbulent structures around the spur dikes were assessed using the turbulence triangle based on the invariants of the reynolds stress anisotropy tensor. For H/h_0=0.75, two component turbulence dominated upstream, with a downstream shift toward one component turbulence. In contrast, for H/h_0=0.37, two component turbulence remained dominant throughout the inter spur dikes region.

１．はじめに

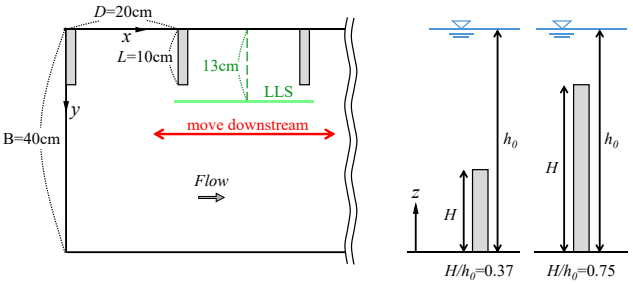
水制は水流に対し，流水を阻害してその下流側で流速を低減する機能と流れの方向を変える機能を持ち，河岸の保護や土砂制御，水深の確保などを目的に設置されている．連続的に水制を配置することで形成された凸部周辺では，上流から 1 基目の水制先端部で剥離した渦は水制群に沿って流下し，主流域と水制域内の流体を取り込みながら発達する．この渦は上流から 2 基目の水制に衝突して破壊され，一方は主流域へ，もう一方は水制域内に入ることで主流域と水制域内で物質交換が行われる．また，水位が水制を上回り，水制上を越流する流れの場合，水制による物質交換には上流側の水制先端からの渦放出に伴う流れ場の歪みに起因するものと主流域と水制域の界面に形成される混合層を介するもの，水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換の 3 つの形態がある．水制群周辺の物質交換に関して，例えば，数値シミュレーションによって水制群周辺の物質交換について検討した研究 [1]においては，浅水条件では混合層による物質交換が支配的であるのに対し，深水条件や沈水条件では二次流と三次元的な渦運動が支配的であることを示した．水理条件の違いによって，物質交換の支配機構が異なる一因として，乱れの非等方性の程度や構造が異なることが考えられる．しかしながら水路実験データに基づき，乱れの非等方性を定量的に示した例は限定的である．開水路流れにおいて非等方性に着目した研究としては，dune[2]や水中岩石 [3]周りの流れを対象とした例が挙げられるが，連続水制群周辺の流れ場を対象とした検討は十分とはいえない．本研究ではステレオ PIV を用いて，水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性の程度を定量的に示すことを目的とする．

２．研究方法

本研究では全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および左岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とした．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=10cm の流れ場を形成した．断面平均流速は約 7.5cm/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re は約 8000，フルード数 Fr は 0.075 である．水制のモデルには，水制



a) Stereo-PIV measurement.



b) Plan view.　　c) Relative spur dike height.

Fig.1 Schematic diagram of the experimental setup.

長 L=10cm，水制高 H=7.5cm，3.7cm の 2 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路片岸に水制長の 2 倍の間隔 D=20cm で 5 基配置した．

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.1 に鉛直面計測時の実験概略図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS の照射位置は，y/L=1.3 である．撮影領域は約 30cm×約 15cm である．LLS の位置を流下方向にシフトさせ，0cm≦x≦80cm の領域を計測した．2 台のカメラは水路側方に設置し，傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した．トレーサには粒径約 50μm，比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた．2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し，各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った．撮影した画像データはビットマップファイルで保存し，解析時に各ケースの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

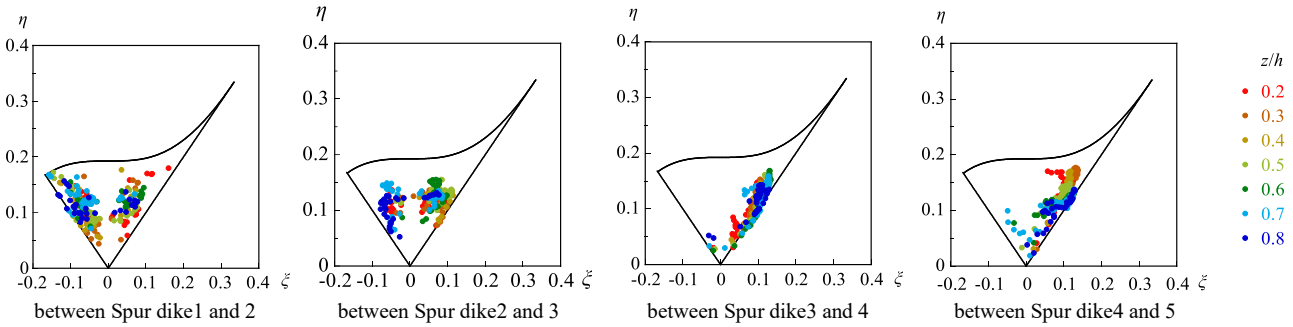


Fig.2 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.75.

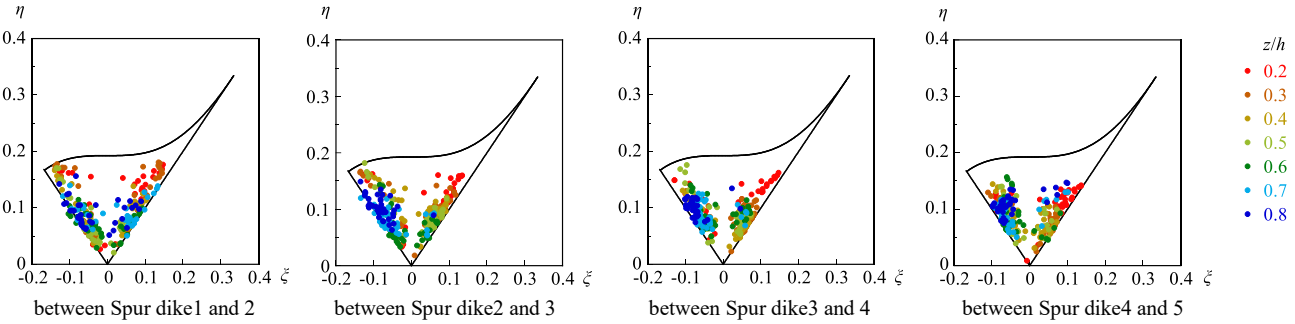


Fig.3 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.37.

ビットマップファイルを連結させた．また，水平面計測時には水路側方から LLS を照射し，水路上方にカメラを設置して撮影した．LLS の照射位置は，z=5cm である．撮影条件は鉛直面計測時と同条件の 2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で行った．鉛直面および水平面計測は，検査エリアを 32×32pixel，オーバーラップを 50%とし，画像解析を行った．計測対象領域において電磁流速計を用いた計測を行い，得られた時間平均流速値がステレオ PIV の結果と概ね一致したことから，ステレオ計測の妥当性を確認した．また，2 台のカメラの設置角度やレーザーシート厚，トレーサ粒子の大きさを工夫し，時間平均流速値の計測精度を高めた．

3．実験結果および考察

本稿ではレイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij} およびその不変量に基づく可視化を行った．ここでは，Turbulence triangle（不変量マップ）を用いた．Fig.2 にy/L=1.3 における相対水制高H/h_0=0.75 の Turbulence triangle を示す．水制間の区間によって三角形内での点群分布に明確な違いが示されている．水制 1-2 基間および 2-3 基間では，点群が pancake 型（axisymmetric contraction limit）および cigar 型（axisymmetric expansion limit）周辺に分布しており，二方向のエネルギーが卓越する乱流構造の特徴を示している．一方で，水制 3-4 基間および 4-5 基間では，cigar 型周辺への分布が確認され，特定方向の速度変動が支配的となる一方向のエネルギーが卓越する状態を示している．これらのことから，相対水制高H/h_0=0.75 の条件では，水制群上流側では水制先端からの渦放出による流れ場の歪みに起因する運動量交換と主流域と水制域の界面に形成される混合層の運動量交換，および水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換により，二方向のエネルギーが卓越する構造が形成されるが，下流側では一方向のエネルギーが支配的となる乱流構造へと遷移しているといえる．

Fig.3 に y/L=1.3 における相対水制高 H/h_0=0.37 の Turbulence triangle を示す．本条件では，いずれの水制間区間においても，pancake 型と cigar 型の双方の特徴を有する分布を示している．とH/h_0= 0.75 を比較すると，axisymmetric expansion limit への顕著な偏りは確認されない．すなわち，相対水制高が小さい条件では二方向のエネルギーが卓越する状態が水制群全体で維持されているといえる．

以上より，相対水制高H/h_0の違いにより，y/L=1.3 において，乱流の非等方度の変化することが明らかとなった．特に，相対水制高が大きい場合には，下流に向かって一方向のエネルギーが卓越する傾向が確認され，運動量輸送特性の変化と関連していると考えられる．これらの結果は，乱流モデルにおける乱れの非等方度の評価の重要性を示すと考えられる．

4．おわりに

本研究では，レイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij}の不変量に基づき，Turbulence triangle を用いて水制周辺の乱流構造を評価した．その結果，相対水制高 H/h_0および水制間区間の違いにより，乱れ特性および乱れの非等方度が顕著に変化することが明らかとなった．H/h_0 = 0.75 の条件では上流側で二成分性が卓越し，下流側に向かって一成分性が強まる傾向が確認された．一方，H/h_0 = 0.37 では全区間にわたり二方向のエネルギーが卓越する状態が維持された．

参考文献

1) W. Dong, T. Uchida, T. Inoue and T. Inoue: Effects of shallowness on coherent flow structures and mass exchange in groin fields, Physics of Fluids, 38, 016609, 2026.
2) S. Dey, P. Paul, S. Z. Ali and E. Padhi: Reynolds stress anisotropy in flow over two-dimensional rigid dunes, Proceedings of the Royal Society A, 476, 20200638, 2020.
3) M. A. Wyssmann, J. G. Coder, J. S. Schwartz and A. N. T. Papanicolaou: Volumetric characterization of spatially organized features of Reynolds stress anisotropy in the vicinity of submerged model boulders, Physics of Fluids, 37, 015194, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

Effect of Relative Spur Dike Height on Reynolds Stress Anisotropy around Submerged Spur Dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・工）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

In this study, turbulence anisotropy around spur dikes was investigated using the invariant function F. The results showed that, at half water depth, the flow inside the spur dike region was relatively close to isotropic turbulence for all cases of relative spur dike height. In contrast, near the spur dike head, the value of F decreased, indicating the formation of strongly anisotropic turbulence associated with separation vortices.

１．はじめに

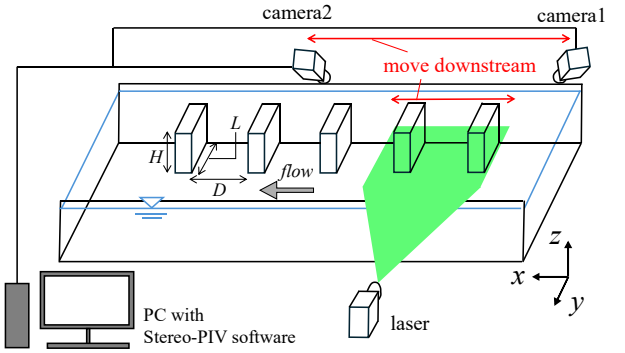
我が国の河川流域は災害を受けやすく，近年の大雨に起因する洪水において堤防越流や堤防決壊などの被害が発生している．このような水害を防止するため堤防が整備されてきたが，堤防への流水の衝突を緩和する構造物として古くから水制が用いられてきた．実河川に設置された水制は周辺の流れに影響を及ぼし，局所洗掘や土砂堆積などの河床変動を引き起こす．これらは治水機能のみならず，河川環境の形成にも関与するため，水制周辺の流れ構造および乱れ特性，河床変動特性を把握することは重要である．実河川においては平水時に水没しない非越流型水制が多く用いられており，その先端部では水跳ねが生じることが知られている．一方で増水時には水位が水制高さを上回り，越流型水制となる．越流型水制を伴う流れでは先端部の水跳ねに加えて水制上を越流する流れが発生し，周辺の流れ場に大きな影響を与えるため，非越流型水制とは異なる流れ構造，乱れ特性となる．これまでに越流型水制群を対象とした研究が行われており，相対水制高を系統的に変化させることで，平均流特性や乱れ特性に関する知見が蓄積されている．相対水制高は，水制周辺に形成される二次流構造に影響を与えることが想定される．しかしながら，水制周辺の乱れの非等方性について T. K. Pradhan・V. Chandra の研究[1]や M. Mehraein らによる研究[2]があるが，不明な点が多い．そこで本研究では水深を一定とし水制高を系統的に変化させることにより，越流型水制群周辺の乱れの非等方度の特性を明らかにすることを目的とする．

２．研究方法

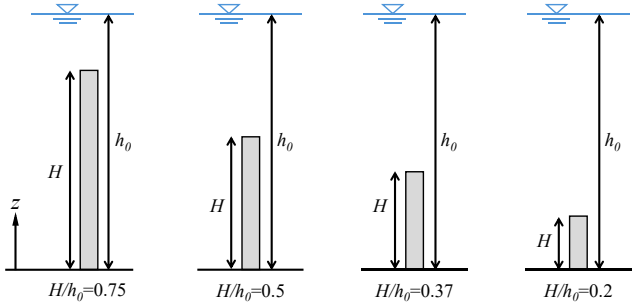
実験水路には，全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および右岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とする．Table 1 に水理条件を示す．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=0.1m の流れ場を形成した．断面平均流速 U_m=0.075m/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re=8000，フルード数 Fr=0.075 である．水制モデルには，水制長 L=0.1m，水制高 H=0.075m，0.05m，0.037m，0.02m の 4 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路側壁に垂直に，水制長の 2 倍の間隔 D=0.2m で 5 基配置した．

Table 1 Hydraulic conditions.

	h_0[m]	U_m[m/s]	Re	Fr	H[m]	H/h_0
case1	0.1	0.075	8000	0.075	0.075	0.75
case2	0.1	0.075	8000	0.075	0.05	0.5
case3	0.1	0.075	8000	0.075	0.037	0.37
case4	0.1	0.075	8000	0.075	0.02	0.2



a) Stereo-PIV measurement.



b) Relative spur dike height.

Fig.2 Schematic diagram of the experimental setup.

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.2 に水平面計測時の実験装置図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

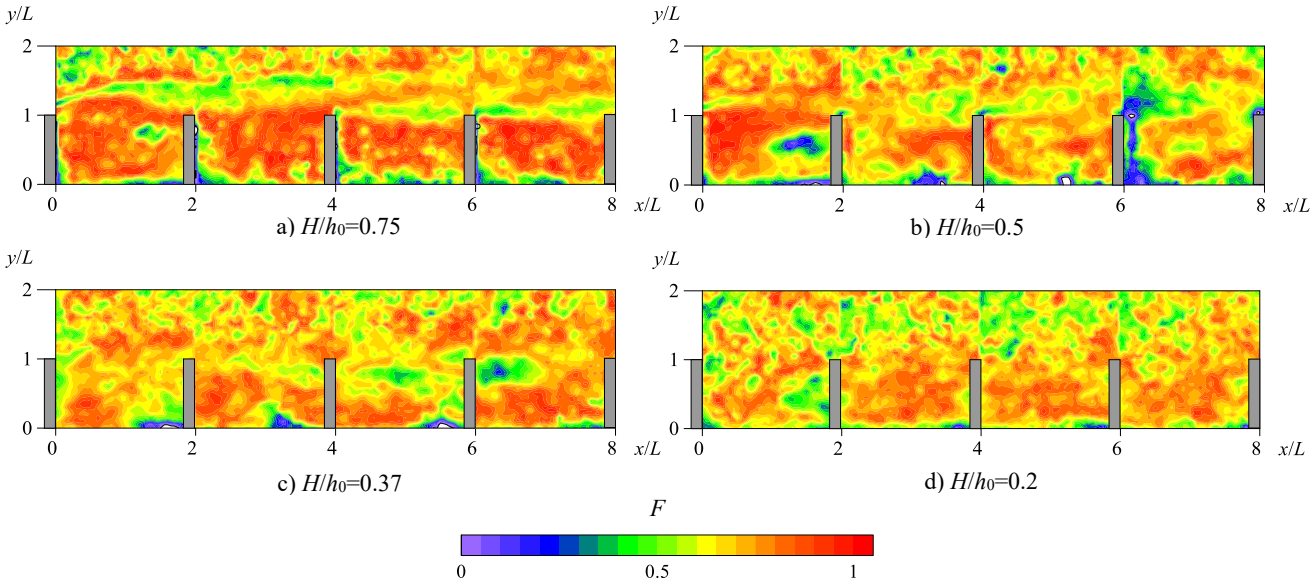


Fig.3 Planar distribution of the invariant function F at z/h_0=0.5.

の照射位置は, z=0.05m である. 撮影領域は約 0.3m×約 0.3m である. LLS の位置を流下方向にシフトさせ，$0m \le x \le 0.8m$ 0mx0.8m の領域を計測した. 2 台のカメラは水路上方に設置し, 傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した. トレーサには粒径約 50μm, 比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた. 画素数 2592×2048pixel, フレームレート 100fps, シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し, 各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った. 撮影した画像データはビットマップファイルで保存し, 連結させた. 画像解析では検査エリアを 32×32pixel, オーバーラップを 50%とした.

３．実験結果および考察

乱流の統計的性質の異方性を表す量として，速度非等方テンソル b_{ij} がある [3), 4)]. 速度非等方テンソルは，レイノルズ応力テンソルを乱れエネルギーで正規化することで，次式のように定義される.

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \tag{1}$$

速度非等方テンソルは 2 階のテンソルであり，座標軸の回転に関して不変な量を 3 個有する．速度非等方テンソルの第 1，2，3 不変量を I，II，III と表すと，以下の式のようになる．ただし，テンソルのトレースはゼロであるため，第 1 不変量は恒等的にゼロである.

$$I = b_{ij} = 0 \tag{2}$$

$$II = -b_{ij}b_{ji}/2 \tag{3}$$

$$III = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3 \tag{4}$$

本稿では，異方性の程度を評価するために不変量関数 F を用いる．不変量関数 F は，次式で定義される.

$$F = 1 + 9II + 27III \quad (0 \le F \le 1) \tag{5}$$

F=1 のとき完全等方乱流，F=0 のとき二次元乱流（流速の 1 成分が消失する状態）に対応する.

z/h_0=0.5 における水制群周辺の不変量関数の平面分布を fig.3 に示す．水制域内ではいずれの相対水制高のケースでも赤色や橙色を示しており，F の値が 1 に近いことがわかる．このことから，水制域内では相対水制高によらず比較的等方乱流に近い状態であることが考えられる．また，相対水制高が H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合，上流から下流にかけて水制域内の赤色は橙色へと変化しており，F の値がわずかに小さくなる傾向がある．これは，一方で，水制先頭部周辺に着目すると，H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合には緑色の線状の模様が形成されており，F の値が 0.4 から 0. 程度であることがわかる．これに対して，H/h_0=0.37 と H/h_0=0.2 の場合では橙色を示しており，F の値が 0.5 よりも大きく，線状の模様は形成されていない．これは水制によって流れが遮断されている断面ではないため，剥離渦の影響が弱まっているためであると考えられる．このことから, 計測断面に水制が存在する条件の H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 では，水制先頭部で発生する剥離渦の影響により，主流方向の速度変動が卓越する状態となり，周辺の流れ場よりも異方性の強い流れが形成されていると考えられる.

４．おわりに

本研究では，不変量関数を用いて水制群周辺の越流型水制群周辺の乱れの非等方性について検討した．その結果，水制域内ではすべての相対水制高のケース，比較的等方乱流に近い状態であることが確認された．一方で，水制先頭部付近では Fの値が 0.4 から 0.6 程度まで低下しており，剥離渦の形成に伴い異方性の強い乱流構造が形成されていることが示唆される．また，相対水制高が大きいケースほど，水制先頭部から下流にかけて異方性の強い流れが形成されていることを示した.

参考文献

1) T. K. Pradhan and V. Chandra: Turbulence anisotropy and length scales around a straight spur dike, Proceedings of the 23rd IAHR APD Congress, pp.197-207, 2022.
2) M. Mehraein, A. J. Schleiss, M. Goodarzi: The effects of a spur dike location in a 90° sharp channel bend on flow field: Focus on anisotropy degree and anisotropy nature, Journal of Hydro-environment Research, 48, pp.15-30, 2023.
3) 河原能久:乱流モデルの発展と河川工学への応用，土木学会水理委員会海岸工学委員会, 2000.
4) 木田重雄，柳瀬眞一郎：乱流力学，朝倉書店，pp.373-376，第 10 刷, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係（シンポジウム講演概要）

Relationship between roughness-surface pressure fluctuations and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉村　英人（岐阜大・工）　椿　涼太（神戸大・工）　赤堀　良介（愛知工業大・工）
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ryota TSUBAKI, Kobe University
Ryosuke AKAHORI, Aichi Institute of Technology
E-mail: yoshimura.hideto.g1@f.gifu-u.ac.jp

This study investigates the relationship between local pressure fluctuations at a roughness unit and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed. A laboratory experiment was conducted using a gravel-bed flume with a pressure sensor unit. Large-eddy simulation (LES) was conducted to reproduce velocity and Reynolds stress distributions observed in the experiments, and a reasonable agreement was confirmed. The ratio of pressure fluctuation intensity to bed shear stress, σ_p/τ_0, varied depending on sensor location, ranging from 1.3 to 6.9. While the top sensor showed a value close to previously reported results (≈ 3), upstream and downstream sensors exhibited significant deviations. The results suggest that interactions between turbulence structures and roughness geometry at different spatial scales influence pressure–shear relationships.

１．はじめに

河床に作用する底面せん断応力は，流れの抵抗や土砂移動を把握する上で重要な水理量であるが，実河川で直接計測することは困難である．そのため，流速やレイノルズ応力あるいは乱れ強度などの鉛直分布から，間接的に底面せん断応力を評価する方法が用いられるが，洪水中で土砂移動が起きるような状況で，河床近傍の上記流れ特性の鉛直分布を実測することは困難である．一方，底面の圧力変動強度σ_pと底面せん断応力τ_0には概ね$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$の関係があることが既往研究（例えば Amir et al.[1]）で示されており，圧力変動を計測することで，洪水中の底面せん断応力を準直接的に評価できる可能性がある．

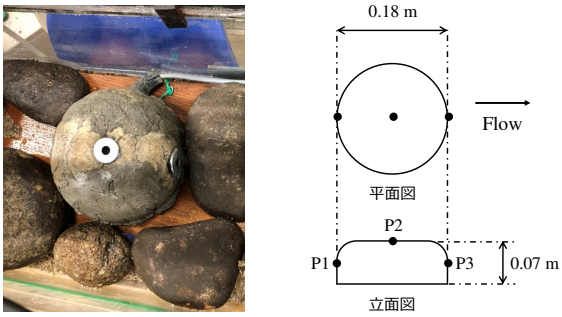
Tsubaki et al.[2] は独自に開発した圧力計 Sphera を実河川に設置し，出水時の河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を分析している．しかしながら，既往研究で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$という関係は球などの一様粗度を設置した粗面乱流場で得られた結果であり，実河川のように様々な粒径の河床材料からなる粗面乱流場においても同じ関係が成り立つのかは明らかではない．

本研究では，実河川を模擬した礫河床の開水路乱流場を対象とした可視化水理実験および LES (Large-Eddy Simulation) 解析を行い，河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を調べた．

２．可視化水理実験

実験には全長 12 m，幅 0.3 m，高さ 0.2 の水路を用いた．現地観測[2] で対象としている札内川の河床を模擬するため，水路中流域の約 2.5 m 区間において圧力センサを埋め込んだ模擬粗度（Sphera）を含む大礫を設置するとともに，中礫（粒径 12.8±3.96 mm）および細砂（粒径約 2 mm）を大礫間に充填させて水路床を形成した．模擬粗度は Fig. 1 に示すように直径 0.18 m，高さ 0.07 m から成り，表面には上流側（P1），上面（P2）および下流側（P3）の 3 点にピエゾ抵抗式絶対圧センサが埋め込まれている．3 つの圧力センサによる圧力を 50 Hz で同期して記録することができる．

水理条件として水路勾配 1/44 のもと流量Q = 2.375×10^{-2} m^3/s を与えた．P2 センサ直上における断面平均流速U_mは約 0.99 m/s，水深hは約 0.08 m であり，これらに基づくレイノルズ数は約 79,200，フルード数は約 1.1 である．



(a) Appearance　(b) Dimensions
Fig. 1 Specification of pressure measurement device, Sphera.

模擬粗度周りの流速分布は PIV (Particle Image Velocimetry) 解析により計測した．水面上から下向きに照射したレーザーシートで鉛直断面のトレーサー粒子を可視化し，ハイスピードカメラ（800 fps）で撮影した画像を解析した．撮影は模擬粗度周りを 3 領域に分けて行い，各領域には一つの圧力センサが含まれるようにした．なお，圧力センサとハイスピードカメラは同期させて計測を行った．

３．数値解析

模擬粗度周りの流れを詳細に把握するため，吉村が開発した数値計算モデル[3]を用いて LES 解析を行った．支配方程式は空間フィルタを施した非圧縮性流体の連続の式および Navier–Stokes 方程式であり，スタガード格子による有限差分法で離散化する．空間離散化には二次精度中心差分を用い，時間離散化には移流項に二次精度 Adams–Bashforth 法，粘性項に Crank–Nicolson 法をそれぞれ用い，速度と圧力のカップリングは Fractional Step 法で行う．また，SGS モデルには MTS (Mixed-Time-Scale) SGS モデルを用いた．

計算は水理実験の水路床形成区間に合わせて$L_x \times L_y \times L_z$ = 2.5 m × 0.3 m × 0.16 mの領域（x，yおよびzはそれぞれ主流，横断および鉛直方向）を対象とした．ただし，本計算では水面変動を考慮しないため，鉛直方向の計算領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

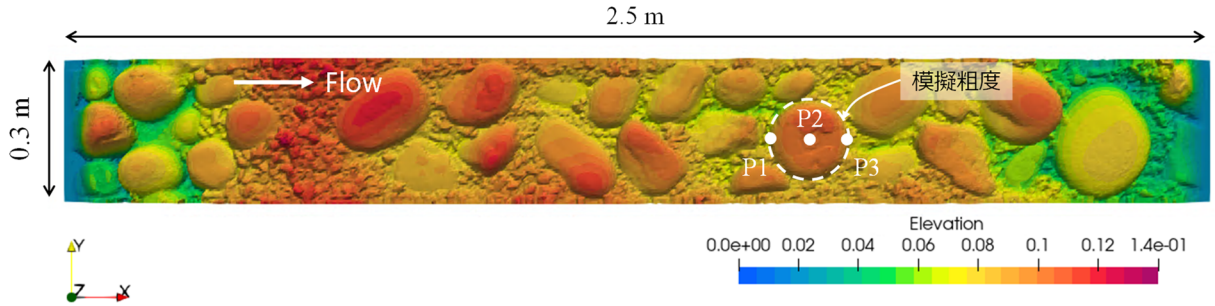


Fig. 2 Channel bed shape measured by SfM.

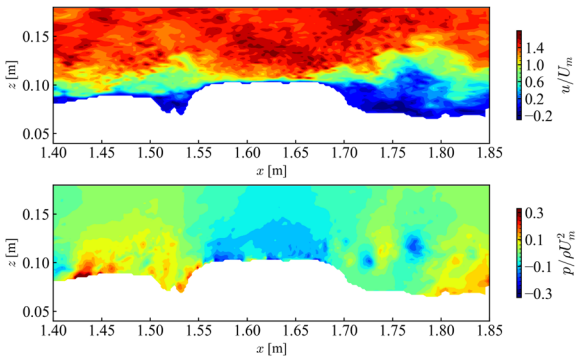
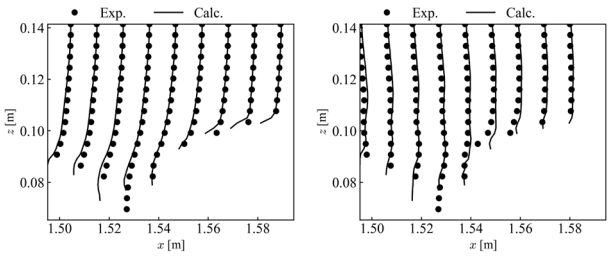


Fig. 3 Instantaneous streamwise velocity (upper) and pressure (lower) distribution obtained by LES.



(a) Mean streamwise velocity (b) Reynolds stress

Fig. 4 Comparisons between experimental and numerical results around P1 sensor.

L_zは区間内の平均水位から設定した．水路床は実験で作成した水路床を SfM で計測し (Fig. 2)，これを用いて IBM (Immersed Boundary Method) により表現した．

格子分割数は$N_x \times N_y \times N_z = 370 \times 150 \times 80$とし，主流方向および鉛直方向には不等間隔格子を，横断方向には等間隔格子を用いた．このとき，着目する模擬粗度周りでの格子解像度は$\Delta_x \approx \Delta_y \approx \Delta_z \approx 2 \times 10^{-3}$（粘性スケールで$\Delta_x^+ \approx \Delta_y^+ \approx \Delta_z^+ \approx 60$）でとなる．境界条件として主流方向には周期境界を与え，側壁には壁面モデルによるせん断応力を与えた．水路床は IBM により non-slip 条件を与え，水面には rigid-lid 近似で slip 条件を与えた．

4．結果と考察

LES により得られた模擬粗度周りの瞬時場を Fig. 3 に示す．相対水深が小さいため，粗度の影響が大きいが，十分に発達した粗面乱流場が形成されている．また，模擬粗度上流側の澱み点付近で圧力が上昇し，上面から下流側の剥離域にかけて圧力が低下する，典型的な物体周りの圧力分布が生じている．

LES の実験の再現性を確認するため，P1 センサ周りにおける平均流速分布およびレイノルズ応力分布の比較を Fig. 4 に示す．LES の結果はいずれも実験結果と一致しており，

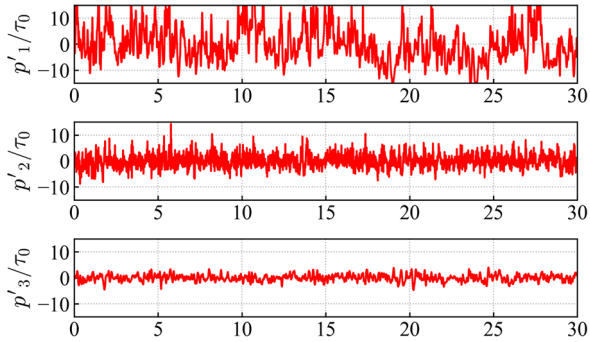


Fig. 5 Time series of normalized pressure fluctuation, p'/τ_0, obtained by LES.

乱れを含めて乱流場を再現できている．

模擬粗度周辺における底面せん断応力τ_0と各センサにおける圧力変動p'の関係を調べるため，p'/τ_0の 30 秒間の時系列を Fig. 5 に示す．ただし，底面せん断応力τ_0は，P2 センサの位置から上流および下流側 0.1 m の範囲における流速データから算出した平均流速分布を，粗面対数則にフィッティングさせて得られた底面摩擦速度$u_\tau \approx 0.07$ m/s から求めた．図よりτ_0に対する圧力変動の大きさや周期はセンサの位置により異なることがわかる．P1 センサでは 5 秒程度の比較的長い周期であり，変動も大きい．一方，P2 および P3 センサでは P1 よりも変動が小さく，周期も短い．

これらの時系列データから圧力変動強度と底面せん断応力の関係σ_p/τ_0を求めた結果，P1，P2 および P3 センサでそれぞれ 6.9，2.4 および 1.3 となった．P2 センサは既往研究[2]で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$に近い結果が得られているが，P1 および P3 センサではそれよりも過大および過小となった．同様の傾向は現地観測[2]でも確認されており，P1, P3 は粗度の間の剥離・再付着流れの特性を，P2 は粗度の上の乱流域（等流の場合の対数流速域）の乱流に起因する圧力変動を捉えていることが示唆される．

謝辞：本研究は JPSP 科研費 25K01332 の助成を受けたものである．ここに記し，謝意を表す．

参考文献

1) M. Amir et al.: Pressure forces on sediment particles in turbulent open-channel flow: a laboratory study, *Journal of Fluid Mechanics*, 757, pp. 458–497, 2014.
2) R. Tsubaki et al.: Unsteady features of bedload and near-bed turbulence measured in a braided gravel bed river , *Proceedings of the 41th IAHR World Congress*, 701, 2025.
3) H. Yoshimura and I. Fujita: Investigation of free-surface dynamics in an open channel flow, *Journal of Hydraulic Research*, 58(2), pp. 231–247, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

Fundamental Formulae Associated with Momentum Equation with Eddy Viscosity Term to Elucidate Calculated Results of Water Surface Profile (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

細田　尚（京大名誉教授）白井　秀和（北見工大・工）音田　慎一郎（京大・工）
Takashi HOSODA
Hidekazu SHIRAI, Kitami Institute of Tech.　Shinichiro ONDA, Kyoto Univ.
E-mail: hosoda.takashi.82c@st.kyoto-u.ac.jp

This paper deals with the fundamental formulae which are utilized to understand the calculated results of water surface profile in open channels by means of the one-dimensional momentum equation with the eddy viscosity term. The theoretical equation representing the water depth around the critical depth is firstly derived substituting the power series expansion into the momentum equation. It is shown that the theoretical equation is in good agreement with the calculated results within the radius of convergence. Then, the asymptotic behavior of water surface profile towards infinity in the downstream is considered applying the asymptotic expansion and substituting it to the momentum equation to fix the coefficients of each terms in the expansion. It is shown that the theoretical equation is compatible with the calculated results.

１．はじめに

渦動粘性項を有する一次元運動量方程式を用いた水面形解析法について，これまでに二階の常微分方程式である基礎式の二点境界値問題としての解析法を提案し[1]，急勾配水路上の流れを対象に上下流端の水深を与えて限界水深を通過する連続な水深分布が計算可能であることを示した．（ただし実際の強跳水ではなく乱流による運動量輸送を評価した渦動粘性項を考慮して得られる跳水状の水深急変分布を意味する．）

さらに，二点境界値法による計算結果を上流端で水深と水深の一階微係数の二つを境界条件として与える一点境界値法によって再現できることを示した[2]．本研究は，これらの計算結果として再現された限界水深を通り下流無限大で水平線に漸近する連続分布形について基本的な特性の検討を行うことを目的としている．これまでに，等流水深近傍の水深の変化特性について検討を行ったので[2]，本研究では限界水深の上下流で急変する水面形の特性，および十分下流での水平線への漸近特性に着目した理論的な考察を行う．

２．基礎式とその無次元化

Fig.1 に示した座標系の下で，単位幅に対する渦動粘性項を有する一次元連続式と運動量方程式を記述すれば式(1)および式(2)となる．

$$q = Uh = \text{一定} \tag{1}$$

$$\frac{d}{dx}\left(hU^2 + \frac{1}{2}gh^2\cos\theta\right) = gh\sin\theta - c_f U|U| + \frac{d}{dx}\left(D_{m_x}h\frac{dU}{dx}\right) \tag{2}$$

ここに，xは空間座標，Uは水深平均流速，hは水深，qは単位幅流量，D_{m_x}は渦動粘性係数，c_fは摩擦係数，θは路床勾配，g は重力加速度を表す．また，渦動粘性係数は単位幅流量を用いて次式で評価する．

$$D_{m_x} = \alpha q \tag{3}$$

ここに，αは式(3)で渦動粘性係数を評価する場合の定数．

式(2)を変形すると式(4)となる．

$$(gh^3\cos\theta - q^2)\frac{dh}{dx} = gh^3\sin\theta - c_f q^2 + D_{m_x}q\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 - D_{m_x}qh\frac{d^2h}{dx^2} \tag{4}$$

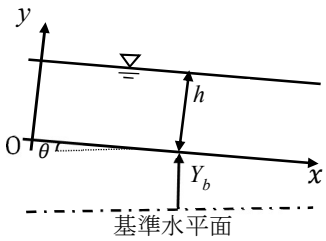


Fig.1 Coordinate system

式(4)の場合も式(5)で定義される従来の等流水深は式(4)の解となる．

$$gh_0^3\sin\theta - c_f q^2 = 0 \tag{5}$$

一方，式(6)で定義される水深は通常の限界水深の水理学的意味を有していないが，本研究でも式(6)を限界水深の定義として用いる．

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g\cos\theta}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{6}$$

次の無次元量を用いて基礎式を無次元化すれば式(7)となる．

$$x' = \frac{x}{h_c}, h' = \frac{h}{h_c}, Fr_0 = \frac{q/h_0}{\sqrt{gh_0\cos\theta}}, h_0' = \frac{1}{Fr_0^{2/3}}$$

$$(h'^3 - 1)\frac{dh'}{dx'} = c_f\left(Fr_0^2 h'^3 - 1\right) + \alpha\left(\frac{dh'}{dx'}\right)^2 - \alpha h'\frac{d^2h'}{dx'^2} \tag{7}$$

次式に示すように，式(7)にはh'が増大するとき $h' \propto c_f Fr_0^2 x'$ として表される漸近解が存在する．

$$h' \to \infty \quad \frac{dh'}{dx'} \to c_f Fr_0^2 = \tan\theta \tag{8}$$

３．考察に用いる計算結果

本研究ではこれまでに一点境界値法を用いて行った急勾配水路流れの水面形解析結果[2]を考察の対象とする．

以下に水面形計算の水理条件と計算条件を示す．上流端

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の h'とdh'/dx'の値を図中に記述した．

水理条件： $\sin\theta$=1/100， c_f=0.005， α=0.05，
q=0.003(m^2/sec)， h_0=0.00772(m)， h_c=0.00972(m)，
Fr_0=1.414

計算条件： $\Delta x'$=0.02

水面形解析結果を Fig.2 に示した．

4. 限界水深近傍での水深分布特性

水面形が通る限界水深の位置をx'_cとし，そこを原点とした空間座標を$\delta x'$とする．限界水深周りの水深を次式のべき乗級数展開を用いて表現する．

$$h' = 1 + e_1\delta x' + e_2\delta x'^2 + e_3\delta x'^3 + e_4\delta x'^4 + e_5\delta x'^5 + e_6\delta x'^6 \cdots \quad (9)$$

上式を基礎式に代入し，$\delta x'$のべき乗指数に掛かる項をゼロとおくことで係数に関する関係式が導かれる．0 次から 3 次までの関係式を記述すれば次のようになる．

0 次： $c_f\left(Fr_0{}^2 - 1\right) + \alpha(e_1{}^2 - 2e_2) = 0$

1 次： $e_1[h'^3]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_1 + \alpha(2e_1e_2 - 6e_3)$

2 次： $e_1\left[h'^3\right]_2 + 2e_2\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_2 + \alpha(2e_2{}^2 - 12e_4)$ (10)

3 次： $e_1\left[h'^3\right]_3 + 2e_2\left[h'^3\right]_2 + 3e_3\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_3 + \alpha(-4e_1e_4 + 4e_2e_3 - 20e_5)$

ここに，$[h'^3]_1$等は次式で表される．

$[h'^3]_1 = 3e_1$， $[h'^3]_2 = 3e_1{}^2 + 3e_2$， $[h'^3]_3 = 3e_3 + 6e_1e_2 + e_1{}^3$

Fig.2 に示した計算結果の限界水深位置での水深の一階微係数値をe_1として与えると，式(10)の関係式を用いてe_2~e_5の値を計算することができる．それらを用いてh'と$\delta x'$の関係を示したのが Fig.3 である．収束半径内でべき乗級数展開は次数を上げるとともに一定値に収束していくので，限界水深近傍で式(9)で表される連続な解が存在すると考えられる．また数値計算結果はべき乗級数展開とよく一致している．

5. 下流無限大への漸近特性

下流無限大で水深は次式で定義されるY'に漸近する．

$$Y' = h'_d + x'\tan\theta \quad (11)$$

ここに，h'_dは原点での下流無限大の水位に対応する水深．

h'をY'とそれからの偏差$\delta h'$の和として表す．

$$h' = Y' + \delta h' \quad (12)$$

上式を基礎式に代入し$\delta h'$の二乗以上の項を微少として無視すると，$\delta h'$に関する線形化方程式が導かれる．その際に $dY'/dx' = \tan\theta$ を用いて変数をx'からY'に変換すると次式が得られる．

$$\alpha Y'\tan^2\theta\frac{d^2\delta h'}{dY'^2} + \left(Y'^3 - 1 - 2\alpha\tan\theta\right)\tan\theta\frac{d\delta h'}{dY'} = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f \quad (13)$$

上式をみて次式で表される漸近級数展開が成立することが分かる．

$$\delta h' \propto m_{-2}\frac{1}{Y'^2} + m_{-5}\frac{1}{Y'^5} + m_{-8}\frac{1}{Y'^8} + m_{-11}\frac{1}{Y'^{11}}\cdots \quad (14)$$

この表示式を式(13)に代入しY'に関する同一のべき乗に掛かる係数をゼロと置くことで，漸近級数展開の各項の係数が満たすべき関係式が導かれる．

0 乗： $-2m_{-2}\tan\theta = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f$

-3 乗： $6m_{-2}\alpha\tan^2\theta - 5m_{-5}\tan\theta + 2m_{-2}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

-6 乗：

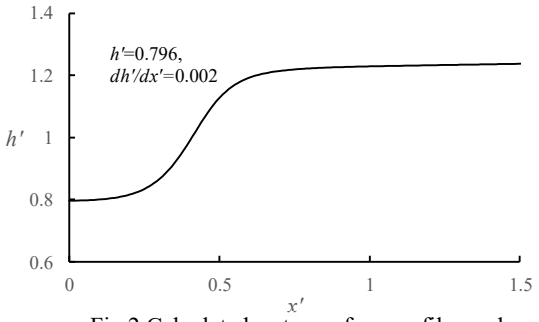


Fig.2 Calculated water surface profile used for theoretical consideration

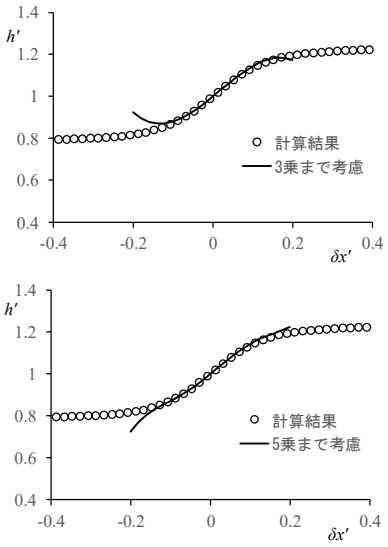


Fig.3 Comparison between theoretical equations and calculated

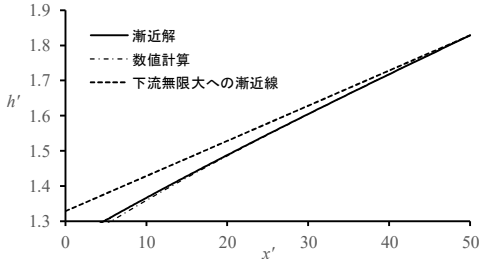


Fig.4 Comparison between asymptotic depth distribution toward downstream infinity and calculated results

$30m_{-5}\alpha\tan^2\theta - 8m_{-8}\tan\theta + 5m_{-5}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

漸近展開式に原点は存在しないので，十分下流の $x' = 50$において漸近展開式，数値解析結果および漸近線のh'が一致するとしてそれぞれのh'を示したのが Fig.4 である．漸近解は数値解析結果とよく一致しており，下流無限大への漸近挙動を表現していると考えられる．

6. おわりに

今後，路床に突起を有する流れなど種々の条件の下での解析を行いたい．

参考文献

1) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた二点境界値問題としての水面形解析法，2025 年度関西土木工学交流発表会講演概要集, II &Ⅶ-5，2025.

2) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析法に関する二，三の考察，令和 7 年度土木学会全国大会 第 80 回年次学術講演会概要集, II-72，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

振動跳水現象の 2 次元 RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes) モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

Influence of Wall Functions on Two-Dimensional RANS Simulations of Oscillatory Hydraulic Jump Phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩橋　陸（静岡大・工）　中澤　克成（静岡大・工）　横嶋　哲（静岡大・工）
吉村　英人（岐阜大・工）　藤田　一郎（(一財) 建設工学研究所）
Riku IWAHASHI, Shizuoka University
Katsunari NAKAZAWA, Shizuoka University
Satoshi YOKOJIMA, Shizuoka University
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ichiro FUJITA, Construction Engineering Research Institute
E-mail: iwahashi.riku.21@shizuoka.ac.jp

We examined the influence of wall functions, often introduced in wall-bounded turbulent-flow simulations, as well as the effect of computational grid resolution, on the prediction accuracy of oscillatory hydraulic jump phenomena using two-dimensional RANS model calculations.

1. はじめに

トレンチ付き落差工流れは幾何学形状や水理条件に応じて流況が大きく変化することが知られており[1),2)]，数値解析による再現が試みられてきた．Chiu et al.[3)] と浪平・髙木[4)] はそれぞれ RNG k–ε 及び非線形 k–ε モデルを用いて，トレンチ長を系統的に変化させた場合の流況の変化を良好に再現できることを示した．Yoshimura et al.[5)] は水理実験で周期振動跳水現象が生じたケース (fig. 1) に特に注目して，乱流モデル (RNG k–ε モデルを含む 5 種類) と計算格子解像度 (完全等間隔，0.5mm/1.0mm) が予測結果に及ぼす影響を検討し，0.5mm 格子上の SST k–ω モデル (以後，SST モデルと呼称) は振動跳水現象を正確に再現できるのに対して，他の数値予測は全て定常解となることを示した．著者ら[6)] (以後，前報) も独自開発プログラムを用いて同様の検討を行い，Yoshimura et al.[5)] と一致する結果を得るとともに，SST モデルが備える，渦動粘性係数の (特に壁近傍での) 過大評価を防ぐリミター機能が振動跳水現象の再現性のキーポイントであることを示した．

壁乱流の RANS 予測では，乱流モデルと計算格子解像度に加えて，壁面境界条件が結果に及ぼす影響も大きいと考えられる．Chiu et al.[3)] では壁境界条件に関する詳細な説明がないものの，浪平・髙木[4)] は滑面に対して粗面対数則を用いており，その理由として滑面対数則よりも良好な結果が得られたことを挙げた．Yoshimura et al.[5)] (OpenFOAM を利用) の数値予測では壁近傍の格子解像度に応じて壁関数と壁上での粘着/不透過条件の使用が自動で切り替わるのに対して，前報[6)] では全ての計算 (の全時空間) で粘着/不透過条件が課された．

そこで本研究では，前報[6)] と同じく，振動跳水が生じるトレンチ付き落差工流れに SST モデル[7)] を適用し，壁関数の適用が流動予測に与える影響を評価する．

2. 数値計算法と対象流れの概略

本研究では文献[8)] で提案された ‘気液二相アプローチ’ に基づく新たな流動解析プログラムを作成した．文献[8)] では界面捕獲法としてレベルセット法が用いられたが，本研究では VOF 法系統の THINC/WLIC 法を採用した．この気液二相流動解析プログラムの基本性能については文献[9)] を参照されたい．

ここでは 2 種類の壁面境界条件を検討する：第 1 の方法では，壁上で粘着・不透過条件 ($\bar{u} = \bar{v} = 0$, $k = 0$) を課す．ただし $\omega \equiv \varepsilon/k$ は壁上で ∞ となるため，壁からの第 1 格子点（以下，下付き添え字 w で表現）で $\omega_\mathrm{w} = 6\nu/(\beta_1 \ell_\mathrm{w}^2)$ ($\beta_1 = 0.075$, ν は流体の動粘度，ℓ_w は最も近い壁までの距離を表す）を課した．第 2 の方法では壁関数を使用した．壁からの第 1 格子点での壁接線方向流速が対数則分布

$$\bar{u}_\mathrm{w}^+ = (1/\kappa)\ln \ell_\mathrm{w}^+ + B \quad (\kappa = 0.4, B = 5.0) \tag{1}$$

に従うことを仮定して，壁面摩擦速度 u_τ を求めた．ただし，壁法線方向流速に対しては不透過条件を課した．第 1 格子点での k と ω は u_τ を用いてそれぞれ

$$k_\mathrm{w} = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{\beta^*}},\ \omega_\mathrm{w} = \frac{u_\tau}{\kappa \ell_\mathrm{w}\sqrt{\beta^*}} \quad (\beta^* = 0.09) \tag{2}$$

で与えた．また，対数則分布に代えて Spalding 則

$$\ell_\mathrm{w}^+ = \bar{u}_\mathrm{w}^+ + e^{-\kappa B}\left[e^{\kappa \bar{u}_\mathrm{w}^+} - 1 - \kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+ - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^2}{2!} - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^3}{3!}\right] \tag{3}$$

を用いた計算も行った．

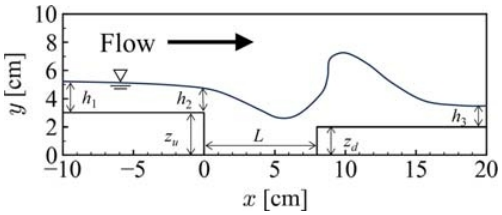


Fig. 1　Schematic of the flow over a drop with a trench. The flume-bottom slope is 1/500 and the flow discharge per unit flume width is 88.3 cm^2/s.

対象流れは前報[6)] および Yoshimura et al.[5)] と同じく，単位幅流量 88.3 cm^2/s で fig. 1 のトレンチ部を過ぎる流れで，周期 1.78 s で安定した振動跳水現象が観察[5)] されたケースである．前報[6)] と同じく，段落ち部と水路床の交点を原点として，主流方向に [−19 cm, 27.4 cm]，水深方向に [0 cm, 10 cm] の計算領域を設定し，0.5 mm および 1.0 mm の 2 種類の完全等間隔な計算格子上で数値計算を実行した．

3. 計算結果と考察

計算格子解像度（0.5 mm 格子/1.0 mm 格子）と壁関数（wall function，以下 ‘WF’ とも記載）の利用の有無によって，同じ SST モデルを用いても大きく異なる予測が得られた．Fig. 2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

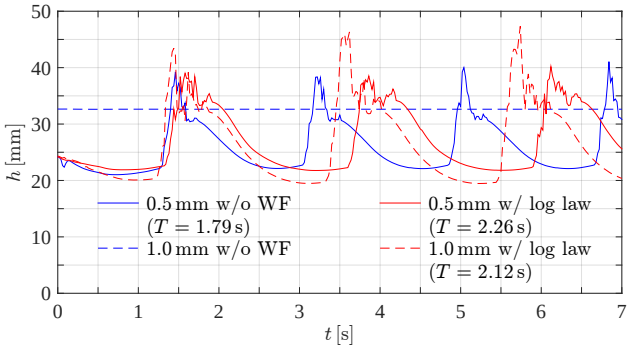


Fig. 2 Time histories of water depth at $x = 4$ cm (i.e., at the middle of the trench section) obtained from four different SST model predictions. The time period of oscillating hydraulic jumps T observed in the corresponding experiment[5] is 1.78 s.

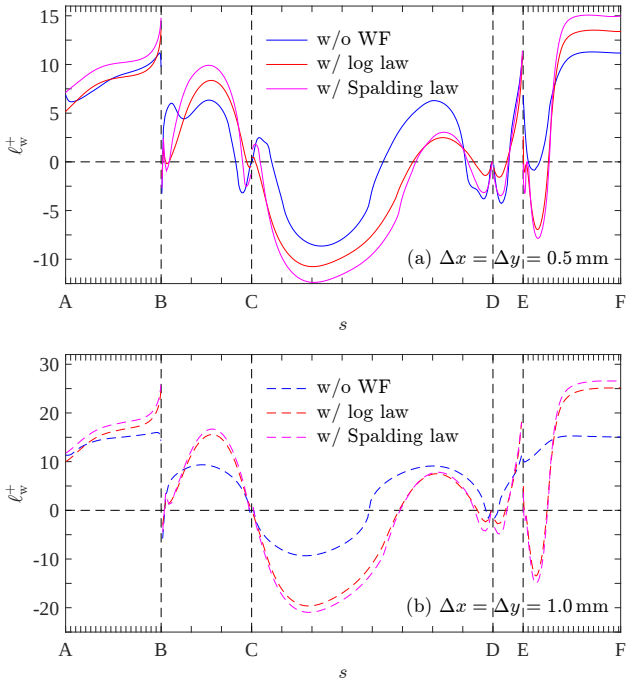


Fig. 3 Profiles of distance to the first grid point from the wall in wall units based on the time-averaged friction velocity (i.e., $\Delta x^+/2 (=\Delta y^+/2)$). Note that the ticks on the horizontal axis are marked at 1 cm intervals, and the intervals within the trench section are enlarged six times for easier viewing.

に，トレンチ部中央 ($x = 4$ cm) での水深の経時変化を示す．壁で粘着・不透過条件を課した場合（以下，‘壁関数無し’と呼称），0.5 mm 格子では水理実験と定量的にも良好に一致する予測が得られるのに対して，1.0 mm 格子では定常解が得られることは前報[6] で示した．壁関数（ここでは対数則を仮定して壁面摩擦速度を算出）を用いた場合，0.5 mm/1.0 mm のどちらの計算格子上でも安定して周期振動跳水現象が再現されたが，0.5 mm 格子では振動周期 $T = 2.26$ s，1.0 mm 格子では $T = 2.12$ s となり，水理実験結果（$T = 1.78$ s）と比べてどちらも過大予測となった．

計算格子解像度の違いや壁関数の利用の有無は，壁乱流において重要な特徴量である壁面摩擦速度 u_τ の予測に差異をもたらし，それが上述の流動の違いに至ることが考えられるため，ここでは壁からの第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ の分布を fig. 3 に示す．それぞれの計算結果に対して 1 振動周期に渡る時間平均を施し，得られた流れ場から u_τ を算出した．ここで s 軸（fig. 3 の横軸）は計算領域の上流端（点 A）から下流端（点 F）まで水路床に沿って流下するものとし，BC は段落ち壁，DE は段上がり壁，CD はトレンチ内部の水路床をそれぞれ表す．(a) には 0.5 mm 格子を，(b) には 1.0 mm 格子を用いて得られた分布を示すが，第 1 格子点までの距離は計算格子幅に比例することを考慮し，(b) の縦軸の範囲は (a) の 2 倍と設定したことに留意されたい．また，粘性距離の正負は壁第 1 格子点での壁接線方向流速の正負と一致させた．ここでは対数則に加えて，Spalding 則を仮定して u_τ を算出した場合の結果も比較する．ただし，Spalding 則を用いても，得られる流動は対数則を用いた場合とほぼ一致した（図省略）．

1.0 mm 格子を用いた場合にも第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ が 30 に達することはなく，対数則の成立を期待するには計算格子解像度が（壁近傍で）高すぎる状況と言える．ただし，壁関数の利用を伴ういわゆる高 Reynolds 数型乱流モデルが，壁関数成立の前提条件を満たさない，剥離や衝突を含む複雑流れをそこそこの精度で予測できることが指摘されており[10),11)]，この状況が直ちに低い予測精度を与えることを意味しない．対数則を用いた場合，1.0 mm 格子と 0.5 mm 格子では u_τ は概ね一致するものの，fig. 2 で見られたように，得られた流れは定量的には大きく異なったことは，乱流パラメータに壁関数（式 (2)）を課す位置の違いが予測に無視しえない影響を与えたと推察される．

壁関数無しでは，fig. 2 でも見られたように，計算格子解像度の違いが予測に質的にも大きな相違（周期振動現象の再現の有無）をもたらす反面，壁関数有りでは計算格子解像度に依らずに周期振動現象を捉えられたことは，粘着条件による壁面摩擦推定が計算格子解像度に鋭敏であること，壁関数を用いることでその影響を回避/低減し得ることを示す．

参考文献

1) 藤田, 丸山: 水工学論文集, **45**, 403, 2001.
2) Fujita: J. Vis., **5**(4), 335, 2002.
3) Chiu et al.: J. Hydraul. Eng., **143**(1), 04016077, 2016.
4) 浪平, 髙木: 土論 B1, **75**(2), I_577, 2019.
5) Yoshimura et al.: KSCE J. Civ. Eng., **28**, 1075, 2024.
6) 岩橋ら: 第 28 回応力シンポ, 2024.
7) NASA Langley Research Center: Turbulence Modeling Resource, `https://turbmodels.larc.nasa.gov/index.html`
8) 横嶋: 土論 B, **62**(4), 419, 2006.
9) 中澤ら: 土論, **79**(1), 22-00116, 2023.
10) 中山, 横嶋: 土論 II-**48**(628), 131, 1999.
11) 中山, 横嶋: 土論 II-**56**(684), 141, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

Comparison of Pressure Spikes Induced by a Single Bubble Passing Through Constrictions of Various Shapes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

許　本源（東京大・数理）　　儀我　美保（東京大・数理）　　野津　裕史（金沢大・理工）
Pen-Yuan HSU, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Mi-Ho GIGA, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Hirofumi NOTSU, Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University
E-mail: pyhsu@ms.u-tokyo.ac.jp

In various constricted geometries, we give two-dimensional numerical simulations of two-phase, incompressible, viscous flow using an isothermal sharp-interface model (without phase change). We investigate the behavior of "pressure spikes", the place where the magnitude of time derivative of pressure is large.

1．はじめに

オリフィスやベンチュリ管に代表される流路の拡大縮小部は，流量を測定や微小気泡生成をはじめとする多様な工業用途で利用されている．気泡がこうした狭路を通過する際の圧力変動は，気泡挙動や流動音発生メカニズム解明の基盤となることから，古くから活発に研究されてきた．例えば，金子ら[2]（2012）は可視化実験を通じて，ベンチュリ管を通過した気泡の微細化崩壊が拡大部の圧力回復プロセスに依存することを指摘した．梅田ら[3]（1994）は空気-水二相流スラグ流を対象とし，単一気泡のオリフィス通過時における気泡挙動，圧力変動，発生音の相関を調査している．また，近年では JIANG ら[4](2021)が，異なる形状や生成条件を持つベンチュリ管式気泡生成装置を用いて実験を行い，ノズルの縮小角と空気混入量が気泡サイズに大きな影響を与えることを明らかにした．

これらの先行研究は目的こそ様々だが，圧力変動そのものに着目した考察が主流であった．これに対し，本研究では圧力の急激な変化を的確に捉えるため，圧力の時間微分に着目し，「圧力スパイク波」という概念を導入した[1]．その上で，気泡通過時の発生音は圧力スパイク波に起因するという仮説に基づき，相変化を含まない等温・鋭敏界面モデル（二相非圧縮性粘性流体方程式）を用いた 2 次元数値シミュレーションを行った．数値手法として，CFL 条件に制約されず AMR（アダプティブ・メッシュ・リファインメント）が利用可能な，時間 2 次精度のラグランジュ・ガレルキン(特性曲線)FEM を適用し，その有効性を検証した．本稿では，特に縮口部形状の違いが圧力スパイク波の挙動に与える影響について考察した結果を報告する．

2．二流体問題

領域 Ω を，Fig. 1 のように

$$\Omega := \Omega_1(t) \cup \Gamma(t) \cup \Omega_2(t) \subset \mathbb{R}^{d(=2,3)},\ t \in (0,T)$$
$$(\Omega_1(t) \cap \Omega_2(t) = \emptyset) \tag{1}$$

とおく．境界$\partial\Omega$は$\partial\Omega_D$と$\partial\Omega_N$に分かれているとする．
$(\overline{\partial\Omega} = \overline{\partial\Omega_D} \cup \overline{\partial\Omega_N},\ \overline{\partial\Omega_D} \cap \overline{\partial\Omega_N} = \emptyset)$.

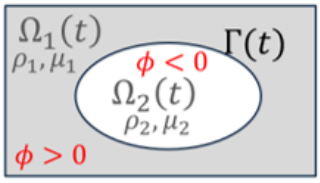


Fig. 1 Sharp interface in two-phase flow.

次の方程式（$i = 1,2$）：

$$\begin{aligned}
\rho_i \mathcal{D}_t u_i - \nabla \cdot [2\mu_i D(u_i)] + \nabla p_i &= \rho_i f, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
\nabla \cdot u_i &= 0, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
[u]_\Gamma = 0, [-pI + 2\mu D(u)]_\Gamma \hat{n} &= \sigma_0 \kappa \hat{n}, && (x,t) \in \Gamma(t) \times (0,T),\\
u &= g && (x,t) \in \partial\Omega_D \times (0,T),\\
[-pI + 2\mu D(u)] n_{\partial\Omega} &= 0, && (x,t) \in \partial\Omega_N \times (0,T),\\
u &= u^0 && x \in \Omega,\ t = 0,\\
\Gamma &= \Gamma^0 && t = 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

をみたす函数$(u,p): \Omega \times (0,T) \to \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$と
$\{\Gamma(t) \subset \Omega;\ t \in (0,T)\}$を求める問題を考える．

ここに，$T > 0$は終端時間，$\rho_i > 0, \mu_i > 0, \sigma_0 > 0$はそれぞれ密度，粘性，表面張力係数，

$$D(u) := \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^\top] \tag{3}$$

は歪み速度テンソル，$n_{\partial\Omega}$はΩの外向き法線ベクトル，$\hat{n}$は$\Omega_2(t)$の外向き法線ベクトル，κは界面$\Gamma(t)$の曲率，$[\cdot]_\Gamma$は$\Gamma = \Gamma(t)$におけるジャンプで，

$$[A]_\Gamma(x,t) := \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_1(t)}} A(y) - \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_2(t)}} A(y), \qquad x \in \Gamma(t). \tag{4}$$

流速uと圧力pは，領域Ωで定義された関数として考える：

$$u(x,t) := \begin{cases} u_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ u_2(x,t), & x \in \Omega_2(t), \end{cases} \quad p(x,t) := \begin{cases} p_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ p_2(x,t), & x \in \Omega_2(t). \end{cases} \tag{5}$$

界面$\Gamma(t)$を，レベルセット関数$\phi(x,t)$を用いて表現する：

$$\Gamma(t) = \{x \in \bar{\Omega};\ \phi(x,t) = 0\} \tag{6}$$

3．数値計算結果（二次元）

気泡が縮口部を通過する際，圧力の時間微分が短い時間に正負に大きく激変することを「圧力スパイク波」と呼ぶことにする[1]．ここでは縮口部の形状が直角型（Square-edged orifice）及び砂時計型（Sand glass like orifice）における圧力スパイク波の挙動を調べる．

まず計算領域と境界条件について説明する．垂直下から流入する場合の底面（横流入では右の側面）での境界条件（入口境界条件）から速度の垂直成分が 0 からスタートして，徐々に大きくなるポアズイユ流

$$u = [1 + \tanh(8t - 4)]x_1(1 - x_1) \tag{7}$$

を設定する．出口境界条件は応力フリー境界条件

$$[-pI + 2\mu D(u)]n = 0 \tag{8}$$

で，ほかの境界は滑りなし境界条件とする．
重力方向及びポアズイユ流の進行方向は Fig. 2（垂直下から流入）と Fig. 3（横流入）で示す．気泡の初期位置は領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

入口の底面付近にある．密度，粘性，表面張力係数は $(\rho_1,\mu_1)=(10^3,10),(\rho_2,\mu_2)=(1,10^{-1}),\sigma_0=1.96$ とする．

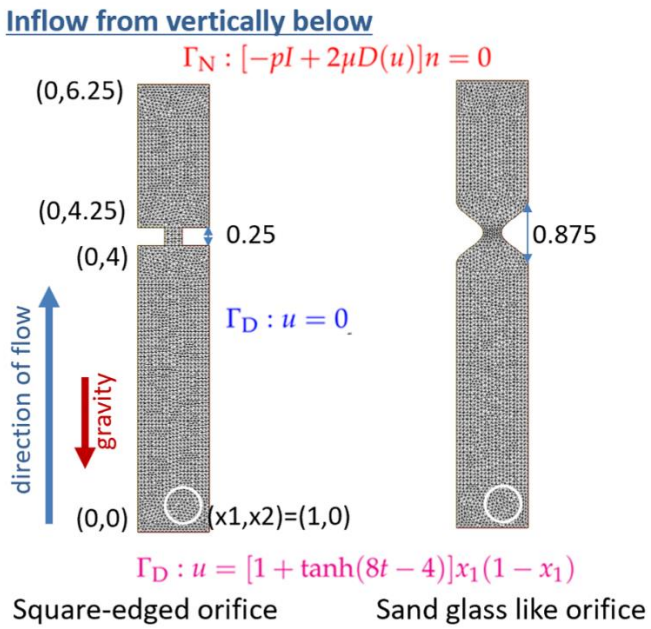


Fig. 2 Computational Domain for vertical inflow from below.

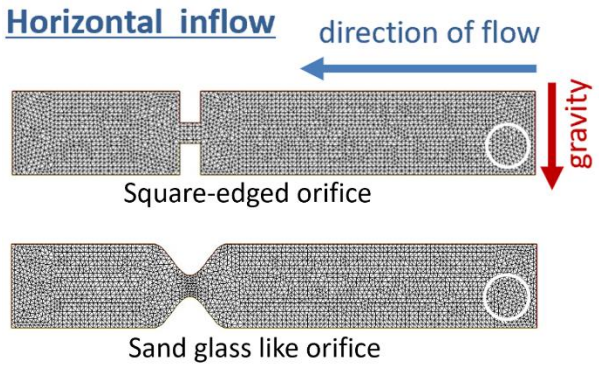


Fig. 3 Computational Domain for horizontal inflow.

今回の条件設定では上流側だけ全体の圧力変動が顕著のため，上流側の壁付近(*)での平均圧力時間微分を異なる形状の縮口部，流入方向の違いでの影響を考察した（Fig. 4 と Fig. 5）．特に気泡先端が縮流部入口に到達したタイミングで（Fig. 4 に Time=277）直角型の圧力時間微分は著しく低下する．その現象は上流側全体で起こった（fig. 6）．

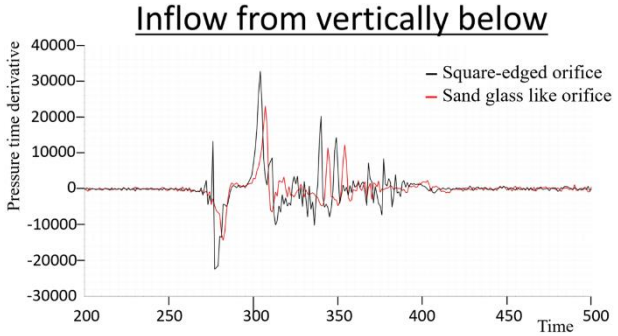


Fig. 4 Time variation of the pressure time derivative for vertical inflow from below.

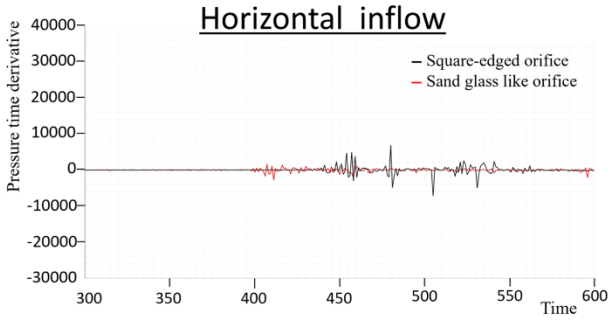


Fig. 5 Time variation of the pressure time derivative for horizontal inflow.

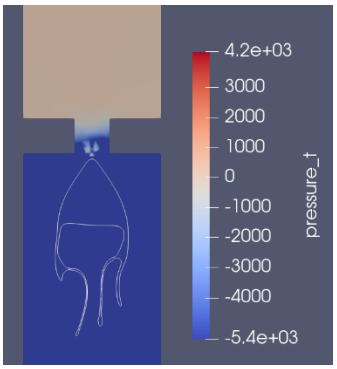


Fig. 6 Pressure time derivative distribution at the moment the bubble tip reaches the contraction entrance（Time=277）.

（＊）Fig.4 の圧力時間微分（縦軸）は上流側の壁付近（Fig.2 の直線 $\{x=(x_1,x_2);\ x_1=0.05, 0.75\le x_2\le 3.25\}$）上での平均で，Fig.5 も Fig.3 の対応する場所での平均である．横流入の計算領域は Fig.2 から９０度反時計回りにしたものである．

４．結び

単一気泡が縮口部を通過する際，直角型・砂時計型双方の形状において圧力スパイク波が発生する．最狭部の径が同一(0.25)の場合，直角型と比較して砂時計型の方が圧力スパイク波の振幅は小さい．さらに，垂直下からの流入よりも水平流入の方が振幅は小さい．この要因として，重力による気泡先頭部の縮小が考えられる．以上の結果は，形状と発生音に関する直観，および特異点が凹部で発生するという数学的直観とも整合し，圧力の空間・時間微分がいずれも小さくなることが類推できる．異なる形状間での圧力スパイク波形や振幅の相違を，数理モデルに基づいた数値解析アプローチにより考察した本知見は，形状改善による騒音低減の可能性を示唆しており，将来的な実用化が期待される．

謝辞

本研究はダイキン工業株式会社との社会連携講座「冷媒熱流体の数理」の一環として実施された。

参考文献

1) P.-Y. Hsu, M.-H. Giga and H. Notsu: Pressure Spike Generated When a Single Bubble Passes Through an Orifice, in preparation.
2) 金子 暁子，野村 康通，高木 周，松本 洋一郎，阿部 豊: ベンチュリ管内における気泡崩壊現象，日本機械学会論文集（B 編），78 巻 786 号 (2012-2).
3) T. Umeda: Noise Caused by Gas-Liquid Two-Phase Flow with Single Large Gas Bubble through an Orifice, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series B. vol.60, no.574 (1994), 56-63.
4) X. Jiang, T. Yasunobu, A. Nakamura and M. Shimazu: Miniaturization of Bubbles by Shock Waves in Gas-Liquid Two-phase Flow in the Venturi Tube, Journal of Thermal Science Vol.30, No.3 (2021) 1068-1076.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on the Flow Field Around a Robotic Hand Mimicking the Snapping Shrimp Motion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

大和田　武琉　矢木　啓介　松村　邦仁（茨城大学・工）
Takeru OWADA, Keisuke YAGI, Kunihito MATSUMURA, Ibaraki University
E-mail: 22t1038r@vc.ibaraki.ac.jp

Underwater robots designed for submerged operations and surveys are being utilized across various fields. Many underwater robots are equipped with robotic hands for grasping and manipulating objects, and their performance is a critical factor significantly influencing the success and precision of tasks. In the underwater environment, water resistance and pressure changes cause a reduction in motor function. Therefore, we focused on pistol shrimp, which achieves high-performance and efficient movement and function in the harsh underwater environment. This study investigates a robotic hand modeled after the pistol shrimp, experimentally clarifying its motion characteristics during closed action, the resulting flow behavior, and its structure.

1．研究背景・目的

水中ロボットは，海洋調査や作業など多様な分野で活用されており，対象物を把持・操作するロボットハンドの性能は作業効率や精度を大きく左右する重要な要素である．しかし，水中環境では水の抵抗や圧力変化の影響により，陸上と同様の運動性能を発揮することが難しく，高速動作や精密操作には多くの課題が存在する．一方で，自然界の水生生物は，水中環境に適応した高効率な運動機構を有している．中でも，テッポウエビはハサミを瞬間的に高速閉鎖することでジェット水流を発生させ，さらにキャビテーション現象を伴う衝撃波を生じることが知られている．[1] このはさみの運動は，獲物の捕獲だけでなく，威嚇など多様な行動に利用されており，小さな構造から大きなエネルギーを生み出す極めて効率的な機構である．本研究では，テッポウエビの模倣ロボットハンドを対象とし，その閉鎖動作における運動特性および，それに伴って発生する水流挙動，構造を実験的に明らかにする．

2．実験条件

使用するロボットハンド全体概要を Fig.1 に示す．ハサミ部は 45 ㎜×53 ㎜×12 ㎜である．左右合わせてハンドの根本部には 4 本のバネ(バネ定数 2.45N/mm)，可動部の連結部には 2 本のバネ(バネ定数 1.47N/mm)を使用する構造となっている．また，ハイスピードカメラを用いて実験を行う．撮影条件は，フレームレートが 500fps で，シャッタースピードが 1/10000s で撮影を行う．ハサミの形状は，4 種類使用する．Fig.2.1～2.5 にハサミ部の詳細図を示す．ハサミの名前をそれぞれ Type1～Type4 とした．Fig.2.6 と Fig.2.7 に Type1 と Type3 のハサミ閉鎖時の上下ハサミの断面図を示す．

撮影画像により，ハサミの周方向速度と角速度を時間差分から算出する．また，インクを用いてハサミ閉鎖時に生じる水流ジェットの発生方向および流速を観察する．さらに，PIV 解析により，ハサミ閉鎖直後に形成される水流構造を解析する．

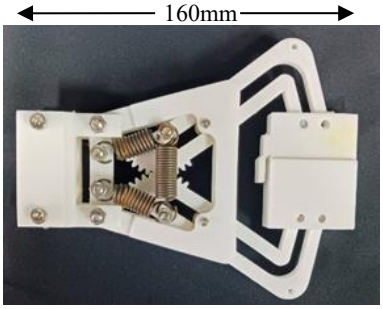


Fig.1　Robot hand used in experiment



(a) Upper scissors shape　(b) Lower scissors shape cross section

Fig. 2.1 Type 1 scissors shape



Fig.2.2 Upper scissors shape (Type2)



Fig.2.3 Upper scissors shape (Type3)



Fig.2.4 Upper scissors shape (Type4)



Fig.2.5 Lower scissors shape cross section (Type 2 to Type 4 common shape)

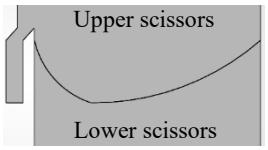


Fig.2.6 Cross-section of scissors when closed (Type 1)

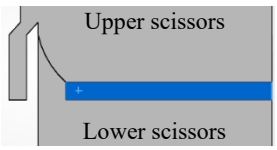


Fig.2.7 Cross-section of scissors when closed (Type 3)

3．実験・結果

3.1.　ハサミの速度測定

ハサミの閉鎖動作を定量的に評価するために，ハサミ先端における周方向速度および角速度の測定を行った．撮影した連続画像間における角速度変化量$\Delta\theta$を時間間隔Δtで除することで角速度ωを求めた．また，回転半径rと角速度ωの積により，ハサミ先端の週方向速度を算出した．Fig.3.1.1 に角速度に対するハサミ先端の鉛直方向の位置関係を表したものを示す．

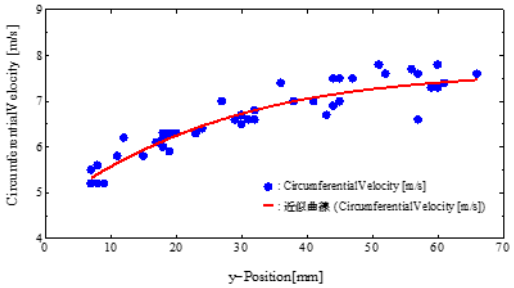


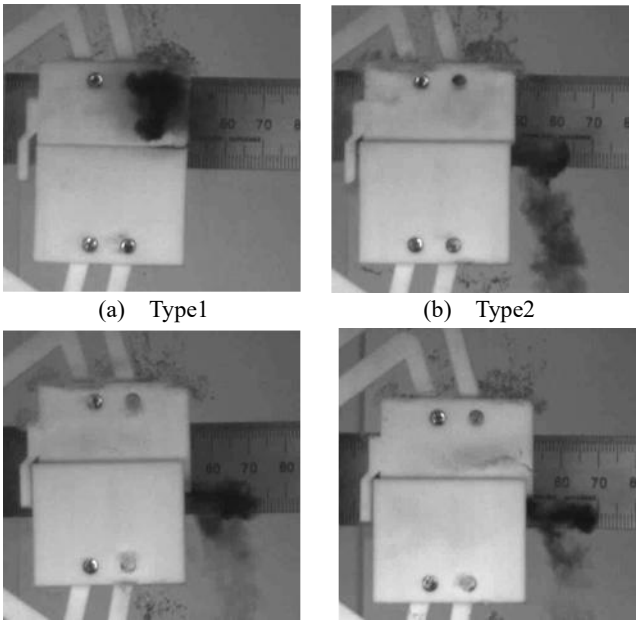
Fig. 3.1.1 Relationship between scissors tip position and angular velocity

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測定の結果，最大角速度は101[rad/s]であり，最大周方向速度は7.8[m/s]であった．

3.2. 水流ジェットの観察

ハサミ内部の構造の変化による，ハサミ閉鎖時の水流ジェットの観察を，インクを用いて可視化を行った．Fig.3.2 の(a),(b),(c),(d)に各 Type のハサミの閉鎖直後のハサミ内部から放出されたジェットの様子の撮影画像を示す．



(a) Type1　(b) Type2

(c) Type3　(d) Type4

Fig.3.2 Jet condition immediately after the scissors are closed

Type1 は Fig.3.2.(a)に示すように，ハサミの先端から鉛直上方向へジェットが放出されていることが確認できる．Type2 は Fig.3.2.(b)に示すように，閉鎖直後にハサミ先端からハサミ前方にジェットが生成されている．ジェットはハサミ先端から15mmの地点まで到達している．同様に Type3 と Type4 は Fig.3.2.(c),(d)に示すように，ハサミ前方にジェットが放出されていることが確認できる．この時の，到達位置は，約 18mm と 20mm であった．

3.3. PIV による流れの可視化

本研究では，インクによる可視化の結果を踏まえて，PIV を用いてハサミの閉鎖によって生じる流れを調べた．Fig.3.3.1 に Type1 のハサミ閉鎖後 12ms の流れを示す．ハサミ先端から鉛直上方向に渦構造が確認された．

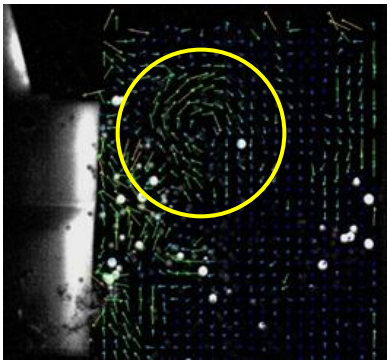


Fig.3.3.1 Flow pattern 12 ms after closure (Type 1)

Fig.3.3.2 に Type2 の PIV 解析画像を示す．これは，閉鎖後20ms の流れの様子になる．Fig.3.3.2 に示すように，ハサミ前方に渦構造が発生していた．

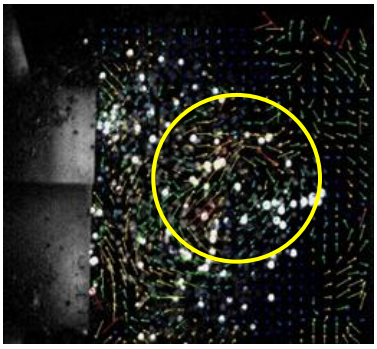


Fig.3.3.2 Flow pattern 20 ms after closure (Type 2)

同様に，Type3 および Type4 においても，PIV 解析を行った．これらの結果は，Type2 と同様にハサミ前方に渦構造が確認された． これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

4. 結論

ハサミの速度測定について，上部ハサミの先端速度は7.8[m/s]であった．実験で使用したハサミは，上下のハサミが稼働している．そのため，相対的な速度は，15.6[m/s]となる． ここで，実際のテッポウエビは，ハサミ閉鎖時には先端速度は約27[m/s]～30[m/s]と報告されている．[2][3]これと比較すると，約半分に相当する速度となることが実験で確認された．

インクを用いたジェットの可視化の実験では，Type2，Type3，Type4 について，前方にジェットを生成することが確認された．また， ジェット到達距離が変化する傾向が確認された．特に，Type3 および Type4 では，最大到達距離が約 40～43[mm]となった．これは，内部構造や開口形状の違いがジェット形成に強く影響していると考えられる．

PIV の解析結果では，インクでの実験を踏まえて，ジェットの流れの観察を行った．この実験では，Type2～Type4 で前方に渦構造が観察された．これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

実験で得られた流れおよびジェット特性は，実際のテッポウエビと比較すると速度の面では差はあるものの，ハサミ閉鎖によるジェット形成や渦構造の生成という基本的な流体挙動を再現できていると考えられる．

参考文献

[1] Detlef Lohse, Barbara Schmitz, Michel Versluis, ” Snapping shrimp make flashing bubbles,” Nature 413, 477-478, 2001
[2] Kiichi Tajima, Keisuke Yagi and Yoshikazu Mori, ” Development of an impulsive motion generator inspired by cocking slip joint of snapping shrimp,” Bioinspiration & Biomimetics, Volume 18, Number 6, 066002, 2023
[3] Kathryn Knight, ” Even the tiniest snapping shrimp claws make cracking pistol pops,” Journal of Experimental Biology, Volume 226, issue 4, jeb245565, 2023

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Contact Thermal Resistance of Wavy Surfaces under Low Pressure Conditions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮部　琉成（茨城大・工）　　垣内　幸太（茨城大・工）　　松村　邦仁（茨城大・工）
Ryusei MIYABE, Ibaraki University
Kouta KAKIUCHI Ibaraki University
Kunihito MATSUMURA Ibaraki University
E-mail: 22t1119r@vc.ibaraki.ac.jp

In structures that transfer heat through solid contact interfaces, contact thermal resistance becomes a primary uncertainty factor in thermal design. Particularly under low contact pressure conditions, the lack of true contact area due to roughness, coupled with the pronounced uneven distribution of contact caused by undulation, may reduce the applicability of existing models that use roughness alone as input. The objective of this study is to experimentally quantify contact thermal resistance in the low contact pressure region using the steady-state heat flux method. After clarifying the effects of both roughness and undulation, we compare and evaluate the prediction accuracy and applicability range of the Tachibana-Sano River model and the Tomimura model. The Tachibana-Sano model primarily models heat transfer in actual contact and void regions based on roughness and material properties, whereas the Tomimura model incorporates the influence of undulation components through parameters such as the representative void thickness.

1.初めに

固体接触界面を介して熱を伝達する構造では,接触熱抵抗が熱設計上の主要な不確かさ要因となる.とくに低面圧条件では,粗さに起因する真実接触面の不足に加え,うねりによる接触の偏在が顕著に表れ,粗さのみを入力とする既存モデルの適用性が低下する可能性がある.本研究の目的は,低面圧域における接触熱抵抗を定常熱流法により実験的に定量化し,粗さに加えてうねりの影響を整理したうえで,橘・佐野川式[1]と富村式[2]の予測精度および適用範囲を比較評価することである.なお,橘・佐野川式は主として粗さと材料物性から実接触部と空隙部の熱伝達をモデル化するのに対し,富村式は空隙の代表厚さなどを通じてうねり成分の影響を取り込む点に特徴がある.

2.実験方法

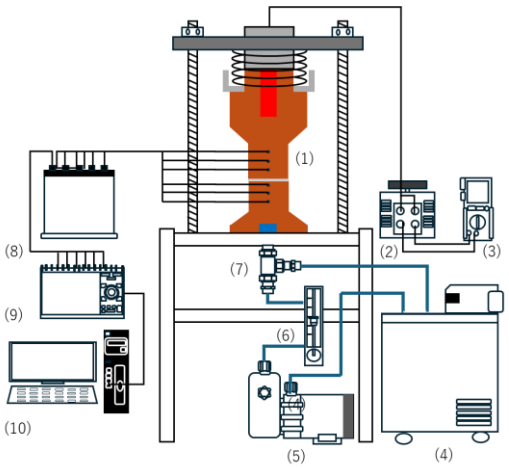


Fig.1- Overall view of the experimental equipment

本実験で使用した実験装置の全体構成を Fig.1 に示す.装置は,試験片を挟み込んだ試験部を加圧し,試験部上下に形成される温度勾配を熱電対により測定することで接触熱抵抗を評価する構成である.

実験装置は試験部,加熱系,冷却系,加圧系,計測・記録系に大別される.試験部(1)は評価対象となる接触界面を含み,接触熱抵抗の算出に直接影響するため最も重要な部分である.加熱系はスライダック(2)によりヒータ出力を調整し,マルチメータ(3)によりヒータへの入力を測定することで加熱条件を管理する.冷却系は恒温槽(4)により冷却水温度を制御し,ポンプ(5)により冷却水を循環させる.流量は流量計(6)により測定・調整し,配管は T 字継手(7)を用いてロッド部の循環が安定するよう構成した.計測・記録系は,氷点を基準温度とするためのアイスボックス(8),温度データを記録するデータロガー(9),および記録データを受信・保存する PC(10)からなる.

本研究での評価対象となる試験片は Cu(C1020),Al(A5052),SUS(SUS304)であり,それぞれの材料特性は以下の表に記載した.

Table1-Test piece physical properties

	熱伝導率(k:W/mK)	硬さ(Hv)	縦弾性係数(E:Gpa)	ポアソン比
C1020	391	115	118	0.33
A5052	140	68	68	0.33
SUS304	16.7	187	193	0.29

これらの試験片を無酸素銅ロッドで挟み込み,面圧 0.1–0.6 MPa の範囲で定常状態を形成し,接触熱抵抗をロッド間の温度差と試験片に流れる熱量から算出した.また,本研究では全体の熱抵抗から試験片のバルク熱抵抗を引きさらに 2 で割った値を本研究の片面の接触熱抵抗として算出した.

本研究では表面形状測定に AMETEK 社製 ZeGage Pro を用いた.試験片は直径 20 mm, 高さ 3 mm の円柱形である.測定は試験片表面の一辺 10 mm の正方領域（10 mm×10 mm）を対象として実施した.直径 20 mm に対して 10 mm 角は部分領域であるが, 接触界面の代表領域として同一条件で測定し, 以降の評価に用いた.

なお, 本研究では装置出力のうち, 面領域算術平均高さ Sa, 二乗平均平方根高さ Sq, 最大高さ Sz を参照した.なお,表面は

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

#400 および#2000 のサンドペーパーでの研磨により調整し,表面形状計測 Fig.2 から粗さ指標に加えて粗さより長い波長成分を表すうねりを導入した.

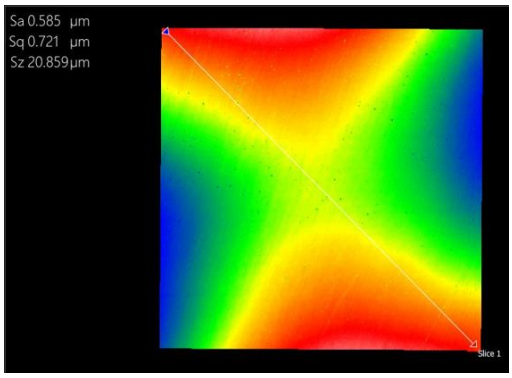


Fig.2-2D surface maps of sample polished #2000

本研究では実験条件を以下のように設定した.

Tbele2- Experimental conditions

パラメータ		条件
接触面圧力(P:MPa)		0.097~0.597
ヒータ出力(Q:W)		67
冷却水流量(L:l/min)		4
冷却水温度(°C)		20
データロガー	サンプリング周期	1/s
	サンプリング点数	10800点
試験片	材質	C1020
		A5052
		SUS304
	表面加工法	サンドペーパー#2000
		サンドペーパー#400

3.結果とモデル比較

Cu 試験片の結果 Fig.3 では,粗い表面ほど接触熱抵抗が大きく,面圧の増加に伴い単調に低下した.低面圧側では富村式が実測に近い条件が見られ,面圧増加に伴って両モデルの予測が接近したことから,支配因子がうねりから粗さへ相対的に移行する可能性が示唆された.さらに,#2000 での高圧力帯ではうねりを使用していない橘・佐野川式との差が著しく減少しているが,#400 での高圧力帯での実測値と橘佐野川式との差が#2000 ほど小さくなっていないことから,圧力による支配因子がうねりから表面粗さに変化する過程は表面粗さ・うねりによって異なることが考えられる.

また,どの圧力帯においても#2000 による表面研磨の接触熱抵抗を#400 の表面研磨の接触熱抵抗の値が下回ることがなく,表面粗さ・うねりによる接触熱抵抗の重要な部分を占めていると考えられる.

#2000 研磨による材料比較 Fig.4 では,SUS304 は Cu および Al より接触熱抵抗が大きく,面圧増加に対する低下幅も小さかった.これは熱伝導率が低いことに加え,硬さの差により真実接触面の増加が抑制され,うねりの影響が相対的に残存した可能性がある.

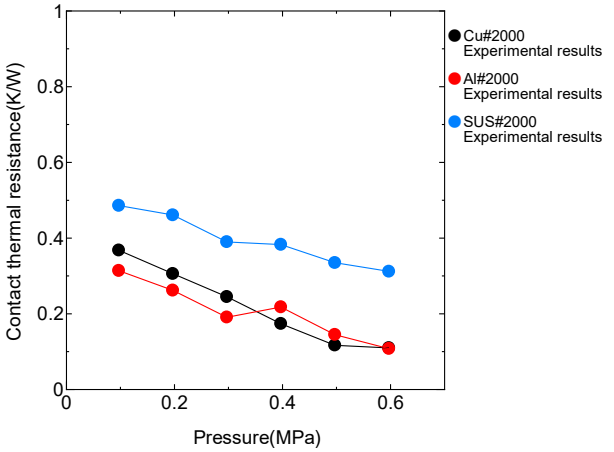


Fig3. Cu Roughness comparison: Contact thermal resistance

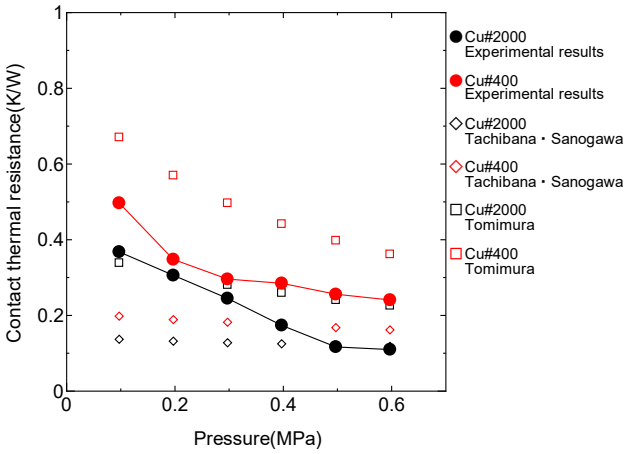


Fig4 #2000 Material comparison: Contact thermal resistance

4.まとめ

本研究の範囲では,面圧が小さい条件では,表面粗さだけでは接触熱抵抗の差を十分に説明できなかったが,表面のうねりのために接触が一部に集中し,熱が通りにくくなる可能性が示された.したがって低面圧条件の熱設計では,研磨による粗さ低減に加え,平面度の確保が重要である.

参考文献

[1] 佐野川 好母「金属接触面における伝熱に関する研究(第4 報)—接触熱抵抗の近似計算法—」, 日本機械学会論文集, B 編, 第 33 巻, 第 258 号, p1126~1133, 1967.

[2]Toshio Tomimura,Yasuo Takahashi, Tae Wan Do, Kensei Shigyo and Yasushi Koito,Simple evaluation method for temperature drop at contact interface between rough surfaces under low contact pressure conditions,
IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol.61, 012040, pp.1–11, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

Non-Destructive and Non-Contact Detection of Leak Phenomena in Pipeline based on Water Hammer-Induced Hoop Strain (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙橋　悠斗（新潟大院・自）　　萩原　大生（山口大院・創）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Yuto TAKAHASHI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Taiki HAGIWARA, Graduate School of Science and Technology for Innovation, Yamaguchi University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: a21n094k@gmail.com

In this study, pipe deformation associated with water hammer was measured in a model pipeline using the digital image correlation (DIC) method. Hoop strain corresponding to the internal water hammer pressure is calculated by DIC method. An increase in the damping rate due to leakage is observed in both the pressure and hoop strain signals, and the increase in the damping rate became smaller as the leakage occurred farther from the valve. These results suggest that the DIC method has the potential to detect leakage induced energy loss in the pipeline by non-contact measurements.

１．はじめに

上水道や農業灌漑のパイプラインは，耐用年数の超過に伴い突発事故が増加傾向にある．社会インフラとしてのパイプラインの多くは地中に埋設されているため，漏水の発生を直ちに知ることは困難であり，地表面の陥没などによって顕在化することが多い．漏水の規模が小さい段階で漏水箇所を特定する方法の開発が急務となっている．既往の研究 [1]では，水撃圧に伴う管材変形の漏水による減衰をひずみ計測により計測し，評価を試みている．本研究では，水撃圧に伴う管材変形に対してデジタル画像相関法(以下，DIC 法）による 3 次元画像解析を行い，漏水に起因する管内のエネルギ損失の非破壊検出を試みる．

２．実験および解析方法

本研究では，パイプライン内に発生させた水撃圧の漏水による減衰をモデルパイプライン実験により評価した．モデルパイプラインは，内径 100.8 mm，管厚 6.6 mm，管長 2.0 m の硬質塩化ビニル管をボルトつなぎ合わせることで構築した．全長約 65 m，高低差約 7.8 m であり，上流端に水槽，下流端にバルブを設置した．水槽水位 1.0 m 低下時にバルブを急閉塞させ，管内に水撃圧を発生させた．水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測した． DIC 法はバルブより約 24.5 m 上流地点に画像解析面を作成し，2 台の CCD カメラを用いて計測を実施した．画像解析面の大きさは 60 mm×60 mm とした．水圧計測を画像解析面より 2.0 m 下流地点の管体上部に小型圧力センサ（HTV-300KP，センシズ社）を設置することで実施した．DIC 法の計測間隔を 50 Hz，水圧計の計測間隔を 1000 Hz に設定した．実験ケースを漏水なし（Case 1），バルブから約 1.5 m 地点で漏水あり（Case 2），約 16.5 m で漏水あり（Case 3），約 20.5 m 地点で漏水あり（Case 4），約 41.1 m 地点で漏水あり（Case 5）および約 60.0 m 地点で漏水あり（Case 6）の 6 ケース実施した．

DIC 法の解析には Vic 3D（Correlated Solutions 社製）を用いて，周方向ひずみの算出を行った．パイプラインを両端自由の薄肉円筒と仮定し，水圧変動に伴う周方向ひずみの理論値の算出に次式を用いた．

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E_p}\frac{Rp}{e}, \tag{1}$$

ここで，ε_θ：周方向ひずみ，E_p：縦弾性係数（N/m^2），R：内半径（m），p：内水圧（Pa），e：管厚（m）である．水撃圧の伝播速度を次式より算出し，水撃圧の周波数の理論値を算出した．

$$a=\sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma}{g}\left(\frac{1}{E_w}+\frac{2R}{eE_p}\right)}}, \tag{2}$$

ここで，a：圧力伝播速度（m/s），γ：水の単位体積重量（N/m^3），g：重力加速度（m/s^2），E_w：水の体積弾性係数（N/m^2）である．水圧データおよび DIC 法により計測された周方向ひずみに対して，時系列データを振幅スペクトルに変換し，周波数成分を求めた．変換方法は高速フーリエ変換（以下，FFT と記す）である．FFT 結果において確認された振幅スペクトルのピークをバンドパスフィルターにより抽出し，以下の式を用いることで水撃圧の減衰特性を評価した．

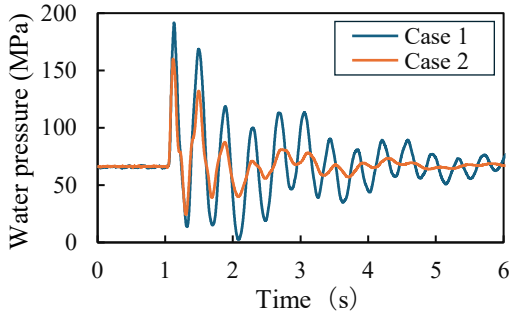
$$p(t)=\alpha e^{-\sigma t}, \tag{3}$$

ここで，p：水圧（kPa），α：初期振幅，σ：減衰率である．

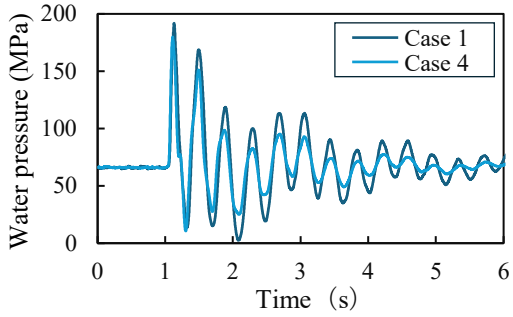
３．結果および考察

バルブから約 22.5 m 上流で計測した水圧データにおける，水撃圧発生時の時系列グラフを Fig. 1 に示す．漏水の有無での比較により，漏水による水撃圧の減衰が大きくなることが確認された．バルブ付近で漏水を発生させた Case 2 では水撃圧の減衰が大きかったのに対し，バルブから約 60.0 m 地点で漏水を発生させた Case 6 では水撃圧の減衰が Case 1 と同程度となった．水撃圧発生時の周方向ひずみの時系列グラフを Fig. 2 に示す．水撃圧発生に伴う管材変形が DIC 法によって捉えられていることが確認された．各計測地点の水圧および DIC 法により計測された周方向ひずみの FFT 結果より，2 m（単管）に起因する固有振動数および水撃圧の伝播速度の理論式より算出された水撃圧の周波数付近において振幅スペクトルのピークが確認された．このうち，水撃圧の周波数付近のピークをバンドパスフィルタにより抽出し，式 (2) を用いることで水撃圧の 1 次成分の減衰率の算出を試みた．各水圧計における水撃圧の 1 次成分の減衰率を Fig. 3 に示す．すべての計測地点において，漏水により水撃圧の減衰率が増加していることが確認された．水撃圧発生地点であるバルブから漏水地点までの距離が遠いほど水撃圧の減衰は小さいという結果であった．高

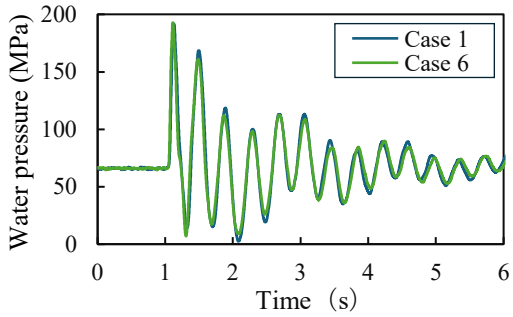
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 1 Time-series of water pressure during water hammer transient.

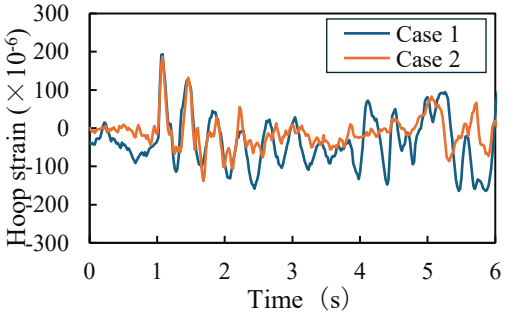
低差がほぼない水圧計 1 から 5 の減衰率は同程度であったが，水圧計 7 で計測した減衰率は値がケースによりばらついていることが確認された．周方向ひずみの減衰率も同様に，漏水による減衰率の増加が確認され，バルブからの距離が遠いほど減衰が小さいという結果となった．以上より，水撃圧に伴う管材変形の非接触計測によりパイプラインの漏水を管外面から評価できる可能性が示唆された．

4．おわりに

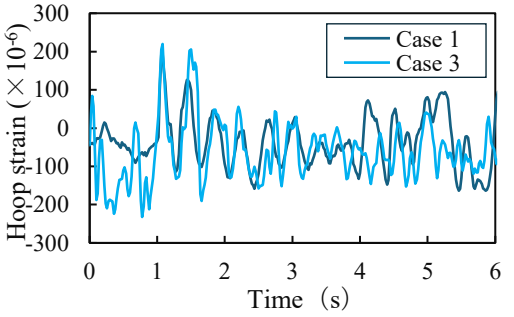
本研究では，モデルパイプラインにおいて水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測・解析した．水撃圧に伴う周方向ひずみ変動が DIC 法によって捉えられていることが確認された．漏水による水撃圧の減衰率の増加が水圧および周方向ひずみの両方において確認され，漏水が水撃圧発生地点から遠くで発生しているほど減衰率の増加が小さいことが確認された．以上より，DIC 法により漏水による管内のエネルギ損失を非接触で検出できる可能性が示唆された．

謝辞

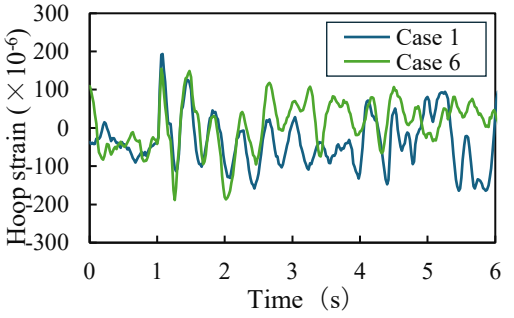
本研究の一部は、農林水産省「令和８年度戦略的農林水産研究推進事業（委託プロジェクト研究） 老朽化する農業水利施設の健全性に対する不可視な影響要因等の監視技術の開発」の補助を受け実施した．ここに記して感謝申し上げる．



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 2 Time-series of pipe hoop strain during water hammer transient.

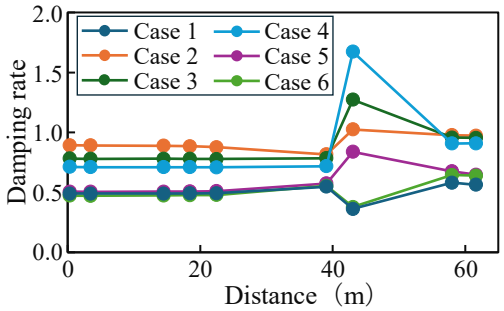


Fig. 3 Damping rate of the first component of water hammer pressure at each water pressure sensor.

参考文献

1) T. Hagiwara, Y. Asada, T. Toma, K. Kurasawa and T. Suzuki: Non-contact detection of leak-derived energy loss for an in-service pipeline system using digital image correlation, *Nondestructive Testing and Evaluation*, pp. 1-22, 2025.

2) 髙橋悠斗，坪田到馬，萩原大生，鈴木哲也：水撃圧の減衰に着目したひずみ計測によるポンプ圧送式パイプラインの漏水の非破壊検出，土木学会論文集（応用力学），82 巻 15 号，25-15035，2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

Hydraulic Experiment on Near-Bottom Flow Around a Cylinder Placed in a Bidirectional Regular Wave Field and Its Numerical Simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶川　勇樹（鳥取大・工）　　越智　丈喜（鳥取大・院）
北出　将大（鳥取大・院）　　黒岩　正光（鳥取大・工）
Yuki KAJIKAWA, Tottori University
Takeyuki OCHI, Tottori University
Masahiro KITADE, Tottori University
Masamitsu KUROIWA, Tottori University
E-mail: kajikawa@tottori-u.ac.jp

In this study, the authors aimed to clarify the near-bottom flow conditions around a circular cylinder in a bidirectional regular wave field, and conducted hydraulic experiments and its numerical simulations using a three-dimensional flow model. It demonstrated that in the bidirectional waves, the flow direction away from the cylinder is more pronounced than in unidirectional waves. Furthermore, while the three-dimensional analysis was able to reproduce the general flow conditions, challenges remained in accurately reproducing the cross-flow velocity.

１．はじめに

着床式洋上風力発電施設の基部では，波や流れの影響により局所洗掘現象が発生する．施設保護のためにも洗掘対策を実施する必要があるが，その前提として洗掘予測が極めて重要となる．従来，波のみ，あるいは波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘を対象とした研究は数多く行われてきた [1]．しかしながら，従来の研究は直線水路において一方向のみの波あるいは波・流れを対象としたものであり，実海域のような多方向からの入射・流入を想定した研究は行われていない．多方向波浪場における円柱に作用する流体力に関する研究は数多く行われているものの，局所洗掘に係る円柱周りの流況や地形変化に関する研究は行われていないのが現状である．

そこで本研究では，多方向波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘現象の解明と予測を最終目標とし，まず二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況の解明を目的として，固定床水理模型実験と三次元数値解析を行った．

２．水理模型実験の概要

本研究では Fig. 1 (left)に示す多方向造波水槽を使用した．造波装置はピストン方式であり，15 枚の造波板を時系列で位置を制御することにより多様な波を造波できる．静水深を 0.30 m とし，直径 0.15 m の円柱を二方向規則波浪場内で合成波高が最大となる位置に設置した．円柱設置位置から造波装置に対して平行移動し，同じく合成波高が最大となる位置に波高計を設置した．Fig. 1 (right)に示す点において，底面から 0.025 m 上の水平方向流速を電磁流速計により計測した．各点において波高および流速を 50 Hz で 30 秒間計測し，計測データを波の周期毎に時間平均した．実験条件を Table 1 に示す．本研究では二方向規則波だけでなく，比較のため一方向規則波の実験も行った．

３．実験結果と考察

実験結果として Fig. 2 に 1 周期分の波形（実線）を，Fig. 3 に Fig. 2 中に示される時間 $t = 0.1$ s での底面流速ベクトルをそれぞれ示す．Fig. 3 はちょうど円柱設置位置を波の峰が通過している時の状況に相当する．

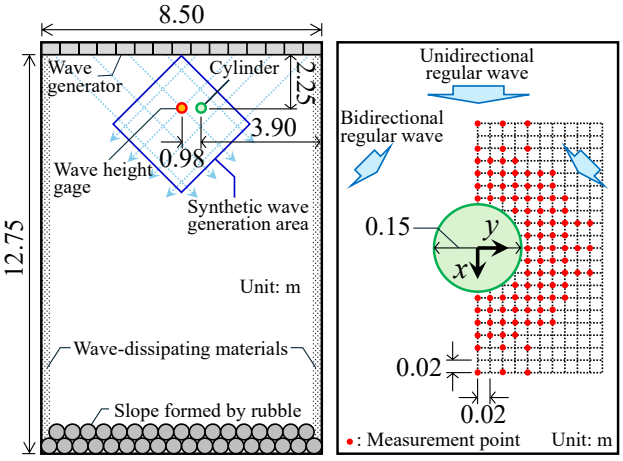


Fig. 1　Experimental wave basin (left) and flow velocity measurement points (right).

Table 1　Experimental conditions

	Water depth h_0 (m)	Wave height H (m)	Synthetic wave height H_s (m)	Wave period T (s)	Wavelength L (m)
Unidirectional regular wave	0.30	0.073	—	1.0	1.40
Bidirectional regular wave		0.052	0.103		1.38

Fig. 2 の二方向波を見ると，合成波高が計測されているため一方向波より波高が大きい．Fig. 3 を見ると，波高が異なるため流速値の比較は難しいものの，円柱前面から側面にかけて，二方向波は一方向波よりも外向き（y 軸プラス方向）の流れが強く表れている．これは，谷通過時も同様に見られた．このような流れが表れた原因は，円柱に対して波が斜め入射してきたことにある．この結果は移動床を想定した場合，洗掘に伴う流送土砂が，二方向波では一方向波に比べて円柱からより遠方へ輸送されることを示している．即ち，実海域のような多方向波浪場における円柱

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

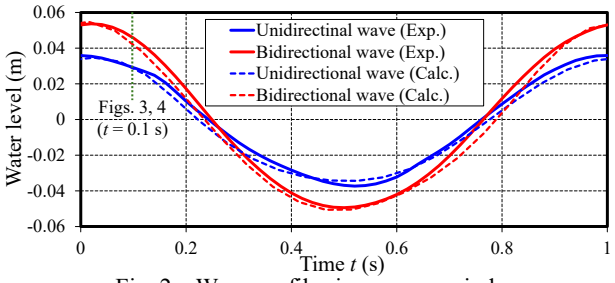


Fig. 2　Wave profiles in a wave period.

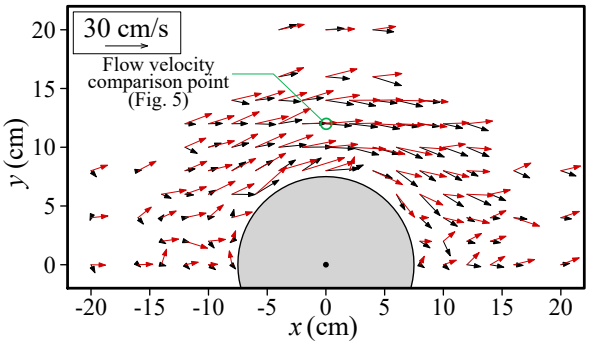


Fig. 3　Near-bottom velocity vectors in the experiments at t = 0.1 s. (black: unidirectional wave, red: bidirectional wave)

周りの局所洗掘では，洗掘孔の範囲が一方向波での予測範囲よりも大きくなる可能性を示している．事実，実海域での円柱周りの洗掘観測では，水中安息角よりもかなり緩い勾配で広範な洗掘孔が確認されている [2]．高精度な洗掘予測には，多方向波浪を考慮する必要があると考えられる．

4．三次元モデルによる実験流況の再現解析

著者ら [1]の数値モデルにより，実験の再現解析を行った．基礎方程式には FAVOR 法を導入した三次元 RANS を使用し，渦動粘性係数の評価には RNG k-ε モデルを採用した．Fig. 1 (left)中に示す合成波作成可能範囲を対象に，水平および鉛直方向格子幅をそれぞれ 0.015 m，0.005 m として解析を行った．Fig. 2 に実験と解析（破線）による波形の比較を，Fig. 4 に二方向波での底面流速ベクトル (t = 0.1 s) の比較を，Fig. 5 に Figs. 3-4 中に示される円柱側面での(a) x 軸方向底面流速 u_b および(b) y 軸方向底面流速 v_b の比較をそれぞれ示す．

Fig. 2 より，解析結果は両波とも概ね実験波形と一致しているものの，二方向波での差が若干大きい．Fig. 4 より，解析による二方向波は，円柱前面から側面にかけての y 軸プラス方向の流れおよび全体的な流況について実験結果を再現できている．Fig. 5 の流速比較を見ると，(a)の u_b では一方向波および二方向波とも解析は実験結果を再現できている．特に一方向波については Fig. 2 の波形に続き，解析結果は実験値と良好に一致している．一方，(b)の v_b については差が表れた．一方向波については，実験において正負流速値の変動が表れているものの，解析結果は概ね実験結果と一致している．しかしながら，二方向波について，実験ではほぼ正の流速値となっているものの，解析では円柱位置を波の谷から峰が通過していく際 (t = 0.5～1.0 s) に負の流速値が表れている．この間，実験においても流速値が低下しており，解析はそれを表しているものと考えられるが，低下量が大きい．数値モデルにおける乱流モデル等の影響も考えられるが，Fig. 2 に示される若干の波形の不一致が大きな原因と考えており，今後の課題である．

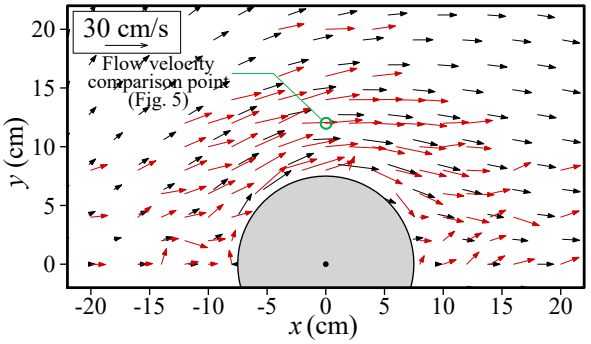


Fig. 4　Comparison of near-bottom velocity vectors of bidirectional wave at t = 0.1 s. (black: calc., red: exp.)

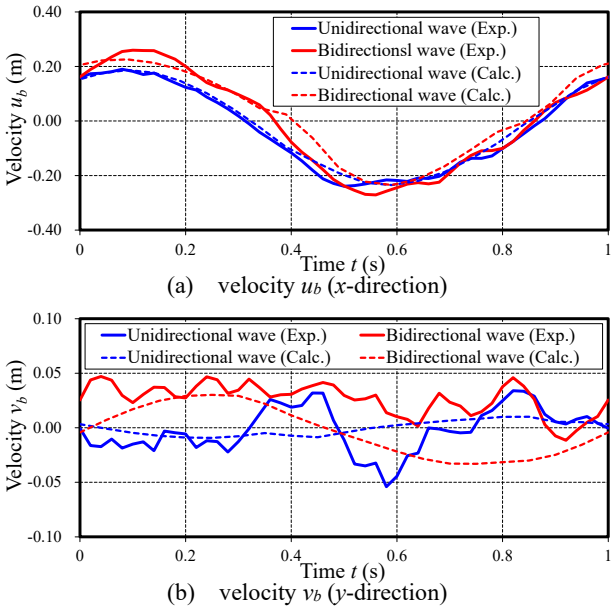


Fig. 5　Comparisons of near-bed flow velocities at the side of a cylinder in a wave period.

5．おわりに

本研究では，二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況を解明するため，水理模型実験と三次元モデルによる再現解析を行った．その結果，二方向波では一方向波に比べて円柱から遠ざかる流向が強く表れること，三次元解析により概ねの流況は再現できるものの，横断流速についてはその再現性に課題が残ることを示した．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 24K07683 の助成を受けたものです．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) 梶川勇樹，本田未依奈，原知聡，馬込伸哉，武田将英，黒岩正光：波・流れ共存場における円柱周辺の地形変化に関する大型実験の三次元解析と高速化の検討，土木学会論文集特集号(海岸工学)，80 巻，17 号，24-17192，2024.
2) 原知聡，栗原明夫，武田将英，馬込伸哉，柴田雄也，倉原義之介，間瀬肇，石川和之：実海域における没水した直立円柱周りの局所洗掘に関する現地観測，土木学会論文集特集号(海洋開発)，81 巻，18 号，25-18061，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Flow Structure around a Submerged Bridge (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山口　拓磨（熊本大）　　張　浩（熊本大）　　松村　政秀（熊本大）　　Yan WANG（熊本大）
Takuma YAMAGUCHI, Faculty of Engineering, Kumamoto University
Hiroshi CHO, Faculty of Advanced Science and Technology, Kumamoto University
Masahide MATSUMURA, Center for Water Cycle, Marine Environment and Disaster Management, Kumamoto University
Yan WANG, Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University
E-mail: bn.taku.07@gmail.com

Frequent floods exceeding the design level have caused severe damage to river-crossing bridges. This study conducted hydraulic model experiments to clarify the flow structure around submerged bridges and to quantitatively evaluate the effects of railing presence and overtopping depth on the surrounding flow. Analyses of water surface profile, time-averaged velocity and Reynolds stress demonstrate that overtopping depth and ancillary structures significantly influence the hydraulic characteristics.

１．はじめに

橋梁などの河川横断構造物の設計においては，計画出水を対象としているため，超過洪水に対する防災力が通常考慮されていない．一方，極端な気象の増加に伴い，計画規模を上回る洪水により，毎年のように橋梁上部構造や河道内の橋脚の流出被害が発生するだけでなく，周辺地域への洪水，土砂，流木災害も後を絶たない．実際，令和２年７月の豪雨では，熊本県球磨川水系において多数の橋梁が流失し，周辺地域も含めて大きな被害が生じた．このような災害の防止と軽減において，超過洪水によって橋桁まで橋梁が水没した場合の流れ構造の解明は喫緊の課題である．

水没した橋梁は，洪水の流れに大きな障害をもたらし，複雑な流れを生み出す[1)]．大本[2)]により，水位上昇など，橋梁が異常洪水に与える影響について確認されている．また，窪田ら[3)]により，複数橋梁による橋桁・流木抵抗は急激な水位状況につながり，氾濫域の流況変化が家屋被害や人的被害を助長する傾向にあることが示唆されている．一方で，既往研究では洪水や津波による橋梁への被害を最小限に抑える方法が検討され，橋桁が流れに対する障害物となり被害を拡大するメカニズムについてはあまり議論されていない[4)]．本研究では，橋梁周辺の洪水の挙動メカニズムと水害リスクの解明を目指し，欄干の有無と越流水深の違いによる水没した橋梁周辺の流れ構造に着目し，基礎水理実験を実施する．

２．実験概要

本研究は，熊本大学工学部にある全長 14 m，幅 60 cm，深さ 40 cm の可変勾配水路を用いた(Fig. 1)．橋梁模型に関しては長さ 60 cm，幅 9 cm，厚さ 3 cm の木材を用いて作成し，上流端から約 9 m 地点に設置した．実験では，欄干の有無と越流水深の違いに着目した．橋桁のみの場合を CaseA，欄干がある場合を CaseB とし(Fig. 2)，欄干付のケースでは，欄干は幅 1 mm，厚さ 1.5 cm のアルミ棒を固定し，不透過の欄干とした(Fig. 3)．また，越流水深の違いは各ケースにおいて，橋桁のみの場合を基準に初期水位から模型上部まで H_s＝0cm，1.5cm，2.5cm の 3 段階に変化させて計 6 ケースの実験を行った．水路の横断中心部でポイントゲージを用いて水位を,KENEK 社の２軸電磁流速計本体(VM-802H)と L 字型センサー(VMT-200-04PLKU)を用いて流速を測定した．計測範囲に関しては，縦断方向（X 軸）が橋梁上流側 X=-50 cm から下流側 X=50 cm の 1m 区間であり，鉛直方向（Z 軸）は河床から水面まで 0.5 cm 間隔で，サンプリング時間は 20 秒，サンプリング間隔は 0.02 秒である．水理条件を Table 1 に示す．

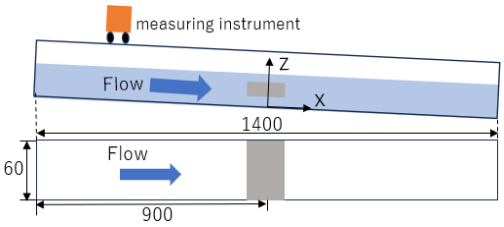
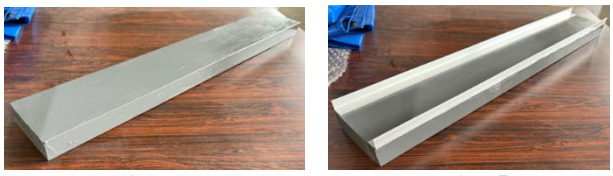


Fig. 1 Experimental water channel (cm)


CaseA　　CaseB
Fig. 2 Bridge model

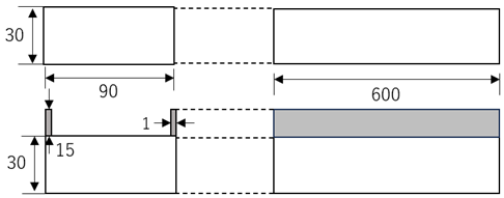


Fig. 3 Bridge model sketch (mm)

Table 1 Hydraulic conditions

流　量　Q (l/s)	26.15
水路勾配　i_0	1/1000
初期水位　h (cm)	9.0
水路幅　B (cm)	60
平均流速　U_0 (cm/s)	48.4
摩擦速度　u_* (cm/s)	2.60
フルード数　Fr	0.52
レイノルズ数　Re	33,396

３．結果および考察

実験データをもとに，水面形状，平均流速および乱れ特性について解析を行った．ここでは，各ケースにおける水面形状，縦断方向流速成分 U のコンター図，鉛直方向流速

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

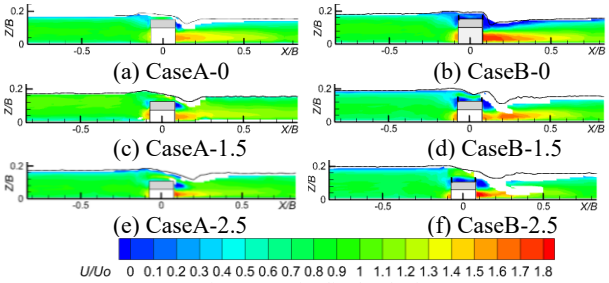


Fig. 4 Longitudinal velocity

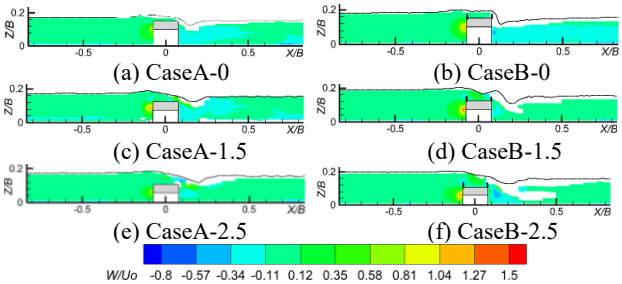


Fig. 5 Vertical velocity

成分 W のコンター図は Fig. 4，Fig. 5 に，上流側と下流側のレイノルズ応力はそれぞれ Fig. 6，Fig. 7 に示す．なお，縦断方向および横断方向の座標は水路幅 B，平均流速の各成分は等流状態における断面平均流速 U_0，レイノルズ応力は底面せん断応力ρu_*^2で無次元化した．

まず，水面形状に関して，橋梁上部の水面形は欄干がない場合では連続的に低下することに対し，また，欄干がある場合では欄干前後で乱れることがわかった．桁模型付近の下流側では橋梁からの下降流により水面が大きく低下し，橋梁から距離が離れると水位は初期水位付近で一定になっていくことがわかった．上流側の水位は CaseB-2.5 では水位が最大の 11.8 cm と初期水位から 31%の水位上昇がみられた．一方，CaseA-0 では上流側の水位が最低で 10.3 cm となり，初期水位から 14%の上昇となった．

次に，平均流速に関して，縦断方向流速はすべてのケースにおいて，堰き止めによって橋梁に向かう流速の低下が，河床付近では縦断方向流速の増加が見られ河床付近の最大流速は CaseA で $U/U_0 \approx 1.4$ 程度に対して，CaseB では $U/U_0 \approx 1.8$ と約 30%近く増大し，より広く加速域が分布する特性を示している．鉛直方向流速は，橋梁近傍で，上流側では上昇流が，下流側では下降流が発生していることがわかった．．$H_s = 0$ cm の場合，流速の最大値が CaseA の 0.38 に対し，CaseB では 1.30 と 242.1%にまで跳ね上がっている．これは，水没直後の浅い越流状態において，不透過欄干が強力な障害物として機能し，接近流の方向をほぼ完全に鉛直方向へ転換させたためと考えられる． $H_s = 1.5$ cm では Case A の 1.30 に対し，CaseB では 1.57 と 20.8%，$H_s = 2.5$ cm では Case A の 0.73 に対し，Case B では 1.27 と 74.0%の増大率となっていて，深い水没条件下でも欄干によって鉛直方向の流速が増大させられていることが分かる．

最後に，レイノルズ応力に関して，上流側の橋梁近傍(X = -6.0 cm)では，各越流水深で橋梁の橋桁底面付近からレイノルズ応力が負の値への絶対値の変化が顕著になる類似した応力分布がみられ，主流が橋梁に衝突したことによって運動量が上層へ運ばれていることが分かる．絶対値は欄干の存在および越流水深の増加によって大きくなることがわかった．また，橋梁から離れた地点(X = -50 cm)での乱れによる運動量輸送の特性は越流水深が大きくなることによって下層へ向かうものから上層へ向かうものへと変化することがわかった．下流側では，ほとんどのケースでレイノルズ応力の大部分は正の値を示しており，運動量が下層に運ばれていることが分かる．橋梁近傍(X = 10 cm)では河床から水深中央に向かって絶対値が大きくなったり，橋梁から離れた地点(X = 50 cm)では値が 0 へ近づいたりと両ケースで類似した分布特性を持っていることがわかった．

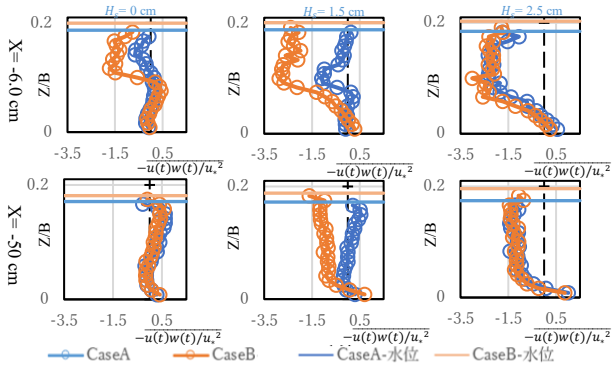


Fig. 6 Distribution of Reynolds stress in the upstream reach

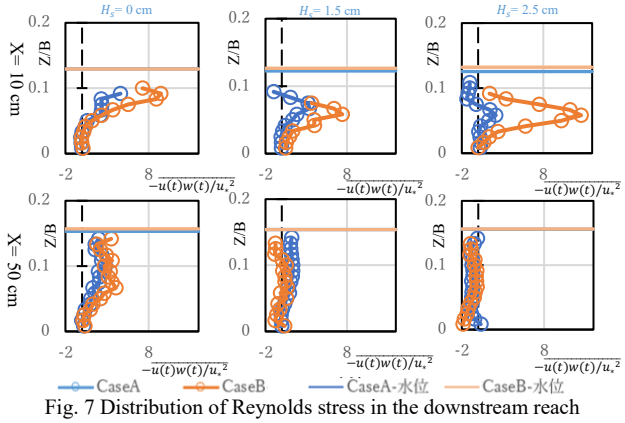


Fig. 7 Distribution of Reynolds stress in the downstream reach

4．結果および考察

本研究では，水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎水理実験を実施した．実験結果より，欄干の存在や越流水深の増加は災害リスクの増加が多岐にわたって考えられることがわかった．今後，実験ケースを増やし，欄干や越流水深が流れ構造に与える影響について，より詳細に検討する予定である．

謝辞：本研究は JSPS 科研費 24K00971 助成を受けた．

参考文献

1) 張　浩：四万十川流域における沈下橋の防災と維持管理技術の開発に関する研究，河川基金助成事業成果報告書 2016－5211－064，2018.
2) 大本照憲，岩本滉矢，宇根拓孝，平川隆一：令和 2 年 7 月球磨川水害における中州および橋梁が洪水流に与えた影響，木学会論文集 B1(水工学)，Vol.77，No.2，I_445-I_450，2021.
3) 窪田利久，柏田仁，井上隆，二瓶泰雄：三次元河川流・氾濫流一体解析法に基づく令和 2 年球磨川洪水における橋桁抵抗影響評価，木学会論文集，Vol.80，No.16，23-16157，2024.
4) 土木学会地震工学委員会：橋梁の対津波・対洪水設計に関する研究小委員会・活動報告書 2020.11.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオ PIV による計測 ～下降流に着目して～（シンポジウム講演概要）

Stereo PIV Measurements of Longitudinal Water-Surface Variations and Flow Structures around a Bridge Pier with Focus on Downflow (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

溝口　敦子（名城大・理工/東北大災害研）　　小松　洸太郎（名城大・理工）
Atsuko MIZOGUCHI, Meijo University/Tohoku University
Kotaro KOMATSU, Meijo University
E-mail: atsu@meijo-u.ac.jp

Bridge piers generate a downflow in front of the pier, which plays an important role in the initiation of local scour. In this study, laboratory experiments were conducted to investigate the relationship between free-surface variations and the downflow structure around a bridge pier under both subcritical and supercritical flow conditions. The flow field around the pier was measured using stereo PIV while the longitudinal water-surface variation upstream of the pier was recorded. The present paper reports these observations as a measurement case focusing on the relationship between longitudinal water-surface variations and the flow structure around a bridge pier.

１．はじめに

橋脚周辺では，橋脚前面に形成される下降流およびそれに伴う馬蹄渦（horseshoe vortex）が，局所洗掘の主要因の一つとして知られている．接近流は橋脚前面で停滞し，圧力上昇とそれに伴う下向き圧力勾配により下降流が発生する．この下降流は床面付近で側方流や上流向きの流れへと偏向し，橋脚基部を取り囲む馬蹄渦系を形成する．これらの流れ構造は橋脚周辺の河床せん断応力を増大させ，橋脚周辺の洗掘孔の形成および発達に大きく寄与することが指摘されている．また，洗掘の進行に伴い，これらの流れ構造も変化することが知られている [1]．しかしながら，橋脚前面に形成される下降流の発生領域や強度，およびそれらの洗掘孔発達に伴う変化は，十分な計測データが蓄積されているとは言えない．例えば洗堀孔の進展による流れの変化は最近ステレオ PIV を用いて計測されている [2]が，水面変化とともに整理された情報はほぼないに等しい．

本研究では近年の橋梁被災のうち橋脚周辺の局所洗掘現象に着目し，周辺河道に関わる水位縦断変化と洗掘孔に関わる橋脚前面の流れ構造を調べた．これまで橋脚前面における下降流の発生位置や鉛直方向の影響範囲について接近流速などの影響が指摘されているものの，自由水面の応答との対応関係や，洗掘の進行に伴う流れ構造の変化については十分に整理されていない．ここではそれらの整理を目指して，まず，橋脚周辺の水位縦断変化と流速構造の関係に着目し，常流および射流条件下における橋脚前面の下降流構造を水路実験により計測することにした．本概要は一計測事例の報告となるが，水面変化と下降流構造を整理し，橋脚周辺流れの特徴について示す．

２．実験方法

（１）実験装置

Fig.1 に示すように，実験は，長さ 10m，幅 0.2m の可変急勾配水路に三河珪砂 3 号および 6 号を張り付けた固定床を敷き橋脚を設置して行った．橋脚模型は小判型の断面で作成し，水路下流端から 3.4m の水路中央に設置した．Fig2 のように LaserSheet を入れ，側面から完全同期した高速度カメラ（カトウ光研製 K5）で撮影した動画を用いてステレオ PIV を実施した．

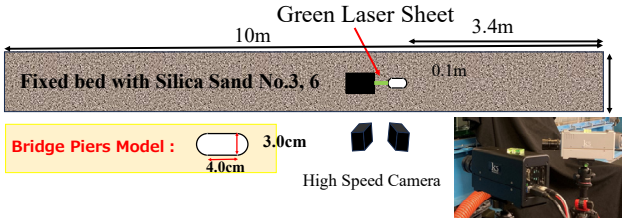


Fig.1 Experimental Set Up

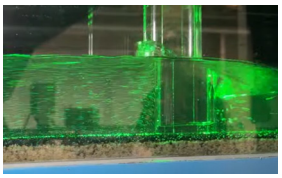


Fig.2 Laser Sheet and Pier Model

Table.1 Hydraulic conditions of the experimental case

			Fixed Bed covered by Silica Sand No.3				Fixed Bed covered by Silica Sand No.6			
Bed Slope	Q(m^3/s)	Case	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v
1/200	0.003	CaseA1	0.036	0.42	0.71	21389.7	0.027	0.55	1.07	32193.8
	0.0055	CaseA2	0.051	0.54	0.77	23037.2	0.041	0.68	1.07	32177.5
	0.008	CaseA3	0.064	0.63	0.79	23726.6	0.052	0.77	1.08	32481.8
1/100	0.003	CaseB1	0.028	0.54	1.05	31374.5	0.022	0.70	1.52	45576.4
	0.0055	CaseB2	0.039	0.70	1.13	34001.9	0.031	0.89	1.61	48195.3
	0.008	CaseB3	0.049	0.82	1.18	35524.1	0.039	1.01	1.63	48880.0
1/50	0.003	CaseC1	0.022	0.67	1.43	42765.9	0.018	0.83	1.96	58760.5
	0.0055	CaseC2	0.037	0.74	1.23	36983.7	0.025	1.10	2.21	66408.7
	0.008	CaseC3	0.039	1.03	1.66	49832.2	0.033	1.23	2.17	65060.9

（２）実験条件および計測事項

実験では，ポイントゲージによって橋脚周辺の水位とステレオ PIV によって流速を計測した．水位計測は Table.1 に示すように，底面は三河珪砂 3 号，6 号珪砂（平均粒径 2.1mm，0.21mm）を張り付けた固定床を使用し，流量，水路勾配をそれぞれ 3 パターンとする条件下で行った．3 号珪砂の固定床では橋脚前面の下降流を計測するステレオ PIV を，加えて CaseA1，C1 に限定し計測断面を横断方向にずらした計測も行った．

３．計測結果

（１）水位計測結果

Table.1 からわかるように 3 号珪砂固定床を用いて今回用いた流量通水条件下では，勾配 1/200，1/100 と 1/50 がそれ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ぞれ緩勾配，急勾配となる．本実験条件では水路幅の 15%の橋脚を置いたため，流水断面の阻害率が大きい．ただし，勾配によって橋脚モデルを置いたときの水面の変化が大きく異なり，Fig.3 に示すように緩勾配となる 1/200 では全ケース上流側の広い範囲で水深が大きくなり，橋脚下流との水位のギャップができる．その一方で，急勾配条件である 1/100 や 1/50 では水位の堰上げが橋脚直上流に限られた．加えて勾配 1/50 は直前まで水位がせきあがらず流速が大きいため橋脚前面で水深以上に水面が堰上がりケースによっては砕波のような現象も見られた．橋脚脇の水位縦断形状も含めた計測例を Fig4 に示すと，緩勾配である 1/200 のケースでは橋脚脇に大きな水面勾配ができる結果となった．

（２）流速のステレオ PIV 計測結果の例

ステレオ PIV で計測した結果の一部を Fig6 に示す．今回の計測は 4000fps で撮影した動画を用い各時間の二次元流

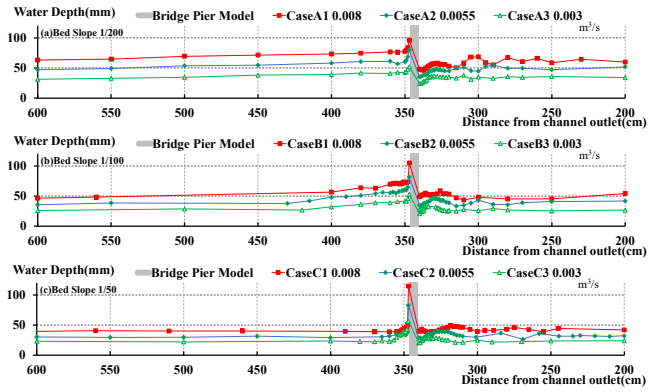


Fig. 3 Water Depth Variation along the Center Line of Channel

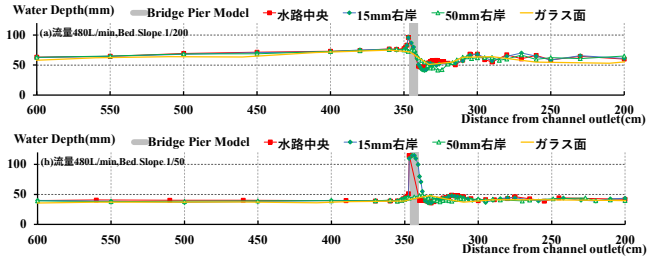


Fig. 4 Variations in Water Depth Downstream

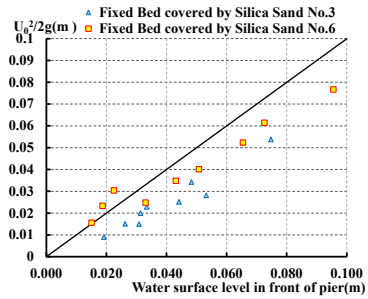
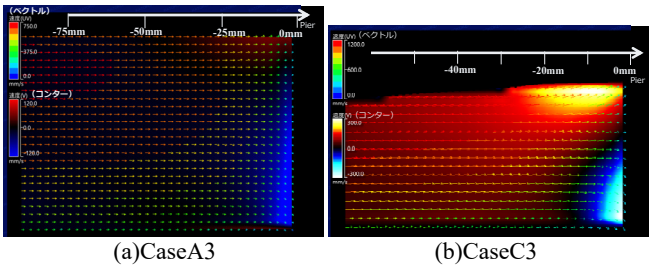


Fig. 5 Relationship between Mean Velocity Head and Water Surface Elevation at the Front of a Pier



(a)CaseA3 (b)CaseC3

Fig. 6 Velocity Vector along the centerline in front of pier

Table.2 DownFlow Condition

Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)	Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)
CaseA1	36	-127	CaseC1	27	-247
CaseA2	50	-157	CaseC2	16	-207
CaseA3	54	-174	CaseC3	19	-282
CaseB1	28	-134			
CaseB2	43	-135			
CaseB3	56	-180			

速分布を算出しており，ここでは時間平均流速分布を結果例として示す．Fig6 におけるベクトルの色は三成分含めた流速絶対値，背景のコンターは鉛直上向き成分のみの大きさを表す．これらの図から，今回の計測で橋脚前面の下降流を捉えることができたと言える．また，緩勾配の三号珪砂固定床 CaseA シリーズでは橋脚上流側の広い範囲で水位が堰上げられ流速は遅くなり，橋脚前面で下方に向かう流速も遅いものの水深方向に広い領域で現れる．一方，急勾配のケースは流量が大きくなると橋脚の直上流で水路表面付近は鉛直上向きの流れが強く表れ下方に向かう領域が水深方向には狭くかつより速い結果となった．両ケースともに上方に向かう流れは水深が小さいケースで限られた領域でしか見られないのも特徴的であった．

４．考察

本実験でも橋脚に流れがぶつかると，上方と側方に橋脚をよける流れとともに流れが強い下降流が発生する現象が確認された．ある程度水深が大きくなると鉛直上向きの橋脚前面では橋脚をよける流れが発生するが，表面近くの橋脚前面にぶつかり水面がせりあがる領域と下降流が生じる領域は分かれる．この領域境界位置と時間平均流速の鉛直下向き成分の最大値を実験結果から読み取りまとめたのが Table2 である．通常，下降流の領域は橋脚直径に依存すると言われているが，今回は緩勾配と急勾配では異なる結果となった．これは，Fig4 の例に示した周辺水面変化の違いが生む流れの特徴が関係すると考える．特に，緩勾配では上流側の水位の堰上げにより橋脚側方で水面勾配がきつくなり流速は加速するため側方の河床が大きく掘られるはずである．局所洗掘を議論する際にはこうした水路の特徴による変化を考慮したうえでの流れの検討が必要になる．

５．結論

橋脚洗堀は，下降流と馬蹄形渦と深く関連していることが知られている．本研究では，これまであまり着目されていなかった常流・射流条件が橋脚洗掘に及ぼす影響を調べる第一歩として，水路内に橋脚を入れたときの状況と橋脚前面に合われる下降流について調べた．その結果，緩勾配では急勾配と異なる下降流領域を持つ結果となった．洗堀の進行に伴う水位堰上げ解消現象と下降流の関係など今後詳細を調べる予定である．

謝辞：本研究の一部は，河川財団の河道研究プロジェクト（助成番号 2024-8111-002，代表者：溝口敦子）および JSPS 科研費（24K01136，代表：溝口敦子）の助成を受けて実施した．ここに記し謝意を表する．

参考文献

1) Bruce W. Melville: Pier and Abutment Scour: Integrated Approach, *J. of Hydraulic Engineering*, Vol.123, No.2, 1997.
2) Ulrich Jenssen, Michael Manhart: Flow around a scoured bridge pier: a stereoscopic PIV analysis, Experimental in Fluid, Volume 61, article number 217, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

An Analysis of Velocity Gradient Tensor Fields where a Vortex is Generated or Generates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中山　雄行（愛工大・工）
Katsuyuki NAKAYAMA, Aichi Institute of Technology
E-mail: nakayama@aitech.ac.jp

This study presents an analysis method to investigate geometrical characteristics of the velocity gradient tensor field around/inside a vortex. It applies theory of local flow geometry that defines the Galilei invariant coordinate system associated with the swirl plane and elliptic vortical flow geometry. An analysis of vortices in homogeneous isotropic turbulence shows that they are generated in a region where two shear tensor components support swirling and that they generates uniform strain and maximum shear components regions .

1．はじめに

渦は、気象・海洋・太陽、或いは昆虫等の非常に広範囲なスケールでの自然現象から多様な工学の分野に関わる．その渦生成のメカニズムは、乱流や対象とする流れの領域の特性や条件等により異なるが，工学分野においてその発生・生成のコントロールは必ずしも容易ではない．渦流れの特性や圧力極小等の渦特有の主要な性質は，渦中の速度勾配テンソル$\nabla \boldsymbol{v}$ の分布により定められる．このとき，渦が生成する領域はどの様な速度勾配テンソルの場であるか，或いは渦が生成した場合はこの場からどの様な強さの渦が形成され，独自の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場を形成するか，というメカニズムがそれぞれの流れの場で解ると，渦が生成する領域の予測･評価や生成後の流れの特性の評価において有効である．渦周辺の流れに応じた渦構造の特性は，渦モデル等を仮定した上で解析されているが [1]，ローカルトポロジーの理論を用いると，モデルを仮定しない現実的な渦，即ち実際に観測された渦の旋回平面や楕円方向を特定し，本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 等の分布特性を調べることが可能である [2]．

そこで，本研究では，流れの中で生成した渦とその周囲の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場の特性を解析する手法を検討し，一様等方性乱流の DNS (Direct Numerical Simulation)において乱流渦の特性を解析することを目的とする．

2．ローカルトポロジーの物理量と渦空間

渦領域は，ローカルトポロジーにおける流れの旋回有無とその強さを表す swirlity φ[3]が正である領域として同定することができる．このとき，$\nabla \boldsymbol{v}$ は複素固有値$\varepsilon_R \pm i\varphi$ を有し，複素固有ベクトル$\boldsymbol{\xi}_p \pm i\boldsymbol{\eta}_p$ の$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ により定義される平面がローカルトポロジー上の旋回平面である．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ は，これらが直交する様に設定することができ，渦流が非軸対称・楕円型軌道である場合は$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ がその長短軸となる．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$，$\boldsymbol{\xi}_p \times \boldsymbol{\eta}_p$ に平行な正規直交基底により座標系を定義すると，これは旋回平面また楕円軌道の長短軸に基づくガリレイ不変の渦空間(x_i)座標系となる．非圧縮性流体の場合，この座標系における$\nabla \boldsymbol{v}$ ($= \boldsymbol{A} = [a_{ij}] = [\partial v_i/\partial x_j]$; $i, j = 1, 2, 3$)は以下の様に表される [3]．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_R & \alpha\varphi & \omega_2 \\ -\varphi/\alpha & \varepsilon_R & -\omega_1 \\ 0 & 0 & -2\varepsilon_R \end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで，ε_R はローカルトポロジーにおける半径方向速度成分の固有値の相加平均に相当し，αは渦流対称性，ω_i は渦度ベクトル成分である．

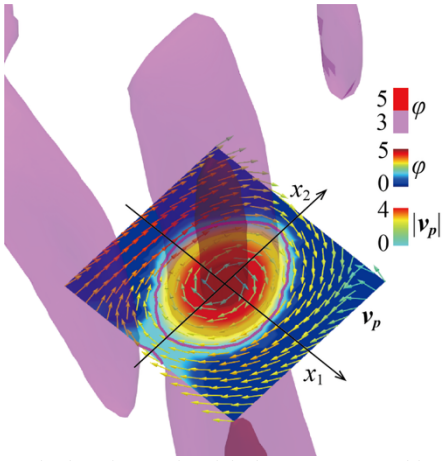


Fig. 1 A vortical region and swirl plane represented by contours of φ, and vortical flow $\boldsymbol{v}_p$ and line where $\varphi = 2$ in the plane.

3．解析法

本解析は，速度場における$\nabla \boldsymbol{v}$ より swirlity (φ)を求めて渦領域を同定し，更にこの極大点から渦中心を定めて旋回平面また渦空間座標系を定義する（Fig. 1 参照）．次に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を求め，これらを渦空間座標系の基底を用いて座標変換を行い，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分に変換する．

本座標系にて旋回平面上の渦コア（中心）領域内外の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の分布特性を調べることにより，渦の外部の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の特性が解り，また渦内部の場と比較することにより，渦自身が形成する速度勾配テンソルの特性を特定することができる．

4．乱流渦における解析と考察

一様等方性乱流の DNS にて本解析を行う．擬スペクトル法により求めたテイラーレイノルズ数 Re_λ約 35，またコルモゴロフスケールη約 0.012 における速度場において$\nabla \boldsymbol{v}$ よりφを求めて渦領域を同定し，φの 1 階導関数とヘッセ行列からこの極大点を求めて渦中心を定め，渦中心の渦空間座標系にて有限規模の渦の旋回平面を定める．前述した様に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を算出し，これらを渦中心における渦空間座標系の成分に変換し，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分を評価する．

同定した一つの渦について，渦領域と一つの旋回平面をφのコンターにて表したものを Fig. 1 に示す．旋回平面上では渦流 $\boldsymbol{v}_p$，また$\varphi = 2$ の等値線も併せて示す．本図の旋回平面上における渦空間座標系に変換した$\nabla \boldsymbol{v}$ のテンソル成

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

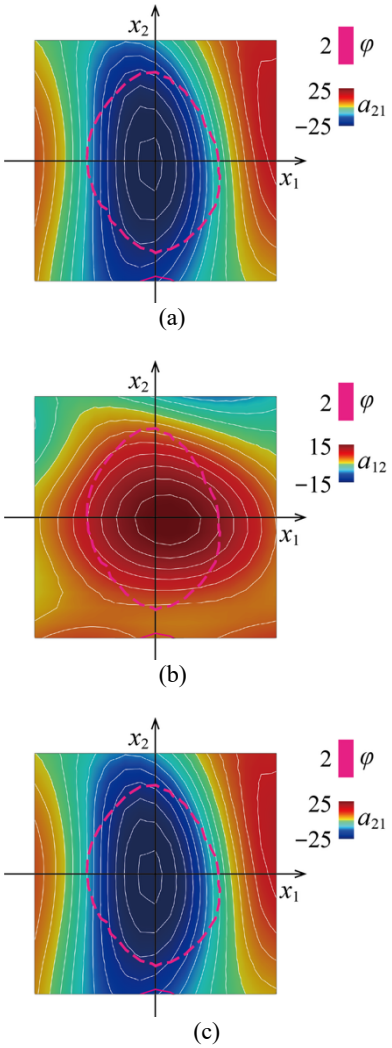


Fig. 2 Contours of (a) a_{11}, (b) a_{12}, and (c) a_{21} components in swirl plane in a vortex, with bold dot line where $\varphi = 2$.

分 a_{11}, a_{12}, a_{21} のコンターを Fig. 2 に示す．図中の太鎖線は $\varphi = 2$ の等値線である．渦領域内では，半径方向速度や歪み成分に関わる成分 a_{11} が一様な分布に変化されていることが解る．a_{12}, a_{21} は渦の旋回に関わる成分であるが，渦コア領域がこれらの成分の極大領域になっている．

渦中心周りの半径 $r = 0.5\eta \sim 5\eta$ における a_{21} の統計的な分布を Fig. 3 に示す（75 点の渦中心）．a_{21} は渦中心周りで最も強くかつ一様な分布をし，半径が大きくなるに従って値が小さくなると共に波数 2 の周期性があることが解る．これより，本成分の主要な分布特性は二次形式で表すことができると考えられる．

また，渦中心の $a_{21}(=\varphi/\alpha)$ と $r = \eta, 4\eta$ における a_{21} の結合確率密度関数(JPDF)を Fig. 4 に示す（約 106000 点の渦中心）．渦中心近傍における a_{21} は，中心の値に比例しほぼ同等の値であるが，半径が大きくなると中心の φ/α に対して値が半分以下になり，また符号が変わる領域もある．この結果は，本乱流における渦中心のこのせん断・回転成分は，渦領域周辺よりも 2 倍以上の強さになることを示している．

5. 結　　言

swirlity と渦空間座標系を用いた渦内外領域の速度勾配テンソルの解析は，渦の生成によりどの様な速度勾配テンソルの場が形成され，外部に対する各成分の強さや分布の幾何学的特性の変化を分析することができる．また，渦が生成する速度勾配テンソル場の条件の評価にも有効であると考えられる．

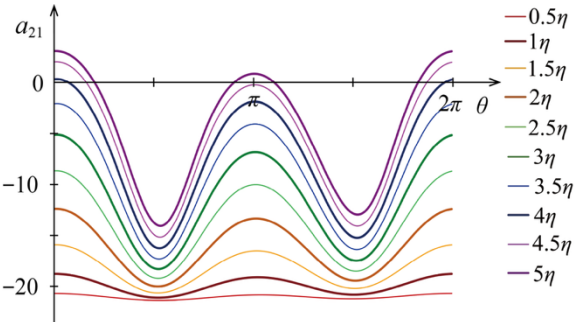


Fig. 3 Statistical distribution of a_{21} in swirl plane around a vortex center at radius $r = \eta - 5\ \eta$.

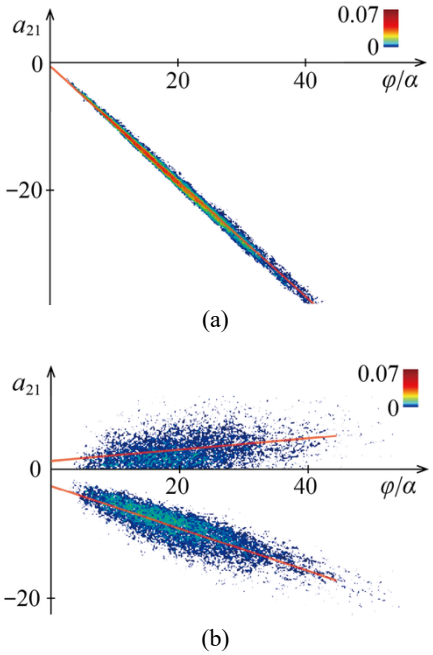


Fig. 4 JPDF of φ/α and a_{21} at $r =$ (a) η and (b) 4η.

6. 謝　　辞

本研究の一部は，東北大学流体科学研究所における公募共同研究(CP04APR25, J25I037)，核融合科学研究所における公募共同研究(NIFS25KISC019), JSPS 科研費 JP25K07589 の助成の下で行われた．

参考文献

1) A. Prochazka and D. I. Pullin: Structure and Stability of Non-symmetric Burgers Vortices, J. Fluid Mech., 363, pp.199-228, 1998.
2) K. Nakayama: Characteristics of Formation of Vortical Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence", *22nd Int. Conf. Fluid Dyn.*, pp. 1170-1171, 2025.
3) K. Nakayama: Topological Features and Properties Associated with Development/decay of Vortices in Isotropic Homogeneous Turbulence, *Phys. Rev. Fluids*, 2, 014701, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study of Weak Radiation behind Air Shock Waves (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

舩津　賢人（群馬大院理工）　　荻野　智也（群馬大院理工・院）
市橋　智志（群馬大院理工・院）　　大谷　清伸（東北大・流体研）　澁澤　健二（茨城高専）
Masato FUNATSU, Gunma University
Tomoya OGINO, Gunma University
Satoshi ICHIHASHI, Gunma University
Kiyonobu OHTANI, Tohoku University
Kenji SHIBUSAWA, Ibaraki National College of Technology
FAX: +81-277-30-1509
E-mail: masato.funatsu@gunma-u.ac.jp

In our laboratory, the characteristics of radiation behind air shock waves have been studied systematically by using a diaphragm-type shock tube. In previous studies, we generated a shock wave with an incident shock Mach number of approximately 5 and analyzed the radiation behind the reflected shock wave by using a high-speed video camera. This radiation was high intensity and varied according to Mach number. In this study, we generated a shock wave with low Mach number and focused on weak radiation to analyze the fundamental characteristics of radiation from weak to strong.

１．はじめに

本研究室では，衝撃波背後における放射特性の解明を目的として，隔膜式衝撃波管を用いた実験的研究を系統的に行っている．以前の研究[1),2)]において，入射衝撃波マッハ数と全放射強度値の関係を明らかにした（図１）．また，入射衝撃波マッハ数が高い領域（図１の赤領域）に対して狭帯域フィルターを用いた分光計測を行い，放射に窒素と酸素が寄与することがわかった．一方，低い入射衝撃波マッハ数における放射に着目した研究はほとんど行われていない．そこで本研究では，低い入射衝撃波マッハ数（図１の青領域）に着目し，M_s = 4.5，4.0の衝撃波を発生させた．狭帯域フィルターを用いて放射計測し，放射に寄与する化学種を推定し考察した．

２．実験装置および実験方法

衝撃波管は内径80 mmであり，高圧力室（長さ1,000 mm）と低圧力室（長さ4,000 mm）から構成される隔膜式衝撃波管である．駆動気体にHe，試料気体には乾燥空気（体積比率N_2 : O_2 = 79 : 21）を用いた．また，隔膜はPET（Polyethylene Terephthalate）フィルムを使用した．計測部には２つの圧力センサーを低圧力室の管端から440 mm位置，100 mm位置に設置し，それぞれチャンネル1，チャンネル2とした．衝撃波背後の放射は，衝撃波管側面に設置した観察窓（直径10 mm）より，高速度ビデオカメラを用いて観察した．本研究では５種類の狭帯域フィルターを用いた．代表的なフィルターであるMC650は中心波長648.75 nm，半値全幅12.50 nmであり窒素の原子線に対応している．

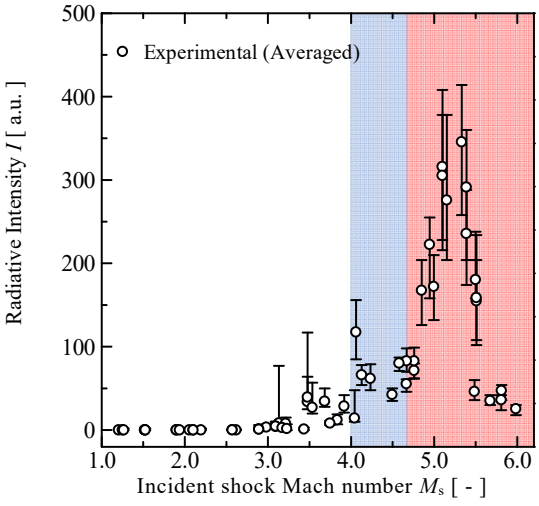


Fig. 1　Relationship between radiative intensity and incident shock Mach numbers[1)]

３．実験結果および考察

MC650の放射強度分布の時間変化から，M_s = 5.1[2)]，4.5の放射は反射衝撃波通過後に観察され放射が反射衝撃波背後で生じていることがわかる．またM_s = 5.1[2)]では観察窓全体で放射がみられM_s = 4.5では斑模様状で観察された．M_s = 4.0では放射はほとんど観察されない．放射強度値は入射衝撃波マッハ数の減少にともない減少しており，これは入射衝撃波マッハ数の減少により衝撃波背後の温度が低下したためと考えている．酸素原子線に対応するMC780においても入射衝撃波マッハ数の減少にともない放射強度値が減少している．またM_s = 4.0では放射がほとんど観察されない．これらのことから，M_s = 4.0では酸素分子や窒素分子の解離が生じず，それに由来する酸素原子や窒素原子の放射は生じていないと考えられる．

４．まとめ

M_s = 4.5では斑模様状の放射がみられ，M_s = 4.0では放射は観察されない．M_s = 4.0では分子の解離が生じず，それに由来する原子の放射が生じていないと考えられる．

参考文献

1) Suzuki, T., et al.: Experimental Study of Emissions behind Air Reflected Shock Waves, *Proc. Sympo. Shock Waves in Japan*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).
2) Aoki, S., et al.: Radiation Measurements behind Reflected Air Shock Waves with Narrow Band-pass Filter, *Proc. Sympo. Flight Mechanics and Astrodynamics*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Effects of bridge pier shape on three-dimensional vortex structures with inside of the actual scouring hole (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆（広大・工）　　内田　龍彦（広大・工）
Takashi INOUE, Hiroshima University
Tatsuhiko UCHIDA, Hiroshima University
E-mail: takashi-inoue@hiroshima-u.ac.jp

To investigate the impact of the upstream face of the bridge pier shapes on vortex structures numerically, we conducted a numerical experiment using a circular shape for upstream face with three-dimensional fixed-bed LES and compared it with the case of a rectangular shape. As the results of a numerical experiment showed that differences in pier shape affect the dissipation gradient of vorticity in the downstream. Furthermore, we revealed that the vorticity of the circular shape is increased over a bordering angle of approximately 55 degrees relative to the flow direction compared to the case of the rectangular shape.

１．はじめに

近年, 豪雨災害の激甚化に伴う大規模洪水氾濫が発生し，河川橋梁被害が頻発化している．その主要因である橋脚周辺の局所洗掘は，橋脚上流側で発生する馬蹄形渦によって引き起こされるため，橋脚構造条件（形状や幅等）や水理条件の影響を強く受ける．特に，構造条件の橋脚形状と洗掘深の関係性に着目した既往研究では，模型実験 [1),2)]や数値解析 [3)]が実施されている．網羅的な橋脚形状の比較を通して，洗掘深は矩形形状で最大となり，流線形形状で最小となった．また，洗掘深のみならず流れの鉛直分布を詳細に計測した実験 [2)]も行われているが，橋脚周辺で発生する二次流を含む馬蹄形渦構造に与える影響は解明されていない. 一方, 著者らは固液混相乱流モデルである Grid Averaged Lagrangian – Large Eddy Simulation (GAL-LES) モデルを用いて，矩形橋脚（長径 0.32m，短径 0.20m）周辺の局所洗掘解析を実施し，流砂ー馬蹄形渦の相互作用（混相流）効果を明らかにした [4)]．最近では，自由水面が実績洗掘孔内に設置された矩形橋脚周辺の馬蹄形渦構造に与える影響を数値解析的に検討した [5)]．顕著な水面変動を伴うフルード数が高い洪水時において，橋脚上流側での水位の堰上げや橋脚側面部での縮流に伴う流体運動の加速効果が発生する．しかしながら，矩形橋脚を用いた固定床解析では後者の効果が小さく [5)]，橋脚形状に起因していると考察した．そこで本研究では，橋脚上流側を半円（ここでは短径 [5)]が直径）にして数値実験を実施する（Fig.3）．まず，任意形状を考慮するために新たに導入した埋め込み境界法（Immersed Boundary Method, IBM）[例えば 6)]の精度検証として，平坦固定床条件下で実施された円柱周りの模型実験 [7)]に適用し，円柱背面から発生する wake に関する定量評価を行う．その上で，IBM により半円形状を考慮した数値実験を実施し，橋脚周辺の三次元流動構造に与える影響を検討する．

２．埋め込み境界法（IBM）の概要

本研究では GAL-LES モデルの流体相部分を用いて，三次元固定床 LES 解析を実施する．紙面の都合上，基礎方程式群や実績洗掘孔の反映方法等は既往文献を参照されたい [4,5)]．ここでは任意形状を表現するべく，GAL-LES モデルに組み込んだ IBM について説明する．IBM とはラグランジュ座標で位置付けされる固体壁の影響を，オイラー座標で解かれる流体運動に反映するために，運動方程式中の外力項の形で表現する方法である [6)]．具体には，固体壁に最も近接するオイラー格子を探索し，その距離に応じた重み付けによる補間で固体壁表面での no-slip 条件を反映した．

３．円柱周りの wake に関する再現計算

新たに導入した IBM の精度を検証するために, 円柱周辺の模型実験 [7)]に対する再現計算を実施する．本研究の三次元解析領域は Fig.1 に示すように，縦断距離 1.35m，横断距離 0.6975m，鉛直高さ 0.15m とし，上流端からの縦断距離 0.27m および水路壁からの横断距離 0.34875m が円柱（直径 D=0.09m）の中心となるように設置した．格子サイズは円柱を縦横断方向に 20 分割（0.0045m）し，鉛直方向は 0.0050m とした．本解析では既往の解析 [7)]よりも水路幅を小さく設定したため，Table 1 に示す単位幅流量 q を揃えて水理条件を調整した．また，本解析では水路上流端から流量 Q を，下流端では等流水深 h_0 を与え，それ以外の境界条件等は既往研究 [5)]と同様である．

本解析から得られた 60 秒間の時間平均の wake 構造を Fig.2 に示す．ここでは既往研究 [7)]に倣い，wake の縦横断距

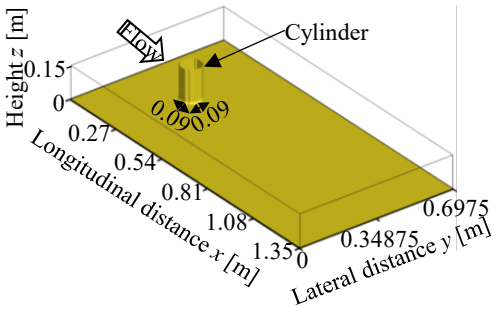


Fig. 1 Computational region for validation of IBM.

Table 1 Hydraulic conditions.

	Kirkil and Constantinescu[7)]	This study
Q [m^3/s]	0.0259	0.0126
B [m]	1.44	0.6975
q [m^2/s]	0.0180	
h_0 [m]	0.10	
Fr [-]	0.180	
Re [-]	18000	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

離（x_v, y_v）について比較すると，本解析結果の（2.50D, 1.49D）に対し，既往の模型実験と数値解析はそれぞれ（2.14D, 1.35D）と（2.28D, 1.28D）であった．そのため，本モデルでは wake の縦横断距離を若干過大に評価するが，概ね傾向を再現できていると考えられる．

４．橋脚上流側の形状が三次元渦構造に及ぼす影響

本研究における数値実験は既往研究 [5]と同様に，縦断距離 2.50m，横断距離 1.00m，鉛直高さ 0.70m の三次元解析領域を用意し，格子サイズは縦横断方向に 0.01m，鉛直方向に 0.0050m とした．ここでは，移動床解析結果 [4]から得られた実績洗掘孔も反映している．数値実験において橋脚形状を矩形から半円に変更する場合，矩形橋脚の短径を半円の直径とするため，自ずと平面積が小さくなる．その該当箇所は河床高データが存在しないため，実績洗掘深データを用いて補間した．その他の境界条件等は既往研究 [5]と同様である．

本数値実験から得られた橋脚周辺の三次元渦構造を Fig.3 に示す．ここでは，20 秒間の Q 値（=20）の時間平均像を示す．Fig.3 を見ると，半円と直線部の境界から剥離渦（Separation Vortex, SV[4,5]）が発生している．また，本解析結果の馬蹄形渦（Horseshoe Vortex1, HV1）は矩形形状 [5]よりも流下方向に伸長している．そこで橋脚右側面側の HV1 に着目し，その渦度と渦位置の縦断図を Fig.4 に示す．図中の x=0.70m が橋脚前面部，x=1.02m が橋脚後面部であり，併せて矩形形状 [5]の結果も記載する．これより，矩形形状では橋脚前面部で渦度が卓越し，下流へ伸長するに従い減衰している．一方，半円を設けた橋脚前面部では渦度が矩形形状よりも小さいが，流下に伴う減衰勾配が小さいため，流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下する．これは橋脚形状間の差によるものと示唆される．また，両ケースの渦位置は，河床勾配により流下方向に高くなるが，半円を設けた方がより高く渦が位置している．しかしながら，両ケース間の水位差がほぼないため，IBM 導入における水面変動の精度検証は今後の課題である．

５．まとめ

本研究では，橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に与える影響を検討するために，GAL-LES モデルに IBM を組み込み，橋脚上流側に半円を設けて数値実験を実施した．その結果，半円を設けた橋脚は流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下することから，橋脚上流側の形状が渦構造に影響を与えたと考えられる．

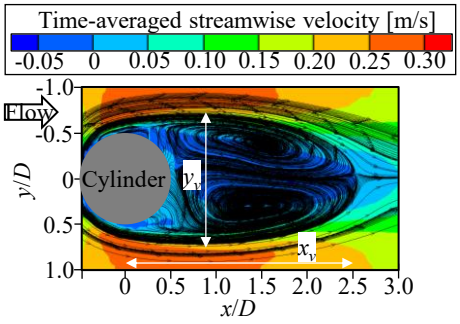


Fig. 2 Time-averaged wake structure around a cylinder.

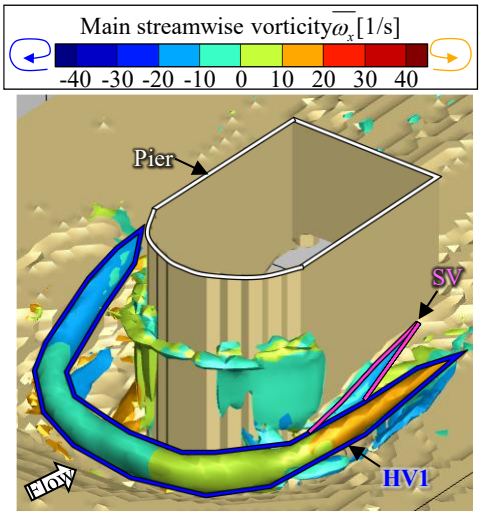


Fig. 3 Time-averaged vortex structure around a pier.

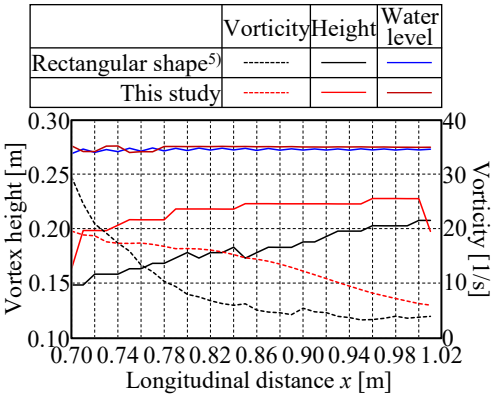


Fig. 4 Longitudinal vortex height and vorticity distribution.

参考文献

1) A. H. K. Al-Shukur and Z. H. Obeid: Experimental study of bridge pier shape to minimize local scour, International Journal of Civil Engineering and Technology, Vol. 7, No.1, pp.162-171, 2016.
2) B. A. Vijayasree, T. I. Eldho, B. S. Mazumder, and N. Ahmad: Influence of bridge pier shape on flow field and scour geometry, International Journal of River Basin Management, Vol.17, No.1, pp.109-129, 2019.
3) H. K. Jalal and W. H. Hassan: Effect of bridge pier shape on depth of scour, In IOP conference series: materials science and engineering, Vol. 671, No. 1, p.012001, IOP Publishing, 2020.
4) T. Inoue, Y. Hirotsugu, J. Kashiwada, and Y. Nihei: Interaction between horseshoe vortex structure and sediment transport around a river rectangular pier using a solid-liquid two-phase turbulent LES model, International Journal of Multiphase Flow, 186, 105153, 2025.
5) 井上隆，G. Constantinescu，内田龍彦，二瓶泰雄：自由水面が橋脚洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響に関する固定床 LES 解析，土木学会論文集，Vol.82, No.16, 25-16028，2026.
6) C. S. Peskin: The immersed boundary method, Acta numerica, 11, pp.479-517, 2002.
7) G. Kirkil, and G. Constantinescu: Effects of cylinder Reynolds number on the turbulent horseshoe vortex system and near wake of a surface-mounted circular cylinder, Physics of Fluids, Vol.27, No.7, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

Designing Bridge Piers Resistant to Scour Using Shape Optimization and Verifying Their Effectiveness Through Model Testing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣田　藍子（東京大・工）　森本　時生（東京大・工）　渡邉　健治（東京大・工）
Aiko HIROTA, The University of Tokyo
Tokio MORIMOTO, The University of Tokyo
Kenji WATANABE, The University of Tokyo
E-mail: hirota-aiko630@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study investigates a pier shape that is resistant to local scour using shape optimization with DAFoam (Discrete Adjoint for OpenFOAM). Then, by using model experiments, it confirms that the pier tilts toward the upstream side later than the piers proposed by Kosaka[1]. The pier is made by connecting two types of two-dimentional shapes obtained from two separate optimizations.

1．背景

近年，日本各地で豪雨災害による河川橋梁の局所洗掘の被害が深刻化している．一方，3D プリンティング技術の発達により，複雑な曲面を持つ大規模なコンクリート構造物の製造が比較的容易になり，3 次元的な曲面を持つ橋脚形状の製造も可能となりうる．このような中で，多くの橋脚形状が考案され [1]，また形状が局所洗掘発達メカニズムに及ぼす影響が異なる可能性についても知見が得られてきた．一方で，橋脚形状は無数にある中で全てを比較検討することは難しく，より洗掘防止効果が高い橋脚形状を考案するためには解析で形状最適化を行う必要がある．だが，定常条件の最適化においては非定常な馬蹄形渦の表現が難しく，橋脚上流側が十分に最適化されない．よって，本研究は橋脚上流側の洗掘孔内における下降流の逆流成分(馬蹄形渦の原因)による流下方向の底面せん断力を最小化する最適化と，橋脚上流端の 2 次元の最適化を組み合わせて橋脚を制作し，模型実験でその妥当性を示した．

2．研究手法

まず，洗掘孔を模した底面を再現し，3 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で最適化を行なった．橋脚上流側の洗掘孔底面で下降流が上流方向に逆流する成分は馬蹄形渦形成の原因となる．よって，橋脚上流側の洗掘孔底面にかかる流下方向のせん断力の絶対値を最小化した．導出された形状の，橋脚水面付近の断面形状を最終形状に用いた．最適化の境界条件は図 1 の通りである．次に，2 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化する最適化を行い，最終形状の橋脚上流端部分に用いた．最適化の境界条件は図 2 の通りである．本来は洗掘孔の底面に流れこむ下降流の流速平均を小さくしたいが，これは設定できない．そのため，橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化することで橋脚近傍の底面に淀みを作り，底面に速い下降流が届きにくい形状を導出した．有限体積法による流体解析とアジョイント法を用いた感度解析を組み合わせた DAFOAM を使用し，乱流モデルとして Raynolds-Averaged Navier-Stokes，渦粘性モデルとして shear stress transport(SST) k - ω モデル [2]を用い定常状態における解析を行った．

本研究では図 3 のように中型水路実験を行い，最適化の妥当性を確認した．比較する 3 ケースは，既往研究 [1]で考案された図 4 の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状であり，底面積と底面形状，重さ，実験手法は等しい．この条件で既往研究 [1]の基本形を用いた実験結果と，本研究で行った曲線型，最適化形状の結果を用い，洗掘による倒壊遅さを比較検討した．鹿島珪砂 4 号を河床材料として使用し，地盤の相対密度は 79%，砂の乾燥密度は $1.648\mathrm{g}/cm^3$，$e_{max} = 0.807, e_{min} = 0.532$である．橋脚基礎の根入れ深さは 58mm とした．給水ポンプの入れ替えにより流量を段階的に増加させ，橋脚中央部の水平変位と洗掘深を計測した．

通水中および通水後に，橋脚と周辺の洗掘孔を撮影し，多視点画像からの 3 次元復元(SfM)を用いて洗掘孔の三次元形状データを取得した．これを基に最適化で洗掘孔形状を再現した．

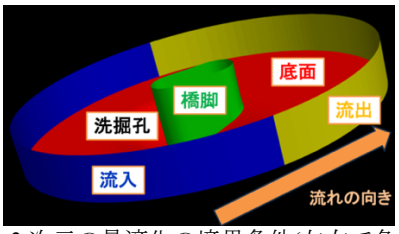


図 1　3 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

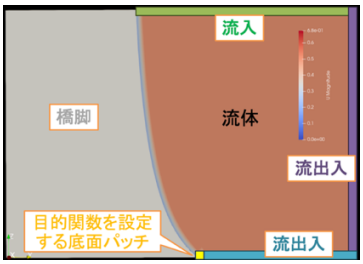


図 2　2 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

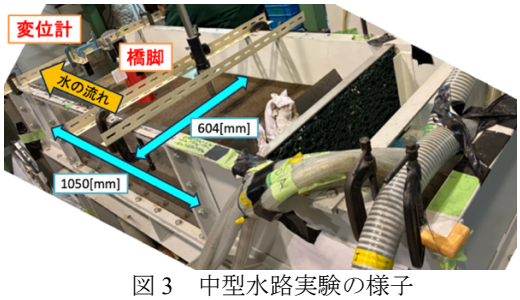


図 3　中型水路実験の様子

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

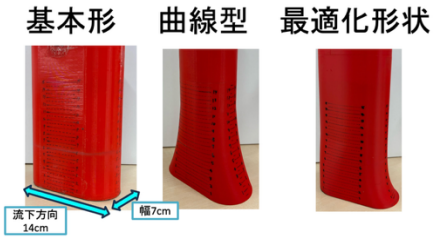


図 4　実験で比較した 3 ケース

3．最適化結果

3 次元の形状最適化については図 5 の通りである．水面付近の水平断面形状は橋脚下流側で渦ができにくい，つまり抗力が小さい形状となった．これは，流速が速い水面付近で流れが橋脚に衝突，下降しにくい形状と言える．また，底面付近の形状について，橋脚側面の上流側は底面にかけて滑らかに広がる形状になったものの，橋脚上流端はほとんど変形しなかった．これは，底面付近で一部の馬蹄形渦が直線的な流れ場として近似されることで流れ場が混在し，最適化の方向性が見えにくかったためと考えられる．

そのため，形状が十分に変化しなかった橋脚上流端の形状を 2 次元で最適化した結果，図 6 のように底面にかけて滑らかに広がる形状を得た．最終的な橋脚形状は図 7 に示すようになった．

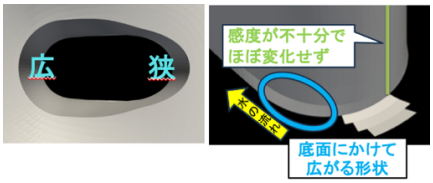


図 5　3 次元の最適化結果の水面付近(左)と底面付近(右)

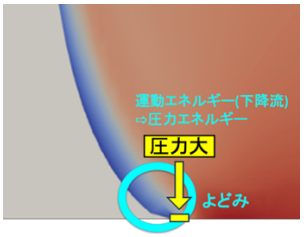


図 6　2 次元の最適化条件と最適化形状

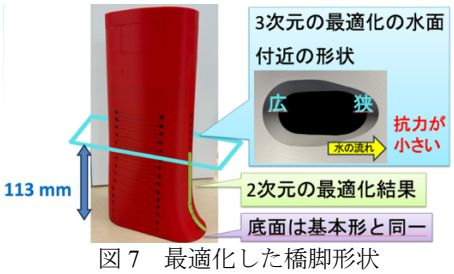


図 7　最適化した橋脚形状

4．実験結果

既往研究 [1]の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状を比較すると，最適化した形状は倒壊までの時間が一番長いという結果を得られた．最適化された形状は図 8 に示す通り，最適化で仮定した洗掘孔の深さが橋脚の底面に達し，根入れが 0 となる状況に達してから粘り強い挙動を見せ，最適化が一定程度妥当であることが示された．流量は図 9 のハイドログラフに従う．

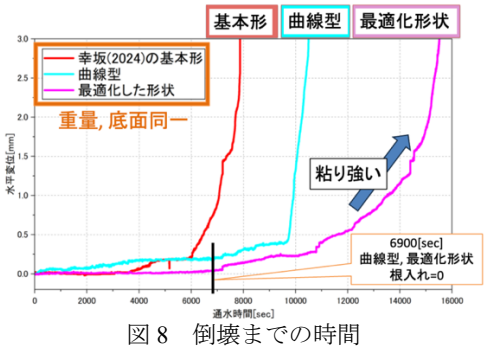


図 8　倒壊までの時間

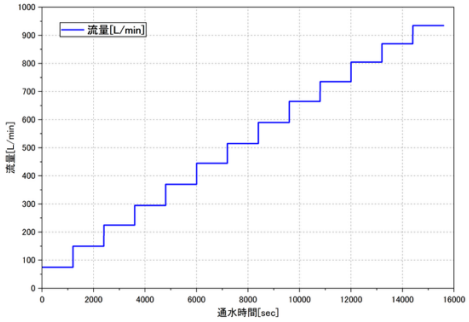


図 9　ハイドログラフ

5．結論と今後の展望

本研究の意義は通常定常条件では解けない，非定常な馬蹄形渦が発生する乱流条件において形状最適化を行なったこと，底面や河積阻害率，橋脚上端部(支承部)を大きく変更せずに洗掘に対して粘り強い形状を考案できることを示したことの 2 点に集約される．既往研究 [1]では上下流端ともに底面に広がる形状が最も洗掘に対して粘り強かったが，橋脚底面の上下流方向の拡幅、あるいは橋脚上端部(支承部)の縮小が必要であったため，曲線型は流下方向の底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 7.8cm であった．一方，今回の検討で最適化された形状は底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 11.4cm と桁の支承部分の長さがより長い．これにより，支承部が極端に短くなることで支承部が橋脚の構造上の弱点になるという問題を回避しやすいというメリットがある．

本研究においては洗掘が進行し，橋脚基礎の根入れ深さがない状態(根入れ 0)を初期状態と仮定して最適化しており，実橋梁におけるような，初期根入れ深さがある状態から根入れ深さが 0 になる洗掘進行プロセスを想定した最適化を行なっているわけではない．実際，最適化された形状と曲線型で根入れが 0 になるまでの時間はほぼ等しいことが確認された．そのため，今後根入れが 0 になる前の状態を仮定して最適化を行い，今回の最適化形状と組み合わせることで，根入れが 0 になる前後ともに洗掘に対して粘り強い挙動を示す形状が考案できると考えられる．加えてレイノルズ数を洗掘が進行する河川条件に合わせることで，個々の河川条件にあった橋脚も考案できる可能性がある．

参考文献

1)　幸坂祐紀:橋脚の 3 次元形状が橋脚基礎周辺の局所洗掘による不安定化に与える影響，第 59 回地盤工学研究発表会, 2024.
2)　Menter, F. R.: Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows (No. A-92183), 1992.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

Verification of river morphodynamic model using nonlinear stability analysis of fluvial bars (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩崎　理樹（北大・工）
Toshiki IWASAKI, Hokkaido University
E-mail: tiwasaki@eng.hokudai.ac.jp

In this study, a river morphodynamic model, Nays2DH, is verified using a non-linear stability analysis of fluvial bars. Nonlinear stability analysis provides a theoretical solution to the governing equations, enabling a rigorous assessment of whether the numerical morphodynamic model can accurately reproduce the exact analytical solution. The results generally show a good agreement with the theoretically predicted bar wavelength and height in the nonlinear level as long as the bar regime is close to the critical condition. The numerical result is also validated with the experimental data, showing a slight underestimation of the bar height.

１．はじめに

数値計算モデルを用いた河床変動解析が研究，実務など多方面から一般的に行われるようになって久しい．これは，計算機能力の向上，数値解析法の進展により，移動床力学研究で構築された形態力学モデルを実用的な計算時間で直接数値解析できるようになってきたことと，計算コード，モデルの汎用化，公開化が進み，だれでも容易に利用可能なプラットフォーム [1]が構築されてきたことによるだろう．このような環境は，河床変動解析の利用と技術の習得に対して極めて重要かつ有用なものである反面，従来一部の専門家，研究者がモデルの性能と適用性を十分吟味して使用してきたという体系とは異なるため，様々な技術背景を持つユーザーが得た数値計算結果の質をどのように担保するかという新たな問題を生み出している．すなわち，計算モデルの検証と妥当性評価，いわゆるモデル V&V のような考え方により河床変動解析の質を保証することが重要になりつつあると考えられる．

一般に移動床現象は様々な物理現象が相互に影響しあう複雑な非線形現象であり，特に実河川においてモデルの性能を保証することは容易ではない．従来，計算モデルの妥当性は，目的に応じた実験結果や観測結果との比較を通じた再現計算により検討される．この妥当性検証は，モデル性能を保証する重要なステップである一方，離散化された方程式が支配方程式の性質を十分表現できているかという検証については十分注意が払われていないように思われる．この検証フェーズでは，数値解と方程式の厳密解（理論解）との比較がなされるが，移動床現象において理論解が得られる条件・対象が，特に非線形問題において限られることによると考えられる．このような現状により，河床変動解析モデルの性能は現象との比較による妥当性検証が中心となっているが，数値解析モデルの性能，挙動（安定性や収束性など）を把握するためには，理論解と比較する検証も重要であると考えられる．

そこで本研究では，移動床現象のうち，交互砂州を解析対象として河床変動モデルの検証を行う．これは，交互砂州が底面不安定性に起因して発生する現象であり，河川における移動床解析において最も基本的な要素であるとともに，線形・弱非線形安定解析 [2]という理論体系が確立されており，理論解と数値解の比較が可能なためである．これまで，砂州の数値解析では，波長やモード数を線形安定解析結果と比較した例は数多くみられるものの [3]，波高のような非線形領域の形状特性値を理論解と比較したものは見当たらず，非線形領域におけるモデル性能の検証において理論的知見が不足している．本研究では，弱非線形安定解析から得られる砂州波高と数値解を比較することにより，非線形レベルにおける河床変動モデルの検証を試みる．

２．手法

本研究では河床変動モデルとして iRIC ソフトウェアに同封される二次元河床変動モデル Nays2DH[1]を利用する．詳細は文献を参照願うとして，ここでは本研究で重要となりうるモデル構成について簡単に示す．本モデルは，流れを平面二次元浅水流方程式で記述し，抵抗則にはマニング則を適用している．格子系には staggered 格子を用い，運動方程式を移流項と非移流項に分離し，移流項を CIP 法で解き，非移流項と連続式を連立させて解く非圧縮性流体解析法に類似した手法を用いていることに特徴がある．ここでは流砂形態として掃流砂のみを考慮し，流砂モデルには全流砂量を芦田道上式（ただし，$\tau_{*c}=\tau_*$として評価），限界掃流力を岩垣の式で計算している．後述する理論解析との整合性を取るため，横断方向流砂量式として長谷川の式を追加し，主流方向の河床勾配の影響，二次流の影響は無視している．なお，動摩擦係数と静止摩擦係数は同一の 0.84（安息角 40° 相当）としている．これはのちの実験結果と理論値の整合性を取るために設定しているため，多少大きい値となっているが，理論解と数値解の比較という意味では，任意の値であっても問題ないと考える．

この数値解析と砂州の弱非線形安定解析から得られる結果を比較することを試みる．ここでは，Carlin et al.[4]が用いた Colombini et al.[2]による砂州の弱非線形解析モデルを利用する．このモデルでは，単一モードの砂州の 3 次までの非線形効果を考慮した弱非線形安定解析により砂州の波高を求めている．この解析では，臨界アスペクト比β_cからわずかにずれた領域において，$\varepsilon=(\beta-\beta_c)/\beta_c$ で定義される増幅率をパラメータとして変数を展開している．したがって，増幅率が大きくなるにつれて厳密には理論の適用範囲外になるため，数値解との厳密な比較が可能となるのは臨界アスペクト比よりわずかにずれた領域になると考えられる．Carlin et al.は様々な流砂モデル，河床抵抗則を選択できるようなモデルを構築しており，公開されているコードを芦田道上式が考慮できるように改良して使用した．

上記二つのモデリングを同一の水理条件に適用して，波長と波高を比較する．ここでは，Redolfi et al.[5]により実施された砂州実験をもとに条件を設定する．本実験では，水路幅 0.305m，勾配 0.01 の水路に粒径 1.05mm の均一粒径を敷きならした条件で，異なる流量条件で得られる砂州の形

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

状特性について議論している．ここでは，浮州化が顕著と思われるケースを除いて，非砂州から交互砂州形成に至る範囲の流量（1.5～4.2 l/s）を設定して，数値解析と線形・弱非線形安定解析を行い，波長と波高を相互に比較した．数値解析では，水路長を 60 m とした上で，初期河床にランダムな微小擾乱を与え周期境界条件を設定し，平衡波高が十分得られるように計算時間を設定した. 計算格子数は流下，横断方向にそれぞれ 1200，16 である．マニングの粗度係数は，抵抗則に Manning-Strickler 式を適用し，粒径から 0.015481 と時空間的に一定値を与えた．平衡状態における砂州の波長と波高を求める際には，計算領域内にある砂州それぞれで値を求めて平均した．なお，波高の定義は同一砂州内における最小，最大河床高さの差とした．

３．結果とまとめ

図 1 に，得られた波長 L_b，波高 H_b をそれぞれ水路幅 B と等流水深 h_0 で無次元化した無次元波数$\lambda=(\pi B/L_b)$, 無次元波高 $H_{MB}=H_b/h_0$ を示している．横軸は設定した流量から計算されるβ, β_c をもとに求めた増幅率εである．図には，弱非線形解析に臨界アスペクト比における波数と波高（－），数値計算における平衡値（□）とともに，実験値（●）があるものは示している．また，無次元波数については，数値計算で得られる発達初期の砂州の波数（×）と線形安定解析における最大増幅率を持つ波数（－－）も併せて示している．すなわち，初期波数を線形安定解析から求まる最も発達しやすい波数と比較することにより線形領域における検証，平衡波高を弱非線形安定解析から求まる波高と比較することで非線形領域における検証，さらに実験値との比較を行うことで妥当性検証までを行うことができる．

まず，線形領域の結果を見ると，数値計算での発達初期の砂州の無次元波数は，線形安定解析から求まる最大増幅率を有する波数と若干ずれているがほぼ一致している．加えて，εが負である非砂州領域で砂州が発達しないこと，εが増大（ここでは流量の減少に対応）するほど初期波数が大きくなることなど，線形安定解析から示唆される平坦床の安定・不安定性をよく表現しているものと判断できる．

次に非線形領域の結果を見ると，数値計算における平衡波高は弱非線形安定解析から得られる波高と$\varepsilon<0.5$ の領域で極めて良い一致を示している．弱非線形安定解析の結果が厳密に保証されるのは増幅率が小さい領域であることを考えると，数値計算モデルは厳密解である理論値をよく表現しており，非線形領域においても妥当なモデルであることが理論的にも示されたと考えられる．一方，波数についてはεが 0.1 程度までは弱非線形解析で想定している臨界値とほぼ同じであるが, それ以上εが増加すると数値計算結果のほうが小さい．これは非線形領域において通常みられる砂州波長の伸長によるものであり，理論では考慮されていない点である．弱非線形安定解析において，最大波高を取る波数は臨界値とそれほど変わらないといわれているが [2], この点についてはさらに検討が必要である．臨界アスペクト比近傍では不安定となる波数帯が狭いため，最終的な平衡波数は臨界値に近い値を取りえる一方，βの増大に従い，広い波数帯の擾乱が不安定となり，これらの相互作用によって砂州形状が変化すると考えられるため，このような波長，波高の差が生じるものと考えられる．また，増幅率の増加に従い非線形性も強くなり弱非線形安定解析の適用外となることも理論値と計算値の乖離が生まれる原因であろう. さらに, 本条件では, 理論値との乖離が大きくなる$\varepsilon>0.5$ の領域において，砂州の発達に伴い，流砂量がゼロとなる領域が発生しており，流砂量に不連続部が生じる．このような場も理論の適用範囲外であり，数値計算結果との差異の原因になっていると考えられる．

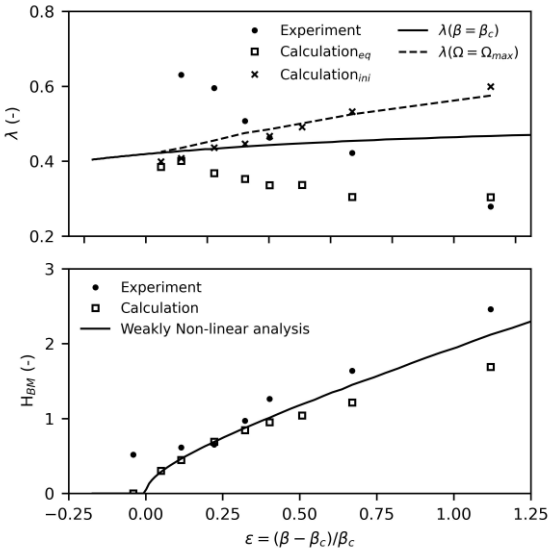


Fig. 1 Comparison of bar wavenumber and wave height given by numerical calculation, linear-nonlinear stability analysis and experiments.

最後に実験値との比較を行うことで妥当性についても検討してみる．本モデルで採用しているパラメータは，実験における波高をある程度表現するように決定したため，当然ながら数値計算結果の妥当性もそれに対応した精度となる．一方，波長については必ずしも適合性がよいわけではない．また，増幅率が大きい領域においては，計算モデルは波高を過小評価している．このような実験値と数値計算結果の差異は，モデルの限界に起因すると考えられる．すなわち，モデルで考慮していない物理要素が波長や波高に影響する可能性である．例えば，砂州の発達に伴う流線の湾曲により生じる二次流効果で波高が大きくなること，反対に初期波長は短くなることが知られている [3]．また，Redolfi et al.[5]も同様の弱非線形安定解析を行っているが，使用している流砂モデルやパラメータは異なっている．二次流モデルが本当に必要かやどのような流砂モデルが適切かなどは議論の余地があるが，物理モデルの追加や変更により，理論値と計算値がどのように変化するかを検討することで妥当性検証もより明確になると考えられる．

本件等により，Nays2DH は交互砂州解析について初期不安定性，平衡波高をかなりの精度で表現できるモデルであることが示されたが，今後は異なるパラメータにおいて検討して，結果の一般性を示していく必要がある．

参考文献

1) iRIC Project: http://i-ric.org/ja/
2) Colombini et al.: Finite-amplitude alternate bars, *J. Fluid Mech.*, 181, 213-232, 1987.
3) Iwasaki et al.: Sensitivity of free bar morphology in rivers to secondary flow modeling: Linear stability analysis and numerical simulation, *Adv. Water Resor.*, 92, pp.57-72, 2016.
4) Carlin et al.: The long-term response of alternate bars to the hydrological regime, *Water Resour. Res.*, 57, 2021.
5) Redolfi et al.: Morphometric properties of alternate bars and water discharge: a laboratory investigation, *Earth Surf. Dynam.*, 8, 789–808, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis on Bed Variations in Curved Channels Considering Pressure-Gradient Effects on Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

笠島　光司（京都大・工）　村埜　健太（京都大・工）　音田　慎一郎（京都大・工）
Koji KASASHIMA, Kyoto University
Kenta MURASAKO, Kyoto University
Shinichiro ONDA, Kyoto University
E-mail: kasashima.koji.48z@st.kyoto-u.ac.jp

It is considerable importance to predict accurately riverbed variations during floods. This study introduces a bed-load transport model that explicitly accounts for pressure-gradient effects in determining sediment transport direction and critical shear stress. The numerical model is applied to a movable-bed flume experiment with a 90-degree bend. The results showed that the model reproduces bed variations qualitatively, but quantitative agreement was further required.

１．はじめに

温度上昇による洪水規模の変化が予想されている中，外力の変化は流砂のバランスや河床変動に変化をもたらすことから，こうした応答の変化を予め推定することは治水上重要である．このような背景から高精度な河床変動解析モデルが必要とされている．

本稿では，圧力勾配力の影響を陽に考慮して掃流砂の移動方向および限界掃流力を算出するモデルを導入する．次に，90 度の湾曲部をもつ移動床水路を対象とした水理模型実験 [1]の再現計算を行い，モデルの妥当性を検証する．

２．数値解析モデル

開水路流れモデルには，非静水圧一般座標系 3 次元モデルを用いる．界面の捕捉は密度関数法により行い，基礎式中にポーラスメディア法を導入することで表面流と浸透流の計算を行う．乱流モデルには非線形$k-\varepsilon$モデルを用いる．詳細は文献 [2]を参照されたい．

河床変動モデルについては，対象とする実験の河床材料の粒径が比較的大きいことから，掃流砂のみを対象とする．河床変動モデルの構成として，以下の掃流砂量式(1)と流砂の連続式(2)を組み合わせ，河床高z_bの時間変化を算出する．

$$\frac{\boldsymbol{q}_b}{\sqrt{Rgd^3}} = 5.7\left(\tau_{*p}-\tau_{*c}\right)^{1.5}\hat{\boldsymbol{s}}_b \tag{1}$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t}+\frac{1}{1-\lambda}\nabla\cdot\boldsymbol{q}_b = 0 \tag{2}$$

ここで，掃流砂量式には Fernandez Luque & van Beek[3]による式を用いる．$\hat{\boldsymbol{s}}_b$：掃流砂の移動方向単位ベクトル，τ_{*p}：圧力勾配力を考慮した無次元掃流力，τ_{*c}：無次元限界掃流力であり後述する方法で算出する．R：水中比重，d：粒径，g：重力加速度，λ：間隙率，t：時間である．

式(1)，(2)を用いて計算を進めるためには，掃流砂の移動方向$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を与える必要がある．掃流砂の運動を鉛直 2 次元断面内で考える場合には$\hat{\boldsymbol{s}}_b$は河床近傍の流速の向き$\hat{\boldsymbol{s}}$に一致するが，横断方向に河床勾配をもつ場合には一般に$\hat{\boldsymbol{s}}_b \neq \hat{\boldsymbol{s}}$となる．横断方向の河床勾配による掃流砂の移動方向の偏りを表現するため，長谷川の式を用いる方法があるが，長谷川の式は勾配が微小であることを前提としており，移動床湾曲水路のように横断方向に安息角に近い河床勾配が生じる場合にはモデルを修正する必要があると思われる．

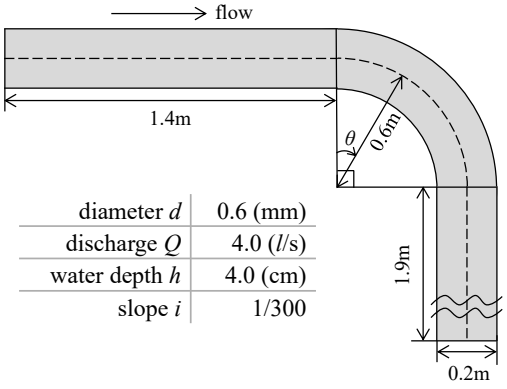


Fig. 1　Outline of calculation conditions

Seminara et al.[4]は，河床面が 3 次元的な勾配をもつ場合に砂粒子に作用する抗力，重力，揚力，摩擦力のつり合いを仮定して移動速度および方向を決定する方法を示した．また，山口・泉 [5]は，河床波形成における圧力勾配の影響を指摘し，鉛直 2 次元断面内で圧力勾配力を陽に組み込んだモデル化を行った．そこで本稿では，Seminara et al.[4]の方法をもとに，抗力，重力，圧力勾配力，摩擦力のつり合いを仮定して$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を決定する．つり合い式より次式が導かれる．

$$\left|\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right|\left(\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right) = \chi^2\tau_{*c0}\left(|\boldsymbol{G}_n|\hat{\boldsymbol{s}}_b-\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_d}\right) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{G} = -\left(\hat{\boldsymbol{k}}+\nabla p^*\right)$$

$$\boldsymbol{G}_n = (\boldsymbol{G}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\hat{\boldsymbol{n}},\quad \boldsymbol{G}_t = \boldsymbol{G}-\boldsymbol{G}_n$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{n}}$：河床面の単位法線ベクトル，$\hat{\boldsymbol{k}}$：鉛直上向き単位ベクトル，$p^*=(p+\rho gz)/\rho Rg$：ピエゾ水頭，τ_*：無次元掃流力，τ_{*c0}：水平面での無次元限界掃流力，v_b^*：無次元掃流砂速度，μ_d：動摩擦係数，$f=11.5$[3]，$\chi=0.7$ [3]である．

式(3)において$v_b^*=0$とすると次式が導かれ，無次元限界掃流力τ_{*c}を求めることができる．ただしμ_dを静止摩擦係数μ_cに，τ_*をτ_{*c}に置き換えた．

$$\left|\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}}\hat{\boldsymbol{s}}+\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_c}\right| = |\boldsymbol{G}_n| \tag{4}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

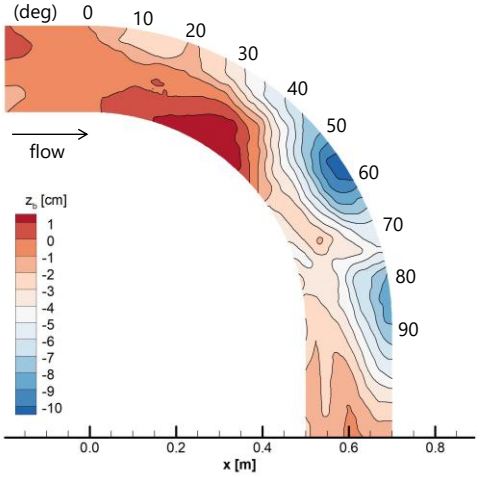


Fig. 2　Experimental results[1] of bed elevation distribution

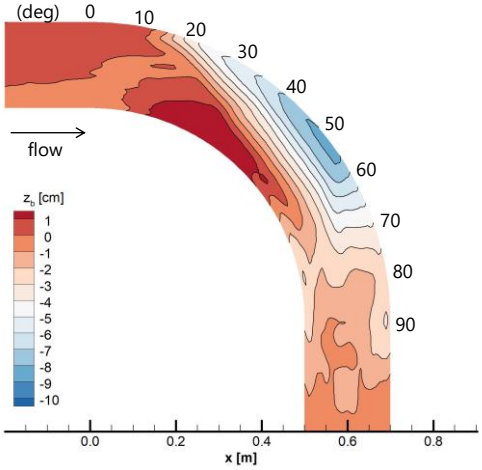


Fig. 3　Calculated results of bed elevation distribution

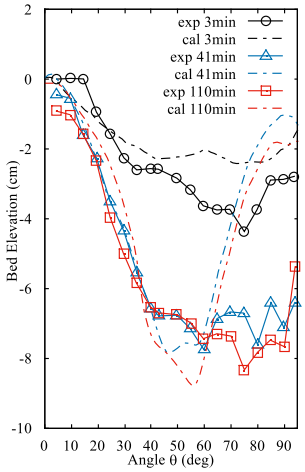


Fig. 4　Bed elevation profile along the outer bank

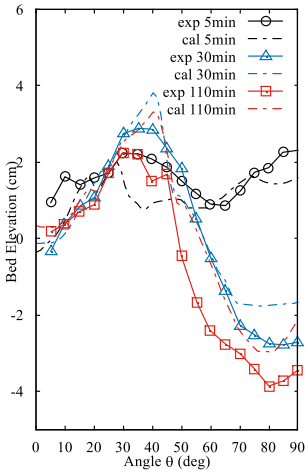


Fig. 5　Bed elevation profile along the inner bank

式(3), (4)において$\nabla p^*=0$とすれば Seminara et al.[4]の表式に，$\hat{\boldsymbol{s}}_b=\hat{\boldsymbol{s}}$，$\chi=1$とすれば山口・泉[5]の表式に一致する．

Wu[6]をもとに，式(1)では壁法則より求まる底面せん断力τ_*に圧力勾配力を考慮した次式を掃流力τ_{*p}として用いる．

$$\tau_{*p}=\left(\tau_*\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{A_3}{A_2}\nabla p^*\right)\cdot\hat{\boldsymbol{s}}_b \qquad (5)$$

ここで，砂粒子形状は球を仮定して$A_3/A_2=2/3$とする．

3．モデルの適用と結果の考察

檜谷ら[1]が行った 90 度の湾曲部をもつ移動床水路での河床変動実験をもとに，計算条件を Fig. 1 のように設定した．計算格子数は主流方向に 210（うち湾曲部に 65），横断方向に 40，鉛直方向に 80（初期状態で気相セルに 16，液相セルに 16，移動床セルに 48）とし，鉛直，横断方向および主流方向湾曲部では格子間隔を一定とした．透水係数は 0.1cm/s とした．実験と同様に 120 分間相当の計算を実施した．以下では，湾曲部入口からの角度をθとする．

実験[1]では，時間の経過とともに外岸側で洗掘部が発達し，通水後 40 分で外岸側での平均的な洗掘深がほぼ平衡状態に達した．また，外岸側洗掘部を起点として下流側に周期的に砂堆が発生し，外岸側洗掘部より生じたらせん流が内岸側下流部（θ=45~90°）を洗掘する様子が確認された．

砂堆発生時の河床高について，Fig. 2 に実験結果を，Fig. 3 に計算結果（通水後 99 分）を示す．計算結果では，実験結果と同様に外岸側洗掘部を起点とする周期的な砂堆の発生，内岸側下流部での洗掘が再現された．また，Fig. 3 より外岸側や内岸側 70°での洗掘，砂堆の発生位置は実験結果と概ね一致した．一方，計算結果では，初期河床から砂堆のトラフまで最大 3cm 程度で，実験結果の 8cm 程度と比べると砂堆の波高が小さい．また，外岸側洗掘部の最大洗掘深は実験結果では 10.5cm であったのに対し，計算結果では 9.2cm であった．

Fig. 4 に通水後 3 分，41 分，110 分での外岸側河床高の実験および計算結果を示す．これより，外岸側では通水後約 40 分で平衡洗掘深（約 8cm）に達するという実験結果が計算でも再現されている．一方で，実験では洗掘部形状がθ=40~90°を底とするすり鉢状であるのに対し，計算では底の範囲がθ=40~60°と狭い．このことが外岸側洗掘部より発生する砂堆波高の過小評価の原因と考えられる．

Fig. 5 に通水後 5 分，30 分，110 分での内岸側河床高の実験および計算結果を示す．実験結果では，通水初期（5 分）では全体的に堆積傾向がみられるが，時間が経つにつれ下流部（θ=45~90°）で洗掘が発生し，洗掘深も増大する．この経過は計算においても再現された．一方で，計算結果では実験結果と堆積，洗掘位置は一致しているものの，その河床高が全体的に 1~2cm 高い．

以上のように，計算結果では外岸側の平衡洗掘深，また外岸側洗掘部を起点とした下流の砂堆形成や内岸側の洗掘の発生について定性的に再現できた．一方で，外岸側の洗掘形状やそこから発生する砂堆の波高については実験結果と相違がみられた．掃流砂の非平衡性など今回用いたモデルでは考慮できない要素もあり，これらの要素との関連も含め今後検討したい．

参考文献

1) 檜谷・道上・川合：水工学論文集, Vol.42, pp.979-984, 1998.
2) Q. Pang & S. Onda：J. JSCE, Vol. 11, No.2, 22-15049, 2023.
3) R. Fernandez Luque & R. van Beek：J. Hydraul. Res., Vol. 14, No.2, pp.127-144, 1976.
4) G. Seminara, L. Solari & G. Parker : Water Resour. Res., Vol.38, No.11, 1249, 2002.
5) 山口・泉：水工学論文集, Vol.49, pp.937-942, 2005.
6) W. Wu: Computational River Dynamics, Tylor & Fransis, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

Representation of asymmetric large deformation behavior by finite odd elastic constitutive law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

志賀　美春（東北大・工）　中村　明莉（東北大・工）　松原　成志朗（東北大・工）
寺田　賢二郎（東北大・工）
Miharu Shiga, Tohoku University
Akari Nakamura, Tohoku University
Seishiro Matsubara, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: shiga.miharu.t1@dc.tohoku.ac.jp

This study formulates two types of odd elastic constitutive equations within the framework of finite strain theory to investigate the effect of large deformation on the nonreciprocity of materials. One presumes the linear relationship between the first odd Piola-Kirchhoff (PK) stress and the displacement gradient tensor, which is a direct extension of the infinitesimal odd elastic constitutive equation. The other is defined as the linear relationship between the second odd PK stress and the Green-Lagrange strain, so that the contribution of the rotational stress and strain disappears from this equation. To perform a finite element analysis on an odd elastic material, we devise a stress update algorithm attached to an implicit numerical scheme, as well as deriving the weak form of the governing equations with asymmetric stress and strain tensors. The performance and characteristics of the proposed model, such as the effect of large deformation on nonreciprocity and mechanical activity, are studied through not only theoretical discussion of uniform deformation problems but also finite element analyses.

1. 序論

奇弾性とは，物体の能動運動を誘発する非相反的な弾性的性質である．これは特定方向へのエネルギー変換デバイスへの応用が期待される一方で，微小変形理論の枠組みでしか議論されていない．本研究では，有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を再定式化し，大変形が材料の非相反性に及ぼす影響を調査する．具体的には，一様変形に関する理論検討に加え，奇弾性構成則を用いた構造物の有限要素解析を行い，大変形が非対称な力学挙動や能動運動のためのエネルギー生成に及ぼす影響について考察する．

2. 有限変形理論に基づく奇弾性構成則

本節では，微小変形理論に基づく奇弾性構成則[1)]を有限変形理論の枠組みに拡張し，基準配置を参照する奇弾性構成則を定式化する．ここで，ツーポイントテンソルを用いて記述する応力と物質表示で記述する応力をそれぞれ第一奇 Piola–Kirchhoff 応力（第一奇 PK 応力），第二奇 Piola–Kirchhoff 応力（第二奇 PK 応力）と呼称する．

2.1. 第一奇 PK 応力を用いたモデル

2 次元空間において，次の 2 階の基底テンソルを定義する．

$$\boldsymbol{\tau}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

これらの $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ を用いて分解される変位勾配テンソル $\boldsymbol{H}$ の成分 $H^{\mathrm{odd}}_\alpha = \tau_\alpha : \boldsymbol{H}$ を奇弾性ひずみと呼び，基準配置における基本変形モードは，それぞれ**図-1** に示す通りである．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

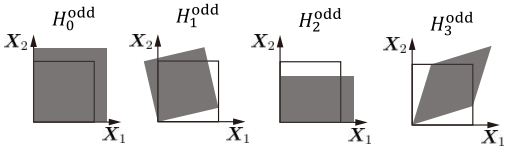


Fig. 1　奇弾性ひずみが表現する変形モード

$$P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} H^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{2}$$

ここで，P^{odd}_α は奇弾性応力であり，第一 PK 応力 $\boldsymbol{P}$ と $P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{P}$ の関係にある．また，$C^{\alpha\beta}$ は奇弾性係数行列の成分であり，接線係数 $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}}$ は第一 PK 応力の変形勾配 $\boldsymbol{F}$ に関する勾配として $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \boldsymbol{F}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$ で定義する．

2.2. 第二奇 PK 応力を用いたモデル

本モデルでは，Green–Lagrange（GL）ひずみ $\boldsymbol{E}$ を用いた奇弾性ひずみ $E^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{E}$ を用いる．なお，第二 PK 応力と GL ひずみによる仕事に剛体回転の寄与は含まれないため，$E^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

$$S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} E^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{3}$$

ここで，S^{odd}_α は奇弾性応力であり，第二 PK 応力 $\boldsymbol{S}$ と $S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{S}$ の関係にある．なお，第二 PK 応力は角運動量保存則の成立を前提とするため，$S^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．このとき，すべての α，β に対して $C^{\alpha 1} = 0$，$C^{1\beta} = 0$ が成立する．そのため，第二奇 PK 応力は連続体力学における第二 PK 応力と一致する．また，接線係数 $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}}$ は第二 PK 応力の GL ひずみに関する勾配として $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{E}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で定義する．

3. 奇弾性挙動の調査

本節では微小変形理論，有限変形理論に基づく奇弾性構成則を用いた有限要素解析を実施し，奇弾性係数および大変形が物体の材料挙動に及ぼす影響を調査する．

3.1. 一軸圧縮試験における材料挙動

図-2 に示すような境界条件で正方形試験片の一軸圧縮試験を模擬する有限要素解析を実施する．調査する奇弾性係数の組み合わせは，Lame 定数をそれぞれ $\lambda = 40$，$\mu = 40$ とする線形弾性体と等価な場合に加え，膨張・収縮と等容軸変形の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{02} = -C^{20}$）と等容軸変形と純せん断の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{23} = -C^{32}$）の 3 ケースを設定する．

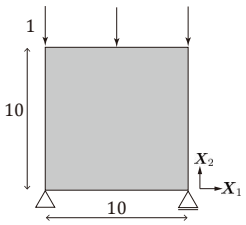


Fig. 2 一軸圧縮試験

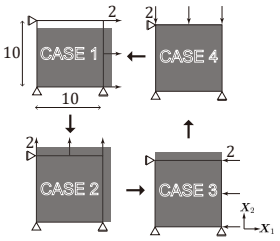


Fig. 3 ひずみサイクル

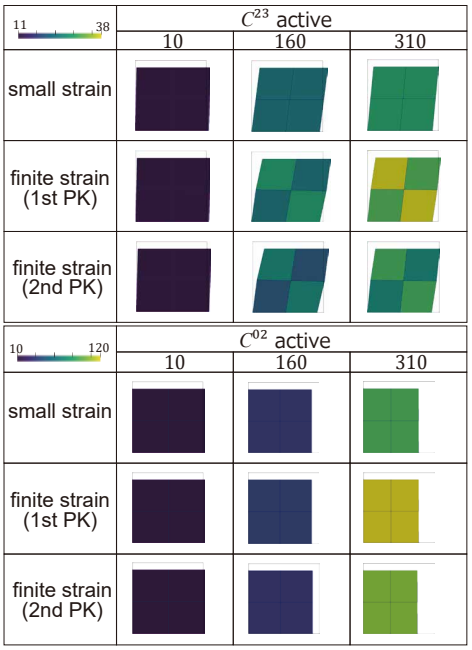


Fig. 4 変形形状と von-Mises の相当応力分布

解析結果を**図-4** に示す．変形理論にかかわらず，奇弾性係数 C^{02} を有効にすると，C^{02} が大きいほど X_1 軸方向の変形量が大きいことが確認できる．一方，奇弾性係数 C^{23} を有効にしたときは $C^{23} = 160$，$C^{32} = -160$ のときが最もせん断変形が大きいことが確認できる．したがって，せん断変形が最も大きい特異な C^{23} が存在するといえる．実際に，微小変形理論の枠組みで理論的に検討すると，

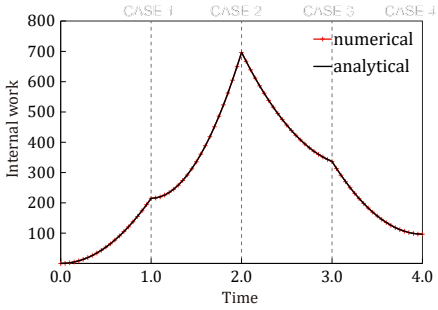


Fig. 5 微小変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

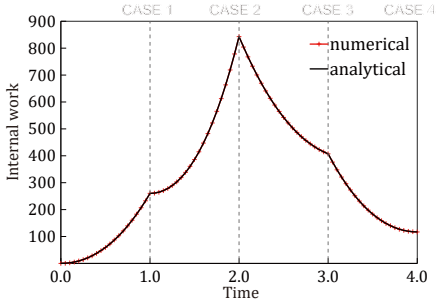


Fig. 6 有限変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

$C^{23} = \sqrt{C^{33}(C^{00} + C^{22})}$ のとき最もせん断変形が大きいことを確認している．一方で，有限変形理論の枠組みでは，幾何学的非線形性によって変形の一様性が失われることがわかる．

3.2. 力学活性の調査

Scheibner ら[1] によると，奇弾性係数行列が非対称であることにより，閉じたひずみサイクルの中で物体は外界に対して正の仕事をする．**図-3** に示すように，X_1，X_2 軸方向に ±2 の強制変位を作用するひずみサイクルに対して有限要素解析を行う．各奇弾性係数には，$C^{00} = 160$，$C^{22} = 80$，$C^{33} = 80$，$C^{02} = 10$，$C^{20} = -10$ を設定する．ひずみサイクルの中で蓄積される内部仕事を**図-5**，**図-6** に示す．ここで，数値解析によって得られた解をマーカー付の赤色の実線，解析解を黒色の実線で示している． CASE4 終了時点における内部仕事が非ゼロになったことから，奇弾性係数行列の非対称性 $C^{02} \neq C^{20}$ によってひずみサイクルの中で力学活性が生じたことが確認できる．

4. 結論

有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を定式化した．また，構築した構成則を用いた数値解析から，大変形が力学挙動の特異性を増幅したり，奇弾性係数行列の非対称性がエネルギー生成に寄与したりすることが確かめられた．今後は，$C^{02} = -C^{20}$ 以外の奇弾性係数の非対称性を考慮した場合の力学活性も調査し，力学活性のパラメータ依存性を検証する．

参考文献

1) Scheibner, C., Souslov, A., Banerjee, D., Surówka, P., Irvine, W. T. M. and Vitelli, V.: Odd elasticity, *Nature Physics*, Vol. 16, No. 4, pp. 475–480, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2 次元空間において大域参照勾配を自由度に持つ アイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

Proposal of a 2D Isoparametric Hermite Element with Global Reference Gradients in DoF (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山本　亨輔（筑波大）　　勝山　俊平（筑波大）
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
Shumpei Katsuyama, University of Tsukuba
E-mail: yamamoto.kyosuke.fu@u.tsukuba.ac.jp

We propose a 2D isoparametric Hermite element via global reference gradients as DOFs to unify geometry and field definitions. This symmetry enables homomorphic operations preserving the distributive law, mathematically integrating the initial shape and displacement. Plane stress analysis of an arch confirms that coarse meshes yield remarkably smooth gradients, validating the method's geometric fidelity and numerical consistency.

1. はじめに

構造物の荷重抵抗性能を評価する際，有限要素法（FEM）は，最も有力な数値解析手法の一種である．標準的な FEM ではC^0連続なラグランジュ要素が広く普及しているが，応力場（変位の導関数）が要素境界で不連続となるため，精度確保には細密なメッシュ分割が必要となる．特に，薄板や曲線構造モデルでは，要素境界の勾配の不連続性がしばしば問題となる．

節点導関数を自由度に持つエルミート族要素は，要素境界の連続性を自然に担保できるため，本来はC^1適合性が要求される 4 階の物理系とよく整合する．しかし，幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築 [1]においては，幾何定義に局所パラメータ微分（$\partial/\partial\xi$）が，物理場に大域座標微分（$\partial/\partial x$）が混用されることに起因して，トポロジー的な不整合が課題 [2]となっている．

本稿では，2 次元空間において幾何マッピングと変位場の双方を大域参照勾配で定義し，真の意味でのアイソパラメトリックなエルミート族四辺形要素を提案する．本手法は，座標変換の不整合を解消し，標準的手続きで滑らかな曲線表現が可能である．本要素の性能を検証するため，粗いメッシュの円弧アーチ構造を平面応力問題として解く．

2. 基礎数理

エルミート要素の定式化において，先行研究 [1), 2)]は，大域参照座標と幾何場を同一の変数と見なしてきた．本研究では，大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2)$ と幾何場（初期配置の座標系）$\bar{\boldsymbol{x}}=[\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2]^{\mathrm{T}}$を厳密に区別する．但し，節点では幾何と参照座標は一致する．つまり，節点 k において，$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x}^k)=\boldsymbol{x}^k$ である．

幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ の両方の自由度を大域参照座標 $\boldsymbol{x}$ に対する勾配を用いて定義する．つまり，

$$\boldsymbol{X}_1^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_1^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_1^k=\begin{bmatrix}u_1^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{X}_2^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_2^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_2^k=\begin{bmatrix}u_2^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix} \tag{1}$$

である．領域 Ω 内の全節点 $k=1,\dots,n$ に対して式(1)のベクトルを方向 i ごとに集約する．

$$\boldsymbol{X}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{X}_i^n\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{U}_i^n\end{bmatrix} \tag{2}$$

このとき，形状マッピングベクトル $\boldsymbol{X}$，数値解ベクトル $\boldsymbol{U}$ を以下のように定義する．

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_1\\ \boldsymbol{U}_2\end{bmatrix} \tag{3}$$

また，大域ベクトル $\boldsymbol{X}$ と $\boldsymbol{U}$ から要素eに関する成分のみを抽出する配置マトリクスを$\mathbf{T}^{(e)}$とする．

$$\boldsymbol{X}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{X},\quad \boldsymbol{U}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{U} \tag{4}$$

領域 Ω 内で定義される基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$を組み合わせて，基底関数行列 $\mathbf{G}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}$ が定義できる．今，$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$なので，要素$e$の自由度に対応した成分を取り出すと，次式となる．

$$\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix} \tag{5}$$

点$\boldsymbol{x}$が要素e内にあるとき，$\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}\mathbf{T}^{(e)}$は単位行列であるから，幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ は，次のように近似できる．

$$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}^{(e)} \tag{6}$$
$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}^{(e)} \tag{7}$$

要素がアイソパラメトリックであるとは，式(6)と式(7)の$\mathbf{G}(\boldsymbol{x})$が共通であることをいう．このとき，初期形状$\bar{\boldsymbol{x}}$，変位場$\boldsymbol{u}$を合わせた変形後の形状$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}$が次式で表されることを意味する．

$$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U})=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\left(\boldsymbol{X}^{(e)}+\boldsymbol{U}^{(e)}\right) \tag{8}$$

つまり，離散化しても分配法則が保持される準同型操作である．

次にエルミート基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})$を正規化座標系$\boldsymbol{\xi}$で再定義する．ここで，係数行列$\mathbf{A}$と基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる．

$$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) \tag{9}$$

基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を明記するために，一次元エルミート補間関数$\boldsymbol{h}(\xi)$を次のように定義する．但し，$-1\le\xi\le1$である．

$$\boldsymbol{h}(\xi)=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}(1-\xi)^2(2+\xi)\\ (1-\xi)^2(1+\xi)\\ (1+\xi)^2(2-\xi)\\ -(1+\xi)^2(1-\xi)\end{bmatrix} \tag{10}$$

関数$u(x)$のx^aとx^bにおける関数値u^a，u^bと導関数値θ^a，θ^bに対して，この補間関数は次のような近似式が定義できる．

$$u(x)=\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{x^b-x^a}{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{x^b-x^a}{2}\end{bmatrix}\boldsymbol{h}(\xi)\right)\cdot\begin{bmatrix}u^a\\ \theta^a\\ u^b\\ \theta^b\end{bmatrix} \tag{11}$$

これを 2 次元に拡張すると，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_1(\eta) \\ h_2(\xi)h_1(\eta) \\ h_1(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_1(\eta) \\ h_4(\xi)h_1(\eta) \\ h_3(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_3(\eta) \\ h_4(\xi)h_3(\eta) \\ h_3(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_3(\eta) \\ h_2(\xi)h_3(\eta) \\ h_1(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix}$$

である．点aにおいて，$\boldsymbol{N}^{(e)} = \boldsymbol{e}_1$ かつ $\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{e}_1$ である．また，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_2 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \\ \boldsymbol{e}_3 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial y}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \end{aligned} \tag{13}$$

の関係式が得られる．同様の関係式を点b，点c，点dについても求めると，係数行列$\mathbf{A}$が次のように求められる．

$$\mathbf{A}^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{A}^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix}$$

以上より，大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族四辺形要素を定式化できた．従来 [1]は，形状マッピングに$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を，場の近似に$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる非対称性があった．本稿は，式(1)のようにパラメータ勾配ではなく大域参照勾配で自由度を定義したことで，この非対称性を解消し，式(8)のような準同型性を獲得できた．

3. 曲線形状モデルの作成

要素形状が四角形$abcd$で良ければ，幾何場を歪ませる必要はないため，幾何$\bar{\boldsymbol{x}}$と大域参照$\boldsymbol{x}$は厳密に一致する．四角形要素に対して形状マッピングベクトルは，次式となる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_1^{(e)} &= [x^a \quad 1 \quad 0 \quad x^b \quad 1 \quad 0 \quad x^c \quad 1 \quad 0 \quad x^d \quad 1 \quad 0]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{X}_2^{(e)} &= [y^a \quad 0 \quad 1 \quad y^b \quad 0 \quad 1 \quad y^c \quad 0 \quad 1 \quad y^d \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{14}$$

一方，要素構成節点aに関わる形状マッピング成分を

$$\mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

のように書く．参照勾配成分$\mathbf{V}^a = \begin{bmatrix} \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix}$が単位行列でない場合，要素の各辺は曲線となる．

Fig. 1 のように，アーチを構成する非線形な四辺形要素を考える．節点kが複数の要素に共通なら，大域参照$\boldsymbol{x}$において元の線形な四角形要素の辺ベクトル$\boldsymbol{l}^L$や$\boldsymbol{l}^R$を曲線形状に合わせて接線方向へ線形変換する必要がある．つまり，$\boldsymbol{x}$座標表示の$\boldsymbol{l}^L/|\boldsymbol{l}^L|$および$\boldsymbol{l}^R/|\boldsymbol{l}^R|$をともに $\boldsymbol{g}$ へ変換する．式(15)より，$\mathbf{V}^k$は節点kにおけるこの線形変換に相当する．したがって，$\mathbf{V}^k$は，

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}^L}{|\boldsymbol{l}^L|} & \frac{\boldsymbol{l}^R}{|\boldsymbol{l}^R|} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{g} \quad \boldsymbol{g}] \tag{16}$$

を解けば求まる．節点kが端部の場合，スパン方向の辺ベクトルと半径方向の辺ベクトル$\boldsymbol{d}$を用いて，次式を解けばよい．

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}}{|\boldsymbol{l}|} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} \tag{16}$$

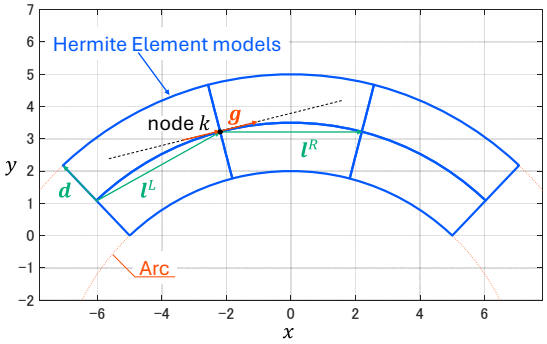


Fig. 1 The arch structure model based on Hermite elements

Table 1 The parameters of arch structure model

Span (m) L	Rise (m) H	Height (m) D	Thickness (m) t	Load (kN) P	Young's modulus (GPa) E	Poisson's ratio - ν
10	2	3	0.60	100	200	0.25

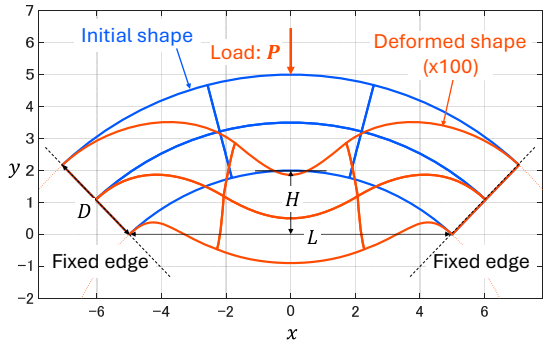


Fig. 2 The initial and deformed shapes of the arch model

4. 曲線アーチモデルの作成

内側に対応する水平方向スパン長L，厚さD，高さHとして円弧アーチをモデル化する．ここで形状マッピングベクトルの各成分は，式(16)および式(17)を用いて設定した．円弧の半径方向に節点を配置する．Table 1 にモデルのパラメータを，Fig. 2 に初期形状と変形後形状を示す．計算の結果，要素分割が粗い場合でも，要素境界において変位および勾配が極めて滑らかに連続する結果が得られた．

5. まとめ

本稿は，エルミート要素による幾何と場の離散化における非対称性を解消し，初期配置と変位の合成を単一の代数的操作へ統合した．従来のエルミート要素 [1]が抱える連続性保証のための煩雑な補正 [2]が不要となり，FEM の一般性と汎用性を保持したまま，精度と利便性を大幅に向上できると期待される．

参考文献

1) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
2) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

Mechanical Model and Finite Element Analysis of Cable Embedded in Continuum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

Numerical stability is a key challenge when using rod elements to analyze slender structures embedded in a continuum. This study proposes a simplified cable model neglecting bending stiffness to improve numerical stability. Force transmission can be represented by curvature vector of cable, enabling direct equilibrium formulations. We present this approach and an ALE cable element, demonstrating their effectiveness through numerical examples.

1. 序

連続体に埋め込まれた棒状構造の問題は，地盤アンカーによる補強や外科手術における縫合の力学モデルなどで現れる．筆者らはこれまで，曲げおよびせん断剛性を有する棒が摩擦なく連続体に埋め込まれた系に対し，ALE（Arbitrary Lagrangian-Eulerian）有限要素法[1] を用いた解析手法を提案してきた[2]．しかしながら，数値安定性や曲線形状で埋め込まれた際の曲げ剛性を考慮した初期条件の設定に課題を残している．

そこで本研究では，曲げ剛性を無視したケーブルとして構造をモデル化することで，これらの課題解決を図る．軸力のみを考慮し連続体との摩擦を無視する場合，ケーブルから連続体への力伝達はケーブルの曲率ベクトルのみで記述できる．このアプローチでは，軸力の導入されたケーブルと連続体とのつり合いとして定式化が可能であり，ケーブルの軸変形を陽に扱う必要がない．

本論文では，上述の曲率に基づく定式化に加え，軸変形を考慮したケーブルに対する ALE 有限要素法を導出し，棒要素の場合と同様の解析フレームワークを提示する．また，数値計算例を通じて各手法の特性を比較・検討し，その有効性を示す．

2. ケーブルの力学モデル

ケーブルの形状を，弧長パラメータ s を用いた位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ により定義する．このとき，曲線上の任意の点における接線ベクトル $\boldsymbol{t}(s)$ は，位置ベクトルを s で微分することにより次のように得られる．

$$\boldsymbol{t}(s) = \frac{d\boldsymbol{\phi}}{ds} \tag{1}$$

ケーブルの微小線分 Δs における力のつり合いを考える．ケーブルには軸力 N が導入されており，微小線分の両端には Fig.1 のように軸力 $N\boldsymbol{t}(s)$, $N\boldsymbol{t}(s+\Delta s)$ が作用している．これらの力と，連続体から受ける単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ とのつり合い条件は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{p}(s)\Delta s + N\boldsymbol{t}(s+\Delta s) - N\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

いま，$\Delta s \to 0$ の極限を考えると，連続体に作用する荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は次式となる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} \tag{3}$$

このとき，位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ を用いて表すと式 (1) より，

$$\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} = \frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{4}$$

ここで，$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}$ は曲率ベクトルであり，軸力 N が導入されたケーブルから連続体に作用する単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は，曲率ベクトルを用いて次のように表すことができる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{5}$$

すなわち，連続体に作用する力は曲率ベクトル方向に曲率に比例した大きさを持つ分布荷重として表すことができる．

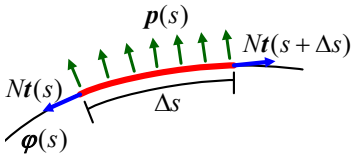


Fig. 1　Mechanical Model of Cable

3. 摩擦無しケーブルに対する計算手法

3.1. ケーブル荷重モデル

ケーブルを変形体として取り扱うのではなく，前節で述べたケーブルから連続体に伝達される力を離散化し，連続体に外力として作用させる手法を考える．このとき，ケーブルは連続体に追従する形で変形するものとする．

まず，ケーブルの形状を１次要素で近似し，ケーブルの節点と連続体を表すソリッド要素の節点は共有されているものとする．いま，Fig.2 のように節点を共有する長さ L_1, L_2 の隣接する要素において，節点における曲率ベクトルを要素の接線ベクトル $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2$ で差分近似すると，次式が得られる．

$$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \approx \frac{\boldsymbol{t}_2 - \boldsymbol{t}_1}{\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}} \tag{6}$$

一方，節点の支配領域が，隣接要素の１／２であるものとするならば，ケーブルがソリッド要素に与える等価節点力ベクトル $\boldsymbol{F}$ は次式で与えられることとなる．

$$\boldsymbol{F} \approx N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}\left(\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}\right) = N(\boldsymbol{t}_1 - \boldsymbol{t}_2) \tag{7}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

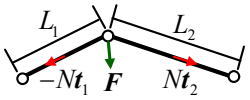


Fig. 2　Discrete Model of Cable

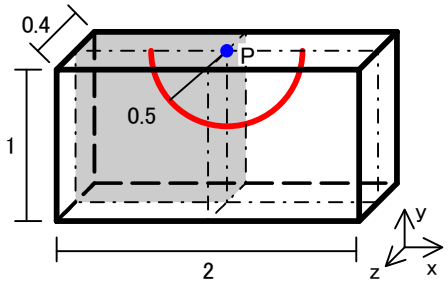
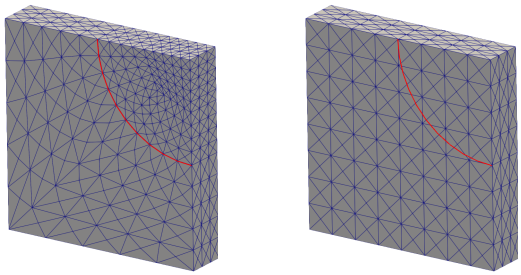


Fig. 3　Finite Element Mesh



(a) conforming model　(b) nonconforming model

Fig. 4　Finite Element Mesh

上述の手法は節点共有を前提としているが，ケーブルによる力は点荷重として評価されるため，ソリッド要素とは独立した節点配置が可能である．変形の不整合を許容すれば，複雑なケーブル経路に対してもソリッド要素の適合分割が不要となり，モデル作成の利便性が大幅に向上する．

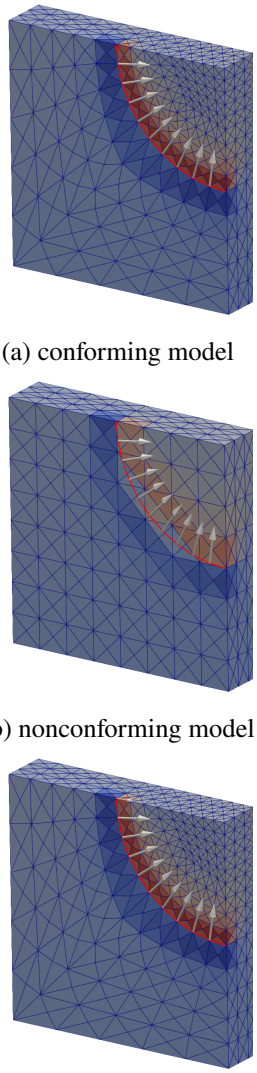
3.2.　ケーブルに対する ALE 有限要素法

ケーブルに対する ALE 定式化を行い，筆者等が提案する ALE 有限要素法による棒と連続体の摩擦無し接触の計算手法[2] の枠組みに適用する．なお，筆者等がこれまで用いてきた棒の ALE 有限要素法においては，棒の一般化ひずみには初期形状を参照した工学ひずみが用いられてきたが，本研究では，Green–Lagrange ひずみを用いた．

ケーブルの滑りを考慮するためにはケーブルの軸方向を定義することが必要となる．いま，前項における離散化で得られた節点力の方向は隣接する要素において，それぞれの方向を表す単位ベクトルの差で表されている．これは，節点力の方向と直交する方向がケーブルの力が連続体に伝達されないことを意味しており，この方向をケーブルの軸方向と定義すれば良いことが分かる．そこで本研究では，ソリッド要素の節点と重なるケーブル要素の節点に対してケーブルの変形後形状において，隣接する要素の方向を表す単位ベクトルから局所座標系を定義するものとした．

4.　数値計算例

Fig.3 のような直方体形状のソリッド要素で表された固体中にケーブルを半円状に配置し，ケーブルに引張軸力を導入する問題を考える．固体の底面は滑り条件とし，計算は対称条件を考慮し，１／４モデルに対して実行する．Fig.4 に要素分割を示す．



(a) conforming model

(b) nonconforming model

(c) ALE

Fig. 5　Force of Cable and Pressure Field

Fig.5 に固体の圧力分布とケーブルが連続体に作用する荷重ベクトルを示す．ただし，ケーブルの両端のベクトルは示していない．連続体とケーブルの節点を共有する適合型ケーブル荷重モデルによる計算結果と ALE 有限要素法による結果はほぼ一致した．一方，ソリッド要素の節点とは独立にケーブルを設定した非適合型ケーブル荷重モデルの結果はケーブル近傍のメッシュ解像度が異なることから，圧力分布において他のモデルと差異が見られるが，ソリッド要素の変形については，概ね一致している．したがって，非適合型ケーブル荷重モデルは，ケーブルを駆動力として連続体を変形させる問題に対する適用性を有するものと言える．

参考文献

1) 山田貴博: ALE 有限要素法による弾性棒の大変形解析, 日本計算工学会論文集, 7, 191–198, 2005.
2) 山田貴博: 棒と連続体の摩擦無し接触解析への ALE 有限要素法の適用, 応用力学シンポジウム, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization for Rigid-Plastic Materials with Density-Dependent Yield Strength (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沖波　暁（京都大・工学研究科）　西藤　潤（京都大・工学研究科）
Akira OKINAMI, Kyoto University
Jun SAITO, Kyoto University
E-mail: saito.jun.3n@kyoto-u.ac.jp

In this study, a topology optimization method for rigid-plastic materials is developed. First, the formulation of a mixed rigid-plastic finite element method is presented. Then, a topology optimization problem is formulated by introducing element-wise density variables as design parameters. Since the problem is non-convex, it is prone to local optima and difficulty in finding the global optimum. To address this issue, the problem is decomposed into a rigid-plastic analysis and a material distribution optimization, which are solved alternately. In addition, a density-dependent yield function is proposed to ensure physically reasonable yielding behavior according to the density value. Numerical analyses of two structures, including a cantilever beam, demonstrate the effectiveness of the proposed method.

1. 序論

土木構造物の設計において軽量化と高強度化の両立は重要な課題である．この課題を解決するための手法の一つが位相最適化[1]である．位相最適化は設計自由度が高く，人間が容易に思いつかないような構造形状を探索することができる．土木構造物の設計では塑性崩壊が起こりにくい安全な設計が求められるため，本研究では剛塑性体を対象とした位相最適化手法を開発する．最適化問題の強い非線形性に対処するため問題を問題を剛塑性解析（凸問題）と材料配置最適化（非凸問題）に分割して解く．

2. 剛塑性有限要素法

剛塑性体の境界値問題の概念図を Fig. 1 に示す．領域 D に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えたときの荷重係数 α を求める問題を考える．本問題は下界定理[2]に基づくため，力のつり合い式および塑性条件を満足し，KKT 条件から導かれる関連流れ則を満たす荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求める最適化問題である．Lagrange 乗数として変位速度 $\boldsymbol{u}$ と塑性乗数 $\boldsymbol{\lambda}$ が得られる．

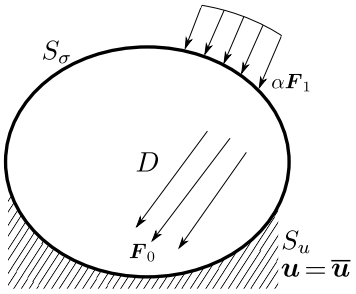


Fig. 1 The boundary value problem for a rigid-plastic body

3. 位相最適化

3.1. 定式化

剛塑性体の領域に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えるとき，荷重係数 α が最大となる密度 ρ の分布を求める．2 次元要素 e における密度 ρ^e は要素 e において物質が占める割合と定義する．密度変数 ρ^e が $\rho^e = 0$ であれば，要素は空隙である．$\rho^e = 1$ であれば，要素は完全に物質で満たされる．その間の値を取るとき，すなわち，$0 < \rho^e < 1$ であれば，要素は部分的に物質で満たされる．

下界定理に基づく剛塑性有限要素法に基づき，一定の体積制約下で荷重係数 α が最大となる密度分布 $\boldsymbol{\rho}$ を最適化する問題は式 (1)–(2) のように定式化される．

$$\max_{\alpha, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}} \quad \alpha \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} = \alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0 \\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}) \le \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{A} \le V_{\max} \\ \boldsymbol{0} \le \boldsymbol{\rho} \le \boldsymbol{1} \end{cases} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{A}$ は要素の面積を表すベクトル，$V_{\max}$ は体積制約の上限を表す．本研究における位相最適化問題は非凸であるため最適解の探索が困難である．そこで位相最適化問題を剛塑性解析と材料配置最適化に分割し，交互に解く．剛塑性解析により荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求め，材料配置最適化により密度 $\boldsymbol{\rho}$ を更新する．剛塑性解析は二次計画問題として定式化され，比較的容易に解くことができる．材料配置最適化には誤差逆伝搬法を用いた．また，チェッカーボードを抑制するため，荷重係数 α に対する密度 $\boldsymbol{\rho}$ の感度を周辺要素と平滑化する処理をした．

3.2. 降伏関数

Fin ら[3]による剛塑性体の位相最適化手法で用いられた降伏関数は密度変数に依存するが，降伏曲面の勾配の方向は応力によらず，同じであり，常に体積一定の条件を満たす．そのため，密度が 0 となる空隙の領域においても，体積一定条件が課されることとなり，変形の自由度が下がり，空隙部分に非物理的な制約が加わる．そこで本研究では空隙部で塑性ひずみを任意の方向に取ることが可能な，密度に依存する降伏関数を式 (3) に提案する．

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \rho) = \sqrt{\frac{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2}{[a(\rho)]^2} + \frac{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2}{[b(\rho)]^2}} - 1 \tag{3}$$

$$a(\rho) = c\left(\rho^n + \epsilon\right) \tag{4}$$

$$b(\rho) = -c\left[\rho^{n-1} \ln(1 - \rho) - \epsilon\right] \tag{5}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

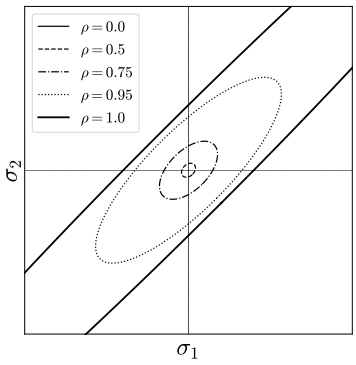


Fig. 2　Yield surface for $n = 3$ and cohesion $c = 1.0$

式 (3) による降伏曲面を図示すると，Fig. 2 のようになる．低密度領域では降伏曲面は半径の十分小さい円となり，微小な応力状態で，降伏曲面の勾配はすべての方向を向くことが可能となる．つまり，任意の塑性ひずみを取ることができ，自由な変形が可能となる．式 (4), (5) において，n の値を大きくすると，ρ の減少に対して降伏曲面の半径がより急速に小さくなる．その結果，中間密度の要素は塑性崩壊しやすく，構造に寄与しにくくなり，0 または 1 に近い密度分布が選択されやすくなる．これにより，中間密度領域が広がるグレースケールを抑制することが可能となる．

4.　数値計算例

提案した手法で構造形状が得られることを示すために，Fig. 3 のような縦横比が 1 : 2 の片持ちばりの問題を考える．左端を固定，右端に中央部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．解析の結果を Fig. 4 に示す．体積制約は 45%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ で一定とした．領域は 40×80 の正方形要素で離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のときの荷重係数 $\alpha = 2.013$ であるのに対して，得られた位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 1.966$ で塑性崩壊した．

2 つ目の例題として，Fig. 5 の縦横比が 1 : 1 の L 字型構造体に対して解析を行った．上端は固定し右端上部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．結果を Fig. 6 に示す．体積制約は 47%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ とした．領域を 1600 要素に離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のとき荷重係数が $\alpha = 0.997$ であるのに対して，位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 0.987$ で塑性崩壊した．

5.　結論

剛塑性解析と材料配置最適化を組み合わせることにより位相最適化問題の最適解を探索した．密度に依存した降伏強度を用いることで空隙の変形を正しく表現することが可能になった．本手法を用いて，片持ちばりおよび L 字型構造体を対象とした数値解析を行い，本手法により構造形状が得られることを確認した．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197–224, 1988.
2) 小林俊一 : 主双対内点法による混合型剛塑性有限要素法の開発, 応用力学論文集, Vol. 6, pp. 95–106, 2003.
3) Fin, J., Borges, L. A. and Fancello, E. A. : Structural topology optimization under limit analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, pp. 1355–1370, 2019.

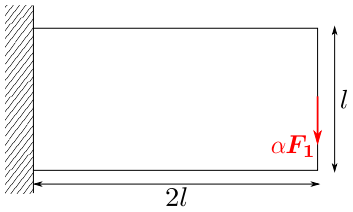


Fig. 3　Cantilever beam with an aspect ratio of 1 : 2

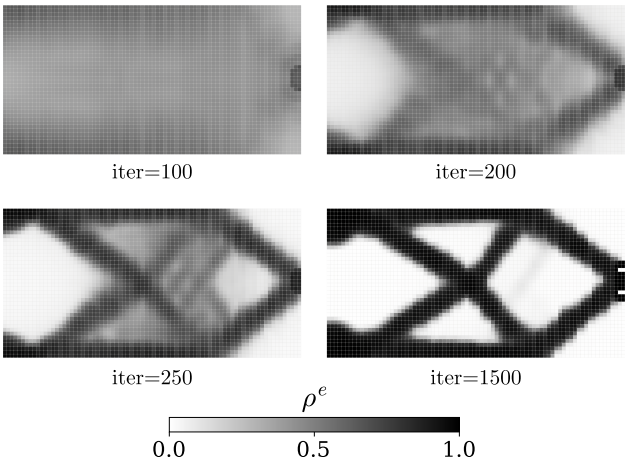


Fig. 4　Progress of topology optimization for the cantilever beam

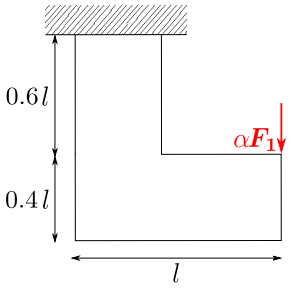


Fig. 5　L-shaped structure

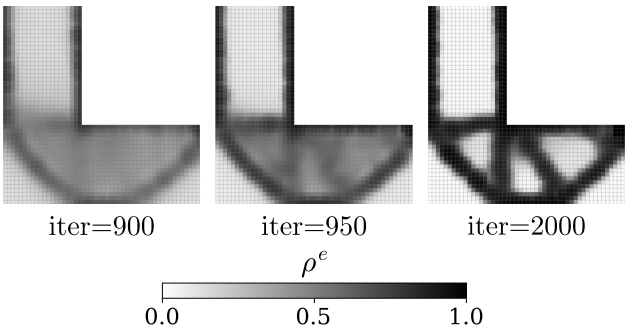


Fig. 6　Progress of topology optimization for the L-shaped structure

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

Application of Splitting Time Integrator to Shell Elements (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　英介（横浜国大・環境情報）　山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Eisuke KAMATA, Yokohama National University
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

In this study, a method to relax the time-step restriction in explicit time integration for dynamic problems of shell structures is proposed. Splitting time integrator derived from mixed finite element method, in which transverse shear stresses are introduced as independent variables, is applied to dynamic problems of shells using MITC4 shell elements. In the proposed method, bending and membrane deformations are calculated by an explicit method, and shear deformations are calculated by an implicit method.

1. 緒言

動的問題の時間積分法には，陽解法と陰解法がある．固体の過渡応答解析において，波動伝播現象としての力学特性に着目する場合には，位相誤差などの観点から陽解法を用いることが望ましい[1]．しかしながら，陽解法の数値安定性は条件付き安定であるため，時間刻みに強い制約が課される．これに対し，陰解法は無条件安定となる解法が存在することから，振動解析では，陰解法が多く採用されている．

著者らは，微圧縮弾性体[2]，ケーブル[3]，はり[4] および板[5] の動的問題に対して，陽解法の時間刻み制約を緩和する手法として，拘束条件付き問題に対する時間積分を拡張した混合型定式化に基づく分離型時間積分を提案した．この手法では，混合型定式化により独立変数として導入した変数を陰的に取り扱うことで，時間刻み制約が厳しい変形モードを陰解法，それ以外の変形モードを陽解法として求解する．これにより，陽解法を基本としながら，時間刻み制約を一部緩和することが可能となる．

陽解法の数値安定性は離散化後の系の最大固有角振動数で決定される．固有値解析による検証の結果，シェルにおいては，面外せん断成分に起因する最大固有角振動数が非常に大きな値をとることが示された．

そこで本研究では，シェルの動的問題において面内変形および曲げ変形について陽解法，面外せん断変形について陰解法となる分離型時間積分を提案する．さらに数値実験により，提案手法の数値特性を評価する．

2. 有限要素離散化

本研究では，Mindlin-Reissner 理論に基づく等方弾性シェル構造の自由振動問題を扱う．弱形式は以下のように表され，面内変形，曲げ変形および面外せん断変形に対応する項は互いに分離された形で記述される．

$$\int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA = -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma} \right) dA \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は並進および回転を含む一般化変位ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\kappa}$，$\boldsymbol{\gamma}$ はそれぞれ面内，曲げおよび横せん断の一般化ひずみベクトルを表し，$\mathbf{D}_m$，$\mathbf{D}_b$，$\mathbf{D}_s$ は対応する構成行列，$\mathbf{I}$ は一般化質量密度行列である．さらに，上式を有限要素法を用いて離散化することで変位型の自由振動の運動方程式を得る．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_s)\,\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで，$\mathbf{M}$ は全体質量行列，$\mathbf{U}$ は全体系の節点変位ベクトル，$\mathbf{K}_m$，$\mathbf{K}_b$，$\mathbf{K}_s$ はそれぞれ面内，曲げ，せん断の剛性マトリクスである．本研究では，$\mathbf{K}_s$ の導出にひずみ仮定法を用いる 4 節点四辺形双 1 次要素である MITC4 要素[6] を採用した．

また，式 (1) に対し，独立変数として面外せん断応力を導入することで次の混合型の支配方程式を得る．

$$\begin{aligned} \int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA &= -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{Q} \right) dA \\ \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \boldsymbol{Q}\, dA &= \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma}\, dA \end{aligned} \quad (3)$$

さらに，上式に混合型の有限要素近似を用いることで以下の混合型の支配方程式を得る．ただし，$\tilde{\mathbf{U}}$ は離散化された応力自由度ベクトルである．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_2^T & -\mathbf{K}_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \tilde{\mathbf{U}} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

3. 分離型時間積分

板では，せん断応力を独立変数として導入した混合型支配方程式に対し，拘束条件付き問題に対する時間積分法である Rattle 法を拡張する分離型時間積分が提案されている[5]．シェル要素でも同様の考え方に基づき，面外せん断応力を独立変数として導入する．これにより，板と同様に 2 ステージからなる全離散化方程式を得る．

[ステージ 1]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\Delta t}\left(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n \right), \\ \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^n - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^n, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^n &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n - \Delta t \dot{\mathbf{U}}^n \right) \end{aligned} \quad (5)$$

[ステージ 2]

$$\begin{aligned} \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1}, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1} &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{n+1} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

さらに，本研究では，独立変数として導入した応力自由度 $\tilde{\mathbf{U}}$ の縮約を行う．これにより，上式の剛性マトリクスは，式 (2) の変位法で用いられる剛性マトリクスに置き換えられ，混合法における応力場を定義することなく定式化

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が行える．このとき，以下の関係式を用いる．

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b, \quad \mathbf{K}_2\mathbf{K}_3^{-1}\mathbf{K}_2^T = \mathbf{K}_s \tag{7}$$

これらを式 (5),(6) に適用することで得られる本手法の分離型時間積分の全離散化方程式を以下に示す．

[ステージ 1]

$$\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n),$$
$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^n - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n - \Delta t\dot{\mathbf{U}}^n) \tag{8}$$

[ステージ 2]

$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}}\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^{n+1} - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n + \Delta t\dot{\mathbf{U}}^{n+1}) \tag{9}$$

4. 数値計算

検証問題として，円筒シェルの動的問題を設定した．円筒の半径を $R = 0.5$[m], 軸方向の長さを $L = 1.5$[m], 板厚を h とした．初期変位には固有値解析から得られる固有モードを用いて，初期速度はゼロとした．また材料定数は，$E = 200$[GPa], $\nu = 0.3, G = E/2(1+\nu), k = 5/6, \rho = 7850$[kg/m^3] とした．

(A) 数値安定性評価

安定性評価の基準は，振動が 1000 周期を経過した後，振幅が極端に増大したものを解の発散とみなし，それ以外を安定とみなす．設定問題において，要素数を 512 要素，要素分割を一様分割とし，固有値解析の 1 次モードを初期変位として与え，円筒の薄さを表すパラメータである半径と板厚の比率 $R/h = 10^a (a = 1, 1.5, 2, 2.5, 3)$ で計算を行った．Fig.1 に，本研究の手法（赤の実線）と一般的な陽解法である Verlet 法（黒の実線）による計算の数値安定性限界を示す．横軸が厚さのパラメータ R/h，縦軸が数値安定性限界であり，グラフの下側の領域で解は安定となる．Fig.1 において，Verlet 法では，板厚が薄くなるにつれて，時間刻み制約が厳しくなっている．これに対して，本研究の手法はその制約を回避し，一定の時間刻み制約が課せられていることがわかる．

(B) 位相誤差評価

固有値解析の結果から算出される固有角振動数 ω を参照解とする．設定問題において，面内変形が卓越するモードを初期変位として与え，特定の点の時刻歴応答から数値解 $\tilde{\omega}$ を算出する．Fig.2 に，位相角 $\omega\Delta t$ に対する相対角振動数 $\tilde{\omega}/\omega$ の関係を示す．本研究の手法（赤）の位相誤差を一般的な陽解法である Verlet 法（黒）および一般的な陰解法である Newmark 法（青）と比較した．Fig.2 より，本手法は陽解法と同様の数値特性を示し，陰解法に比べて位相誤差が小さいことがわかる．また，面内変形および曲げ変形が卓越する変形モードにおいて，同様の数値特性を示すことが確認された．

5. 結言

本研究では，シェルの動的問題に対して，分離型時間積分を適用した．薄肉時において，陽解法の時間刻み制約を緩和する手段として有効であることを示した．また，面内変形や曲げ変形が卓越する振動解析においては，陽解法と同等の位相誤差精度であることを示した．

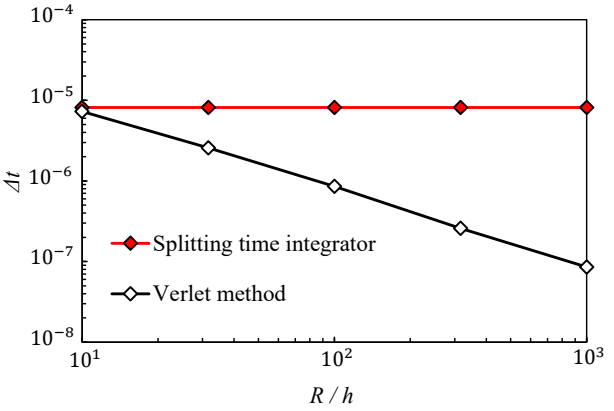


Fig. 1 Numerical stability.

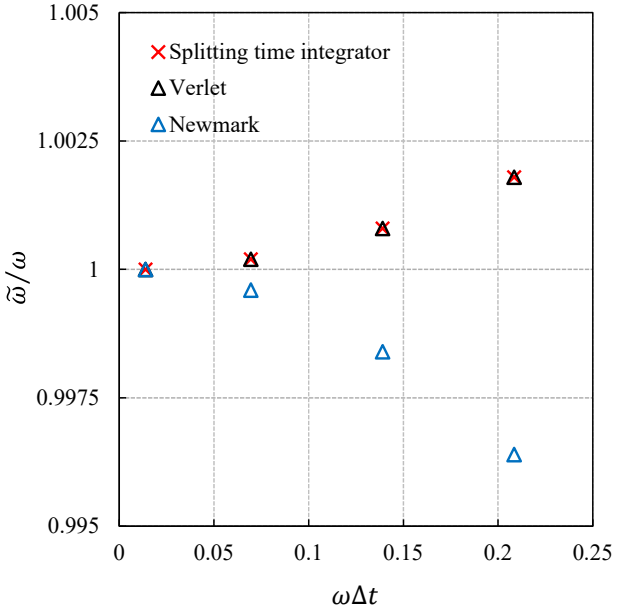


Fig. 2 Numerical dispersion.

参考文献

1) 山田貴博: 波動方程式に対するガラーキン法に基づく数値計算手法の特性評価, 応用力学論文集, 11, pp.117-122, 2008.
2) 山田貴博: 微圧縮弾性体の動的問題に対する分離型時間積分, 土木学会論文集 A2（応用力学）, 77(2), pp.217-225, 2021.
3) 池田貴和子, 山田貴博: ケーブルに対する混合型変分原理に基づく数値時間積分法, 計算工学講演会論文集, 6(1), pp.71-74, 2001.
4) 芳谷和哉，山田貴博: Timoshenko 梁要素の動的問題への分離型時間積分の適用, 計算工学講演会論文集, 28, C-07-03, 2023.
5) 芳谷和哉，山田貴博: Mindlin-Reissner 板の動的解析のための分離型時間積分, 計算工学講演会論文集, Vol.29, C-10-02, 2024.
6) Bathe, K.J. and Dvorkin, E.N.: A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation, Int. J. Numer. Methods Eng. , 21(2), pp.367-383, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

Development of self-contact algorithm in MPM for additive manufacturing simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

長瀬　颯平（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei Nagase, Tohoku University
Riichi Sugai, Tohoku University
Soma Hidano, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: nagase.sohei.r1@dc.tohoku.ac.jp

In recent years, additive manufacturing, including 3D printing, has been increasingly applied to the fabrication of concrete structures. However, a numerical method that can consistently reproduce the entire manufacturing process has not yet been established. Material Point Method (MPM) is a numerical analysis method that can unify fluid flow and solid deformation, and is expected to be able to simulate the entire manufacturing process of 3D printing consistently. In this study, we develop a contact algorithm for MPM suitable for additive manufacturing involving self-contact. It becomes possible to consider contact without additional degrees of freedom and object identification in the input by appropriately reconstructing the basis functions near the contact interface. A self-contact example is presented to demonstrate the validity of the proposed method.

1. 序論

近年，その自由度の高い設計性や省力化・省人化という観点から，3D プリンティング (3DP) によるコンクリート構造物の製造の需要が高まっている．それに伴い，構造の最適化のため様々な 3DP に対する数値解析手法が提案されてきている.[1] 一方で，製造過程を一貫して再現できる数値解析手法は確立されていない．Material Point Method (MPM) は，連続体の流体的な挙動と固体的な変形を統一的に扱うことができる数値解析手法であり，流動から堆積，硬化に至る 3DP の製造過程を一貫して再現できることが期待される．本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己との接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証する．

2. Material Point Method (MPM)

MPM は，物理領域を表現する粒子と，運動方程式の求解を行う計算格子を用いる手法である．本研究では，物理量の補間に使う基底関数として，Extended B-Spline (EBS) 基底関数を採用する．EBS 基底関数では，基底関数を degenerate と stable に分類し，degenerate な基底関数を stable な基底関数の線形結合で置き換えることで，基底関数を再構築する．Sugai et al.[2] は，EBS 基底関数を亀裂進展問題に応用し，追加自由度を導入することなく物体の分割を表現した．本研究では，これを接触問題に応用する．

3. 接触アルゴリズム

標準的な MPM では，一つの計算格子で物体の運動を追跡するため，複数物体が接近した場合に，同一節点に異なる物体の物理量が補間され，適切に物体の接触を表現することができない．そのため，既存の方法では，物体の接触面で物体ごとに計算格子を用意することで接触を表現している例が多い．しかし，この方法では，粒子生成時に物体の識別が必要であるため，自己接触を伴う問題に適用することが難しい．本研究では，接触面で EBS 基底関数を再構築することで，追加自由度と粒子生成時に物体識別の必要がない接触アルゴリズムを提案する．

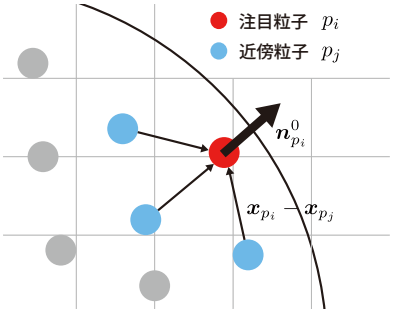


Fig. 1　粒子 p_i における外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$

まず，図 1 に示す，初期ステップにおける境界粒子とその付近の粒子の外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$ を以下で定義する．

$$\boldsymbol{n}^0_{p_i} = \frac{\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})}{|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})|} \tag{1}$$

ただし，集合 $\mathcal{N}_i$ は $\mathcal{N}_i = \{j \mid j \neq i, |\boldsymbol{x}_{p_j} - \boldsymbol{x}_{p_i}| < R\}$ で定義され，R は注目粒子 p_i の近傍粒子 p_j を決定するための距離の最大値である．このベクトル $\boldsymbol{n}_{p_i}$ は各時間ステップで変形勾配テンソルの増分 $\Delta\boldsymbol{F}_p$ を用いて更新される．また，格子の粒子密度勾配ベクトル $\boldsymbol{n}_I$ は，節点 I に最も近い位置にある粒子を p_k として $\boldsymbol{n}_I = \boldsymbol{n}_{p_k}$ とすることで決定する．これらの単位ベクトルの内積により図 2 に示すように，節点 I の所属する領域を判定する．この手続きにより，図 3 で示されるように接触面で基底関数が再構築される．その後，粒子同士で接触判定を行い，ペナルティ法に基づいて非貫入条件を課す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

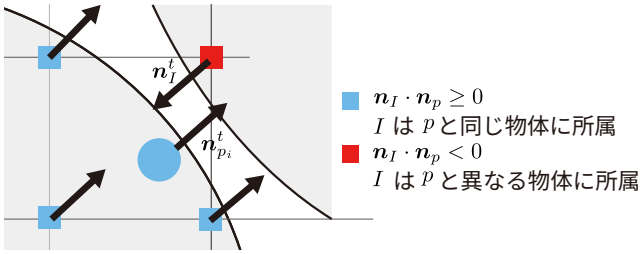


Fig. 2　節点の物体所属の判定

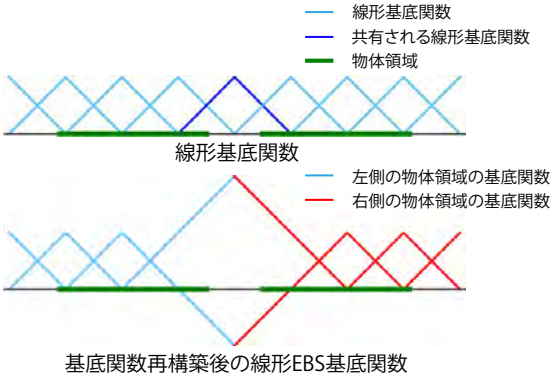


Fig. 3　接触面での基底関数の再構築

4.　検証例題

提案手法が単一物体の自己接触を表現できることを確認するために，図 4 に示す楕円リングに対する自重解析を行う．物体力として $\boldsymbol{b} = (0.0, -10.0, 0.0)\,\mathrm{m/s^2}$ を与え，リングの内側を自己接触させる．$4.0\,\mathrm{m} \times 2.0\,\mathrm{m}$ の解析領域を考え，$\Omega = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid 0.6^2 < \frac{(x_1-2.0)^2}{2.5} + (x_2-1.0)^2 < 0.9^2\}$ を満たす領域に粒子を配置し，$\Omega_1 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 \leq 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，$\Omega_2 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 > 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^4\,\mathrm{kg/m^3}$ とする．また，解析領域の下端に Dirichlet 境界条件 $v = 0$ を与える．リングに初速は与えない．詳細なパラメーターと解析条件は表 1 に示す．

解析結果として，von Mises 応力分布と変形履歴のスナップショットを図 5 に示す．$t = 0.65\,\mathrm{s}$ でリングの内側同士が接触するまでは，接触可能性がある面同士に相互作用は発生していない．このことから，適切に補間領域が切り分けられていることが確認できる．その直後，リングの内側同士が接触し，接触力が発生している．そして，反発して回復した後に再度下方に変形して，$t = 1.75\,\mathrm{s}$ で 2 回目の接触が発生している．これらのことから，提案手法は複数回の自己接触を伴う問題に適用可能であることがわかる．

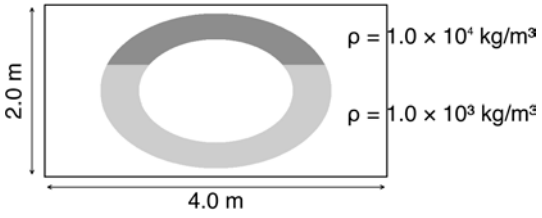


Fig. 4　リングの自己接触解析モデル

Table 1　リングの自己接触のパラメーターと解析条件

パラメーター	値
ヤング率　E	500 KPa
ポアソン比　ν	0.3
密度　ρ	$1000\,\mathrm{kg/m^3}$
ペナルティ係数　k_{nor}	$1.0 \times 10^6\,\mathrm{N/m}$
計算格子 h	0.05 m
1 格子あたりの粒子数	4×4
解析間隔　Δt	$1.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$
解析時間	2.5 s

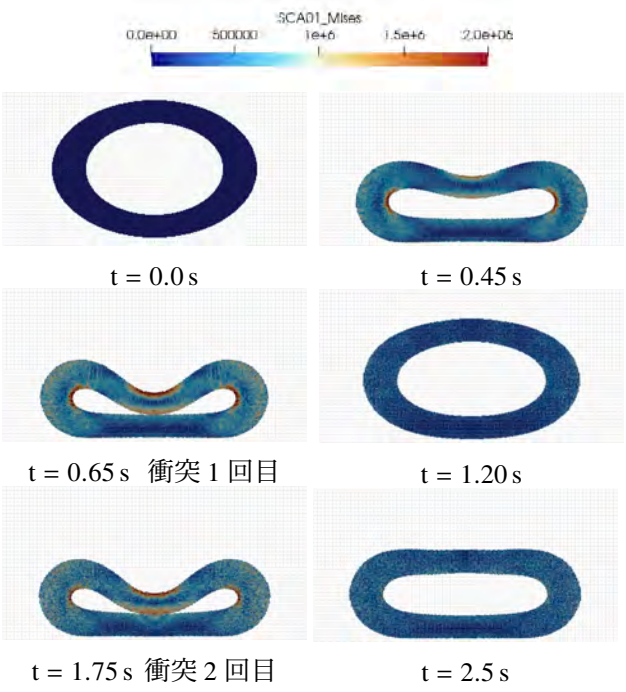


Fig. 5　リングの解析の Von Mises 応力分布と変形図

5.　結論

本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証した．提案手法では，追加自由度・粒子生成時の物体識別を必要とせずに，自己接触の表現が可能となった．一方で，コンクリート 3DP の再現解析に向けて，コンクリートに適した材料モデルの導入とその適用性検証を行うことが今後の課題である．

参考文献

1) Roussel, N., Spangenberg, J., Wallevik, J. and Wolfs, R.: Numerical simulations of concrete processing: From standard formative casting to additive manufacturing, *Cem. Concr. Res.*, Vol. 135, p. 106075, 2020.
2) Sugai, R., Han, J., Moriguchi, S. and Terada, K.: Diffusive-discrete crack transition without remeshing achieved by extended B-spline-based implicit material point method, *Comput Methods Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 421, p. 116771, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a geometric modeling method based on the method of fundamental solutions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

古川　陽（北海道大・工学研究院）
Akira FURUKAWA, Hokkaido University
E-mail: afurukawa@eng.hokudai.ac.jp

The method of fundamental solutions (MFS) is a mesh-free approach for solving boundary value problems of partial differential equations. This study presents a geometric modeling method using the MFS to reconstruct surface shapes from noisy or incomplete point cloud data. The proposed method solves boundary value problems several times and extracts the reconstructed shape from the potential field computed by the MFS.

1. はじめに

基本解近似解法（MFS; method of fundamental solutions）は偏微分方程式の境界値問題に対するメッシュフリー型解法であり，様々な物理現象に適用されている[1]．基本解近似解法は，対象とする問題の近似解をその支配方程式の基本解によって表現する．近似解に含まれる近似係数は，境界に配置された選点で境界条件を満たすように決定される．このことから，基本解近似解法では，対象とする問題の計算領域を点情報のみで取り扱うことができる．

近年，土木分野において，点群による形状モデルの生成に注目が集まっている[2]．点群による形状モデルの適用範囲は，今後も拡大を続けることが予想される．これに対して，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法が提案されている[3),4]．これらの手法では，Laplace 方程式や重調和方程式，変形重調和方程式によって与えられるポテンシャルをもとに形状を生成する．しかしながら，このような基本解近似解法を用いた手法では，ノイズや欠損を含む点群データへの適用可能性は十分に検討されていない．

以上を踏まえ，本研究では基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法は，ノイズや欠損を含む点情報によって構成された入力をもとに形状の境界を再構成し，その代表点と法線ベクトルを出力する．本研究では，対象とする問題を 2 次元問題に限定する．以下では，特に断りのない限り，ギリシャ文字の下付き添え字は 1, 2 をとり，1 つの項に繰り返し現れる下付き添え字には総和規約を適用する．

2. 基礎理論

2.1. 問題設定

本研究で対象とする問題は，以下に示す変形重調和方程式の境界値問題とする．

$$\Delta(\Delta - \lambda^2)\phi(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{x} \in V \tag{1}$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_S;\ \mathbf{x} \in S \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x});\ \mathbf{x} \in S \tag{3}$$

ここに，ϕ はポテンシャル，$\lambda\ (>0)$ は定数，V および S は計算領域とその境界を表す．また，

$$\Delta = \nabla^2 \tag{4}$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right]^{\mathsf{T}} \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = n_\alpha(\mathbf{x})\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \tag{6}$$

であり，$(\cdot)^{\mathsf{T}}$ は行列・ベクトルの転置，n_α は境界 S における単位外向き法線ベクトルを表す．加えて，$\varphi_S\ (\geq 0)$ は既知の境界値であり，g はその存在が保証された未定の境界値である．

本研究では，再構成の対象となる形状の表現に用いる点群を，点集合 $\mathcal{V}$ として以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p} \in V \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}}\}\} \tag{7}$$

ただし，点集合 $\mathcal{V}$ の要素 $\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p}$ はノイズや欠損を含む．また，次式が成り立つと仮定する．

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_{\mathcal{V}};\ \mathbf{x} \in \mathcal{V} \tag{8}$$

ここに，$\varphi_{\mathcal{V}}\ (>\varphi_S)$ は既知量である．本研究では，式 (1), (2), (8) を用いてポテンシャル ϕ を決定する．得られたポテンシャルから，式 (3) によって未定の境界値 g を決定することができる．このような手順を踏むことで，式 (1)–(3) で与えられた境界値問題の解を得る．

2.2. 基本解近似解法

対象とする問題の近似解は，式 (1) の基本解 G_s, G を用いて次式で与えられる[4]．

$$\phi(\mathbf{x}) := \sum_{n=1}^{N_y} G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)\alpha^n + \sum_{n=1}^{N_y} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)c^n;\quad \mathbf{x} \in V \cup S,\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{9}$$

ここに，α^n および c^n は近似係数を表す．また，$\mathbf{y}^n$ は基本解の源点であり，点集合 $\mathcal{Y}$ によって与えられる．さらに，基本解 G_s, G は，それぞれ以下の式で与えられる．

$$G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda}K_0(\lambda r) \tag{10}$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda^2}\{K_0(\lambda r) + \ln r\} \tag{11}$$

ここに，$K_n(\cdot)$ は n 次の第 2 種変形 Bessel 関数を表し，$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である．なお，基本解 G^s は $r = 0$ において特異性を有しているが，基本解 G は $r = 0$ において有限の値をとるため特異性を有していない．

基本解近似解法では，境界条件を満たす近似係数を得るために，以下に示す点集合 $\mathcal{S}$ によって選点 $\mathbf{x}^{\mathrm{col}:m}$ を与

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{col}:p} \in S \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{S}}\}\} \tag{12}$$

式 (9) を式 (2), (8) に代入すれば，以下に示す連立 1 次方程式を得ることができる．

$$\mathbf{A}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{A}\mathbf{c} = \mathbf{f} \tag{13}$$

$$\mathbf{B}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\mathbf{c} = \mathbf{g} \tag{14}$$

ここに，

$$(\mathbf{A}_s)_{mn} := G_s(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{15}$$

$$(\mathbf{A})_{mn} := G(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{16}$$

$$(\mathbf{B}_s)_{mn} := \frac{\partial G_s}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{17}$$

$$(\mathbf{B})_{mn} := \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{18}$$

$$(\boldsymbol{\alpha})_n := \alpha^n \tag{19}$$

$$(\mathbf{c})_n := c^n \tag{20}$$

$$(\mathbf{f})_m := \begin{cases} \varphi_{\mathcal{V}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ \varphi_{\mathcal{S}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{21}$$

$$(\mathbf{g})_m := g(\mathbf{x}^m);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \tag{22}$$

である．ここで，近似係数 α^n に対して $\alpha^n = 0$ を仮定する．このとき，式 (13) に ℓ^2 正則化を適用すれば，近似係数 c^n は次式で表現できる．

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^{\dagger}(\gamma)\mathbf{f} \tag{23}$$

ここに，

$$\mathbf{A}^{\dagger}(\gamma) = [\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{A} + \gamma\mathbf{I}]^{-1}\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \tag{24}$$

であり，γ (> 0) は正則化パラメータ，$\mathbf{I}$ は単位行列を表す．式 (24) において，行列 $\mathbf{A}$ の成分が特異性のない基本解 G のみによって構成されることに注意すれば，$\mathcal{Y} = \mathcal{V} \cup \mathcal{S}$ とすることができる．これにより，源点 $\mathbf{y}^n$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{y}^n = \mathbf{x}^n;\ n \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}} + N_{\mathcal{S}}\} \tag{25}$$

このようにして得られた近似係数を式 (9) に代入すれば，ポテンシャル ϕ を求めることができる．

3. 提案手法

前節に示した基礎理論をもとに，形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ および既知ベクトル $\mathbf{f}$ の設定，ポテンシャルの計算を複数回繰り返すことで形状を再構成する．具体的には，以下に示す Step 1 から Step 3 を順に実行する．

Step 1 では，点集合 $\mathcal{V}$ を式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ を式 (12) で与える．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{26}$$

これによって得られるポテンシャルを $\phi^{[1]}$ とする．

Step 2 では，点集合 $\mathcal{V}$ は Step 1 と同様に式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ は以下の式で与える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[2]:p} \in S^{[2]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[2]}\}\} \tag{27}$$

ただし，$S^{[2]}$ は以下のように与える．

$$S^{[2]} = \{\mathbf{x} \in S \cup \mathrm{int}(S) \mid \phi^{[1]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[2]}\} \tag{28}$$

ここに，$\varphi^{[2]}$ は定数であり，$\varphi^{[2]} \in (0, 1)$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{29}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[2]}$ とする．

Step 3 では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ を以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \bigcup_{i=1}^{N^{\mathrm{sam}}} \mathcal{V}^{(i)} \tag{30}$$

$$\mathcal{V}^{(i)} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{sam}(i):p} \in S^{\mathrm{sam}(i)} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{\mathrm{sam}(i)}\}\} \tag{31}$$

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[3]:p} \in S^{[3]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[3]}\}\} \tag{32}$$

ただし，$S^{\mathrm{sam}(i)}, S^{[3]}$ は以下のように与える．

$$S^{\mathrm{sam}(i)} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{sam}(i)}\} \tag{33}$$

$$S^{[3]} = \{\mathbf{x} \in S^{[2]} \cup \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[3]}\} \tag{34}$$

ここに，$\varphi^{[3]}$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)}$ は定数であり，それぞれ $\varphi^{[3]} \in [0, \varphi^{\mathrm{sam}(i)})$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)} \in (\varphi^{[3]}, \max(\phi^{[2]})]$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} \varphi^{\mathrm{sam}(i)} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V}^{(i)} \\ \varphi^{[3]} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{35}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[3]}$ とする．

形状の再構成は，ポテンシャル $\phi^{[3]}$ をもとに行う．このとき，再構成される形状の境界 S^{rec} は，以下の式で与える．

$$S^{\mathrm{rec}} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[3]}) \mid \phi^{[3]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{rec}}\} \tag{36}$$

ここに，φ^{rec} は定数であり，原則として $\varphi^{\mathrm{rec}} = 1$ で与える．また，再構成された形状の境界における単位外向き法線ベクトルは，次式で計算することができる．

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -\dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the interior problem} \\ \dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the exterior problem} \end{cases} \tag{37}$$

ここに，$\mathbf{x} \in S^{\mathrm{rec}}$ であり，$\|\cdot\|_2$ は ℓ^2 ノルムを表す．

4. おわりに

本研究では，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案した．提案手法は，基本解近似解法を用いて変形重調和方程式の境界値問題を複数回解き，得られたポテンシャルから対象とする形状の境界を再構成する．今後は，提案手法による数値計算を実施し，その有効性を検討する予定である．

参考文献

1) A. H. D. Cheng, Y. Hong: An overview of the method of fundamental solutions–Solvability, uniqueness, convergence, and stability, Eng. Anal. Bound. Elem., 120, pp.118-152, 2020.
2) 日高菜緒: 点群データ処理アルゴリズムの総括および土木分野での活用事例と展望, AI・データサイエンス論文集, 4, pp.301-309, 2023.
3) R. Tankelevich, G. Fairweather, A. Karageorghis: Three-dimensional image reconstruction using the PF/MFS technique, Eng. Anal. Bound. Elem., 33, pp.1403-1410, 2009.
4) C. S. Chen, L. Amuzu, K. Acheampong, H. Zhu: Improved geometric modeling using the method of fundamental solutions, Eng. Anal. Bound. Elem., 130, pp.49-57, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

Meso-scale Simulation of Three-Dimensional Map Cracking in Concrete due to Alkali-Silica Reaction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊藤 成央（茨城大） 持川 空良（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 車谷 麻緒（茨城大）
Nao ITO, Ibaraki University
Sora MOCHIKAWA, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study aims to simulate the complex three-dimensional map-cracking patterns in concrete induced by Alkali-Silica Reaction using a damage model. The actual shapes of coarse aggregates were obtained by 3D scanning and integrated into the numerical analysis. A three-dimensional meso-scale analysis was performed using a damage model capable of simultaneously simulating the expansion of coarse aggregates and the subsequent cracking of the mortar matrix. The numerical examples demonstrated that for plain concrete, the model successfully reproduced realistic map-cracking patterns. Furthermore, in reinforced concrete model, the simulation captured the predominant cracking aligned with the longitudinal reinforcement.

1. はじめに

アルカリ骨材反応（ASR）は，コンクリート構造物の耐久性を低下させる主要な劣化要因のひとつである．ASRの進行は，ひび割れの発生・進展や剛性低下に加えて，鉄筋破断を引き起こすこともあることから，その挙動の予測および評価は，コンクリート構造物の維持管理における重要課題である．ASRによる損傷過程は，膨張挙動とひび割れ進展が相互に作用するだけでなく，コンクリート内部における粗骨材の分布や形状による非均質性の影響も受ける．実験のみでASRによる損傷を定量的に予測するには限界があることから，数値解析を用いてASRによる損傷過程を再現可能なモデル開発が求められている．

ASRによる損傷を数値解析で精度よく再現するためには，コンクリート内部の粗骨材の分布と形状を再現したうえで，反応生成物（粗骨材）の膨張挙動と，それに伴うモルタルのひび割れ進展挙動をモデル化する必要がある．しかし，粗骨材は複雑な幾何形状を有し，数も膨大なため，従来の方法では粗骨材の分布や形状を反映させた数値解析が行えていない．

そこで本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASRによるコンクリート構造物の損傷過程を3次元で詳細に再現することを目的とする．ひび割れの再現精度を高めるため，3Dスキャンにより取得した粗骨材の実形状を数値モデルに直接反映させる．解析手法として，粗骨材の膨張挙動とモルタルのひび割れ進展を同時に評価可能な損傷モデルを適用し，3次元メゾスケール解析を実施する．無筋コンクリートおよび鉄筋コンクリートの数値解析例において，実現象と同様のひび割れパターンが再現できることを示す．

2. 損傷モデルを用いた有限要素解析

Fig. 1 に示すように，材料の非均質性は，長さ h の微小領域における材料1の体積率 V によって定義する．微小変形を仮定すると，3次元静的つり合い問題における支配方程式は次式で表される．

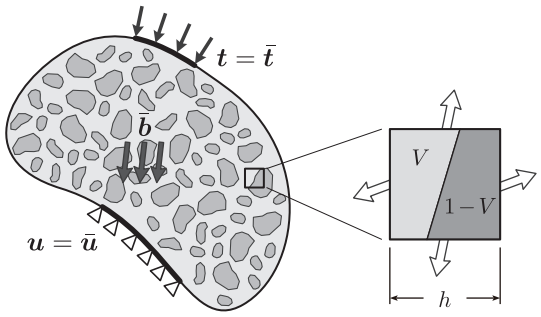


Fig. 1 Mechanical problems in heterogeneous materials

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left\{\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\right\} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D_{\mathrm{e}})\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon}' \tag{3}$$

ここで，∇ は勾配演算子，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，$\bar{\boldsymbol{b}}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみテンソル，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，D_{e} は3次元問題における損傷変数である．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は，全体の微小ひずみテンソルから膨張ひずみテンソルを除いた弾性ひずみテンソルである．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は次式で表される．

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - (1 - V)\varepsilon_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は対角成分にのみ1をもつ単位テンソル，ε_{v} は材料2に作用する膨張ひずみである．

損傷変数 D_{e} は，既往の研究[1)]を参照することとする．材料の非均質性は，体積率 V のみで与えられているため，有限要素解析においては要素内の体積率を計算するだけでよく，材料境界に沿ってメッシュ分割を行う必要がない．すなわち，メッシュレス的な有限要素解析が可能となる．

3. 数値解析例

解析対象は，**Fig. 2** に示すように，無筋コンクリート部材と鉄筋コンクリート部材とする．両者ともに寸法（mm）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

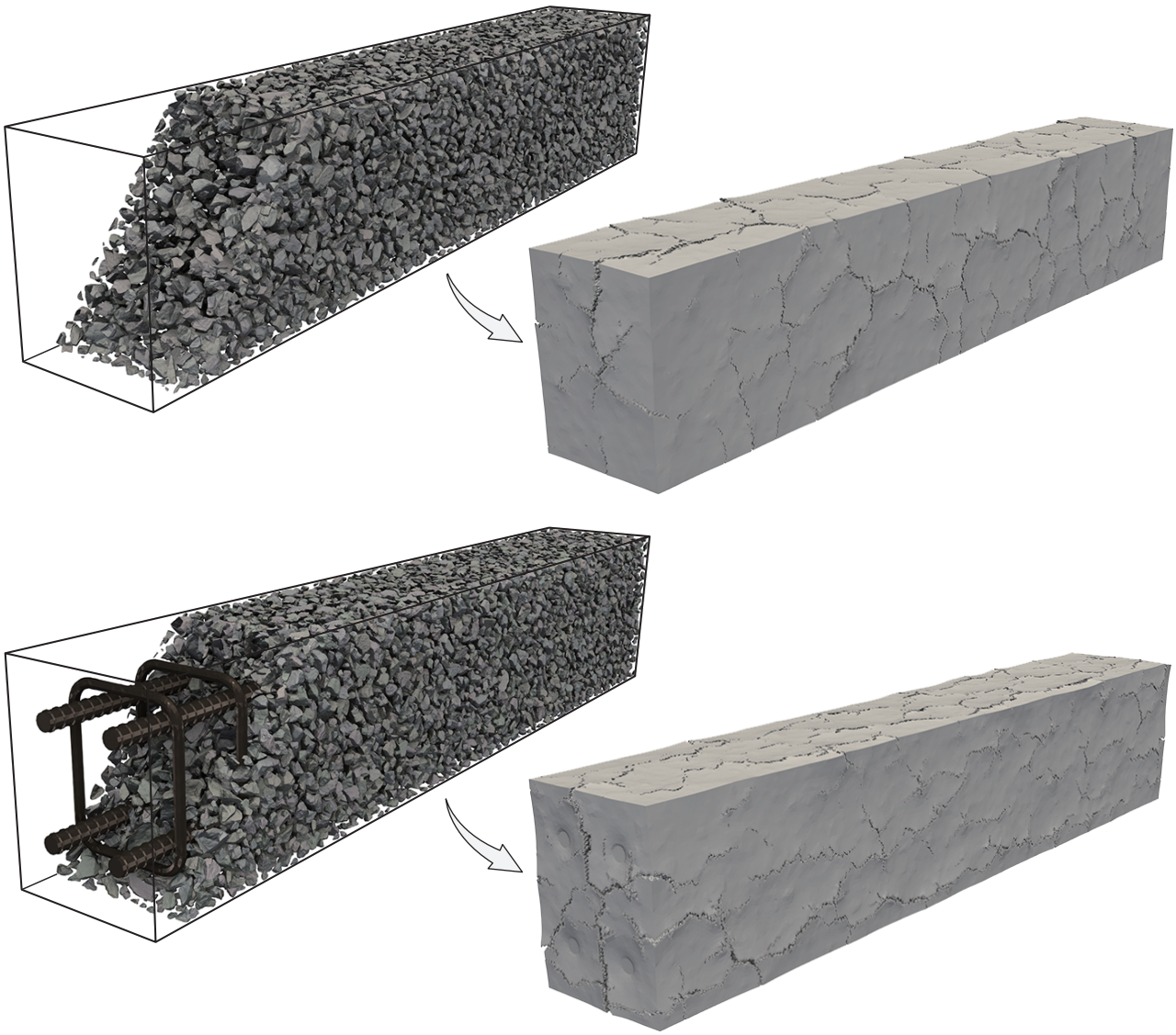


Fig. 2　3D mesoscale models and cracking patterns in plain and reinforced concrete due to ASR

は $150 \times 200 \times 1000$ である．変位境界条件として，両モデルの下面における上下方向の変位を拘束した．

材料パラメータを以下に示す．モルタルについては，ヤング率を 20 GPa，ポアソン比を 0.2，圧縮引張強度比を 12，破壊エネルギーを 0.08 N/mm，損傷発生ひずみを 0.00016 とした．粗骨材は線形弾性体と仮定し，ヤング率を 60 GPa，ポアソン比を 0.2 に設定した．また，鉄筋は解析過程で降伏しないものとし，ヤング率 200 GPa，ポアソン比 0.3 の線形弾性体とした．ASR（ゲル生成）による膨張は，粗骨材に作用する膨張ひずみとして表現する．

有限要素メッシュは，4 節点四面体要素を用いた．無筋コンクリートモデルの節点数は約 17 万，要素数は約 87 万である．鉄筋コンクリートモデルでは鉄筋形状を再現しており，節点数は約 47 万，要素数は約 272 万である．

ひび割れ進展挙動の可視化結果を **Fig. 2** に示す．これらは，筆者らが既往研究で開発した手法[2)] を用いて，損傷挙動を不連続変形へ変換した結果である．結果から，ASR において特徴的な亀甲状ひび割れが良好に再現されていることが確認できる．鉄筋コンクリートモデルでは，鉄筋による拘束効果が加わることで，亀甲状ひび割れに加えて，軸方向鉄筋に沿ったひび割れの発生も再現されている．

4. おわりに

本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASR に起因するコンクリートの損傷過程を 3 次元で再現した．数値解析例において，実現象で見られるひび割れパターンを 3 次元で再現した．無筋コンクリートでは亀甲状のひび割れが再現され，鉄筋コンクリートでは軸方向鉄筋に沿うひび割れが再現された．

参考文献

1) Kurumatani, M., Kato, T. and Sasaki, H.: Damage model for simulating cohesive fracture behavior of multi-phase composite materials, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, Vol. 10, No. 2, 2023.

2) 車谷麻緒，持川空良，伊藤成央：ボロノイ図とドロネー分割の双対性を利用した損傷挙動の不連続変形への変換とその可視化，日本計算工学会論文集，Vol. 2025, No. 20252002, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

Automatic Particle Model Generation Using Photogrammetry-Based Particle Methods (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤岡　秀二郎（九州大・工）　木元　周（九州大・工）　河合　志歩（九州大・工）
松永　幸大（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shujiro FUJIOKA, Kyushu University
Shu KIMOTO, Kyushu University
Shiho KAWAI, Kyushu University
Kota MATSUNAGA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: s-fujioka@doc.kyushu-u.ac.jp

Recent advances in particle methods have improved their accuracy and broadened their applicability; however, constructing analysis models that reflect real geometries remains time-consuming. This study proposes a photogrammetry-based modeling method using Neuralangelo. Surface geometry is reconstructed from multi-view smartphone images, converted into particles, and regularized using a surface particle shifting procedure. The proposed approach is validated using the Stanford Bunny model. Good agreement with the exact solution is obtained in the hydrostatic pressure problem, and stable pressure behavior is confirmed in the water column collapse problem.

1. 緒言

近年，大規模な土砂災害が頻発・激甚化しており，数値シミュレーションによる被害予測の重要性が急速に高まっている．これまで本研究グループでは，粒子法を用いた数値解析による土砂流動現象の再現に取り組んできた．しかし，実地形を反映した解析モデルの作成には多大な労力と時間を要し，これが迅速な災害対応や実務普及への障壁となっている．そこで本研究では，フォトグラメトリ手法の一種であり，複数の 2 次元画像から高精度な 3 次元形状を復元可能な Neuralangelo[1] を用いた粒子法解析向けのモデル作成手法（フォトグラメトリ粒子法）を開発する．そして，作成したモデルの妥当性と，粒子法解析への適用可能性を検証する．

2. 粒子法用解析モデル作成手法

2.1. Neuralangelo を用いた表面形状の再構成

Neuralangelo[1] は，多視点画像から高精細な 3 次元形状を復元するニューラル暗黙表面再構成法である．本手法では，3 次元位置 $\boldsymbol{x}$ をマルチ解像度ハッシュ符号化 $\gamma(\boldsymbol{x})$ により特徴量として埋め込み，これを MLP(Multi-Layer Perceptron) に入力することで符号付き距離関数 (SDF) $f(\boldsymbol{x})$ と色 (RGB) $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$ を同時に推定する．得られた SDF 場と RGB 場を用いてレンダリングし，観測画像との RGB 損失 $\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}}$，SDF の性質を満たすための Eikonal 正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{eik}}$，および表面の滑らかさを向上させるための平均曲率に基づく正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{curv}}$ の重み付き和 $\mathcal{L}$ を最小化するよう学習を行う．

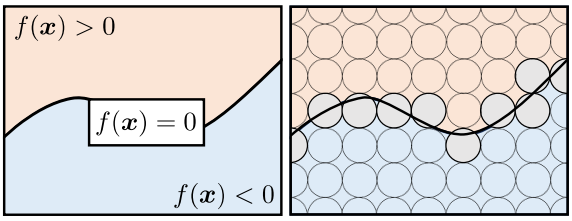
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} + w_{\mathrm{eik}}\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} + w_{\mathrm{curv}}\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} \tag{1}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} = \|\hat{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{c}\|_1 \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\|\nabla f(\boldsymbol{x}_i)\|_2 - 1\right)^2 \tag{3}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\nabla^2 f(\boldsymbol{x}_i)\right| \tag{4}$$

ここで $\hat{\boldsymbol{c}}$ は SDF と RGB から体積レンダリングにより作成された RGB の推定値である．なお，得られた表面形状データから粒子データへの変換は Fig. 1 に示すように格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出するため，粒子が表面上に必ずしも配置されず，粒子分布が不均一となる．これは，解析精度の低下や非物理的挙動の要因となり得るため，粒子の再配置が必要となる．



(a) SDF field　(b) Particle distribution

Fig. 1: Schematic of the SDF field and particle generation

2.2. 表面粒子再配列法

(1) 境界適合配置への修正

格子状の粒子を表面形状に適合させるために，各粒子の表面に対する単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ 及び表面までの符号付距離 s を用いて，境界に適合した粒子配置へと修正する (Fig. 2 左 → 中央)．

$$\delta\boldsymbol{r}_i^{\mathrm{SDF}} = -s_i\boldsymbol{n}_i \tag{5}$$

しかしながら，境界適合配置では Fig. 2 中央に示すような，不均一な配置となる．そこで本研究では粒子法で用いられる粒子再配列法の技術を転用し，粒子配置の均等化を図る．

(2) 表面粒子の均等配置手法

本研究では，粒子再配列法の一種である OPS (Optimized Particle Shifting)[2] を表面粒子の均等配置手法として用いる．表面粒子のシフトベクトル $\boldsymbol{r}^{\mathrm{OPS}}$ は，シフト係数 C_{OPS}，粒子径 d_0，単位行列 $\boldsymbol{I}$，法線ベクトル $\boldsymbol{n}$，濃度勾配 ∇C を用いて次式で表される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\delta \boldsymbol{r}_i^{\mathrm{OPS}} = -C_{\mathrm{OPS}} d_0^2 (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{n}_i \otimes \boldsymbol{n}_i) \nabla C_i \tag{6}$$

$$\nabla C_i = \sum_{j \in \Omega_i} V_j \left[1 + R_p \left(\frac{w_{ij}}{w(d_0)} \right)^n \right] \nabla w_{ij} \tag{7}$$

ここで V，w はそれぞれ粒子の体積と，粒子間距離に応じた重み関数である．また，本研究では各種パラメータを $C_{\mathrm{OPS}} = 0.01$，$R_p = 0.2$，$n = 4$ とした．

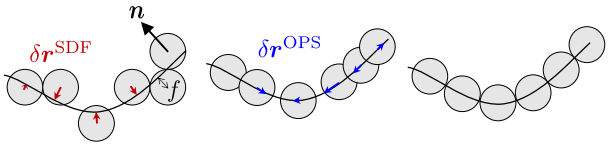


Fig. 2: Schematic of the particle shifting

3. 表面粒子再配列法の適用結果

本研究では Stanford Bunny を対象とし，Neuralangelo による 3 次元形状再構成および粒子法用モデルの作成を行った．Neuralangelo による再構成には，3D プリンタで作製した Stanford Bunny をスマートフォン端末で多視点から撮影した画像群を学習データとして用いた．

Fig. 3 に，再構成した 3 次元形状を基に作成した粒子法用モデルを示す．左から順に，初期粒子配置 (Step 0)，境界適合配置 (Step 1)，均等配置 (Step 2) を示す．Step 0 では，格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出しているため，段差および粒子分布の粗密が生じている．Step 1 では境界に適合する配置へ修正されているものの，粒子分布の粗密は解消されていない．均等配置手法の適用後には粗密が解消され，一様な粒子分布が得られている．

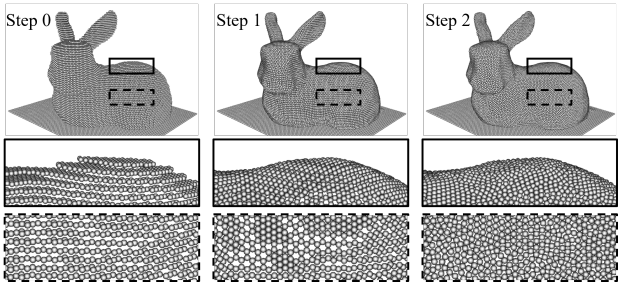


Fig. 3: Stanford Bunny particle configuration at each step

4. 流体解析による適用性検証

本章では，前章で作成した解析モデルを用いた静水圧問題および水柱落下問題を対象とした流体解析を通して，提案手法の適用可能性を確認する．なお，解析は非圧縮性流体を対象とした ISPH 法を用い，粒子離散モデルは LS-SPH (Least Squares SPH)[3),4)] を採用した．

静水圧問題では，水深 1 m の静水中に Stanford Bunny を配置した系を対象とした．Fig. 4 に，実時間 1.0 秒における中央断面の圧力分布を示す．圧力は滑らかに分布しており，厳密解と概ね一致する結果が得られた．

水柱落下問題では，0.2 m × 0.6 m × 0.6 m の水柱を Stanford Bunny の頭上から落下させた．Fig. 5 に，実時間 0.3，0.5，2.0 秒における圧力分布を示す．衝突直後の初期段階では流体と壁面との衝突面において圧力が高くなり，その後，2.0 秒においては流動が減衰し，静水圧分布への移行が確認される．

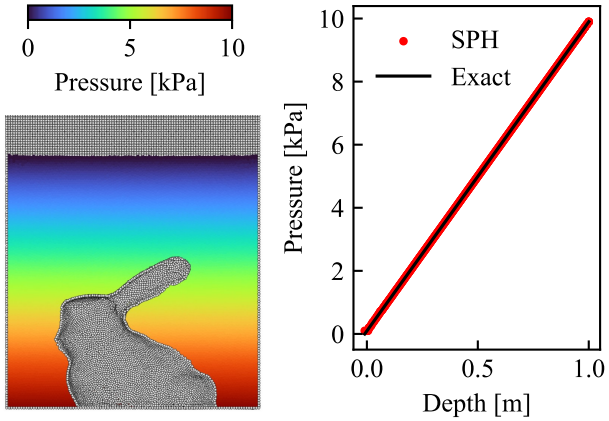


Fig. 4: Hydrostatic pressure at 1.0 s

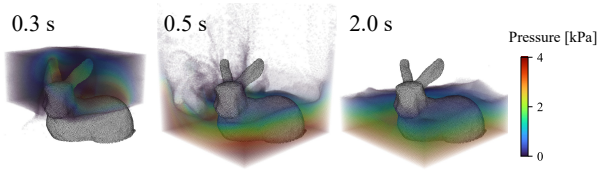


Fig. 5: Pressure field in the dynamic case

5. 結言

本研究では，フォトグラメトリ手法の一種である Neuralangelo を用いた粒子法用解析モデルの作成手法を提案した．スマートフォン端末で撮影した Stanford Bunny の画像を用い，Neuralangelo により表面形状の再構成を行った．さらに，得られた表面形状から粒子群を生成し，表面粒子再配列法を適用することで粒子を一様に配置し，粒子法に利用可能なモデルを構築した．作成したモデルを用いた静水圧問題では厳密解と良好に一致する結果が得られた．また，水柱落下問題においても非物理的な挙動や圧力振動は見られず，安定した解析が可能であることを確認した．今後は，より効果的な再配列法について検討を進めるとともに，実構造物や実斜面への適用を通じて，本手法の有用性を検証する予定である．

参考文献

1) Li, Z., Müller, T., Evans, A., Taylor, R. H., Unberath, M., Liu, M.-Y., and Lin, C.-H.: Neuralangelo: High-fidelity neural surface reconstruction, *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 8456–8465, 2023.
2) Khayyer, A., Gotoh, H., and Shimizu, Y.: Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context, *Journal of Computational Physics*, Vol.332, pp.236–256, 2017.
3) Shobuzako, K., Yoshida, S., Kawada, Y., Nakashima, R., Fujioka, S., and Asai, M.: A generalized smoothed particle hydrodynamics method based on the moving least squares method and its discretization error estimation, *Results in Applied Mathematics*, Vol.26, pp.100594, 2025.
4) 松永幸大, 藤岡秀二郎, 菖蒲迫健介, 浅井光輝: LS-ISPH: 自由表面および固体壁の制約条件付き最小二乗法による非圧縮性流体解析, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, pp.25–15012, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二重相反境界要素法および isogeometric 法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

Stochastic Homogenization with Spatially Variable Inclusion Geometry and Matrix Properties Using the Dual Reciprocity Boundary Element Method and Isogeometric eigenvalue Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

紅露　一寛（新潟大・工）　　鈴木　快（新潟大・院）
Kazuhiro KORO, Niigata University
Kai SUZUKI, Niigata University
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

In homogenization analysis of material diffusion in non-homogeneous bodies with spatially variations in inclusion geometries and matrix diffusion coefficients, the unit-cell mesh must be updated whenever the inclusion geometry changes. To reduce the computational cost associated with mesh updating, we apply the Galerkin isogeometric method to the eigenvalue analysis of the covariance function and develop a framework for evaluating the characteristic function using the dual reciprocity boundary element method (DRBEM). Numerical results are presented to assess the computational performance and limitations of the proposed approach.

1. はじめに

非均質材料を対象としたこれまでの均質化法解析[1)]では，微視構造の形状は簡易な幾何形状のもので与えたユニットセルで代表することも多く，材料物性のばらつきを考慮することはあっても，空間的な相関構造を背景としたばらつきを考慮することは少ない．これまで，著者らは，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法を提案している[2)]．文献[2)]では，空間的ばらつきに起因する均質化係数の変動を既存の決定論的解析結果を用いて non-intrusive な方法で評価するため，介在物形状の空間的ばらつきを表現する Karhunen-Loéve 展開において正規乱数を更新して解析するたびにメッシュ更新が必要となる．母材物性の空間的ばらつきも同時に考慮すると，介在物形状の更新に伴って共分散関数の固有値解析でも解析メッシュ更新が必要となる．

そこで本研究では，ユニットセル内の介在物形状と母材の拡散係数の空間的ばらつきを同時に考慮し，二重相反境界要素法[3)]により評価した特性関数から均質化拡散係数を評価する．母材の拡散係数に関する空間的ばらつきの固有値・固有関数は，メッシュ更新の手間の削減と DRBEM の離散化との親和性を考え，Galerkin isogeometric 法により固有値解析を実行する方法[4)]をとる．空間的ばらつきの影響は，均質化拡散係数のばらつきとして伝播することから，non-intrusive polynomial chaos 法 を用いて確率空間の応答を評価する．

2. 入力情報の空間的ばらつきを考慮した均質化法

本研究では，2 次元物質拡散問題について考える．非均質構造をユニットセル Y の空間周期配置で表現した上で，物理応答をミクロスケール $\boldsymbol{x}$ とマクロスケール $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}/\varepsilon$ のスケール比 ε について漸近展開し，無限小のスケール比考えることで，2 つの空間スケールでの支配方程式と初期条件・境界条件を導出する．マクロスケールでの均質化拡散係数テンソル K^*_{ij} は，ミクロスケール問題において評価される特性関数 ω_j を用いて次式で評価される．

$$K^*_{ij}=\frac{1}{|Y|}\int_Y K_{ik}(\boldsymbol{y})\left(\delta_{kj}+\frac{\partial\omega_j}{\partial y_k}(\boldsymbol{y})\right)dY \tag{1}$$

ここで，拡散係数テンソル $K_{ij}(\boldsymbol{y})$ は，介在物領域 Y_1，母材領域 Y_2 の双方において等方性を仮定し，$\kappa(\boldsymbol{y})\delta_{ij}$（$\kappa$: 拡散係数）で与える．特性関数 ω_j は，ユニットセルに関する境界値問題の解として定義される．

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_1(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_1) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_2(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(1)}}(\boldsymbol{y})+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(2)}}(\boldsymbol{y})\\&\qquad=-\kappa_1(\boldsymbol{y})n^{(1)}_k(\boldsymbol{y})-\kappa_2(\boldsymbol{y})n^{(2)}_k(\boldsymbol{y}),\ \ (\boldsymbol{y}\in S)\end{aligned} \tag{4}$$

なお，S は介在物と母材の境界面，$n^{(L)}_k$ は領域 Y_L における境界上の点における単位外向き法線ベクトル成分である．式 (3) の解は，ユニット外周においては周期境界条件を満たす必要がある．

本研究では，介在物形状 S と母材拡散係数 κ_2 の空間的ばらつきを同時に考慮する．これらのばらつきは，Karhunen-Loéve 展開で表現する．

介在物形状は，介在物形状の期待値を半径 $\bar{R}$ の円で与えたうえで，介在物半径が周方向に変動し，空間的な相関構造を持つものとする．期待値を表現する曲線座標 s を設定し，次式で与える．

$$S(s)=S_0+\sum_{i=1}^{N^{(s)}_{KL}}\xi_i\sqrt{\lambda^{(s)}_i}f^{(s)}_i(s), \tag{5}$$

ここで，ξ_i は相互に独立で標準正規分布に従う確率変数であり，$\lambda^{(s)}_i$, $f^{(s)}_i$ は形状の空間的ばらつきに関する共分散関数 $C^{(s)}$ の固有値および固有関数である．また，S_0 は S の期待値である．本研究では，共分散関数 $C^{(s)}$ は σ_R を介在物半径の標準偏差として次式で与え，積分固有値問題を Galerkin 法で離散化して解く．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$C^{(s)}(\theta_1,\theta_2)=\sigma_R^2\exp\left[-\frac{d(\theta_1,\theta_2)}{b}\right], \tag{6}$$

なお，$d=\min\{|\theta_1,\theta_2|,2\pi-|\theta_1,\theta_2|\}$，$b=1/2\pi$ とする．

一方，κ_2 の空間的ばらつきは，次の積分固有値問題の解を用いた KL 展開で表現する．

$$\kappa^{(2)}=\bar{\kappa}^{(2)}+\sum_{k=1}^{N_{KL}^{(2)}}\zeta_k\sqrt{\lambda_k^{(2)}}\Psi_k^{(2)}(\boldsymbol{y}), \tag{7}$$

$$\lambda^{(2)}\Psi^{(2)}(\boldsymbol{\eta})=\int_{Y_2}\sigma_{\kappa_2}^2\exp\left(-\frac{r(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})}{b_2}\right)\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})dY_2 \tag{8}$$

ここで，$\zeta_k^{(\beta)}$ $(k=1,2,\ldots,N_{KL}^{(2)})$ は標準正規乱数であり，$r=|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{y}|$，$b_2$ は相関長，σ_{κ_2} は標準偏差である．

3. Isogeometric 法による共分散関数の固有値解析法

式 (8) の積分固有値問題は，介在物形状の変更に伴うリメッシングの煩雑さを回避する目的で，Galerkin isogeometric 法[4] を用いる．固有関数 $\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})$ は，2 次 B-スプラインにより次式で近似する．

$$\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})=\sum_{i=1}^{N_{spl}}\tilde{\Psi}_i^{(2)}\phi_i(\boldsymbol{y}) \tag{9}$$

ここで，$\tilde{\Psi}_i^{(2)}$ は $\Psi^{(2)}$ のスプライン展開係数であり，ϕ_i は 2 次元の 2 次 B-スプラインである．

式 (9) を式 (8) に代入し，ϕ_i を重みとした Galerkin 法を適用する．その結果，次の代数方程式を得る．

$$\lambda^{(2)}\boldsymbol{M}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)}=\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)} \tag{10}$$

4. 二重相反境界要素法を用いた特性関数の評価

本研究では，式 (2)-(4) の境界値問題を境界要素法で解く．介在物領域 Y_1 では，拡散係数 κ_1 の空間変動は考えない．そのため，式 (2) を通常の境界要素法で離散化し，次の方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(1)}\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}-\boldsymbol{G}^{(1)}\boldsymbol{q}_k^{(1)}=\boldsymbol{0} \tag{11}$$

ここで，$k=1,2$ であり，$\boldsymbol{G}^{(1)}$，$\boldsymbol{H}^{(1)}$ は係数行列，$\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}$ は領域 Y_1 の境界上での ω_k に関する境界要素解を収納したベクトル，$\boldsymbol{q}_k^{(1)}$ は $\kappa_1\cdot\partial\omega_k/\partial n^{(1)}$ に関する境界要素解を収納したベクトルである．

一方，母材領域 Y_2 においては，二重相反法を用いた境界要素法 (DRBEM)[3] を用いて特性関数値を評価する．式 (3) を次式のように変形し，

$$\frac{\partial^2\omega_k}{\partial y_i^2}=-\frac{1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right],\quad(\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{12}$$

Laplace 問題の基本解 $u^*(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})$ を乗じて 2 度部分積分し，ソース点 $\boldsymbol{\eta}$ を境界上に極限移行することで，領域積分項を含む積分方程式を得る．得られた方程式の領域積分項の被積分関数を次式で近似し，

$$\frac{-1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=\sum_{m=1}^{N+L}\Lambda_{k,m}f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m) \tag{13}$$

関数 $f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ は，$\nabla^2\hat{\omega}(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)=f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ を満たす特解 $\hat{\omega}$ と関連付ける．境界上の未知量 ω_k と $q_k^{(2)}$ を近似し，N を境界要素解の近似自由度，N_{int} を母材領域中に配置する内点の総数として，$N+N_{int}$ 個の選点 η_i を用いて選点法を適用すると，次の代数方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(2)}\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}_k \tag{14}$$

ここで，$\boldsymbol{\Lambda}_k$ を消去するために，領域内部の $\omega_k(\boldsymbol{y})$ を f を用いて近似した上で，$N+N_{int}$ 個の選点 $\boldsymbol{y}_\alpha$ において選点法を適用する．その結果，$\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}=\boldsymbol{F}\boldsymbol{W}_k$ なる代数方程式を得る．一方，式 (13) に選点法を適用すると，

$$\boldsymbol{F}\boldsymbol{\Lambda}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{W}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\omega}_k \tag{15}$$

を得る．式 (15) を式 (14) に代入し整理すると，母材領域に関する次の代数方程式を得る．

$$\Big[\boldsymbol{H}^{(2)}-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\Big]\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{f}_k \tag{16}$$

最後に，介在物境界 S 上での結合条件 (4) および $\omega_k^{(1)}=\omega_k^{(2)}$，ユニットセル外周の周期条件を課すことで，境界 S，∂Y_2 および Y_2 の内点における ω_k に関する近似解を求める．

5. 均質化拡散係数の確率論的特性値の評価

2 節で説明した入力情報の空間的ばらつきは，出力結果である均質化拡散係数に伝播する．本研究では，均質化拡散係数の確率空間における応答を評価するために，Non-Intrusive Polynomial Chaos (NIPC) 法[5] を用いる．

NIPC 法では，式 (5)，式 (7) で与えた介在物形状 S および構成材料の拡散係数 $\kappa^{(2)}$ を，擬似正規乱数 $\boldsymbol{\xi}^{(\beta)}$，$\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)}$ を用いて N_{mcs} 個生成したうえで，生成した介在物形状 S_β・拡散係数値 $\kappa_\beta^{(2)}$ のもとで，決定論的解析から均質化拡散係数テンソル $K_{ij,\beta}^*$ $(\beta=1,2,\ldots,N_{mcs})$ を計算する．

一方，均質化拡散係数テンソル K_{ij}^* は polynomial chaos Φ_γ を用いた次式の polynomial chaos 展開できるものとして，

$$K_{ij}^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta})=\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}), \tag{17}$$

展開係数 $K_{ij,\gamma}$ は最小二乗法を用いて決定する．最小化する残差 R は，次式で定義する．

$$R(K_{ij,\gamma})=\sum_{\beta=1}^{N_{mcs}}\left[K_{ij}^{*(\beta)}-\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi}^{(\beta)},\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)})\right]^2 \tag{18}$$

参考文献

1) Matine, A., Boyard, N., Legrain, G., Jarny, Y. & Cartraud, P.: Transient heat conduction within periodic heterogeneous media: A space-time homogenization approach. *Int. J. Thermal Sci.*, Vol.92, pp.217-229, 2015.
2) 紅露一寛，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法，計算工学講演会論文集，Vol.27, A-09-04, 2022.
3) 田中正隆，松本敏郎，須田裕輔：傾斜機能材料の定常熱伝導問題に対する DRM 境界要素法（2 次元問題での検討）．日本機械学会論文集（A 編），Vol.67, No.662, pp.1589-1594, 2001.
4) Rahman, S.: A Galerkin isogeometric method for Karhunen-Loéve approximation of random fields. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.338, pp.533-561, 2018.
5) Eldred, M.S., Burkardt, J.: Comparison of non-intrusive polynomial chaos and stochastic collocation methods for uncertainty quantification. in AIAA Aerospace Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. paper 2009-0976, 2009.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用〜デジタルツインから量子計算まで〜）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (1)

座長:宮本 崇(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[12011] JIS規格とスキャンデータに基づく3次元異形鉄筋モデルの自動生成（シンポジウム講演概要）

*車谷 麻緒[1]、松岡 朋輝[1]、黄 璽[2]、相馬 悠人[3] (1. 茨城大学、2. 木更津高専、3. 福島高専)

15:15 ~ 15:30

[12012] 粗骨材と鉄筋の実形状を考慮した鉄筋コンクリートはりの３次元メゾスケール数値実験（シンポジウム講演概要）

*新田 祐太朗[1]、伊藤 成央[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

15:30 ~ 15:45

[12013] テンプレートモデルを用いた鋼橋点群の構造部材インスタンスセグメンテーション（シンポジウム講演概要）

*中溝 智也[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

15:45 ~ 16:00

[12014] 深層学習による橋梁点群からの部材接続グラフ推定（シンポジウム講演概要）

*保坂 拓夢[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

16:00 ~ 16:15

[12015] パラメトリックモデルに基づく点群からの3次元モデル構築における未想定構造に対する不確実性評価手法（シンポジウム講演概要）

*石川 大智[1]、本田 利器[1]、全 邦釘[1] (1. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

JIS 規格とスキャンデータに基づく 3 次元異形鉄筋モデルの自動生成（シンポジウム講演概要）

Automated three-dimensional modeling of deformed steel bars incorporating JIS standards and scan data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

車谷 麻緒（茨城大） 松岡 朋輝（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 相馬 悠人（福島高専）
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
Tomoki MATSUOKA, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Yuto SOMA, Fukushima KOSEN
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study proposes a simple and fully automated method for generating three-dimensional models of deformed steel bars. The method focuses on the rib geometry, which has a significant influence on bond performance, and parametrically reproduces its shape using a mathematical model based on exponential functions. In addition, dimensional requirements specified in the JIS (Japanese Industrial Standards) standard are incorporated, while geometrical features undefined by the JIS specifications are enhanced by referencing 3D-scanned data of actual reinforcing bars. The proposed method automatically constructs surface meshes during the modeling process, enabling immediate output in the widely used STL format.

1. はじめに

鉄筋コンクリート（RC）構造物は，社会インフラを支える構造形式として広く用いられている．RC 構造物が本来の力学性能を発揮するためには，コンクリートと鉄筋が一体的に挙動することが求められ，特に両者の界面で生じる付着特性が構造性能を支配する重要な因子となる．なかでも，異形鉄筋の表面に設けられた節（ふし）形状は，コンクリートとの機械的な噛み合いを通じて付着挙動を決定づける主要な要素であり，部材の変形性能や破壊性状に直接的な影響を及ぼすことが知られている[1)]．

近年の計算機性能の飛躍的な向上により，異形鉄筋の節形状を考慮した大規模な非線形解析を実行できる環境が整い，数値解析そのものは技術的に十分可能となりつつある．しかし，数値解析に先立つモデル構築（プリプロセス）において，節形状まで考慮した 3 次元モデルの作成は，依然として膨大な作業負荷をともなう．複雑な幾何形状を有する異形鉄筋を，多様な配筋条件に応じて個別にモデリングする過程は手作業に依存する部分が多く，その時間的・労力的なコストが詳細な数値解析を広く普及させる上での大きな障壁となっている．

こうした背景から，工業規格が定める幾何学的制約を満足しつつ，実物形状の特徴を反映した異形鉄筋の 3 次元モデルを，簡便かつ高精度に自動生成する手法の確立が求められている．そこで本研究では，異形鉄筋の 3 次元モデルを簡便かつ自動的に生成する手法を提案する．まず，付着性能に大きな影響を与える節形状について，指数関数に基づく数式モデルを用いてパラメトリックに再現する．さらに，JIS 規格[2)] が定める寸法条件を組み込むとともに，JIS 規格で定められていない部分の形状については，実物鉄筋の 3D スキャンデータを参照することで，幾何学的特徴の再現性を向上させる．また，提案手法は形状モデルの構築と同時に表面メッシュの自動生成も可能である．数値解析例を通して，複雑な配筋条件を有する実際の鉄筋コンクリート部材であっても，短時間で高精度に 3 次元モデルおよび表面メッシュの生成が可能であることを示す．

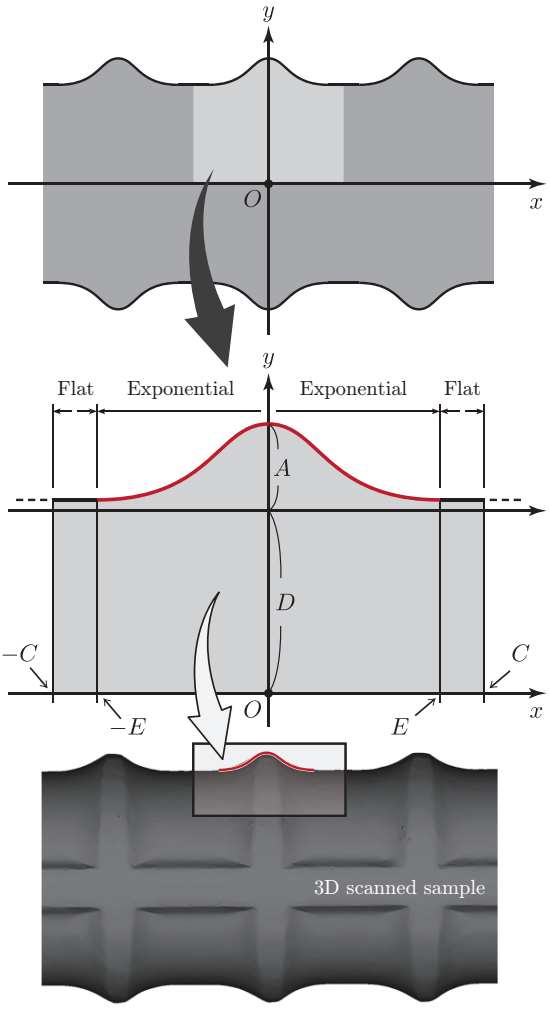


Fig. 1 3D modeling of deformed steel bar

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

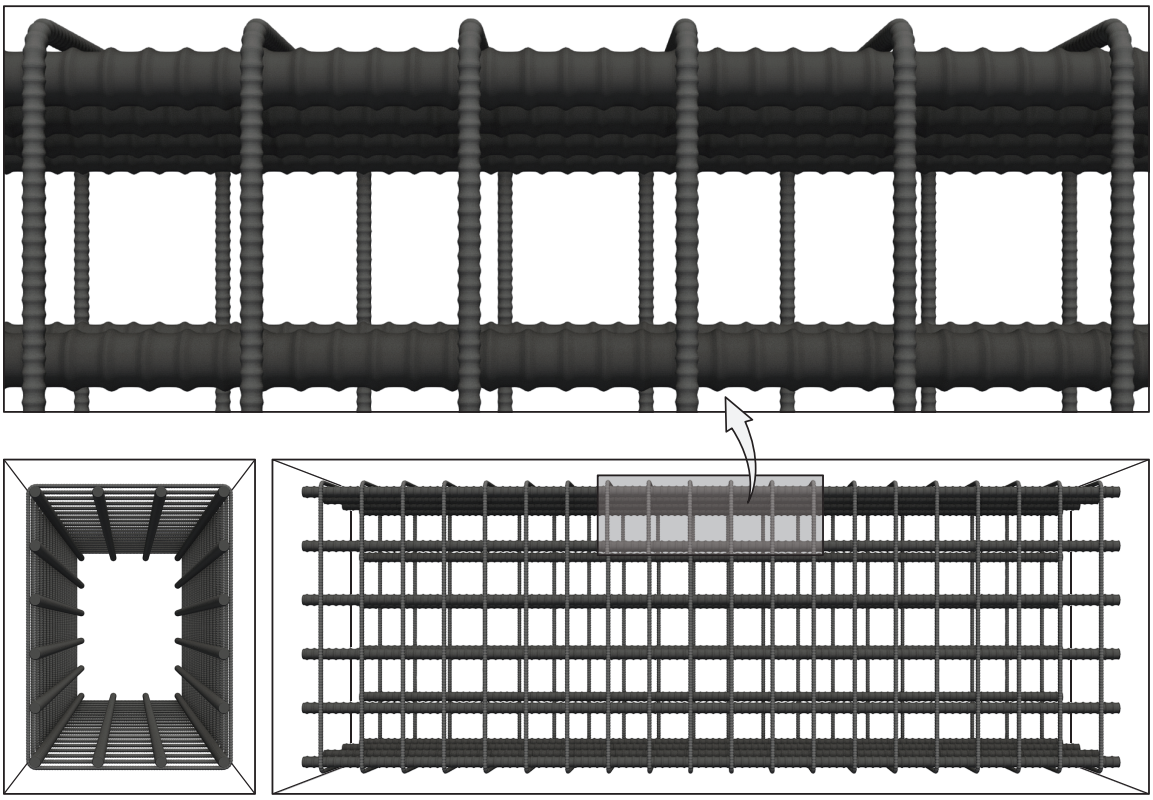


Fig. 2　3D models of longitudinal and shear reinforcements generated by the proposed method

2. 異形鉄筋モデルの自動生成手法

本研究では，異形鉄筋の 3 次元モデルを自動生成する手法を提案する．提案手法の特徴は以下のとおりである．

- 数式モデルを用いて，節形状の輪郭をパラメトリックに表現する．
- JIS 規格に定められた寸法条件を満足させる．
- JIS 規格に定められていない部分については，実物の異形鉄筋の 3D スキャンデータを参照し，実形状の特徴を反映させる．
- 3 次元形状の構築と同時に，表面メッシュも自動生成する．

Fig. 1 に示すように，次式の指数関数 $f(x)$ を用いて，異形鉄筋の節の輪郭線を表現する．

$$y = f(x) + D = Ae^{-Bx^2} + D \tag{1}$$

ここで，パラメータ A〜E は，異形鉄筋の種類（節形状）に応じて定まる量であり，それぞれの図的解釈は **Fig. 1** に示すとおりである．

JIS 規格で定めれている形状要件を満足するように，パラメータ A〜E を決定する．具体的には，JIS 規格において，公称直径，節の平均間隔の最大値，節の高さの最小値と最大値が定められており，これらを満足するようにパラメータ A, C, D, E を決定する．

異形棒鋼の JIS 規格では，節の高さや間隔に関する要件は規定されている一方，節の細部形状については明確な規定がない．JIS 規格で定められていない部分の形状については，実物の異形鉄筋の 3D スキャンデータを用いて，節の細部形状を再現する．具体的には，**Fig. 1** に示すように，3D スキャンデータの輪郭線と提案手法による再現形状を対照させることで，パラメータ B を決定する．

異形鉄筋を軸方向に周期的な軸対称構造とみなせば，円筒座標系を利用して，**Fig. 1** の y を半径成分として与えることで，異形鉄筋の 3 次元形状および表面メッシュを容易に自動生成することができる．

3. 数値解析例

実際の鉄筋コンクリート部材を対象に，提案手法を用いて鉄筋の配置と形状を 3 次元で再現した．部材の断面寸法 (mm) は 600×800，全長 (mm) は 2100 である．配筋は，D25 の軸方向鉄筋 16 本と D10 のせん断補強筋 20 本で構成される．

提案手法により，軸方向鉄筋 16 本およびせん断補強筋 20 本の 3 次元モデルと表面メッシュを自動生成した．生成した表面メッシュを STL 形式で出力し，可視化した結果を **Fig. 2** に示す．この結果から，多数の鉄筋が存在する複雑な配筋であっても，3 次元モデルと表面メッシュを一貫して自動生成できることが確認できる．これにより，配筋情報から自動生成までの一連のワークフローに対し，提案手法が高い実用性と拡張性を有することが示された．

4. おわりに

本論文では，鉄筋コンクリートの付着性能に大きな影響を与える節形状に着目し，異形鉄筋の 3 次元モデルおよび表面メッシュを簡便かつ自動で生成する手法を提案した．

参考文献

1) Goto, Y.: Cracks formed in concrete around deformed tension bars, *ACI Journal*, Vol. 68, pp. 244-251, 1971.
2) コンクリート標準示方書（規準編）JIS 規格集，土木学会，2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粗骨材と鉄筋の実形状を考慮した鉄筋コンクリートはりの３次元メゾスケール数値実験（シンポジウム講演概要）

Three-Dimensional Meso-Scale Numerical Simulation of Reinforced Concrete Beams Incorporating Realistic Aggregates and Reinforcement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

新田 祐太朗（茨城大） 伊藤 成央（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 車谷 麻緒（茨城大）
Yutaro NITTA, Ibaraki University
Nao ITO, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study presents a numerical method for simulating the three-dimensional meso-scale fracture behavior of reinforced concrete (RC) by incorporating the realistic geometries of coarse aggregates and deformed reinforcing bars. The geometry of coarse aggregates was captured using a 3D scanner and directly integrated into the numerical model, while the three-dimensional shape of the ribs on deformed bars was explicitly modeled in the finite element mesh. The crack propagation behavior in mortar was simulated using a damage model based on the modified von Mises criterion. Comparisons between numerical results and experimental observations demonstrated good agreement in terms of load-displacement response and crack growth, confirming that the proposed method can quantitatively reproduce the fracture process of RC beams.

１．はじめに

数値実験とは，実施が比較的難しい実験を現実で試す代わりにコンピューターの中で再現・解析する手法のことを指す．特に，鉄筋コンクリート等の破壊挙動をコンピューター上の数値解析で再現して評価する手法は，近年，活発に研究されている．現実の実験では，多大なコストと時間を要し，実験装置や供試体寸法に起因する制約も大きい一方，数値実験では，現実の実験では困難な条件設定を比較的容易に行うことができ，実施の負担も小さい．さらに，直接把握が困難な数値などを算出できる点においても，破壊挙動の検討に非常に有用である．

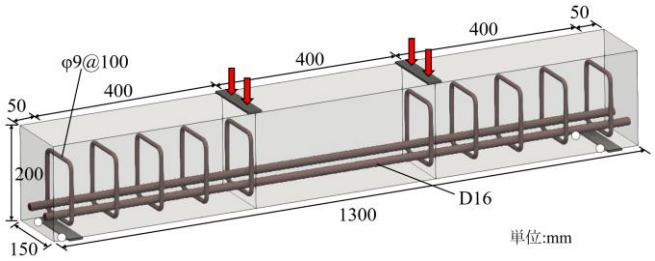
既往研究では，粗骨材の 3 次元形状や粒度分布を考慮した解析手法 [1]が提案されており，粗骨材を無作為に充填し，コンクリートの非均質性を高い精度で再現している．しかし，粗骨材の形状や分布の違いは，ひび割れの発生位置や損傷挙動に影響を及ぼすため，解析精度の向上には，より実物に近い形状を考慮することが重要である．

実験で観察される現象を数値解析上で忠実に再現するには，不規則なひび割れ挙動に加え，粗骨材や鉄筋の形状・分布を高い精度でモデル化する必要がある．本研究では，実物に近い鉄筋コンクリートの 3 次元モデルを構築し，数値解析を行うことで，ひび割れの進展過程を忠実に可視化し，変形の程度を視覚的に把握する．

２．数値解析手法

２．１ 粗骨材の形状と分布を反映したコンクリートのメゾスケールモデリング

粗骨材の複雑な形状を再現するため，実物の粗骨材 100 個を 3D スキャナでスキャンし，データを 100 個生成する．得られたデータに対して，拡大・縮小・回転の操作を行い，データ数を増加させる．本研究では，車谷らが考案した粗骨材の充填アルゴリズム [2]を用いる．粗骨材を鉄筋・粗骨材同士が重複しないように目標とする充填率に達するまで 3 次元空間内に無作為に選択・配置することで，実際のコンクリートに近いメゾスケールモデルを生成することが可能である．



図−1 曲げ破壊型 RC はりの寸法，支持・載荷条件

２．２ コンクリート・鉄筋の材料モデル

コンクリートの材料モデルには，車谷らが考案した損傷モデル [3]を適用する．損傷モデルの構成則は次式で表される．

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，D は損傷変数，$\boldsymbol{c}$ は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみテンソルである．

本研究では，コンクリートをモルタルと粗骨材の二相材料とする．各要素の体積のうちモルタルの体積率を V とする．粗骨材は損傷しないものとして，モルタルの損傷のみを考えると，損傷変数 $D(\varepsilon_e)$は次式となる．

$$D(\varepsilon_e) = 1 - \frac{\varepsilon_0\alpha_0}{\varepsilon_e}\exp\left\{-\frac{E\varepsilon_0\alpha_0}{G_f}h_e(1 - V)\left(\frac{\varepsilon_e}{\alpha_D} - \varepsilon_0\right)\right\} \tag{2}$$

ε_0 はモルタルの破壊発生ひずみ，h_e は要素長さ，G_f はモルタルの破壊エネルギーである．また，α_0 と α_D はそれぞれ次式の関係を示す値である．

$$E_m = \alpha_0 E,\ \varepsilon_m = \alpha_D^{-1}\varepsilon \tag{3}$$

E_m はモルタルのヤング率，ε_m は要素内のモルタルの等価ひずみ，ε は要素全体の等価ひずみである．本研究では，修正 von-Mises 基準に基づく等価ひずみを用いる．

鉄筋の材料モデルには，非線形等方硬化則に基づく von-Mises 塑性モデルを適用した．降伏関数 f は次式で表される．

$$f = \sigma_v - \sigma_y - Q\left(1 - e^{-bp}\right) \tag{4}$$

σ_vは von-Mises 相当応力，σ_yは初期降伏応力，p は相当塑性ひずみ，Q および b は鉄筋の非線形硬化パラメータである．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

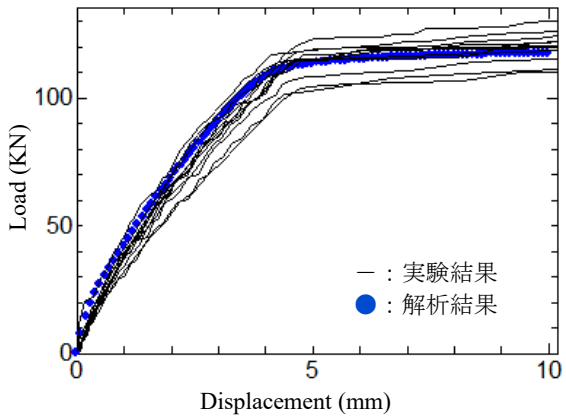


図-2　荷重-変位関係

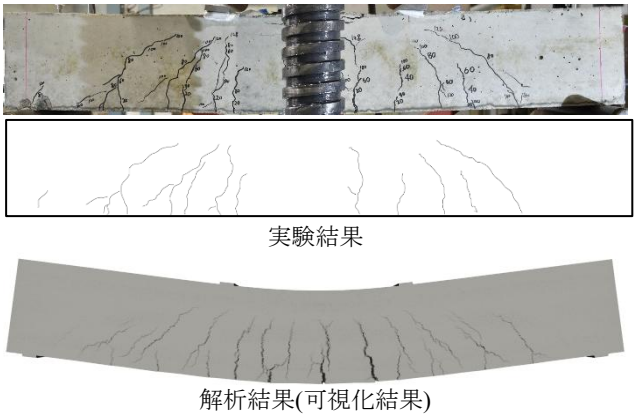


図-3　RC はりの実験結果と解析結果の比較

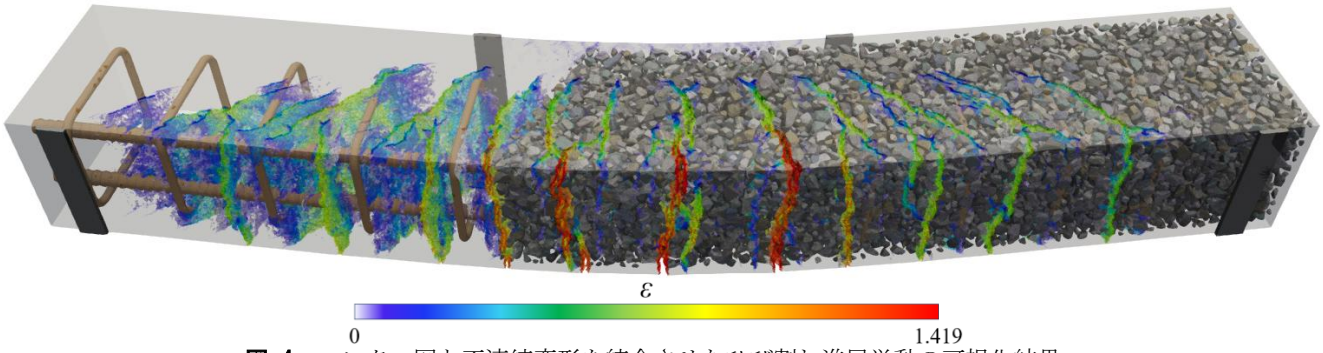


図-4　コンター図と不連続変形を統合させたひび割れ進展挙動の可視化結果

３．鉄筋コンクリートはりの数値実験とその可視化

３．１　実験概要および数値解析条件

本研究では，過去に実験をして，結果が出ている研究[4]で対象とされた RC はりを参考に，モデルを作成して数値シミュレーションを実施したのち，可視化を行った．**図-1** は，寸法，支持・載荷条件を含んだ曲げ破壊型 RC はりのモデルである．

有限要素モデルには四面体 1 次要素を使用し，載荷点には 10 mm の強制変位を与える条件で解析を実施し，粒度分布は規格内に収まるよう作成した．モルタルの材料パラメータはヤング率を 13 GPa，ポアソン比を 0.2，圧縮引張強度比を 15，破壊エネルギーを 0.1 N/mm，破壊発生ひずみを 0.0002 とする．粗骨材の材料パラメータはヤング率を 60 GPa，ポアソン比を 0.2 とした．鉄筋のパラメータはヤング率を 190 GPa，ポアソン比を 0.3，降伏応力を 380 MPa，非線形硬化パラメータ Q,b をそれぞれ 100 MPa，10 とする．また，解析結果と実験結果 [4]の荷重-変位関係を**図-2** に示す．解析結果から，曲げ破壊の特徴である延性的な挙動を適切に捉え，実験結果との良好な一致が確認できる．

３．２　ひび割れの可視化結果

本研究では，損傷を解析し，四面体要素をボロノイ状に分割して不連続変形に変換することでひび割れを可視化している．はじめに，実験結果（写真とトレース）と数値実験による解析結果を比較したものを**図-3** に示す．不連続変形のひび割れが複雑に進展していることが確認でき，実験と解析でほぼ合っていることが分かる．また，有限要素法の解析で得られた最大主ひずみに基づくコンター図を独自に作成し，連続的な色調変化を用いることで，部材の変形度合いを直感的に把握できるようにした．内部の様子を見やすくするために，一部の粗骨材を透明にして可視化したモデルを**図-4** に示す．ひび割れが粗骨材を回避して進展し，複雑で現実的な破壊挙動を再現できている．

４．おわりに

実物に近い形状の粗骨材や鉄筋を有する鉄筋コンクリートモデルを構築し，粗骨材の分布を考慮した損傷モデルを用いて数値解析を行った．その結果，高精度な可視化を可能にし，鉄筋コンクリートはりの破壊特性を捉えた複雑なひび割れ挙動を再現した．また，不連続変形のひび割れとコンター図を重ね合わせることで，変形の程度を直感的に把握できることを示した．

参考文献

1) 那須川佳祐，升井尋斗，車谷麻緒：粗骨材の形状と粒度を再現した鉄筋コンクリートはりの 3 次元メゾスケール破壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol，79，No.11，pp. 2300190，2023.
2) 車谷麻緒，中嶋貴将，渋澤駿斗，中畑和之：粗骨材の実形状を再現したコンクリートの 3 次元メゾスケールモデリング，土木学会論文集，Vol. 82, No. 15, 25-15015, 2026.
3) 車谷麻緒，加藤匠，佐々木浩武：非均質性を考慮した損傷モデルの定式化とその性能検証，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.75，No.1，47-54，2019.
4) 羽生隼輝，車谷麻緒：数値解析の V&V に向けた曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの Validation 実験，土木学会論文集，Vol.80，No.15，23-15016，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テンプレートモデルを用いた鋼橋点群の構造部材インスタンスセグメンテーション（シンポジウム講演概要）

Template-based structural member instance segmentation for steel bridge point cloud data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中溝　智也（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Tomoya NAKAMIZO, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: nakamizo.tomoya.tkb_gx@u.tsukuba.ac.jp

This study proposes an instance segmentation method for structural members of steel girder bridges toward finite element (FE) model reconstruction. The method employs a parametric bridge template model representing the basic structure and consists of two stages: main and secondary member recognition. Geometric parameters are estimated using kernel density estimation to generate an initial model. Main members are identified using normal-direction classification and template-based clustering, and their geometric parameters are estimated. Secondary members are extracted using spatial constraints derived from the template model and geometric pattern grouping. Validation with synthetic bridge datasets shows high segmentation accuracy for major members, with geometric errors within several tens of millimeters. These results demonstrate the effectiveness of a template-guided, structure-aware framework for reconstructing bridge FE models from point cloud data.

１．はじめに

近年，橋梁の維持管理の効率化・高度化に向け，点群データの利活用が進められている．著者らはこれまで，点群から既存橋梁の有限要素（FE）モデルを構築する手法について研究しており，部材レベルでの検証を行ってきた [1]．研究対象とする鋼橋は，コンクリート橋と比較して複雑な部材構成である．部材レベルでのモデル化を実現するには，座標や色情報のみを持つ点群がどの部材に属するかを判定するインスタンスセグメンテーションが必要となる．しかし，部材数の多さや点群計測におけるノイズ・データ欠損により，各部材を認識する手法は確立されていない．

そこで本研究では，鋼橋を構成する部材の幾何学的パターンに着目し，橋梁テンプレートモデルを用いた点群からの FE モデル構築手法の確立を目的とする．本報告では鈑桁橋を対象に，主部材分類と幾何モデル生成，ならびに副部材のインスタンスセグメンテーション手法を示す．

２．テンプレートモデルの定義と概要

桁橋の上部構造は，車両などが通る床版を主桁が支える構造をしている．これらの部材は構造の大部分を占めており，またどの橋梁にも共通して存在する主部材といえる．また，橋梁が満たすべき性能によって構成が異なっている横桁や対傾構などの部材は副部材と定義される．

本研究で提案する橋梁テンプレートモデルは，主部材である床版と主桁（I 桁）で構成し，各部材の寸法と位置をパラメータとして有したシェルモデルとした．橋軸方向をx，橋軸直角方向をy，鉛直方向をz軸と定義し，主部材の空間的な配置パターンを基に各テンプレートを配置する．また，I 桁テンプレートモデルは上下フランジ，ウェブで構成され，補剛材が任意に追加される仕様とした．このように，本研究では主部材をテンプレートモデルとして定義し，対象点群に合わせて初期テンプレートモデルを生成する．

３．提案手法

本手法は，構成要素の幾何学的なパターンに着目した，主部材認識と副部材認識の 2 ステップで構成される．テンプレートモデルを基に部材認識を実施し，分類した各部材点群から幾何構造を推定することでモデルを構築する．

橋梁点群から構造の概形を把握するため，座標系の正規化と構造寸法推定を行った．まず点群の前処理として FPS（Farthest Point Sampling）によるダウンサンプリング，点群法線ベクトル計算を実施した．次に，橋梁の主軸を推定しテンプレートモデルと座標系を整合させるため，主成分分析を適用した．第一主成分を橋軸方向，第二主成分を橋軸直角方向，第三主成分を鉛直方向と定義した．さらに，各軸方向に対してカーネル密度推定（KDE）を適用し，密度分布の形状から主桁の本数，位置および寸法を自動推定した．射影座標 x_iに対する密度関数は以下の式で与えられる．

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2h^2}\right) \qquad (1)$$

ここで nは点数，h はバンド幅である．橋梁点群を各座標軸方向へ射影すると，部材位置に対応して点が集中するため，密度関数の局所最大値を抽出した．閾値は，密度分布の低変動領域における平均値の 1.1 倍を相対閾値として設定した．さらに，密度関数が閾値以上となる区間を抽出した．y座標値 KDE から主桁のy位置および桁幅を算出し，z軸座標値 KDE から床版位置，桁位置および桁高を求めた．なお，床版の長さおよび幅は点群全体の最大・最小座標値から算出した．以上より，推定された構造寸法をもとに初期のテンプレートモデルを生成した．

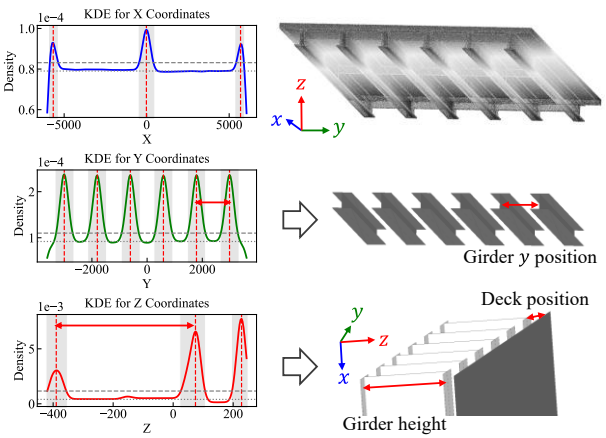
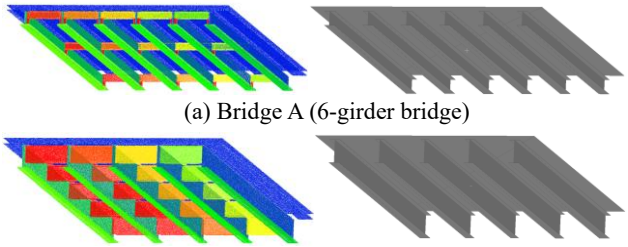


Fig. 1 Point clouds and KDE-based dimension estimation.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Bridge A (6-girder bridge)

(b) Bridge B (5-girder bridge)

Fig. 2 Structural member instance segmentation results (left) and constructed main-member template model (right).

次に，主部材の点群を識別するため，テンプレートモデルを基準とした主部材抽出処理を実施した．鋼構造物は直交的構成を有するため，部材主要面の法線方向は部材分類に有用である．特に，床版と主桁のフランジ面はz方向，主桁のウェブ面はy方向を向いている．そこで，各点の法線ベクトルの絶対値最大成分に基づきx, y, z方向面に分類した．次に，テンプレートモデルの各面との法線方向と距離に基づいて，点群をクラスタリングした．距離閾値は，実橋梁寸法を参考に試行錯誤の結果 200 mm と設定し，どの面にも属さない点は後述する副部材認識での候補点とした．

そして，分類した各クラスタの幾何構造を推定することでテンプレートモデルの幾何構造を更新した．具体的には，各クラスタの重心計算，および端部推定を実施した．端部推定には，ノイズ除去でよく用いられる統計的外れ値除去を適用し，ノイズの影響を低減したうえで部材の幾何寸法をロバストに推定した．以上より，算出した構造寸法をもとにテンプレートモデルを更新し，主桁および床版の幾何モデルを生成した．これにより，橋梁上部構造の基本的な部材配置および主要寸法を点群データから自動的に取得することが可能となる．

最後に，主部材の空間配置を利用して副部材の認識を行った．本検証で対象とした副部材は横桁および垂直補剛材である．本研究では，副部材が床版下かつ主桁間の限定された領域に配置され，さらに部材同士が直交するという構造的特性に基づき，テンプレートモデルを基準として探索空間を区間分割した．具体的には，主桁ウェブ，フランジで囲まれた補剛材領域および主桁間領域を定義した．各区間内において，法線方向分類によりx方向面をウェブおよび補剛材候補，z方向面をフランジ候補とした．その後，各領域内で DBSCAN（Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise）を用いて平板単位までクラスタリングを行った．主桁領域で得られたクラスタを補剛材として抽出した．横桁については，平板クラスタ間の幾何関係に基づき，直交関係および上下配置関係を満たす 3 面集合を同定することで横桁インスタンスを構成した．具体的には，直交関係を満たす重心位置が近い 3 つの面をグループ化した．以上のように，空間的制約と部材の幾何パターンを明示的に利用することで，副部材の検出を可能にした．

4．合成点群データを用いた検証

標準的な 6 主桁鈑桁橋（Bridge A）と 5 主桁鈑桁橋（Bridge B）の 3D モデルを作成し，メッシュ上に点群を生成したデータを用いた．3D モデルは Autodesk Fusion[2]を用いて作成し，著者らの先行研究 [1]で調査した実橋梁点群のノイズレベル，密度分布を用いて，それぞれ 100 万点サンプリングした．また，各点に部材インスタンスラベルを付与した正解データを作成し，提案手法により分類した点群のラベルと比較した．評価指標には，各点の予測ラベルと正解ラベルの一致に基づく IoU（Intersection over Union）を用いた．

Table 1 Instance-level IoU for each structural member (standard deviation).

		Bridge A	Bridge B
Deck		0.85	0.93
Main girders	Web	0.97 (3.8×10^{-3})	0.96 (8.8×10^{-3})
	Flange	0.97 (3.3×10^{-3})	0.91 (5.0×10^{-3})
Cross girders		0.91 (18.8×10^{-3})	0.95 (10.4×10^{-3})
Stiffeners		0.55 (86.9×10^{-3})	-

セグメンテーション結果を Fig. 2 に示す．両データともに主要な部材が検出できたことが確認された．一方，主桁の上フランジは床版に接していたことから，床版として誤分類されていた．どのインスタンスにも属さない未分類の点群は，主に床版や桁の板厚部分に多く見られた．これは板厚部など主要面に属さない点群に対応している．各部材の IoU を Table 1 に示す．床版以外の複数存在する部材については部材種別ごとの平均 IoU と標準偏差を示す．床版，主桁，横桁は両データともに高精度で分類できており，インスタンスごとの分類精度のばらつきも小さかった．一方，Bridge B にのみ存在する補剛材については，相対的に低い結果となった．各インスタンスの点数が平均 150 点程度で相対的に少なく，横桁との近接により誤吸収される傾向が確認された．また，推定した幾何構造においては，位置および寸法の誤差は概ね数 mm〜十数 mm 程度であり，橋梁スケールに対して十分小さい誤差であることを確認した．

5．結論

本研究では，鋼橋点群データから FE モデル構築を目的とした構造部材インスタンスセグメンテーション手法を提案した．橋梁テンプレートモデルを基準とし，法線方向に基づく分類により主部材を同定するとともに，推定された寸法に基づき主部材の幾何モデルを生成した．さらに，主部材に基づく空間制約と部材の幾何パターンを利用することで，副部材のインスタンスセグメンテーションを実現した．合成点群を用いた検証の結果，主桁および横桁については高精度な認識が可能であることを確認した．本研究は，橋梁構造の知識を明示的に利用することで点群から構造部材を自動モデリングする枠組みを示したものである．今後は，部材接合関係の同定に基づく副部材モデル化を行うとともに，構築した FE モデルの妥当性検証を進める．

謝辞

本研究は JST 創発的研究支援事業 JPMJFR205T 及び, JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2124 の支援を受けたものです．

参考文献

1) T. Nakamizo and M. Nishio: Shell Model Reconstruction of Thin-Walled Structures from Point Clouds for Finite Element Modelling of Existing Steel Bridges, Sensors, 25 (13), 4167, 2025.
2) Autodesk Inc.: Autodesk Fusion , software, https://www.autodesk.com/jp/education/edu-software/fusion, Accessed March 3, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

深層学習による橋梁点群からの部材接続グラフ推定（シンポジウム講演概要）

Deep learning-based estimation of structural component connectivity graph from bridge point clouds
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

保坂　拓夢（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Takumu HOSAKA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: s2210657@u.tsukuba.ac.jp

This study develops a prediction method of structural topology graph from bridge point cloud data for uses in efficient maintenance and digital twinning. The method consists of the processes of component-level segmentation, clustering to extract instances, and prediction of infer connectivity between instance pairs to form component connectivity graphs. The method was evaluated on the SemanticBridge dataset, an opened dataset of bridge point clouds. Experiments show major components are segmented accurately, whereas bearing remains difficult. Bearing-related instance noise degrades graph quality, highlighting the need to handle small but critical components. Training connectivity estimation in the predicted-instance space (Pred train) improves robustness against instance extraction errors and suppresses false-positive edges. The proposed method enables reliable connectivity prediction for bridges where bearings are appropriately recognized.

１．序論

近年国内では、特に高度経済成長期に整備された橋梁を中心にインフラ構造物の老朽化対策が課題となっている．現在の定期点検体制では近接目視が求められるが、人員と予算の制約が大きく、特に技術者不足が深刻な地方自治体では継続的な実施が難しい。一方、レーザー計測等で得られる点群データは、構造物を非接触かつ高密度に 3 次元計測でき、構造状態に関する情報が得られる手法として注目されている。しかし、点群自体は単なる点の集合であり、床版・桁・橋脚・橋台・支承といった多数の機能の異なる部材で構成される橋梁では、部材区分や部材間の接続関係といった情報がなければ上手く活用できない。そのため、構造全体の点群を取得しても維持管理に必要なデータとするには多くの手作業が必要となる。点群を BIM/CIM やデジタルツインの運用に活かすには、点群から構造情報の明示的な表現を効率的に獲得することが重要となっている。

そこで本研究では、構造全体の点群から部材識別して部材接続関係推定を行い、「部材接続グラフ」として可視化する深層学習手法を構築し、橋梁の点群データを対象として、その精度と妥当性を検証する。

２．提案手法

Fig. 1 に本手法の部材接続関係推定のプロセスを示す。入力は橋梁の点群データ、出力はノードが部材インスタンス、エッジが部材間接続を表す部材接続グラフである。本手法は「部材抽出モデル」と「接続関係推定モデル」の 2 つの深層学習モデルで構成した。まず点数・密度のばらつきに対処するため、点群を橋軸方向に一定の長さで 50%の重なりを設けながらブロック分割し、ダウンサンプリングで点数を揃える。次にこの前処理を施した各ブロックの点群を入力として、PointNet++[1]による「部材抽出モデル」でセマンティックセグメンテーションで各点を床版・桁・橋脚・橋台・支承の 5 クラスに分類し、点群座標に基づいて橋梁全体へ統合する。そして、同一クラス内でのクラスタリングでインスタンス化を行い、例えば「橋脚 1」「橋脚 2」というように、部材インスタンスを抽出する。

「接続関係推定モデル」は Fig.1 中に示すように、PointNet[2]で抽出した各部材インスタンスの形状特徴を点群から集約し、多層パーセプトロン(MLP)で接続確率を推定する。そして部材インスタンス間の接続確率を隣接行列 Adjacency Matrix で表し、閾値で接続・非接続かを決定する。深層学習モデルの学習では、損失関数と最適化手法にそれぞれ、「部材抽出モデル」で多クラス分類の交差エントロピーと AdamW、「接続関係推定モデル」で二値交差エン

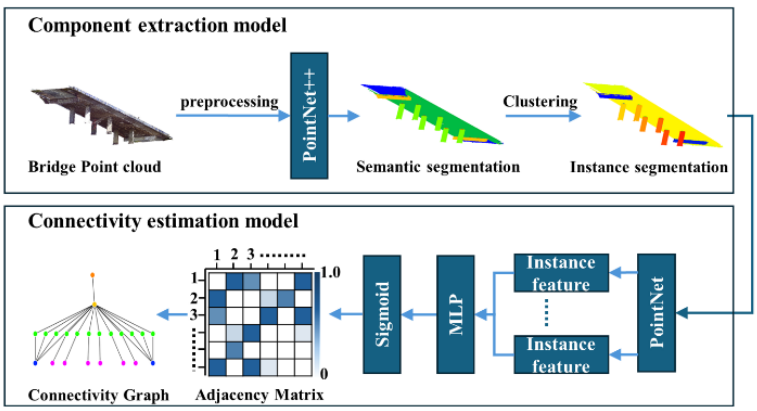


Fig.1　Deep learning based pipeline for bridge component connectivity graph generation



Fig.2 Test data of bridge point cloud
(above: Bridge_2, below: Bridge_6)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Results of semantic segmentation

	Bridge_2	Bridge_6
mIoU	0.761	0.902
Deck IoU	0.997	0.962
Girder IoU	0.977	0.967
Pier IoU	0.973	0.994
Abutment IoU	**0.452**	0.873
Bearing IoU	**0.409**	0.713

トロピーと Adam を用いた。また「接続関係推定モデル」では、Hungarian 法により総 Intersection over Union (IoU)が最大となるよう，予測インスタンスと正解インスタンスの対応付けを行った。ここで正解インスタンスと対応が得られない予測インスタンスは「誤検出インスタンス False-positive (FP) instances」とラベル付けされる。

3．実橋梁点群データを用いた検証

本研究の検証は、無償公開されている橋梁点群データセット SemanticBridge[3]を用いた。実橋梁 20 橋の点群で構成されている。ここでは、20 橋のうち Fig.2 に示す「Bridge_2」と「Bridge_6」をテストデータとして，17 橋を訓練データ、1 橋を検証データとした。アノテーションでは、点群の各点に床版・桁・橋脚・橋台・支承のセマンテックラベルと部材インスタンスラベルを付与し、さらに部材インスタンス間の正解接続関係ラベル（隣接行列）を作成した。

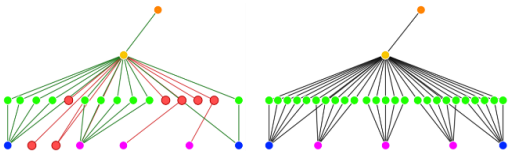
Table 1 は、テストデータでのセマンティックセグメンテーションの精度を示したものである。全クラスの IoU 平均値である mIoU は Bridge_2 で 0.761，Bridge_6 で 0.902 と異なる分類精度であった。これは特に Bridge_2 で橋台と支承の IoU が 0.5 より小さく分類精度が低かったことによる。Bridge_2 では支承部材が小さく各支承の形状が点群上で捉えにくいのに対し、Bridge_6 では支承形状が比較的明瞭であることによると考えられる。また Bridge_6 の支承の数は 12 と Bridge_2 の 25 より少なく、橋脚上で空間的に疎に配置されており、同一のクラスタリング条件でもインスタンス化が安定しやすかったと考えられる。Bridge_2 では、数多くの支承が密に配置されていることから、25 のうち 13 個の支承インスタンスの見落としがあった。また、予測と正解インスタンスの対応付けでは、FP instances が Bridge_2 では 38 個、Bridge_6 では 42 個発生した。

「部材抽出モデル」でインスタンス化した点群を「接続関係推定モデル」に入力するとき、誤検出された FP instance ラベルに分類された点が出力に大きく影響する。そこで本研究では、部材抽出モデルの出力の誤差を学習時に取り込むため、アノテーションで作成した正解インスタンスではなく、予測インスタンスで隣接行列の訓練データを構成する学習「Pred train」を行った。Table 2 に、接続関係推定結果を正解インスタンスに基づく学習「GT train」と比較して示す。Pred train によって、誤接続を大幅に抑制できたことで適合率 Precision は Bridge_2 で約 3.1 倍、Bridge_6 で約 4.7 倍に向上した。一方、Pred train での再現率 Recall は GT train よりも低い。これは Pred train では、訓練データ作成時の部材抽出で見落とした部材を含む正解接続関係を定義できないため、その接続を学習できないことが要因と考えられる。

予測された接続行列から接続・非接続を判定して得られた部材接続グラフを、Bridge_2 と Bridge_6 それぞれについて Fig.3 と Fig.4 に示す。各図の(a)は推定結果、(b)は正解を示す。ここでは、セマンテッククラスをもつ部材インスタンスがノードとなり，それらが隣接行列に基づいて接続されている。Fig.3 より、Bridge_2 では、支承部分で付与された FP instance クラスの点群により予測接続グラフの精度は低くなっているが、Fig.4 の Bridge_6 では支承部の FP instance が少なかったため、比較的妥当な接続グラフを構築することができた。このことから、部材抽出誤差が接続関係推定結果に影響し、接続グラフの精度に影響を与えることが示された。

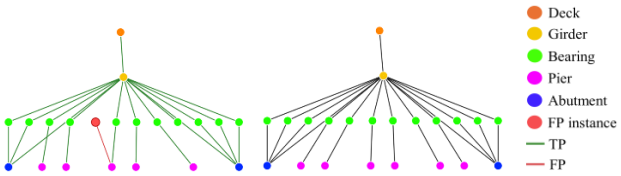
Table 2 Connectivity prediction performance for GT-train and Pred-train

	Bridge_2		Bridge_6	
	Pred train	GT train	Pred train	GT train
Precision	**0.676**	0.220	**0.960**	0.208
Recall	0.434	**0.509**	0.889	**1.00**



(a) Predicted (b) Ground Truth

Fig.3 Bridge component connectivity graph of Bridge_2



(a) Predicted (b) Ground Truth

Fig.4 Bridge component connectivity graph of Bridge_6

4．結論

本研究では、橋梁点群を維持管理で扱える構造情報へ変換するため、部材抽出モデルと接続関係推定モデルを連結し、部材インスタンスをノード、部材接続をエッジとする部材接続グラフを自動生成する手法を提案した。実橋梁点群を用いた検証により、予測インスタンス空間を前提に接続関係を学習する Pred Train により、部材抽出時の誤差がある状況であっても FP instances による誤接続の生成を大幅に抑制することができ、グラフ精度を向上できることを確認した。これにより、点群取得後の部材単位の構造把握の表現を自動で得られる見通しを得た。今後は、特に支承などの小部材の抽出の精度向上に加え、生成グラフを用いて部材抽出結果の修正や、接続の方向つまり支持方向を含む接続関係の多様化をめざし、より高精度かつ実用的な構造表現の生成を目指す。

参考文献

1) Qi, C. R., et al. (2017). Pointnet++: Deep hierarchical feature learning on point sets in a metric space. *Advances in neural information processing systems*, 30.
2) Qi, C. R., Su, H., Mo, K., & Guibas, L. J. (2017). Pointnet: Deep learning on point sets for 3d classification and segmentation. *Proc.IEEE conference on computer vision and pattern recognition* (pp. 652-660).
3) Kellner, M., Cervantes, M. F., Pan, Y., Lu, R., Brilakis, I., & Reiterer, A. (2025). SemanticBridge--A Dataset for 3D Semantic Segmentation of Bridges and Domain Gap Analysis. arXiv preprint arXiv:2512.15369.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

パラメトリックモデルに基づく点群からの3次元モデル構築における未想定構造に対する不確実性評価手法（シンポジウム講演概要）

Uncertainty Quantification for Unanticipated Structures in Parametric 3D Model Construction from Point Clouds
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石川　大智（東京大・工）　本田　利器（東京大・新領域）　全　邦釘（東京大・工）
Taichi ISHIKAWA, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
Pang-jo CHUN, The University of Tokyo
E-mail: tishikawa08c@gmail.com

With the growing availability of 3D sensing technologies, parametric model-based approaches for 3D model construction have gained increasing attention. Although numerous methods employing parametric models have been proposed, approaches that rely on pre-training require robust uncertainty quantification when the input data correspond to structural types not anticipated during training. This study proposes a method for appropriately quantifying uncertainty in parametric model-based 3D model construction from point clouds, particularly for structurally unanticipated inputs. In particular, the introduction of ensemble-based techniques was found to exhibit more desirable uncertainty behavior for inputs that were not observed during training.

1. はじめに

デジタルツインを用いた維持管理の効率化や損傷診断の正確化を目的として，橋梁をはじめとしたインフラ構造物における3次元モデルの構築が注目されている．近年，図面や点群といった様々なデータ形式から可能な限り省力的な手法が多数提案されており，その一つの潮流として，パラメトリックモデルと呼ばれるデータフレームの利用に基づく研究が存在する．この枠組みでは，対象の図面や点群に対し，手動での選定や形状最適化，事前学習されたニューラルネットなどを用いて適切なパラメトリックモデルを選定することで，3次元モデルの構築が行われる．

本研究では，パラメトリックモデルの事前学習による手法に着目し，適切なパラメトリックモデル選定時の不確実性評価において，未想定構造に対してロバストな手法の提案を行う．具体的には，ベイズ深層学習に基づく不確実性評価手法に比べ，より柔軟な不確実性評価が可能なアンサンブル手法を用いた不確実性評価手法を構築する．

2. パラメトリックモデルによる3次元モデル構築

パラメトリックモデルは，汎用形状の種類（以下，形状クラス）とその形状を特定するのに必要な最小限の独立パラメタ（以下，形状パラメタ）によって規定されるデータフレームである．近年，インフラ分野においてその活用が注目されており，例えば，国土技術政策総合研究所は，橋梁3次元モデルの作成に係る作業コストを省略するためにその活用を推進している．

パラメトリックモデルの事前学習による手法では，橋梁点群を各部位にセグメントし，各部位に対して適切なパラメトリックモデルを探索することを考える．その際，探索を効率化するために，想定する橋梁点群に対し予め適切なパラメトリックモデルを出力するようにニューラルネットを事前学習しておき，それを用いて同定を行う．事前学習にあたり，ニューラルネットが各パラメトリックモデルにおける各パラメタの3次元空間上での意味を学習している必要がある．そこで，候補として用意した複数のパラメトリックモデルから，形状パラメタの値を様々に変化させながら点群として複数サンプリングする．このように生成した点群を入力として，サンプリング時の形状クラス・パラメタを予測するようにニューラルネットを学習させることにより，パラメトリックモデルの事前学習が達成される．

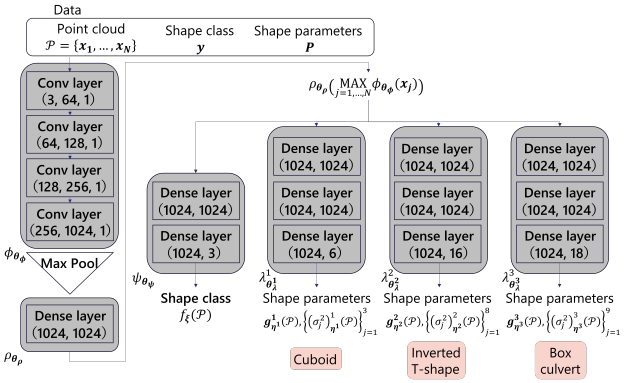


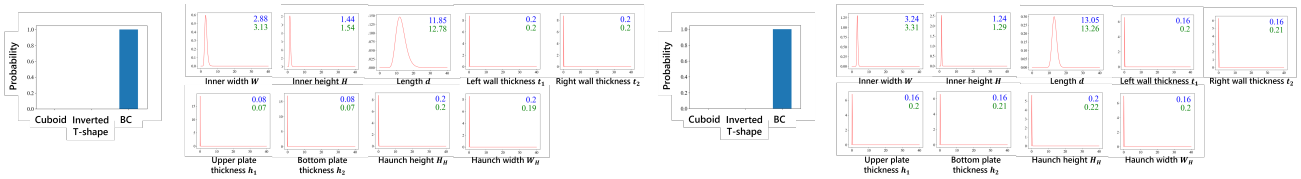
Fig. 1　Network Architecture.

3. 未想定構造に対する不確実性評価

パラメトリックモデルの事前学習に基づく手法では，学習させておくパラメトリックモデルはエンジニアリングジャッジにより選出されることを想定している．一方で，技術者のミスジャッジや使用先の変更，技術進歩などに起因して，結果として予め想定されるパラメトリックモデルに含まれない構造が対象となる場合も考えられる．そのような場合，入力データは予め学習に用いられたデータに含まれないものとなり，不確実性評価に問題が生じうる．すなわち，統計的な不確実性評価手法では，学習時に存在しないデータについてはどのように振舞うべきかの情報がないために，学習データ近傍での不確実性しか正しく表現できない．実際，重みを確率変数として扱うことにより確率的推定を可能にする深層学習手法であるベイジアンニューラルネット（BNN）では学習時に存在しないデータに対して不確実性が過信的になりやすいことが指摘されている．

BNNの上述した性質に対して，近年，アンサンブルに基づく不確実性評価手法である Deep Ensembles[1] が注目されている．Deep Ensembles は，同一のニューラルネットを別

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Predictive distributions（Deep Ensembles）　(b) Predictive distributions（Monte Carlo Dropout）

Fig. 2　Predictive distributions of shape class and parameters for target bridge point clouds.

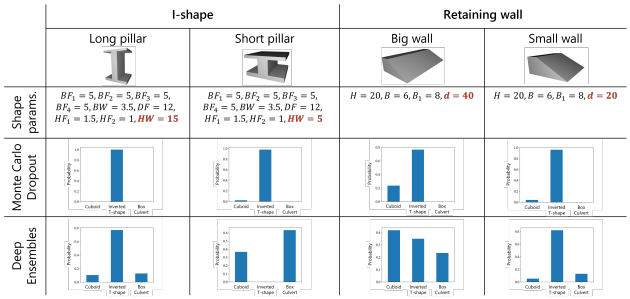


Fig. 3　Predictive distributions of shape classes for unknown structures.

の初期値から複数独立に，適切な損失関数を用いて学習させることにより，各モデル出力のアンサンブル平均を用いて不確実性を推定する手法である．本手法の性能の理由については完全に解明されているとはいえないが，重みに特定の分布を仮定しないことや，損失関数の多様なモード探索が可能であることから，学習時に存在しないデータについてより適切な不確実性評価が可能という結果が多数確認されている．そこで本研究では，パラメトリックモデルで未想定な構造に対しより適切な不確実性評価を行うことを目的に，Deep Ensembles を用いた不確実性評価を提案する．

4.　実証分析

レーザー計測を用いて橋梁の点群を取得し，提案手法の有効性について分析した．計測機器には LiDAR 機能を搭載したスマートフォンにおける点群計測ソフト（Scaniverse）を使用した．対象橋梁は，構造形式がボックスカルバート，橋長が約 12.5m，幅員が約 3.3m，高さが約 2.0m である．なお，本橋梁については原形状が単純なため，橋梁全体を 1 つのパラメトリックモデルで表現するが，より複雑な形状では事前の点群セグメンテーションが必要である．

学習データとして使用するパラメトリックモデルは 3 種類とし，直方体形状，逆 T 型形状およびボックスカルバート形状を設定した．はじめに，各形状における端点の座標を定義し，それらからメッシュデータを作成することにより，点数 1,000 の一様サンプリングを通じて表面から点群のサンプリングを行った．その際，各種類の点群の形状パラメタの値を様々に変更しつつ，5,000 個ずつ作成して学習データとした．各形状パラメタの摂動は，対象橋梁の寸法を包含するように決定した幅をもつ一様分布に従って与えることとした．**Fig.1** に，実証分析で用いたモデルの構造を示す．活性化関数は，形状クラスを推定する最終層で softmax 関数，各形状パラメタの平均および分散（の対数）を推定する最終層で恒等関数とし，それ以外の層では ReLU を用いた．学習におけるエポック数は 100，バッチサイズは 32 とし，重みの最適化手法には Adam を用いた．

Fig.2 に，対象橋梁の形状クラス・パラメタの予測分布の推定結果を示す．**Fig.2** においては，形状クラスの予測確率が最も高く算出されたボックスカルバート形状を構成する 9 つの形状パラメタの予測分布のみ示している．形状パラメタの予測分布に付記した値はそれぞれ，青色が各分布における最頻値，緑色が各分布における平均値を表している．形状パラメタについて，最頻値を用いると，橋軸方向の奥行 $d = 11.85$m，高さ $H + h_1 + h_2 + 2 \times H_H = 2.0$m，幅員 $W + t_1 + t_2 + 2 \times W_H = 3.68$m として計算されるため，対象橋梁と比較すると，ある程度合理的な形状が推定されている．なお，推定される不確実性の比較のため，BNN の代表的手法である Monte Carlo Dropout[2] による予測分布の算出結果も併記している．**Fig.2** より，非主要なパラメタを含め，両者は近しい推定結果となっていることがうかがえる．すなわち，対象橋梁の形状クラス・パラメタが学習データ内に含まれる場合は，どちらの手法でも不確実性の推定に大きな違いはない結果となった．

また，未想定構造に対する不確実性評価に関しても検討を行った．学習データに含まれない構造として，I 型構造と（重力式）擁壁構造の 2 種類を用いた．これら 2 種類の形状から，上述したプロセスと同様に，点群を作成した．この際，I 型構造については高さパラメタのみを変化させて，短柱と長柱の 2 種類を，擁壁構造については奥行パラメタのみを変化させて，大擁壁と小擁壁の 2 種類を用意した．これら 4 種類の点群を上記で学習済みのモデルに入力し，形状クラス・パラメタの予測分布の算出を行った．

Fig.3 に，各種類の点群に対し推定された形状クラスの予測分布を示す．**Fig.3** より，どの形状においても Deep Ensembles を用いた場合の方が，予測時に曖昧さが生じていることがうかがえる．パラメトリックモデルで未想定の構造に対しては，予測のばらつきが生じ大きな不確実性が推定されることが期待されるが，Deep Ensembles による予測分布の推定の方がより望ましいという結果となった．

5.　おわりに

本研究では，パラメトリックモデルの事前学習に基づく点群からの 3 次元モデル構築において，未想定構造に対するロバストな不確実性評価手法を提案した．今後の課題として，より大規模な橋梁点群への適用の蓄積があげられる．

謝辞：本研究（の一部）は，内閣府総合科学技術・イノベーション会議の戦略的イノベーション創造プログラム（SIP）第 3 期「スマートインフラマネジメントシステムの構築」JPJ012187（研究推進法人：土木研究所）によって実施された．ここに記して感謝の意を表する．

参考文献

1) Lakshminarayanan, B., Pritzel, A., and Blundell, C.：Simple and scalable predictive uncertainty estimation using deep ensembles, *Advances in NIPS*, 30, 2017.
2) Gal, Y. and Ghahramani, Z.：Dropout as a Bayesian approximation: Representing model uncertainty in deep learning, *Proceedings of the 33rd ICML*, pp.1050-1059, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用〜デジタルツインから量子計算まで〜）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[12016] インフラデジタルツインのためのMCPによるデータ連携・ツール共有・知識共有化（シンポジウム講演概要）

*本田 利器[1] (1. 東京大学)

16:40 ~ 16:55

[12017] マルチスケール大気モデル（MSSG）による微気象解析のための入力データの自動構築（シンポジウム講演概要）

*本田 和也[1]、中瀬 仁[1]、松田 景吾[2]、杉山 徹[2]、栗原 祐也[3]、亀田 敏弘[3]、清野 友規[4] (1. 東電設計株式会社、2. 海洋研究開発機構、3. 筑波大学、4. 横浜国立大学)

16:55 ~ 17:10

[12018] 都市規模の地震被害評価のための最適センサー配置と逐次ベイズ更新（シンポジウム講演概要）

*湯 東暘[1]、Sukulthanasorn Naruethep[1]、野村 怜佳[1]、郭 佳[2]、大野 晋[1]、野島 和也[3]、森 篤史[3]、佐藤 誠一[3]、櫻庭 雅明[3]、寺田 賢二郎、森口 周二 (1. 東北大学、2. 京都大学、3. 日本工営株式会社)

17:10 ~ 17:25

[12019] 不均一分散変分オートエンコーダに基づく静的データ融合のための生成フレームワーク（シンポジウム講演概要）

*ダルマシリ ミゲルアラチラゲカスンマドゥサンカ[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

インフラデジタルツインのための MCP によるデータ連携・ツール共有・知識共有化（シンポジウム講演概要）

MCP-based Data Integration, Tool Sharing, and Knowledge Sharing for Infrastructure Digital Twins (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

本田　利器（東京大学）
Riki HONDA, University of Tokyo
E-mail: rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

The data platform for digital twins of infrastructure should be capable to manage the relationships among highly diverse data sets. Considering the property of infrastructure data, we developed a data integration platform using the MCP protocol to connect data and tools developed in the SIP project, and conducted a proof-of-concept (POC) targeting several use cases. The POC demonstrated that establishing these relationships as procedural knowledge when conecting data and tools via MCP effectively supports the stable operation of large language models (LLMs).

1．はじめに

社会インフラの維持管理において，デジタルツイン技術や BIM/CIM の導入が推進されている．国土交通データプラットフォーム等のオープンデータ整備も進むが，データは公開するだけでは活用されず，科学技術を反映させる環境が必要である [1]．国土交通データプラットフォームや xROAD 等により多様なデータが蓄積されつつあるが，インフラのデータは長年にわたる蓄積があるため，紙ベースのデータであることも多く，また，データフォーマットや用途が多様であるため，汎用の共通フォーマットの策定は困難であり，用途に応じたデータスキーマを定めた上で，それらを相互に変換・接続できるデータ連携基盤が求められている．

そのような背景をふまえ，SIP スマートインフラマネジメントシステムの構築におけるサブ課題 D「サイバー・フィジカル空間を融合するインフラデータベースの共通基盤の構築と活用」（以下，「SIP プロジェクト」）では，デジタルツインの運用基盤の構築，多様なインフラデータの自動変換基盤技術，DuCOM-COM3[3]等によるシミュレーションを用いた維持管理のためのデジタルツイン，都市環境評価のためのデジタルツインが研究課題となっている [1]．

本報告では，SIP プロジェクトで開発されたデータやツールを MCP で接続するデータ連携基盤を構築し，ユースケースを想定した概念実証を通じて，手順書・知識の整備と共有化について検討した結果を述べる．

2．MCP によるデータ連携

SIP プロジェクトでは，汎用の共通データフォーマットを策定するのではなく，用途ごとに特化したデータスキーマを定め，それらを相互変換することでデータの接続性を確保するアプローチを提案している．データが有効に活用されるためには，一般的なメタデータに加え，データの「素性」（例えば，3D モデルやシミュレーション結果がどのデータから，どのように生成されたのか，等）も重要な情報である．そのため，データ連携においては，他のデータとの関連性やデータの処理方法などの情報も保持することが求められる．

そのような関係性は非常に多様であり，かつ動的に変化するため，事前にスキーマを固定するリレーショナルデータベースでの管理は容易ではない．近年はナレッジグラフを利用して LLM の検索を強化する GraphRAG 等の手法も広まっている．一方，2024 年 11 月に Anthropic 社が公開した MCP（Model Context Protocol）[2]は，LLM と外部ツール・データソースを接続する標準プロトコルであり，多様なデータスキーマやツールをプロトコルレベルで統合できる基盤技術として普及が進んでいる．MCP を用いることで，LLM が自然言語の指示に基づいて異種データの取得・変換・可視化を自律的に連携できる．

インフラのデータは点検記録，3D モデル，シミュレーション結果，センシングデータなど形式やスキーマが非常に多様である．このような異種データを統合的に扱うためには，個々のデータ形式の差異を柔軟に解釈できる仕組みが求められる．そこで，LLM と外部ツール・データソースの接続プロトコルである MCP を利用し，LLM が異種データ間の形式・構造・意味の違いを解釈しながらデータを連携する方法を検討する．

2.1　データ連携基盤

データ連携基盤は，MCP Host（LLM アプリケーション），MCP Client（接続管理），MCP Server（ツール・データ提供）の 3 要素で構成されるものとした．

MCP Server 群はデータ取得層（点検データ・統計・災害リスク・道路ネットワーク等），分析・変換層（3D モデリング・データ形式変換），可視化・出力層（地図・シミュレーション可視化），知識・検索層（手順書・技術文書の横断検索）の 4 層構成で設計されている．LLM はユーザーの自然言語指示を受けてタスクを分解し，適切な MCP サーバーを自律的に選択・連携する．

2.2　開発ツールの共有

MCP に対応した CAD ソフトウェアを活用することで，LLM が既存の点検データやテンプレート，手順書を参照しながら橋梁の諸元データ（スパン長，幅員，桁高等）に基づく 3D モデルを簡易に作成できる．本プロジェクトでは FreeCAD MCP サーバーを用いてパラメトリックモデルの自動作成や FEM 解析の実行を検証した．

データ形式変換については，SIP プロジェクトで作成された XML 形式の形状データから IFC や GLB 等の 3D モデル形式への変換パイプラインを MCP サーバーとして実装した．座標系や要素番号体系はデータソースごとに異なるため，その違いを手順書に留意事項として記載し，LLM が変換時に参照できるようにした．

2.3　知識の共有化と活用

データ間の関係性等を管理するため，これを記述する知識を LLM が解釈することを想定したドキュメントとして保持する．これにより，リンクの方向性やラベルのような情報に加え，データ処理に用いるツールやコンテキストなどの詳細な情報を保持

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

できる．具体的には，LLM が活用する知識を宣言的知識（Declarative：事実・定義）と手続き的知識（Procedural：手順・操作）に分類し [4]，マークダウン形式で体系化した．これらの知識は MCP サーバーを通じて LLM がタスク実行時に適切な手順書や定義を参照できる構成とした．

MCP によるデータ連携環境の適用範囲を示すため，6 つのユースケース（3D モデルによる点検可視化，洪水シミュレーション可視化，FEM 解析，道路ネットワーク分析，熱中症リスク分析，BIM/CIM 文書検索）を設定し，各ユースケースの実行を通じて手順書・知識の有用性を検証した．手順書や知識は再利用可能な部品として整備されており，LLM がこれらを新たに組み合わせることで未知のユースケースにも対応できる可能性を示した．

3．概念実証の結果と課題

概念実証では，Claude Code（CLI）を MCP Host として複数の MCP サーバーと知識ベースを用いた検証を実施した．単一 MCP サーバーの呼び出しは安定して動作し，複数サーバーの連鎖（橋梁検索→点検データ取得→3D モデル作成等）も手順書を参照することで動作を確認した．手順書がない場合には LLM の判断にばらつきが生じるケースがあり，手順書・知識の整備が精度向上に寄与することを確認した．

Fig. 1 にアーキテクチャの概要を示す．既存のデータベースや SIP プロジェクトで開発した技術を連携させる構成となっている．Fig. 2 に MCP サーバーの UI 案を示す．データ，ツール・手順書のそれぞれの MCP サーバが管理されている．

Fig. 3 にユースケース別マップビューアを示す．UC1（3D モデル点検可視化），UC2（洪水シミュレーション），UC3（FEM 解析），UC4（道路ネットワーク），UC5（熱中症リスク）の各データ分布を地図上に可視化し，空間的な対象範囲を確認できる．ただし，大容量データ処理時のコンテキストウィンドウの制約，MCP サーバー間のデータ形式の

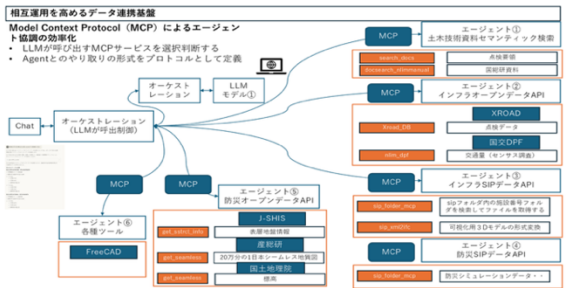


Fig. 1 MCP-based data integration and analysis orchestration architecture.



Fig. 2 Integrated dashboard of MCP servers: data, tools and knowledge.

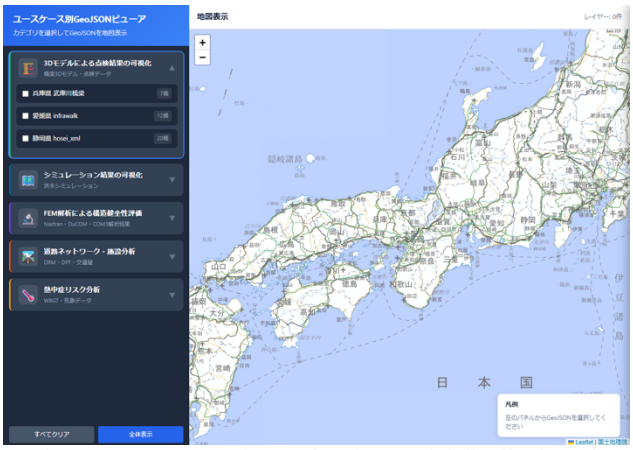


Fig. 3 Use case map viewer showing spatial distribution of UC1–UC5 data.

不一致，LLM 判断のばらつき等の課題があることも明らかとなった．

4．まとめ

MCP プロトコルを基盤として，SIP プロジェクトで開発されたデータやツールを接続するデータ連携基盤を構築し，ユースケースを想定した概念実証を行った．概念実証を通じて，MCP によるデータ・ツールの接続において，その関係性を手順書（知識）として整備することで LLM の安定的な動作に有効であることが示された．今後，新しいユースケースに対応してデータやツールが開発・整備されていく．その際，それらに対応する手順書（知識）として再利用可能な情報として併せて整備していくことが，データ連携基盤の実用化に向けて重要である．

謝辞 本研究は，内閣府総合科学技術・イノベーション会議の戦略的イノベーション創造プログラム（SIP）第 3 期「スマートインフラマネジメントシステムの構築」JPJ012187（研究推進法人:土木研究所）によって実施された．

参考文献

1) 本田利器: スマートインフラマネジメントのためのデジタルツイン環境構築技術，第 27 回応用力学シンポジウム講演概要, 24010-14-01，土木学会, 2024.
2) 杉崎光一，全邦釘，阿部雅人：Model Context Protocol(MCP)のインフラ・防災分野への適用に関する検討, AI・データサイエンス論文集, vol.6, No.J4, pp.37-45, 2025.
3) Maekawa, K., Ishida, T. and Kishi, T.: Multi-scale modeling of structural concrete, Taylor & Francis, 2008.
4) 杉崎光一，阿部雅人，全邦釘: 大規模言語モデルの専門領域への適用に関する検討, AI・データサイエンス論文集, vol.4, No.J3, pp.474-481, 2023.
5) 随海通，陳瑜，全邦釘: MCP 基盤の自然言語インタフェースを用いた橋梁デジタルツイン構築手法の提案と初期検討, AI・データサイエンス論文集, vol.6, No.J3, pp.616-623, 2025.
6) 阿部雅人，杉崎光一，全邦釘: インフラマネジメントのためのインフラ OS に求められる基本機能に関する考察, AI・データサイエンス論文集, vol.3, No.J2, pp.608-620, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

マルチスケール大気モデル（MSSG）による微気象解析のための入力データの自動構築（シンポジウム講演概要）

Automatic Generation of Input Data for micrometeorological analysis using Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

本田 和也（東電設計株式会社）中瀬 仁（東電設計株式会社）
松田 景吾（海洋研究開発機構）杉山 徹（海洋研究開発機構）
栗原 祐也（筑波大学・シス情） 亀田 敏弘（筑波大学・シス情）
清野 友規（横浜国立大学・都市イノベ）
Kazuya HONDA, TEPSCO Hitoshi NAKASE, TEPSCO
Keigo MATSUDA, JAMSTEC Toru SUGIYAMA, JAMSTEC
Yuya KURIHARA, University of Tsukuba Toshihiro KAMEDA, University of Tsukuba
Tomoki KIYONO, Yokohama National University
E-mail: kazuya-honda@tepsco.co.jp

To conduct micrometeorological analysis using the multiscale atmospheric model, Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment (MSSG), we developed an automated method for generating digital twins. This method utilizes 3D urban model data (Project PLATEAU) linked to the Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism's National Land and Transportation Data Platform. The automated generation process reduces manual labor and effort. Furthermore, to enable micrometeorological calculations in areas where PLATEAU datasets are not sufficient, we have developed a system that automatically generates input data for these calculations from other available datasets.

１．はじめに

近年，温暖化の影響により，夏場には毎年多くの熱中症被害が発生している．熱中症の被害リスクを詳細に計算するためには，建物等の影響を考慮した微気象まで計算可能な気象モデルが必要である．海洋研究開発機構（JAMSTEC）の開発する MSSG（Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment）[1]は，全球スケールから領域スケール，都市スケールまでを計算可能なマルチスケール大気海洋結合モデルであり，建物や樹冠の 3 次元形状を考慮した数 m 解像度の微気象計算が可能である [2].

著者らは，微気象計算に要する労力を軽減するため，国土交通省の国土交通データプラットフォームにも紐づけられる 3D 都市モデルデータ（Project PLATEAU）から MSSG の微気象計算用のデジタルツインを自動作成する方法を構築した．しかし，PLATEAU の 3D 都市モデルデータの整備されている地域は限定的であり，整備されていない地域では，他の情報から入力データを作成する必要がある．

本稿では，PLATEAU の 3D 都市モデルデータの未整備の地域であっても，他のデジタルデータから微気象計算用のデジタルツインを自動作成するシステムを構築した．

２．MSSG 微気象計算のためのデジタルツイン

データの自動変換・統合技術として，理化学研究所では DPP（Data Processing Platform）が開発されている．筆者らは，国土交通省の PLATEAU データを DPP に読み込み，MSSG の微気象解析に利用可能なデータ形式で出力する機能を持つライブラリを構築した．MSSG の微気象計算に必要な地理入力データには，建物高さ，標高，土地利用区分，樹木高さについてのグリッドデータがある．PLATEAU の 3D 都市モデルデータには，これらのデータを定義可能なフォーマットが定められている．PLATEAU データにこれらの情報が整備されていない場合には，それぞれ他のデータで代替する必要がある．

３．代替データによるデジタルツインの構築

既存のライブラリは，PLATEAU を構成する形状と属性情報から MSSG の入力データを自動構築する機能を有している．そのため，代替データから必要な形状と属性情報を読み込むことで，比較的容易に MSSG の入力データを代替データから作成する機能を持たせることができる．

国土地理院は，基盤地図情報の基本項目として，建物の外周線データを GML 形式で公開している．建物外周線データから建物の平面形状および建物種別を把握できる．建物高さについては，一般に公開される情報は少ないため，建物種別に応じて建物高さを仮定することで，各計算グリッドにおける建物高さを設定する．Fig.1 に PLATEAU と基盤地図情報を基に作成した建物高さデータをそれぞれ示す．本手法では建物種別ごとに一定の建物高さを仮定するため，高層建物の多い都市部では建物高さの誤差が大きくなるが，PLATEAU の整備されていない地域では誤差は比較的小さいと考える．

国土地理院は、基盤地図情報の一部として、数値標高モデルを GML 形式で公開している．数値標高モデルから標高点の座標と標高を読み込むことで，各計算グリッドにおける標高を設定する．Fig.2 に PLATEAU と基盤地図情報を基に作成した標高データをそれぞれ示す．

JAXA の高解像度土地利用土地被覆図は，10m 解像度の土地利用、土地被覆のデータを GeoTIFF 形式で提供している．MSSG における土地利用区分と高解像度土地利用土地被覆図における区分を対応付けすることで，計算グリッドごとに土地利用区分を設定する．Fig.3 に PLATEAU と高解像度土地利用土地被覆図を基に作成した土地利用データをそれぞれ示す．

土地利用として定義されている樹木に対して樹木の高さを仮定することで，樹木高さを設定する．PLATEAU データに整備されている樹木データは現状では極めて少なく，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本手法によって樹木を仮定することでより多くの樹木を表現することが微気象計算において重要である．また，Meta の High Resolution Canopy Height Maps を利用することで，樹木データをより詳細に表現することが可能である．

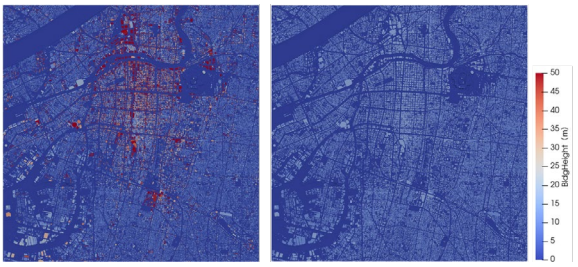


Fig.1 Building height based on PLATEAU (left) and GSI (right)

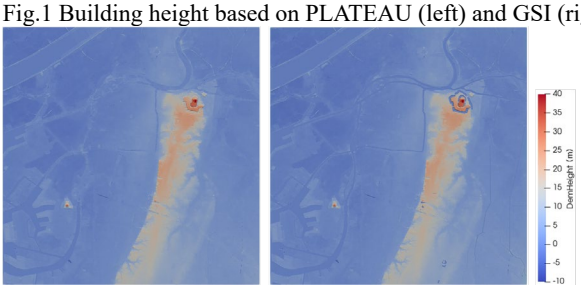


Fig.2 Elevation based on PLATEAU (left) and GSI (right)

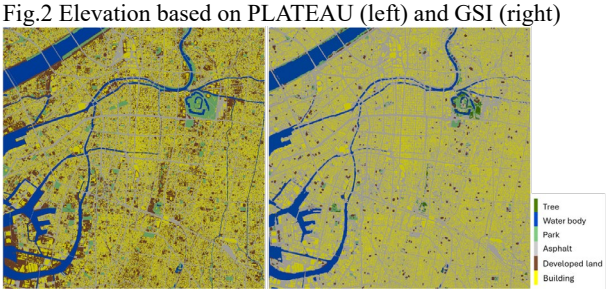


Fig.3 Land use based on PLATEAU (left) and JAXA (right)

４．実在街区を対象とした微気象計算

MSSG はマルチスケールの大気モデルであるため，気象庁の数値予報モデルを境界値として複数回のダウンスケーリングを行うことで，数メートル解像度の微気象計算を実施し，熱中症危険度の指標である WBGT（Wet Bulb Globe Temperature）を計算することが可能である．本計算対象地域では，PLATEAU の建物データ，標高データは整備されているものの，土地利用データ，樹木データは整備されていないため，土地利用データは JAXA の高解像度土地利用土地被覆図，樹木データは Meta の High Resolution Canopy Height Maps を基に作成した．Fig.4 に作成した土地利用データと樹木高さデータを示す．

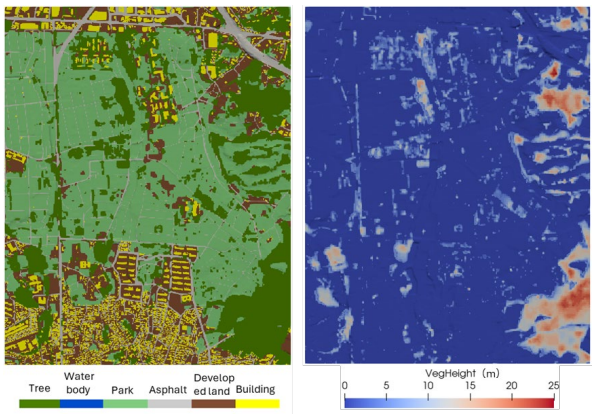


Fig.4 Land use (left) and Tree height (right)

計算対象地域における微気象計算の結果として，風速・風向の分布と WBGT の分布を Fig.5 に示す．5m 解像度でモデル化した標高，建物，樹木などの影響による局所的な風環境，熱環境の違いを表現することで，局所的な熱中症危険度の違いを評価している．Fig.6 に現地で計測した WBGT と計算結果との比較を示す．本計算では，現地計測と計算結果は比較的良好な関係を示した．

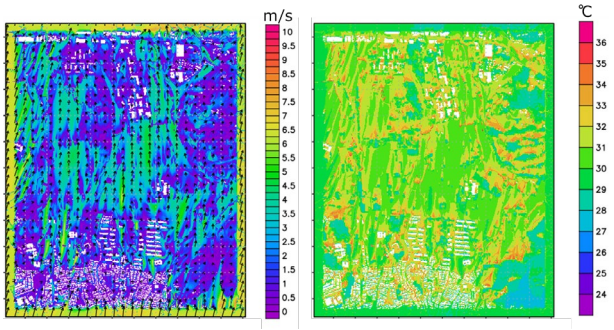


Fig.5 Result of wind velocity (left) and WBGT (right)

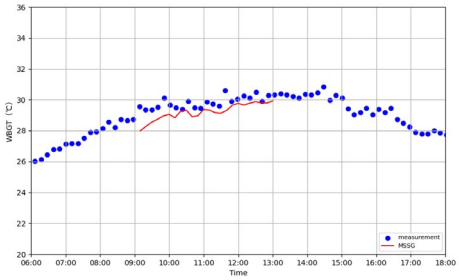


Fig.6 Comparison of MSSG and measurement (WBGT)

５．おわりに

PLATEAU から MSSG の微気象計算用のデジタルツインを自動作成する既存のライブラリに，日本全国で活用可能なデジタルデータを活用する機能開発を実施した．本システムによって，日本全国どの地域であっても微気象計算を実施し，熱中症の危険度を評価できる．特に，現状の PLATEAU に整備が進んでいない樹木データに関しては，他のデータで代替することで，より実際の都市環境に近い条件の入力データの作成が可能である．都市部においては，PLATEAU の建物データを他のデータと組み合わせることで精度の高いモデルを構築できる．これらの代替データを活用するための機能拡張は，既存のライブラリを活用することで，比較的容易に実施することが可能であった．

謝辞：本研究の一部は，内閣府総合科学技術・イノベーション会議の戦略的イノベーション創造 プログラム（SIP）第 3 期「 スマートインフラマネジメントシステムの構築 」JPJ012187（研究推進法人:土木研究所）によって実施された活動の一環である．

参考文献

1) Takahashi, K., Onishi, R., Baba, Y., Kida, S., Matsuda, K., Goto, K.,Fuchigami, H., Challenge toward the prediction of typhoon behavior and down pour, J. Phys. Conf. Ser., 454, 012072 (2013).
2) Matsuda, K., Onishi, R., Takahashi, K., Tree-crown-resolving large-eddy simulation coupled with three-dimensional radiative transfer model, Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, Vol. 173, pp. 53-66 (2018).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Optimized Sensor Placement and Sequential Bayesian Updating for City-Scale Seismic Damage Assessment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Dongyang Tang, Tohoku University
Naruethep Sukulthanasorn, Tohoku University
Reika Nomura, Tohoku University
Jia Guo, Kyoto University
Susumu Ohno, Tohoku University
Kazuya Nojima, Nippon Koei Co., Ltd.
Atsushi Mori, Nippon Koei Co., Ltd.
Seiichi Sato, Nippon Koei Co., Ltd.
Masaaki Sakuraba, Nippon Koei Co., Ltd.
Kenjiro Terada, Tohoku University
Shuji Moriguch, Tohoku University
E-mail: tang.dongyang.r3@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a framework for assessing the seismic risk of buildings in large-scale urban area. City-scale numerical simulations and sensor network are integrated to update building-specific fragility functions. The proper orthogonal decomposition (POD) technique plays a crucial role to analyze numerical simulation data. The POD-based approach helps to represent large-scale simulation results in a more compact and meaningful way, a crucial step in understanding seismic impacts. The framework also highlights the importance of sparse sensor distribution. Furthermore, this study uses cloud analysis and Bayesian updating to update the fragility functions of buildings based on sensor data. It first creates fragility functions for all buildings based on cloud analysis using numerical simulation data, and then progressively refines them by incorporating sensor data through Bayesian inference. This dual-stage approach allows for a rapid risk assessment of all buildings in a target area, with continuous improvements to fragility functions by the sensor data.

1. Introduction

This study introduces a framework for assessing earthquake risk in large-scale urban area. It integrates numerical simulations and sensor data to evaluate building seismic responses. The Stochastic Green Function and Integrated Earthquake Simulation (IES)[2] methods generate data for analysis. Fragility functions, representing building vulnerability, are derived from these simulations and refined with sensor network, employing techniques Proper orthogonal decomposition (POD), sparse sensing technology, and Bayesian updating. The effectiveness of the proposed framework is examined with Sendai City as the target area.

2. Numerical simulation

In the numerical simulation of seismic motion, from earthquake fault to engineering bedrock and then to the surface, two main methods are employed to assess the response of surface structures: the Stochastic Green's Function and the Integrated Earthquake Simulator (IES)[2]. The Stochastic Green's Function method is an extension of the empirical Green's Function approach, introduced by Irikura[1], utilizing observed records to account for subsurface structures' effects on seismic waves. It is particularly useful when suitable observed records are unavailable. IES, integrated with a Geographic Information System (GIS), integrates earthquake motion simulation with structural and sesmic response simulation. It involves generating earthquake waves, evaluating their impact on structures, and analyzing evacuation and crisis management after an earthquake. By adjusting the fault model, various scenarios are created for both methods, facilitating the generation of training and validation datasets for seismic response analysis.

3. Sparse sensor network for monitoring

Proper orthogonal decomposition (POD) extracts dominant spatial modes from data based on singular value decomposition (SVD)[3]. Given a data matrix $\boldsymbol{Y}$, its SVD is

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T, \tag{1}$$

and each snapshot $\boldsymbol{y}_i$ can be approximated by a truncated expansion

$$\boldsymbol{y}_i \approx \sum_{j=1}^{r} z_{ij}\boldsymbol{u}_j, \tag{2}$$

where $\boldsymbol{u}_j$ is the j-th POD mode and z_{ij} is its corresponding modal coefficient for case i.

Using the retained modes, sparse sensing is formulated as a linear measurement model:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U}\boldsymbol{z} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{z}, \tag{3}$$

where $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^p$ is the observation vector, $\boldsymbol{H} \in \mathbb{R}^{p\times n}$ is the sensor location (selection) matrix, $\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^{n\times r}$ contains the retained POD modes, $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}^r$ is the latent state, and $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^{p\times r}$ is the measurement matrix. Observations are assumed to be contaminated by Gaussian noise $N(0, \sigma^2\boldsymbol{I})$. The latent state is estimated via the pseudo-inverse[4]:

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \begin{cases} \boldsymbol{C}^T(\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T)^{-1}\boldsymbol{y}, & p \le r, \\ (\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{C})^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{y}, & p > r. \end{cases} \tag{4}$$

Sensor locations are optimized to reduce the uncertainty of $\hat{\boldsymbol{z}}$. Specifically, we adopt a D-optimal criterion, i.e., selecting $\boldsymbol{H}$ to maximize the information content of $\boldsymbol{C}$ (equivalently, minimize the estimation error covariance). A genetic algorithm is used to search for the optimal sparse sensor configuration in this study.

4. Sequential update of a damage assessment model

The sparse sensor network provides partial observations of earthquake input and structural response, such as intensity measures (IM) and engineering demand parameters (EDP). To map these measurements to building level damage probabilities, we use fragility functions derived via cloud analysis[5]:

$$P_f(EDP \ge LS \mid IM) = \Phi\left(\frac{\ln IM - \ln \eta}{\beta}\right), \tag{5}$$

where $\Phi(\cdot)$ is the standard normal CDF, and η and β are the median and dispersion.

To support city-scale updating, we model the IM–EDP relation in log space with a Bayesian hierarchical regression[6]:

$$\ln EDP_{j,i} = \alpha_j + \beta_j \ln IM_{j,i} + \varepsilon_{j,i}, \quad \varepsilon_{j,i} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (6)$$

Buildings of the same structural type share information through type-level priors on (α_j, β_j) (partial pooling), which stabilizes estimates when per-building data are limited or noisy (e.g., when full-field responses are inferred from sparse measurements). For each limit state LS, the posterior of $(\alpha_j, \beta_j, \sigma)$ is converted to the corresponding fragility parameters (η, β) using the standard cloud-analysis mapping.

Exact inference is intractable for an urban inventory, so we use mean-field variational inference. When a new earthquake provides additional data $\boldsymbol{D}_t$, we update the variational posterior sequentially by treating the previous approximation as a predictive prior:

$$q_t = \arg\max_q \ \mathbb{E}_q[\log p(\boldsymbol{D}_t \mid \theta)] - \mathrm{KL}(q(\theta) \,\|\, q_{t-1}(\theta)). \quad (7)$$

This event by event update avoids refitting on the full historical dataset while continuously refining the fragility parameters in Eq. (5) as new observations become available.

5. Workflow of the proposed sequential risk assessment framework

The proposed framework operates through repeated predict update cycles. At step t, a spatial IM field (e.g., PGA) is obtained and used to generate predictive damage estimates based on the variational posterior from step $t-1$. When new observations are available, sequential variational inference updates the posterior by treating the previous approximation as a predictive prior and conditioning on the new data, yielding updated damage estimates.

Figure 1 summarizes the workflow across multiple update steps: the first row shows the IM (PGA) maps, the second row shows predictive damage estimates before the current update, and the third row shows the updated damage estimates after assimilating the current observation. In this study, only one target building typology is included in the evaluation and updating, buildings outside this typology are excluded and shown as gray points.

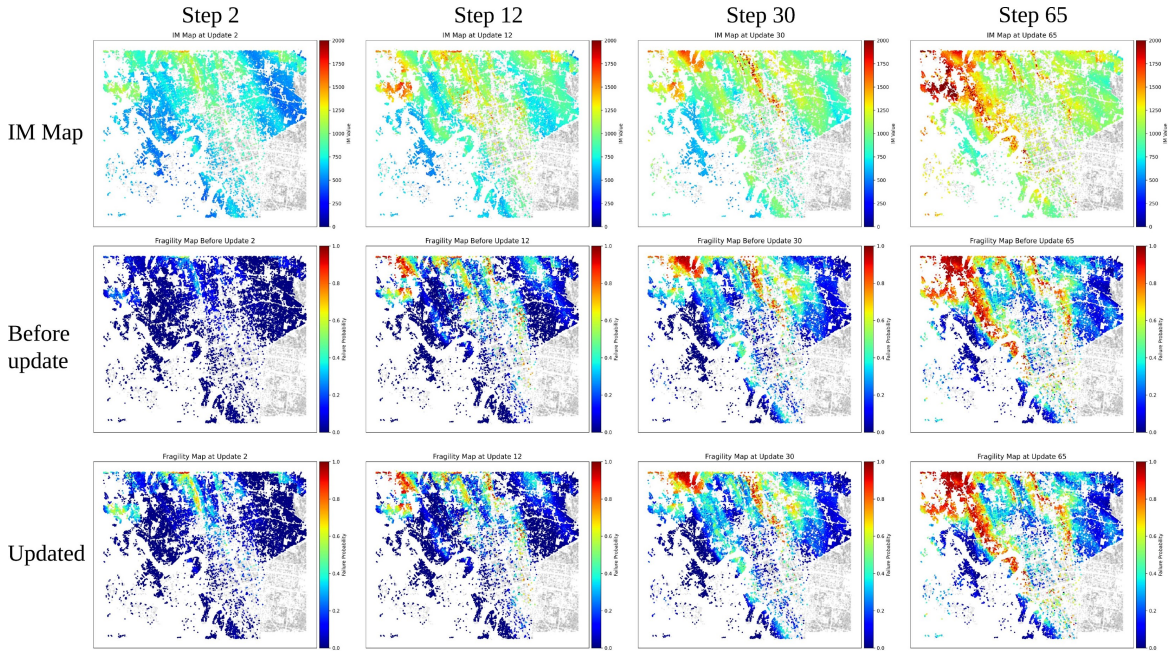


Fig. 1 Workflow illustration of the proposed sequential damage assessment framework.

6. Conclusion

This study presents a novel method for assessing and updating seismic risk profiles of urban buildings, suggesting a path forward for making cities safer and more resilient to earthquakes through technological and methodological advancements. The result underscores the importance of integrating numerical, and highlights the need for extensive data collection to further refine fragility functions, suggesting future research directions that include adjusting fault parameters for broader scenarios and incorporating more detailed intensity measures.

References

1) Irikura, K.: Prediction of strong acceleration motion using empirical Green' s function, Proc. 7th Japan Earthq. Eng. Symp. vol. 151, 1986.
2) Hori, M.: Introduction to computational earthquake engineering, 2011.
3) Liang, Y. C., et al.: Proper orthogonal decomposition and its applications—Part I: Theory, Journal of Sound and Vibration 252.3, pp.527-544, 2002.
4) Nakai, K., Yamada, et al.: Effect of Objective Function on Data-Driven Greedy Sparse Sensor Optimization, in IEEE Access, vol. 9, pp. 46731-46743, 2022
5) Saouma, V.E., Hariri-Ardebili, M.A.: Fragility Functions, In Aging, Shaking, and Cracking of Infrastructures, Springer, Cham, 2021.
6) Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., Rubin, D.B., Dunson, D.B., Vehtari, A.: *Bayesian Data Analysis*, 3rd ed., Chapman and Hall/CRC, Chapter 15, pp. 381–402, 2013.
7) Li, Jian and Spencer, Billie F., et al.: Bayesian Updating of Fragility Functions Using Hybrid Simulation, Journal of Structural Engineering, vol. 139, no. 7, pp. 1160-1171, 2013.
8) Irikura, K., Hiroe, M.: Recipe for Predicting Strong Ground Motion from Crustal Earthquake Scenarios, Pure and Applied Geophysics, vol. 168, no. 1, pp. 85-104, 2011

A Generative Framework for Static Data Fusion based on Heteroscedastic Variational Autoencoders (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

M. A. K. M. DHARMASIRI, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: makmd@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

Static data fusion could be used for integrating multi-source sensor measurements into a unified representation with reduced variance. This paper proposes a generative framework for static data fusion without any limitations on the nature of the noise distributions based on heteroscedastic Variational Autoencoders (VAEs) that treats likelihood derivation as a generative noise modeling task. The methodology comprises of two distinct phases: an offline stage where a VAE learns the underlying noise distribution directly from deviation vectors, and an online inference phase that utilizes an Importance Weighted Autoencoder (IWAE) structure to compute the posterior distribution. Numerical verification using the fusion of two 10-dimensional multivariate logistic datasets demonstrates that the proposed framework serves as a robust surrogate for the likelihood function. The results show that high-fidelity posterior estimation is achievable even within a compressed latent space equivalent to only 30% of the original feature dimensionality. This approach offers a robust advantage for real-world Bayesian inference by bypassing the need for explicit parametric equations in complex, high-dimensional environments and overcoming limiting assumptions based on Gaussianity.

1. Introduction and Motivation

Measurements acquired from real-world sensors are inherently noisy. An appropriate method to handle this uncertainty is to treat the collected samples as instantiations of specific probability distributions. When analyzing concurrent readings from an array of sensors, static data fusion can be used to merge this information to yield an estimate that is significantly more precise than any individual measurement. In the context of digital twins, static data fusion is particularly applicable when multiple data sources describe the same physical phenomenon or operating condition, and the objective is to integrate these views into a unified representation with reduced variance.

Generative Machine Learning (ML) methods have been applied to address various real world problems. A particular application that is similar to the problem that we are trying to address in this study is data assimilation (Chen et al.[1)]). In ML-assisted data assimilation for dynamical systems, the state is first advanced in a forecast/prediction step and then updated in an analysis/correction step when new observations become available. For high-dimensional systems, Cheng et al.[1)] emphasize that data assimilation could be accomplished in the latent space (called latent space DA) leading to computational efficiencies. In this sense, latent-space DA is a recursive state-estimation framework for time-evolving systems, in contrast to the static representation-level fusion of multiple views, which is the focus of this study.

Bayesian inference provides the foundational mathematics for integrating prior beliefs with new observations via Bayes' rule. Yet, characterizing the exact likelihood function becomes a major issue when the data exhibits complex, non-Gaussian traits. To resolve this, the proposed methodology treats the likelihood derivation as a generative noise modeling task. By deploying a heteroscedastic Variational Autoencoder (VAE) (Kingma and Welling[2)]), i.e., a VAE with a stochastic encoder and a stochastic decoder, the system learns the underlying noise distribution directly from the data, acting as a surrogate for traditional parametric equations.

2. Proposed Generative Methodology

Suppose data is available from two sources, X and Y. Then, the posterior distribution $p(x|\overline{y})$ could be computed following the Bayes' theorem,

$$p(x|\bar{y}) = \frac{p(\bar{y}|x)p(x)}{p(\bar{y})};\;\; p(\bar{y}) = \int p(\bar{y}|x)p(x)dx \tag{1}$$

Here $\overline{y}$ is the mean of a set of new observations ($y^i \in Y$), $\{y^1, ..., y^M\}$ and $p(\overline{y}|x^n)$ is the likelihood. The prior is the empirical distribution ($x^i \in X$), $\{x^1, ..., x^N\}$ given by

$$p(x) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\delta(x - x^n) \tag{2}$$

Substituting Eq. 2 into Eq. 1 results in the following posterior

$$p(x|\overline{y}) = \sum_{n=1}^{N}\beta^n\delta(x - x^n) \tag{3}$$

where the posterior weights β^n are given by

$$\beta^n = \frac{p(\overline{y}|x^n)}{\sum_{j=1}^{N} p(\overline{y}|x^j)} \tag{4}$$

The proposed method discards the requirement for explicit likelihood equations, substituting them with a machine learning-based density estimator based on the deviator vector, i.e., the deviation v^n between the observation mean ($\overline{y}$) and a prior state x^n.

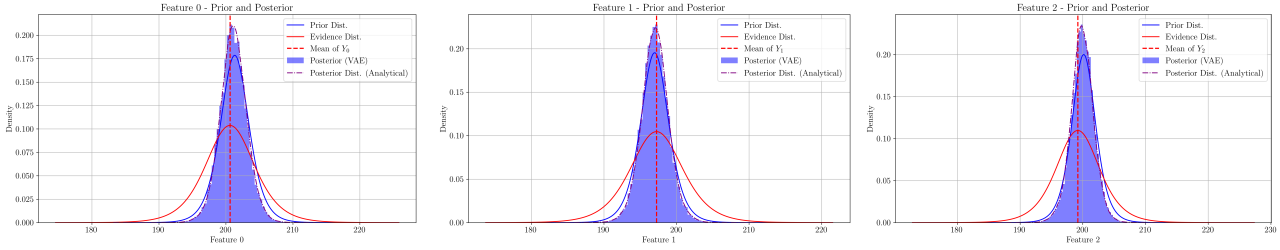
$$v^n = \overline{y} - x^n \implies p(\overline{y}|x^n) = p_v(\overline{y} - x^n) \tag{5}$$

The framework operates in two distinct stages: offline model training and online posterior inference.

2.1. Offline Noise Characterization

During the offline stage, the system characterizes the noise by computing the arithmetic mean of a training observation set. Individual deviation vectors are generated by calculating the difference between this mean and each respective sample. A VAE is subsequently trained exclusively on these noise vectors, $v^k = \overline{y}_{\text{train}} - y^k$.

The VAE architecture consists of an encoder, $q_\phi(z|v)$, that maps the high-dimensional noise into a lower-dimensional latent space ($z \in Z$), and a stochastic decoder, $p_\theta(v|z)$], that attempts to reconstruct the original input. During training, the network maximizes the Evidence Lower Bound (ELBO), which balances reconstruction accuracy against a Kullback-Leibler (KL) divergence penalty. This regularization penalty ensures the latent space remains smoothly structured and prevents the network from memorizing isolated data points.



(a) (b) (c)

Fig. 1: Fused dataset involving the 10D Multivariate logistic dataset (First 3 dimensions)

2.2. Online Bayesian Inference

For the online inference phase, the deviation of the prior samples from the observation mean, i.e., $\bar{y} - x^n$, is computed for every prior sample. To accurately assess the probability density of these deviations, the framework implements an Importance Weighted Autoencoder (IWAE) (Burda et al.[3]) structure. Standard VAEs only yield a lower bound on the true log-likelihood, which introduces amortization error due to imperfect posterior approximations. The IWAE resolves this by drawing a large number of independent samples (specifically, $k = 1024$) from the encoder's latent space distribution. By calculating the average ($\mathcal{L}_n(v^n)$) of k number of importance weights

$$w_i = \frac{p_\theta(v^n|z_i)p(z_i)}{q_\phi(z_i|v^n)} \tag{6}$$

across the latent vectors, $z_1, ..., z_k \sim q_\phi(z|v^n)$, the system achieves a substantially tighter bound on the true log-likelihood. Here, $p(z_i)$ is the standard Gaussian prior. Finally, these refined likelihood estimates are normalized across all prior states to generate the final posterior weights, β_n, as

$$\beta^n = \frac{L_n}{\sum_{j=1}^{N} L_j} \tag{7}$$

3. Numerical Verification

A core limitation of conventional Bayesian integration is the inability to easily formulate likelihoods for non-Gaussian information. To demonstrate the generative framework's capacity to bypass this constraint, a comprehensive experiment was executed utilizing a 10-dimensional multivariate logistic distribution with independence across individual dimensions.

The synthetic data was drawn from two independent 10-dimensional domains, serving as the prior knowledge base and the new observation set, respectively. Following the previously detailed methodology, the VAE was trained directly on the deviation values between the observed samples and their computed mean. To force meaningful compression and feature extraction, the latent space bottleneck of the neural network was restricted to exactly three dimensions.

To establish a semi-analytical benchmark for verifying the VAE-based fusion results, a Kernel Density Estimation (KDE) approach was utilized. However, explicitly evaluating the joint posterior density across a multidimensional grid is computationally prohibitive due to the curse of dimensionality, as the number of evaluation points scales exponentially as $O(K^D)$.

To overcome this intractability, we evaluate the marginal distributions of the fused dataset by assuming independence across individual dimensions. This assumption reduces the computational complexity from exponential to linear, scaling at $O(D \times K)$, which renders the validation highly tractable even for high-dimensional cases.

For each dimension $d \in \{1 \dots D\}$, the procedure extracts the 1D samples from the prior $X_{:,d}$ and the observation $Y_{:,d}$. A Gaussian KDE is fitted to the prior samples to obtain KDE_{prior}, and another Gaussian KDE is fitted to the deviation samples $(\bar{y} - y)$ to represent the likelihood, KDE_{source}. After defining a 1D evaluation grid, the unnormalized posterior density for the d-th dimension is computed via the element-wise multiplication of the prior density and the likelihood density evaluated at shifted grid arguments

$$p_{unnorm} = KDE_{prior}(grid) \times KDE_{source}(\mu_y - grid) \tag{8}$$

Finally, the true marginal posterior p_{post} is obtained by normalizing p_{unnorm} using Simpson's rule for numerical integration over the 1D grid.

As shown in Fig. 1, the proposed generative ML framework proved highly successful at integrating the non-Gaussian datasets. Despite the mathematical complexities inherent in the 10-dimensional logistic case, the VAE effectively operated as a flexible surrogate for the likelihood function. The system generated marginalized posterior distributions that successfully captured the complex data structure without relying on explicit parametric equations, empirically validating the proposed methodology.

4. Concluding Remarks

In this study, we present a robust generative methodology based on heteroscedastic VAEs for static data fusion, particularly for non-Gaussian datasets. Furthermore, the inclusion of multi-sample importance weighting via the IWAE objective significantly diminishes amortization errors. The proposed methodology is verified through a case study involving non-Gaussian datasets that demonstrating strong alignment with expected semi-analytical solutions. Notably, this high fidelity is achieved despite the fusion occurring within a compressed latent space equivalent to 30% of the original feature dimensionality. This framework represents a promising direction for robust Bayesian inference in complex, real-world scenarios.

References

1) Cheng, S., Quilodrán-Casas, C., Ouala, S., Farchi, A., Liu, C., Tandeo, P., Fablet, R., Lucor, D., Iooss, B., Brajard, J., Xiao, D., Janjic, T., Ding, W., Guo, Y., Carrassi, A., Bocquet, M., & Arcucci, R.: Machine Learning With Data Assimilation and Uncertainty Quantification for Dynamical Systems: A Review, IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 10(6), 1361 – 1387, 2023.
2) Kingma, D. P., & Welling, M.: Auto-encoding variational bayes, In Proceedings of the 2nd International Conference on Learning Representations (ICLR), 2014.
3) Yuri B., Roger G., and Ruslan S.: Importance weighted autoencoders, In 4th International Conference on Learning Representations (ICLR), 2016.

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

Analytical Solution for Bentonite Intrusion Considering Variation of Swelling Pressure in Crack (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

金氏　裕也（鳥取大・工）　　河野　勝宣（鳥取大・工）　　日浦　弘敏（鳥取大・工）
Yuya KANEUJI, Tottori University
Masanori KOHNO, Tottori University
Hiroharu HIURA, Tottori University
E-mail: kaneuji@tottori-u.ac.jp

Understanding bentonite intrusion into cracks is essential for evaluating the performance of natural barrier systems in high-level radioactive waste disposal. In this study, an analytical solution was presented to predict bentonite intrusion while accounting for variations in swelling pressure within the crack. The analytical results indicate that solute transport velocity increases as the rate of swelling pressure rises. This transport behavior occurs because the swelling pressure reaches its maximum value earlier when the rate of pressure increase is higher.

１．はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分のバリア材の長期安定性に影響を与える現象の一つとして，岩盤亀裂へのベントナイト緩衝材の侵入が考えられる．岩盤亀裂へ侵入したベントナイトの緻密度に対応して，岩盤の透水性は変動すると考えられるため，天然バリア性能を評価するためには，岩盤亀裂内のベントナイトの侵入挙動を予測することが必要となる．これまで，亀裂へのベントナイトの侵入現象に関して解析的研究が行われている．例えば，菅野・岩田 [1]は，侵入現象を膨潤に伴うベントナイト粒子の移動であると仮定し，拡散方程式を適用した数値解析により，亀裂内のベントナイトの密度分布を示した．金氏・河野 [2]は，亀裂内の体積膨張を伴うベントナイトの侵入量を予測する数値解析モデルを構築した．解析モデルは，ベントナイトの侵入距離の時間変化を予測することが可能である．金氏 [3]は，溶液圧入に起因する多孔質体中の溶質移動量を予測する解析解を導出した．解析解は，移流拡散を伴う溶質移動を表し，多孔質体中の溶液濃度分布を予測することが可能である．本研究において，この解析モデル [3]を応用し，膨潤圧の作用に起因する亀裂内のベントナイト粒子移動量を予測する解析モデルを構築することを考える．

本研究では，ベントナイトは材料構成粒子（溶質）を含む高濃度の溶液であると仮定し，亀裂内の溶質移動を対象とした解析モデルの構築を目的とする．また，亀裂内は液体で満たされている状態を想定し，液体の接触に起因してベントナイトの体積膨張が生じる．この体積膨張により生じる圧力（膨潤圧）が高濃度溶液に作用することにより，溶質移動が生じると考えられる．さらに，亀裂へ侵入したベントナイトと内在液体との界面においてベントナイトの溶出が生じると考えられる．本研究では，このベントナイトの溶出を高濃度溶液と内在液体の濃度差に起因する溶質の拡散現象であると仮定する．以上より，高濃度溶液中の溶質挙動は，膨潤圧の作用に起因する溶液移動に伴う溶質移動（移流）および濃度勾配に起因する溶質拡散（分子拡散）に支配されると考えられる（Fig. 1）．さらに，この移流拡散現象をベントナイトの侵入現象であると定義し，ベントナイト粒子の移動を表す解析解を導出する．

２．ベントナイトの侵入挙動に関する解析解の導出

先端が開口した亀裂（以下，流路）内のベントナイト（以下，高濃度溶液）の侵入現象に関する支配方程式を構築し，

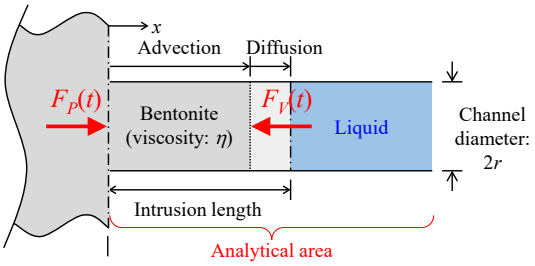


Fig. 1 Schematic of the bentonite intrusion in crack

支配方程式の解析解を導出する．本検討における解析モデルでは，流路内の 1 次元水平方向の溶質移動を対象とすることを考える．流路内を移動する高濃度溶液中の微小要素に対する溶質量の流入出を考え，物理量保存則より次式が成り立つ．

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} \tag{1}$$

ここに，$C(x, t)$は単位体積の高濃度溶液中の溶質量[kg/m^3]，$J(x, t)$は水平方向の溶質の質量フラックス[kg/(m^2·s)]，x は溶液流入位置からの距離[m]，t は時間[s]である．式(1)において，$C(x, t)$および$J(x, t)$をそれぞれ C および J と表す．本検討では，J を移流および溶質分子拡散による溶質フラックス（J_a [kg/(m^2·s)]および J_d [kg/(m^2·s)]）の和で表すこと（$J = J_a + J_d$）を考える．

溶質を輸送する高濃度溶液の移動速度を流路内流速 u [m/s]で表すと，J_a は C と u の積で表すこと（$J_a = C{\cdot}u$）ができる．ここで，先端が開口した 1 本の亀裂を 1 本の毛細管で表すことができると仮定する．また，溶質を輸送する高濃度溶液が膨潤圧の作用を受けて流路内を移動することを考える．したがって，u は膨潤圧の作用に起因する高濃度溶液の移動速度を表す．膨潤・充填性同時試験 [4]より得られたベントナイトの膨潤圧と経過時間の関係より，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大することを確認した．そこで本検討では，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大して一定圧力に収束することを仮定し，変動膨潤圧 $P(t)$ [N/m^2]を次式で定義する．

$$P(t) = P_s \cdot \left\{1 - (1-\sigma) \cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{2}$$

ここに，σ（$= P_0/P_s$）は膨潤圧比[−]，P_s および P_0 はそれぞれ膨潤圧の上限値および下限値[N/m^2]，μは膨潤圧上昇速度[1/s]である．式(2)より，膨潤圧に起因する駆動力 $F_P(t)$（=

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$P(t)\cdot\pi r^2$，r は溶液の移動経路となる毛細管半径[m]）[N]を定義する．また，高濃度溶液は非圧縮性の粘性流体であると仮定し，粘性抵抗力 $F_V(t)$ [N]を Hagen-poiseuille 流における溶液に作用する粘性抵抗力で表すと，$F_V(t)$は次式となる．

$$F_V(t)=8\pi\eta\cdot l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$

ここに，$l(t)$は高濃度溶液の流入位置から移動前面までの距離（溶液移動距離）[m]，ηは高濃度溶液の粘度[N·s/m²]である．流路内を移動する高濃度溶液に作用する力のつり合い（$F_P(t)=F_V(t)$）より，膨潤圧の作用に起因する溶液移動距離 $l(t)$に関する支配方程式は次式となる．

$$l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{r^2P_s}{8\eta}\cdot\left\{1-(1-\sigma)\cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{4}$$

また，流路内の高濃度溶液の移動速度は極めて小さいため，溶液に作用する力として慣性力は無視した．ここで，溶液移動初期（$t=0$）において溶液移動距離が 0（$l(0)=0$）であると仮定し，式(4)を変数 t に関して積分すると，式(4)の解 $l(t)$は次式となる．

$$l(t)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta}\cdot T(t)} \tag{5}$$

ここに，$T(t)$（$=t-(1-\sigma)\cdot(1-\exp(-\mu t))/\mu$）は膨潤圧の時間変化に関する物理関数[s]である．また，u が $l(t)$の t に関する 1 階微分と等しい（$u=\mathrm{d}l(t)/\mathrm{d}t$）と仮定すると，$J_a$は次式となる．

$$J_a=\frac{C}{4}\cdot\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta T(t)}} \tag{6}$$

濃度勾配に起因する溶質分子拡散は，Fick の法則により表すことができると仮定すると，J_dは次式となる．

$$J_d=-D_d\cdot\frac{\partial C}{\partial x} \tag{7}$$

ここに，D_d は液体中における溶質の分子拡散係数[m²/s]である．

式(6)および式(7)を適用した J（$=J_a+J_d$）を式(1)へ代入すると，流路内の溶質移動に関する支配方程式（非線形移流拡散方程式）は次式となる，

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{\alpha}{T(t)}}\cdot\frac{\partial}{\partial x}-D_d\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right\}\cdot C_r(x,t)=0 \tag{8}$$

ここに，$C_r(x,t)$（$=(C-C_0)/(C_s-C_0)$）は流路内の相対溶液濃度[−]，C_s は流入部溶液濃度[kg/m³]，C_0 は初期溶液濃度[kg/m³]，α（$=r^2P_s/(16\eta)$）は移流に関する物理定数[m²/s]である．

1 次元水平半無限流路を考慮する場合，溶液流入初期（$t=0$）において流路全体の溶液濃度 C は C_0 と等しいと定義する．さらに，溶液流入位置（$x=0$）における C は C_s と等しく，無限遠（$x\to\infty$）における C は C_0 と等しいと定義する．以上より，相対溶液濃度 C_r に関する初期条件および境界条件はそれぞれ次式となる．

$$C_r(x,0)=0,\ C_r(0,t)=1\ \text{and}\ C_r(\infty,t)=0 \tag{9}$$

式(9)に示す初期条件および境界条件を適用して式(8)を x および t に関して積分すると，流路内の溶質移動に関する解析解 $C_r(x,t)$は次式となる．

$$C_r(x,t)=C_{rT}(t)\cdot\mathrm{erfc}\left\{\frac{x-2\sqrt{\alpha T(t)}}{2\sqrt{D_d t}}\right\} \tag{10}$$

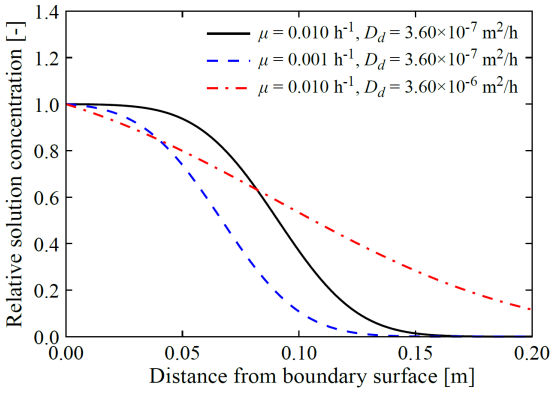


Fig. 2 Solution concentration distribution in channel for various physical constants (μ and D_d)

ここに，$C_{rT}(t)$は時間 t の任意関数[−]であり，解の収束条件である$|\mathrm{d}C_{rT}(t)/\mathrm{d}t|<\varepsilon$（$\varepsilon$は微小量）を満たす必要がある．

3．ベントナイトの侵入挙動に関する解析結果

流路内の溶質移動に関する解析解（式(10)）を適用し，溶液濃度分布の時間変化に関して解析的検討を行った．解析パラメータは，$r=3.00\times10^{-3}$ m，$C_s=1800$ kg/m³，$C_0=0$ kg/m³，$P_s=1.00\times10^5$ N/m²，$P_0=0$ N/m²，$\eta=1.40\times10^4$ N·h/m² と設定した．また，ベントナイトの膨潤圧上昇速度μおよび分子拡散係数 D_d が侵入挙動に与える影響を確認した．Fig. 2 は $t=1000$ h におけるμおよびD_dの変化による溶液濃度分布の変化を示す．Fig. 2 より，μが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹および 0.001 h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h）では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，μの増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．また，Fig. 2 より，D_dが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h および 3.60×10^{-6} m²/h）では，流路内部の広範囲に溶質が拡散する，すなわち分子拡散による溶質移動距離が増大することを確認した．D_dが極めて小さい場合，分子拡散が溶質移動に与える影響を無視することができ，溶質移動は移流現象に支配される階段関数的な進展挙動を示すと考えられる．

4．結論

1) ベントナイトを材料構成粒子が溶質となる高濃度溶液と仮定し，亀裂内を移動する溶質移動を対象とした解析モデルを構築した．
2) 解析結果より，膨潤圧上昇速度が大きい条件では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，膨潤圧上昇速度の増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．

謝辞：本研究は，日本学術振興会科学研究費（課題番号：25K01324，23K13384）の成果の一部である．

参考文献

1) 菅野毅，岩田裕美子：JNC TJ8400 2003-026，2003.
2) 金氏裕也, 河野勝宣: 土木学会論文集, **79**(15), 22-15033, 2023.
3) 金氏裕也：土木学会論文集，**81**(6)，24-00311，2025.
4) M. Kohno and Y. Kaneuji: *Acta Geotechnica*, **19**(9), 5833-5853, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

X 線 CT 画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

X-ray CT-based evaluation of the effects of model soil nails on cylindrical soil specimens (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶山　慎太郎（山梨大・工）　　麓　隆行（近畿大・理工）　　中島　晃司（近畿大・理工）　　吉田　英昭（近畿大大学院・総合理工学研究科）　　大野　司郎（近畿大・総合社会）
Shintaro KAJIYAMA, University of Yamanashi
Takayuki FUMOTO, Kindai University
Koji NAKASHIMA, Kindai University
Hideaki YOSHIDA, Kindai University Graduate School
Shiro OHNO, Kindai University
E-mail: skajiyama@yamanashi.ac.jp

This study evaluates the influence of the soil nailing method on ground deformation using X-ray CT imaging. Cylindrical soil specimens containing a stainless steel wire representing a model soil nail were displaced and scanned before and after deformation. Displacement was induced by tilting an aluminium rod at the specimen centre. CT images enabled evaluation of void redistribution and density variations around the model soil nail at each stage. Digital Volume Correlation (DVC) analysis showed reduced displacement on the passive side in the region between the model soil nail and the specimen periphery. Vertical displacement indicated upward particle movement along the model soil nail. These findings suggest that the model soil nail resists sand movement and contributes to displacement restraint within the shear zone.

１．はじめに

斜面崩壊の対策である補強土工法のうち，安価で施工が容易なものとして鉄筋挿入工法 [1]が挙げられる．鉄筋挿入工法は,斜面に削孔した孔の中に鉄筋などの芯材を挿入し，その後定着材を注入した構造物（以下，補強材と示す）を複数設置することで斜面の安定化を図る工法である．補強原理は明らかになっているものの，個々の補強材および複数の補強材による相互的な影響範囲は明らかになっておらず，経験的根拠に基づいて配置間隔や鉄筋挿入角度が定められている．元々は切土に対して発展してきた技術ではあるが，盛土に対しても補強実績が増えつつある．一方で，盛土は新設時から健全性が低下していることが指摘 [2]されている．このことから，既存盛土に対して鉄筋挿入型の補強を行う際の盛土内部の密度や含水比などは様々な状態が考えられ，補強効果，相互作用さらにそれらの影響範囲はより複雑なものになることが考えられる．補強材による補強効果がどの程度まで効果を発揮するかを数値的に示すことは，詳細な設計に非常に有意義であり，盛土の要求性能に準じたより効率的な盛土補強が可能となる．

そこで，本研究では，鉄筋挿入工が地盤の変形にどのように影響を与えているのかを明らかにするために，補強材を模擬したステンレス線を挿入した円柱供試体の土を強制的に変位させてその前後に X 線 CT 装置を用いて撮影を行い，補強材が地盤に与える影響を評価した．

２．実験概要

実験は，斜面の崩壊によって移動する土塊に対して補強材がどのように影響を与えているのかを評価するために，補強材そのものを動かすのでは無く模型地盤側を動かすことと，その動きを X 線 CT 装置で撮影するために X 線 CT 装置の撮影台に載る程度に小型化する必要があった．そこで，Fig.1 に示すように，塩ビ管内に補強材を挿入した地盤にアルミ棒を挿し，アルミ棒を傾斜させることで土に強制変位を与えその際の土の移動を評価することとした．

供試体には豊浦砂を用い，含水比を 10%に調整後，内径 130mm の塩ビ管内にて，相対密度が 70%となるように，タンパーを用いて 3 層で締め固めた．締固め後，直径 3mm のドリルで表面から深さ 75mm まで削孔し，補強材を模擬したステンレス線（直径 0.5mm）を設置した．周囲の砂との噛み合わせ効果を得るため，ステンレス線表面にはあらかじめ接着剤で豊浦砂を付着させている．このステンレス線を 22～28mm 間隔で正方形の四隅に配置し，その中心付近に地すべり挙動を誘発するためのアルミ棒（直径 10mm，設置深さ 75mm）を挿入した．

地盤内の可視化には，近畿大学所有の X 線 CT 装置 [3]を使用し，管電圧 210kV，管電流 300μA，解像度 0.0615mm の条件で撮影を行った．まず初期状態（1 回目）を撮影した後，アルミ棒下端が水平方向に約 2mm（2 回目），および約 12mm（3 回目）移動するように上端を傾斜させ，各段階で CT 画像を取得した．得られた画像に対し，3 次元画像相関法（DVC）を用いることで砂粒子の移動量を定量化した．解析には TomoWarp2[4]を用い，一辺約 1.97mm の Correlation window を設定し，その図心位置を 0.98mm ごとに 3 次元変位を算出した．



(a) Drilling　　(b) X ray computed tomography
Fig. 1 Photograph of Experiment

３．実験結果と考察

Fig. 2 および Fig. 3 に，X 線 CT 画像から得られた断面位置および各撮影段階の断面画像を示す．初期状態（1 回目）において，ステンレス線周囲には一部低輝度な領域（空隙）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が確認されたほか，層間に締固め密度の差に起因すると見られる打継ぎ面が観察された．

アルミ棒を傾斜させた 2 回目の撮影では，断面 a においてアルミ棒の移動方向（左側）に空隙が生じ，断面 A ではアルミ棒が特定の位置を中心に回転運動をしている様子が確認された．また，断面 b では一部のステンレス線周辺の間隙が埋まる挙動が見られたが，この段階ではステンレス線周辺の粒子移動は顕著ではない．

アルミ棒をさらに傾斜させた 3 回目の撮影では，断面 a や断面 A においてアルミ棒の移動により球面状のすべり面が生じたと考えられる．また，断面 b では一部のステンレス線の左側ですべり面とは異なるひび割れが生じた．

Fig. 4 は断面 b および B における DVC による変位計測結果である．黄色い点は，設置したステンレス線の位置を示している．最初の 2 行は，X 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど右側に，青が濃いほど左側に移動している．最後の 2 行は，Z 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど下側に，青が濃いほど上側に移動している．X 方向変位において，ステンレス線の左側では変位量が大きいのに対し，右側では減少しており，ステンレス線が粒子の移動を遮る機能を有していることがわかる．また Z 方向変位（垂直方向）では，ステンレス線の右側でステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が豊浦砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．なお，3 回目の撮影では粒子配列の乱れが大きく，DVC による高精度な追跡は困難であった．

4．結論

本研究では，X 線 CT 画像から補強材が地盤に与える影響を評価した。得られた知見を以下にまとめる．

結果，各変位段階においてステンレス線周辺の空隙および地盤の密度差を確認できた．この画像を基に DVC による変位計算を行うと，アルミ棒によって供試体中心から発生させた土の変位について，受働側の土の変位に着目すると，ステンレス線より円周側では変位量が減少した．また垂直方向の変位では，ステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．

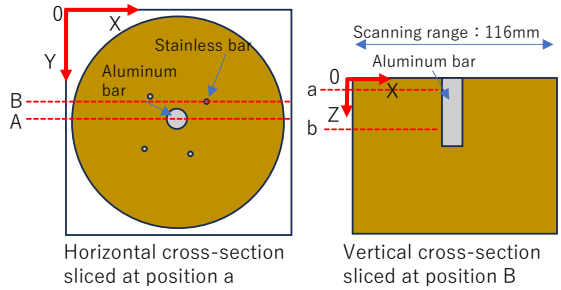


Fig. 2　Soil specimen and cutting positions of X ray CT images

参考文献

1) 公益社団法人地盤工学会: 地山補強土工法設計・施工マニュアル. 丸善出版, 2011.
2) 山本剛, 中井卓巳, 丸木義文, 小高猛司, 岸田潔, 大西有三: 長期劣化の概念を導入した道路法面の健全性評価手法の提案, 地盤工学ジャーナル, vol. 4, no. 1, pp. 21-33, 2009.
3) 麓隆行: 新しい機構の X 線 CT の開発とポリマーコンクリートの圧縮試験への適用, 土木学会論文集 E2, Vol. 69, No. 2, pp. 182-191, 2013.
4) Tudisco, E., Ando, E., Cailetaud, R. and Hall, A. S.: TomoWarp2: A local digital volume correlation code, Software X, Vol.6, pp. 267-270, 2017.

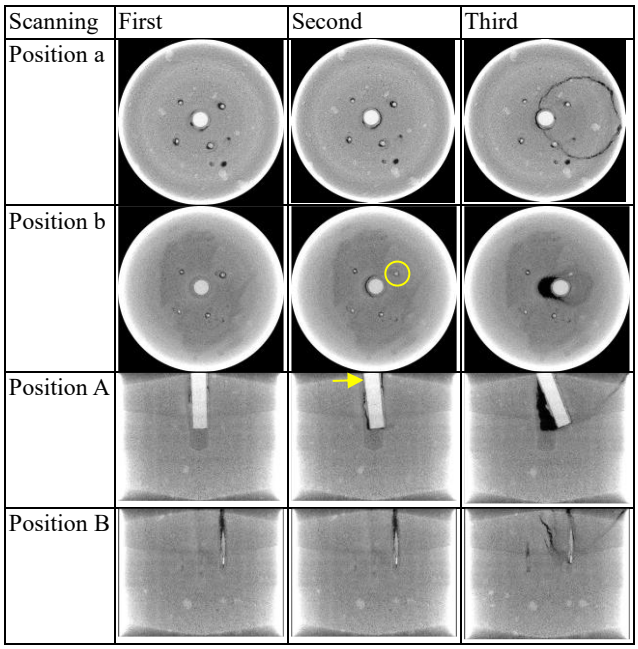


Fig. 3　Cross-section images of each position

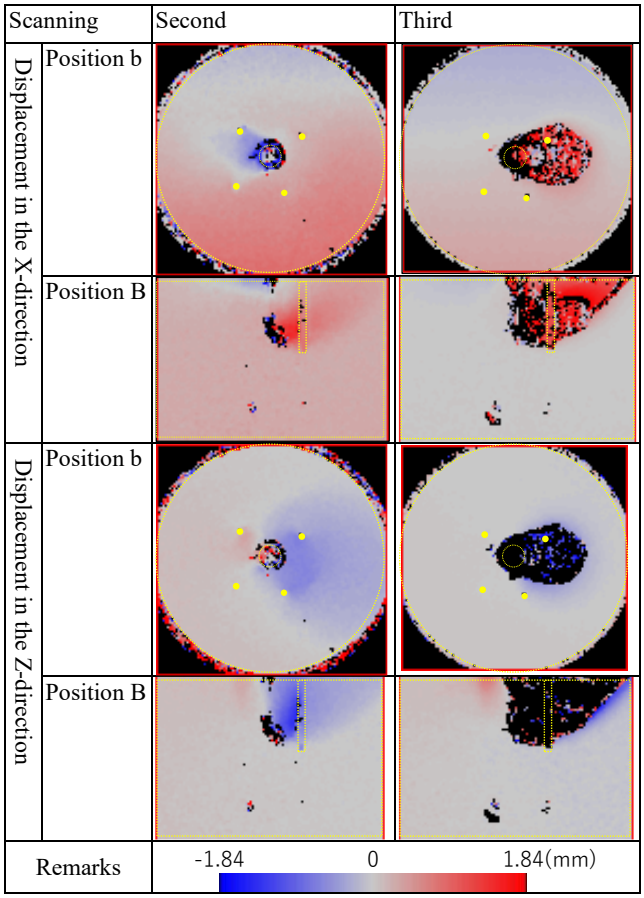


Fig. 4　Cross-section images of each position

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

Analytical study of the effect of large wood on impact loads using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竜川　太志（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Taishi TATSUKAWA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: em63025@nda.ac.jp

This study reproduces a large wood model with cylindrical elements using DEM and investigated the mechanism of impact loads of large wood accumulation acting on woody debris retention structures. As a result, the large wood accumulation density at the time of collision is the main factor in impact loads.

１．緒　言

近年，日本各地で記録的豪雨が増加し，流木災害が深刻化している[1]. 流木は浮力により浮遊状態で流下するため，住宅地やインフラに直接衝突するたけでなく，構造物への閉塞や堆積を通じて二次災害を誘発する場合がある．Fig.1に示す輪島市町野地区寺地川の被災状況からも，流木の大量堆積が，構造物損傷に大きく寄与していることが窺える．特に，流木が塊（流木群）となって構造物に衝突する場合，単体流木の衝突と比較して作用荷重が著しく増大することが指摘されている．しかしながら，その荷重増大が単なる衝突質量の増加に起因するものなのか，あるいは同時衝突や流木間の拘束による力学的相互作用（群作用）によるものなのかについては，十分に解明されていない．すなわち，流木群の形成状態と荷重ピークとの対応関係は未だ明確ではない．

著者ら[2),3)]は，これまで流木群が透過型砂防堰堤に作用する荷重特性について実験的検討を行い，流木群が瞬間的に大きな動的荷重を発生させることを明らかにした．しかし，その発生機構，すなわち流木群の形成過程，同時衝突本数，および接触ネットワークの構造が荷重ピークに与える影響については未解明である．

そこで本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群衝突時の荷重発生メカニズムを力学的観点から解析する．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群形成が荷重ピークを増幅させる機構を明らかにする．

２．実験の概要

Fig.2 に，実験装置の概要を示す．可変勾配型直線水路（長さ L = 3.4 m，幅 B = 0.3 m，深さ H = 0.5 m，勾配 θ = 0.0～20.0°）を用いた．流量は，水路上流側に設置した制御レバーにより調整した．水路下流部には荷重計測装置を設置した．Fig.3 に荷重計測装置の概要を示す．荷重計測には分力計（Y102-FX-100N）2 基を用い，これに捕捉工モデル（高さ h_c = 150.0 mm，幅 b_c = 290.0 mm，捕捉工間隔 w_c = 40.0 mm，鋼管径 D = 10.0 mm）を懸架して取り付けた．固定は，直径 6.0 mm の鋼材を，捕捉工モデルに溶接した内径 6.0 mm の中空円柱に通し，上下からナットで締結する方法とした．部材には，十分に剛性を有する鉄筋を用いた．流木群を生成のため，荷重計測装置から上流 3.4 m の位置にゲートを設置した．ゲート内に流木モデルを無作為に投入し，一定流量を供給した状態で一挙にゲートを開放することで流木群を流下させた．荷重はサンプリング周波数 200 Hz で計測し，100 Hz のローパスフィルタを適用した．流木モデル（長さ l = 180.0 mm，直径 d = 6.0 mm）には，加工性と強度のバランスに優れるラミン材を用いた．

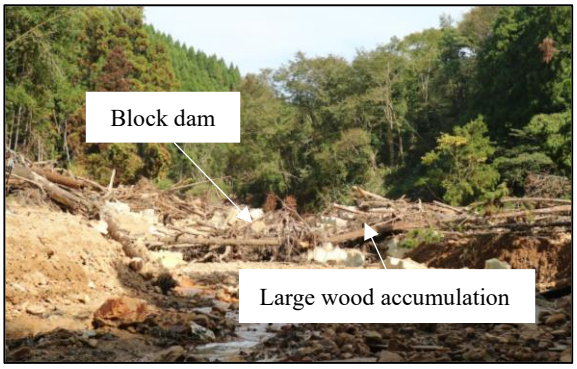


Fig.1 Destruction of emergency countermeasures (R6.10.18 Photograph)

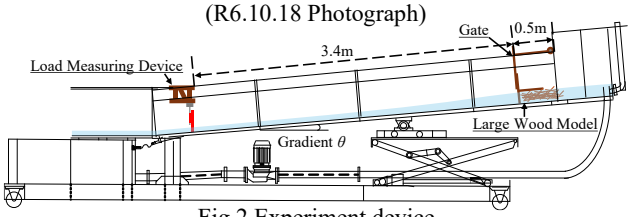


Fig.2 Experiment device



Fig.3 Measuring experiment

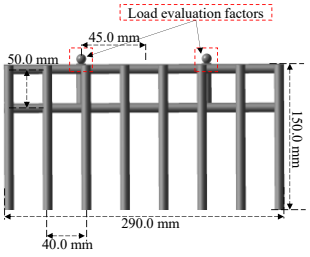


Fig.4 Measuring experiment Analysis model

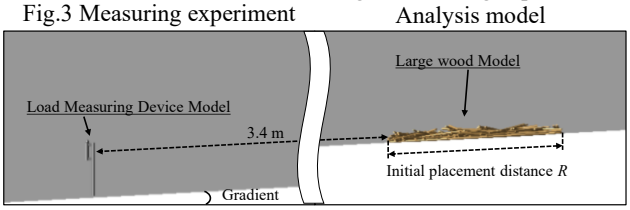
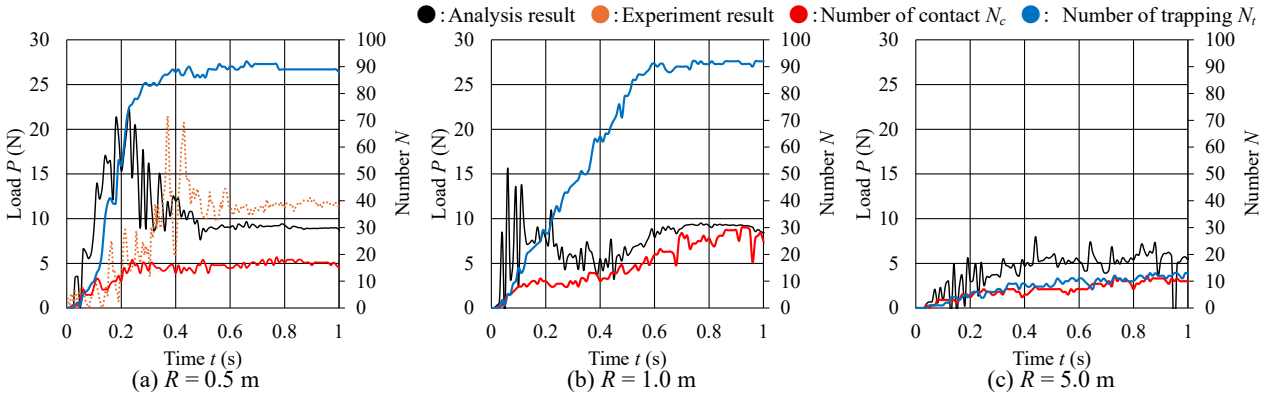


Fig.5 Analysis situation

３．解析の概要

本解析では，実験条件（勾配 θ = 3°，流量 Q = 4.7 L/s，流

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) R = 0.5 m (b) R = 1.0 m (c) R = 5.0 m

Fig.6 Analysis result (n = 100)

木本数 n = 100）を対象とした．Fig.4 に荷重計測装置の解析モデルを示す．流木捕捉工モデルは円柱形要素により構築し，分力計は 2 個の球形要素で表現した．円柱形要素端部と球形要素はばね要素で連結し，ばねの変化量から作用荷重を算出した．Fig.5 に解析状況を示す．実験と同様に下流部に荷重計測装置を設置し，その上流 3.4 m の位置に流木モデルを無作為に配置した．このとき，初期配置距離 R と定義する．流木モデルは円柱形要素で表現し，配置には落下法を用いた．水路は平面要素を用いて再現した．流水の影響は流速分布モデル [3]を用いて考慮し，流木モデルに直接速度を付与することで表現した．流速分布モデルに必要な水深および流速の条件は，実験結果に基づいて決定した．さらに，要素間のばね係数は，実験で使用したラミン材の物性値に基づき設定した．

4．解析結果

ここでは，初期配置距離 R = 0.5 m，1.0 m，5.0 m の条件で行った．解析結果を Fig.6 に示す．まず，Fig.6(a)の荷重ー時間関係に着目すると，最大衝突荷重は実験で P = 21.5 N，解析で P = 22.2 N となり，本解析手法により最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることが確認された．一方，荷重発生から最大衝突荷重に至るまでの時間 Δt は，実験で Δt = 0.37 [s]，解析で Δt = 0.20 [s]と，解析の方が短い傾向を示した．これは，解析において流木群内部の姿勢変化や相互干渉のばらつきが実験より小さく評価され，群としての緩衝効果が十分に再現されていないためと考えられる．ただし，全体的な荷重遷移の傾向は概ね実験を模擬できている．次に，初期配置距離 R の影響を比較すると，R が大きくなるほど流木群密度が低下し，Fig.6(c)に示すように明確な最大衝突荷重が発生しにくくなることが確認された．

ここで，捕捉工に対する流木の接触・捕捉状況に着目する．捕捉工に直接接触した本数を接触本数 N_c，捕捉工から上流側 0.5 m の範囲に存在し，かつ流木の流下速度が $v_f \leqq$ 0.3 m/s の流木本数を捕捉本数 N_t と定義する．時系列変化を見ると，N_c の遷移傾向自体は各条件で類似しているが，t = 1.0 [s]において Fig.6(a)で N_c = 14，Fig.6(b)で N_c = 25，Fig.6(c)で N_c = 10 と差異が生じた．これは，捕捉状況は衝突形状や群密度の違いが接触状態に影響を及ぼしていることを示す．最大衝突荷重時における接触本数 N_c と捕捉本数 N_t の関係を見ると，Fig.6(a)では N_c = 15，N_t = 75 と多数の流木が短時間で群として捕捉工に衝突しているのに対し，Fig.6(b)では N_c = 5，N_t = 5 と個々の流木がほぼ同時に衝突する状態となっている．この結果は，初期配置距離 R に起因する流木群密度の違いが衝突メカニズムを大きく変化させることがわかる．密度が大きい場合には，複数の流木が群として衝突するため，急激な荷重増加と大きな最大衝突荷重が発生する．一方，密度が低い場合には流木が個別に衝突するため群効果が弱まり，明確な最大衝突荷重は生じにくい．

以上の結果より，衝突時の流木群密度が最大衝突荷重の発生およびその大きさを支配する主要因である可能性が示唆された．すなわち，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とでは荷重発生メカニズムが本質的に異なり，これが最大衝突荷重の有無およびその規模に直接影響を及ぼすと考えられる．したがって，流木群密度を適切に評価することが，捕捉工の動的荷重評価において重要であると考えられる．

5．結　言

本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群による衝突荷重の発生メカニズムを力学的観点から検討した．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群の形成状態が荷重ピークを増幅させる機構について解析的に整理した．得られた主な成果を以下に示す．

1) 解析により，流木群の最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることを確認し，本解析手法が流木群荷重評価に有効であることを示した．

2) 初期配置距離 R の増加に伴い，衝突時の流木群密度が低下し，最大衝突荷重が減少すること，さらに明確な荷重ピークが発生しない条件が存在することを明らかにした．

3) 最大衝突荷重は，衝突時の流木群密度および同時接触本数に強く依存することを示し，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とで荷重発生メカニズムが本質的に異なることを示した．

以上より，流木群の密度特性および同時接触状態を適切に評価することが，捕捉工に作用する動的衝突荷重の合理的評価において重要であることが示唆された．

参考文献

1) 秋田寛己，今泉文寿，中谷洋明，堤大三：過去 40 年程度の主要流木災害における発生流木量の傾向について，令和 5 年度砂防学会研究発表会概要集, pp.613-614, 2023.

2) 竜川太志，堀口俊行：流木捕捉工による流木群の作用荷重に関する実験的検討，構造工学論文集, Vol.71A, pp.817-827，2025.

3) 香月智，渋谷一，大隅久，國領ひろし，石川信隆：個別要素法による透過型佐生堰堤の流木混じり土石流捕捉解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.69，No.1，pp.16-29，2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

SPH-Based Simulation of Slope Failure
Incorporating Heterogeneous Geology and Discontinuity Surfaces
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沼田　尚也（法政大・デザイン工）　　酒井　久和（法政大・デザイン工）
Naoya NUMATA, Hosei University
Hisakazu SAKAI, Hosei University
E-mail: naoya.numata.6v@stu.hosei.ac.jp

This paper proposes an SPH-based framework for seismic natural-slope failure simulation. We propose two methods: one is an internal force divergence formula handling layer boundaries with different densities and stiffnesses, and another is a technique to generate discontinuity surfaces caused by tension cracks. Results of dead-weight analysis suggest that the proposed divergence formula mitigates analytical errors. Furthermore, in the seismic slope failure simulation, the proposed discontinuity SPH model can reproduce failure behavior with tension cracks and displacement of the surface layer. These results partially support the proposed methods that work as tools to analyze slope failure with tension cracks.

1. はじめに

地震時の斜面の挙動と崩壊土砂の流動距離を推定する数値解析手法として，弾塑性構成則を導入したSPH法[1)]や地盤を弾塑性体から流体に相変化させるSPH法[2)]の適用性が検討されている．これらの研究は，SPH法の流動を伴う地盤材料の大変形解析手法としての有用性を示している．

一方，一般的なSPH法の内力及び内力の発散の計算式は，密度や剛性の異なる複数の地質で構成される自然斜面の層境界を十分に考慮できていないと考えられる．また，斜面崩壊は引張亀裂を伴う場合があるため，リスク評価において，引張亀裂による不連続面の考慮が必要だと考えられる．

本研究では，弾塑性SPH法を地震による自然斜面の崩壊挙動の解析に適用することを目的に，密度や剛性が異なる複数の地質を対象とする内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮したモデルを提案する．提案手法を導入したSPH法を引張亀裂が生じる斜面崩壊の再現解析に適用することで，手法の有用性を検証した．

2. 解析手法の概要

2.1 SPH法による固体解析

減衰を含む固体の運動方程式は，式(1)で表される．ここで，$\boldsymbol{c}$ は減衰力により低減される加速度，$\boldsymbol{b}$ は物体力及び慣性力による加速度を表す．本研究では，式(1)の $\boldsymbol{c}$ にRayleigh減衰を適用するため，小野[1)]が提案する手法を用いた．

SPH法の固体解析では，内力の発散を式(2)の右辺第一項の近似式（和モデル[3)]）で評価することが多い．ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル，m は質量，ρ は密度，W はkernel関数を表す．また，$\boldsymbol{C}$ は数値安定性のために導入される人工的な斥力項であり，本研究では人工粘性と人工応力の和を表す．

$$\frac{d\boldsymbol{v}^i}{dt} = -\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i} - \boldsymbol{c}^i + \boldsymbol{b}^i \tag{1}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \sum_j m^j\left\{\frac{\boldsymbol{\sigma}^i}{(\rho^i)^2}+\frac{\boldsymbol{\sigma}^j}{(\rho^j)^2}\right\}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{2}$$

2.2 提案手法の内力の発散の計算

式(2)による内力の発散の計算式は，粒子間に生じる力が作用反作用を満たし，正圧領域での計算が安定する一方で，負圧領域での計算で数値不安定性を誘起することが指摘されている[3)]．加えて，密度が異なる材料を用いた解析に適用した場合に，計算結果が振動することがある（Fig.2参照）．

自然斜面は密度や剛性の異なる複数の材料で構成されており，引張亀裂を考慮する場合は引張応力下の計算を安定させる必要があると考えられる．そこで，本研究では，佐伯ら[3)]が提案する差モデル型の式を内力の発散の計算に適用することを試みた．加えて，楯岡ら[4)]の提案する弾性体の緩和計算式を用いて，密度や剛性が異なる層境界での計算の安定化を図った．式(3)，(4)は，それぞれ緩和計算式を適用した差モデル，和モデルによる内力の発散の評価式である．ここで，$\boldsymbol{L}$ はkernel関数の勾配の修正行列である[3)]．

しかし，式(3)を適用した固体解析では，粒子密度が希薄な自由表面近傍で数値異常が発生し，安定した解析を実行できなかった．このため，本研究では，通常の粒子に対しては式(3)（差モデル），自由表面粒子に対しては式(4)（和モデル）を内力の発散の計算に使用する方針とした．

また，ひずみ速度 $d\varepsilon/dt$ 及び応力速度 $d\sigma/dt$ の計算には，楯岡ら[4)]が提案する弾性体の緩和計算式に修正行列 $\boldsymbol{L}$ を適用した式(5)，(6)を使用する．ここで，添字 α,β は座標方向を表し，G はせん断弾性係数，K は体積弾性係数，δ はクロネッカーのデルタ関数，$d\varepsilon_{\gamma\gamma}= d\varepsilon_{xx}+d\varepsilon_{yy}+d\varepsilon_{zz}$ である．

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^j}\frac{\boldsymbol{\sigma}^j-\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i+\rho^j}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{3}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^i\rho^j}\left(\frac{\rho^j\boldsymbol{\sigma}^i+\rho^i\boldsymbol{\sigma}^j}{\rho^i+\rho^j}\right)\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{4}$$

$$\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{m^j}{\rho^j}\left\{\left(v^j_\alpha-v^i_\alpha\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta}+\left(v^j_\beta-v^i_\beta\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\alpha}\right\} \tag{5}$$

$$\frac{d\sigma^i_{\alpha\beta}}{dt} = 2\sum_j\frac{K^iK^j}{K^i+K^j}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}+\frac{2G^iG^j}{G^i+G^j}\left(\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt}-\frac{1}{3}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}\delta_{\alpha\beta}\right) \tag{6}$$

3. 不連続面の発生を考慮したモデル

3.1 自由表面及び不連続面粒子の探査

固体の自由表面及び不連続面の探査には，粒子法による流体解析で用いられる自由表面探査の手法を援用する．本研究では，Marroneら[5)]の方法を参考に，修正行列 $\boldsymbol{L}$ の最小固有値が閾値以下であり，自由表面探査領域（Fig.1参照）に他の粒子が存在しない粒子を自由表面粒子とした．ここで，自由表面粒子とその不連続領域（Fig.1参照）に存在する粒子同士を不連続粒子のペアとして設定し，以降はSPH法による連続体の近似計算ではなく，接触の計算を行う．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2 不連続面における接触の計算

粒子同士の接触の計算は，球形 DEM と同様の線形ばね-ダッシュポット-スライダーによるモデルを適用した．ただし，粒子の回転運動は考慮していない．本研究では，ばね係数を Hertz-Mindlin モデルを基に設定し，ダッシュポットに Rayleigh 減衰を適用した．摩擦定数は，接触する粒子同士の内部摩擦角の平均値（上限 35.0 deg.）を設定した．

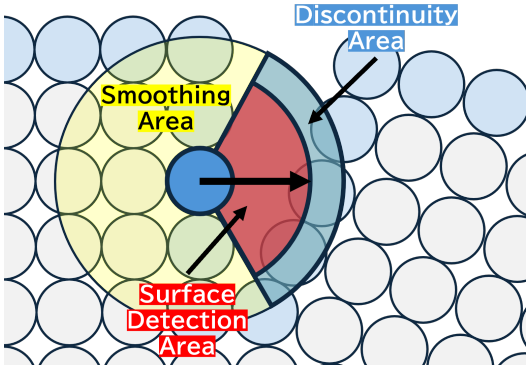


Fig.1 Sketch of Free surface and Discontinuity Detection

4. 提案手法を用いた地震による斜面崩壊解析

提案手法を用いて，篠田ら [6]の地震による斜面崩壊実験の再現解析を実施した．解析に用いた SPH モデルの物性値を Table.1 に示す．境界条件は，底面を固定，側方を鉛直ローラーとし，崩壊発生時の地震動（Fig.4 参照）を慣性力として入力した．ここでは，弱層の傾斜角を 45° とした滑落型崩壊の実験を対象とする再現解析の結果を示す．

Fig.2 に，一般的な SPH 法と提案手法による自重解析終了後の鉛直応力分布の比較を示す．提案手法を用いることで，一般的な SPH 法で発生した材料境界での応力の振動が抑制され，安定した初期応力状態を得られたことが分かる．

Fig.3 に斜面崩壊解析のスナップショット，Fig.4 に着目点（Fig.3 参照）における変位と水平方向加速度の時刻歴を示す．Fig.3，Fig.4 より，引張亀裂が生じ法肩の弱層が自立する挙動と，表層が急速に滑落する崩壊挙動を定性的に再現できたことが分かる．また，解析終了時の変位（約 0.58 m）と実験の変位（約 0.55 m）は概ね一致している．一方，実験で確認された滑落開始後に水平方向の加速度が 0 に近づく挙動の再現性は低い．これは，不連続面の粒子の接触の計算において，地盤の塑性変形に伴う履歴減衰を十分に表現できていないことが要因だと考えられる．

5. まとめ

本研究では，複数の地盤材料を考慮した内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮した SPH 法のモデルを提案し，地震による斜面崩壊の解析に適用した．その結果，提案手法の亀裂を伴う斜面崩壊に対する適用可能性が確認できた．今後は，不連続面の粒子の計算について，剛体回転と適切な履歴減衰の表現手法を導入し，進行性の斜面崩壊の表現性についても検証を行う予定である．

参考文献

1) 小野祐輔: SPH 法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.69, No.4（地震工学論文集第 32 巻），pp.650-660, 2013.
2) D. S. Morikawa, M. Asai: A phase-change approach to landslide simulations: Coupling finite strain elastoplastic TLSPH with non-Newtonian IISPH, *Computers and Geotechnics*, Vol.148, pp.104815, 2022.
3) 佐伯勇輔，辻勲平，浅井光輝: 負圧を含む非圧縮性流体を対象とした SPH 法の圧力勾配モデルの原点回帰，土木学会論文集, Vol.79, No.15, 22-15023, 2023.
4) 楯岡将規，小原治樹，小山彰規，釣谷航世，笹木亮: SPH 法による異種金属接合板の衝撃問題の解析，日本機械学会論文集（A 編），Vol.77, No.777, pp.834-842, 2011.
5) S. Marrone, A. Colagrossi, D. Le Touze, G. Graziani: Fast free-surface detection and level-set function definition in SPH solvers, *Journal of Computational Physics*, Vol.229, No.10, pp.3652-3663, 2010.
6) M. Shinoda, K. Watanabe, T. Sanagawa, K. Abe, H. Nakamura, T. Kawai, S. Nakamura: Dynamic behavior of slope models with various slope inclinations, *Soils and Foundations*, Vol.55, No.1, pp.127-142, 2015.

Table.1 Material Parameters (SPH model)

Layer	Density (kg/m^3)	Elastic modulus (kN/m^2)	Poisson's ratio	Cohesion (kN/m^2)	Friction angle (deg.)	Tensile Strength (kN/m^2)
Surface (mat. 1)	3000	8.200×10^4	0.330	107.4 (34.4)	0.0 (28.4)	26.85 (14.43)
Weak (mat. 2)	1767	5.637×10^4	0.214	2.9 (1.7)	39.5 (36.3)	2.460 (0.407)
Bedrock (mat. 3)	1890	1.000×10^5	0.267	280.5 (5.4)	57.3 (53.4)	—

※Peak state (Residual state)

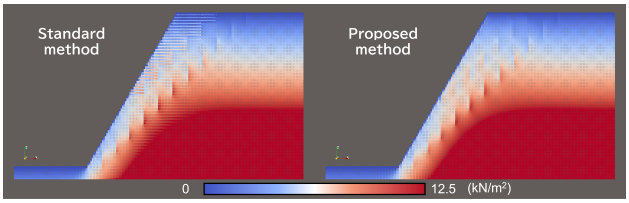


Fig.2 Comparison of Dead Weigh Analysis Results between Standard and Proposed Methods

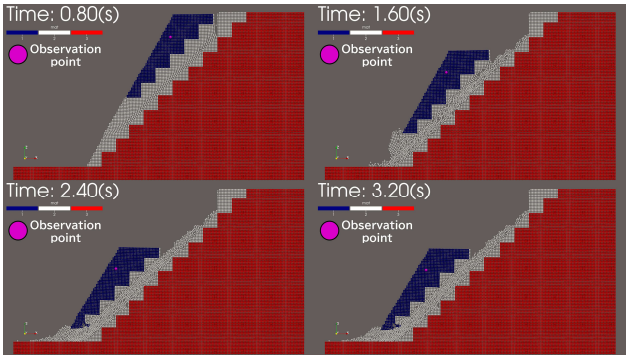


Fig.3 Snapshot of Slope Failure Analysis Result

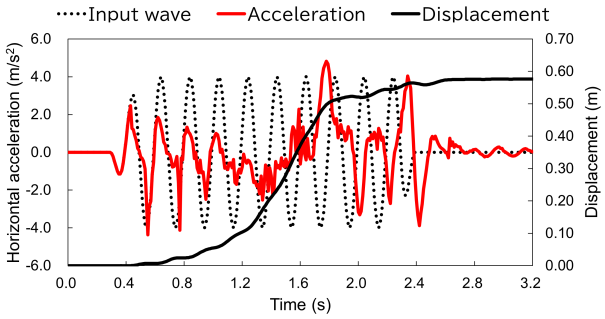


Fig.4 Time History of Displacement and Horizontal Acceleration Response at the Observation Point

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３次元 MPM-VOF の浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）
Applicability of three-dimensional MPM-VOF method for seepage failure analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

生頼　直樹（中電技術コンサルタント株式会社，京都大学・工）
橋本　涼太（京都大学・工）
Naoki ORAI, Chuden Engineering Consultants and Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
E-mail: orai@cecnet.co.jp

As a result of case study analysis of the 2011 Great East Japan Earthquake, it was shown that tsunami resistance of breakwater is effective in mitigating tsunami-induced damage at coastal area. Therefore, it is preferable to assess continuous deformation process from earthquake to tsunami for examination of tsunami countermeasure. Although computational methods which are capable to simulate three-dimensional flow field is essential for tsunami resistance evaluation, practical method was not available. As a potential solution, MPM-VOF has been proposed. However, previous studies have been limited to two-dimensional analyses, which poses a significant limitation for evaluating tsunami countermeasures where three-dimensional behaviors are predominant. In this study, two-dimensional MPM-VOF were expanded to three-dimensional MPM-VOF to address the issue. In following section, implementation of MPM-VOF method and example of calculation are presented.

１．はじめに

2011 年東日本大震災では，地震（特に液状化）および津波に対する防波堤の変形挙動の差異により，沿岸域の津波被害に差異が生じることが示された [1]．津波防災対策の検討においては地震～津波に至る変形挙動を一連で評価することが望ましいが，実用的な解析手法は確立されていない．

液状化や津波による洗掘に起因した地盤の大変形を表現しうる解析手法として，粒子と格子を併用した連続体の数値解析手法の一種である Material Point Method[2]（MPM）がある．MPM は当初，固体の大変形解析手法として提案されたが，その後，地盤を含む多孔質体の浸透－変形連成場でのボイリング解析[例えば 3]や河川堤防の越流侵食解析へと拡張されている．さらに近年では，河川堤防の決壊や土石流等への MPM の適用を目的として，界面追跡型数値流体解析法のひとつである Volume of Fluid（VOF）法と MPM とを弱連成させた 2 次元 MPM-VOF が著者の一人により提案された．MPM-VOF では，土骨格の運動を MPM，気液相の流体場を VOF 法により解析し，両者の計算結果を交互に弱連成することで，土骨格の変位場と気液相の流体場を解くことに成功している．したがって，MPM-VOF は，地震発生から津波に至る防波堤の一連の変形挙動を統合的に評価可能な解析手法としての可能性を有している．

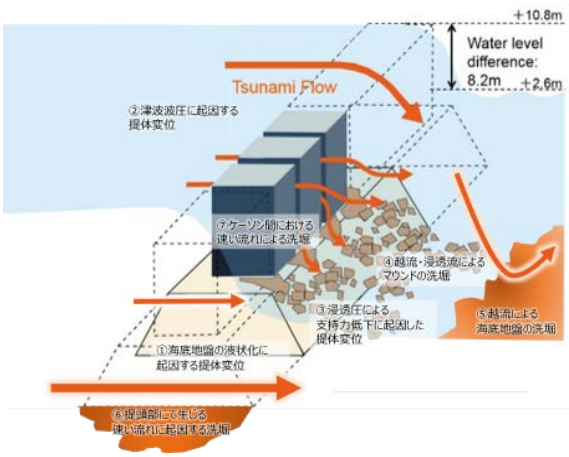


Fig. 1 Effect of flow field due to tsunami for ground [modified on 4)]

ただし，被災要因の分析結果を参照すると，3 次元流体場（例えば越流，目地部ジェット流，堤頭部の回折流れ）に起因する洗掘が被災の主要な要因であった [5]ことから，防波堤の耐津波性能の評価においては 3 次元流体場の解析が不可欠である．Fig.1 に防波堤周辺における 3 次元流体場の例を示す．しかしながら，既往の MPM-VOF での解析は 2 次元に限定されており，解析次元の観点からは，防波堤の耐津波性能を評価する手法として十分とはいえない．

そこで本研究では，3 次元流体場とそれに伴う地盤の安定性を評価することを目的として，既往の 2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．なお本稿では，津波越流の前段階である，港内外水位差に伴う浸透破壊解析への 3 次元 MPM-VOF の適用性について評価した．

以降にて MPM-VOF の手法，解析例を示す．

２．手法

2.1 飽和多孔質体の運動方程式

本研究で流体解析に用いる VOF 法では気液相両方を扱うが，地盤は飽和状態を仮定する．地盤を土粒子（固相）と間隙水（液相）からなる飽和多孔質体とみなしたとき，その運動方程式は式(1)のように表せる．

$$(1-n)\rho_S \ddot{\boldsymbol{u}}_S + n\rho_F \ddot{\boldsymbol{u}}_F = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}' - \nabla\cdot p_F\boldsymbol{I} + (1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}} + n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \qquad (1)$$

ここで変数上のドットは時間微分，バーは既知量を表し，下付き添え字の S は固相，F は気液相に関する変数であることを意味する．nは間隙率，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，ρは密度，$\boldsymbol{\sigma}'$は固相の有効応力テンソル（引張が正），p_L は液相の圧力，$\boldsymbol{I}$ は 2 階の単位テンソル，$\boldsymbol{b}$ は物体力ベクトルである．

2.2 気液相の運動方程式

本研究では格子法に基づく VOF 法により気液相の運動を解析する．液相の分布を計算格子の各セルに与える VOF 値 F で表し，流体の密度を$\rho_F = F\rho_L + (1-F)\rho_G$，粘性係数を$\mu_F = F\mu_L + (1-F)\mu_G$ で表し（ここで，下付き添え字 G は気相の変数を表す），単一の（Darcy）流速場 $\boldsymbol{v}'_F$ および圧力場 p_F で記述された Darcy-Brinkman 型の運動方程式（式(2)）と，連続式を支配方程式とする．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F'=-\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}}-\frac{1}{\rho_F}\boldsymbol{R} \quad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{R}$ は固相から受ける抗力ベクトルであり，本研究では Darcy 則を浸透破壊問題で想定される高レイノルズ数に拡張した式(3)に基づく相互作用力ベクトルを用いた．

$$\boldsymbol{R}=n\left\{\frac{\mu}{\rho_F\kappa}+\frac{\tilde{F}}{\sqrt{\kappa}}|\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s|\right\}(\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s) \quad (3)$$

ここで，κ は Kozeny-Carman 式を用いて間隙率より定まる固有透水係数，$\tilde{F}$は代表粒径を主な変数として定まる係数である．

式(2)は自由流体領域（$n=1$，$\kappa\to\infty$）では Navier-Stokes 方程式，多孔質体領域（$0<n<1$）で κ と流速が十分に小さい場合は Darcy 則に漸近する形式となっており，非圧縮粘性流体の多孔質体領域と流体領域を連続的に記述できる．

2.3 界面の移流方程式

界面を表現する VOF 値（$0\leqq F\leqq 1$）は，流体（気液相）の流速場の時間発展を計算した後，F 値の移流量を計算することで，界面の時間発展を追跡する．界面の移流方程式は式(4)のように表せる．

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla F=0 \quad (4)$$

2.4 計算方法

本研究では，土骨格の運動方程式は MPM により，気液相の運動方程式および連続式は VOF 法によりそれぞれ解く分離型解法を採用した．両手法の計算を交互に実行し，計算結果を相互に入力として与えることで，土骨格の変位場，流体の速度場・圧力場の時間発展を解析する．

MPM は，ラグランジュ的な粒子とオイラー的な背景計算格子を組み合わせたハイブリッド手法である．本手法では，連続体を有限個の物質点（粒子）で離散化し，各粒子が局所的な質量，速度，応力などの物理量を保持する．さらに，全粒子を覆う背景計算格子を設け，各粒子を格子のセル間をまたいで移動可能な積分点として，式(1)の弱形式を格子上で解く．なお，今回粒子は固相の変数のみを輸送し，式(1)の液相に関する変数には VOF 法で計算されたセル値を使用する．

VOF 法については，空間離散化に有限差分法を使用し，流速と圧力の計算はフラクショナル・ステップ法で半陰的に行う．式(3)の移流項には有理関数 CIP 法，粘性項と圧力勾配項には中心差分を使用し，VOF 値の移流は，界面の再構築法に WLIC 法 [6]を採用したドナー・アクセプター法で代数的に計算する．

2.5 計算手順

時間増分ごとの各ステップではまず，MPM の粒子の配置に基づき，間隙率の空間分布を計算する．この分布を VOF 法への入力とし，速度場および圧力場を分離して解くフラクショナル・ステップ法にて移流項，粘性項，重力項，抗力項の順に計算した後，連続式を満足するよう圧力のポアソン方程式を解き，圧力勾配項を計算する．最後に，得られた流速場から VOF 値の移流計算を行う．そして，得られた流速や圧力，VOF 値の分布を使いながら，MPM で土骨格の変形を解く，というのが 1 ステップの流れである．

以上の手順を所定のステップ数に亘り繰り返す．

3．解析例

浸透破壊解析に対する本解析手法の適用性を評価するため，検証解析として U 型水槽におけるボイリング問題の解析を実施した．Fig.2 にモデル図を示す．セルは 0.01m の等方格子とし，通水幅は 10 セル，奥行は 1 セルとし，中央部に幅 4 セルの不透水領域を設けた．左側水槽に MPM 粒子を配置し，間隙率 0.4，乾燥密度 1.62 g/cm^3，ヤング率 1.0 $\times10^4$ kPa，内部摩擦角 30°，粘着力 0 kPa，Kozeny-Carman 式に与える代表粒径 2 mm とした．固相の境界条件について，下端部節点は完全固定，側壁部節点は鉛直ローラーとした。気液相は水槽の初期水位より上方の左側側壁は流出境界としたうえで，右側水槽へ徐々に注水して水頭差を拡大させ，ボイリングを誘発した．

Fig.3 にボイリング発生直後の様子を示す．限界水頭差の理論値 2.02m に対し，本計算での限界水頭差は 2.0m と概ね一致したことから，本計算は妥当であることを確認した．

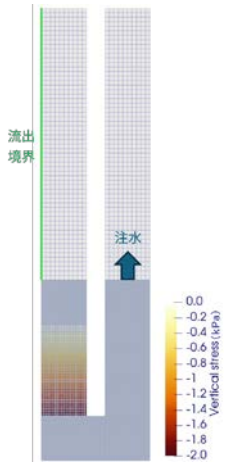


Fig. 2 Model setup

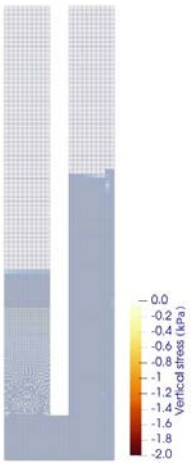


Fig. 3 Result

4．おわりに

本研究では，防波堤の地震から津波に至る耐津波性能を一連で評価する手法の構築を目的とし，2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．今後本手法の適用可能範囲を津波越流，洗堀問題へと拡張し，津波防災対策の高度化への貢献を目指す．

参考文献

1) 国土交通省　港湾局：防波堤の耐津波設計ガイドライン，2013.
2) Sulsky, D.ほか: A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 118, No. 1-2, pp. 179-196, 1994.
3) 上園浩志・橋本涼太：飽和地盤の浸透破壊問題のための MPM-FDM 連成解析, 地盤工学ジャーナル, Vol.19, No.1，pp. 57-68，2024.
4) Kazama, M.ほか: The geotechnical issues of the damage caused by the great east Japan disaster and reconstruction for the Tohoku region, The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 2, Issue 32, 2015.
5) 有川太郎ほか：釜石湾港防波堤の津波による被災メカニズムの検討-水特性を中心とした第一報-，港湾空港技術研究所資料，No.1251，2012.
6) Yokoi, K.: Efficient implementation of TINC scheme: A simple and practical smoothed VOF algorithm, Journal of Computational Physics, Vol. 226, Issue 2, 2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

下負荷面モデルを導入した RBSM による 金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis of the Stacked Element Test for Hexagonal Metal Bars Using RBSM with a Subloading Surface Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　滉一郎（法政大院・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Koichiro YAMADA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: koichiro.yamada.6x@stu.hosei.ac.jp

To establish a seismic resistance evaluation method for discontinuous rock mass, experimental and numerical studies using stacked models of hexagonal bars have been conducted. Previous research has identified challenges in setting constitutive models, with a tendency to overestimate initial stiffness. In this study, a subloading surface model, which enables a smooth representation of elastoplastic transitions, was introduced into the RBSM considering geometric nonlinearity to reproduce element tests. The results demonstrated that the stiff degradation behavior observed after loading in the experiments can be accurately reproduced.

1. はじめに

長大橋や原子力発電所等の重要構造物は，構造物そのものの耐震性は当然のことながら，基礎岩盤や隣接斜面においても耐震性評価を実施することが不可欠である．近年，重要構造物周辺の不連続性岩盤斜面を対象とした地震時安定性評価が進められており，すべり破壊に限らず転倒や崩落などの複数の崩壊モードを想定した検討が注目されているが，それらを統一的に評価できる手法は十分に確立されていない．そこで，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG では，不連続性岩盤の地震時挙動を解明するため，金属六角棒を積み上げた斜面模型の加振実験と数値解析を実施してきた [1]．

著者らは WG の一環として，金属六角棒の室内要素試験および積層斜面模型の動的挙動について，剛体バネモデル（RBSM）を用いて評価を実施してきた [2]．その結果，要素レベルから材料パラメータを再同定することにより，斜面模型の崩壊モード等を概ね再現できたが，要素試験の定量的な再現に課題を残す結果となった．特に，拘束圧の変化に伴う初期弾性係数の不連続性の再現について，新たな構成モデルの開発が必要であることが示唆された．

前述の課題を解決できる構成モデルとして下負荷面モデルが挙げられる．下負荷面モデルとは，Hashiguchi[3]により提案された非線形の材料モデルであり，降伏関数に新たな変数である正規降伏比Rを導入するだけで弾性域から塑性域への滑らかな遷移を表現することが可能となる．そこで本研究では，上記問題の解明のための基礎検討として，幾何学的非線形性を考慮した RBSM に下負荷面モデルを導入し，金属六角棒の室内要素試験の再現を試みた．

2. 解析手法の概要

(1) 幾何学的非線形性を考慮した RBSM

RBSM とは，Fig.1 に示すように，対象を剛体要素と，それらをつなぐ複数個のバネの集合体としてモデル化する手法である．要素間に分布するバネに非線形構成モデルを導入することで，ひび割れ，すべり等の不連続挙動を簡便に表現することができる．本研究では，RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目して新たに開発した，幾何学的非線形性を考慮した手法を用いた [4]．

(2) 本研究で使用する下負荷面モデルの概要

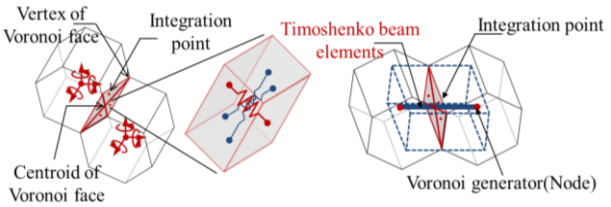


Fig. 1 RBSM overview

本研究では，バネに導入する構成モデルとして，陰的応力更新法を用いた弾塑性構成則の考え方を適用し，下負荷面モデルを導入して新たに開発した RBSM の構成モデル（以下，提案モデル）を用いて検討解析を実施した．ここでは，新たに開発した提案モデルについて説明する．

前節で示したように，RBSM では，各バネの応力およびひずみは次式のように 3 成分のベクトルで表現することができる．

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma, \tau_1, \tau_2)^T \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon, \gamma_1, \gamma_2)^T \tag{2}$$

ここで，σおよびεは，垂直バネの応力およびひずみであり，τ_1, τ_2およびγ_1, γ_2は，それぞれ 2 つのせん断バネの応力およびひずみである．バネの応力$\boldsymbol{\sigma}$およびバネのひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$は，以下の弾性構成則が成り立つとする．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{C}$は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}_p$はバネのひずみの塑性ひずみ成分である．次に，本研究で用いる降伏関数Φは Drucker-Prager 型の弾塑性構成則に基づいており，以下のように定義する．

$$\Phi(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + \eta(\bar{\varepsilon}_p) \cdot \sigma - c \tag{4}$$

ここで，$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$，$\bar{\varepsilon}_p$は相当塑性ひずみ，$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は硬化関数である．ここで，降伏関数$\Phi$に正規降伏比$R$を導入することで，下負荷面モデルを前提とする降伏関数Φ_{sub}を再定義する．

$$\Phi_{sub}(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + R(\eta(\bar{\varepsilon}^p) \cdot \sigma - c) \tag{5}$$

正規降伏比については，正規降伏比Rを用いた関数$U(R)$による発展則によって規定できる．

$$\dot{R} = \dot{\gamma} U(R) \tag{6}$$

$$U(R) = u \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\langle R - R_e \rangle}{1 - R_e}\right) \tag{7}$$

ここで，$\langle x \rangle$は Macaulay の括弧である．（$\langle x \rangle = \max(x, 0)$）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，R_eは弾性限，uは正規降伏面への接近速度を規定する下負荷面パラメータである．

硬化関数$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は，等方線形硬化に基づいており，以下のように表すことができる．

$$\eta(\bar{\varepsilon}_p) = \tan\varphi + \kappa\bar{\varepsilon}_p \tag{8}$$

累積塑性ひずみについては，以下のように塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いた発展則によって与えられる．

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \tag{9}$$

ここで，$\dot{\varepsilon}^p$は塑性ひずみ速度である．流れ則は，非関連流れ則に従うものとし，塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いて，以下のように表すことができる．

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{10}$$

$$\Psi(\bar{\tau},\sigma) = \bar{\tau} + \bar{\eta}\cdot\sigma \tag{11}$$

ここで，$\bar{\eta} = \tan\psi$であり，ψはダイラタンシー角である．提案モデルでは，上記の(1)～(11)式について，井口ら[5]が提案しているリターンマッピング法を用いて，陰的に応力積分を実行した．

3. 岩盤を模擬した金属六角棒要素試験の再現解析

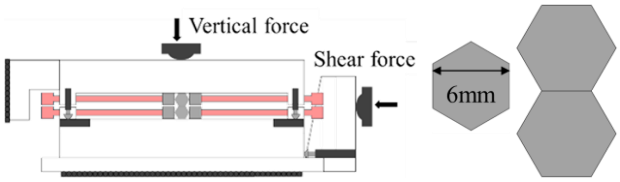
Fig. 2に既往の金属六角棒の室内要素試験の概要および解析モデルを示す．対辺6mmの六角棒要素を上下2段で配置し，所定の垂直応力になるように荷重制御で載荷後，垂直応力を一定としながら変位制御でせん断力を載荷した．垂直応力は，実験と同様に，σ_n=0.05，0.1および0.4MPaの3ケースで解析を実施した．試験方法の詳細は参考文献[1]を参照されたい．

Fig. 3 に解析により得られたせん断応力―せん断変位関係を示す．ここで，図中の Exp.は実験結果，DP は下負荷面を導入していないモデル（以下，従来モデル），sub は提案モデルを示している．(a)より，提案モデルでは，従来モデルでは再現することができなかった，実験で観測されている，初期の弾性係数の不連続性を再現可能であることが確認できる．また，(b)より，従来モデルでは，直線的な弾性挙動を示すことから，降伏までの剛性を過大に評価しているが，提案モデルでは，載荷直後から生じる剛性の低下を精度よく再現できており，実験と比較的近い挙動を示していることが確認できる．

一方で，高拘束圧下における弾性域の範囲や，低拘束圧下における最大応力の再現には課題を残す結果となった．理由として，線形の降伏関数であることや，弾性限R_eを一定として使用していることが挙げられる．実験の応答を再現するためには，非線形の降伏関数を適用し，かつ，下負荷面モデルにおける弾性限R_eに拘束圧依存性を導入する必要があると考えられ，今後検討する予定である．

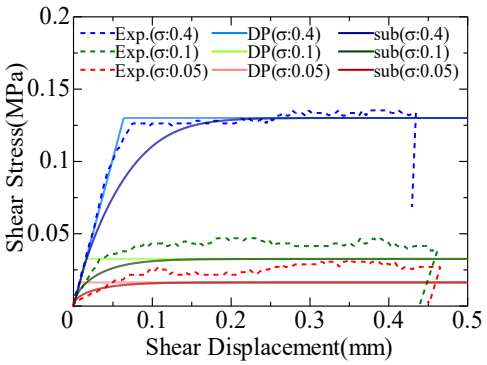
4. おわりに

本研究では，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG で実施された金属六角棒の積層模型の要素試験の検討解析の実施，および最終的には不連続性岩盤を対象とした数値解析手法の確立を目的として，下負荷面モデルを導入した拡張 RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析を実施した．検討の結果，下負荷面を導入した提案モデルでは，実験において観測された載荷直後の剛性の低下を再現でき，従来モデルの課題であった初期剛性の過大評価を改善できることを示した．今後は，非線形の降伏関数の適用や弾性限R_eへの拘束圧依存性の導入を実施し，更なる検討を進める予定である．

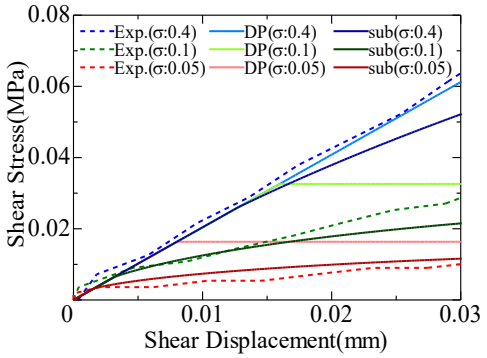


(a) Test overview (b) Analysis model

Fig. 2 Analysis overview



(a) Shear stress-displacement



(b) Comparison of initial stiffness

Fig. 3 Analysis results

謝辞：本研究を遂行するにあたり，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学委員会に関する研究小委員会斜面耐震 WG の皆様には，多大なご協力を賜った．ここに記して感謝の意を示す．

参考文献

1) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 3 フェーズ研究成果報告書，2022.
2) 山田滉一郎，木村管杜，山本佳士：拡張 RBSM による不連続性岩盤を模擬した斜面模型の動的崩壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.82，No.15，2026.
3) Hashiguchi, K.: Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Elastic-Plastic Transition, Journal of Applied Mechanics (ASME), Vol.47, pp.266-272, 1980.
4) 菊池綾嶺，中村亙，山本佳士：接触挙動を考慮した RBSM によるコンクリート構造のひび割れ進展・倒壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.80，No.15，2024.
5) 井口拓哉，福田達也，山川優樹，池田清宏，橋口公一：弾性予測子／リターンマッピングによる拡張下負荷面モデルの応力計算における負荷判定法の改良，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.73，No.2，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる 3 次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

Improvement of 3D discontinuous deformation analysis incorporating an implicit integration algorithm of friction law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

下方　淳（大成建設）　　橋本　涼太（京都大・工）*
Atsushi SHIMOKATA, Taisei Corporation
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
*E-mail: hashimoto.ryota.6e@kyoto-u.ac.jp

Estimation of seismic behavior of rock slopes adjacent to an important infrastructure has attracted increasing attention, and Discontinuous Deformation Analysis (DDA) is a promising approach because it can represent block interactions and post-failure motion. However, conventional DDA is sensitive to contact penalty parameters, and accurate prediction of sliding becomes difficult. In this study, to improve accuracy and reduce dependence on parameter tuning, a fully implicit three-dimensional DDA is developed by introducing a return-mapping-based implicit friction update combined with Newton–Raphson iteration. The proposed method is validated through direct shear, dynamic sliding, and slope-sliding benchmarks, confirming stable satisfaction of frictional strength and good agreement with theoretical solutions.

１．はじめに

従来，岩盤斜面の地震時安定性は，有限要素法による等価線形解析で得られた応力状態から算出した安全率に基づく崩壊の有無を判定している [1]しかし，この方法は入力地震動の増大に伴い，過大に安全で不経済な設計となり得る．また，近年では崩壊後の岩塊が構造物に衝突する危険性を考慮し，斜面の残留変位や崩壊した岩塊の動的挙動を評価することが求められている [2]．

本研究ではこれらを考慮することの出来る不連続解析手法のひとつである，不連続変形法（Discontinuous Deformation Analysis：DDA）[3]に着目した．DDA では接触をペナルティ法で処理しているが，適切なペナルティ係数の設定が難しいという課題がある．先行研究では不連続面に作用するせん断力の更新方法に着目し，従来手法では摩擦強度に対してせん断力の超過が生じることを指摘し(Fig. 1)，そのような超過が生じないように摩擦構成則の陰的積分アルゴリズム導入し高精度化に成功した [4]．

そこで本研究では同様の考え方を実問題への適用にあたって欠かせない 3 次元に拡張し，摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムを導入した 3 次元完全陰的 DDA を提案する．例題解析を実施し，提案手法の妥当性と適用性を評価した．

２．摩擦構成則の陰的積分を導入した 3 次元不連続変形法

提案手法ではせん断力の超過を防ぐリターン・マッピングを導入するとともに，このアルゴリズムで生じる残差による解消のため非線形方程式の解法として Newton-Raphson 法による収束計算を導入した．その際，反復過程での残差の二次収束性を保証するため，Newton-Raphson 法に整合するよう方程式を未知数である変位に関して線形化する必要がある．今，系の時刻mの状態が既知で，$m+1$での状態を求めるとして，変位$\boldsymbol{u}$に関する線形化方程式を仮想仕事の原理から以下のように求められる．

$$\sum_{i=1}^{n} {}^{m}G_i^{\mathrm{ext,int}} + {}^{m}G_{jk}^{c} + \sum_{i=1}^{n} \Delta G_i^{\mathrm{ext,int}} + \Delta G_{jk}^{c} = 0 \quad (1)$$

上式を解くことで挙動を計算している．$G_i^{\mathrm{ext,int}}$はブロックiの内力と外力による仮想仕事，G_{jk}^{c}はブロックjとkの接触力による仮想仕事を表す．このとき接触力による仮想仕事の線形化ΔG_{jk}^{c}は次式で計算される．

$$\Delta G_{jk}^{c} = \int_{\Gamma_{jk}} \Delta t_N \delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} t_N \Delta\delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \Delta \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma \quad (2)$$

ただし，t_N: 接触力の法線成分，$\boldsymbol{t}_S$: 接触力の接線成分ベクトル，g_N: 負の法線ギャップ，$\boldsymbol{g}_S$: せん断変位ベクトルである．2 次元では接触力の接線成分，せん断変位はスカラー量となり，仮想仕事の線形化項はすべてスカラーの積で表されるのに対し，3 次元ではせん断方向の仮想仕事の線形化項は力と変位の内積で表される．その結果，滑動状態では接線方向の力に貫入量とせん断変位の単位ベクトルの積が現れるため，せん断方向が変化することに関する 3 次元解析特有の線形化項が生じる．また，右辺第 2，4 項は従来の 3 次元 DDA では考慮されていない項である．

線形化方程式から剛性方程式を導出するための空間離散化は，従来の DDA と同様に物体形状を多面体ブロックにした上で，応力・ひずみが均一であると仮定し，重心の変位，回転量，ひずみ成分を変位変数として内部の変位場を近似する．また，接触処理はせん断変位量の簡素化のため，従来では考慮されている辺－辺接触処理をせず，任意の面を三角形分割した面と頂点との組み合わせで点－面接触処理を行う．

３．提案手法の妥当性検証解析

提案手法の妥当性を確認するため，一面せん断解析，動的滑り解析，斜面すべり解析の 3 例題を実施し，摩擦強度の満足性，動的応答の再現性，並びに滑動方向変化を伴う 3 次元滑りへの適用性を検証した．

(1)　一面せん断解析

摩擦強度を精緻に表現できているかを確認するために底面 2 m×2 m, 高さ 0.5 m, 単位体積重量 28.0 kN/m^3, 静止摩擦角 40°, の直方体ブロックを対象に一面せん断解析を実施した．接触ペナルティ係数を 100 MN/m とし，強制変位 1 mm を変位分割ステップ数 20, 40, 200 に分けて 3 ケースを設定した．その結果，Fig. 2 に示すように，摩擦強度（46.98 kN）を超えるせん断力が生じず，摩擦強度が安定的に満足されることを確認した．

(2)　2 ブロック系の振動解析

動的な滑り挙動の再現精度に対する，解析パラメータで

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ある接触ペナルティ係数や時間刻みによる影響を確認するため，2 つの直方体ブロックからなる系(Fig. 3)を対象に，下段ブロックへ水平方向に正弦波形の強制変位を与え，上段ブロックの変位応答を理論解と比較した．接触ペナルティ係数は 1.0×10^4, $\times10^5$, $\times10^6$, $\times10^7$ kN/m の 4 ケースとした．時間刻みの細かい 0.001 s のとき，従来手法では条件によって発散や理論解からの乖離が生じたのに対し，提案手法では全ケースで理論解を精度よく再現した(Fig. 4)．また，時間刻みを 0.01 s と粗くした場合についても，提案手法では理論解を高精度に表現できた(Fig. 5)．以上より，提案手法は従来手法と比べて，ペナルティ係数や時間刻みが解析結果や計算の安定性に与える影響を軽減し，不連続面の動的摩擦挙動を高精度に表現可能である．

(3) 斜面滑り解析

滑動方向が変化する挙動に対する適用性を検証するため，3 次元の斜面上の滑り解析を実施した．対象は傾斜 30° の斜面上に直方体ブロックを設置したもので(Fig. 6)，直方体ブロックに水平方向の初速 0.5 m/s を与えたときの変位応答を計算した．斜面上の変位の時間変化を理論解と比較したところ，接触ペナルティ係数に依らず理論解を精度よく計算できた(Fig. 7)．提案手法は 3 次元滑り挙動を高精度に表現可能である．

4．まとめ

3 次元 DDA の高精度化を目的に，摩擦構成則のリターン･マッピングと Newton-Raphson 法を導入した提案手法では，3 つの例題解析を通して摩擦強度を精緻に表現していること，ブロック間の滑り変位の解析精度とパラメータ設定のロバスト性の向上，せん断方向の変化を伴う 3 次元斜面上の滑り挙動に対する適用性を確認した．

参考文献

1) 日本電気協会 原子力企画委員会：原子力発電所耐震設計基準指針，2016.
2) 土木学会 原子力土木委員会 地震安定性評価小委員会：原子力発電所の基礎地盤及び周辺斜面の安定性評価技術＜技術資料＞「2020 年度版」 原子力土木シリーズ 4，公益社団法人 土木学会，2021.
3) Shi, G. H. and Goodman, R. E.: Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, International Journal of Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol. 13, pp. 359-380, 1989.
4) Hashimoto, R. *et al.*: Improvement of discontinuous deformation analysis incorporating implicit updating scheme of friction and joint strength degradation, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 54, pp. 4329-4263, 2021.
5) Wu, W. *et al.*: Improved friction force calculation with an augmented open-close iteration formulation in discontinuous deformation analysis, Computers and Geotechnics, Vol. 130, p. 103932, 2021.

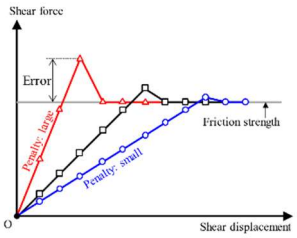


Fig. 1 Update of the friction force in the original DDA[4)]

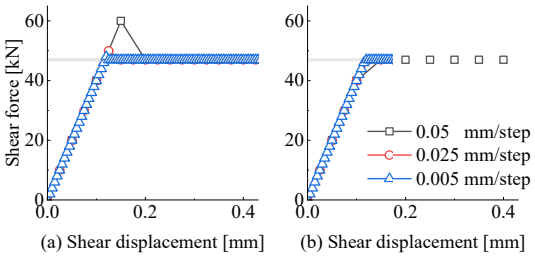


Fig. 2 Shear stress-displacement relation
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

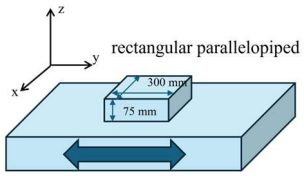


Fig. 3 Two-block vibration model

Fig. 4 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.001$ s
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

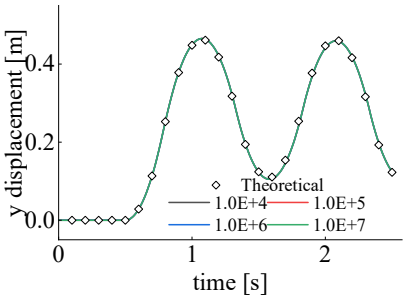


Fig. 5 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.01$ s

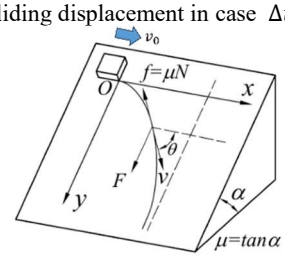


Fig. 6 Configuration of the 3D slide test [5)]

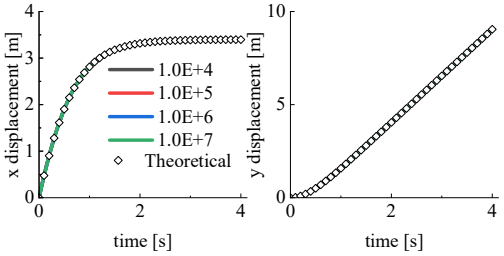


Fig.7 Displacement of blocks on slope

FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on impact resistance behavior of full-scale rockfall-protection soil embankment using the Finite Element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

瓦井　智貴（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　岸　徳光（室工大・理工）　前田　健一（名工大・工）
内藤　直人（豊橋技術科大・工）　中村　拓郎（寒地土研）　牛渡　裕二（構研エンジ）　柴田　蓮（室工大）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Kenichi MAEDA, Nagoya Institute of Technology
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
Takuro Nakamura, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Kentaro Suzuki, Koken Engineering
Ren SHIBATA, Muroran Institute of Technology
E-mail: kawarai@muroran-it.ac.jp

In this study, in order to investigate impact resistance behavior on a full-scale rockfall protection embankment, a three-dimensional elasto-plastic impact response analyses were carried out varying the energy, impact angle, and rotational component of the weight. From this study, the performance of a full-scale rockfall protection embankment in capturing falling rocks was confirmed.

１．はじめに

落石災害から道路交通網を守る落石防護工の 1 つである落石防護土堤は，現地発生土も利用可能である最も低コストな対策施設である．しかしながら，その耐衝撃挙動については十分に明らかにされておらず，耐衝撃設計法も確立されていないのが現状である．以上より，落石防護土堤の性能設計法の確立を最終目的として，本研究では落石防護土堤の耐衝撃挙動を把握するために，実規模落石防護土堤を対象に，有限要素法を用いた三次元弾塑性衝撃応答解析を実施した．ここでは，実規模衝突実験結果 [1]を基に，その耐衝撃挙動を適切に再現可能な数値解析モデルの構築を試みた．その後，重錘のかけ上がり挙動への影響要因の確認を目的に，法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比などを変化させてパラメトリック解析を実施した．

２．実験概要

Table 1 には本研究で対象とした実験 [1] のケース一覧を示している．実験ケース名に関して，第一項目は重錘の衝突位置（A, B, C）を，第二項目の M に付随する数値は重錘質量（t）を，第三項目は同ケースを実施した回数を表している．実験では，いずれのケースにおいても重錘が土堤の非衝突面側の法肩を越え，重錘が土堤を通過した．

Fig.1 には試験体図を，Fig.2 には実験状況を示している．本実験で対象とした土堤は一般的に製作されている形状を参考に，法勾配は 1:1.2，高さは 2 m，土堤延長方向を 18 m とした．正面図には全 5 ケースの重錘の衝突箇所を示している．なお，土堤材料には実験場周辺で採取可能な現地発生土である細粒分まじり砂質礫を使用した．また，実験は EOTA 型重錘を斜面勾配 50◦, 最大高さ 30 m から自由回転落下させ土堤に衝突させている．

Table 1 Test cases.

No.	Cases	Impact position	Mass of the weight M (t)	Drop height the weight H (m)	Drop-weight capture	
					Exp.	Ana.
1	A-M2.5-1	A	2.5	30	Passed through	
2	A-M2.5-2	A	2.5	30		
3	B-M1.9-1	B	1.9	25		
4	B-M1.9-2	B	1.9	22		
5	C-M1.9-1	C	1.9	22		

３．再現解析概要と結果

Fig.3 には本数値解析で用いた解析モデルを示している．

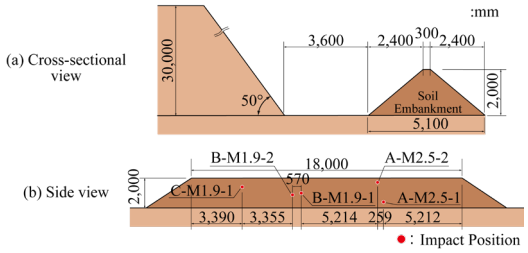


Fig. 1 Configuration of specimen.

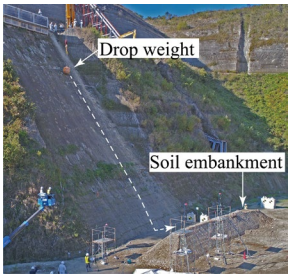


Fig. 2 Test situation.

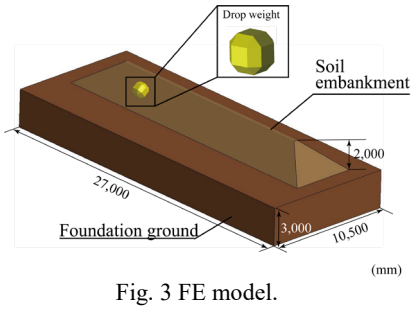


Fig. 3 FE model.

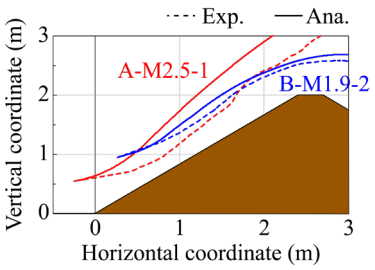


Fig. 4 Comparison of drop-weight path.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

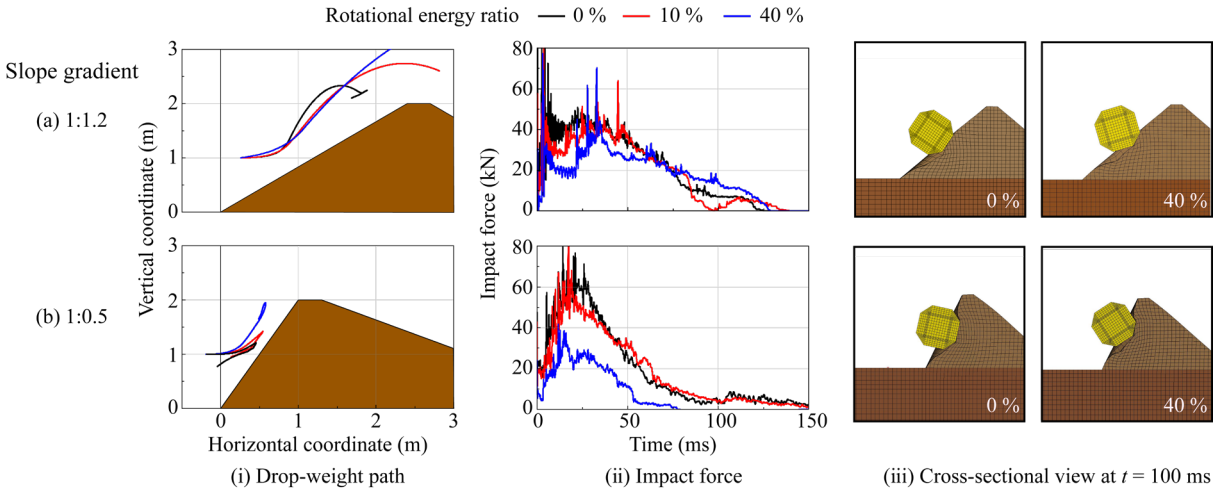


Fig. 6 Effects of rotational energy ratio and slope gradient.

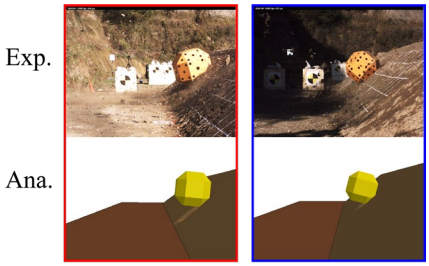


Fig. 5 Comparison of drop-weight impact behavior.

Table 2 Numerical analysis parameters.

Parameter	Values
Slope gradient	1:1.2, 1:0.5
Input energy (kJ)	100, 200, 300
Rotational energy ratio (%)	0, 10, 40
Impact angle (°)	0, 10, 20
Total number of cases	81

ここでは，土堤および基礎地盤までをモデル化することとし斜面は省略している．基礎地盤のモデル化の範囲に関しては，既往の研究結果 [1] 等を参考に土堤の耐衝撃挙動への影響が小さいと判断される程度のサイズを設定し，深さは 3 m とした．また，重錘を含む全ての材料に 8 節点固体要素を適用している．境界条件は，基礎地盤底面を完全固定とし，全側面の法線方向変位成分を拘束した．

重錘－土堤間には滑り・剥離を考慮した接触を定義し，予備解析より摩擦係数は 0.3 とした．衝撃荷重は，重錘を土堤に接する形で配置し，実験時における回転成分を含む実測衝突速度を重錘全要素に付加することで作用させた．なお，自重による影響を考慮し，スプリングバック解析を行った後に，衝撃応答解析を実施している．

Fig.4, Fig.5 には，本数値解析結果より得られた重錘軌跡図および重錘衝突後 100 ms 時点の土堤や重錘の状況を，実験結果と比較して示している．なお，一例として，ケース A-M2.5-1 および B-M1.9-2 の 2 ケースについて示した．Fig.4 より，ケース A-M2.5-1 に着目すると，破線で示す実験結果においては土堤にわずかに貫入した後，重錘はかけ上がっている様子が分かる．一方で，数値解析結果を見ると，貫入量に差はあるものの，実験結果と同様に土堤とほぼ平行に移動している様子が分かる．次に，B-M1.9-2 に着目すると，実験結果と数値解析結果は非常によく対応しており，いずれも土堤を乗り越えていることが確認できる．Fig.5 より，100 ms 時点の状況を確認すると，いずれのケースにおいても重錘の位置や土堤の変状が両者で概ね対応していることが分かる．なお，Table 1 に示す 5 ケースの再現解析を実施した結果，実験結果と同様にいずれも重錘の捕捉には至らなかった．

4．パラメトリック解析概要と結果

本節では，前節の数値解析手法を踏襲し，種々のパラメータを変化させたパラメトリック解析を実施した．Table 2 には，検討に用いたパラメータである法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比および衝突角度について，それぞれの値を一覧にして整理している．ここでは，これらを変化させた全 81 ケースの衝撃応答解析を実施した．なお，2.5 t の重錘を使用し，土堤の中央，高さ 1 m の位置に載荷した．また，本稿では一部の結果のみを示す．

Fig.6 には，法勾配を 2 種類に，かつ重錘の回転エネルギー比を 3 種類に変化させた計 6 ケースのパラメトリック解析より得られた重錘軌跡図, 重錘衝撃力および, 100 ms 時点の変形状況を示している．なお, 入力エネルギーは 200 kJ，衝突角度は 0◦ の結果である．(a) 図より，一般的な 1:1.2 勾配の場合を見ると，回転エネルギー比が 10 % 以上になると重錘が通過することが分かる．また，衝撃力を見ると，回転エネルギー比の増大に対応して 25 ~ 50 ms 間で示される平均衝撃力は小さくなる傾向が確認できる．(b) 図より，1:0.5 勾配の場合を見ると，いずれのケースにおいても勾配を急にしたことで重錘のかけ上がり挙動は抑制され、重錘を捕捉していることが分かる．

5．まとめ

1) 本数値解析モデルを用いることによって，実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動をほぼ適切に再現可能である．
2) パラメトリック解析より，回転エネルギー比が 40%程度の場合においても 1:0.5 勾配とすることによって重錘を捕捉できる可能性が示唆された．

参考文献

1) 杉山ら：落石捕捉性能把握に向けた実規模落石防護土堤の落体衝突実験，構造工学論文集，Vol. 67A，pp. 864-877，2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究
（シンポジウム講演概要）
Study on the Freezing Behavior of Soil Around U-Shaped Freezing Pipes
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

○大森　大夢（茨城大学・工）　小関　良佑（茨城大学・工）　松村　邦仁（茨城大学・工）
Hiromu Omori, Ibaraki University
Ryosuke Koseki, Ibaraki University
Kunihito Matsumura, Ibaraki University
E-mail: 22t1037x@vc.ibaraki.ac.jp

Soil freezing is the phenomenon where frozen soil forms as the pore water contained within the soil freezes. The properties of frozen soil are generally characterized by two main features: high strength and high impermeability. Due to these properties, artificially created frozen soil is sometimes utilized for applications such as frozen soil walls and ground reinforcement.
Building upon past geothermal research conducted in this laboratory, we will advance our investigation into the mechanisms of soil freezing through small-scale, preliminary experiments and analysis, focusing specifically on localized frozen ground phenomena.

１．序論
土壌凍土化とは，土壌内に含まれる間隙水が凍結することによって凍土が形成される現象である．凍土の持つ性質としては，一般的に高い強度と高い遮水性の大きく 2 つが挙げられる．凍土化することによる強度の増強は，温度低下によって土粒子同士をつないでいる間隙氷が強度を増すことで，凍土全体の強度を増強しているためである．また，高い遮水性を持つのは，間隙水の凍結による土壌内の流水経路の閉塞によるものである．これらの凍土の持つ性質から，凍土壁や地盤強化として人工的に凍土を造成させて利用されることがある．

そこで本研究では，当研究室で過去行われていた地中熱の研究を参考にして，局所的な凍土現象を対象に土壌凍土化のメカニズムを小規模で初歩的な実験と解析を通して研究を進めていく．

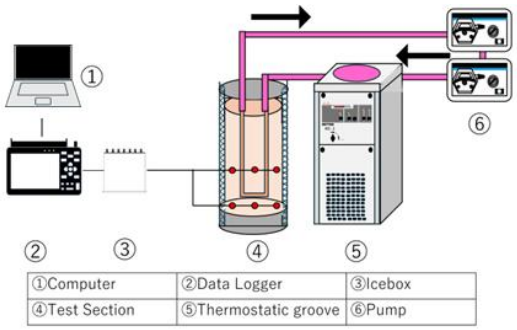
２．実験方法


Fig.1　Laboratory equipment configuration

Table.1　Temperature measurement point

測定点	名称	x[mm]	y[mm]	z[mm]	備考
Ch1	left_y43	45	40	81.75	左管近傍･下部
Ch2	right_y43	128.5	40	81.75	右管近傍･下部
Ch3	center_y43	86.75	40	81.75	中央･下部
Ch4	left_y156	45	153.5	81.75	左管近傍･上部
Ch5	right_y156	128.5	153.5	81.75	右管近傍･上部
Ch6	center_y156	86.75	153.5	81.75	中央･上部

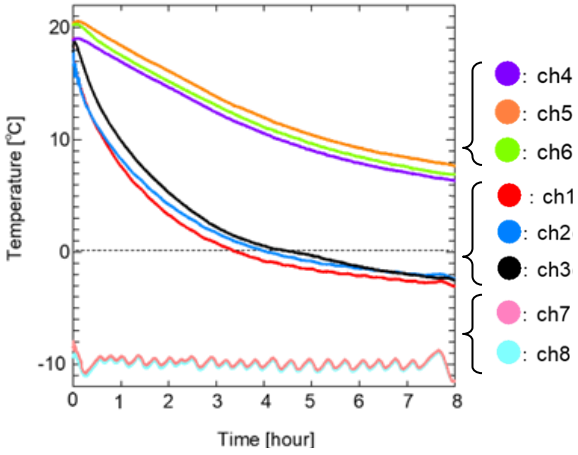
実験で用いる実験装置の概要図と温度測定点を Fig.1，Table.1 に示す．この実験装置はテストセクション，冷却システム，温度測定システムの 3 つのセクションから構成されている．テストセクションには供試体を充填させた円筒容器内に U 字型凍結管を設置し，冷却システムから供給される冷媒により凍結管の冷却を行う．温度測定システムには，供試体内部に埋設したk型熱電対とデータロガーから構成され，凍結過程における温度分布の時間変化を計測する．

３．実験結果
３.1.　温度変化
Fig.2 にブライン温度を-10℃として体積含水比を 0%（乾燥土壌），10%，20%の 3 つの条件で供試体の温度変化のグラフを示す．

どの条件での実験でも統一して言える傾向として， U 字管周り上部を計測した ch1，ch2，ch3 では冷却開始初期での温度低下が著しく指数関数的な温度変化が見られ，テストセクション内下部の U 字管の通っていない ch4，ch5，ch6 の測定点では，比較的に緩やかな温度変化が見られる．

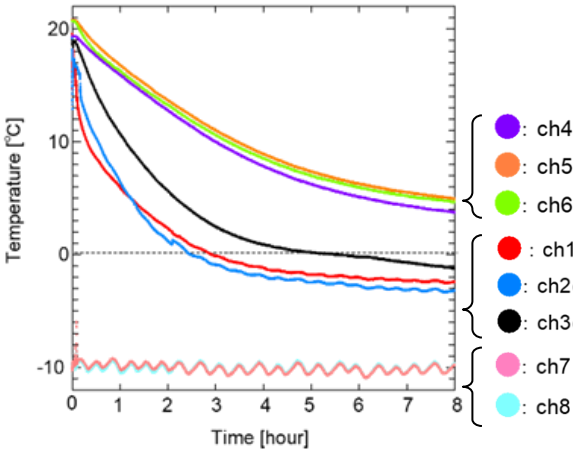
体積含水比 10%の実験結果では，U 字管中央を計測していた ch3 で冷却初期の温度勾配が激しくなり，U 字管近傍を計測していた ch1，ch2 との計測温度の差異が小さくなっており，テストセクションの下部でも温度勾配が大きくなった．また，ブライン温度が-10℃の条件で ch3 の測定点にて 0℃付近で，一時的な温度停滞が確認され，再度温度低下する現象が起きた．

体積含水比 20%の実験結果では，冷却開始から 1 時間程度のところで ch1 と ch2 の測定温度の逆転が見られた．また，ブライン温度が-10℃の条件での ch3 で含水比が 10%での結果と同様の一時的な温度停滞が確認された．



Volume water content 10%

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



Volume water content 20%

Fig.2　Temperature Change Graph

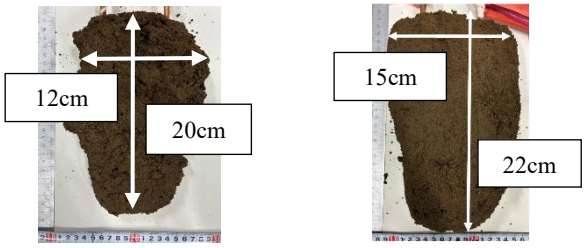
3.1.　凍土形状の観察

体積含水比 10%，ブライン温度-5℃の条件では，U 字管を中心とした円柱状に凍土が形成され，下部，左管周り，右管周りの順に大きくなった．

体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件では，他の条件で形成された凍土に比べて脆く，取り出す際に U 字管の外側の凍土が欠けてしまった．

ブライン温度-10℃での体積含水比 10%と体積含水比 20%では，U 字管周りに大きくひと塊に凍土形成が見られ，凍土壁が観察できた．

Fig.3 に体積含水比 20%のブライン温度-5℃，-10℃での形成された凍土形状を示す．



Brine temperature -5°C　　Brine temperature -10°C

Fig.3　Frozen soil formation at 20% volumetric water content

4.　解析モデル

本研究では，TRM，GCC，Power の異なる潜熱処理手法で解析を行い，それぞれの特性の比較検討を行った．本解析では，土壌内の間隙は液状水または氷で満たされていること，凍結による体積膨張等は無視すること，熱伝導率の違法性は考慮しないことなどの仮定をし，そのうえで以下の 3 次元熱伝導方程式を立てる．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}-L_f\rho_{ice}\frac{\partial \theta_{ice}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (1)$$

ここで，C_pは土壌の体積熱容量[J m⁻³ K⁻¹]，Tは温度[℃]，tは時間[s]，L_fは水の凍結潜熱[J/kg]，ρ_{ice}は氷の密度[kg/m]，θ_{ice}は体積含氷率[m³/m⁻³]，λは土壌の熱伝導率[W/mK]，x，y，zは直交座標の軸である．

GCC と Power では，式（1）から潜熱効果を見かけの体積熱容量C_aに組み込んだ形式で表すことで簡略化し，以下の式（2）で熱伝導方程式を表現し，これを解くことで絶対温度Tを導く．

$$C_a\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=\lambda\nabla^2 T \quad (2)$$

また，TRM では見かけの体積熱容量を用いず，潜熱項を除いた通常の熱伝導方程式を解き，その後に潜熱処理を行う．TRM における熱伝導方程式は次式で表される．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\nabla^2 T \quad (3)$$

5.　実験結果と解析結果の比較

Fig.4 に体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件での実験結果と GCC での解析結果を各チャンネルで比較をしたものを示す．

テストセクション下部を測定した y 43 の 3 地点では，実験開始時と実験終了時での実験値と解析値の温度差が小さいことが分かるが，実験中盤での温度差が比較的大きく見られた．また，0℃付近で見られる一時的な温度停滞が実験値と比べて解析値では短くなり，より急激に氷点下に移行する傾向がみられる．

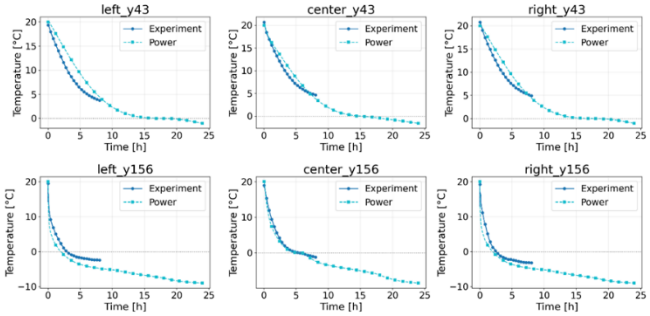


Fig.4　Comparison of experimental values and GCC (Freezer pipe temperature -10 [°C], volume moisture content 20 [%])

6.　結論

(1) 含水土壌条件にて土壌内の水分の相変化による 0℃付近での一時的な温度停滞が観測された．この温度停滞は土壌含水量が多いほど停滞時間が長くなることが分かった．この温度停滞の時間は冷却の進行を大きく阻害する要因であり，含水比の増加は冷却初期の速い温度低下を実現する一方で，温度停滞期の長時間化を生じるため，凍結進行が必ずしも迅速に進むとは限らない．

(2) 含水土壌内の水分量の増加によって，形成された凍土形状に不均一な歪さと脆弱さが見られた．含水量を増やすことで土壌内での氷化量が増加し，土壌の冷却温度が十分でないと土壌内の水分移動による含水量の偏りや水分の凍結による体積膨張，土粒子同士をつなぐ間隙氷の脆弱さ等の影響が大きくなり，土壌内の構造変化が生じると考えられる．

参考文献

[1] 含水土壌内の円管周りの凍結-種々のパラメータが凍結速度に及ぼす影響-，地盤工学ジャーナル，2008 年 5 月，vol.3，No.2，143-151

[2] 菊地駿，斎藤広隆，大石雅人 (2025): 潜熱処理の違いが飽和地盤凍結過程の数値解析に与える影響．土壌の物理性，No.159，pp.13-24.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a Coupled MPM-VOF Method Incorporating Seepage Characteristics of Unsaturated Soils (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西村　真衣（京都大・工）　　橋本　涼太（京都大・工）　　肥後　陽介（京都大・工）
Mai NISHIMURA, Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: ryota.hashimoto.6e@kyoto-u.ac.jp

To analyze large deformation of unsaturated ground, particularly failure phenomena coupled with the behavior of surface water, this study focuses on a coupled MPM-VOF method, which enables analysis of large deformation behavior of ground under the interaction between free-surface and seepage flow. This study extends MPM-VOF method to unsaturated soils incorporating seepage characteristics of unsaturated soils.

１．はじめに

不飽和地盤の大変形，特に地表水の挙動と連動した破壊現象を解析するため，自由表面流れと浸透流との相互作用下での地盤の大変形挙動が解析可能なMPM-VOF法[1](Fig. 1)に着目する．本研究ではこれに，土の不飽和浸透特性を導入して拡張することで，不飽和地盤における浸透・破壊現象を表現することを目的とする．

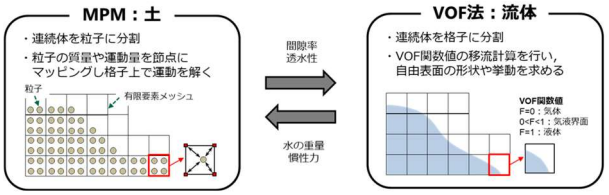


Fig. 1 Schematic figure of a coupled MPM-VOF method.

２．不飽和地盤の浸透特性を考慮したMPM-VOF法

本研究では，不飽和地盤の挙動を記述するにあたり混合体理論に基づく三相系の保存則を出発点とする．通常それらは固液簡易三相系，あるいは固気液三相系で各相の変数を明確に区別して解く．本研究では，不飽和浸透特性を考慮した非圧縮性流体の流れを VOF 法の枠組みで計算するにあたり，Carrillo ら[2]の方法を参考に，各相の流速と圧力を 1 変数場で扱い，気液相を同時に解く．このとき，支配方程式は固気液三相混合体の運動方程式，

$$(1-n)\rho_S\frac{D^S\boldsymbol{v}_S}{Dt}+n\rho_F\frac{D^F\boldsymbol{v}_F}{Dt} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'-\nabla\cdot p_F\boldsymbol{I}+(1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}}+n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \tag{1}$$

気液二相混合体の運動方程式（オイラー表示），

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F' = -\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu_F}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}} -\frac{n}{\rho_F}M^{-1}(\boldsymbol{v}_F'-n\boldsymbol{v}_S)+\frac{n}{\rho_F}\boldsymbol{F}_c \tag{2}$$

$$\boldsymbol{F}_C = M^{-1}\{M_L(1-S_r)-M_GS_r\}\nabla p_c-p_c\nabla S_r \tag{3}$$

$$M=\kappa_0\left(\frac{\kappa_L}{\mu_L}+\frac{\kappa_G}{\mu_G}\right)=M_L+M_G \tag{4}$$

三相混合体の連続式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}_F'+\nabla\cdot\big((1-n)\boldsymbol{v}_S\big)=0 \tag{5}$$

液相飽和度の移流方程式（液相の質量保存則）

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_rn\boldsymbol{v}_L)=0 \tag{6}$$

となる．ここに，下付き添字S，L，G，Fは固相，液相，気相，気液混合体の変数，ρは密度，nは間隙率，$\boldsymbol{v}$は速度，$\boldsymbol{\sigma}'$は有効応力，pは圧力（圧縮が正），$\bar{\boldsymbol{b}}$は重力加速度ベクトル，νは動粘性係数，S_rは液相飽和度，p_cはサクション，κ_0は浸透率，κ_Lとκ_Gは気液各相の相対浸透率である．サクションと相対浸透率はそれぞれ水分特性曲線モデルと不飽和透水係数モデルで飽和度と関連付ける．本定式化では，流体挙動は気液相の値を飽和度により重み付き平均した，(Darcy)流速$\boldsymbol{v}_F'=n\boldsymbol{v}_F$，平均圧力$p_F$を使って記述されており，毛管力$\boldsymbol{F}_c$はそれに伴い現れる項である．

また，平均流速を主たる未知数としている一方で，式(6)の液相飽和度の移流方程式には，液相単体の流速が含まれており，これを閉じる必要がある．本研究ではCarrillo ら[2]の方法にならい，式(6)を平均流速と液相の気相に対する相対流速$\boldsymbol{v}_r=\boldsymbol{v}_L-\boldsymbol{v}_G$を用いて書き換える．

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_r\boldsymbol{v}_F')+\nabla\cdot\{nS_r(1-S_r)\boldsymbol{v}_r\}=0 \tag{7}$$

相対流速$\boldsymbol{v}_r$は多孔質体中で気液各相の運動がDarcy則で近似できるという仮定のもと導出される次式で算出する．

$$\boldsymbol{v}_r=n^{-1}\Big[-\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)\nabla p_F +\Big(\frac{\rho_LM_L}{S_r}-\frac{\rho_GM_G}{1-S_r}\Big)\bar{\boldsymbol{b}} +\Big(M_L\frac{1-S_r}{S_r}+M_G\frac{S_r}{1-S_r}\Big)\nabla p_c -\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)p_c\nabla S_r\Big] \tag{8}$$

以上の支配方程式に基づき，式(1)の三相混合体の運動方程式はその弱形式をMaterial Point Method（MPM）で離散化し，式(2), (5), (6)は有限差分法（Finite Difference Method : FDM）で空間離散化し解く．流体挙動は移流項，粘性項，物体力項，毛管力項，抗力項，圧力勾配項を段階的に計算するフラクショナル・ステップ法を採用し解析する．各時間ステップにはまず，MPM粒子の配置を元にFDMの各セルの間隙率を計算し，流体計算を行う．その後，得られた流体の加速度，圧力，飽和度を使用してMPMの計算を実行する弱連成解析を行う．

なお，式(1)の固気液三相混合体の運動方程式は，不飽和浸透特性を考慮しない従来のMPM-VOF法で使われているものと同じであり，VOF法のみの修正によって不飽和地盤へと拡張することができる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の実装の検証

実装した不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の検証のため，Carrillo ら [2]と同条件で，気液相間の相対流速を考慮した多孔質中の二相流解析に関する二つの例題を計算した．

まずは，一方の相で満たされた多孔質体に一次元的に他方の相を一定流速で注入する Buckley-Leverett 問題で相対速度を考慮した VOF 関数の移流計算の妥当性を検証した．空気あるいは油で満たされた層に水を注入した際の時刻ごとの飽和度分布（Fig. 2）からは，開発したコードにより参照解とよく一致する結果が得られていることがわかる．

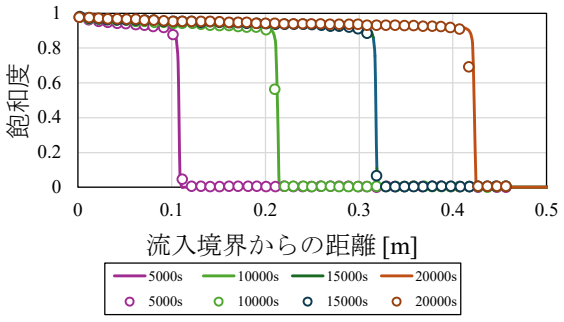
また，毛管力項を考慮した計算の妥当性を検証するため．自重条件下での平衡状態解析を行った．その結果．図 3 のような鉛直飽和度分布が得られ，参照解とよく一致した．

以上より，不飽和浸透特性を考慮した VOF 法が正しく実装できていることが確認された．

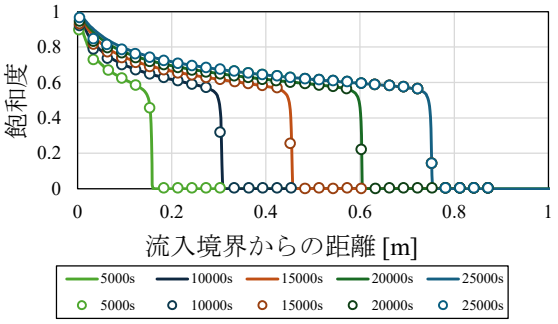
４．応用例：貯水池の水位低下による堤防の破壊問題

開発手法の，地盤の変形を生じるような問題への応用例として，Ceccato ら [3]の不飽和土－水連成 MPM での計算例を参考に，水位低下による盛土の破壊解析（図 4）を行った．自重条件下で水を解析領域左側から流出させて水位を下げた際の盛土の挙動を解析した．また，サクションの効果を検証するため，サクションを考慮する場合としない場合の 2 ケース実施した．

水位低下による有効応力の低下に起因し，いずれも図 5 のように盛土の破壊が生じた．サクションを考慮した場合，法肩で約 0.40m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.32m 変位した．一方で，サクションを考慮しない場合は法肩で約 0.65m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.65m の変位が発生し，より大きな変形を生じた．水位低下過程での盛土の不飽和化に伴うサクションの効果により，地盤の強度が増している様子を表現することができた．



(a)　Air-saturated reservoir (Brooks and Corey model).



(b) Oil-saturated reservoir (van Genuchten model).

Fig. 2 Progress of saturation profiles for Buckley-Leverett problem (Lines: MPM-VOF, Plots: reference).

５．まとめ

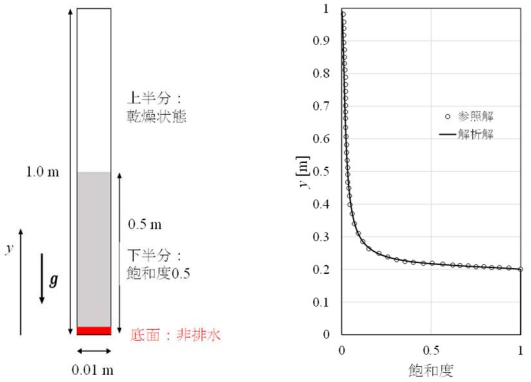
本研究では，MPM-VOF 法の不飽和地盤への拡張を行い，また，それを用いて，水位低下による不飽和化を伴う地盤の破壊現象を表現することができた．水位上昇等による飽和化を伴う地盤の破壊現象についても妥当性検証を行い，表現できるようにすることが今後の課題である．

６．謝辞

本研究は，日本学術振興会科学研究費補助金 国際共同研究加速基金（国際共同研究強化(A)）研究課題番号 21KK0254 の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

1) R. Hashimoto, R. Onakado and Y. Higo: A coupled MPM-VOF method for seepage failure of saturated ground, Proceedings of PARTICLES 2025, 2025.
2) F. J. Carrillo, I. C. Bourg and C. Soulaine: Multiphase flow modeling in multiscale porous media: An open-source micro- continuum approach, Journal of Computational Physics: X, 100073, 2020.
3) F. Ceccato, A. Yerro, V. Girardi and P. Simonini: Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil, Computers and Geotechnics, Vol.129, 2021.



(a) Initial condition.　　(b) Saturation profile at steady state.

Fig. 3 Equilibrium of gravity and capillary forces.

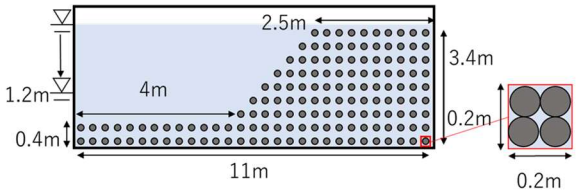
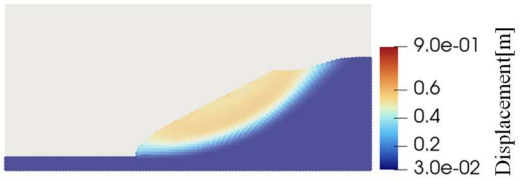
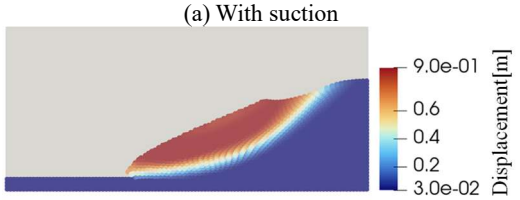


Fig. 4 Rapid drawdown problem of reservoir embankment.



(a) With suction



(b) Without suction

Fig. 5 Displacement magnitude profile at the final state.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

Experimental Evaluation of Debris Flow Impact Loads Acting on Permeable Block Dams (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

齋藤　和樹（防衛大・理工）　堀口　俊行（防衛大・理工）　井上　隆太（(一財)砂防・地すべりセンター）
Kazuki SAITO, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Ryuta INOUE, SABO & LANDSLIDE TECHNICAL CENTER
E-mail: ed24006@nda.ac.jp

This study investigates the influence of block gaps on debris-flow impact loads through model experiments. Two gap conditions were examined, and horizontal forces acting on the dam model were measured. Peak loads were similar regardless of gap size, whereas large gaps promoted drainage and reduced post-peak loads. The results indicate that while peak loads are comparable to those of closed dams, permeability significantly affects transitional and residual load components, providing a basis for load models that account for drainage effects.

１．緒　言

複合災害や地震後における土砂流出対策として応急対策工については，多くの知見が蓄積されてきたものの，構造安定性の観点から十分な検証がなされているとは言い難い．令和 6 年の能登半島地震では，河道閉塞への緊急対策としてコンクリートブロックを用いた堰堤（以下，ブロック堰堤）が設置された．ブロック堰堤の現行設計を見ると，ブロック堰堤を構造的に一体化した不透過型砂防堰堤(以下，不透過型）とみなし，土石流流体力，堆砂圧荷重および静水圧荷重を評価している [1]．しかしながら，ブロック堰堤は構造上ブロック間に僅かな間隙を有しており，不透過型とは透水性および内部拘束機構が異なる．このため，間隙の存在が土石流作用時の流体力や残留水圧分布に与える影響については十分に検討されていない．特に，設計上付加されている静水圧荷重が，透過性を有するブロック堰堤に対して妥当であるか否かについては明確な検証がなされていない．

そこで本研究では，ブロック間の排水条件が異なる 2 種類の堰堤模型を用い，土石流作用時に堰堤に生じる水平合力の時系列特性を実験的に計測する．さらに，作用荷重を衝突時, 遷移時, 準静的時に区分して評価することにより，透過性の有無が土石流作用荷重に与える影響を定量的に明らかにする．これにより，ブロック堰堤に対して静水圧荷重を設計上付加すべきか否かを検証し，透過性を考慮した設計荷重モデル構築に向けた基礎資料を整理する．

２．実験条件および概要

Fig.1 に示す実験水路は全長 4.5 m，幅 300 mm，高さ 500 mm の直線水路である．水路底面には，木製の底面粗度（高さ 0.5 cm，幅 1.0 cm，純間隔 2.0 cm）を配置した．河床勾配 θ は，石礫型土石流を想定し，$\theta = 15°$ に設定した．水路上流端には貯水タンクを設置し，ゲート操作により水を流下させる構造とした. Fig.2 に, ブロック堰堤を示す. Fig.2(a) に示す模型は ABS 樹脂を用いて 3D プリンタにより作製した．模型縮尺はフルード相似則に基づき 1/27.4 とした．実構造物におけるブロック重量を 4.0 t，コンクリートの単位体積質量を 2.3 t/m³と仮定すると，模型ブロックの相似重量は 194 g となる．なお，高さ方向に千鳥配置を再現するために，幅方向を縮小したブロック模型を用い，奇数段目の水路両端部に配置した．Fig.2(b)に堰堤模型を示す．堰堤模型は高さ方向に 6 段とし，流下方向に 1～2 段目は 3 個，3～6 段目は 2 個のブロックを配置した．間隙条件の違いを検討するため，水路幅方向に配置するブロック数を変更した 2 種類の模型を作製した．Fig.2(b),(c)に示す堰堤モデルはそれぞれ水路幅方向に 6 個と 5 個を配置し，TYPE_1（間隙小），TYPE_2（間隙大）と呼称する．

Fig.3 に荷重計測装置を示す．水路流下方向に設置した 2 本のリニアレール上に木製板を固定し，その上に堰堤模型を設置した．板下面の下流側に 100 N ロードセル 2 基を配置し，さらに堰堤後方に 100 N 分力計を設置した．堰堤模型に作用する水平合力は，2 基のロードセルと分力計の合計値とし，サンプリング周波数 1 kHz で取得した．

次に，土石流は比重 1.9 の固化石炭灰を用いた．礫径は 5-10 mm，10-15 mm，20-25 mm をそれぞれ 5.4 kg ずつ計 16.2 kg を使用した．土石流モデルは，礫モデルを水路上部に堆積させ, その後方のタンクに水を 13 L を貯水した後にゲートを解放し，定常流量 3.8 L/s を堰堤モデルに衝突する前まで通水した. なお, 実験ケースは土石流モデル 1 種類，堰堤モデル 2 種類の計 2 ケースを実施した．また，各ケースは 3 回実施した．

３．実験結果

３．１　荷重～時間関係

各条件について 3 回の実験を実施した．荷重の立ち上がり時刻を $t = 1.0$ s として整理し，波形の可読性向上のため 0.5 秒の移動平均処理を行った. TYPE_1 の最大荷重は 102.8～112.4 N であり，平均値は 107.8 N である．一方，TYPE_2 の最大荷重 103.9～105.8 N であり，平均値は 104.9 N であ

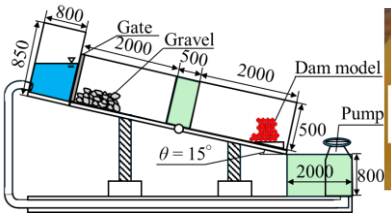
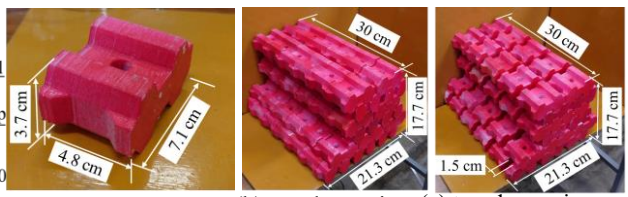


Fig. 1 Channel model



(a) Normal model　(b) top-down view (TYPE_1)　(c) top-down view (TYPE_2)

Fig. 2 Dam model

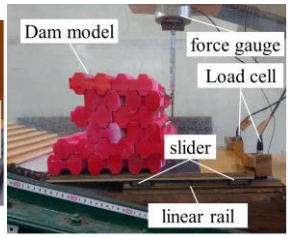


Fig. 3 Load measuring device

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 3.36 s

Fig. 5 Process of the debris flow（TYPE_1）



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 2.85 s

Fig. 6 Process of the debris flow（TYPE_2）

Table. 1 Maximum load and impulse for each phase

Dam model	Phase1			Phase2		Phase3	
	$F_{max,1}$	t_{p1}	$J_I = \int_{t_0}^{t_{p1}} F(t)\,dt$	$T_T = t_s - t_{p1}$	$J_T = \int_{t_{p1}}^{t_s} F(t)\,dt$	F_{QS}	$R = F_{QS}/F_{max}$
TYPE_1	116.7 N	1.23 s	20.2 N･s	2.13 s	174.5 N･s	81.0 N	69.4 %
TYPE_2	116.3 N	1.23 s	18.1 N･s	1.51 s	113.7 N･s	73.1 N	62.9 %

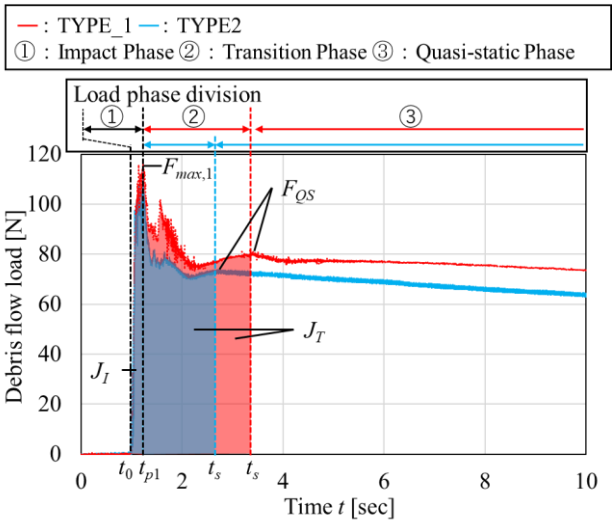


Fig. 7 Load time relation（TYPE_1,2）

る．したがって，最大荷重は間隙条件によらずほぼ同程度であることが確認された．一方，最大荷重到達後の荷重低減過程には両者で差異が認められ，TYPE_2 では TYPE_1 に比して早期に荷重が低減する傾向が確認された．この点については後節で詳述する．

３．２　衝突時の流動状況

Fig.5 および Fig.6 に，それぞれ TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースにおける衝突時の流動状況を示す．両ケースとも t = 1.23 s において堰堤天端付近まで礫が接触面を形成し，最上段ブロックを上方に変位させるようにして最大荷重が生起した．これは堰堤上流側に堰上げ背水が形成されたことを示している．

最大荷重発生後の挙動には明確な差異が確認された．TYPE_1 では越流が生起するものの，間隙からの顕著な透過の流れは確認されなかった．一方，TYPE_2 では越流が抑制され，ブロック間隙を透過した水が堰堤後方へ流出している様子が確認された．Fig.5(c)および Fig.6(c)に示す時刻では，水面形状が概ね安定し，それ以降に荷重の低減が進行していることが確認された．TYPE_2 では TYPE_1 に比して水面形状の安定が早く，荷重の低減も早期に生じる傾向が認められた．以上より，透過性が大きい場合には，最大荷重発生後に堰堤上流側の水位が早期に低下し，遷移時および準静的時における荷重が低減する可能性が示唆される．

３．３　各区分における荷重特性

Fig.7 に，TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースを比較した荷重～時間関係を示す．0～10 s に着目すると，両者とも 1.23 s において最大荷重に達しており，立ち上がり挙動および衝突時のピーク値に顕著な差は認められない．一方，最大荷重到達後の挙動には明確な差異が認められる．TYPE_1 では 1.6 s 付近で一時的な荷重再上昇が確認されるのに対し，TYPE_2 では再上昇は小さい．そこで本研究では荷重挙動を以下の 3 相に区分した．

Phase1(衝突時)：立ち上がり～最大荷重
Phase2(遷移時)：最大荷重後～荷重安定化
Phase3(準静的時)：荷重安定化以降

Phase 1 では，両者の挙動はほぼ一致しており，衝突的作用は間隙条件の影響を受けにくいことが示唆される．一方，Phase2 および Phase3 では TYPE_2 の荷重が TYPE_1 より小さく，透過性の違いが遷移過程および残留荷重に影響していることが確認された．

４．考　察

以下，各フェーズにおける荷重特性について考察する．Table.1 に，各フェーズの代表する荷重，継続時間および力積を示す．

1)Phase1（衝突時）

最大荷重 $F_{max,1}$ と立ち上がり時間 t_{p1} は，間隙条件によらずほぼ同一であった．一方，衝突時における力積 J_I は，間隙が大きい TYPE_2 の方が TYPE_1 に比して約 10%程度小さい結果となった．これは，衝突ピーク自体は礫群の慣性衝突に支配されるため間隙の影響を受けにくい一方で，衝突直後の荷重持続時間が透過の影響によりわずかに短縮された可能性を示唆している．

2) Phase 2（遷移時）

遷移時における力積 J_T は，TYPE_1 および TYPE_2 はそれぞれ 174.5 N･s，113.7 N･s となり，間隙が大きいほど力積が小さくなる結果が得られた．減少率は約 35%であり，Phase 1 に比して顕著な差が認められる．これは間隙の大きい場合，堰堤の透水性により上流水位が早期に低下し，作用荷重が減少するとともに，荷重が安定するまでの遷移持続時間 T_T が短縮されたためと考えられる．

3)Phase 3（準静的時）

準静的荷重 F_{QS} は TYPE_1 の方が TYPE_2 より大きく，残留率 $R = F_{QS}/F_{max,1}$ は，それぞれ 69.4 %と 62.9 %となった．この差は，Phase2 における上流水位の早期低下により，準静的状態における残留水圧成分が低減したことに起因する可能性がある．

５．結　言

本研究は，ブロック堰堤の間隙の大小が作用荷重に与える影響について模型実験により検討したものである．

1)荷重の立ち上がりおよび最大荷重は間隙条件によらずほぼ同じであった．一方，間隙が大きい場合には越流が抑制され，透過により上流水位が早期に低下することで，遷移過程の荷重が低減し，準静的な堆砂礫圧状態へ早期に収束する傾向が確認された．

2) 本実験条件の範囲では，衝突ピーク荷重は不透過型堰堤と同程度であることが示されたが，排水条件により遷移および残留成分が変化することから，設計荷重の取り扱いについては透過性を考慮した検討が必要である．

参考文献

1) 佐々木司，伊藤仁志，鷲見直樹：応急的に設置するコンクリートブロック積砂防堰堤の安定性に関する一考察，令和 6 年度砂防学会研究発表会概要集，p.117-118，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

Resistance mechanism of Concrete block dam models against Debris flow impact (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆太（砂防・地すべり技術センター）　香月　智（砂防・地すべり技術センター）　梶田　幸秀（九州大学・工）
Ryuta INOUE, Satoshi KATSUKI, Sabo and Landslide Technical Center
Yukihide KAJITA, Kyushu University
E-mail: inoue@stc.or.jp

This study investigates the deformation behavior of a concrete block dams subjected to debris-flow-induced forces and boulder impacts using the Distinct Element Method(DEM). Dam models using rectangular blocks and interlocking blocks were created and compared. The results indicate that, regardless of the type of external load, the ultimate limit state is characterized by separation of the dam into a resisting body and a residual body. But, the number of blocks constitution the resisting body is larger in the interlocking block type.

１．緒言

コンクリートブロックによる仮設堰堤の設計は, 全ブロックが剛結され一体構造として挙動するとの仮定のもと，不透過型コンクリート堰堤の設計手法 [1),2)]を準用して行っている．しかしながら，ブロック構造物に対してこの仮定が妥当であるかについて, 十分に検討した研究は見当たらない．そこで著者らは, ブロック堰堤の合理的な安定性照査法の検討を進めている．そこで本研究ではコンクリート堰堤に土石流が作用した際の土石流流体力と巨礫衝突による破壊メカニズムに着目し，両者の力学的相似性について個別要素法を用いて検討するものである．

２．解析要領

２．１ 照査項目

他の砂防堰堤との共通性を保つため照査すべき堤体の安全性照査項目を Table 1 に示す．Iの剛体安定性は，不透過型砂防堰堤に用いられるものである. IIの形状保持性とは, 鋼製砂防堰堤において付加して適用されているもので，あらゆる設計荷重状態に対して部材の連結を失うことなく初期形状，特にその高さを維持することをいう．

２．２ 解析手法

個別要素法は，要素間の接触状態を判定し，接触点に要素間のくい込み量に応じた接触力を与えて，要素毎の運動方程式を解き，要素の変位を求める手法である．

２．３ 解析モデル

(1) 個別ブロック要素モデル

個々の矩形ブロックモデルは, Fig.1 (a)に示すように上下面を 4 枚の三角形平面要素で，側面を 20 個の円柱形要素で，端部を 20 個の球形要素で構成する．これらは，相互の位置関係が変化しない集合体要素モデルであり矩形ブロックモデルと呼ぶ．Fig.1 (b)に示す突起ブロックモデルは, 円柱要素, 球形要素を 114 要素×4 か所＝全 456 要素で突起状に構成したものである．なお，個々のブロックの質量は，等しくなるように設定した．

(2) 堰堤モデル

個別ブロックモデルを積み上げて堰堤モデルを形成する．Table 3 及び Fig.2 に示すように, 側面平均勾配 S は, 下流面 1:0.5, 上流面 1:1.5 の非対称台形状に 3 段積層し，奥行きは通常の不透過型砂防堰堤の設計計算と同様に二次元化して 1.0 m (b_e)とした．また，ブロック堰堤の施工時に下流方向への滑動防止の

Table 1 Safety verification items of Sabo Dam.

Evaluation Items		Verification Items
I	Rigid-body stability	Bearing capacity, sliding, overturning(Middle-third criterion)
II	Shape stability	Interlayer sliding, Block assembly separation

Table 2 Block element dimension and weight.

Block type	Width ℓ_e(m)	Depth b_e(m)	Height h_e(m)	Weight (kN)	Protrusion Width ℓ_{ep}(m)	Protrusion Height h_{ep}(m)
Rectangular blocks	1.0	1.0	0.5	11		
Interlocking blocks	1.0	1.0	0.5	11	0.2	0.1

Table 3 Dimension of Sabo Dam model.

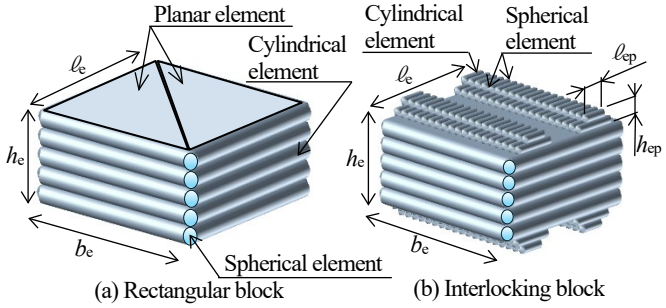
Bottom width ℓ_{BB}(m)	Top width ℓ_{BC}(m)	Dam height h_B(m)	Down-stream slope (S_d)	Up-stream slope (S_u)	Number of blocks	Gross weight (kN)
5.0	3.0	1.5	1:0.5	1:1.5	12	132.0

Table 4 Spring model parameters.

			Distinct block–distinct block	Distinct block–Concrete foundation
Normal direction spring coefficient K_n(N/m)			1.00E+07	1.00E+07
Shear spring	Spring coefficient K_s (N/m)		1.50E+05	1.50E+05
Shear spring	Coulomb friction	Adhesive strength Cs (C)	0.00E+00	0.00E+00
Shear spring	Coulomb friction	Friction coefficient μ(tanφ)	0.55E+00	0.70E+00

Table 5 Summary of analysis cases.

External load	Impact velocity (m/s)	Block type
Debris flow, Boulder	3.0, 5.0, 10.0, 15.0	Rectangular blocks・Interlocking blocks



(a) Rectangular block (b) Interlocking block

Fig. 1 Schematic diagram of the individual block model.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ため段差を設けた底版コンクリートとするので，基礎部には滑動防止の突起を設けた．

(3) 接触ばねモデル

要素間には，鉛直方向，およびせん断方向の接触ばねを設定した[3]．Table 4 に，個別ブロック要素間（Knc：法線方向，Ksc：せん断方向），個別ブロック−底面間（Knb：法線方向，Ksb：せん断方向）のばね係数を示す．

2．4 解析ケース

解析ケースは土石流区間の砂防堰堤の外力条件を想定して，土石流水深を 0.5m とした上で，流速を U=3.0,5.0,10.0,15.0m/s と 4 種類変化させ，堰堤モデルの最上段に作用させた．Table 5 に解析ケースを示す．同様に巨礫(質量 2.0 t)衝突についても，流速を 4 種類変化させて堰堤モデルの最上段の中央に衝突させた．外力を 2 種類，流速を 4 種類，堰堤モデルとして矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの 2 種類を組合せて 2×4×2=16 ケースとなった．解析結果の評価については，最大変形量(間隙量)が 0.05 m 以上を形状崩壊とした．

3．解析結果と考察

3．1 土石流流体力による影響

矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの最上段ブロックに 10 m/s 相当の土石流流体力を作用させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.3 に，突起モデルについて Fig.4 に示す．堰堤モデルに横方向の外力が作用すると，矩形ブロックでは，外力が直接作用する最上段の 3 ブロックのみが水平方向へ移動した．一方，突起ブロックでは，上段ブロックの突起が下段ブロックの突起と噛み合う構造となっているため，水平方向の力が下段ブロックへ伝達され，Fig.4 (a)に示すように 9 ブロックが一体となって抵抗する．流速 10 m/s 相当の場合，変形がさらに進行し，Fig.4 (b)に示すようにブロック群が持ち上がるように変形し，最終的に崩壊に至る．このとき外力に対して一体として抵抗するブロック群を「抵抗躯体 (Resisting body)」と定義し，抵抗に寄与しないブロック群を「残置躯体 (Residual body)」と定義した．矩形ブロック堰堤と突起ブロック堰堤では，抵抗躯体を構成するブロック数に明確な差が認められた．また，外力の作用位置や経過時間によっても抵抗躯体の構成ブロック数は変化することが確認された．

3．2 巨礫衝突による影響

同様に，質量 2.0 t の巨礫単体を 10 m/s で衝突させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.5 に，突起モデルについて Fig.6 に示す．巨礫衝突の場合も，変形過程は土石流流体力の場合と類似しており，形成される抵抗躯体を構成するブロック数は同一であった．ただし，土石流流体力の場合は荷重が継続的に作用するため，最終時刻歴においてブロックの積層状態が保持されない．一方，巨礫衝突の場合は衝突した後に巨礫が停止・離反するため，Fig.6 に示す変形が生じた後，ブロック配置は概ね初期状態に近い形へ復帰する傾向が認められた．

3．3 考察

Table 6 より、土石流流体力と巨礫衝突の破壊メカニズムには，高い相似性が見受けられる．ただし，矩形ブロックでは巨礫衝突の方がクリティカルであり，突起ブロックでは礫質量が 2.0 t において同等である．

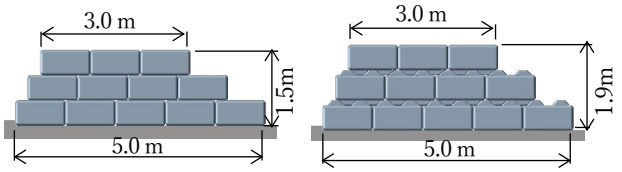
4．結言

本研究の成果を要約すると以下のようになる．

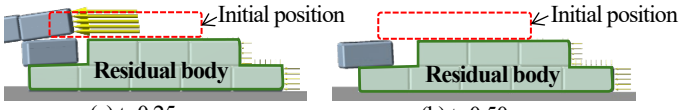
1) ブロック砂防堰堤モデルの最上段に土石流の横方向荷重が作用した場合の限界状態は，土石流外力に抵抗するブロック群(抵抗躯体)と抵抗しないブロック群(残置躯体)に 2 分割される．

2) 突起ブロック堰堤の場合，突起により横方向の外力が下段のブロックに伝達するため，矩形ブロック堰堤より抵抗力が大きくなる．

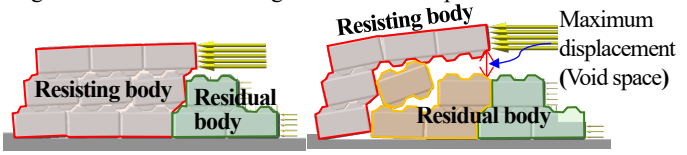
3) 土石流衝突として，連続的に作用する土石流流体力と巨礫 1 個の衝突力を比較した場合，巨礫衝突の方が小さい流速で限界状態となり，設計上クリティカルとなり得る．



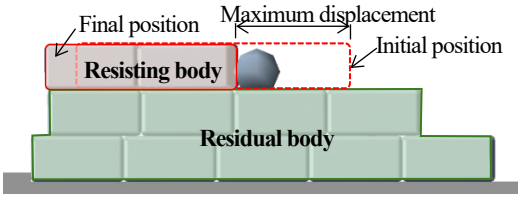
(a) Rectangular block dam model (b) Interlocking block dam model
Fig. 2 Schematic diagram of Sabo dam model.



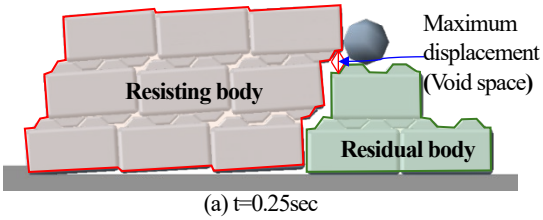
(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 3 Deformation of Rectangular block dam response to debris flow forces.



(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 4 Deformation of Interlocking block dam response to debris flow forces.



(a) t=1.00sec
Fig. 5 Deformation of Rectangular block dam response to boulder impact.



(a) t=0.25sec
Fig. 6 Deformation of Interlocking block dam response to boulder impact.

Table 6 Summary of analysis results.

Impact velocity (m/s)	Debris flow forces.		Boulder impact. (2.0t)	
	Rectangular block	Interlocking block	Rectangular block	Interlocking block
3.0	OK	OK	NG	OK
5.0	NG	OK	NG	OK
10.0	NG	NG	NG	NG
15.0	NG	NG	NG	NG

※OK:structural stability, NG:structural collapse

参考文献

1) 国土交通省国土技術政策総合研究所:土石流・流木対策設計技術指針解説 No.905, 2016
2) 社団法人全国治水砂防協会：改訂版砂防設計公式集(マニュアル), 1986
3) 井上, 香月, 志水, 三上, 栗原, 梶田:コンクリートブロック堰堤モデルの滑動・転倒安定性に関する個別要素法による検討, 令和 7 年度砂防学会研究発表会概要集, p.217-218, 2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Particle Rotation on Size Segregation of Binary Granular Mixtures in Rotating Drum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

堀口　俊行（防衛大・理工）　和田　孝志（鳥取大・工）　齋藤　和樹（防衛大・理工）
Toshiyuki Horigchi, National Defense Academy
E-mail: htoshi@nda.ac.jp

The study examines the role of particle rotation in size segregation of binary granular mixtures in a rotating drum using DEM. With rotational freedom, large particles migrate toward the surface and concentrate near the front, accompanied by significant lift-up energy and rolling-dominated contacts. When particle rotation is constrained, segregation is suppressed and sliding contacts prevail. These results indicate that particle rotation governs internal rearrangement and energy transfer, playing a key mechanical role in granular segregation.

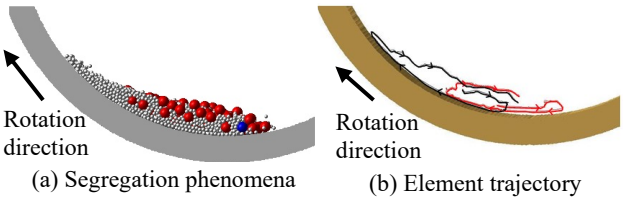
１．はじめに

土石流の内部構造を明らかにすることを目的として，これまで多様な構成則の研究が進められてきた．土石流の構成則には，水を主とした混相流として記述する体系と，乾燥粒子群を基礎とする体系の二つの枠組みが存在し，土砂濃度に応じてモデルを切り替えることで，巨視的挙動は概ね表現可能であることが示されている．しかし，これらの構成則は連続体力学と粒状体力学の概念を往復しながら構築されてきた経緯を有しており，その理論的基盤には未整理な点や力学的解釈の不明瞭さが残されている．

ところで，土石流を「粒々」の集合体として捉え，個々の粒子運動に基づいて現象を説明しようとする試みは古くから行われてきた [1]．これらの研究は不確実性を含みつつも力学的枠組みによって現象を整理し，実験結果や自然現象の解釈へと結び付けてきた．筆者らはこれまで 2 粒径混合状態における偏析問題の一つに粒子の回転の影響が大きな要因であるという仮説を示してきた [2]．しかしながら，粒子回転の影響がどのような力学量として整理されるのか，また既往の土石流の構成則 [1]の中でどの位置付けに相当するのかは明確ではない．そこで本研究は，個別要素法の結果に基づき，偏析時の粒子運動形態を詳細に検討するものである．特に，粒子に強制的な回転拘束を与えた条件との比較を通じて，回転自由度が偏析機構に及ぼす影響とその力学的要因を明らかにする．

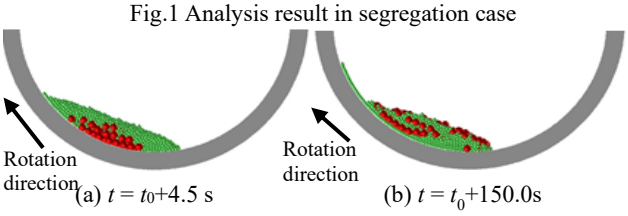
２．偏析の有無における解析結果の概要 [2]

本解析では，実験に基づき回転円筒実験を再現するため，円柱形要素を重ね合わせることで滑らかな底面を構築し，両側に壁面要素を設置して粒子の露出を防いだ．底面には，実験条件と整合するよう回転速度 0.8 m/s（16.6 rpm）となる回転を与えた．要素間の粘着力は考慮せず，礫間摩擦角 15°，礫と底面や円柱形要素間を 20°と設定した．初期配置は落下法により，二粒径混合条件では大粒径を先に堆積させ，その上に小粒径を配置することで実験と同様の初期構造を与えた．解析の結果，Fig.1(a)に示すように，二粒径混合状態において実験と同様に粒状群が形成され，大粒径が循環している粒状態の中央付近で浮き上がり，表層流に取り込まれて前方へ移動する偏析挙動が再現された（偏析条件）．Fig.1(b)に示すように，代表的な粒子軌跡からは両粒径とも時計回りの循環運動を示し，小粒径粒子の方がより広い範囲を循環することが確認された．その結果，小粒径



(a) Segregation phenomena　(b) Element trajectory

Fig.1 Analysis result in segregation case



(a) $t = t_0$+4.5 s　(b) $t = t_0$+150.0s

Fig.2 The phenomenon in no-segregation case

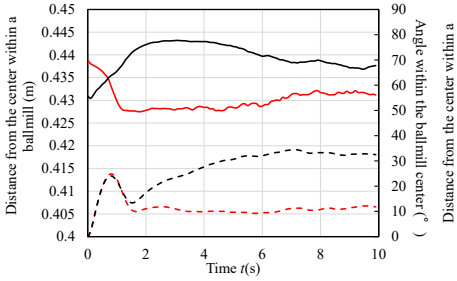
の循環運動によって大粒径が相対的に前方へ集中する構造が形成されることが示された．一方，実験観測より，粒子の回転自由度が重要に関与している可能性が示唆された．そこで，偏析が明瞭に再現された解析条件において，球形要素の回転自由度を拘束し，並進自由度のみを与えた解析（偏析が生じない条件）を実施した．その結果，Fig.2 に示すように大粒径は底面摩擦と釣り合うよう塊全体とともに後退するものの，要素間の配置変換はほとんど生じなかった．時間経過により塊形状は徐々に変化し，一部の大粒径が上層へ浮上する挙動は見られたが，循環運動が発生しにくいため先頭部へ移動することはなく，150 s ほど経過しても先頭集中する偏析が明瞭にわかるには至らなかった．

３　回転運動内の考察

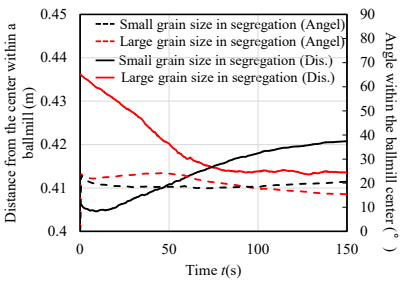
3.1　回転拘束における要素の平均位置と平均角度の影響

Fig.3(a)に示す偏析条件では，大粒径の平均位置は小粒径より常に回転円筒中心から遠い位置に分布していることが確認できる．本解析では円筒底面が 0.45 m に相当するため，大粒径の平均位置が 0.43 m 付近に推移していることは，大粒径が平均的に浅層側に集積していることを示している．また，要素の平均角度位置（点線）を見ると，0°が円筒底部に相当し，上方へ移動するほど角度が大きくなるので，初期段階では両粒径とも急激な変化を示す増加する．初期段階では両粒径とも急激な変化を示すが，その後小粒径は角度を大きくしながら外側へ分布を広げるのに対し，大粒径は比較的角度の小さい位置に留まる傾向が確認された．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Segregation case



(b) No-segregation case

Fig.3 Location and angle of large and small particles

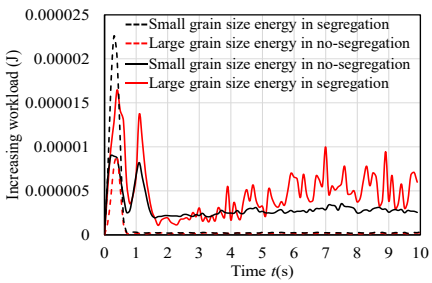


Fig.4 The increasing workload for large and small particles

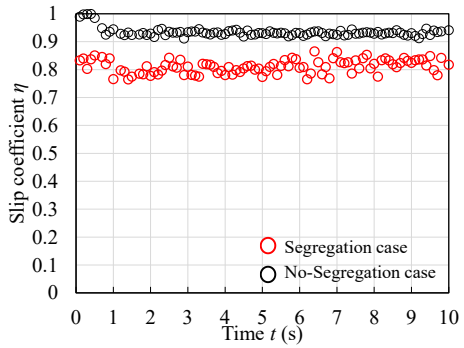


Fig.5 Comparative analysis of slip coefficient

これは，大粒径が浮き上がり効果により表層付近に保持され，流動に伴い前方へ輸送されているためと解釈できる．一方，Fig.3(b)に示す回転拘束条件では，大粒径が急激に浅層化する挙動は見られず，時間の経過とともに徐々に浅層へ移行する傾向を示した．さらに，約 100s 付近では，平均値として前縁集中に近い挙動が見られるものの，個々の要素挙動を確認すると，大粒径の明瞭な偏析は生じていないことが確認された．以上の結果より，粒子回転が許容される場合には，粒子間の再配列と循環構造が形成され，大粒径の浅層化および前縁集中が促進されると考えられる．

さらに，粒子の角度分布や前縁位置の解析結果を合わせて考察すると，大粒径は単に浅層へ移動するだけでなく，流動層の先頭部へ集中する傾向を示すことが分かった．これは，浅層の流れの早い領域に取り込まれた大粒径が循環運動を通じて前方へ輸送されるためであり，結果として「浅層化」と「前縁集中」が同時に進行する構造が形成されていることを示している．この挙動は回転自由度を拘束した解析では再現されなかった．

4.2 各要素の浮き上がりエネルギーの比較

Fig.4 に，偏析条件および回転拘束により偏析が生じない条件における大粒径・小粒径の浮き上がりエネルギーの時間変化を示す．偏析が生じた条件（実線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーが時間とともに大きく変動し，特に大粒径において顕著な増加が確認される．これは，大粒径が循環運動により繰返し持ち上げられ，浅層へ輸送されていることを示している．一方，回転自由度を拘束した条件（点線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーは殆ど発現しておらず，大粒径・小粒径ともにエネルギー変動は極めて小さい．この結果は，粒子回転が抑制されることで内部再配列および循環構造が形成されず，大粒径を持ち上げるためのエネルギー供給機構が機能していないことを示している．

以上より，大粒径の浅層化および前縁集中は，粒子回転を介して発現する浮き上がりエネルギーの生成に強く支配されていることが明らかとなった．

4.3 接触状態指標 η と偏析機構

接触状態を評価するため，接線力と法線力の比として，

$$\eta = \frac{|f_t|}{\mu f_n} \quad (1)$$

を用いて浅層せん断帯における分布を比較した．Fig.5 に示すように，偏析条件（赤）では，η は広い範囲に分布しており，摩擦限界に張り付く接触だけでなく，それより小さい値を取る接触も多く存在している．これは，粒子回転を伴うことで接触が転がり寄りとなり，接触点での拘束が緩和され，再配列が進行していることを示唆する．一方，回転自由度を拘束した偏析が生じない条件（黒）では，η は摩擦限界近傍に集中する傾向が見られる．これは，粒子が回転できないため，接触が滑り接触に近い状態となり，摩擦限界に張り付いた拘束的な接触が支配的になることを意味する．すなわち，接触点での自由度が減少し，粒子群内部の再配列が抑制されている．この違いは，浮き上がりエネルギーの発現の有無と整合している．回転自由度が存在する場合には，転がり接触を通じて粒子が上方へ持ち上げられ，内部循環が形成される．一方，回転が拘束されると，接触は主として滑りによって応答し，鉛直方向の再配列が生じにくい．その結果，大粒径の浮き上がりが抑制され，偏析が進行しない．よって，接触状態指標 η の分布変化は，粒状体の応力テンソルにおける接線応力成分の発現を変化させるものであり，回転自由度は有効摩擦係数の状態依存性を媒介する内部変数として機能している可能性がある．

5．結　言

本研究では，二粒径混合粒状体の回転円筒内偏析に対する粒子回転の影響を解析により検討した．

1)回転自由度を有する条件では，大粒径は浅層化するとともに前縁部へ集中する偏析構造が形成された．一方，回転を拘束するとこの挙動は再現されなかった．

2)偏析が生じる条件では大粒径の浮き上がりエネルギーが顕著に発現し，接触状態指標 η の分布からも転がり寄りの接触が増加していることが確認された．回転拘束条件ではこれらは認められず，滑り接触が支配的となり内部再配列が抑制された．

謝　辞：本研究は，令和 7 年度河川砂防技術研究開発公募砂防技術分野「土石流・河床変動解析手法の妥当性評価とそれに基づく高度化に関する研究」の助成を受けて行われた．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

1) 大同敦之：土石流の基礎的研究，京都大学大学院学位論文，1970
2) 堀口俊行，香月智，小川あずさ：回転円筒による 2 粒径混合粗粒材の偏析実験と個別要素法解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.72，No.1，pp.1-20，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

硬化過程および施工履歴を考慮した RBSM による コンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

Temperature Stress and Crack Propagation Analysis of Concrete Members Considering Hardening Process and Construction History Using RBSM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

村上　慧司朗（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Keijiro MURAKAMI,　Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO,　Hosei University
E-mail: keijiro.murakami.7s@stu.hosei.ac.jp

This study enhances an existing concrete thermal cracking analysis method—which already accounts for heat, moisture transfer, and hardening processes—using the 3D Rigid Body Spring Model. By refining the Solidification Model, the improved method was validated against Temperature Stress Testing Machine (TSTM) experiments, successfully reproducing the experimental values quantitatively. Furthermore, the method was extended to simulate multi-layer casting. For this stage construction analysis, the proposed method yielded qualitatively correct results, demonstrating its capability to evaluate complex thermal-mechanical interactions.

1.　はじめに

低レベル放射性廃棄物処分施設の低拡散層は，核種移行抑制を担う重要構造物である．大規模なマスコンクリートとなる本施設の施工では，水和発熱による温度ひび割れ制御が最重要課題となるが，微細なひび割れ進展を高精度に予測する手法は確立されていない．

そこで本研究では，コンクリートのひび割れリスクを定量的に評価可能な解析手法の開発を目的とし，以下の２点について検討を行った．

まず，著者ら[1)]が提案している，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM の温度応力，温度ひび割れ解析手法の妥当性確認を目的として，温度応力試験機（TSTM）による実験の再現解析を実施し，実験結果との比較を実施する．

さらに，温度応力および温度ひび割れの発生と進展を再現するためには，段階的なコンクリートの施工過程を再現することが必須であるが，前述の著者らの手法では，施工過程を考慮できていなかった．そこで本研究では，実構造物の施工プロセスに対応するため，リフトごとの打設や境界条件の更新を考慮可能な解析手法を新たに構築する．さらに，簡単な数値計算例により手法の検証を実施する．

2.　解析手法

本研究では，山本ら[2)]が提案したコンクリートを Voronoi 多面体要素の集合体として表現する三次元 RBSM(Fig.1)を用いた．要素界面に設定された垂直・せん断バネの構成則に基づき，ひび割れの発生・開口・進展を離散的に表現する．若材齢時の硬化過程の評価には，国枝らによって構築された Solidification Model（硬化モデル）を導入した(Fig.2)．これは，若材齢時のコンクリートを，時間の経過とともに無応力の硬化体が順次形成されるものと仮定し，その累積として全体の剛性を評価する手法である．

また，温度および水分移動の解析には，Voronoi 母点間を結ぶ Truss Network Model を用いた(Fig.3)．これにより，熱伝導および水分拡散方程式を解き，得られた温度・水分ひずみを RBSM の力学解析に連成させることで，温度ひび割れ解析を実現している．

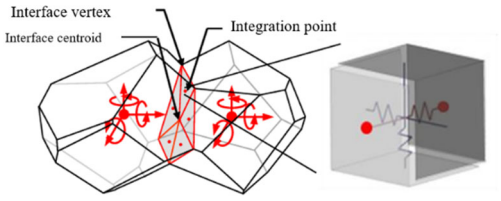


Fig.1 Voronoi tessellation, degrees of freedom of rigid elements,　and integration points

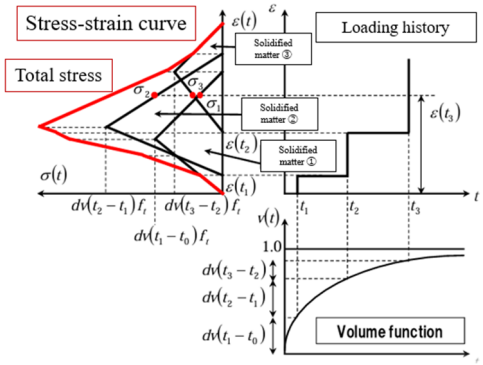


Fig.2 Schematic of the Solidification Model

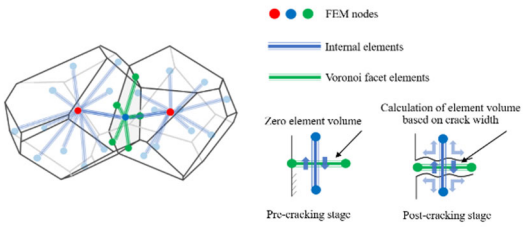


Fig.3 Outline of the coupled analysis method for moisture and heat transfer

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 解析手法の妥当性確認

本研究では，温度応力試験機（TSTM）実験のデータを対象とした解析を実施し，構築した解析モデルの妥当性確認を行った(Fig.4).

TSTM の再現解析を行った結果を，Fig.5 および Fig.6 に示す．提案モデルは実験で確認された打設初期の急激な応力緩和挙動，その後の引張応力の蓄積過程，ならびにひび割れ発生時期を高精度に再現した．これにより，提案する解析手法の妥当性が確認された．

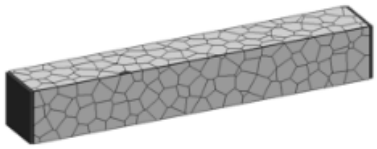


Fig.4 RBSM specimen model

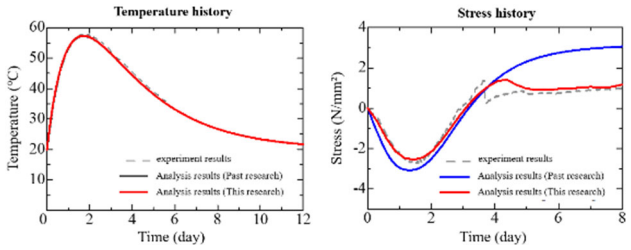


Fig.5 Analytical results: Temperature & Stress history

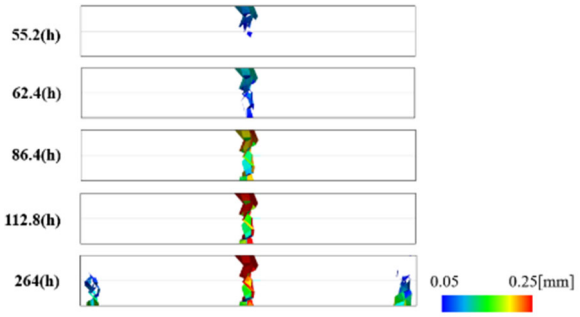


Fig.6 Crack propagation behavior

4. 施工段階解析手法の構築と検証

実構造物への適用を見据え，リフト施工に伴う解析領域の拡張および境界条件の更新を自動化する施工段階解析手法を開発し，その検証を行った．検証解析として，壁状部材（1000×300×100mm；長さ×高さ×厚さ）の二層打ち重ね解析(各リフト高さ 150mm)を実施した（Fig.7）．1 リフト目の打設から 14 日後に 2 リフト目を打設する工程を再現し，新旧コンクリート間の相互作用を評価した．

解析モデルを Fig.7 に，解析結果を Fig.8 および Fig.9 に示す．1 リフト目単独期間においては，底面拘束に起因する貫通ひび割れの発生と進展が確認された．特筆すべきは 2 リフト目打設直後の挙動であり，新設コンクリートの水和発熱が打ち継ぎ面を介して既設リフト（1 リフト目）へ伝導することで，既設リフトが再膨張（再昇温）し，発生していた引張応力が緩和され，ひび割れが閉合する現象が再現された．これらの結果より，開発した手法は，多層打設特有の熱伝導およびひび割れ挙動の変化を定性的に評価できることが確認された．

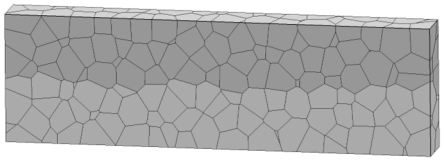


Fig.7 RBSM specimen model (Bottom: Lift 1, Top: Lift 2)

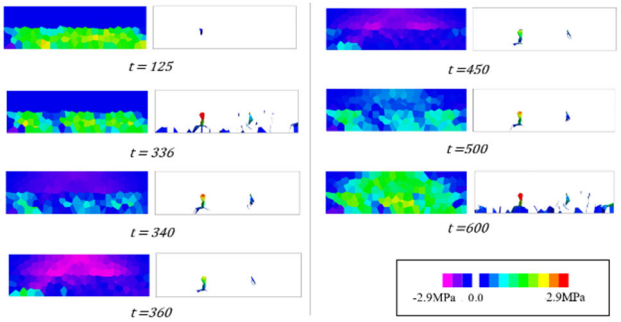


Fig.8 Evolution of stress distribution and crack patterns

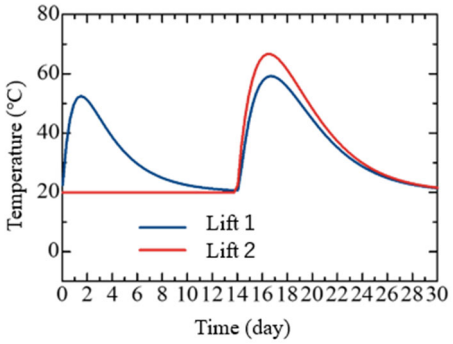


Fig.9 Temperature history of each lift

5. 結論

本研究では，硬化過程および施工履歴を考慮可能な三次元 RBSM 解析システムを開発した．

TSTM 実験との比較による妥当性確認では，コンクリートの温度ひび割れを高精度に再現できることを示し，解析手法の妥当性を確認した．

また，施工段階解析においては，新設リフトの発熱が既設リフトに与える熱・力学的影響等（再昇温による応力緩和等）を適切に表現可能であることを示した．

今後は，本解析手法の適用性をさらに高めるため，実際の低拡散層等を想定した実規模レベルのマスコンクリート構造物を対象とした解析を行い，実測データとの比較検証を行う必要がある．また，鉄筋要素をモデル内に導入し，鉄筋による拘束効果やひび割れ分散効果を含めた拡張解析を行うことで，低拡散層等の実構造物の設計・施工管理に資する解析技術としての確立を目指す．

参考文献

1) 杉本啓太，山本佳士，中村光，三浦泰人，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM による RC 部材のひび割れ進展挙動解析，土木学会年次学術講演会講演概要集，2016.9.
2) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：三次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

A Study of Shear Reinforcement Effects on Scabbing Failure of Concrete Plates Subjected to Projectile Impact(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

内山　拓也（防衛大・理工）　　別府　万寿博（防衛大・建設）
道上　剛幸（株式会社ケー・エフ・シー）
Takuya UCHIYAMA, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Takayuki MICHIGAMI, KFC Corporation
E-mail: beppu@nda.ac.jp

In this study, experimental and numerical investingations of shear reinforcement effects on the scabbing failure of concreate plate subjected to projectile impact were conducted. Numerical result was validated by comparing with test data, revealing that the shear reinforcement mitigated the scabbing failure of the concrete plate.

１．緒言

飛翔体が高速度でコンクリート板に衝突すると局部破壊が生じる．既往の研究によると，局部破壊は応力波の伝播や局所的なせん断変形によって発生することが知られている．これまでに，裏面剥離に対する補強あるいは剥離片の飛散抑制対策として，各種繊維補強コンクリートの適用およびポリウレア樹脂の塗布やシート状材料の裏面接着などが提案されている．一方で，せん断力に対する抵抗力を向上させる方法の一つとして，既設構造物へせん断補強筋を配置する方法が知られている．あと施工型せん断補強は，RC 部材のせん断耐力を 42%～171%増加させることが報告されている [1]．本研究は，局部破壊の一つである裏面剥離の抑制対策として，あと施工せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験および数値解析を行い，せん断補強の効果について考察したものである．

２．実験の概要および結果

実験は，高圧空気式飛翔体発射装置を使用した．本装置は，質量 50g～1000g の飛翔体を速度 100～500m/s で発射することができる．飛翔体は質量 300g，直径 25mm，長さ 90mm であり，先端形状は半球型である．衝突速度は約 150m/s に設定した．Fig.1 に，試験体の寸法を示す．コンクリートの圧縮強度は 38.7N/mm^2 であり，寸法は縦 500mm，横 500mm，厚さ 80mm である．用心鉄筋として，試験体の外周近傍に D10 鉄筋を配筋した．無補強コンクリート板およびあと施工型のせん断補強を施したコンクリート板を作製した．Fig.2 に，せん断補強筋の配置を示す．せん断補強筋として長さ 60mm の D10 鉄筋を使用し，かぶりを 20mm とした．せん断補強筋間隔は 35mm とし，挿入面を衝突面および裏面側に設けたケースを設定した．

Fig.3 に，表面および裏面の破壊性状を示す．図にはせん断補強筋なしのケースを N（No reinforcement），せん断補強筋の挿入面を衝突面側および裏面側に設けたケースをそれぞれ Case A および B として示している．破壊モードは裏面において剥離片が飛散した状態を裏面剥離，剥離片が飛散しない限界状態を裏面剥離限界とした。Case N は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔も生じた．Case A は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔は生じなかった．Case B は剥離片飛散が抑制され裏面剥離限界となり，孔は生じなかった．以上から，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制されることがわかる．

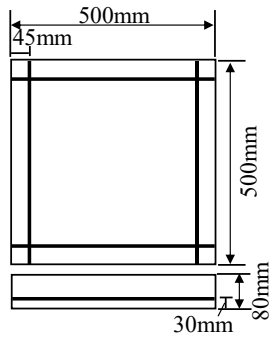


Fig.1 Test specimen

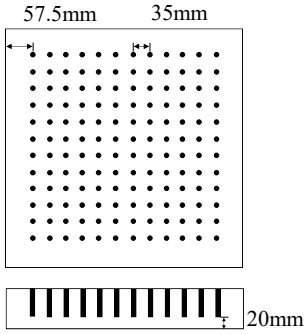


Fig.2 Shear reinforcement bars arrangement

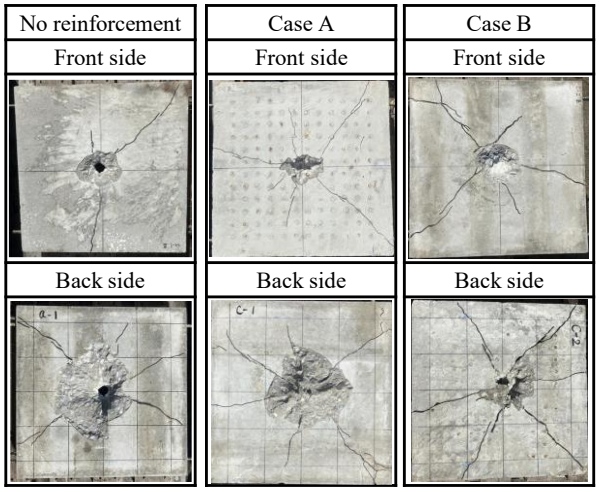


Fig.3 Failure state

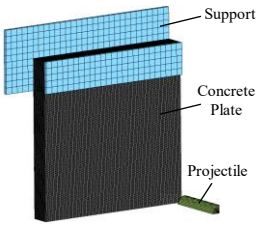


Fig.4 Numerical model

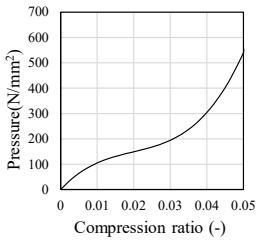


Fig.5 Pressure-compression ratio relationship

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

２．数値解析的検討

(1)　解析モデル

Fig.4 に，数値解析モデルを示す．計算時間の短縮を図るため，実験条件の対称性を考慮し 1/4 モデルを作成した．コンクリート板は 2.5mm×2.5mm×2.5mm の 8 節点 6 面体要素でモデル化し，支持具は 10mm×10mm 厚さ 5mm のシェル要素でモデル化した．鉄筋については要素長 2.5mm のはり要素でモデル化し，コンクリート要素の節点と共有して完全結合とした．境界条件としては，実験における支持具と試験体設置治具の節点を固定した．初期条件として，飛翔体の全節点に衝突速度を与えた．材料モデルについては伊東ら [2]によって提案された非線形動的コンクリートモデルを，松澤ら [3]が高度化した改良 CAPROUS モデルを使用した．Fig.5 に，圧力－圧縮率の関係を示す．Fig6 に初期降伏面，最大降伏面および残留降伏面の 3 つから成る降伏関数を，Fig7 に引張破壊に到達後の軟化挙動を示す引張軟化特性を示す．

(2)　数値解析結果

Fig.8 に，衝突後 20ms における表面および裏面の解析結果を示す．Case N では，裏面において放射状のひび割れと膨らみが確認された．Case A では裏面において放射状のひび割れと小さな膨らみが確認できた．Case B では裏面において放射状のひび割れが生じた．

応力波による局部破壊を評価するため，3 次元弾性波理論から求められる弾性波速度の算定式を以下に示す．

$$c=\sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)\rho}} \tag{1}$$

ここに，c はコンクリートの弾性波速度，E はヤング係数，ν はポアソン比，ρ は密度である．

3 次元弾性波理論によると，板厚 80mm において衝突によって生じた応力波は約 0.03ms で 1 往復する．断面に生じた損傷の進展を Fig.9 に示す．各ケースともに斜めひび割れは 0.1ms 以降に進展しており，応力波による破壊が支配的である可能性は小さいと考えられる．Case N では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できる．以降の時刻では，斜めひび割れが開口して裏面に到達した．Case A では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できたが，それ以降の時刻では斜めひび割れの開口は抑制された．Case B では，0.1ms の時点で斜めひび割れが生じたが，それ以降の時刻では斜めひび割れ方向の開口や進展は抑制された．また，斜めひび割れの角度が Case N に比べて急勾配になった．Fig.10 に，Case B におけるせん断補強筋のひずみ分布と時刻歴を示す．ひび割れが進展する近傍のせん断補強筋において部分的にひずみが発生している．図に示したせん断補強筋 B において，最大で 836 μ の引張ひずみが発生していることが確認できる．

以上より，挿入面を裏面側に設定したケースにおいて，裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

５．結言

本研究では，コンクリート板の裏面剥離の抑制対策として，あと施工型せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験を行うとともに数値解析を行って考察した．その結果，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制され，特に挿入面を裏面側に設置したケースの裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

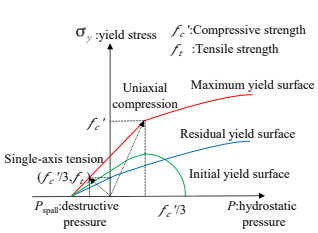


Fig.6 Yield function

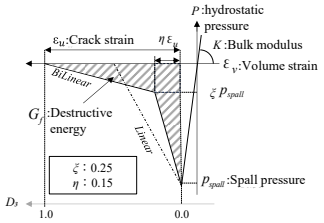


Fig.7 Tensile softening characteristics

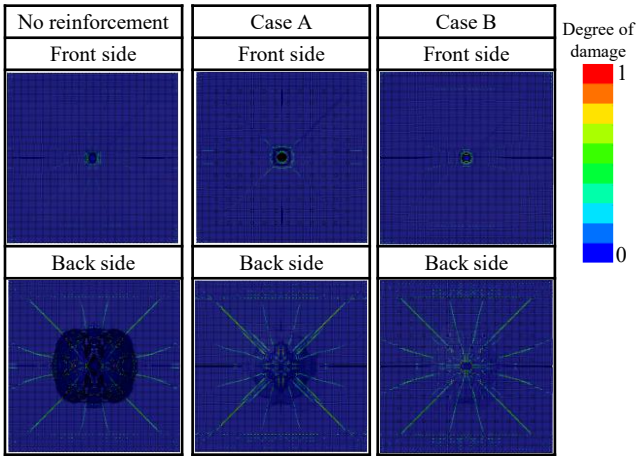


Fig.8 Fracture characteristics of the front and back surfaces

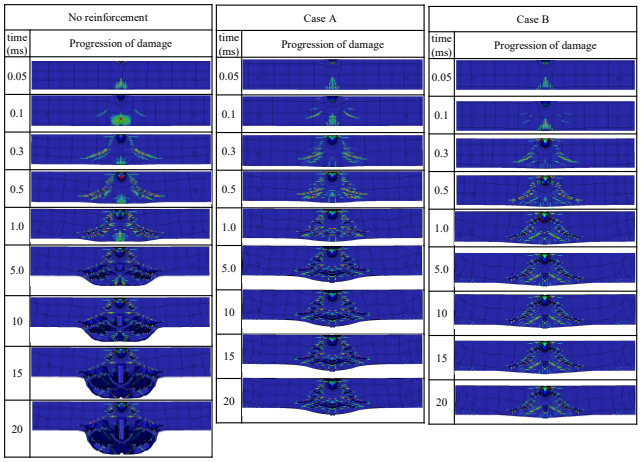


Fig.9 Failure progress in Cross-section

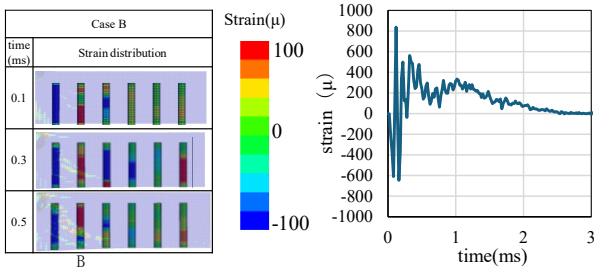


Fig.10 Strain time-history of shear reinforcement bar

参考文献

1)　一般財団法人土木研究センター：建設技術審査証明報告書あと施工型せん断補強用無機系モルタルカプセルおよびせん断補強筋「RMA」pp.285-345，2022

2)　伊東雅晴，別府万寿博，片山雅英：非線形動的コンクリート構成則 CAPROUS の開発と高速衝突解析への応用，土木学会第 10 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2010

3)　松澤遼，伊東雅晴，佐藤暁拓，大西慶弘，別府万寿博：低速から高速までの衝突を受けるコンクリート構造物の局部破壊解析に対する改良 CAPROUS モデルの適用性検討，構造工学論文集，Vol.70A，pp.964- 977，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（応用力学の実務への展開）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

応用力学の実務への展開 (1)

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

16:25 ~ 16:40

[13016] 干渉嵌合と機械的キーを併用した格点構造を有する応急復旧橋の提案（シンポジウム講演概要）

*齋藤 道生[1]、谷口 望[2]、趙 清[3] (1. ㈲萬聲学館、2. 日本大学　理工学部、3. 川田テクノシステム㈱)

16:40 ~ 16:55

[13017] ソイルセメントで表面補強した急勾配落石防護土堤の捕捉性能向上に関するDEM解析（シンポジウム講演概要）

*吉廣 悠太[1]、内藤 直人[2]、前田 健一[1]、小栗 快之[1]、中村 拓郎[3]、鈴木 健太郎[4]、瓦井 智貴[5] (1. 名古屋工業大学、2. 豊橋技術科学大学、3. （国研）土木研究所寒地土木研究所、4. （株）構研エンジニアリング、5. 室蘭工業大学)

16:55 ~ 17:10

[13018] 流体構造連成解析と代理モデルに基づく浮体式波力発電システムの発電効率最適化(シンポジウム講演概要)

石澤 修司[1]、中山 繁生[2]、野村 怜佳[1]、*森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. Yellow Duck 株式会社)

17:10 ~ 17:25

[13019] 橋りょうねじり変形による支承あおり時の等価ばね定数評価（シンポジウム講演概要）

*服部 紘司[1]、豊原 匡織[1]、松岡 弘大[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

干渉嵌合と機械的キーを併用した格点構造を有する応急復旧橋の提案
（シンポジウム講演概要）
Proposal for An Emergency Rehabilitation Bridge with The Panel Point Structure Using Interference Fit and Mechanical Keys
(Proceeding of Symposium on Applied Mechanics)

齋藤　道生（㈲萬聲学館）　　谷口　望（日大・理工）　　趙　清（川田テクノシステム㈱）
Michio SAITOH, BanseiGakkan Ltd.
Nozomu TANIGUCHI, Nihon University
Kiyoshi Chou, KTS Co.,Ltd
E-mail: mhsaitoh6210@gmail.com

This study proposes an emergency rehabilitation bridge that can be constructed quickly in the event of a bridge disaster. To enable rapid bridge assembly on-site, the panel point structure that combines interference fit and mechanical keys, which have a proven track record in the field of mechanical engineering, was adopted, and the applicability of this construction method was confirmed.

１．はじめに

急速施工を可能するためには，搬入部材の軽量化と現場における組立の工期短縮が重要である．本研究では，部材の軽量化を図れるトラス構造を採用し，現場における工期短縮を図るため格点構造に機械分野では国内外で実績の多い焼き嵌め[1)]による干渉嵌合[1)]を提案する．

施工の段取りは，工場にて弦材の格点位置に「焼き嵌め結合部」と「キー溝」を加工し，現場にて弦材に加工された格点位置に一体連結体を被せ格点構造を一体化させる．

焼き嵌めを用いた干渉嵌合は，西欧では 19 世紀の鉄道黎明期から，機関車の車輪に鋼鉄製の車輪を焼き嵌めして固定する技術が必須であった．また，日本では明治時代に西欧の鉄道技術とともに焼き嵌め技術が導入され，工作機械や機関車の部品組立に応用した[2)]．工期短縮につながるメリットが高いため，まず応急復旧橋で使用することを目的とする．

２．提案する格点構造の概念

図 1 に提案する格点構造の概念を示す．

格点構造部の概念は，高力ボルトや溶接によらずに，弦材とスリーブの干渉面に焼き嵌めによる干渉嵌合で均一な接触圧を形成し，弦材とスリーブを圧縮面に生じる摩擦抵抗で拘束する．腹材連結部との一体化はスリーブ端面を両側から抑え軸方向ずれを拘束する．キーは滑り時の冗長機構として配置する．

組立はまず，焼き嵌めによる干渉嵌合で，弦材とスリーブの界面に接触圧を発生させる．これにより弦材とスリーブが強固に固定される．次に腹材連結部の下側一体連結体と上側の上蓋を被せ，スリーブの端面と一体連結体および上蓋の受け面を合わせて格点構造を完成させる．これにより，腹材と弦材が一体化される．

理論式は以下のように表される．

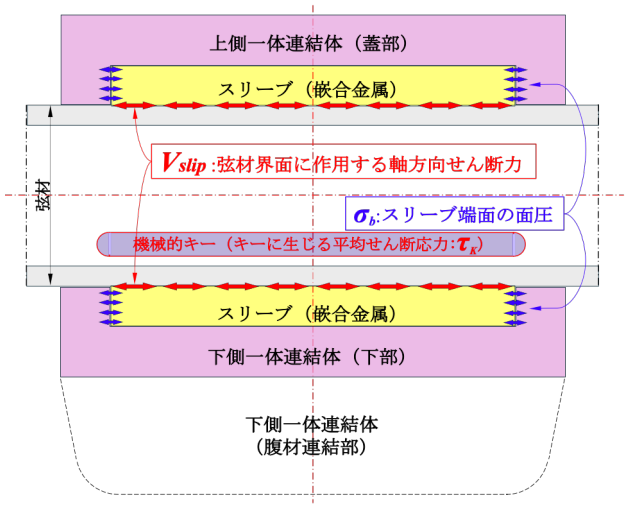
接触圧の簡略式[3)]（薄肉近似）：p_r

$$p_r = \frac{\delta}{\frac{D}{E_c t_c}+\frac{D}{E_s t_s}} \tag{1}$$

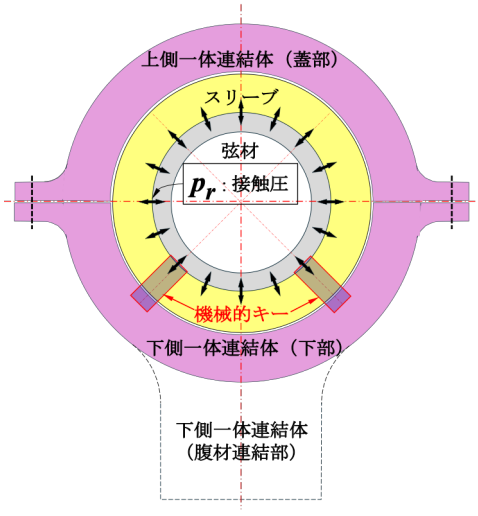
ここに，δ:干渉量（半径差），D:弦材外径，E_c,E_s:ヤング率，t_c:弦材厚，t_s:スリーブ厚．

摩擦による伝達力[3)]：V_{slip}

$$V_{slip} = \mu p A_c \tag{2}$$



（a）側面図



（b）断面図

図１　提案する格点構造の概念

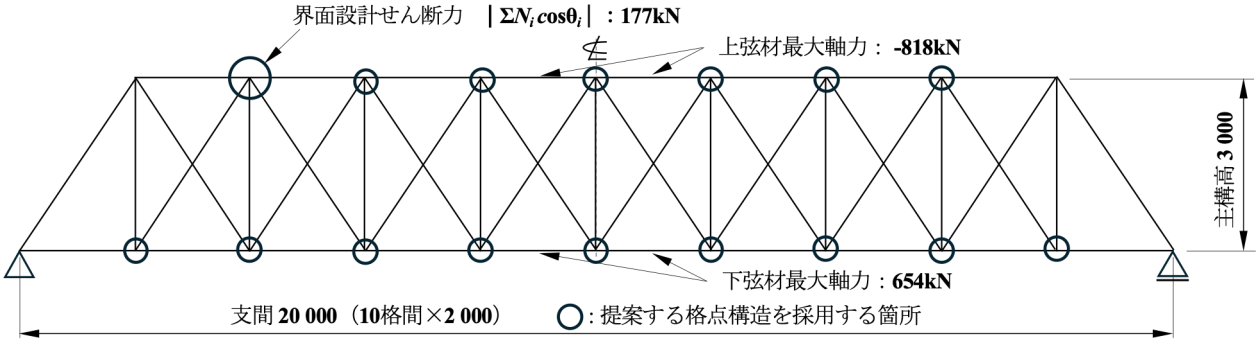


図 2 トラス骨組図

ここに，μ:摩擦係数，p:接触圧，A_c:接触面積

機械的キーに生じる平均せん断応力[3]：τ_K

$$\tau_K = \frac{V}{nA_s} \tag{3}$$

ここに，V：キーが負担するせん断伝達力，n：キー本数，A_s：キー1 本のせん断面積.

スリーブ端面の平均面圧：σ_b

$$\sigma_b = \frac{V}{A_{end}} \tag{4}$$

ここに，V：端面当りで伝達する軸方向力，A_{end}：端面接触面積（リング面積）.

3．応急復旧橋の格点構造への展開

図 2 に示す副斜材付きハウトラスを応急復旧橋として採用し，主構面内のみの試設計を行う．仕様は道示 I 及び II[4]に準拠し，橋格は，支間 20m，格間長 2m，主構高 3m，有効幅員 4m，とし，設計荷重 TL-25 を用いる．

提案する格点構造は端部格点を除く一般部に採用する．本研究で提案する干渉嵌合界面には，格点において弦材へ導入される軸力増分のみを伝達する構造である．したがって，界面で考慮すべき設計せん断力は，斜材・副斜材の軸力そのものではなく，格点釣合いにより弦材に導入される水平成分である．これにより，トラス全体骨組の静的整合を保った設計荷重評価が可能となる．

以下に，提案する格点構造の試算結果を示す.

トラス弦材の決定断面は外径 D=267.4mm, 肉厚 t=9.3mm, スリーブは肉厚 20mm, 長さ 600mm と仮定する．トラス構造からの界面設計最大せん断力を 177kN とし，**(2)式**より，摩擦係数を 0.2 とおいて弦材とスリーブの必要接触圧 pは 1.76N/mm^2 となる.

次に必要干渉量 δ は，**(1)式**より，0.4μm と算出される．この結果，理論上必要な干渉は 1.0μm 未満であり，これは供用荷重負荷下での滑りを防止するには非常に小さな焼き嵌めで十分であることを示している．なお，干渉量は理論値であり，実際の施工においては加工公差および温度管理を考慮した安全側設定が必要である.

スリーブと一体連結体の結合は，スリーブ端面と一体連結体の側面との支圧で押さえる．支圧応力σ_bは**(4)式**より 9.8N/mm^2 と算出され，十分に設計可能である.

弦材とスリーブの摩擦が切れた場合の冗長機構である機械的キーに生じる平均せん断応力τ_Kは**(3)式に**より，4.2N/mm^2 でフェールセーフ機能を十分に期待できる.

4．まとめ

本研究で得られた知見を以下に示す.

(1) 干渉嵌合と機械的キーを併用したトラス格点構造を提案し，急速施工を可能とする応急復旧橋への適用可能性を示した.

(2) 設計最大せん断力 177kN に対し，摩擦係数 0.2 を仮定した場合，必要接触圧は 1.76N/mm^2，必要干渉量は 0.4μm と算出され，焼き嵌め結合部は供用荷重下で滑りを防止できることを確認した.

(3) スリーブ端面と一体連結体との支圧伝達機構では，端面平均面圧は 9.8N/mm^2 となり，軸方向力の伝達が十分可能であることを示した.

(4) 摩擦切れ時の冗長機構として配置した機械的キーに生じる平均せん断応力は 4.2N/mm^2 であり，フェールセーフ機構として有効であることを示した.

(5) 今後の検討課題としては，スリーブと一体連結体の結合部の局部座屈挙動および干渉嵌合界面の応力集中の評価が必要であり，数値解析による詳細な評価を行う予定である．干渉嵌合の耐久性に関しては，「機械分野では確実に設計・製作されていれば半永久的な固定が可能である」，とされているが．本設橋に用いるには橋の変動荷重下での耐久性の検証が必要である.

参考文献

1) 日本機械学会：機械工学便覧 デザイン編 β1 設計工学，日本機械学会，2007.
2) 坂上茂樹，本邦鉄道車両用タイヤ技術史，大阪市立大学 学術機関リポジトリ掲載資料，2021（PDF）.
3) Budynas, R. G., and Nisbett, J. K.: Shigley's Mechanical Engineering Design, 10th ed., McGraw-Hill Education, 2015.
4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，共通編，鋼橋・鋼部材編，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ソイルセメントで表面補強した急勾配落石防護土堤の捕捉性能向上に関する DEM 解析（シンポジウム講演概要）

DEM Analysis on Catching Performance of Steep Rockfall Protection Soil Embankments with Soil Cement Surface Reinforcement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉廣　悠太（名工大・工）　内藤　直人（豊橋技科大・工）　前田　健一（名工大・工）　小栗　快之（名工大・工）
中村　拓郎（寒地土研）　鈴木　健太郎（構研エンジ）　瓦井　智貴（室蘭工大・工）
Yuta Yoshihiro Nagoya Institute of Technology
Naoto Naito, Toyohashi University of Technology
Kenichi Maeda, Nagoya Institute of Technology
Yoshiyuki Oguri, Nagoya Institute of Technology
Takuro Nakamura, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Kentaro Suzuki, Koken Engineering
Tomoki Kawarai, Muroran Institute of Technology
FAX: 052-735-5497, E-mail: y.yoshihiro.523@stn.nitech.ac.jp

This study evaluates the impact resistance and catching performance of steep rockfall protection soil embankments with soil cement surface reinforcement. Using a three-dimensional Discrete Element Method with a bond model, the analysis validates the model's accuracy in reproducing deformation and demonstrates that soil cement surface reinforcement effectively enhances the catching performance of soil embankments.

１．はじめに

落石防護土堤（以下，土堤と示す）は，土のみで構成され，現地発生土で施工できるため，経済性，維持管理性に優れた落石対策施設である．しかし，急崖を有する我が国では土堤の設置スペースの確保が困難な場合がある．

そこで，設置スペースを確保するために，土堤法面を急勾配化し，土堤断面を削減する方法が挙げられる．既往研究 [1]より，急勾配化による落石捕捉性能向上と，表面補強による堤体部の損傷低減効果が実験にて確認されている．

本研究では，法面を急勾配化およびソイルセメントで表面補強した土堤（以下，法面補強土堤と示す）の性能把握を目的に，土堤の模型実験 [1]とソイルセメント板の要素実験 [2]を対象とした，三次元個別要素法（Discrete Element Method，以下，DEM）による再現解析を実施し，法面補強土堤の数値モデル化手法について検討を行った．

２．実験および DEM 解析の概要

Fig. 1 に実験概要図，Fig. 2 に解析概要図を示す．本解析では，堤体とソイルセメントの双方に対して，粒子間相対変位と相対回転に抵抗するボンドモデルを使用した．そして，各解析パラメータを Table. 1 に示す．なお，紙面の都合上主要な項目のみを記載する．本解析は球形粒子を用いており，解析パラメータは既往研究 [3]を参考に設定した．

解析上の土堤形状は実験と同寸法とし，基層厚さ 0.6m，堤体高さ 1.0m，天端幅 0.2m，載荷面法勾配 1:0.5，非載荷面法勾配 1:1.2 である．

ソイルセメントについて，実験時は堤体部と同様に厚さ 0.25m 毎に敷均して転圧し，転圧完了後に水平方向厚さ 0.2m，勾配 1:0.5 となるように整形した．ソイルセメントの一軸圧縮強度は 1.3MPa 程度である．Table. 2 に示す表面補強の有無による 2 通りの実験条件に基づき，本解析においても対応する 2 ケースの再現解析を実施した．

Fig. 3 にソイルセメント板の要素実験概要図を示す．板は 1.0m 四方の厚さ 0.2m で，一軸圧縮強度は 1MPa 程度である．解析で使用した重錘は直径 φ200mm の円柱形とし，先端部の形状は実験条件を簡易的に模擬した．解析の重錘質量は実験と同様に 400kg とした．実験は静的載荷と衝撃載荷を実施し，各載荷速度を Table. 3 に示す．なお，静的載荷は一定載荷，衝撃載荷は自由落下衝突とした．

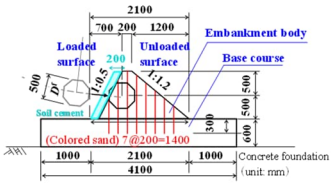


Fig. 1 Experimental layout

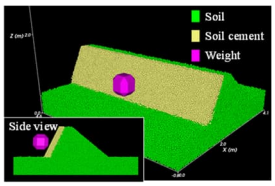


Fig. 2 Simulation overview

Table. 1 Simulation parameters

(a) Soil embankment

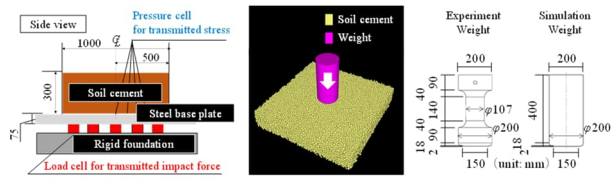
Parameter	Symbol (unit)	Basic setting
Max. particle diameter	m	0.05
Min. particle diameter	m	0.025
Particle density	kg/m^3	2650
Young's modulus	Pa	3.0×10^8
Friction coefficient	deg.	25
Rolling resistance	-	0.065
Bond normal stiffness per area	N/m^3	1.15×10^{10}
Bond tangential stiffness per area	N/m^3	2.89×10^9
Bond stress limit	Pa	1.50×10^6

(b) Soil cement

Parameter	Symbol (unit)	Basic setting
Max. particle diameter	m	0.025
Min. particle diameter	m	0.0125
Particle density	kg/m^3	2936
Young's modulus	Pa	2.0×10^9
Friction coefficient	deg.	25
Rolling resistance	-	0.5
Bond normal stiffness per area	N/m^3	1.00×10^{11}
Bond tangential stiffness per area	N/m^3	2.50×10^{10}
Bond stress limit	Pa	2.50×10^6

Table. 2 Experimental cases for soil embankments

Case name	Material	Slope gradient on loaded side	Slope gradient on unloaded side	Soil cement surface reinforcement (Yes/No)	Embankment height (m)	Weight diameter (m)	Weight mass (kg)	Weight drop height (m)
N	GFS	1:0.5	1:1.2	No	1.0	0.5	234.5	6.0
C				Yes				



(a) Experimental layout (b) Simulation overview (c) Weight

Fig. 3 Soil cement element tests

Table. 3 Loading methods for soil cement element tests

Loading method	Loading velocity (m/s)	Loading condition
Static loading	0.005	Constant
Impact loading	1.58	Free fall
	2.00	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．無補強土堤（堤体）の再現解析結果

まず，無補強土堤（N）の再現解析より，堤体の解析モデルの妥当性を確認する．Fig. 4 に重錘重心軌跡図，Fig. 5 に重錘運動エネルギーの時刻歴波形，Fig. 6 に載荷終了後の土堤表面変状を示す．Fig. 4 は土堤の概形線を黒実線，重錘半径分のオフセットラインを黒破線で示す．また，Fig. 8 について，線速度エネルギーを赤線，回転エネルギーを青線，全運動エネルギーを黒線で示す．そして，Fig. 6 の解析結果はボンドが破断した粒子を赤色で示しており，実験時のひび割れ（黄色破線）に相当する．Fig. 4 より，重錘の最大貫入量は実験で 0.21m，解析で 0.20m であり凡そ等しい．また，Fig. 5 より，重錘のエネルギー減少勾配は解析の方が大きい．さらに，Fig. 6 より，解析にて実験のひび割れの進展長およびひび割れの発生パターンが定性的に再現されている．よって，本解析モデルは衝撃力作用時における堤体の変形を概ね再現しており，妥当性が示された．

４．ソイルセメントの要素実験の再現解析結果

次に，ソイルセメントの解析モデルの妥当性を確認する．Fig. 6 に静的載荷時の重錘の荷重-貫入量関係と，衝撃載荷時の衝撃力波形および貫入量-時間関係を示す．Fig. 6 (a)より，静的載荷の最大荷重は実験値 38.7kN に対し解析値 37.9kN と凡そ等しい．また，解析では最大荷重時直後にボンドの破断により脆性挙動を示すが，そこに至るまでの荷重推移は実験結果を良好に再現している．さらに，Fig. 6 (b), (c)より，最大衝撃力は解析の方が大きい傾向にあるが，重錘の貫入挙動は概ね一致する．よって，本解析モデルは静的・衝撃載荷時における重錘挙動およびソイルセメントの変形を再現しており，妥当性が示された．

５．法面補強土堤の再現解析結果

3 章，4 章で妥当性を確認した解析モデルを用いて，法面補強土堤（C）の再現解析を行った．Fig. 7 に重錘重心軌跡図，Fig. 8 に重錘エネルギーの時刻歴波形，Fig. 9 に載荷終了後の土堤表面および断面を示す．Fig. 9 の土堤断面にはせん断箇所と非載荷面のひび割れ発生位置を示す. Fig. 7 より，重錘の最大貫入量は実験で 0.04m，解析で 0.08m であり，解析の方が 2.0 倍となった．また，重錘の最大到達高さは実験で 0.26m，解析で 0.13m であり，解析の方が 0.5 倍となった．したがって，解析の方が実験に比べて重錘が貫入しやすく，跳躍挙動が抑制された．また，Fig. 8 より，解析の方が減少勾配は大きいが，最大貫入時の全運動エネルギー減少率は実験で 94.0%，解析で 95.5%であり凡そ等しい. さらに, Fig. 9 より, 載荷面の変状範囲は実験で 2437mm, 解析で 3178mm と解析の方が 1.3 倍である．一方，非載荷面では，実験と解析で天端付近に鉛直ひび割れと水平ひび割れが確認でき，その長さは実験で 3259mm，解析で 2246mm であり，解析は実験の 0.7 倍である．また，中央断面の変状について，非載荷面のひび割れの基層からの発生位置は実験で 738mm，解析で 453mm であり，解析では堤体高さ中央付近に発生している．また，無補強土堤の解析結果と比較すると，重錘の最大貫入量減少やエネルギー減少勾配の増加など，ソイルセメント表面補強による捕捉性能の向上を解析においても評価できることが示唆される．

６．まとめ

本研究は, 法面補強土堤の性能把握に向けて三次元 DEM 解析を実施した．堤体およびソイルセメントについて，各実験の重錘挙動やひび割れ分布を再現可能なモデルを構築

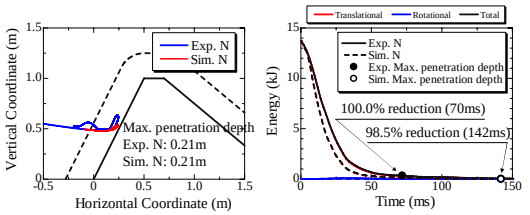


Fig. 4 Trajectory diagram (N)

Fig. 5 Energy time history (N)

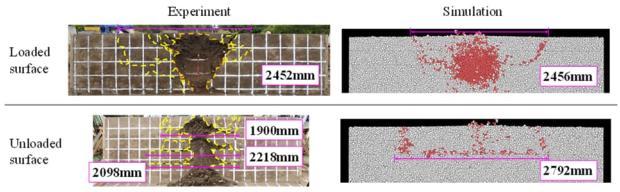
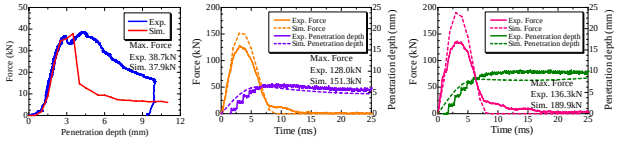


Fig. 6 Soil embankment surface deformation (N)



(a) Static (b) Impact (1.58m/s) (c) Impact (2.00m/s)

Fig. 6 Results of simulation for soil cement element tests

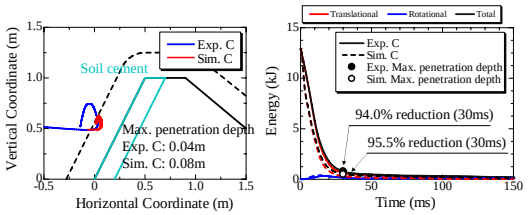


Fig. 7 Trajectory diagram (C)

Fig. 8 Energy time history (C)

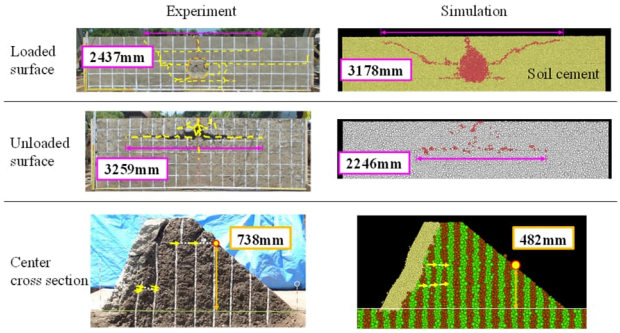


Fig. 9 Soil embankment deformation (C)

することで，ソイルセメント表面補強時の重錘の運動エネルギーの減少傾向や土堤の変形・破壊挙動を再現でき，また，土堤の捕捉性能向上を評価できることが示唆された．

参考文献

1) 吉廣ら，振り子式重錘衝突実験による法面補強した落石防護土堤の性能把握，令和 7 年度土木学会北海道支部年次技術研究発表会, A-3-03, 2025.
2) 山口ら，ソイルセメントに関する重錘落下衝撃実験，コンクリート工学年次論文集，Vol.34, No.2, pp.733-738, 2012.
3) Naito et al, Rockfall impacts on sand cushions with different soil mechanical characteristics using discrete element method, Soils and Foundations, Vol.60, pp.384-397, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

流体構造連成解析と代理モデルに基づく 浮体式波力発電システムの発電効率最適化 (シンポジウム講演概要)

Design optimization of a buoyancy-based wave power generation system using FSI analysis and surrogate modeling (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石澤　修司（東北大）　　中山　繁生（Yellow Duck 株式会社）　　野村　怜佳（東北大）
森口　周二（東北大）　　寺田　賢二郎（東北大）
Shuji Ishizawa, Tohoku University
Shigeo Nakayama, Yellow Duck Corporation
Reika Nomura, Tohoku University
Shuji Moriguchi, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: ishizawa.shuji.s7@dc.tohoku.ac.jp

This study aims to identify the conditions that maximize power generation by employing two techniques, fluid-structure interaction analysis and surrogate modeling. Power generation under various wave and design conditions is evaluated through FSI analysis, and the total rotational motion of the floating body is defined as the output of the surrogate model. In addition, the input parameters of the surrogate model—namely in-situ water depth, wave height, and wave period—are defined based on quantities calculated from the FSI solutions. By comparing surrogate models, we analyze the relationship between input parameters and power generation characteristics.

1. 序論

本研究は，浮体式波力発電システムの実用化に向けて，発電に最適な波浪条件，浮体設計条件を明らかにすることを目的とする．具体的には，流体構造連成解析による発電量の推定と，代理モデルの作成による高効率な発電条件の推定という 2 つの手続きを行う．これらにより，波浪条件および浮体設計条件に対する発電量の傾向を整理する．

2. 発電効率評価のための流体構造連成解析

2.1. 流体の数値解析手法

3 次元流れの支配方程式は，次式の非圧縮粘性 Navier – Stokes 方程式と連続の式として与えられる．

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^{f}=0 \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \tag{2}$$

ここで，ρ は密度，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，$\boldsymbol{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}^{f}$ は応力テンソルである．支配方程式 (1), (2) に対して SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限被覆法を適用する[1)]．有限被覆法[2)] は解析領域を，近似関数を定義する数学領域 Ω^{M} と支配方程式が満たされるべき物理領域 Ω^{P} の 2 つに分ける手法で，2 つの境界位置を正確に考慮して流れ解析を行うことができる[1)]．

2.2. 浮体の運動の表現

本研究では，浮体（球体）を剛体と仮定して流体構造連成解析を行う．剛体の並進運動と回転運動に関する運動方程式は次式のように表される．

$$\frac{d(m_g\boldsymbol{v}_g)}{dt}=\boldsymbol{F}_g-m_g\boldsymbol{g} \tag{3}$$

$$\frac{d(\boldsymbol{I}_g\boldsymbol{\omega}_g)}{dt}=\boldsymbol{M}_g \tag{4}$$

ここで，m_g は剛体の質量，$\boldsymbol{v}_g$ は剛体の速度ベクトル，$\boldsymbol{F}_g$ は剛体に作用する流体力である．$\boldsymbol{I}_g$ は慣性モーメントテンソル，$\boldsymbol{\omega}_g$ は剛体の角速度ベクトル，$\boldsymbol{M}_g$ は剛体に作用する流体力によって発生するモーメントである．

3. ガウス過程回帰による代理モデルの作成方法

流体構造連成解析より得られたデータから代理モデルを作成する．本研究では，波浪の周期 T および波高 H を入力変数 $\boldsymbol{x}=(T,H)$ とし，数値解析から得られた発電量に関する指標を出力変数 y とした応答曲面をガウス過程回帰[3)]（Gaussian Process Regression; GPR）によって作成し，これを数値解析の代理モデルとする．GPR により，予測の平均値 μ，分散 Σ はそれぞれ次式のように定義される．

$$\mu=\boldsymbol{k}_{*}^{T}(\boldsymbol{K}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{y} \tag{5}$$

$$\Sigma=k_{**}-\boldsymbol{k}_{*}^{T}(\boldsymbol{K}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{k}_{*} \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{K}$ はカーネル行列，$\boldsymbol{k}_{*}$ は学習データと未知点の共分散行列，k_{**} は事前分布における未知点の分散，σ_{ε}^{2} は学習データに含まれる観測誤差の分散を表す．

4. 流体構造連成解析による代理モデル

Fig. 1 のような開水路領域を設定し，3 次元流体構造連成解析を行った．底面にはすべりなし境界条件，側面はすべり境界条件を課している．浮体の条件は，比重を 2 種類，重心位置を Fig. 2 のように 3 種類考慮している．40 秒間の解析を行い，x 軸，y 軸，z 軸周りの浮体の角速度時刻歴を記録した．なお，本研究では発電量の指標として，20 s から 40 s 間の浮体の累積総回転量 Θ を用いる．

得られた代理モデルのうち，重心位置を求心および遠心に設定したものを Fig. 3，Fig. 4 に示す．青い点は学習データを表し，着色した面は予測値（平均値 μ，式 (5)），上下の面は予測の不確実性（標準偏差 $\sqrt{\Sigma}$，式 (6)）を表している．波浪条件に関しては，波高が大きいほど，また周期が短いほど総回転量が増加する傾向が認められる．浮体設計条件に関しては，重心位置が求心に近く，比重が小さい条件ほど総回転量が大きくなることが確認できる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

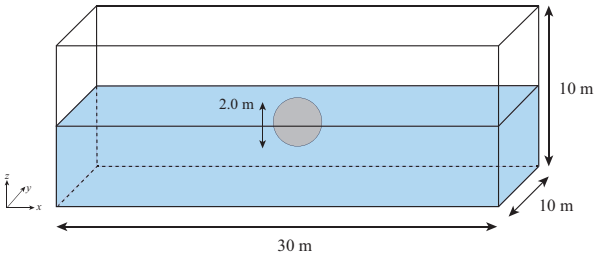


Fig. 1　解析領域

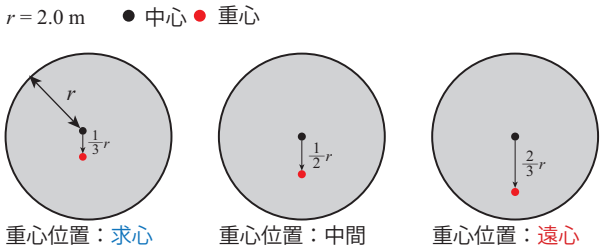


Fig. 2　浮体重心位置

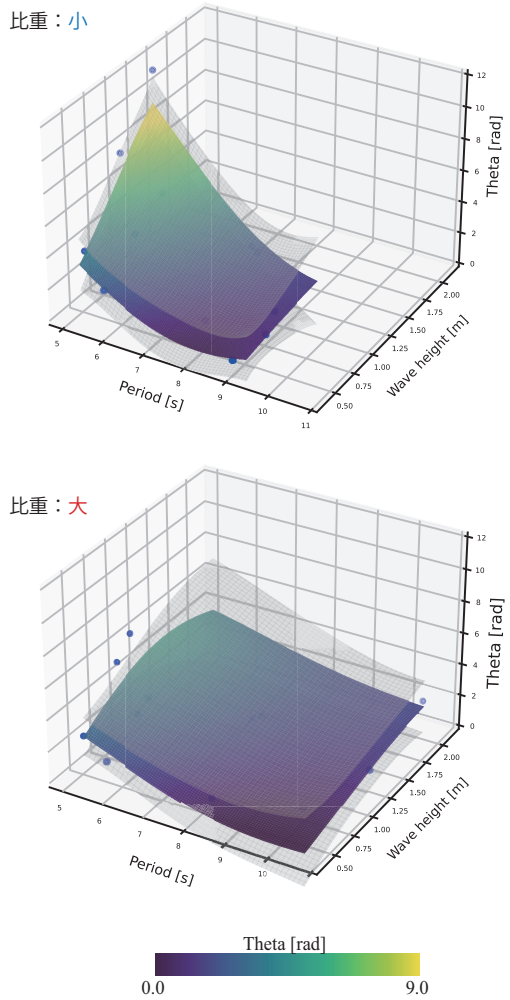


Fig. 3　代理モデル（重心位置：求心）

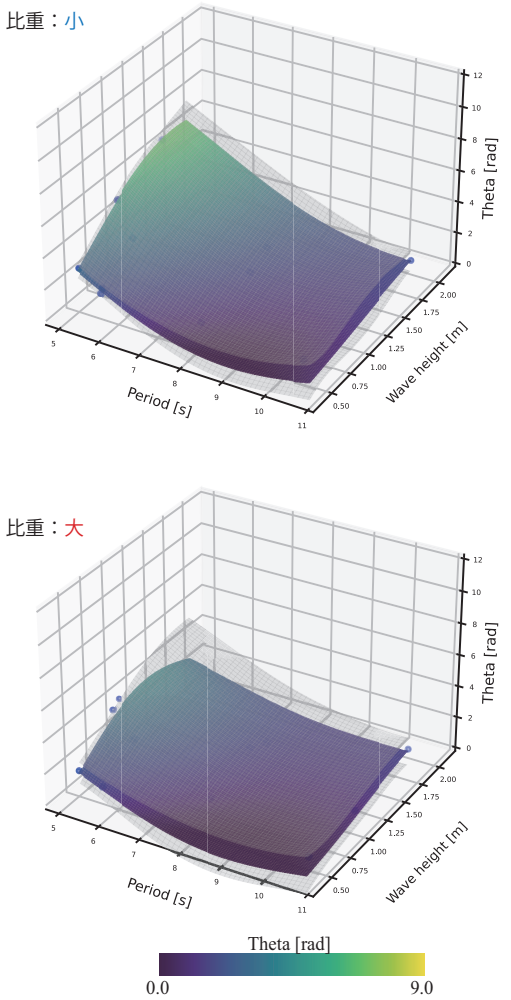


Fig. 4　代理モデル（重心位置：遠心）

5.　結論

本研究では，浮体式波力発電機の発電量を最大化する波浪条件および浮体設計条件を明らかにするため，流体構造連成解析と代理モデルの作成を行った．始めに，浮体発電機を剛体としてモデル化して流体構造連成解析を行った．次に数値解析結果から発電量を推定し，ガウス過程回帰による代理モデルの作成を行った．得られた代理モデルにより，総回転量の大きなケースの波浪条件・浮体設計条件の整理が可能となった．今後は，浮体構造をより正確にモデル化した数値解析や発電量指標の改善を行った上で，具体的な設計指針を確立することが望まれる．

参考文献

1) 高瀬慎介, 森口周二, 寺田賢二郎, 小山直輝, 金子賢治, 車谷麻緒, 加藤準治, 京谷孝史: 構造物の破壊を考慮した有限被覆法に基づく構造流体連成解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 71, No. 2, pp. I_203–I_212, 2015.
2) Terada, K., Asai, M. and Yamagishi, M.: Finite cover method for linear and non-linear analyses of heterogeneous solids, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 58, No. 9, pp. 1321–1346, 2003.
3) Schulz, E., Speekenbrink, M. and Krause, A.: A tutorial on gaussian process regression: Modelling, exploring, and exploiting functions, *J. Math. Psychol*, Vol. 85, pp. 1–16, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋りょうねじり変形による支承あおり時の等価ばね定数評価（シンポジウム講演概要）

Evaluation of Equivalent Spring Constant of a Bridge Loose Bearing by Torsional Deformation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

服部　紘司（鉄道総研）　　豊原　匡織（鉄道総研）　　松岡　弘大（鉄道総研）
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
Masaori TOYOHARA, Railway Technical Research Institute
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
E-mail: hattori.koji.93@rtri.or.jp

An equation is derived to calculate an equivalent one-dimensional spring constant by solving the torsion equation, assuming that the behavior of loose bearings in a railway steel bridge can be modeled as torsional deformation. The spring constant is evaluated for an actual two-main-I girder with a span length of about 12.4m. The validity of the proposed method is verified through in-situ displacement measurements and finite element analysis.

１．はじめに

鋼鉄道橋では，支承部に隙間が生じ列車通過時に桁があおられる支承あおりが維持管理上の課題となっている．維持管理の省力化のため，車上計測された軌道変位を用いた支承あおり推定法が提案されている [1), 2)]．推定においては支承あおりの適切なモデル化が重要だが，1 次元のバイリニアの鉛直ばねを用いることで，実路線の支承あおりがある橋りょう上で得られる軌道変位を再現できることが分かっている [2)]．しかしながら，1 次元のバイリニアばねモデルの 1 次剛性の物理的裏付けはなく，実橋におけるバイリニアばねのばね定数の実態も不明であり，算出方法も未構築である．本研究では，支承あおりを桁ねじり変形でモデル化できるとし，ねじりの方程式を用いた等価ばね定数の算出法を提案する．また，得られた等価ばね定数に対して，実路線で計測された変位計の時刻歴と 2 次元 FEM 解析をフィッティングさせて得られるばね定数と比較し検証する．

２．ねじりを仮定した支承あおりの１次等価ばねモデル

3 点支持状態の桁における浮き支承部の挙動を 1 次元等価ばねとして考える．単純支持桁における列車退出側の左右どちらかの支承に隙間が生じて桁が 3 点支持となった場合，図 1 に示すように，列車荷重によるねじりが生じる．このとき，主桁間隔Bと等しいうで長さrをもつ列車荷重Pによるねじりモーメント

$$T_0 = Pr \tag{1}$$

により，退出側の桁端を自由端，進入側の桁端を固定端とした桁のねじり変形が生じる．桁進入側を 0 として橋軸方向にx軸をとり，ねじりについて純ねじりと反りねじりを考慮すると以下の方程式が成り立つ．

$$GJ\theta''(x) - EI_\omega\theta''''(x) = 0 \tag{2}$$

ここで，$\theta(x)$はねじれ角，Jはサンブナンねじり定数，I_ωは反りねじり定数，E, Gはそれぞれヤング率およびせん断弾性係数である．桁のスパン長をlとして，図 2 に示すように，境界条件は$x = 0$でねじれ角ゼロ，反り拘束，$x = l$で反りモーメントゼロ，ねじりモーメントT_0の条件とすると，自由端でのねじりによる鉛直変位$z(l)$は以下の形で表される [3)]．

$$z(l) = r\tan\theta \cong \frac{180}{\pi}\frac{Pr^2}{GJk}[kl - \tan(kl)] \tag{3}$$

ここで，変数kは以下で定義される．

$$k = \sqrt{\frac{GJ}{EI_\omega}} \tag{4}$$

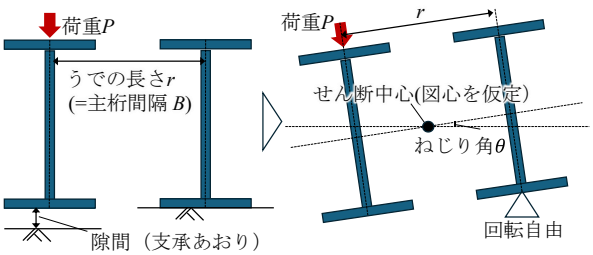


図 1　桁が 3 点支持の場合のねじり変形の模式図

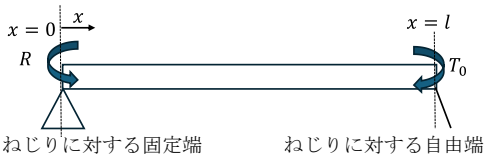


図 2　ねじり変形に関する境界条件

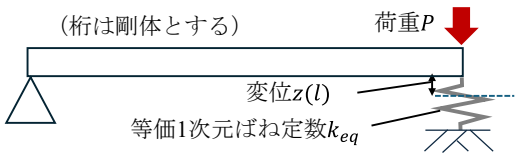


図 3　等価 1 次元ばねによる支承あおりのモデル化

他方，図 3 に示すように，ねじり変形を等価一次元ばね定数k_{eq}をもつ一次元のばねとみなすと，以下が成り立つ．

$$P = k_{eq}z(l) \tag{5}$$

式(3)と式(5)より，k_{eq}は最終的に以下のように表される．

$$k_{eq} = \frac{\pi}{180}\frac{GJk}{r^2[kl - \tan(kl)]} \tag{6}$$

３．実橋りょうの等価ばね定数の算出

図 4 に示すスパン 12.4m の開床式 2 主鋼 I 形桁を対象とし，図面情報から等価ばね定数を算出する．図 4 (a)および(b)に示す対傾構や横構といった 2 次部材は 2 主桁の平面保持を果たす役割のみをもつと仮定した．図 4 (c) に示す代表断面の諸元を用いてねじり定数JとI_ωを計算した．表 1 に，ねじり定数と等価ばね定数の計算結果を示す．本橋りょうの等価ばね定数は$k_{eq} = 6.11 \times 10^6$ (N/m)と求められた．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

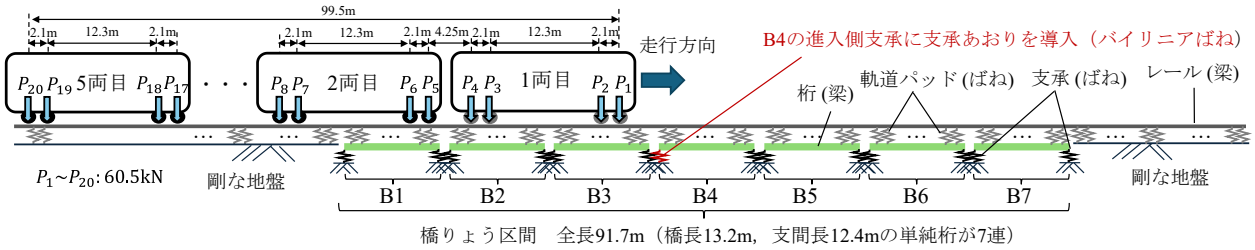


図 5　FEM 解析のモデル

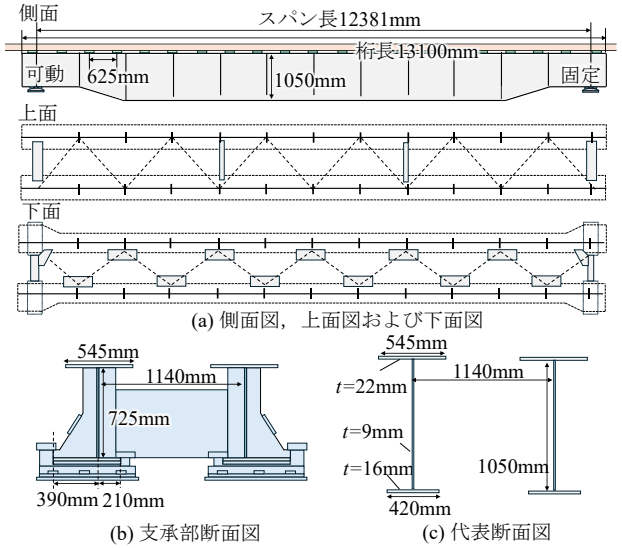


図 4　対象橋りょうの構造

表 1　ねじり定数と等価ばね定数の計算結果

サンブナンねじり定数 J	mm^4	1.06×10^7
反りねじり定数 I_ω	mm^6	1.69×10^{14}
等価ばね定数 k_{eq}	N/m	6.11×10^6

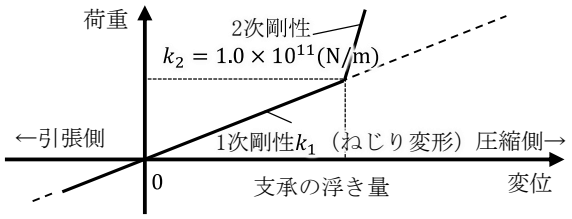


図 6　支承あおりのバイリニアモデル

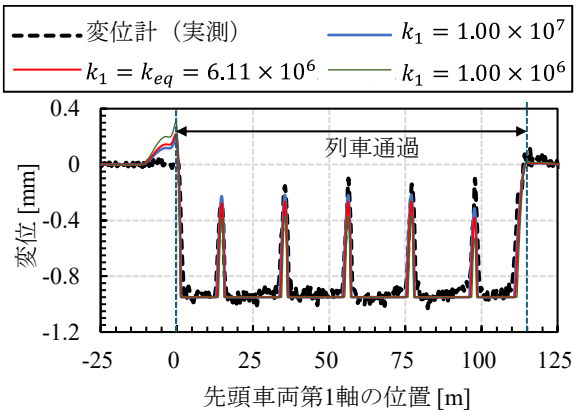


図 7　変位計による実測と数値解析との比較

4．実路線の変位計測との比較検証

等価ばね定数の妥当性を検証するため，実路線での列車通過時の変位計測と FEM を用いた非線形解析を行った．

図 5 に，FEM モデルの概要を示す．橋りょうは対象橋りょうを含む 7 連の片レールをモデル化し，解析では営業列車を想定した 5 両編成を模擬した荷重列を左から準静的に載荷する．4 連目（B4）の進入側の支承に支承あおりを表す 1 次元バイリニアの鉛直ばねを導入する [2]．図 6 に，支承あおりのバイリニアモデルを示す．1 次剛性k_1はねじり変形を意味し，k_{eq}と同じ値になることが期待される．2 次剛性k_2は支承の隙間がなくなった後であり，通常の支承と同様の高いばね定数をもつ．1 次剛性k_1について，$k_1 = k_{eq} = 6.11\times10^6$ (N/m)の場合に加え，1.0×10^6と1.0×10^7の 3 パターンの解析を行う．

図 7 に，支承の鉛直変位について変位計による実測と数値解析との比較を示す．当該箇所では 0.95mm の支承あおりが観察された．車通過時の挙動は$k_1 = 1.0\times10^7$ (N/m)の場合に変位計（実測）と最も一致するが，$k_1 = k_{eq} = 6.11\times10^6$ (N/m)の場合でも実測との整合性は高い．等価ばね定数の算定では 2 次部材の影響を過少評価していることを踏まえれば，ねじり変形を仮定した等価ばね定数は実態とよく整合し，支承あおりの挙動はねじり変形により説明できる可能性が示された．

5．まとめ

- 鉄道鋼橋の支承あおりをねじり変形と仮定し，桁のねじり方程式を解くことで等価な 1 次元ばね定数k_{eq}を算出する式を導出した．
- スパン 12.4m の 2 主 I 形桁の実橋の設計図面を用いて，k_{eq}を求めた．またk_{eq}をバイリニアばねの一次剛性の値として FEM 解析し，実測で得られる支承の変位と比較した結果，両者は良好に一致した．このことから，支承あおりの挙動はねじり変形により説明できる可能性が示された．

参考文献

1) 服部紘司，松岡弘大，田中博文：車上計測された軌道変位に基づく橋りょう支承あおり検知に向けた数値解析的検討，鉄道工学シンポジウム論文集，Vol. 28, No. 19，pp. 84-91，2024.
2) 服部紘司，松岡弘大，田中博文，中田悠貴：静的軌道変位測定を利用した軌道変位に基づく支承あおり簡易推定法，土木学会論文集，Vol. 82, No.15, pp. 25-15063, 2025.
3) 舘石和雄：土木・環境系コアテキストシリーズ B-4 鋼構造学　改訂版，コロナ社，2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (1)

座長:藤原 宏志(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[14001] 2次元定常輻射輸送方程式のエネルギー密度の最大値原理に対する上流差分スキームに基づく数値的反例

*野見山 晃成[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:25 ~ 9:40

[14002] 帯状領域のLaplace方程式の Cauchy 問題に対するCarlemanの公式による数値的手法

*水盛 智哉[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:40 ~ 9:55

[14003] Fictitious domain FEMおよび随伴変数法を用いた三次元熱源温度同定解析

*木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

9:55 ~ 10:10

[14004] 0.3 T MRIを用いた磁気共鳴エラストグラフィによるヒト肩を想定した測定条件の検討

*鈴木 慎也[1]、谷口 陽[2]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 富士フイルム株式会社)

10:10 ~ 10:25

[14005] 深層学習による磁気共鳴エラストグラフィのための粘弾性率推定法

*野田 巽[1]、図師田 建[1]、藤原 宏志[2]、岸本 理和[3]、小畠 隆行[3]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 京都大学、3. 量子科学技術開発機構)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2次元定常輻射輸送方程式のエネルギー密度の最大値原理に対する上流差分スキームに基づく数値的反例

A Numerical Counterexample to the Maximum Principle for Fluence in the 2D Steady-State Radiative Transport Equation via Upwind Discretization

野見山　晃成（京大院 · 情報学）　　藤原　宏志（京大院 · 情報学）
Akira NOMIYAMA, Graduate School of Informatics, Kyoto University
Hiroshi FUZIWARA, Graduate School of Informatics, Kyoto University
E-mail: nomiyama.akira.54w@st.kyoto-u.ac.jp

In the numerical analysis and computation of the radiative transport equation (RTE), the discrete maximum principle (DMP) is an essential mathematical property. It is well known that an upwind difference scheme admits DMP for the radiance under appropriate conditions. In this study, we constructed a specific numerical counterexample indicating that the maximum principle does not hold for the fluence, even under conditions where DMP holds for the radiance. It also implies the invalidity of the conventionally used diffusion approximation.

1. はじめに

近年, 生体組織内部の構造や機能を非侵襲的に可視化・計測する技術として, 近赤外光を用いたイメージングや治療法が急速に発展している. 生体組織は光が散乱及び吸収による減衰を受ける媒質とみなせ, このような媒質中の光のエネルギー輸送を記述する数理モデルの一つに輻射輸送方程式（Radiative Transport Equation; RTE）がある. RTE は微分積分方程式であるため厳密解を構成するのは困難であり, 差分法や有限要素法を用いた数値解法が提案されている.[8),9)] このような数値解法において, スキームの基本的かつ重要な数学的性質の一つが, 離散最大値原理（Discrete Maximum Principle; DMP）である. DMP は, 数値解の非負性を通じて, 解の一意性や安定性を導く.

RTE における未知関数は, 位置と速度方向に依存する粒子密度である. 一方, 工学的 · 医学的な観点からは, 粒子密度を全立体角で積分した量であるエネルギー密度も重要である.[1)] しかしながら, 粒子密度に関して DMP が成立している状況下において, エネルギー密度についても対応する最大値原理が成立するか否かは, 特に生体内のような散乱が支配的な領域において筆者の知る限り明らかでなかった.

そこで本研究では, 生体内の光伝播を想定し, 散乱が支配的な媒質, および生体組織特有の前進性の強い散乱位相関数をモデルとして, 二次元矩形領域における定常 RTE の数値計算により, エネルギー密度の最大値原理を定量的に論じる. 具体的には, 上流差分スキームを用い, 粒子密度に対しては DMP が成立し数値的な信頼性が保証されている条件下であっても, その積分量であるエネルギー密度に対しては, 最大値原理が成立しない数値的反例を構成する.

この反例は，拡散近似[1)] と異なり，生体内部でのエネルギー密度が境界でのエネルギー密度換算値を上回る場合があることを示している．工学的・医学的には，密度計算において，境界条件のみに基づく評価が内部エネルギー密度の過小評価につながるという留意すべき状況の存在を意味するものである.

2. 輻射輸送方程式とエネルギー密度

本節では RTE の数値解法として採用する上流差分スキームとその信頼性について文献 4),6) に沿って述べる. これは, 次節で扱う数値計算結果が, 離散化誤差に起因するものではないことを理解する上で必要である. 最後に, 本研究で着目する積分量であるエネルギー密度を定式化する.

2.1. 輻射輸送方程式

$\Omega \subset \mathbb{R}^2$ を有界凸領域とし, その境界は区分的に滑らかとする. 位置 $x \in \Omega$ において速度 $\xi \in S^1$ をもつ粒子密度を $I(x,\xi)$ とおくと, I を未知関数とする定常 RTE の境界値問題は, 生体内に光源がないことを考慮して

$$\begin{aligned} \xi \cdot \nabla_x I + (\mu_s + \mu_a) I &= \mu_s \int_{S^1} p(x;\xi,\xi') I(x,\xi') d\sigma_{\xi'}, \quad \text{in } \Omega \times S^1, \\ I(x,\xi) &= I_0(x,\xi), \quad \text{on } \Gamma_-, \end{aligned} \tag{1}$$

で与えられる. ここで, $\nabla_x = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right)$ であり, $d\sigma$ は S^1 の線素である. 係数 $\mu_s = \mu_s(x), \mu_a = \mu_a(x)$ はそれぞれ散乱係数, 吸収係数を表す. 積分核 $p(x;\xi,\xi')$ は散乱の位相関数とよばれ, 位置 $x \in \Omega$ における散乱で, 粒子の速度方向が ξ' から ξ に変化する条件付確率に対応する確率密度関数である. さらに本研究では p は ξ と ξ' のなす角 α に依存し, ξ, ξ' 各々の方向には依存しないものとする.[2)] このとき $p(x;\xi,\xi') = \tilde{p}(x;\alpha)$ と表すと, $\tilde{p}$ は α に関して $\mathbb{R}$ 上周期 2π の偶関数になる. 領域境界 $\partial\Omega$ 上の点 x における外向き単位法線ベクトルを $n(x)$ とするとき, 境界 Γ は $\Gamma_\pm = \{(x,\xi) \in \partial\Omega \times S^1 \mid n(x)$ が存在して $\pm n(x) \cdot \xi > 0\}$ と定められる. $I_0(x,\xi)$ は境界から流入する粒子密度を表す.

2.2. 上流差分スキーム

$\Omega = (0, L_1) \times (0, L_2)$ とし, 正整数 N_1, N_2, N に対し, $\Delta x_i = L_i/N_i$, $\Delta\theta = 2\pi/N$ とする. このとき, $x_{ij} = (i\Delta x_1, j\Delta x_2)$ と $\xi_n = (\xi_{n1}, \xi_{n2}) = \big(\cos(n\Delta\theta), \sin(n\Delta\theta)\big)$ をそれぞれ $\bar{\Omega}$, S^1 上に定め, $(\Omega \times S^1) \cup \Gamma_-$ 上の $I(x_{ij},\xi_n)$ 相当値を $I_{ij,n}$ と書く. このとき, (1) に対し角度方向に対する台形則および空間方向に対する一次精度上流差分法による離散化をおこない, 以下を得る.

$$\begin{aligned} (A_\Delta - \Sigma_\Delta + K_\Delta) I_{ij,n} &= 0, \quad (x_{ij},\xi_n) \in \Omega \times S^1, \\ I_{ij,n} &= I_0(x_{ij},\xi_n), \quad (x_{ij},\xi_n) \in \Gamma_-. \end{aligned} \tag{2}$$

ここで, $A_\Delta, \Sigma_\Delta, K_\Delta$ は以下を満たす $\{I_{ij,n}\}$ 上の作用素である.

$$\begin{aligned} A_\Delta I_{ij,n} &= -\xi_{n,1} \frac{I_{i+1,j,n} - I_{i-1,j,n}}{2\Delta x_1} + |\xi_{n,1}| \frac{I_{i+1,j,n} - 2I_{i,j,n} + I_{i-1,j,n}}{2\Delta x_1} \\ &\quad - \xi_{n,2} \frac{I_{i,j+1,n} - I_{i,j-1,n}}{2\Delta x_2} + |\xi_{n,2}| \frac{I_{i,j+1,n} - 2I_{i,j,n} + I_{i,j-1,n}}{2\Delta x_2}, \\ \Sigma_\Delta I_{ij,n} &= (\mu_s(x_{ij}) + \mu_a(x_{ij})) I_{ij,n}, \\ K_\Delta I_{ij,n} &= \mu_s(x_{ij}) \Delta\theta \sum_{\nu=0}^{N-1} p(x_{ij};\xi_n,\xi_\nu) I_{ij,\nu}. \end{aligned} \tag{3}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では $\mu_s(x)$ 及び $\mu_a(x)$ は Ω 上有界かつ非負で, $\mu_s(x) \not\equiv 0, \mu_a^- \in \mathbb{R}_{>0}$ が存在して, $0 < \mu_a^- \le \mu_a(x)$ であるとする. さらに, $I_0(x,\xi)$ は Γ_- 上有界で, $\tilde{p}(x;\alpha)$ は α において C^2 級で, $\tilde{p}'$ は α についての導関数とする. また, $\Delta\theta_0$ は以下を満たす正定数とする.

$$\Delta\theta_0 \left(\sup_{x\in\Omega} \tilde{p}(x;0) \right) \le 0, \quad \text{かつ} \quad \Delta\theta_0^2 \|\tilde{p}''\|_\infty < \frac{12}{\pi} \inf_{\mu_s(x)\neq 0} \frac{\mu_a(x)}{\mu_s(x)}. \tag{4}$$

これらの仮定の下で, $\Delta\theta \le \Delta\theta_0$ なら (2) の係数行列は狭義優対角であり, 離散問題 (2) の解 $\{I_{ij,n}\}$ が唯一存在する.[6] また, 粒子密度に関しては以下の DMP が成立する.[4]

定理 1: 離散最大値原理 4)

$\Delta\theta \le \Delta\theta_0$ とする. $\max\{I_{ij,n}; (\Omega\times S^1)\cup\Gamma_-\} > 0$ なら

$$\max\{I_{ij,n}; \Omega\times S^1\} < \max\{I_{ij,n}; \Gamma_-\} = \max\{I_{ij,n}; (\Omega\times S^1)\cup\Gamma_-\}$$

が成立する.

また, $\Delta\theta \le \Delta\theta_0$ かつ RTE の厳密解が十分滑らかなら, 数値解は厳密解に収束する.[4]

2.3. エネルギー密度

位置 $x \in \bar{\Omega}$ における粒子のエネルギー密度を $\Phi(x)$ と表す. $\Phi(x)$ は粒子密度 $I(x,\xi)$ を全立体角にわたって積分した量として定義される. 従って, 境界 $x \in \partial\Omega$ での粒子密度 $I(x,\xi)$ の値が問題となる. RTE 境界値問題 (2.1) の解 I に関して, I_0 が Γ_- で有界かつ連続であれば $\xi\cdot\nabla_x I$ は $\Omega\times S^1$ で有界であり, 従って I は Γ_+ まで延長できることが知られている.[3] この延長を再び I と書くことにすると, 内部点及び境界点での Φ は以下のように記述される.

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \int_{S^1} I(x,\xi)\, d\sigma_\xi, && x \in \Omega, \\ \Phi(x) &= \int_{\Gamma_{-,x}} I(x,\xi)\, d\sigma_\xi + \int_{\Gamma_{+,x}} I(x,\xi)\, d\sigma_\xi, && x \in \partial\Omega. \end{aligned} \tag{5}$$

ただし, ここで $x \in \partial\Omega$ に対し, $\Gamma_{\pm,x} = \{\xi \in S^1 \mid \pm n(x)\cdot\xi > 0\}$ である. 格子 $x_{ij} \in \bar{\Omega}$ 上の $\Phi(x_{ij})$ 相当値を Φ_{ij} と書く. このとき, (5) に対し台形則による離散化を行い, 以下を得る.

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Delta\theta \sum_{n=0}^{N-1} I_{ij,n}, && x_{ij} \in \Omega, \\ \Phi_{ij} &= \Delta\theta \sum_{n(x_{ij})\cdot\xi_n<0} I_{ij,n} + \Delta\theta \sum_{n(x_{i'j'})\cdot\xi_n>0} I_{i'j',n}, && x_{ij} \in \partial\Omega. \end{aligned} \tag{6}$$

ここで, $x_{i'j'}$ は $x_{ij} \in \partial\Omega$ の一つ内側の内部点, すなわち, $n(x_{ij}) = (n_{ij,1}, n_{ij,2})^T$ を境界点 $x_{ij} \in \partial\Omega$ における外向き単位法線ベクトルとしたとき, $x_{i'j'} = x_{i-n_{ij,1},j-n_{ij,2}}$ と定義される, 境界点に隣接する内部格子点である.

3. 数値計算結果

$\Omega = (0,1)\times(0,1)$ とし, $\mu_s \equiv 1.09$, $\mu_a \equiv 0.08$ とする.[7] また, 散乱位相関数は Poisson 核

$$\tilde{p}(x;\alpha) = \tilde{p}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \frac{1-g^2}{1-2g\cos\alpha+g^2} \tag{7}$$

を $g = 0.9$ として利用する. 領域 Ω が 3 次元の場合, 3 次元 Poisson 核は Henyey-Greenstein 核とよばれ, 生体内の近赤外光伝播に特有の強い前進性を表すために $0.75 \le g \le 0.95$ が広く用いられる.[5] このとき, $N_1 = N_2 = 200$, $N = 100$ として得られる (2) の数値解 $\{I_{ij,n}\}$ から (6) によって構成した $\{\Phi_{ij}\}$ の空間分布を Fig.1 に示す. ただし, 分割数及び係数は条件 (4) を満たすことに注意する. Fig.1 中の色は Φ_{ij} の $\bar{\Omega}$ 上の値を表しており, 暖色ほど値が大きく, 寒色ほど値が小さいことを示している. また, 図中の青い星印は領域中心を, 赤丸は領域内部での Φ_{ij} の最大値を与える点を, 赤い正方形は境界上での Φ_{ij} の最大値を与える点を示している. 以上の設定の下で, 境界上での最大値は $\max_{x_{ij}\in\partial\Omega}\Phi_{ij} \approx 1.2842$ であったのに対して, 領域中心での値は $\Phi_{\text{center}} \approx 1.9717$ であり, 有意に大きくなった. この結果は, $I_{ij,n}$ が DMP を満たす状況下であっても, その積分量である Φ_{ij} は領域内部で最大値をとり, Φ_{ij} について DMP が成立しないことを強く示唆している. 数値計算例の詳細は講演会当日に紹介する.

近赤外光の応用等において, 境界値から内部状態を評価することは重要であり, (離散) 最大値原理はその一つの指標を与える. 本研究で示した数値例をもとに応用上の観点からエネルギー密度に対して (離散) 最大値原理が成立するための条件の考察が今後望まれる.

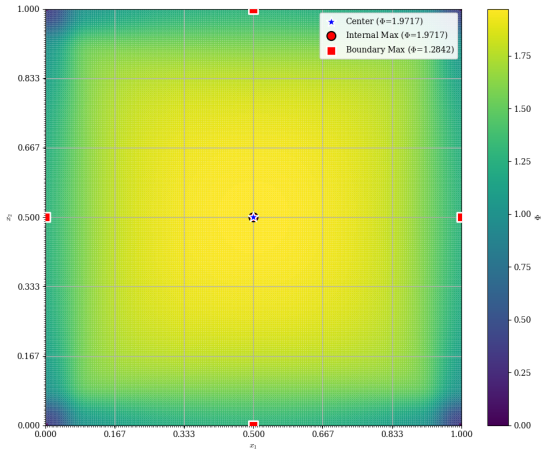


Fig. 1 Profiles of numerical solution Φ_{ij}.

謝辞：第 2 著者の研究の一部は JSPS 科研費 JP24K00539 の助成を受けたものである.

参考文献

1) S. R. Arridge, Optical tomography in medical imaging, *Inverse Problems* **15**, R41–R93 (1999).
2) S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer* Dover (1960).
3) I.-K. Chen and D. Kawagoe, Propagation of boundary-induced discontinuity in stationary radiative transfer and its application to the optical tomography, *Inverse Problems and Imaging* **13**(2), 337–351 (2019).
4) 藤原宏志, 生体内の光伝播の数値計算のための定常輻射輸送方程式の上流差分スキームの数値解析, 計算数理工学会レビュー **2017**(2), 21–32 (2017).
5) L. G. Henyey and J. L. Greenstein, Diffuse radiation in the galaxy, *Annales d' Astrophysique* **3**, 117–137 (1940).
6) N. Higashimori and H. Fujiwara, Stability and convergence of an upwind finite difference scheme for the radiative transport equation, arXiv:1303.6383v1 [math.NA] (2013).
7) Japan Science and Technology Agency (JST), A-STEP funding program, No. 2121313B (2011).
8) A. D. Klose, V. Ntziachristos, and A. H. Hielscher, The inverse problem based on the radiative transfer equation in optical molecular imaging, *J. Compt. Phys.* **202**, 323–345 (2005).
9) T. Tarvainen, V. Kolehmainen, S. R. Arridge, and J. P. Kaipio, Image reconstruction in diffuse optical tomography using the coupled radiative transport-diffusion model, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* **112**(6), 2600–2608 (2011).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

帯状領域の Laplace 方程式の Cauchy 問題に対する Carleman の公式による数値的手法

Numerical Reconstruction for the Cauchy Problem of the Laplace Equation in a Strip Domain Using the Carleman Formula

藤原　宏志（京都大学大学院 情報学研究科）　水盛　智哉（京都大学大学院 情報学研究科）
Hiroshi FUJIWARA, Kyoto University
Tomoya MIZUMORI, Kyoto University
E-mail: mizumori.tomoya.86h@st.kyoto-u.ac.jp

In this study, we investigate a numerical reconstruction method based on the Carleman formulae for the initial value problem of the Laplace equation in a strip domain. The initial value problem for the Laplace equation is ill-posed in the sense of Hadamard, and instabililty is the central concern on numerical computation. To overcome this difficulty, we introduce a Calreman-type formula using the weight function $\varphi(z) = e^z$. Numerical experiments are conducted to demonstrate the feasibility of numerical computation with an appropriate parameter choice.

1. はじめに

Laplace 方程式の境界値問題は物理学や工学において基本的であるが, Cauchy データから領域内部の解を求める初期値問題は多くの逆問題の数理モデルとして現れ, Hadamard の意味で非適切 (ill-posed) な問題として知られている.[1),2)] ここで, 問題の解が唯一つ存在し, 附帯データに連続的に依存するという 3 つの条件を全て満たすとき, その位相で問題は Hadamard の意味で適切 (well-posed) という. 適切性の否定概念が非適切性であり, 特に数値計算では, 自然な函数空間において不安定であることが問題となり, 例えば丸め誤差程度の微小な誤差でも計算過程で急速に増大するため, 差分法等の標準的な解法を直接適用する数値計算は破綻することが知られており, 正則化法を援用する手法などが提案されている.[3)] 一方, 正則化法では正則化パラメータの定量的な設定方法[4)] の信頼性についての議論は少なく, また元の方程式を近似することで正則化された方程式や解の性質が変わり, 本来逆問題として知りたい特異性や不連続性を直接的に捉えることが困難となる.

本研究では, 非適切問題の典型的な例として,2 次元帯状領域における Laplace 方程式の初期値問題を対象とし, Carleman の公式[5)] に基づき, 正則化法を明示的に適用しないという意味で直接的な数値計算手法を検討する. Carleman の公式は正則函数に対する Cauchy の積分公式に基づく手法であり, 2 次元に限られるものの, 適当な重み函数と条件のもとで領域内の任意の点の値を境界積分の極限値として与える. 幾つかの数値実験を通して, 数値計算の実現可能性を論じる.

2. 数値的不安定性と差分法の適用例

帯状領域 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 1\}$ において, n を正整数として Hadamard の反例を考えると,

$$u_n(x, y) = \frac{1}{n^2} e^{n(1-x)} \sin(ny)$$

はこの初期値問題を満たしている. これに対して境界 $x = 1$ 上のノルムは $n \to \infty$ のとき,

$$\|u_n(1, \cdot)\|_\infty = \frac{1}{n^2} \to 0,$$
$$\left\| \frac{\partial u_n}{\partial x}(1, \cdot) \right\|_\infty = \frac{1}{n} \to 0$$

であるが, 任意の $0 < x < 1$ に対して内部の挙動は

$$\|u_n(x, \cdot)\|_\infty = \frac{1}{n^2} e^{n(1-x)} \to \infty \quad (n \to \infty)$$

となる. 問題の線型性から,$x = 1$ 上で Cauchy データ $u(1, y)$ および $\dfrac{\partial u}{\partial x}(1, y)$ が与えられている初期値問題に対しては, 適当な位相でこの問題が不安定であることがわかる.

実際,$u(1, y) = \dfrac{2}{4 + y^2}$ および $\dfrac{\partial u}{\partial x}(1, y) = \dfrac{y^2 - 4}{(4 + y^2)^2}$ としたとき, 標準的な差分法で格子幅を $\Delta x = \Delta y = 0.01$ とした場合の数値計算結果を Fig. 1 に示す. $x = 1$ の近傍で厳密解と差分法による数値解は良好な一致を示すものの, $x = 1$ から離れるに従い誤差が急激に増大し, 数値計算が破綻している.

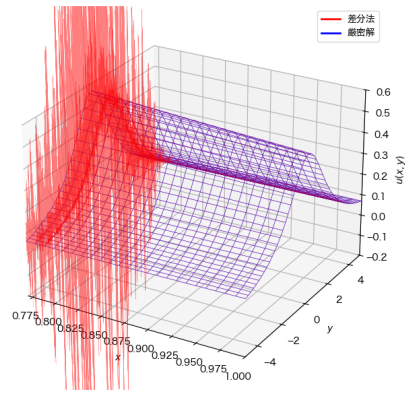


Fig. 1　Numerical solutions by the finite difference method.

3. Carleman 型公式とその離散化

以下では $\mathbb{R}^2$ を複素平面 $\mathbb{C}$ と同一視する. $D \subset \mathbb{R}^2$ を滑らかな境界をもつ領域とし, $M \subset \partial D$ は連結かつ正の測度をもつとする. このとき,D の近傍で正則な f と $z \in D$ に対して, Goluzin-Krylov による次の Calreman 型の公式が成立する:[5)]

$$f(z) = \lim_{m \to \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_M f(\zeta) \left(\frac{\varphi(\zeta)}{\varphi(z)} \right)^m \frac{d\zeta}{\zeta - z} \tag{1}$$

ここで φ は D の近傍で正則かつ有界であり, $\partial D \setminus M$ 上で $|\varphi| = 1$,D 上で $|\varphi(z)| > 1$ を満たす重み函数である.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では帯状領域 $D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \mathrm{Re}\, z < 1\}$ に対し, $\varphi(z) = e^z$ を採用する. ここで, 与えられた Cauchy データに対して Cauchy-Riemann 方程式を満たすように境界上の虚部を $v(1,y) = \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x}(1,\eta)d\eta$ と定め, これを境界値とする D での共役調和函数 $v(x,y)$ を考えれば,$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ は D で正則であり, (1) が成立する.

数値計算のため,(1) に現れる極限および積分を近似し, m と N を正の整数,T を正の数として離散化を行う. 積分変数 ζ を $\zeta = 1 + iy$ とおき, 積分区間を $(-T,T)$ で打ち切る. さらに区間を N 個の点に分割し, 刻み幅 $\Delta y = 2T/(N-1)$, 分点 $y_j = -T + j\Delta y$ $(j = 0,\ldots,N-1)$ として長方形則（区分求積法）を適用すると, 次式を得る.

$$f(z) \approx \frac{\Delta y}{2\pi} \sum_{j=0}^{N-1} f(1+iy_j) e^{m(1+iy_j-z)} \frac{1}{1+iy_j-z} \qquad (2)$$

この $f(z)$ の実部をとることで, 求める $u(x,y)$ の近似値を得ることが期待される.

4. 数値実験結果

前述の $u(1,y) = \frac{2}{4+y^2}$, $\frac{\partial u}{\partial x}(1,y) = \frac{y^2-4}{(4+y^2)^2}$ に対して提案する Carleman 公式による数値的再構成を行った.

まず, $T = 10$,$m = 1$ とし分割数 N を増やすと, 厳密解に近づく傾向が見られたが,$N \geq 1000$ では精度の向上は飽和した. これは離散化誤差よりも他の要因（打ち切り誤差等）が支配的になるためと考えられる. そこで以下では T を変化させる際に $N = 1000$ と設定する.

次に $m = 5$ とし, 積分区間 $(-T,T)$ の幅を広げると, 本来の $x = 1$ 上の積分に近づくため, 再構成精度は向上した. $T = 2, 10$ での比較を図 2 に示す.

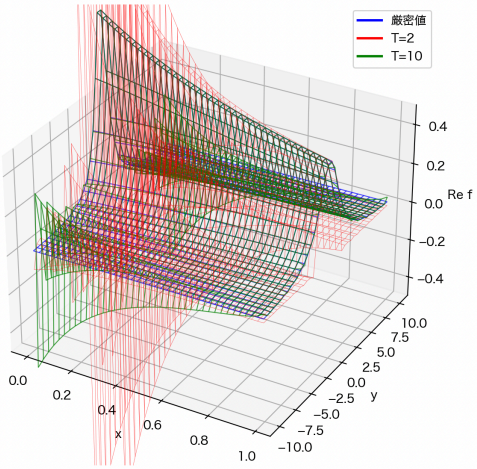


Fig. 2 Comparison of numerical reconstruction results with different truncation widths $T = 2$(red) and $T = 10$(green).

さらに $T = 10$ として重みパラメータ m を大きくすると, 計算結果は厳密解に近づくことが確認された.$m = 1, m = 5$ での比較を図 3 に示す.

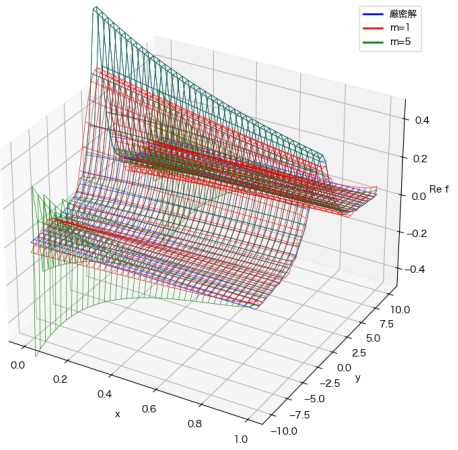


Fig. 3 Comparison of numerical reconstruction results with different exponential weights $m = 1$(red) and $m = 5$(green).

5. 結論

本研究では, 帯状領域の Laplace 方程式の初期値問題に対し,Carleman 型公式を用いた数値計算法を提案し, 数値実験により数値計算の実現可能性を論じた. 差分法では解が発散する状況でも, 本手法ではパラメータ m,T を適切に選ぶことで不安定な問題の数値計算に現れる極端な数値解の振動による破綻はみられず, 適当な範囲で数値的再構成が可能であることを確認した.

謝辞: 第 1 著者の研究の一部は JSPS 科研費 JP24K00539 の助成を受けた.

参考文献

1) J. Hadamard: *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, Yale University Press, 1923.
2) 登坂宣好, 大西和榮, 山本昌宏: 逆問題の数理と解法, 東京大学出版会, 1999.
3) R. Chapko and B. T. Johansson, *Boundary-Integral Approach to the Numerical Solution of the Cauchy Problem for the Laplace Equation*, Ukrainan Mathematical Journal **68** (2017) pp. 1929–1948.
4) P. C. Hansen: *Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve*, SIAM Review **34** (1992) pp. 561–580.
5) L. Aizenberg: *Carleman's Formulas in Complex Analysis*, Springer, 1993.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fictitious domain FEM および随伴変数法を用いた三次元熱源温度同定解析
Three-dimensional heat source temperature identification using the fictitious domain finite element and adjoint variable methods

木村　和慎（長岡技科大・工）　　上林　恵太（長岡技科大・工）　　倉橋　貴彦（長岡技科大・工）
Kazuma KIMURA, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Keita KAMBAYASHI, Nagaoka University of Technology
Takahiko KURAHASHI, Nagaoka University of Technology
E-mail: s233029@stn.nagaokaut.ac.jp

Heat generation occurs in many engineering systems, and identifying the temperature of heat sources is essential for effective thermal management. In many practical situations, however, heat sources are shielded from external access or involve motion, which makes direct temperature measurement difficult. In our previous study, we proposed a numerical method to identify heat source temperatures from temperature data obtained in observable regions surrounding the heat source. The proposed method combines the fictitious domain finite element method with the adjoint variable method, and its effectiveness has been demonstrated for both stationary and moving heat sources. Nevertheless, the previous validation was limited to two-dimensional domains, whereas practical industrial applications require consideration of three-dimensional temperature distributions. In this study, we extend the proposed method to three-dimensional temperature fields and conduct numerical experiments using a simplified computational model. The results demonstrate that accurate identification of three-dimensional heat source temperatures can be successfully achieved. These findings provide fundamental insights toward the practical implementation of three-dimensional heat source temperature identification analysis.

１．はじめに

多くの工学システムにおいて発熱は早期故障や性能劣化の原因となる [1]．そのため，効果的な対策を講じるには熱源温度の正確な同定が不可欠である．しかし実際には，熱源が装置内部に存在する場合や運動を伴う場合が多く，温度センサを熱源に直接設置して計測することは困難である．そこで，非接触温度計測手法や機械学習を用いた温度推定手法が提案されている．しかし，サーモグラフィカメラに代表される光計測技術による非接触計測では，周囲からの放射や測定機器周辺温度などの影響を受けやすいことが問題である [2]．また，機械学習を用いた推定手法では，未学習条件への適用が難しいという問題がある [3]．これらの手法に対し，数値計算に基づく逆解析は物理法則との整合性を保ちつつ，多様な観測条件や熱源挙動に幅広く対応可能な有力なアプローチである．

そこで著者らは先行研究 [4]において，Fictitious domain FEM[5]および随伴変数法に基づく熱源温度同定解析手法を提案した．本手法は，熱源が静止している場合と運動している場合のいずれにおいても，同一の枠組みで熱源温度の同定解析を行うことが可能である．しかし既往研究は二次元領域の解析に限定されており，産業応用を見据えると三次元温度場への拡張が不可欠である．また，三次元化に伴い，熱源と観測点の位置関係が複雑化することや，Fictitious domain FEM における幾何情報の取り扱いが同定精度に与える影響は未解明である．そのため，二次元解析で得られた知見が三次元解析においても同等とは限らず，三次元解析における数値特性を調査する必要がある．

本研究では，提案手法を三次元温度場へ拡張し，単純な計算モデルを用いた数値実験により，三次元温度場における提案手法の有効性を検証することを目的とする．

２．定式化

本研究では，三次元温度場を想定し，計算領域およびその境界をそれぞれΩ，Γとし，物体領域をωとする．また，計算領域を表すメッシュを背景メッシュ，物体領域を表すメッシュを前景メッシュと呼ぶ．また，式(1)に示す三次元非定常熱伝導方程式を支配方程式とする．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \kappa\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right) = 0 \ \text{in}\ \Omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{1}$$

ここで，ϕは温度，κは熱拡散率を示す．また，境界Γにおける境界条件は式(2)に示す．

$$-\kappa \frac{\partial \phi}{\partial x_i} n_i = q \ \text{ on}\ \Gamma, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{2}$$

ここで，qは熱流束を示し，$q = 0\ \mathrm{W/m^2}$と定義する境界は断熱境界条件と呼ばれる．また，熱源物体領域においては，領域内の温度を既知として式(3)を与える．

$$\phi = \hat{g}\ \text{in}\ \omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{3}$$

ここで，gは熱源の温度を示す．Fictitious domain FEM では，式(3)の制約をラグランジュの未定乗数$\boldsymbol{\lambda}$により支配方程式に反映し，両辺に重み関数を乗じることで，重み付き残差方程式を得る．得られた方程式に対し，Galerkin 法に基づく有限要素離散化を行う．背景メッシュには四面体一次要素を用い，前景メッシュには選点法を適用することで，次の熱伝導問題における有限要素方程式が得られる．

$$\mathbf{M}\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial t} - \kappa \mathbf{H}\boldsymbol{\phi} + \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} = -\boldsymbol{f} \ \text{in}\ \Omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{4}$$

$$\mathbf{B}\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{g} \ \text{in}\ \omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{5}$$

次に熱源温度同定問題の定式化を示す．本研究では，観測点における事前に与えた温度と熱伝導解析により得られた計算温度の差を最小化するように，熱源物体の温度gを決定する．そのため，評価関数は次式で定義する．

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}_{obs})^{\mathrm{T}} \mathbf{R} (\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}_{obs})\, dt \tag{6}$$

ここで，ϕ_{obs}は観測温度を表す．また，$\mathbf{R}$は重み対角行列を表し，観測点における誤差のみを評価することを意味する．導出した熱伝導問題における有限要素方程式を制約条件として，随伴変数法を適用することで，随伴方程式およびその条件式，熱源温度を更新するための感度勾配が導出される．熱源温度の更新には最急降下法を用いる．二次元温度

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

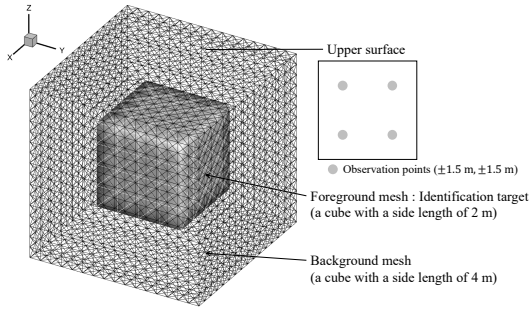


Fig. 1 Three-dimensional Computational model.

Tab. 1 Computational parameters.

Number of nodes in background mesh	22065
Number of elements in background mesh	98304
Number of nodes in foreground mesh	429
Number of elements in foreground mesh	1536
Thermal diffusivity κ, m^2/s	1.0
Time increment Δt, s	0.1
Time step	100
Initial step length α	10
Initial temperature in Ω, ℃	25.0
Convergence criterion ε	10^{-6}

場における詳細な定式化および計算手順については参考文献 [4]に示されている．本研究ではその枠組みを三次元へ拡張し，同様の手順に基づいて定式化を行う．

3. 数値解析例

本研究における三次元計算モデルを図 1 に示す．座標系の原点は計算領域の中心に設定し，計算領域は幾何学的対称性を有するものとした．なお，熱源の中心は計算領域の中心と一致している．各表面には断熱境界条件を与え，上表面に 4 点の温度観測点を配置した．観測温度は，熱源温度を既知の正解値とした順解析（熱伝導解析）により生成したノイズの無い理想的な数値データを用いた．計算に用いた物性値および解析条件は表 1 に示す．

逆解析によって同定された熱源温度の時間履歴を図 2 に，観測点のうち代表 1 点の時間履歴を図 3 に示す. 図 2 より，終端時刻近傍では終端条件の影響により同定結果に振動が確認されるものの，全体として真値である100 ℃を良好に再現していることがわかる．さらに，図 3 より観測点の温度についても良好な一致が確認できる．以上より，三次元化に伴う観測情報の変化があるにもかかわらず，本手法が安定した同定精度を維持できることが示された．

4. おわりに

本研究では，Fictitious domain FEM および随伴変数法に基づく熱源温度同定解析手法を三次元温度場へ拡張し，熱源温度の同定可能性について検証した．その結果，三次元温度場においても安定かつ良好な同定が可能であることを確認し，本手法の三次元場への適用可能性を示した．今後は，先行研究で提案した終端時刻における手法 [4]の適用や運動する熱源を対象とした数値実験，三次元場を再現した実証実験を通じて，本手法の妥当性および産業実装に向けた有効性の検証を進める．

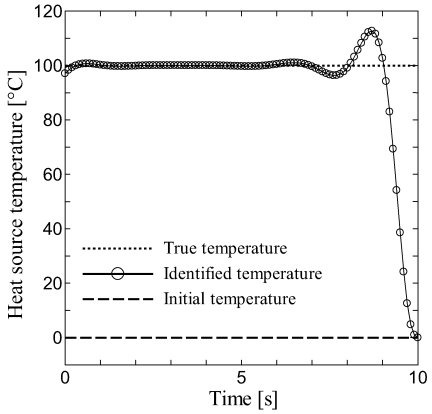


Fig. 2 Time history of the identified heat source temperature.

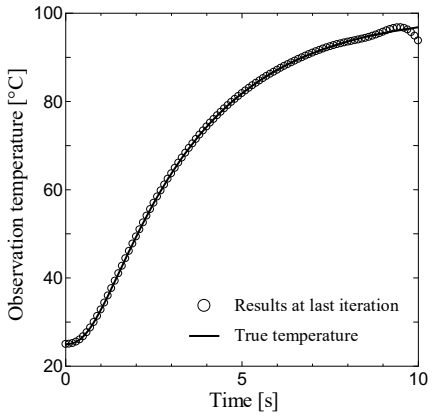


Fig. 3 Time history of the temperature at observation point.

謝辞

本研究を実施するにあたり, 公益財団法人 昭特科学振興財団からの研究助成を受けた．ここに記して謝意を表す.

参考文献

1) A. R. Dhumal, A. P. Kulkarni and N. H. Ambhore: A comprehensive review on thermal management of electronic devices, Journal of Engineering and Applied Science, 70, 140, 2023.
2) M. Vellvehi, X. Perpiñà, G. L. Lauro, F. Perillo and X. Jordà: Irradiance-based emissivity correction in infrared thermography for electronic applications, Review of Scientific Instruments, 82, 11, pp. 114901, 2011.
3) H. R. Tamaddon-Jahromi, N. K. Chakshu, I. Sazonov, L. M. Evans, H. Thomas and P. Nithiarasu: Data-driven inverse modelling through neural network (deep learning) and computational heat transfer, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 369, pp. 113217, 2020.
4) 木村和慎，上林恵太，倉橋貴彦:仮想領域有限要素法および随伴変数法に基づく熱伝導問題に対する逆解析における終端条件に関する検討, 計算数理工学論文集, 25, pp.59-70, 2025.
5) R. Glowinski, T.-W. Pan, and J. Periaux: A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 111, 3–4, pp. 283-303, 1994.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

0.3 T MRI を用いたエラストグラフィによるヒト肩を想定した測定条件の検討

Investigation of Measurement Conditions for Magnetic Resonance Elastography of the Human Shoulder Using a 0.3 T MRI

鈴木　慎也（千葉大）　　谷口　陽（富士フイルム）　　菅　幹生（千葉大）
Shinya Suzuki, Chiba University
Yo Taniguchi, FUJIFILM Corporation
Mikio Suga, Chiba University
E-mail: 22t0845w@student.gs.chiba-u.jp

Evaluating supraspinatus muscle stiffness is crucial for planning rotator cuff surgery. However, palpation is challenging because the muscle is located deep beneath the trapezius. While Magnetic Resonance Elastography (MRE) non-invasively quantifies internal tissue stiffness, systems optimized for the supraspinatus remain unestablished. This study investigated optimal receiver coil and driver placements for MRE using a 0.3 T MRI. We evaluated various configurations using a joint coil and a phantom mimicking periscapular bone structures. Results showed that positioning the driver superior to the shoulder maximized the Amplitude-to-Noise Ratio (ANR), which is essential for accurate elasticity mapping.

１．はじめに

生体組織は疾病や機能障害により弾性率が変化することが知られている．スポーツや仕事，加齢による肩の痛みや障害の一般的な原因として棘上筋，棘下筋，小円筋，肩甲下筋の 4 つの筋肉から構成される回旋筋腱板の断裂がある．回旋筋腱板の中でも，棘上筋の損傷が最も生じやすいことが報告されている．棘上筋の損傷があると，腱が徐々に体の中心に向かって引き戻される．また，腱の損傷に伴い，筋肉の萎縮や脂肪浸潤が起こり回旋腱板の筋肉の伸展性が低下する．筋肉にこれらの変化が生じると，損傷した棘上筋を修復するためには大きな引張力が必要になる．筋肉が萎縮し，脂肪が浸潤することで，腱の修復が難しくなり，過度のストレスがかかると再損傷を引き起こす可能性が高くなる．棘上筋の損傷の治療方法としてリハビリテーションや薬物療法といった保存的治療があるが効果を示さない場合，手術による修復となる．これらの理由から，棘上筋の弾性を予測することは手術治療の計画において重要な要素となる．剛性を把握することで，手術の成功率を高め，再損傷のリスクを低減するための適切なアプローチを選択することが可能になる [1]．

筋の弾性評価には超音波エラストグラフィが用いられることもあるが，肩関節周囲では骨による音響陰影や測定深度の制限のために棘上筋全体の評価には限界がある [2]．磁気共鳴画像装置(magnetic resonance imaging: MRI)により生体内部の粘弾性率を非侵襲的かつ定量的に画像化する手法として磁気共鳴エラストグラフィ(magnetic resonance elastography: MRE) がある[3]．MRE は深部筋を含む広範囲の組織を対象に，高い定量性と再現性で粘弾性率を評価できる．現在，棘上筋 MRE の報告は極めて少なく，棘上筋 MRE における受信コイルや振動子およびその配置位置の検討は十分ではない．本研究では，様々な肢位で測定可能なオープン型 MRI を用いたエラストグラフィでのヒト肩を想定した粘弾性率測定に適した外部振動子の配置と弾性率推定精度を検討することを目的とした．

２．実験方法

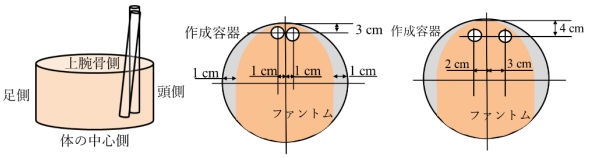
測定には，0.3 T オープン MRI（FUJIFILM）と図 1 に示した棘上筋周辺の骨を想定してアクリル棒を埋め込んだポリアクリルアミドゲルファントムを用いた．筋肉を想定したゲルの貯蔵弾性率（G’）は 7.3 kPa，損失弾性率（G”）は 1.8 kPa とした．各測定において共通する MRE の測定パラメータを表 1 に示す．関節部用コイルは肩の上に，振動子は肩の上もしくは前に配置することを想定して図 2 に示した 2 種類の配置で撮像した．

撮像データから弾性波画像を作成し，計測ノイズを低減するための前処理として 3 次元空間周波数フィルタを適用した．このフィルタは弾性波画像に対し，3 次元フーリエ変換により 3 次元周波数空間に変換した上で，弾性波の周波数帯域のみを通す 3 次元的なバンドパスフィルタである．本研究で使用した共通する MRE の測定パラメータおよび周波数フィルタのパラメータを表 1 に示す．前処理後の弾性波画像に対して非等方積分型解析手法（A-ITRF）[3]を適用して粘弾性率分布画像を算出した．

表1　MRE 測定パラメータ

シーケンス	GRE-MRE
FOV [mm×mm]	192×192
Matrix	64×64
スライス厚 [mm]	3
スライス枚数	15
Phase-encoding 方向	R>>L
動き検出傾斜磁場（MEG）周波数 [Hz]	60
TR/TE [ms]	500/27
加振電圧 [Vpp]	1.1
加振周波数[Hz]	60
スピーカー	Classic Pro CSX212SP
弾性率帯域[kPa]	1~10
フィルタ帯域[1/pixel]	3.64~11.52
低・高波数の標準偏差	1, 6
テスト函数サイズ	4

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 全体像　　(b) 上腕骨側の面　　(c) 体の中心側の面

図 1 棘上筋周辺を想定したファントムの模式図



(a) 肩の上から加振を想定　　(b) 肩の前から加振を想定

図 2 ファントムに対する受信コイルと振動子の配置

3．評価方法

弾性波画像の振幅に対する背景ノイズの標準偏差の比を振幅対雑音比(amplitude-to-noise ratio: ANR)とし，式(1)で定義する．

$$\mathrm{ANR} = \frac{\text{弾性波の振幅[rad]}}{\text{加振無し弾性波画像の注目領域内標準偏差値[rad]}} \quad (1)$$

ANR は，背景ノイズが一定であれば振幅が大きいほど高く，粘弾性率推定精度は ANR が高いほど高くなる傾向がある．

関心領域（region of interest: ROI）は，棘上筋の位置を想定して図 3 に示した場所に設定した．

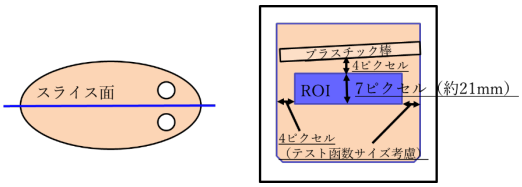


図 3 棘上筋を想定した関心領域

4．実験結果・考察

振動子配置ごとの Magnitude 画像および弾性波画像を図 4 に示す．MEGx, y, z は，それぞれ画像の左右，上下，断面の方向に MEG を印加したときの弾性波画像である．

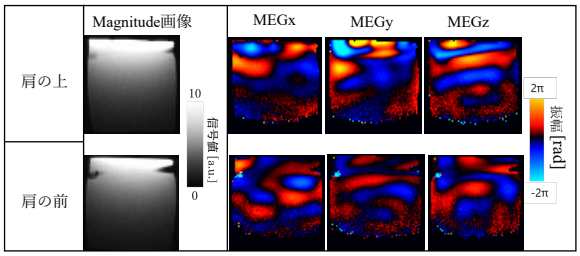


図 4 振動子配置ごとの Magnitude 画像と弾性波画像

振動子の配置によらず図 4 に示した弾性波画像において，アクリル棒を配置した付近で波が等間隔に伝播しなかった．これは，アクリル棒の存在により，弾性波の回折と干渉が生じたことが原因と考えられる．また，加振装置からの振動によりアクリル棒が振動していた場合には，アクリル棒も加振源となり，より複雑な干渉波が伝播することになった可能性もある．

貯蔵弾性率画像および振幅マップ，振幅対ノイズ比（amplitude to noise ratio: ANR）の結果を図 5 に示す．

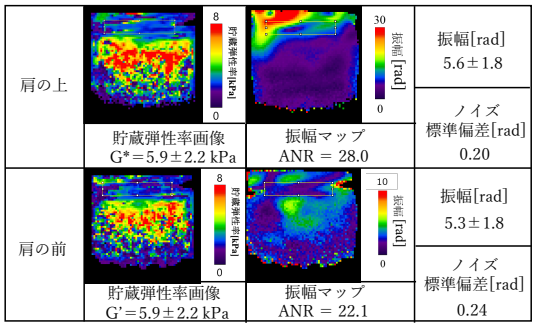


図 5 振動子配置ごとの弾性率画像と振幅マップ，ANR

振動子の配置によらず図 4 に示した弾性波画像において，アクリル棒を配置した付近で波が等間隔に伝播しなかった．これは，アクリル棒の存在により，弾性波の回折と干渉が生じたことが原因と考えられる．また，加振装置からの振動によりアクリル棒が振動していた場合には，アクリル棒も加振源となり，より複雑な干渉波が伝播することになった可能性もある．

ヘッドコイルを用いることで高い ANR となる環境下で求めたファントム均一領域での貯蔵・損失弾性率と比較して，棘上筋の位置を想定した ROI では貯蔵弾性率の値が低く推定された．これは，A-ITRF のテスト函数の範囲にアクリル棒が存在することが原因であると考えられる．一般的なアクリル材料は骨と同様に水分含有量が低く，また分子運動が制限されているため T_2 緩和時間が極めて短い．その結果，通常の MRI 撮像条件ではアクリル材料からの MR 信号がほとんど検出されず，画像上では無信号領域として描出される．そのためテスト函数の範囲にデータ欠損が生じることにより粘弾性率推定に誤差が生じやすくなると考えられる．したがって，ヒトを対象として棘上筋の粘弾性率推定においても，テスト函数の範囲に骨が存在する場合の例外処理などの工夫が必要になると考えられる．

関節部用コイルと四角型振動子を用いた撮像における 2 種類の配置においてファントムの側面から加振する配置の方が ROI での ANR が高く，貯蔵・損失弾性率推定精度も高くなった．以上の結果より，棘上筋の粘弾性率推定には肩の上から加振する配置が良いと考えられる．

5．まとめ

棘上筋周辺の骨を想定したゲルファントムを用いた MRE 実験により，関節部用コイルと加振装置を肩の上に配置する条件によって，棘上筋領域での ANR と弾性率推定精度が高くなることを明らかにした．しかし，棘上筋周辺では骨による影響により棘上筋の粘弾性率推定値は過小評価されることが示唆された．

粘弾性率の推定精度向上のための解析手法の改良は今後の課題である．また，棘上筋は 2 つの筋線維束に分かれており，加振方向により振動の伝播の仕方が異なる．棘上筋の筋線維も含め，本研究で考慮した骨以外の周辺組織も測定に影響する可能性がある．これらの検討を進め，棘上筋の粘弾性推定精度を向上することができれば，治療方針の決定や再損傷のリスク予測等に貢献できると考えられる．

参考文献

1) R.Muthpillai, et al., SCIENCE, 269: 1854-1857, 1995
2) Koga A，et al.，Magnetic Resonance Imaging 2021;80:9-13
3) T. Takeda, et al., IJCARS, 16 (11): 1947-1956, 2021

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

深層学習による磁気共鳴エラストグラフィのための粘弾性率推定法
Viscoelastic Modulus Estimation for Magnetic Resonance Elastography Using Generative Adversarial Network

野田 巽，図師田　建（千葉大），藤原　宏志（京都大）
岸本　理和，小畠　隆行（量研機構），菅　幹生（千葉大）
Tatsumi Noda, Tatsuru Zushizen (Chiba University), Hiroshi Fujiwara (Kyoto University),
Riwa Kisimoto, Takayuki Obata (QST), Mikio Suga (Chiba University)
E-mail: 23tb4031@student.gs.chiba-u.jp

We developed a deep learning method using Physics-Informed Neural Networks (PINNs) to estimate viscoelasticity in MRE. Unlike prior approaches, our method incorporates the wave equation into the loss function. Experiments on 3D simulations showed PINNs match the accuracy of previous analytical methods while improving boundary resolution, enabling precise non-invasive tissue characterization.

1．はじめに

生体内の粘弾性特性を非侵襲的かつ定量的に測定する手法として magnetic resonance elastography (MRE)がある[1]．MRE は，外部加振装置を用いて生体内部に正弦波振動を伝播させ，MRE 用パルスシーケンスにより弾性波画像を取得する．弾性波の変位分布と粘弾性の関係を用いた推定手法を適用することで，粘弾性率分布を推定する．粘弾性推定手法には，波動方程式を用いた解析的手法など様々なものが開発されており，本研究室では，2 次元弾性波画像を対象とした深層学習による手法を開発している[2]．しかし，一様な弾性率分布を持つファントムの検討にとどまっており，不均一な粘弾性分布や実測データへの適用については検討されていない．

本研究では，(1) 不均一な対象に対する推定法，(2) 物理制約付き深層学習(physics-informed neural networks: PINNs)[3]を用いた推定法の 2 つの手法を開発することを目的とした．

2．3 次元弾性波のシミュレーション手法

有限要素法により偏微分方程式を求解できるソフトウェアである FreeFEM[4]を用いて，3 次元弾性波シミュレーションを実施した．柱形状のファントムを四面体メッシュで離散化し，粘弾性係数と密度を設定した．

円柱上面から振動を加え，粘弾性波動方程式を数値的に解くことで変位分布を計算し，横波伝播方向に平行な断面における初期位相が 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$　radian の 4 枚の弾性波画像を抽出した(Fig. 1)．データセットの多様性を確保するため，球状領域のサイズ，位置，および領域内外の粘弾性を変化させた．メッシュ分割数は計算精度と計算時間のバランスを考慮して設定した．

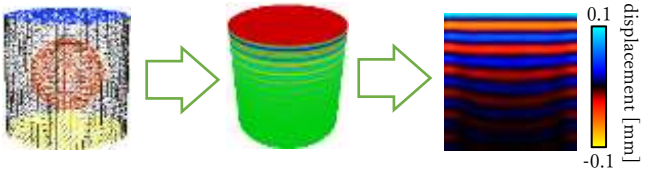


Fig. 1 Acquisition of Elastic Wave Images via Numerical Simulation

目的に沿ったデータセットを作成することで，弾性波画像から貯蔵弾性率および損失弾性率の分布を直接推定することが可能となる．

3．解析手法

3.1 不均一な対象に対応可能な elastoGAN

深層学習による粘弾性率推定手法として GAN 構造に基づく学習モデルを構築した(Fig. 2)．初期位相が異なる 4 枚の弾性波画像を入力データとし，対応する弾性率分布への変換に関する多種多様な処理を学習する学習モデルとした．提案手法の Generator は，前処理と粘弾性率推定の 2 つで構成した．前処理では，縦波や直流成分，ノイズ等の除去を目的として，3×3 と 5×5 の Gaussian または CNN のフィルタを設定した．変換器には HR-Net を採用した．数値シミュレーションデータで学習し，訓練時に含まれない粘弾性パラメータおよび内包物形状を持つ検証データで評価した．

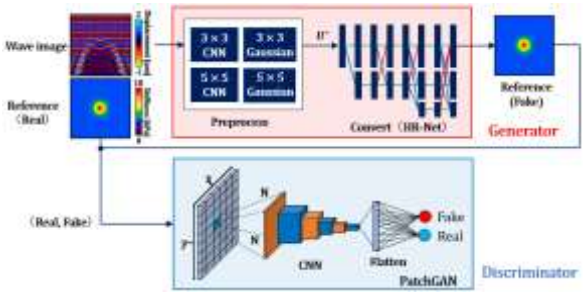


Fig. 2　elastoGAN training model

3.2 PINNs を用いた手法

提案手法は，画像変換を行う U-Net と物理制約を組み合わせた構造とした．初期位相が異なる 4 枚の弾性波画像を入力とし，U-Net を用いて空間情報を保持しながら貯蔵弾性率 G' と損失弾性率 G'' を出力する．

物理制約として，粘弾性方程式を損失関数に導入した．物理損失の重みを調整することで，データ適合性と物理的妥当性を両立した学習を可能とした(Fig. 3)．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

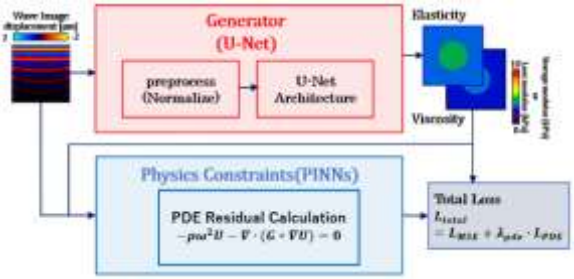


Fig. 3 Deep learning models with physical constraints

4．実験方法

境界部分における粘弾性分布を正確に推定するため，円柱ファントムの中央に病変部を想定した球状ファントムを配置した．シミュレーションでは 256×256 pixel の弾性波画像を生成し，128×128 pixel の領域をランダムに抽出することでデータセットを作成した．

深層学習における推定では，256×256 pixel の画像に対し，128×128 pixel の領域を 1 pixel ずつ移動させながら 16,641 通りの推定をした．各画素について重複する推定値の平均を算出することで最終結果を得た．同一の画像を用いて既存手法である A-ITRF[5]との比較をした．

評価用の弾性波画像と貯蔵弾性率および損失弾性率画像の例を Fig. 4 に示す．各手法の推定結果について，画像中央の内側 200pixel 四方の関心領域内における推定精度を平均絶対誤差率（MAPE，式 1）と二乗平均平方根誤差（RMSE，式 2）で評価した．y_iを真値，$\hat{y}_i$を各画素値の推定値とする．

$$MAPE\ [\%] = \frac{1}{N}\sum_i^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{G_T} \times 100 \qquad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \qquad (2)$$

また，エッジ再現性を画像中央のプロファイルで比較した．評価用の画像は訓練用のデータセットに含まれない貯蔵弾性率および損失弾性率の組み合わせ，ならびに内包物の半径とした．

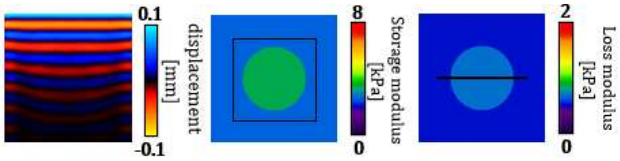


Fig. 4 Examples of shear wave images and storage and loss modulus images

5．結果・考察

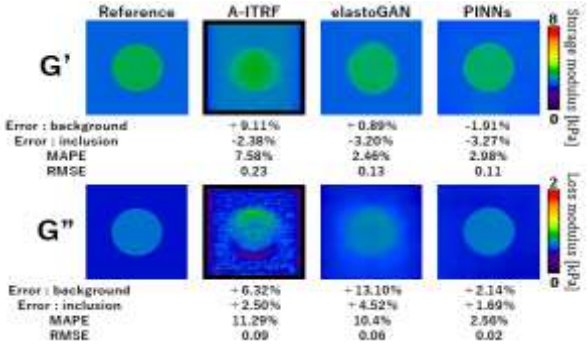


Fig. 5 Estimated viscoelastic modulus image

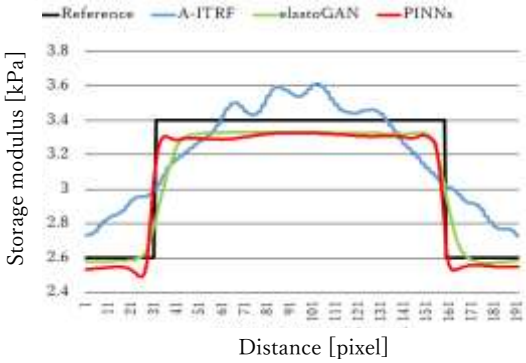


Fig. 6 Storage modulus profile

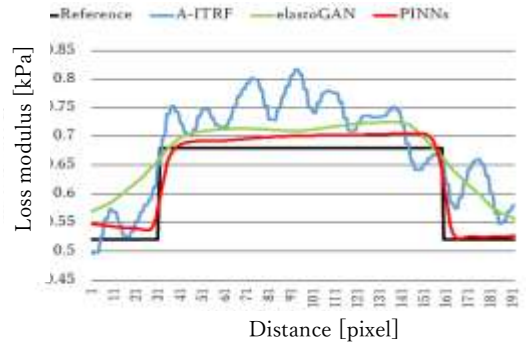


Fig. 7 Loss modulus profile

A-ITRF では背景領域で 5～15%の過大評価が生じ，内部領域では境界付近で過小評価，中心部で過大評価が確認された(Fig. 5, 6, 7)．elastoGAN は背景領域の精度は良好であったが，内包部輪郭が不規則となり，境界明瞭性は A-ITRF よりも良好であるが，PINNs よりも劣った．これは，データ駆動型学習および MSE 損失による境界平滑化の影響と考えられる．一方，PINNs は手法間で最も定量性と空間分解能が高かった．

6．まとめ

本研究では，境界部分の粘弾性分布を推定するため，物理法則を損失関数に組み込んだ PINNs を用いた手法を構築した．既存手法である A-ITRF や elastoGAN との比較検証の結果，PINNs を用いた提案手法は境界部分における定量性と空間分解能が同等以上であることが示された．今後の課題として，入力情報の拡張，計算効率の改善，および汎化性能の向上が挙げられる．

参考文献

1) R. Muthupilliai et.al., SIENCE, 269(5232), 1854-1857, 1995
2) T. Aoki et.al., Proc. ISMRM, 3212, 2022
3) Raissi, M., et al. arXiv preprint arXiv:1711.10561, 2017
4) 大塚厚二，他，共立出版, 2014
5) T. Takeda et al. IJARS, 2021, 16, pp.1947-1956.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (2)

座長:井手 貴範(城西大学)

10:35 ~ 10:50

[14006] 自重による梁の変形問題に対する密度型トポロジー最適化
(最適性基準法および修正最適性基準法による結果の比較)

*山田 瑞貴[1]、木村 和慎[1]、岸田 真幸[3]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学、3. 岐阜工業高等専門学校)

10:50 ~ 11:05

[14007] 地表面沈下量に基づく地盤内空洞の形状パラメータの同定解析

*渡邉 岳[1]、木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

11:05 ~ 11:20

[14008] 海洋短波レーダー観測データに基づく波浪スペクトル推定

*渡辺 楓[1]、谷地村 敏明[1]、寺田 翼[2]、亀田 洋志[2]、高橋 龍平[2]、水藤 寛[1] (1. 東北大学、2. 三菱電機株式会社情報技術総合研究所)

11:20 ~ 11:35

[14009] 基本解近似解法による離散 Dirichlet-to-Neumann 写像の収束性

*繁田 岳美[1] (1. 昭和薬科大学)

11:35 ~ 11:50

[14010] 電気インピーダンストモグラフィの完全電極モデルの実験データを用いた囲い込み法の適用

*井手 貴範[1]、Rautio Siiri[1]、Hauptmann Andreas[3]、Sippora Sara[2]、Siltanen Samuli[2] (1. 城西大学、2. ヘルシンキ大学、3. オウル大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

自重による梁の変形問題に対する密度型トポロジー最適化
（最適性基準法および修正最適性基準法による結果の比較）
Density-based topology optimization for beam deformation under self-weight
(A comparison of results using the conventional and modified optimality criteria methods)

山田　瑞貴（長岡技科大・工）　　木村　和慎（長岡技科大・工）　　岸田　真幸（岐阜高専・工）
上林　恵太（長岡技科大・工）　　倉橋　貴彦（長岡技科大・工）
Mizuki YAMADA, Nagaoka University of Technology
Kazuma KIMURA, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Masayuki KISHIDA, National Institute of Technology, Gifu College
Keita KAMBAYASHI, Nagaoka University of Technology
Takahiko KURAHASHI, Nagaoka University of Technology
E-mail: s211084@stn.nagaokaut.ac.jp

In large structures, self-weight often becomes a significant load and should be considered in topology optimization. The optimality criteria (OC) method is widely adopted in topology optimization. However, the conventional OC method requires empirical tuning of parameters, such as the move-limit. Previous studies have demonstrated that the modified optimality criteria (MOC) method provides stable results independent of the move-limit for problems involving only fixed external loads. Nevertheless, its effectiveness under body forces, such as self-weight, remains unclear. Therefore, we compare the OC and MOC methods for a strain energy minimization problem under self-weight and investigate the influence of the move-limit and the penalization parameter. The results show that the OC method depends on the move-limit, and a large move-limit leads to loss of structural connectivity. In contrast, the MOC method consistently produces similar optimization results regardless of the move-limit. These findings indicate that the MOC method reduces parameter dependence even in problems dominated by body forces. In addition to these findings, increasing the penalization parameter was found to expand grayscale regions under self-weight in both methods.

１．はじめに

建築資材は有限であるため，使用材料を可能な限り削減しつつ，構造物を高性能化する技術が求められている．近年，与えられた制約のもとで所望する性能を最大化する形態を数理的に導出するトポロジー最適化が注目されている．特に大規模構造物の設計においては，構造物自体の重さによる変形を無視することができない．最適設計において，材料配置の変化に伴って分布が変動する自重の考慮は不可欠である．

実際に，大型構造物を対象として自重を考慮したトポロジー最適化に関する研究も行われている [1]．本研究では，数値計算が容易である密度型トポロジー最適化に着目する．密度型トポロジー最適化において，設計変数である無次元密度の更新には，最適性基準法（OC 法）が一般に用いられている [2]．しかし，従来の OC 法では更新量の大きさに関わるダンピングパラメータやムーブリミットといった任意パラメータを経験的に設定する必要があり，それらの値によって解析結果が変化するという問題がある．この問題に対し，ダンピングパラメータを自動で決定する修正最適性基準法（MOC 法）が提案された [3]．先行研究において，固定された外荷重のみを考慮した構造最適化問題では MOC 法を用いることでダンピングパラメータおよびムーブリミットの設定が簡略化されることが確認された．しかし，自重を考慮した構造最適化問題においても，MOC 法の持つこれらの特性が維持されるかは明らかではない．

そこで本研究では，自重を考慮したひずみエネルギー最小化問題に対して MOC 法を適用し，従来の OC 法と比較することで，体積力を考慮した場合のパラメータ依存性の低減効果を検証することを目的とする．さらに，一般にペナルティパラメータを大きく設定するとグレースケールの発生は抑制されることが報告されている [4]ことから，本研究では密度法のペナルティパラメータについても着目し，自重問題においてその値が両手法の最適化結果やグレースケールの残存傾向に及ぼす影響を併せて検討する．

２．定式化

密度法に基づき，各要素のヤング率E_eを無次元密度ρ_eを用いて次式で定義する．

$$E_e = (E_1 - E_0)\rho_e^p + E_0 \tag{1}$$

E_1は材料のヤング率，E_0は数値的不安定性回避のためのヤング率の下限値，pは中間密度を抑制するためのペナルティパラメータである．水平右向きをx軸，鉛直上向きをy軸とし，自重は要素密度に比例する体積力として$-y$方向に各要素の自重を節点荷重へと等分配して作用させる．

$$f_{e,x} = 0\,, f_{e,y} = -\rho_e \mu V_e g \tag{2}$$

μは材料密度，V_eは要素の体積，gは重力加速度である．

ひずみエネルギー最小化を目的とし，体積制約を課す本最適化問題は以下のように定式化される．

$$\min \quad J = \sum_{e=1}^{noe} \frac{1}{2}\{u_e\}^T [K_e]\{u_e\} \tag{3}$$

$$\text{subject to} \quad [K]\{u\} = \{f\} \tag{4}$$

$$G_V = \sum_{e\in\Omega} \frac{V_e \rho_e}{V_{total}} - \overline{\rho_0} \le 0 \tag{5}$$

$$0 \le \rho_e \le 1 \tag{6}$$

noeは総要素数，$\{u\}$は変位ベクトル，$[K]$は剛性行列，$\{f\}$は荷重ベクトルである．またV_{total}は設計領域の総体積，$\overline{\rho_0}$は初期平均無次元密度である．本問題をラグランジュの未定乗数法を用いて解く．ラグランジュ関数を定義し，その第一変分の停留条件を考慮することで次式に示す感度が得られる．

$$\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e} = -\frac{1}{2}\{u_e\}^T \frac{\partial [K_e]}{\partial \rho_e}\{u_e\} + \{u_e\}^T \frac{\partial \{f_e\}}{\partial \rho_e} \tag{7}$$

自重は密度依存であるため，式(7)の第 2 項が生じる．この項により感度の符号が不定となり負の感度を前提とする OC 法および MOC 法を適用することが困難である．本研究では両手法のパラメータ依存性を比較することを目的とし，第 2 項を除いた感度式を用いて最適化を行う [1]．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e} = -\frac{1}{2}\{u_e\}^T \frac{\partial [K_e]}{\partial \rho_e}\{u_e\} \quad (8)$$

OC 法に基づいた無次元密度更新式を次式に示す.

$$\rho_e{}^{(k+1)} = \rho_e{}^{(k)} \left(\frac{\left(\overline{\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e}}\right)^{(k)}}{-\Lambda^{(k)} \left(\frac{\partial G_v}{\partial \rho_e}\right)^{(k)}} \right)^{\eta} = \rho_e{}^{(k)} \left(A_e^{(k)}\right)^{\eta} \quad (9)$$

ここで$\left(\overline{\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e}}\right)$は感度フィルタによって平滑化した感度，$\eta$は更新量を調整のための任意のダンピングパラメータある．MOC 法に基づいた無次元密度更新式を次式に示す．MOC 法の指数部は最適化問題の設定によって異なり，本最適化問題ではpとρ_eを用いて表される [2].

$$\rho_e^{(k+1)} = \rho_e^{(k)} \left(A_e^{(k)}\right)^{\left(-\frac{\partial}{\partial \rho_e}\left(\ln A_e^{(k)}\right)\right)^{-1}} = \rho_e{}^{(k)} \left(A_e^{(k)}\right)^{\frac{\rho_e}{p+1}} \quad (10)$$

3．計算条件

計算モデルは図 1 に示すような MBB-beam モデルとする．計算条件を表 1 に示す．各手法においてρ_{move}とpを変化させた場合の計算を行う．メッシュは四角形一次要素とする．

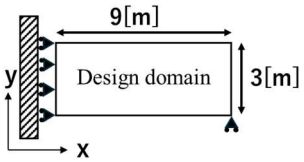


Fig. 1.MBB-beam model

Table1 Numerical condition

Number of elements / nodes	2700/2801
Mesh size [m]	0.1×0.1
Young's modulus E_1 [GPa]	200
Material density μ [kg/m³]	7850
Poisson's ratio ν	0.3
Penalization parameter p	3 , 6
Initial density average $\overline{\rho_0}$	0.5
Move-limit ρ_{move}	0.01 , 1
Convergence decision constants ϵ	1.0×10^{-6}
Maximum number of iterations k_{max}	500
Filtering radius R [m]	0.15
Gravitational acceleration g[m/s²]	9.8

4．解析結果

ペナルティパラメータを$p = 3$，6に設定した場合の OC 法，MOC 法による最終的な密度分布をそれぞれ図 2 および図 3 に示す.

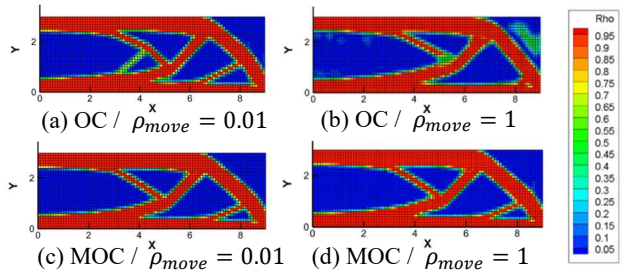


Fig. 2. Density distributions ($p = 3$)

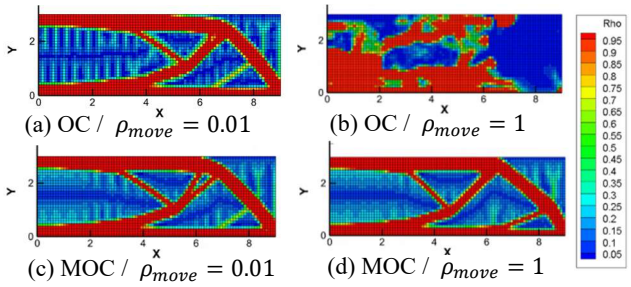


Fig. 3. Density distributions ($p = 6$)

OC 法を用いた場合，いずれのペナルティパラメータの条件においても，ムーブリミットの設定値によって異なる最終形状が得られた．図 2 と図 3 を比較すると，特にペナルティパラメータを大きく設定した場合には形状が完全に不連続となるような結果が表れている．一方，MOC 法を用いた場合では，OC 法での結果と比較してムーブリミットやペナルティパラメータの大小に関わらず，一貫して類似した形状が得られることが確認できた．これは MOC 法において要素ごと，イタレーションごとに適切な更新幅を設定できているからであると考えられる．また，本問題では両手法ともにペナルティパラメータを大きくするほどグレースケール領域が増加することが確認された．これは自重が要素の無次元密度依存であり，自重に対して低密度領域の剛性の低下が顕著となることに起因すると考えられる.

5．おわりに

本研究では，自重を考慮した密度型トポロジー最適化問題に対して MOC 法を適用し， その有効性を検証した．ペナルティパラメータに関する検討では両手法においてペナルティパラメータの増加に伴いグレースケール領域が増加する傾向が見られた．一方ムーブリミットに関する検討では，MOC 法を用いることでムーブリミットの影響を低減できることが示され，本問題においても先行研究と同様の傾向が得られた．また，パラメータの組み合わせにより形状が不連続になった OC 法に対し, MOC 法ではいずれの組み合わせにおいても類似した形状が得られた．以上より，体積力を考慮した問題においても MOC 法がパラメータ依存性の低減に有効であることが確認された.

参考文献

1) N. Jain and R. Saxena: Effect of self-weight on topological optimization of static loading structures, Alexandria Engineering Journal, vol.57, pp. 527–535, 2018.
2) M.P. Bendsoe, O. Sigmund: Topology optimization Theory, Methods and Applications, Springer, 2004.
3) M. Kishida and T. Kurahashi: Proposal of a modified optimality criteria method for topology optimization analysis in 3- dimensional dynamic oscillation problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.123, pp. 866-896, 2022.
4) M. P. Bendsøe and O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization , Archive of Applied Mechanics , vol.69 , pp. 635–654 , 1999.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地表面沈下量に基づく地盤内空洞の形状パラメータの同定解析
Shape parameter identification of subsurface cavity based on ground surface settlement data

渡邉　岳（長岡技科大・工）　　木村　和慎（長岡技科大・工）
上林　恵太（長岡技科大・工）　　倉橋　貴彦（長岡技科大・工）
Takeru WATANABE, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Kazuma KIMURA, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Keita KAMBAYASHI, Nagaoka University of Technology
Takahiko KURAHASHI, Nagaoka University of Technology
E-mail: s233087@stn.nagaokaut.ac.jp

Identifying the location and geometry of underground cavities is important for the prevention of hazards. However, conventional methods for detecting underground feature such as ground penetrating radar require on-site investigation and needs to be operated by personnel, making continuous observation difficult. In this study, we focus on surface settlement data, which are limited but relatively inexpensive to obtain, and propose a numerical method for estimating the shape of underground cavity. The proposed method is formulated as an inverse analysis based on the adjoint variable method, in which identifies underground cavity shape using surface settlement data. Numerical experiments were conducted for an inverse problem in which ground deformation was simulated for a ground models containing an underground cavity. The cavity shape was estimated based on the calculated surface settlement and compared with the target cavity shape. The results indicated that the identification accuracy is not high enough under the present formulation of objective function, shape update scheme, and problem setting. Future work will focus on investigating the method to improve the identification accuracy.

１．はじめに

道路陥没などの対策を施行するためには，事前に路面下にある空洞の位置および形状を把握することが安全性評価のために必要となる．地盤内空洞の探査を地表から行う際，一般に，地中貫通レーダー探査のような，波動の伝播応答を測定する手法が用いられる [1]．このような手法は調査のために人員を用いて調査箇所の巡回を行う必要があり，定点的な観測が難しい．

そこで，従来手法で用いられる大掛かりな装備を伴わず，測量などにより比較的容易かつ安価に測定できると考えられる地表面の沈下量 [2]に着目する．荷重や地下水流の変動による地盤の変形挙動は，地盤内の空洞の有無や形状による影響を受ける．したがって，空洞を持つ地盤が変形した際に地表面で観測される変位量は，地下構造に関する情報を持つといえる．

本研究では，従来手法より安価で継続的に取得可能なデータを用いた地盤内空洞の探査手法を提案する．提案する手法では，地盤圧密現象により生じる地表面の垂直変位という，伝播応答と比べて限定的な観測量を用い，圧密解析と逆解析手法を用いて地盤内空洞の形状を同定することを試みる．

2．定式化

本稿で用いる記号を Table 1 にまとめる．なお，下付き添字i, jは空間方向を表し，総和規約に従う．

Table 1 Notation.

σ_{ij}	Total stress	σ'_{ij}	Effective stress
u_i	Displacement	p	Excess pore pressure
ϵ_{ij}	Strain	ϵ_v	Volumetric strain
k	Permeability	γ_w	Pore water unit weight
f_i	Body force	δ_{ij}	Kronecker delta
D_{ijkl}	Elastic stiffness	n_i	Outward normal vector

本研究の同定解析では，地表面の沈下量を観測し，逆解析により地下空洞の形状または形状パラメータを同定する．よって，地表面付近の鉛直方向変位vを観測値とし，観測変位v_{obs}と変位vの誤差を用いた評価関数Jを次式のように定義する．ここで，評価関数は地表境界付近の領域Ω_{obs}内で計算される．

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\int_{\Omega_{obs}} (v - v_{obs})^2 d\Omega\, dt \tag{1}$$

定式化される形状同定問題では，地盤圧密を制約条件とし，随伴変数法により計算された感度を用いて地下空洞の形状，形状パラメータを更新し，この評価関数を最小化する．

また，本解析では Fig. 1 に示すような，内部に空洞を持つ地盤モデルを用いる．各境界の境界条件は Fig. 1 内に示す．ここで，空洞内は計算領域に含まれない．

地盤圧密は次式のような Biot の圧密理論 [3]に基づく支配方程式を用いて計算される． この方程式は地盤内の間隙水の流動と，それによる地盤の変形を表現する式である．

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \dot{f}_i = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} - \frac{k}{\gamma_w}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2}\right) = 0 \tag{3}$$

式(2)は地盤内部における力の平衡状態を示し，全応力σ_{ij}と体積力f_iのつり合いを表している．式(3)は間隙水の流出入に関する質量保存の式であるが，本解析では土粒子，間隙水の非圧縮性を仮定することで，体積保存の式として定式化される．

全応力σ_{ij}は，間隙水にかかる過剰間隙水圧pと土骨格にかかる有効応力σ'_{ij}により分担され，以下の式で表される．

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} p \tag{4}$$

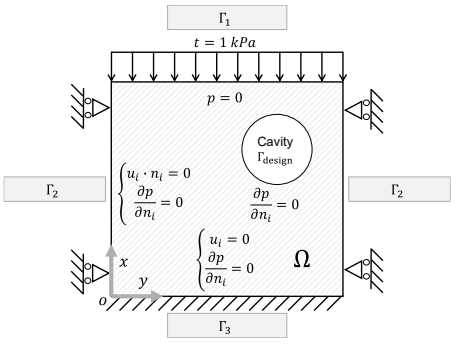


Fig. 1 Computational model with boundary condition.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土骨格を線形弾性体とし，平面ひずみ状態を仮定する．有効応力σ'_{ij}はつぎの応力ひずみ関係式で表される．

$$\sigma'_{ij} = D_{ijkl}\epsilon_{kl} \tag{5}$$

ひずみと変位の関係はつぎのような式で表される．

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{6}$$

３．計算条件

Table 2 に解析条件をまとめる．

Table 2 Numerical condition.

Time step size	$20000[s]$
Load	$1000[Pa]$
Young's modulus	$9.8 \times 10^5[Pa]$
Poisson's ratio	$0.333[-]$
Pore water unit weight	$9800[N/m^3]$
Permeability	$10^{-5}[m/s]$

本解析では，実際の沈下量の観測値v_{obs}の代わりとして，既知の目標空洞形状を設定した地盤モデルにおける圧密現象の順解析によって得た沈下量を観測値v_{obs}として評価関数を計算し，同定解析の検証を行う．また，同定解析の初めに地盤モデルに初期推定空洞形状を設定し，このモデルの空洞形状を逆解析によって更新し，目標空洞形状を推定する．つぎの Fig.2 に目標形状モデルと初期推定形状モデルを示す．

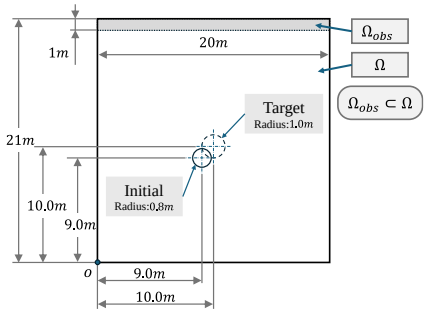


Fig. 2 Comparison of target and initial cavity shape models.

４．計算結果

評価関数の変動量が十分減少した時点での解析結果を以降に示す．この時点で評価関数は初期より 99.8%減少していた．

Fig. 3 に初期推定，目標および逆解析により推定された空洞形状を比較する．ここで，推定形状 A は空洞境界の各節点で感度を計算して独立に形状更新を行って推定した形状である．推定形状 A は初期推定形状が目標形状の方向に向かって押しつぶされたような形状となっている．目標形状と推定形状 A を比較すると，各モデルの概形および位置は大きくずれており，形状の同定精度は低い．

Fig. 4 は順解析によって各空洞形状モデルにおいて計算された地表境界上における沈下量vの分布を表す．各沈下量分布を比較すると，逆解析の初期推定形状モデルと目標形状モデルとの間では全体的に大きなずれがある．つぎに推定形状 A と目標形状の間では，沈下量分布のずれが小さくなっており，沈下量の谷の水平位置も近づいている．

この逆解析では空洞形状を更新することにより，推定形状モデルと目標形状モデルで計算される地表面沈下量分布の誤差を最小化することを目的としており，推定形状 A モデルで計算される沈下量分布が目標形状のものに明確に近づいており，

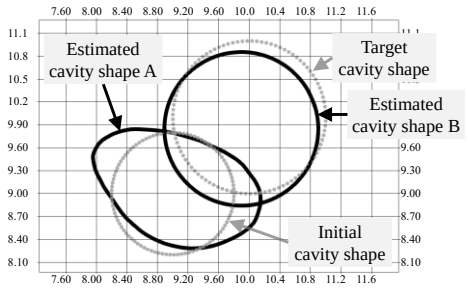


Fig. 3 Comparison of the target, initial and the estimated shapes.

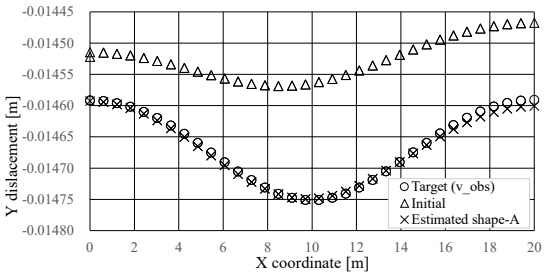


Fig. 4 Vertical displacement on surface boundary node.

これは同定解析により最適解が導かれていることを示しているといえる．しかし，Fig. 3 の空洞形状を比較すると，最終的な推定形状 A は目標形状の特徴を同定できているとはいえず，本解析で用いた問題設定や手法に基づいた同定解析では十分な精度で形状を同定することができなかった．

そこで，空洞の概形を円形と仮定し，その半径および中心位置に対する感度を計算する．この感度に基づき形状更新を行うことで Fig. 4 の推定形状 B を求めた．推定形状 B と目標形状を比較すると，半径および中心位置はいずれも目標形状のものに近づいており，概形を仮定することにより同定精度が改善することを示している．

５．おわりに

地表面沈下量から地下空洞の形状を推定することを目的とし，圧密解析により目標空洞および推定空洞をもつ地盤を模したモデルの地表境界付近の垂直変位をそれぞれ計算し，設定したモデル間での垂直変位の誤差を計算する評価関数に基づいて推定空洞形状を更新する手法について検証を行った．逆解析の結果より，本稿内の解析で設定した評価関数，形状更新手法および問題設定の下では，逆解析により推定される形状が目標形状と一致せず，同定解析の精度が不十分であることがわかった．講演では，本稿の内容に加え，半径，中心位置のような形状パラメータにより空洞形状を同定する手法についての検証を行った結果について述べる．

参考文献

1) Chuanyang Peng, Chao Wang, Zili Li: Review of geophysical data acquisition methods for underground feature detection and future trends, Tunnelling and Underground Space Technology Vol. 163, pp.106731, 2025.
2) NTT, inc.: World's First Demonstration of a Method for Detecting Early Signs of Road Cave-ins Using Reflected Radio Waves from SAR Satellites, NTT, 2025-11-07, https://group.ntt/en/newsrelease/2025/11/07/251107b.html, 参照 2026-02-03.
3) 地盤工学会，地盤技術者のための FEM シリーズ③ 有限要素法をつかう， 丸善出版(株)， 2010.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

海洋短波レーダー観測データに基づく波浪スペクトル推定
Ocean Wave Spectrum Estimation Based on High-Frequency Radar Observation Data

渡辺　楓（東北大・理）　谷地村　敏明（東北大・MathCCS）　寺田　翼（三菱電機）
亀田　洋志（三菱電機）　高橋　龍平（三菱電機）　水藤　寛（東北大・AIMR）
Kaede Watanabe, Tohoku University
Toshiaki Yachimura, Tohoku University
Tsubasa Terada, Mitsubishi Electric Corporation
Hiroshi Kameda, Mitsubishi Electric Corporation
Ryuhei Takahashi, Mitsubishi Electric Corporation
Hiroshi Suito, Tohoku University
E-mail: kaede.watanabe.t3@dc.tohoku.ac.jp

海洋短波レーダーとは，電磁波を海面に向けて放射し，反射した後方散乱波を受信する観測システムである．得られた電磁波の周波数ごとの強度分布はドップラースペクトルと呼ばれる．このドップラースペクトルから，波浪を構成する正弦波のエネルギー分布である波浪スペクトルを推定する手法がこれまでに考案されてきた．波浪スペクトルは，そこから波の高さや方向などの情報を得られる点で，海洋観測や産業活動において重要な物理量である．しかし，現在提案されている手法には推定精度に課題があり，波浪スペクトルをより正確に推定する手法の開発が求められている．本講演では，非負性を保つ正則化に基づき波浪スペクトルを再構成する手法を提案し，その実データへの応用可能性について報告する．

1．はじめに

海洋短波レーダーとは電磁波を海に向けて放射し，その反射した後方散乱波を受信するシステムである．取得した電磁波をスペクトル解析したものはドップラースペクトルと呼ばれる（Fig. 1）．海の波浪は成分波という異なる方向と波数をもった波の重ね合わせで表現されており，それらがレーダーから放射された電磁波の反射に寄与している．したがって，ドップラースペクトルはそれら成分波の情報を反映していると考えられる．ドップラースペクトルには 2 つの大きなピークがあり，それらを 1 次ドップラースペクトルという．これは，電磁波の波数ベクトルを$\boldsymbol{k_0} = (k_0, 0)$としたときに，波数ベクトル$\pm 2\boldsymbol{k_0}$の成分波に反射することによって引き起こされる．この現象を 1 次散乱という．ドップラースペクトルにおいて 1 次ドップラースペクトル以外の部分を 2 次ドップラースペクトルという．これは 2 次散乱と呼ばれる現象によって生じており，複数存在する波浪の成分波のうち，$\boldsymbol{k_1} + \boldsymbol{k_2} = \pm 2\boldsymbol{k_0}$を満たす 2 つの波数ベクトル$\boldsymbol{k_1}$，$\boldsymbol{k_2}$の成分波に反射することで引き起こされたものである．

この 2 つの波数ベクトル$\boldsymbol{k_1}$，$\boldsymbol{k_2}$を用いて，2 次ドップラースペクトル$\sigma_2(\omega)$と波浪スペクトルSの間には以下の関係式が成り立つ．

$$\sigma_2(\omega) = 2^6\pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm1}\sum_{m_2=\pm1}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2})|^2 S(m_1\boldsymbol{k_1})S(m_2\boldsymbol{k_2})\delta(\omega - m_1\sqrt{gk_1} - m_2\sqrt{gk_2})\,dp\,dq. \quad (1)$$

ただし，ωはドップラースペクトルにおいて観測される電磁波の角周波数である．ここで，$\boldsymbol{k_1} = (p - k_0, q)$, $\boldsymbol{k_2} = (-p - k_0, -q)$であり，これらの和は$\boldsymbol{k_1} + \boldsymbol{k_2} = -2\boldsymbol{k_0}$となる．$\boldsymbol{k_1}$と$\boldsymbol{k_2}$の大きさをそれぞれ$k_1 = |\boldsymbol{k_1}|$，$k_2 = |\boldsymbol{k_2}|$という記号で表す．$g$は重力加速度である．また，$\Gamma$は結合係数と呼ばれる重み関数で，$\delta$はデルタ関数である．

方程式(1)からSを逆変換するためにさまざまな取り組みがなされてきた[1),2),3),4),5),6)]．一方で，この 2 次ドップラースペクトルから波浪スペクトルを逆解析する手法に関して，理論的な解析は十分になされてこなかった．本講演では，理論的に保証された波浪スペクトル推定手法を構築し，それを用いて高精度な波浪スペクトル再構成を行うことを目的とする．

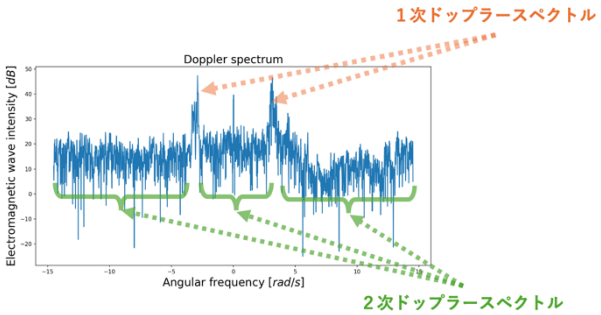


Fig. 1 Example of a Doppler spectrum.

2．波浪スペクトル推定手法の概要

ドップラースペクトルにおいて観測される電磁波の角周波数の集合をKとし，$\pm\sqrt{2gk_0}, \pm 2\sqrt{gk_0} \notin K$を仮定する．この仮定のもと，2 次ドップラースペクトル$\sigma_2(\omega)$と波浪スペクトルSの間に成り立つ関係式を今後は$A[S](\omega)$と書く．この関係式に関して次の命題が成り立つ[7)]．

命題 1

波浪スペクトルSについて$S \in H^1(\mathbb{R}^2)$を仮定する．このとき，以下が成り立つ．

$$A[S](\omega) = 2^6\pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm1}\sum_{m_2=\pm1}\int_{f_{m_1,m_2}^{-1}(\omega)} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2})|^2 S(m_1\boldsymbol{k_1})S(m_2\boldsymbol{k_2})\frac{1}{|\nabla f_{m_1,m_2}(p,q)|}ds.$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ただし，

$$f_{m_1,m_2}(p,q) := m_1\sqrt{gk_1} + m_2\sqrt{gk_2}$$

である．

この結果を用いて，2 次ドップラースペクトル$\sigma_2(\omega)$から波浪スペクトルSを，正則化手法を用いて再構成する．本研究では波浪スペクトルの正値性を保つため，非負スパース正則化を用いる．すなわち，以下の最適化問題を考え，それを最小化するSを，求める波浪スペクトルとする．

$$\arg\inf_{S\in H^1(\mathbb{R}^2)} \Theta(S) := F(S;y^\delta) + \alpha\Phi(S).$$

ここで，汎函数Fはチコノフ汎函数であり，$\|A[S](\omega) - \sigma_2(\omega)\|_{L^2}{}^2 + \lambda\|S\|_{L^2}{}^2$の形をしている．ただし，$\lambda > 0$は正則化パラメータである．また，$\Phi(S)$は以下の形をしている．

$$\Phi(S) = \begin{cases} \sum_{i,j\in\Lambda} S_{i,j}, & \text{if } S \geq 0, \\ +\infty, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ここで，$\alpha > 0$であり，$S_{i,j}$は波浪スペクトルを離散化した際の，各格子点における値である．$\Phi(S)$は波浪スペクトルの物理的な条件である正値性を保ち，スパースに波浪スペクトルを再構成する効果を持つ．

3．数値実験

波浪スペクトル再構成に関する最適化問題について，近接勾配法に基づくアルゴリズムで，最小化解を求めた．数値実験では波浪スペクトルのモデルを作成し（Fig. 2），ここに一様乱数を用いてL^2相対誤差 50%で摂動を加え，摂動を加えた波浪スペクトルをアルゴリズムの初期値とした（Fig. 3）．結果として得られた波浪スペクトル（Fig. 4）のL^2相対誤差は約 4.8%であった．

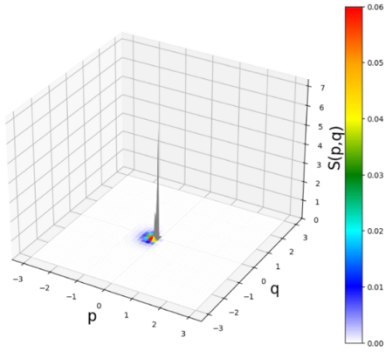


Fig. 2 Ground-truth wave spectrum.

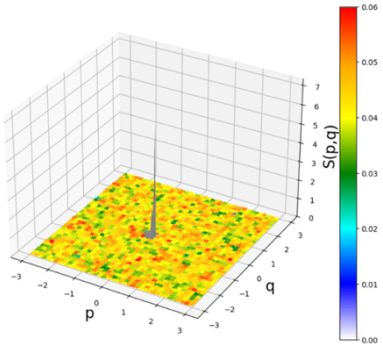


Fig. 3 Perturbed wave spectrum.

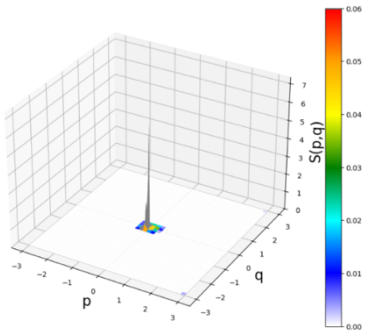


Fig. 4 Reconstructed wave spectrum.

4．おわりに

本稿では，適切な仮定のもと方程式(1)の特異性を除去し，その結果に基づいて非負スパース正則化を用いた波浪スペクトル推定手法を構築した．数値実験から，本手法の波浪スペクトル推定への有用性が示唆された．今後は，波浪状況に合わせた適切なハイパーパラメータの設定方法について検討を行う．なお，当日の講演では，逆問題の安定性に関する結果，具体的な波浪スペクトル推定アルゴリズムと実データを用いた推定結果も含めて報告する．

参考文献

1) B. J. Lipa and D. E. Barrick. Analysis Methods for Narrow-beam High-frequency Radar Sea Echo. NOAA Technical Report ERL, WPL. U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Research Laboratories, 1982.

2) Y. Hisaki. Nonlinear inversion of the integral equation to estimate ocean wave spectra from HF radar. Radio Science, Vol. 31, No. 1, pp. 25–39, 1996.

3) J. J. Green and L. R. Wyatt. Row-action inversion of the Barrick–Weber equations. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol. 23, No. 3, pp. 501–510, 2006.

4) L. R. Wyatt, J. J. Green, A. Middleditch, M. D. Moorhead, J. Howarth, M. Holt, and S. Keogh. Operational wave, current, and wind measurements with the Pisces HF radar. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 31, No. 4, pp. 819–834, 2006.

5) Y. Hisaki. Development of HF radar inversion algorithm for spectrum estimation (HIIAS). Journal of Geophysical Research: Oceans, Vol. 120, No. 3, pp. 1725–1740, 2015.

6) 片岡智哉．短波海洋レーダとベイズ型モデルを用いた浅海域の方向スペクトルの推定．国総研資料 895，国土交通省 国土技術政策総合研究所，日本, 2016. ISSN 1346-7328.

7) K. Watanabe, H. Suito, T. Yachimura and T. Terada. Ocean wave spectrum reconstruction from HF radar data and its application to wave height estimation. arXiv preprint (2025/05), DOI: https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.13132

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基本解近似解法による離散 Dirichlet-to-Neumann 写像の収束性

Convergence of the Discrete Dirichlet-to-Neumann Map
Using the Method of Fundamental Solutions

繁田　岳美（昭和薬科大学 応用数学研究室）
Takemi SHIGETA, Laboratory of Applied Mathematics, Showa Pharmaceutical University
E-mail: shigeta@ac.shoyaku.ac.jp

The Dirichlet-to-Neumann (DtN) map for exterior boundary value problems of the Laplace equation maps Dirichlet data on the boundary to the corresponding normal derivative and plays an important role in numerical computations. In this study, the DtN map is discretized by the method of fundamental solutions (MFS) for exterior problems with a circular boundary. Under equally distributed boundary and source points, the convergence of the resulting discrete DtN map is investigated.

1. はじめに

楕円型偏微分方程式の境界値問題に対して，Dirichlet-to-Neumann (DtN) 写像は境界上の Dirichlet データを対応する法線微分へ写す作用素として定義される．DtN 写像は境界観測に基づく逆問題の数値計算や非有界領域問題を解く際の透明境界条件の構成において重要な役割を果たす．実際，Poisson 方程式や非斉次 Helmholtz 方程式の外部境界値問題に対して，円形人工境界上で透明境界条件を課すことにより，元の非有界領域問題を二重連結有界領域問題として解くことができる[5),6)]．

本稿では，簡単のため，2 次元 Laplace 方程式における DtN 写像を基本解近似解法 (MFS) を用いて離散化する[1),3)]．このとき，得られる離散 DtN 写像が真の DtN 写像に収束するためには，離散 DtN 写像の固有値が真の DtN 写像の固有値に収束することが十分条件であることを示す．また，固有値の収束性を数値実験により示す．

2. 問題設定

2 次元平面 $\mathbb{R}^2$ における半径 $R>0$ の円板に対する外部領域 $\Omega := \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| > R\}$ において，次の Laplace 方程式の外部 Dirichlet 問題を考える:

$$\Delta u = 0 \qquad \text{in} \quad \Omega, \tag{1a}$$

$$u = g \qquad \text{on} \quad \Gamma := \partial\Omega, \tag{1b}$$

$$u(x) = O(|x|^{-1}) \quad \text{as} \quad r := |x| \to \infty. \tag{1c}$$

境界 Γ 上に Dirichlet データ $g \in H^{1/2}(\Gamma)$ が与えられたとき，$n := -x/R$ を境界 Γ 上の領域 Ω に対する外向き単位法線とし，境界値問題 (1) の解の法線微分 $\partial u/\partial n|_\Gamma \in H^{-1/2}(\Gamma)$ を与える Dirichlet-to-Neumann (DtN) 写像 $\Lambda : H^{1/2}(\Gamma) \to H^{-1/2}(\Gamma)$ を考える:

$$\Lambda g := \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_\Gamma, \qquad \forall g \in H^{1/2}(\Gamma). \tag{2}$$

Dirichlet データ g を

$$g(\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \widehat{g}_j e^{ij\theta}, \qquad 0 \le \theta < 2\pi$$

と Fourier 級数展開する．ここに，$i := \sqrt{-1}$ は虚数単位を表す．このとき，(1) の解は

$$u(r,\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{\widehat{g}_j}{R^{|j|}} e^{ij\theta}, \qquad r \ge R, \quad 0 \le \theta < 2\pi$$

と表されるので，

$$(\Lambda g)(\theta) = -\frac{\partial u}{\partial r}(R,\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{|j|\widehat{g}_j}{R} e^{ij\theta}, \qquad 0 \le \theta < 2\pi$$

と導かれる．

以上より，特に $g(\theta) = e^{ik\theta}$ のとき，Kronecker のデルタ δ_{kj} を用いると $\widehat{g}_j = \delta_{kj}$ であるので，

$$\Lambda e^{ik\theta} = \frac{|k|}{R} e^{ik\theta}, \qquad k \in \mathbb{Z} \tag{3}$$

が容易に得られる．(3) は DtN 写像の固有値 $|k|/R$ に対応する固有関数が Fourier モード $e^{ik\theta}$ であることを意味する．

3. 基本解近似解法による DtN 写像の離散化

2 次元 Laplace 作用素の基本解を用いて，

$$G(x,y) := -\frac{1}{2\pi} \log \frac{|x-y|}{|x|} \tag{4}$$

と定める．(4) は無限遠点での条件 (1c) を満たす．このとき，$\theta_j := 2\pi(j-1)/N$, $y_j := \rho(\cos\theta_j, \sin\theta_j)$ $(0 < \rho < R)$ とし，領域 Ω の外部の円周上に等間隔に配置された N 個の源点 $\{y_j\}_{j=1}^N \subset \mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ を用いて，問題 (1) の解 u を N 個の関数 $\{G(\cdot, y_j)\}_{j=1}^N$ の線形結合により近似する:

$$u(x) \approx u^{(N)}(x) := \sum_{j=1}^{N} \alpha_j G(x, y_j), \qquad x \in \overline{\Omega}. \tag{5}$$

(5) は (1a), (1c) を満たすので，(1b) を満たすように未知展開係数 $\{\alpha_j\}_{j=1}^N$ を決定すればよい．これが基本解近似解法 (MFS) である[1),3)]．境界 Γ 上に N 個の選点 $\{x_k\}_{k=1}^N \subset \Gamma$ を等間隔に配置する．ここに，$x_k := R(\cos\theta_k, \sin\theta_k)$ である．これらの選点上で境界条件 (1b) を満たすことから，未知数 $\{\alpha_j\}_{j=1}^N$ に関する連立 1 次方程式

$$u^{(N)}(x_k) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j G(x_k, y_j) = g(x_k), \qquad k = 1, 2, \ldots, N,$$

すなわち

$$C_0 \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{g} \tag{6}$$

を得る．ここに，C_0 は (k,j) 成分を $G(x_k, y_j)$ とする N 次正方行列であり，

$$\boldsymbol{\alpha} := (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_N)^T, \quad \boldsymbol{g} := (g(\theta_1), g(\theta_2), \ldots, g(\theta_N))^T$$

である．

さらに境界上の法線微分を求めると，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_k) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j \frac{\partial G}{\partial n}(x_k, y_j), \qquad k = 1, 2, \ldots, N,$$

すなわち

$$\boldsymbol{q} = C_1 \boldsymbol{\alpha} \tag{7}$$

を得る．ここに，C_1 は (k, j) 成分を $\partial G(x_k, y_j)/\partial n$ とする N 次正方行列であり，

$$\boldsymbol{q} := \left(\frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_1), \frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_2), \ldots, \frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_N) \right)^T$$

である．

(6), (7) より，$\boldsymbol{\alpha}$ を消去すると，

$$C_1 C_0^{-1} \boldsymbol{g} = \boldsymbol{q} \tag{8}$$

が得られる．(8) は (2) の離散化に対応する．したがって，DtN 写像 Λ を離散化した行列（離散 DtN 写像とよぶ）

$$\Lambda_N := C_1 C_0^{-1} \tag{9}$$

が導かれる．

いま，行列 C_0, C_1 はともに巡回行列である．したがって，Fourier 行列 $W := \left(\omega^{(j-1)(k-1)}/\sqrt{N}\right)$（$\omega := \exp(2\pi i/N)$ は回転因子）を用いると，離散 DtN 写像 (9) の N 個の固有ベクトルを並べて作った行列 V は W の随伴行列 W^* と等しくなる．よって，Λ_N を

$$W \Lambda_N W^* = V^* \Lambda_N V = \mathrm{diag}(\widehat{\boldsymbol{c}_1} \oslash \widehat{\boldsymbol{c}_0}) \tag{10}$$

と対角化することができる[2),7)]．ここに，$l = 0, 1$ に対して，$\widehat{\boldsymbol{c}_l} := \mathcal{F}(\boldsymbol{c}_l) := W\boldsymbol{c}_l$ は行列 C_l の第 1 列 $\boldsymbol{c}_l$ の離散 Fourier 変換，$\widehat{\boldsymbol{c}_1} \oslash \widehat{\boldsymbol{c}_0}$ は $\widehat{\boldsymbol{c}_1}$ と $\widehat{\boldsymbol{c}_0}$ の Hadamard 除算を表す．

(10) より，高速 Fourier 変換 (FFT) を適用して，離散 DtN 写像を効率的に計算することができる[4)–6)]．

4. 離散 DtN 写像の収束

標本化作用素 $S_N : C(\Gamma) \to \mathbb{R}^N$ を

$$(S_N f)_j := f(\theta_j), \qquad j = 1, 2, \ldots, N$$

により定義する．選点数 N が偶数のとき，添え字集合を

$$I_N := \left\{ -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2}+1, \ldots, \frac{N}{2}-1 \right\}$$

とおく．このとき，$\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^N$ の離散 Fourier 変換 $\widehat{\boldsymbol{v}} = \mathcal{F}(\boldsymbol{v})$ に対して，再構成作用素 $R_N : \mathbb{R}^N \to \mathrm{span}\{e^{ik\theta} : k \in I_N\}$ を

$$(R_N \boldsymbol{v})(\theta) := \sum_{k \in I_N} \widehat{v}_k e^{ik\theta}$$

により定義する．前節で MFS により構成された離散 DtN 写像 $\Lambda_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ はベクトルに対する写像であるため，関数に対する写像に置き換えた

$$\widetilde{\Lambda}_N := R_N \Lambda_N S_N$$

を離散 DtN 写像として扱う．この $\widetilde{\Lambda}_N$ を Λ と比較する．

有限 Fourier 空間

$$X_M := \mathrm{span}\{e^{ik\theta} : |k| \le M\}$$

に対して，$f \in X_M$ は有限 Fourier 級数展開される:

$$f(\theta) = \sum_{|k| \le M} a_k e^{ik\theta}.$$

このとき，Λ の固有値を $\lambda_k := |k|/R$ とおくと，(3) より

$$(\Lambda f)(\theta) = \sum_{|k| \le M} a_k \lambda_k e^{ik\theta}, \quad (\widetilde{\Lambda}_N f)(\theta) = \sum_{|k| \le M} a_k \lambda_k^{(N)} e^{ik\theta}$$

が成り立つ．したがって

$$(\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda) f = \sum_{|k| \le M} a_k (\lambda_k^{(N)} - \lambda_k) e^{ik\theta}$$

を得る．

ここで，$L^2(0, 2\pi)$ ノルムを用いれば

$$\|(\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda) f\|_{L^2} \le \max_{|k| \le M} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k| \, \|f\|_{L^2}$$

が従うので，作用素ノルムの評価として

$$\|\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda\|_{\mathcal{L}(X_M, X_M)} = \sup_{f \in X_M \setminus \{0\}} \frac{\|(\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda) f\|_{L^2}}{\|f\|_{L^2}} \le \max_{|k| \le M} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k|$$

が得られる．

したがって，任意の固定した M に対して

$$\lim_{N \to \infty} \max_{|k| \le M} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k| = 0$$

を示すことができれば，

$$\lim_{N \to \infty} \|\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda\|_{\mathcal{L}(X_M, X_M)} = 0,$$

すなわち X_M 上で離散 DtN 写像が真の DtN 写像に収束することを結論づけられる．

5. 離散 DtN 写像の固有値の収束

離散 DtN 写像 Λ_N の固有値 $\lambda_k^{(N)}$ と (3) で示した真の DtN 写像 Λ の固有値 $\lambda_k = |k|/R$ に対して，N が偶数のとき，

$$\lim_{N \to \infty} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k| = 0, \qquad k \in I_N$$

となることを数値実験により確認する．

6. おわりに

本稿では，MFS により構成される離散 DtN 写像の収束性について考察した．発表では数値実験の結果を示し，離散 DtN 写像の固有値が真の DtN 写像の固有値に収束する様子を確認する．今後は，DtN 写像の固有値の収束性に関する理論的解析について検討を進める予定である．

参考文献

1) Bogomolny, A.: Fundamental solutions method for elliptic boundary value problems, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **22**, 4 (1985), 644–669.
2) Davis, P. J.: Circulant Matrices, Second edition, AMS Chelsea Publishing (2012).
3) Mathon, R. and Johnston, R. L.: The approximate solution of elliptic boundary-value problems by fundamental solutions, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **14**, 4 (1977), 638–650.
4) Shigeta, T.: Mathematically improved convergence analysis for the non-overlapping domain decomposition method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **166** (2024), 105805.
5) 繁田岳美: 基本解近似解法を用いた 2 次元 Poisson 方程式の外部境界値問題に対する直接数値解法，計算工学講演会論文集，**30** (2025), 1–4.
6) 繁田岳美: 2 次元 Helmholtz 方程式の外部 Dirichlet 問題に対する Dirichlet–Neumann 写像の効率的数値計算，計算数理工学論文集，**25** (2025), 71–75.
7) Smyrlis, Y.-S. and Karageorghis, A.: Efficient implementation of the MFS: The three scenarios, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **227** (2009), 83–92.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

電気インピーダンストモグラフィの完全電極モデルの実験データを用いた囲い込み法の適用

Learned enclosure method for finding convex hull for experimental complete electrode model in EIT

井手　貴範（城西大・理）　Siiri Rautio（城西大・理）　Sara Sippola（ヘルシンキ大学）
Andreas Hauptmann（オウル大学）　Samuli Siltanen（ヘルシンキ大学）
Takanori Ide, Josai University
Siiri Rautio, Josai University
Sara Sippola, University of Helsinki
Andreas Hauptmann, University of Oulu
Samuli Siltanen, University of Helsinki
E-mail: tide@josai.ac.jp

Electrical Impedance Tomography (EIT) is non-destructive imaging method such as medical image that recovers image of the inclusions from boundary measurements. The mathematical model of EIT is proposed by Calderón.[1] Enclosure method is reconstructing the convex hull of the inclusion from boundary measurements proposed by Ikehata. We propose novel method to reconstruct convex hull of the inclusion from boundary measurements by using neural networks and enclosure method. As the application of proposed method, we will demonstrate our proposed method for finding convex hull in experimental EIT data.

1. はじめに

Electrical Impedance Tomography(EIT) は物体の表面に電圧を与えた時，物体表面に発生した電流の計測値から内部包含物の位置を画像で再構成する非破壊検査法として知られている．医療画像診断の応用先として，乳癌の位置の同定がある．EIT は CT, MRI に比べて画像の解像度は低いが，検査機器が安価であり，放射線を使わないため人体への負担が大変少ない．そのため，EIT によって得られる内部包含物の画像の解像度を高くすることが求められている．

EIT は次の偏微分方程式の逆問題として記述することができる[1]．特に，$\mathbb{R}^2$ 内の物体 Ω（有界集合）の電気伝導度を $\sigma = \sigma(x, y)$ とし $u = u(x, y)$ を電圧のポテンシャルとすると次の偏微分方程式で記述される数理モデルは EIT の連続体モデルと呼ばれる．

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma \nabla u = 0 \ in \ \Omega, \\ u = f \ on \ \partial\Omega. \end{cases} \tag{1}$$

ここで，n を境界 ($\partial\Omega$) 上の単位法線ベクトルとし，以下のような Dirichlet–Neumann 写像を与える．

$$\Lambda : f \to \sigma \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{\partial\Omega} \tag{2}$$

また，電気伝導度を次のように与える．

$$\sigma(x, y) = 1 + \chi_D(x, y)h(x, y) \tag{3}$$

ここで，$D \subset \Omega$ を内部包含物の集合とし，次式が成り立つとする．

$$\chi_D(x, y) = \begin{cases} 1, \ (x, y) \ \in \ D \\ 0, \ (\text{ その他 }) \end{cases}. \tag{4}$$

この時, Calderón の問題と呼ばれる
”Dirichlet–Neumann 写像 Λ から内部包含物 D を再構成できるのか?”
を解くために，数理解析的な再構成法として知られている囲い込み法[2] とニューラルネットワークを融合した手法を提案した[3]．提案した方法は現実の測定データに適用するためには現象を支配する数理モデルを変更する必要がある．本公演では完全電極モデルと呼ばれる偏微分方程式で記述される EIT の問題を考え，囲い込みニューラルネットワークを測定データに適用する手法と結果を紹介する．

2. 完全電極体モデル

実験における計測データは雑音を含む．また，所望する箇所のデータを全て取得することが出来ないことが多い。つまり、不完全な情報を用いて内部包含物の情報を正確に抽出するのは極めて困難な問題であり，理論と実用の観点から極めて重要である．本講演において，有限個の観測データから内部包含物を再構成する囲い込みニューラルネットワークを紹介する．

EIT の実験においても物体の周囲全体に測定装置である電極をつけることは難しい．そのため，物体の周囲に有限個の測定装置をつけることが現実的である．本研究において，物体の境界において有限個の電極をつけた数理モデルとして完全電極体モデルを採用する．物体 Ω 内の内部包含物の集合 D の電気伝導度 σ が連続体モデルと同じ場合，完全電極体モデルは次の偏微分方程式で記述される[4]．

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma \nabla u = 0 \ in \ \Omega, \\ u + \zeta_l \sigma \dfrac{\partial u}{\partial n} = V_l \ on \ e_l, \ l = 1, \cdots, L. \end{cases} \tag{5}$$

ここで，e_l は電極，ζ_l は接触抵抗，V_l は電極 e_l における電圧とし，電圧は

$$\sum_{l=1}^{L} V_l = 0 \tag{6}$$

を満たすとする．

3. 実験データへの適用

完全電極モデルの実験データとして 2 次元 EIT のオープンデータセットを用いる.[5] 囲い込みニューラルネットワークを実験データへ適用した結果は講演時に紹介する[6].

参考文献

1) A.P. Calderón, On an inverse boundary value problem, Semi-

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

nar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics (1980), 65–73.
2) M. Ikehata, Reconstruction of the support function for inclusion from boundary measurements, Journal of Inverse and Ill–Posed Problems, 8 (2000), 367–378.
3) S. Siltanen, T. Ide, Electrical impedance tomography, enclosure method and machine learning, Proceeding of 2020 IEEE 30th International Workshop on Machine Learning for Signal Processing, (2020), 1–6.
4) M. Cheney, D. Isaacson and J. C. Newell, Electrical impedance tomography, SIAM Review, 41 (1999), 85-101.
5) A. Hauptmann, V. Kolehmainen, N. M. Mach, T. Savolainen, A. Seppanen and S. Siltanen, Open 2d electrical impedance tomography data archive, arXiv preprint, arXiv:1704.01178, (2017).
6) S. Sippola, S. Rautio, A. Hauptmann, T. Ide, S. Siltanen, Learned enclosure method for experimental EIT data, Applied Mathematics for Modern Challenges, 4, (2025), 47-65

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-01：波動現象の数理・数値解析とその応用）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-01 (1)

座長:丸山 泰蔵(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[14011] 境界要素法による磁性流体界面流動の逐次解析

*水田 洋[1] (1. 元 北海道大学)

15:15 ~ 15:30

[14012] 境界要素法の係数行列対称性を利用したproxy法に基づく高速直接解法の効率化

*松本 安弘[1]、丸山 泰蔵[2]、Ma Qianxiang[3]、横田 理央[4] (1. 東京科学大学 情報基盤センター、2. 東京科学大学 環境・社会理工学院、3. 理化学研究所 計算科学研究センター、4. 東京科学大学 総合研究院)

15:30 ~ 15:45

[14013] 有限階作用素による境界積分方程式の安定化について

*松島 慶[1] (1. 広島大学)

15:45 ~ 16:00

[14014] フォトンのスピンを考慮した電磁波の境界要素法

*植田 毅[1] (1. 東京慈恵会医科大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

境界要素法による磁性流体界面流動の逐次解析
Recursive interface analysis of magnetic fluids by the Boundary Element Method

水田　洋 (元 北大・工)
Yo MIZUTA, Hokkaido University
E-mail: ymizu0045@gmail.com

The present paper is devoted for numerical analysis of interface phenomena of magnetic fluids in real space and time. The employed Boundary Element Method (BEM) obtains not only the magnetic potential and the normal magnetic induction for static magnetic fields but also the fluid velocity potential and the normal fluid velocity for incompressible-irrotational fluids, on arbitrary-shaped interfaces. While the discretization process of the basic equations of BEM, two problems of multiplicity and singularity are managed. Produced computational code has been applied to obtain physical quantities on the interface between the fluid and vacuum in the two-layered system under homogeneous vertical magnetic field. Before the destabilization of the interface, behaviors of the magnetic field, stresses and fluid velocity are investigated as well as the interface elevation.

1. はじめに

ナノサイズの強磁性体微粒子を水やケロシンなどに拡散させた磁性流体には，印加磁場を強くするにつれて流体真空の間の界面が変形したり不安定化する特有の現象があり [1]，任意形状界面を通して相互作用する磁場流体両系の解析が必要になる．ただし，非圧縮・非回転・非粘性流体と電気的絶縁性で無電場無電流を仮定すれば，流速ポテンシャル φ, 流速 $\boldsymbol{v}$ に対して $\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0$, $\nabla\times\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{v}=\nabla\varphi$，磁束密度 $\boldsymbol{b}$, 磁場 $\boldsymbol{h}$, 磁気ポテンシャル ϕ, 透磁率 μ に対して $\nabla\cdot\boldsymbol{b}=0$, $\nabla\times\boldsymbol{h}=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{b}=\mu\nabla\phi$ となり，流体解析では φ と法線流速 v_n を，磁場解析では ϕ と法線磁束密度 b_n を，共に**境界要素法**を用いて境界に限って求めることができる．本論文では，**直接境界要素法** [2,3] を磁場流体解析に，**界面力学方程式** [4,5] を流体解析に用いて，磁性流体と真空から成る Fig. 1 の一様鉛直磁場中の 2 層系の界面が，強い印加磁場で不安定化するときの界面変位 ζ・界面応力和 S・界面磁束密度 $\boldsymbol{b}$・界面流速 $\boldsymbol{v}$ の関係を調べる．

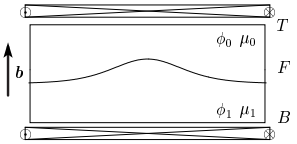


Fig.1　Two-layered system under homogeneous vertical magnetic field.

2. 解析の流れ

φ,v_n または ϕ,b_n を求めるため，ϕ_J,b_{IJ} に対する境界要素法の基礎式

$$\begin{cases} \alpha\phi_J = \oint_{S_J} \mathrm{d}S' \left(q_J\phi'_J - \psi_J b'_{ZJ}\right), \\ \alpha\dfrac{b_{IJ}}{\mu_J} = \oint_{S_J} \mathrm{d}S' \left(q_{IJ}\phi'_J - \psi_{IJ} b'_{ZJ}\right), \end{cases} \tag{1}$$

を離散化するとき，境界同士が鋭角で交わる交線上の物理量の**多価性**を考慮しながら，離散化係数が対角項で持つ**特異性**を**定ベクトル場条件**で回避する [6,7,8]．磁場解析では，界面上の ϕ,b_n が共に未知として界面条件 (界面をはさんで流体真空両領域の ϕ,b_n が連続) を用いる．一方流体解析では，φ を与えて v_n を求める Dirichlet 条件を界面で課し，$\boldsymbol{t}_Z$ を法線単位ベクトルとして，界面流速 $\boldsymbol{v}=\nabla\varphi\times\boldsymbol{t}_Z+v_\mathrm{n}\boldsymbol{t}_Z$ を決める (Fig. 2)．$\boldsymbol{v}$ を時間積分すれば，時間ステップごとの界面形状 (界面上の点の座標) $\boldsymbol{r}$ が決まる．φ を求めるには，S, T_N, G, C, ρ, D, p_0 を界面応力和・磁気応力差・重力ポテンシャル・表面張力・流体密度・動圧・大気圧として，Bernoulli 方程式と界面上の力学的条件から導かれる**界面力学方程式** [4,5] (以後 $D\simeq 0$, $p_0\simeq 0$)

$$\rho\partial\varphi/\partial t + S = 0, \quad S \equiv T_\mathrm{N} + G + C + D + p_0 \tag{2}$$

を時間積分する．$\boldsymbol{r}$ と φ の時間積分は同時並行的に行う必要がある．これは次の連立時間発展方程式の形に表される．

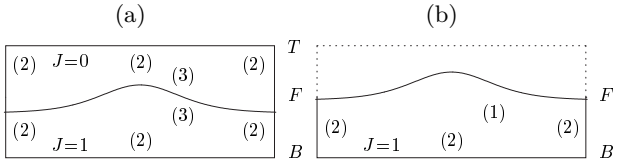
$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{z}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{f}\left(t,\boldsymbol{z}(t)\right), \ \boldsymbol{z} = \begin{pmatrix}\varphi\\ \boldsymbol{r}\end{pmatrix}, \ \boldsymbol{f} = \begin{pmatrix}-S(\boldsymbol{r})/\rho\\ \boldsymbol{v}\end{pmatrix}. \tag{3}$$

磁場から流体への作用は磁気応力差 T_N で取り込まれる [4,5]．T_N は，界面条件により流体真空両領域に共通な接線磁場 $h_{X,Y}$ と法線磁束密度 b_Z から決まる．流体と真空の透磁率を μ_1,μ_0 とすれば，界面磁場 $H=\sqrt{h_X^2+h_Y^2+\left(b_Z/\mu_1\right)^2}$ がある程度以上強くなると，磁性流体では飽和磁化のため，磁化 M が H に比例しなくなる (非線形磁化)．このとき磁気応力差は

$$T_\mathrm{N} = -\frac{\mu_0}{2}\left\{\left(\frac{1}{\mu_1}-\frac{1}{\mu_0}\right)b_Z\right\}^2 - \mu_0\frac{M_S}{\gamma}\ln\left(\frac{\sinh\gamma H}{\gamma H}\right), \tag{4}$$

(χ_0：初期帯磁率, M_S：飽和磁化, $\gamma\equiv 3\chi_0/M_S$)

のように決まる [6,7]．すなわち，$\mu_1>\mu_0$ であれば T_N は負でありその大きさは H と共に増加する．



T : (2) $b_{Z0}=b_\mathrm{app}$
F : (3) $\phi_1=\phi_0$, $b_{Z1}=-b_{Z0}$
B : (2) $b_{Z1}=-b_\mathrm{app}$
Sides: (2) $b_{ZJ}=0$

F : (1) $\varphi=-\int_0^t \mathrm{d}t\ S/\rho$
B : (2) $v_\mathrm{n}=0$
Sides: (2) $v_\mathrm{n}=0$

Fig.2　Boundary conditions for (a) magnetic analysis and (b) fluid analysis. (∗) denotes category number of boundary conditions.

境界要素法により，磁場解析では磁気ポテンシャル ϕ_J と法線磁束密度 b_{ZJ} が，流体解析では流速ポテンシャル φ と法線流速 v_n が各境界で得られるが，方程式を解く際に既知あるいは未知とされる量に応じて，境界条件を次のように分類する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\begin{cases}(1) & \phi_J \text{ が既知，} b_{ZJ} \text{ が未知，} & \text{(Dirichlet 条件)}\\ (2) & b_{ZJ} \text{ が既知，} \phi_J \text{ が未知，} & \text{(Neumann 条件)}\\ (3) & \phi_1{=}\phi_0{=}\phi,\ b_{Z1}{=}-b_{Z0}{=}b_Z. & \text{(界面条件)}\end{cases}$$

限られた離散点数でも，有限振幅の界面変形があっても透磁率差がない場合，流体下面 B と真空上面 T に印加した一様な $\boldsymbol{b}$ が界面 F 上の $\boldsymbol{b}$ に再現され，更に $\boldsymbol{v}$ も求めることができた (Fig. 3)[7,8].

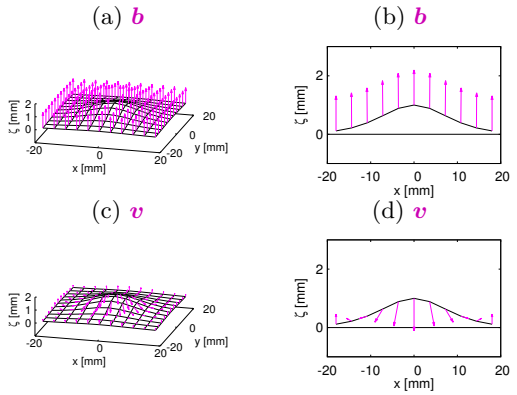


Fig.3 Calculated distribution of quantities on the interface (left column) or within the cross section at y=0 (right column) in case with interface elevation and without permeability difference.

3. 界面不安定化直前の時間発展解析

Fig. 4 で，界面中央での ζ,G,T_N,S,φ の時間変化を，印加磁束密度強度 b_app=4.0, 8.0, 12.0 [mT] について比較した．右軸と細い y=0 横直線は界面変位 ζ，左軸と太い y=0 横直線は ζ 以外の量に対するものである．b_app の増加と共に，S の中で負の T_N の寄与が優勢となり，S の変動の中心は負方向に移動する．これで，各量の振動周期が短くなり，更に界面の不安定化は早まる．Fig. 5 は，b_app=12.0 [mT] の不安定化直前での，ζ,S の時間変化 (1 行目) と ζ,$\boldsymbol{v}$(2 行目)，S(3 行目)，b_n(4 行目) の界面分布である．界面力学方程式の接線方向偏微分 $\rho\partial\boldsymbol{v}_t/\partial t|_{Z=\zeta} = -\nabla_\mathrm{t}S$ より，S の接線勾配が接線流速 $\boldsymbol{v}_t{=}\nabla_\mathrm{t}\varphi$ の起動力になる．b_n が界面中央付近で局所的に強まると，中央方向への起動力が生じる．ただし，その蓄積で生じる $\boldsymbol{v}_t$ が閉じた領域内で還流した後，少し遅れて界面中央の急上昇をもたらす．

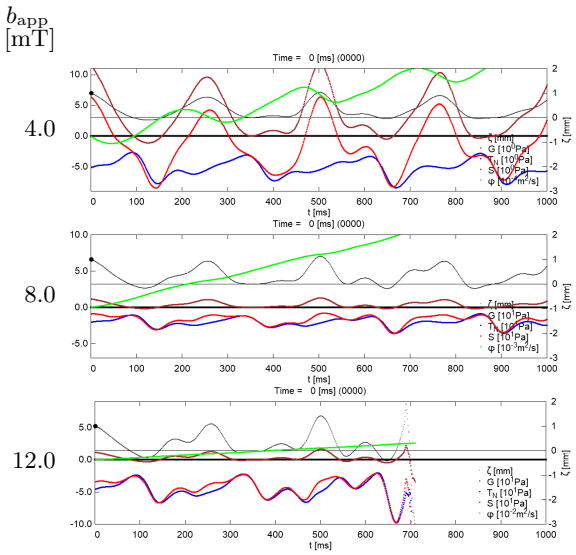


Fig.4 Time dependence of ζ, G, T_N, S and φ at the center of the interface.

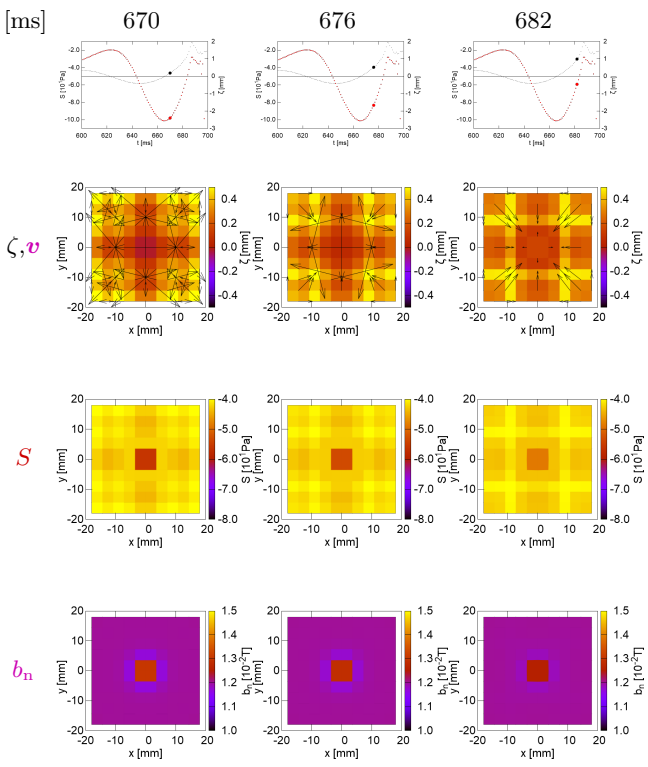


Fig.5 Distribution of ζ, S and b_n on the interface at time steps close to the destabilization for b_app = 12.0 [mT].

参考文献

1) Rosensweig, R.E., *Ferrohydrodynamics*, Cambridge University Press, (1985), Chap.4, Chap.5.
2) Brebbia, C.A. and Butterfield, R., "Formal equivalence of direct and indirect boundary element methods," *Applied Mathematical Modelling* **2**–2, (1978), pp.132–134.
3) Brebbia, C.A., F, J.C. Telles and C, L. Wrobel, *Boundary Element Techniques Theory and Applications in Engineering*, Springer, (1984).
4) Mizuta, Y., "Numerical platform for the interface analysis of magnetic fluids by use of the Boundary Element Method," *J. Magn. Magn. Mater.* **514**, (2020), p.167118.
5) 水田　洋, "間接境界要素法に基づく磁性流体界面解析の検証," 京都大学数理解析研究所講究録「非線形波動現象の数理とその応用」**2153**, (2020), pp.81–95.
6) 水田　洋, "磁性流体界面解析へ境界要素法を適用するための課題," 京都大学数理解析研究所講究録「非線形波動現象の数理とその応用」**2286**, (2024), pp.64–73.
7) Mizuta, Y., "Interface analysis of magnetic fluids by the boundary element method considering multiplicity and singularity," *Engineering Analysis with Boundary Elements* **167**, (2024), p.105889.
8) 水田　洋, "多価性・特異性を考慮した境界要素法による磁性流体界面現象の時間発展解析," 京都大学数理解析研究所講究録「非線形波動現象の数理とその応用」**2330**, (2025), pp.22–31.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

境界要素法の係数行列対称性を利用した proxy 法に基づく高速直接解法の効率化

An efficient direct boundary elemant solver based on proxy methods utilizing symmetries of coefficient matrices

松本　安弘（東京科学大学 情報基盤センター）
丸山　泰蔵（東京科学大学 環境・社会理工学院）
Qianxiang Ma（理化学研究所 計算科学研究センター）
横田　理央（東京科学大学 総合研究院）
Yasuhiro Matsumoto, Center for Information Infrastructure, Institute of Science Tokyo
Taizo Maruyama, School of Environment and Society, Institute of Science Tokyo
Qianxiang Ma, RIKEN Center for Computational Science
Rio Yokota, Institute of Integrated Research, Institute of Science Tokyo
E-mail: matsumoto@cii.isct.ac.jp

The fast direct boundary element method for wave scattering can achieve nearly linear scaling. However, its scaling constant remains large. This study proposes an efficient formulation of the proxy-surface low-rank approximation technique specifically for transmission boundary conditions. By exploiting the symmetry of integral operators, we significantly reduce computational costs. This symmetry can be achieved not only in the standard Symmetric Galerkin BEM but also in the Nyström method by restricting local integration corrections to a single point and appropriately scaling the rows of the coefficient matrix. Numerical results demonstrate that this symmetric formulation is 1.5 times faster than the conventional approach.

1. はじめに

波動散乱問題は重要な物理・工学応用が多く存在する．特に非有界領域上で無限遠方への波動散乱を考慮するときには境界要素法が有望である．境界要素法は例えば三次元領域内で偏微分方程式を解く問題を，その境界である二次元曲面上で問題を解くことに定式化でき，また種々の高速解法と組み合わせることでできるため，大規模問題の数値解法として適している．本研究では高速解法の中でも，特に高速直接解法と呼ばれる手法に注目する[1)]．これまでに多くの境界要素法の高速直接解法が提案されてきている[2)–4)]．これらは低周波域や散乱体が細長い形状場合などの特定の条件下で，離散化方程式の自由度の増加に対してほぼ線型の計算効率を持つものもある．一方で，その線型（時間）スケーリングのアルゴリズムのスケーリング定数は比較的大きいことが知られている．この問題は反復型の高速解法である高速多重極法[5)] でも共通しており，例えば Krylov 部分空間法の反復回数が減少するような優れた境界積分方程式の探究が行われている[6),7)]．解法に適した積分方程式を用いることは高速直接解法においても有効である．著者らはこれまでに，Burton–Miller 型の定式化[8)] やその直接・間接型混合定式化[9)] により高速直接解法の計算効率を高められることを確認してきた．

本研究では，transmission 条件を課された波動散乱問題において，境界積分方程式が対称性を有するよう定式化・離散化をすることにより，proxy 法を用いた低ランク近似[10)] を効率化する手法を提案する．境界積分方程式の対称定式化は Galerkin 法による離散化がよく知られているが，適切な数値積分公式と係数スケーリングにより，Nyström 法による離散化でも実行可能であることを指摘する．数値計算により，対称性を用いた低ランク近似の効率化は音響散乱と弾性波散乱のどちらでも可能であることを実証する．また対称性を用いた高速直接解法では愚直な定式化に比較して概ね 1.5 倍の高速化が確認された．

2. 境界積分方程式

定式化においては，主に音響散乱に対応する Helmholtz transmission 問題の例を議論する．同様の考え方により弾性波 transmission 問題も定式化できる．G_k を波数 k の（2 次元）Helmholtz 方程式の基本解とする．このとき，x, y を境界上のある固定された点とすると，基本解とその法線微分には次の対称性があることが知られている．

$$G_k(x,y) = G_k(y,x) \tag{1}$$

$$\frac{\partial G_k(x,y)}{\partial n(y)} = \frac{\partial G_k(y,x)}{\partial n(y)} \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 G_k(x,y)}{\partial n(x)\partial n(y)} = \frac{\partial^2 G_k(y,x)}{\partial n(y)\partial n(x)} \tag{3}$$

この関係を利用し，離散化後の線型方程式の係数行列を対称化する．$S_k v$ を境界 Γ に関する一重層ポテンシャルとする．ここに v は Γ 上の適当な関数である．まず境界を θ によりパラメータ表示する．

$$S_k v(x) = \int_\Gamma G_k(x,y)\, v(y)\, ds(y) \tag{4}$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} G_k(x, y(\theta))\, v(y(\theta))\, |y'(\theta)|\, d\theta \tag{5}$$

上式を N 点の台形則で離散化する．$y_j := y(\theta_j)$ はパラメータ空間上で等間隔に置かれた j 番目の積分点 θ_j に対応する境界上の点であり，また $\tilde{G}$ は局所修正された基本解である．

$$S_k v(x_i) \approx \sum_j \tilde{G}_k(x_i, y_j)\, v(y_j)\, w_j \tag{6}$$

ここに，$w_j = |y_j'| \frac{2\pi j}{N}$ は台形則の重みである．上式から形成される係数行列を列だけでなく行に対しても重みでスケーリングすることで得られる係数行列

$$[A]_{ij} := w_i \tilde{G}_k(x_i, y_j)\, w_j \tag{7}$$

は，もし $\tilde{G}(x_i, y_j)$ が対称であれば対称となる．一般に局所

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

修正は対称ではないが，対角項のみ修正する手法[11] を用いることで，Nyström 法であっても係数行列を対称にすることができる．

Helmholtz transmission 問題に対応する積分方程式としては次に示す PMCHWT 定式化がよく知られている．

$$\begin{pmatrix} -\left(\varepsilon_0 S_{k_0} + \varepsilon_1 S_{k_1}\right) & D_{k_0} + D_{k_1} \\ \left(D^*_{k_0} + D^*_{k_1}\right) & -\left(\frac{1}{\varepsilon_0} N_{k_0} + \frac{1}{\varepsilon_1} N_{k_1}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u^I \\ \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial u^I}{\partial n} \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここに，$D_k v$ は二重層ポテンシャルであり，$D^*_k v$ と $N_k v$ は一重層ポテンシャルと二重層ポテンシャルの法線微分である．本研究では次に示す Müller-like 定式化も用いる．

$$\begin{pmatrix} -\left(\varepsilon_0^2 S_{k_0} - \varepsilon_1^2 S_{k_1}\right) & \varepsilon_0\left(D_{k_0} - \frac{1}{2}\right) \\ & -\varepsilon_1\left(D_{k_1} + \frac{1}{2}\right) \\ \varepsilon_0\left(D^*_{k_0} + \frac{1}{2}\right) & \\ & -\left(N_{k_0} - N_{k_1}\right) \\ -\varepsilon_1\left(D^*_{k_1} - \frac{1}{2}\right) & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\varepsilon_0 u^I \\ \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial u^I}{\partial n} \end{pmatrix} \quad (9)$$

この定式化は高々弱特異までの積分核のみで記述できているが Fredholm 第二種ではないため，反復型解法には適さないが，対称性を利用できるため高速直接解法では効果的である．

3. 高速直接解法

全体の係数行列を A とし，空間的に近い行列エントリ同士が行列内のインデックスの意味でも近くなるように並び替えをした上でブロック化する．このとき，対角ブロックを D とすると，次のように非対角ブロックを低ランク近似できる．

$$A \approx D + URV \quad (10)$$

このような低ランク近似は proxy 法により実行でき，R はいわゆるスケルトン，U および V はスケルトンを補間して元の係数行列を復元する補間パラメータである．いま，境界積分方程式を対称化しているため，実は

$$U = V^T \quad (11)$$

の関係が成り立っており，よって

$$A \approx D + V^T RV \quad (12)$$

と分解できる．この分解に基づき高速直接解法を構成できる．高速直接解法は既往研究[9] で用いたものと同様であるため詳細は省略する．

4. 数値計算

紙面の都合から弾性波散乱による高速化のみ示す．入射波として縦波平面波を用い，介在物として四角形を用いる．外部領域の密度，縦波速度，横浪速度をそれぞれ $1, \sqrt{3}, 1$ とする．同様に内側領域の密度，縦波速度，横浪速度をそれぞれ $2, 3, 1.5$ とする．PMCHWT 定式化の積分方程式を用い，Galerkin 法で離散化した．数値計算には TSUBAME4.0 の計算ノードを 8 台使用した．Fig. 1 に対称化した定式化による速度向上を示す．提案手法は Burton–Miller 型定式化よりも速く，また愚直な方法よりも約 1.5 倍高速であることがわかる．

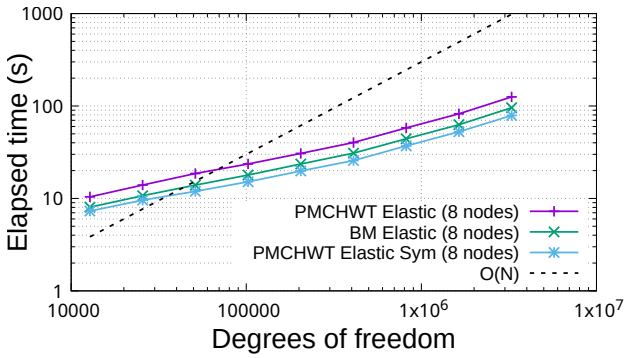


Fig. 1 Speedup of symmetic formulation in elastic wave scattering.

謝辞

本研究は JSPS 科研費 (24K20783) および JHPCN (jh250045, jh250070) の支援を受けた．

参考文献

1) Per-Gunnar Martinsson. *Fast Direct Solvers for Elliptic PDEs*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2019.
2) Per-Gunnar Martinsson and Vladimir Rokhlin. A fast direct solver for scattering problems involving elongated structures. *Journal of Computational Physics*, Vol. 221, No. 1, pp. 288–302, 2007.
3) Daria Sushnikova, Leslie Greengard, Michael O'Neil, and Manas Rachh. FMM-LU: A fast direct solver for multiscale boundary integral equations in three dimensions. *Multiscale Modeling & Simulation*, Vol. 21, No. 4, pp. 1570–1601, 2023.
4) Yasuhiro Matsumoto and Taizo Maruyama. Linearly scalable fast direct solver based on proxy surface method for two-dimensional elastic wave scattering by cavity. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 173, p. 106148, 2025.
5) Vladimir Rokhlin. Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimensions. *Journal of Computational physics*, Vol. 86, No. 2, pp. 414–439, 1990.
6) RE Kleinman and PA Martin. On single integral equations for the transmission problem of acoustics. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol. 48, No. 2, pp. 307–325, 1988.
7) Kazuki Niino and Naoshi Nishimura. Preconditioning based on Calderon's formulae for periodic fast multipole methods for Helmholtz' equation. *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 1, pp. 66–81, 2012.
8) Yasuhiro Matsumoto and Taizo Maruyama. A fast direct solver for two-dimensional transmission problems of elastic waves. *Engineering with computers*, 2026 (Accepted).
9) Yasuhiro Matsumoto and Kei Matsushima. Efficient lu factorization exploiting direct-indirect burton-miller equation for helmholtz transmission problems. *arXiv preprint arXiv:2512.14193*, 2025.
10) P.G. Martinsson and V. Rokhlin. A fast direct solver for boundary integral equations in two dimensions. *Journal of Computational Physics*, Vol. 205, No. 1, pp. 1–23, 2005.
11) Bowei Wu and Per-Gunnar Martinsson. Zeta correction: a new approach to constructing corrected trapezoidal quadrature rules for singular integral operators. *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 47, No. 3, p. 45, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限階作用素による境界積分方程式の安定化について
On the Stabilization of Boundary Integral Equations Based on Finite-rank Augmentation

松島　慶（広島大・情）
Kei MATSUSHIMA, Hiroshima University
E-mail: matsushima@acs.hiroshima-u.ac.jp

In this study, we discuss the stability of solutions to boundary integral equations for boundary value problems of the Helmholtz equation with respect to variations in parameters. Many boundary value problems for such elliptic partial differential equations can be equivalently reformulated as boundary integral equations whose kernels are given by fundamental solutions or Green's functions. However, the well-posedness of the original boundary value problem does not necessarily imply the well-posedness of the corresponding boundary integral equation. In other words, under certain conditions, the solvability may fail, or continuity of the solution with respect to parameter changes may not hold. We show, through a numerical example, that these difficulties can be resolved by introducing suitable finite-rank operators.

1. 緒言

多くの線形楕円型方程式の境界値問題は、基本解や Green 関数を核とする境界積分方程式に等価に置き換えることができる。これは、境界要素法や境界積分方程式法などの数値計算手法の基盤であり、これらの手法に関連した数多くの理論・アルゴリズムの研究が行われている[1)]。

多くの場合、数値計算が対象とする境界値問題は良設定であることが保証されている。すなわち、厳密解が一意に存在し、かつデータに対して解が連続的に変化する。しかし、境界値問題が良設定であることは必ずしも対応する境界積分方程式も良設定であることを意味しない。すなわち、特定の条件下で一意可解性が保証されない、あるいは解のパラメータ変動に対する連続性が成り立たない可能性がある。本講演は、Helmholtz 方程式の境界値問題に関する境界積分方程式の解のパラメータ変動に対する安定性について議論する。特に、簡単な例題について有限階作用素の導入によってこの問題が解決できることを示す。

2. 定式化

2.1. Helmholtz 方程式の外部 Dirichlet 問題

$\Omega \subset \mathbb{R}^2$ を有界な開部分集合として、その境界 $\partial\Omega$ は $C^{1,\alpha}$ 級 ($\alpha \in (0,1]$) かつ補領域 $\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ は連結であるとする。与えられた $g \in C(\partial\Omega)$ と $k > 0$ に関して、次の境界値問題を満たす $u \in C^2(\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}) \cap C(\mathbb{R}^2 \setminus \Omega)$ について考える。

$$(P_k) \quad \begin{cases} -\Delta u - k^2 u = 0 & \text{in } \mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega} \\ u = g & \text{on } \partial\Omega \\ u \text{ satisfies the Sommerfeld radiation condition} \end{cases}$$

この問題 (P_k) はすべての $k > 0$ で一意可解であることが知られている[2)]。また、その解は次の層ポテンシャルによって表示できる。

$$u(x) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y) - \mathrm{i}\eta G_k(x,y) \right) \varphi(y) \mathrm{d}s(y)$$

ここに、$G_k(x,y) = (\mathrm{i}/4) H_0^{(1)}(k|x-y|)$ は基本解であり、$\varphi \in C(\partial\Omega)$ は次の境界積分方程式の一意の解である。

$$(Q_k) \quad (I + D_k - \mathrm{i}\eta S_k)\varphi = 2g$$

$\eta > 0$ は任意の定数であり、境界積分作用素 S_k, $D_k : C(\partial\Omega) \to C(\partial\Omega)$ は次式で定義される。

$$(S_k\psi)(x) := 2\int_{\partial\Omega} G_k(x,y)\psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

$$(D_k\psi)(x) := 2\int_{\partial\Omega} \frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y)\psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

2.2. 低周波破綻と有限階作用素による修正

周波数から基本解への写像 $k \mapsto G_k$ は $k > 0$ において適当な位相に関して連続であるが、この対応を $k = 0$ で連続に拡張することは困難である。これは、G_k が滑らかな関数 $R_k(x,y)$ を用いて次のように分解できることから明らかである。

$$G_k(x,y) = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{|x-y|} - \frac{1}{2\pi} \log k + R_k(x,y) \qquad (1)$$

したがって、$k > 0$ で定義された境界積分作用素 S_k と D_k を作用素ノルム位相で $k = 0$ に連続に拡張することができず、(Q_k) の数値計算スキームは $k = 0$ の近傍で不安定になることが予想される。

この考察は、境界値問題 (P_k) の解が $k = 0$ に拡張できないことを意味しない。実際、式 (1) より $k = 0$ で特異となる項は $1/(2\pi)\log k$ のみであり、これは定数関数であるから

$$(-\Delta - k^2)\frac{1}{2\pi}\log k \xrightarrow[k\to 0_+]{} 0 \quad \text{uniformly in } \mathbb{R}^2$$

が成り立つ。さらに、任意の $k > 0$ について

$$u(x) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y) - \mathrm{i}\eta G_k(x,y) - \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi}\log k \right) \varphi(y)\mathrm{d}s(y) + c \qquad (2)$$

は $(\varphi, c) \in C(\partial\Omega) \times \mathbb{C}$ が次式を満たすとき Helmholtz 方程式 $(-\Delta - k^2)u = 0$ in $\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ の解である。

$$c - \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi}\log k \int_{\partial\Omega} \varphi(y)\mathrm{d}s(y) = 0$$

一重層、二重層ポテンシャルの跳躍公式より、$(\varphi, c) \in C(\partial\Omega) \times \mathbb{C}$ が次の方程式の解であれば式 (2) で与えられる $u \in C^2(\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega})$ は $u \in C(\mathbb{R}^2 \setminus \Omega)$ であり、また $u = g$ on $\partial\Omega$ を満たす。

$$(Q_k') \quad \begin{bmatrix} I + A_k & 1 \\ J & -\pi/(\mathrm{i}\eta \log k) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2g \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここに、$A_k : C(\partial\Omega) \to C(\partial\Omega)$ および $J : C(\partial\Omega) \to \mathbb{C}$ は次式で定義される。

$$(A_k\psi)(x) := 2\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y) - \mathrm{i}\eta G_k(x,y) - \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi}\log k \right) \psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

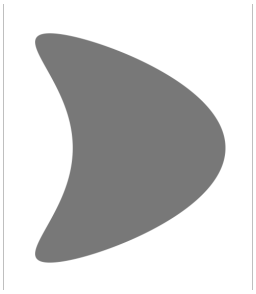


Fig. 1　Kite-like obstacle Ω.

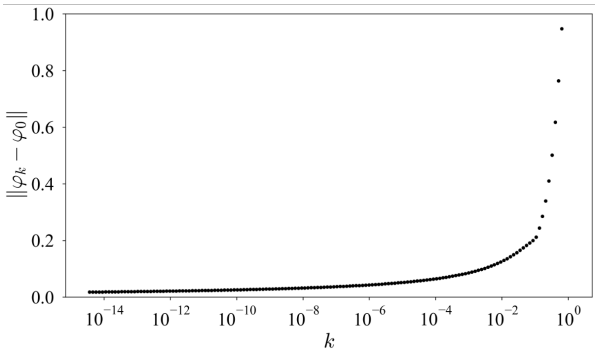


Fig. 2　Variation $\|\varphi_k - \varphi_0\|$ versus k.

$$J\psi := \int_{\partial\Omega} \psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

$k > 0$ かつ (φ, c) を (Q'_k) の解とすると、この φ は (Q_k) の解である。反対に、$k > 0$ かつ φ を (Q_k) の解とすると、

$$c := \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi} \log k \int_{\partial\Omega} \varphi(y)\mathrm{d}s(y)$$

で定められる (φ, c) は (Q'_k) の解である。この意味で、(Q_k) と (Q'_k) は特に $k > 0$ のとき等価である。一方で、(Q'_k) 左辺の 2×2 に並べられた作用素は $k \to 0_+$ でノルム位相で連続に拡張できることが期待できる。

3. 数値例

Fig. 1 に示す形状の Ω について、$g(x) = -\mathrm{e}^{\mathrm{i}x_1}$ で与えた際に積分方程式 (Q'_k) の近似解を Nyström 法[1] で計算した結果を示す。

φ_0 および 0 付近の k で計算された φ_k について、その差の一様ノルム $\|\varphi_k - \varphi_0\|$ を計算した結果を Fig. 2 に示す。この結果から、(Q'_k) の近似解は非常に小さい $k > 0$ についても数値安定的に計算可能であることが示唆される。

4. 結言

本研究は、2 次元 Helmholtz 方程式の Dirichlet 問題を対象として、その低周波極限において数値安定な境界積分方程式を立式した。数値計算結果から、提案された積分方程式の Nyström 法による離散化は、非常に小さい周波数においても数値安定であることが確認された。

参考文献

1) R. Kress: Linear Integral Equations, Third edition, 2014.
2) D. Colton and R. Kress: Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, Fourth edition, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フォトンのスピンを考慮した電磁波の境界要素法
Boundary Element Method for Electromagnetic Waves with Photon Spin

植田　毅（慈恵医大・学情セ）
Tsuyoshi UETA, The Jikei University School of Medicine
E-mail: tsuyoshi_ueta@jikei.ac.jp

Employing a linear sum of the electric field (real part) and the magnetic field (imaginary part) as the dependent variable, Maxwell's equations become the equation of first order differentials in both time and space like the Dirac equation for a massless particle. In this study, we attempt to develop a boundary element method for the steady state of this equation.

１．はじめに

電磁波の数値計算をするときは，電場と磁場を従属変数として Maxwell 方程式を連立して解くか，Maxwell 方程式を統合して電場か磁場の波動方程式（散逸がある場合は電信方程式）として解く．後者の場合，元々時間についても空間についても１階の微分方程式である Maxwell 方程式を時間，空間ともに２階の微分方程式として解くことになる．

電磁場の波動方程式は，相対論的な分散関係

$$E=\sqrt{(mc^2)^2+(c\boldsymbol{p})^2} \tag{1}$$

(m, c, $\boldsymbol{p}$はそれぞれ、物体の質量，光速，運動量)を量子化することに依っても得られる．それは，クライン-ゴルドン方程式において質量を 0 としたものに他ならない．この導出過程では分散関係の平方根を除くために，エネルギー(時間微分)及びハミルトニアン(運動量と座標で書いた力学的エネルギー)を2乗(演算子としては2回演算)する．この過程が情報欠落の原因となる．相対論的な分散関係の量子化においては，物質(確率，エネルギー)保存則を満たさせるため，時間に関して1階の微分方程式であることを要求し，量子化することも可能である．それがディラックの量子化であり，そこから，電子の負のエネルギー状態，スピンが自然と導出される．ディラック型の方程式は時間，空間ともに1階の微分方程式である．光子をこのように量子化することも可能で，得られる方程式は Maxwell 方程式そのものになる．電子などの粒子場，電磁場ともに本質的に空間に関して1階の微分方程式である [1]．本研究では，この定常問題を2階の微分方程式を介することなく，境界積分方程式化し，安定に解が得られる境界要素法が構築できるか試みる．

２．統合 Maxwell 方程式 [2]

電場 $\boldsymbol{E}$ を実部，磁場 $\boldsymbol{H}$ を虚部として線形結合した場

$$\boldsymbol{\psi}=\sqrt{\varepsilon}\boldsymbol{E}+i\sqrt{\mu}\boldsymbol{H} \tag{2}$$

を導入する．ここで，ε，μはそれぞれ，その場の誘電率および透磁率である．場$\boldsymbol{\psi}$を用いると，Maxwell 方程式は

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{\psi}=i\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial t} \tag{3}$$

と書ける．

ここで，３つの 3×3 の行列

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix},\ \sigma_y=\begin{pmatrix}0&0&i\\0&0&0\\-i&0&0\end{pmatrix},\ \sigma_z=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \tag{4}$$

を定義し，ベクトル$\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$として，ハミルトニアン

$$\mathcal{H}\equiv c\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p} \tag{5}$$

を$\boldsymbol{p}=-i\hbar\boldsymbol{\nabla}$のように量子化すると，

$$\frac{\mathcal{H}}{c\hbar}=\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{\hbar}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}(-i\partial_x)+\begin{pmatrix}0&0&i\\0&0&0\\-i&0&0\end{pmatrix}(-i\partial_y)+\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}(-i\partial_z)$$
$$=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-\partial_x\\0&\partial_x&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&\partial_y\\0&0&0\\-\partial_y&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&-\partial_z&0\\\partial_z&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}0&-\partial_z&\partial_y\\\partial_z&0&-\partial_x\\-\partial_y&\partial_x&0\end{pmatrix}$$

となり，式(3)は

$$i\hbar\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial t}=c\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\boldsymbol{\psi}=\mathcal{H}\boldsymbol{\psi} \tag{6}$$

のように，ディラック方程式のような形に書き変えられる．

この定式化において，$\hbar\boldsymbol{\sigma}$は大きさ$\hbar$の光子のスピンを表し、

$$\rho\equiv\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{\psi} \tag{7}$$

は電磁場のエネルギー密度を表し、

$$\boldsymbol{j}=\frac{c}{2}\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\psi}=-i\frac{c}{2}\boldsymbol{\psi}^*\times\boldsymbol{\psi}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H} \tag{8}$$

はポインティングベクトルである。このとき、

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j} \tag{9}$$

のように連続の式が成り立ち，エネルギー保存則が満たされる。同様にスピンを含めた角運動量の保存則も示される。

３．定常問題

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r})e^{-i\omega t} \tag{10}$$

のように，定常問題

$$\hbar\omega\boldsymbol{\phi}=c\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\boldsymbol{\phi}$$

つまり，

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{\phi}=\frac{\omega}{c}\boldsymbol{\phi} \tag{11}$$

を解く問題を考える．

４．積分方程式

$k=\omega/c$として，グリーン関数

$$\varepsilon_{ijk}\partial_i G_{jl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')-kG_{kl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')=\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta_{kl} \tag{12}$$

を用いると，ある閉曲面内において，式(11)を満たす場$\boldsymbol{\phi}$は

$$\phi_l=\int\varepsilon_{ijk}G_{il}\phi_j n_k dS'=\int(\boldsymbol{G}_l\times\boldsymbol{\phi})\cdot\boldsymbol{n}dS' \tag{13}$$

のように境界積分を用いて表すことができる．この積分表現にはグリーン関数G_{kl}，場の量ϕ_jともに空間微分を伴わないことが特徴である．これは1階の微分方程式を直接積分表現したことによる．

式(12)を満たすグリーン関数は [3]

$$G_{kl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \left(\delta_{kl} + \frac{1}{k^2}\partial_k\partial_l\right) g(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \tag{14}$$
$$g(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \equiv \frac{e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

のように陽に与えられる。

５．境界条件

式(13)左辺の被積分関数は

$$(\boldsymbol{G}_l \times \boldsymbol{\phi}) \cdot \boldsymbol{n} = (\boldsymbol{\phi} \times \boldsymbol{n}) \cdot \boldsymbol{G}_l$$

のように変形できるから，境界積分において場$\boldsymbol{\phi}$は接線成分のみが現れる。

フォトニック結晶のように，透磁率は一定で誘電率のみ変化する界面を考える．空間には電荷も電流もないものとする．
一方の領域の誘電率をε_1、場を$\boldsymbol{\phi}_1$，もう一方の領域の誘電率と場をε_2，$\boldsymbol{\phi}_2$とすると，界面での境界条件は

$$(\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{15}$$
$$(\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{16}$$

であるから，場$\boldsymbol{\phi}$を用いると

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}(\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}_1^*) \times \boldsymbol{n} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}}(\boldsymbol{\phi}_2 + \boldsymbol{\phi}_2^*) \times \boldsymbol{n} \tag{17}$$
$$(\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_1^*) \times \boldsymbol{n} = (\boldsymbol{\phi}_2 - \boldsymbol{\phi}_2^*) \times \boldsymbol{n} \tag{18}$$

と表せる。

６．まとめ

Maxwell 方程式から，閉曲面内の場を境界上の場とグリーン関数の境界積分により表す定式化を行った．この境界積分の被積分関数には，場とグリーン関数の微分を含んでおらず，場の微係数の離散化において誤差が増大する一般的な境界要素法よりも有利な定式化であると考えられる．しかしながら，ディアディックグリーン関数そのものに２階微分を含んでおり，方程式そのものは超特異性を含む．

このような形式には，Clifford 代数を用いて，ディラック方程式までも含んだ定式化を行っている例がある [4,5,6]．方程式そのものには大きなアドバンテージがあると考えられるが，この定式化がフォトニック，フォノニックなメタマテリアルの解析に用いられた例はない．

本研究では，超特異性の克服と境界要素法として数値計算上の特性を調べる．

参考文献

1) A. Tip, Linear absorptive dielectrics, Phys. Rev. A, 57, pp.4818-4841, 1998.
2) Philip R. Wallace: Mathematical Analysis of Physical Problems, (Dover, New York, 1972) p.288-291.
3) Kazuo Ohtaka, Tsuyoshi Ueta and Katsuki Amemiya: Calculation of photonic bands using vector cylindrical waves and reflectivity of light for an array of dielectric rods, Phys. Rev. B, 57, pp.2550-2568, 1998.
4) A. Chantaveerod, A. D. Seagar and T. Angkaew: Calculation of Electromagnetic Field with Integral Equation Based on Clifford Algebra, PIERS Proceedings, August 27-30, Prague, Czech Republic, pp.62-71, 2007.
5) Alan McIntosh: Clifford Algebras and the Higher Dimensional Cauchy Integral, Approximation and Function Spaces Banach Center Publications, 22, pp.253-267 (PWN Polish Scientific Publishers, 1989, Warsaw).
6) Alan McIntosh and Marius Mitrea: Clifford Algebras and Maxwell's Equations in Lipschitz Domains, Math. Meth. Appl. Sci., 22, pp.1599-1620, 1999.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-04：能動的流体制御）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:10 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-04 (1)

座長:深潟 康二(慶應義塾大学)

16:25 ~ 16:40

[14015] 表面帯電がLinear Plasma Synthetic Jet Actuatorの電気流体作用に与える影響

*石井 悠貴[1]、小室 淳史[2]、大友 衆示[1]、西田 浩之[1] (1. 東京農工大学、2. 産業技術総合研究所)

16:40 ~ 16:55

[14016] スパースプロセッシングPIVとプラズマアクチュエータを用いた翼周り剥離流れのリアルタイムフィードバック流体制御

*野々村 拓[1]、ビゲラ ロドリゴ[2] (1. 名古屋大学、2. 東北大学)

16:55 ~ 17:10

[14017] 進行波壁面による乱流抵抗低減制御 ― 実験研究の進展と力学機構の解明 ―

*岩本 薫[1] (1. 東京農工大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表面帯電が Linear Plasma Synthetic Jet Actuator の電気流体作用に与える影響
Effect of Surface Charging on the Electrohydrodynamic Effect in Linear Plasma Synthetic Jet Actuator

石井　悠貴（農工大・工）　小室　淳史（産総研）　大友　衆示（農工大・工）　西田　浩之（農工大・工）
Yuki ISHII, Tokyo University of Agriculture and Technology
Atsushi KOMURO, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
Shūji ŌTOMO, Tokyo University of Agriculture and Technology
Hiroyuki NISHIDA, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: yuki@st.go.tuat.ac.jp

To reduce aerodynamic drag in mobility applications, Linear Plasma Synthetic Jet Actuator (LPSJA) has attracted significant attention. However, its induced flow exhibits complex flow characteristics depending on voltage conditions and electrode distance λ. In this study, we focus on variations in surface charge of LPSJA to investigate the underlying flow mechanism. Particularly, we conducted phase-resolved flow field measurements and time-resolved surface potential distribution measurements. The results revealed that increased surface charge enhances the electric field, promoting flow acceleration. Conversely, the collision of flows generates a counter-pressure gradient that decelerates the flow. These findings indicate that the LPSJA flow field is determined by the balance between electric field enhancement and fluid interference.

1. はじめに

モビリティの抵抗低減による環境負荷の抑制に向け，プラズマアクチュエータ(PA, Fig. 1(a))を用いた流体制御技術が注目を集めている．PA は誘電体を 2 枚の電極で挟んだ簡易な構造を有し，高速応答性に優れる．PA は電極間に交流高電圧を印加することで駆動し，放電に伴うプラズマを生成する．このプラズマ中の荷電粒子が電界により加速され，大気中の中性粒子と運動量交換衝突することで体積力を生じ，能動的に流れを制御する．この PA の設計コンセプトの一つに，複数の PA を列状に集積した Linear Plasma Synthetic Jet Actuator(LPSJA, Fig. 1(b))が存在する．複数の PA を集積することで，より広範囲に，より自由度の高い流れ制御を行うことができる．しかし，LPSJA の課題として，電圧条件や集積間隔 λ に応じて体積力および付随するイオン風が複雑に変化することが挙げられる [1]．この変化の物理メカニズムは未だ十分に解明されておらず，実用化に向けた高精度な流れ制御を実現するためには，その詳細な解明が不可欠である．

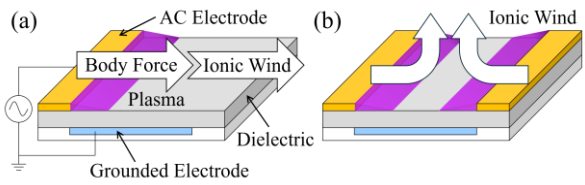


Fig. 1 Schematic of (a) PA and (b) LPSJA.

本研究の最終目標は，LPSJA におけるイオン風の変化メカニズムを解明することである．本発表では，その第一段階として，電界変化を通じて PA の駆動特性に多大な影響を及ぼす [2]誘電体表面の帯電に着目する．具体的には，電圧位相変化に同期した高時間分解での流速場および電位分布の計測結果を比較することで，帯電特性の変化が LPSJA のイオン風に及ぼす影響の解明を図る．

2. 研究手法

LPSJA は 1 枚の誘電体を挟む 2 枚の AC 電極および 1 枚の接地電極で構成される．本研究では，誘電体に 1 mm 厚 BGO，AC 電極に鋸歯状に整形した 35 μm 厚銅テープ，接地電極に ITO 膜を用いた．流速場計測には粒子画像流速測定法(PIV)，表面電位分布計測にはポッケルス計測法 [3]を用いた．流速場計測は 1 周期を 40 分割した 9°ごとの位相平均場計測とし，表面電位分布計測は特定の 6 位相(0°, 45°, 90°, 180°, 225°, 270°)における瞬時場計測として実施した．LPSJA の印加電圧条件は，周波数 5 kHz，電圧 10 kV_{pp} の正弦波とした．LPSJA における AC 電極の集積間隔 λ は 8 mm とし，LPSJA の実験結果と単体 PA(Single PA)の結果を比較することで，集積化に伴う帯電特性の変化がイオン風に及ぼす影響を調査した．

3. 結果

LPSJA($\lambda = 8$ mm)の流れ場の例を Fig. 2(a)に示す．2 つの電極から生じたイオン風は水平方向(x 方向)に進行した後，中央部で衝突し，垂直方向(y 方向)に偏向する．この流れ場における x 方向最大流速 u_{max}(Fig. 2(a)内赤色プロット部)の時間変化を Fig. 2(b)に示す．灰色の実線に印加電圧波形，水色の実線に放電電流波形を示す．赤色のプロットに Single PA の結果を，緑色のプロットに $\lambda = 8$ mm の結果を示す．これらの結果から，Single PA および $\lambda = 8$ mm のいずれにおいても，位相 0°付近で流速の減速傾向，180°以降に加速傾向が確認された．また，両者を詳細に比較すると，$\lambda = 8$ mm の方が加減速の変化量が大きく，かつ流速が変化し始める位相が速い傾向にある．この差異が生じる原因について，表面電位分布の観点から考察する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

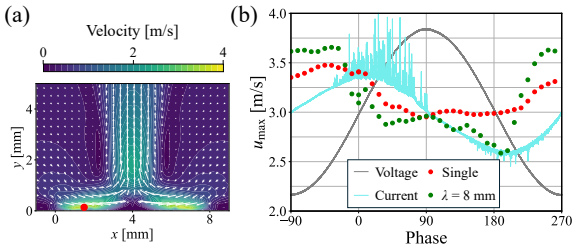


Fig. 2 (a) Spatial coordinates and (b) temporal evolution of the maximum flow velocity u_{max} in the x-direction.

表面電位分布の計測結果を Fig. 3 に示す. (a)は位相 0°, (b)は位相 180°の結果であり，電圧印加直後 66 周期目から 99 周期目までの結果を位相平均している．上段は Single PA，下段は $\lambda = 8$ mm の結果である．また，この電位分布から算出した x 方向の電位・電界プロファイルを Fig. 4, 5 に示す．$x = 0$ mm を電極先端座標とし，集積間隔 λ の半分に相当する $x = 4$ mm までの範囲を示す．PA の駆動過程において, 印加電圧の正勾配区間では正電界が, 負勾配区間では負電界がそれぞれプラズマ中のイオンを加速することで体積力を生じる．したがって，位相 0°では電界が正，180°では負であるほど電界が強化されていると考える. Fig. 5 を確認すると, 0°, 180°のいずれも, Single PA と比較して $\lambda = 8$ mm で電界が強化されている．これは，LPSJA において対向する電極から進展した放電が近接し, 表面帯電量が増大したためと考えられる. この電界強化が $\lambda = 8$ mm において流速の加速量が増大し，加速タイミングが先行した要因である．したがって，PA の集積化は表面帯電の増大を誘起し，電界の強化を介してイオン風生成を促進するといえる．

一方で，位相 0° においては，電界が強化されているにもかかわらず $\lambda = 8$ mm での減速傾向が顕著であった．この要因として，イオン風の衝突に伴う圧力勾配の影響および放電形態の相違が挙げられる．Fig. 2(a)の流速場に着目すると，イオン風の衝突部である $x = 4$ mm 付近に低流速領域が存在する. これは, 対向するイオン風の衝突によって生じた局所的な高圧領域である. この高圧領域は, 電極から進行するイオン風に対して逆方向の圧力勾配を形成する．また一般に，PA の駆動過程において，正勾配区間では進展距離の長いストリーマ放電が，負勾配区間では拡散的なグロー放電が生じる. そして, 体積力生成への寄与はグロー放電区間が支配的であり，正勾配区間での体積力は相対的に弱いと報告されている [4]．したがって，正勾配区間では，電界強化による体積力促進効果が圧力勾配の減速効果を下回り，結果として減速効果が強くなったと考えられる．

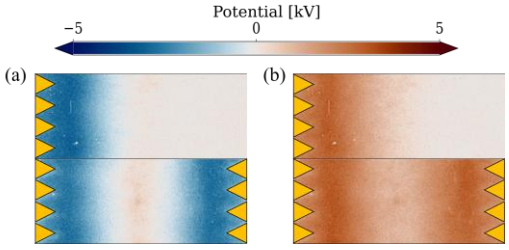


Fig. 3 Time-averaged surface potential distribution at phase (a) 0° and (b) 180°.

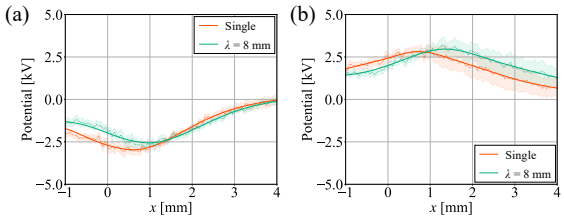


Fig. 4 x-direction surface potential profile at phase (a) 0° and (b) 180°.

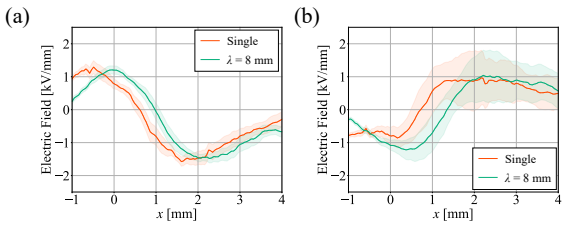


Fig. 5 x-direction electric field profile at phase (a) 0° and (b) 180°.

4. 結言

LPSJA の誘起流変化メカニズムを解明するため，表面帯電に着目した実験的調査を行った. その結果, LPSJA では表面帯電量の増大に伴う電界強化によって，イオン風の加速が促進されることが明らかとなった. 一方で, イオン風の衝突に起因する圧力勾配が減速効果として作用することも確認された．以上より，最終的な LPSJA の流れ場は，これら電界強化による加速と圧力勾配による減速のバランスによって決定されることが示された.

参考文献

1) Michael Wicks, Flint O. Thomas, Thomas C. Corke, Mehul Patel and Alan B. Cain, Mechanism of Vorticity Generation in Plasma Streamwise Vortex Generators, AIAA J. 53 (2015).
2) S. Sato, N. Ohnishi, Role of surface discharge dynamics in the generation of electrohydrodynamic force: toward performance improvement of dielectric barrier discharge plasma actuators, J. Phys. D Appl. Phys. 58 (2025).
3) T. Uemura, H. Nishida, R. Ono and A. Komuro, Effect of nitrogen/oxygen ratios on surface charge distributions generated by repetitive surface dielectric barrier discharges. Plasma Sources Sci. Technol., 33 (2024).
4) N. Benard, E. Moreau, Electrical and mechanical characteristics of surface AC dielectric barrier discharge plasma actuators applied to airflow control, Exp. Fluids 55 (2014).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

スパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを用いた翼周り剥離流れのリアルタイムフィードバック流体制御

Real-time Feedback Control of Separated Flow around airfoil Using Sparse Processing PIV and Plasma Actuators

野々村 拓（名古屋大学）　ロドリゴ ビゲラ（東北大学）
Taku NONOMURA, Nagoya University
Rodrigo VIGUERA, Tohoku University
E-mail: nonomura@nagoya-u.jp

Real-time feedback flow control requires rapid observation of the flow field. Plasma actuators (PAs) are promising devices for active flow control because of their fast response and ease of installation. In this study, real-time feedback control of separated flow around an airfoil is demonstrated using sparse processing particle image velocimetry (SPPIV) and plasma actuators. SPPIV reconstructs the velocity field by estimating proper orthogonal decomposition (POD) modes from sparsely sampled PIV measurements, enabling real-time flow-field estimation. Wind-tunnel experiments were conducted using a NACA0015 airfoil equipped with plasma actuators. Several control strategies were tested, including predetermined burst actuation, linear-model-based single-step prediction (SSP), multi-step prediction (MSP), and an adaptive control pattern (ACP) proposed in this study. The ACP method adjusts the burst actuation frequency according to the modal coefficient representing the flow state. The results show that ACP successfully suppresses flow separation even at lower actuation voltages where predetermined burst control fails, demonstrating the effectiveness of adaptive feedback control based on real-time velocity-field observation.

1. はじめに

これまでに様々な流体制御方法が提案されてきている．プラズマアクチュエータは，取り付けの容易性や即応性などに優れており，将来的な流体制御デバイスとして有望視されている．特に，この即応性を利用したフィードバック制御に注目が集まりつつある．

リアルタイムの流体制御を実現するためには，リアルタイムの流体観測が必要になる．特に速度場を用いたフィードバック制御は，流れ場の剥離や付着，渦の移流と行った重要な特徴を捉えた流体制御につながると期待される．著者らの研究グループでは，リアルタイム流体観測を実現する方法として，粒子画像流速測定法（PIV) に基づき，スパースな点のみを観測して，POD モードを推定するスパースプロセッシング PIV を提案，実証してきている[1)–3)]．

これまでに，スパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを利用したリアルタイムフィードバック制御を行うことで，円柱周り流れのカルマン渦による流れ場の非対称性を抑える研究に成功している[4)]．本発表ではスパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを利用したリアルタイムを翼周り剥離制御に適用した結果を報告する．なおこれらの結果は，論文[5)] に報告したものに基づく．

2. 制御システム

解析のフローチャートを図に示す．詳細は論文を参照されたい．流体制御には，バースト駆動のプレデターミンド制御，1 ステップ先を予測する線形モデル SSP，複数ステップ先を予測する線形モデル MSP，流れ場の状況に応じてバースト駆動を切り替える ACP を試行した．ACP は本研究で提案する方法であり，第一モードのモード係数に応じて，バースト駆動の周波数を変更する制御方法となる．

3. 実験

験は名古屋大学基礎空力研究用小型風洞 (ν-BART) で 実施し，2 つの PA（利用したのは前縁の一つのみ）を設置した NACA0015 模型 (翼弦長 100 mm，幅 300 mm) を用いた．ハイスピードカメラに Photron 社の IDP-Express R2000 を利用した．主流速度は 10 m/s，PIV 計測時の撮影速度は 4,000 fps とした．このとき，レイノルズ数は 63,000 である．駆動にはピー・エス・アイ社の高電圧出力アンプ PSI-PA1050N を用いた．PA の波形は 10,000 Hz，8 kVpp の正弦波に設定し，ON の間のみ放電した．2 つの PA の動作はそれぞれ独立である．リアルタイム制御では，PA をコンピュータに組み込んだ National Instrument 社の I/O デバイス PCIe-6323 のデジタル出力を利用した．

4. 制御結果

図に結果を示す．8 kV の高電圧ではバースト駆動のプレデターミンド制御でも翼型の剥離を抑えることができる一方，6 kV では，失敗する．一方，線形モデルに基づく，SSP や MSP では制御できていない．一方で提案する ACP 法は少ない電圧の場合にも流体場を制御することに成功している．

この結果は，剥離した流れ場に変動を与える周波数と付着した流れを保つためのバースト周波数が異なることを示唆しており，今後のより効率的な剥離流れの制御方法に示唆を与えるものと考える．

5. 結論

本研究では，スパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを用いたリアルタイム流体制御を実現し，その性能を評価した．流れ場の変化に応じてバースト周波数を変化させる ACP 法を用いることで効率的に流れ場を制御できること示した．本結果は今後のより効率的な剥離流れの制御方法に示唆を与えるものと考える．

参考文献

1) N Kanda, K Nakai, Y Saito, T Nonomura, K Asai : Feasibility study on real- time observation of flow velocity field using sparse processing particle image velocimetry , Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 64, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

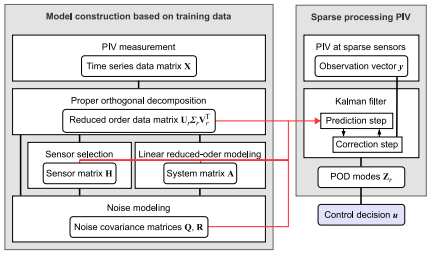


Fig. 1 Diagram of Real-time Feedback Control Using Sparse Processing PIV..[5)]

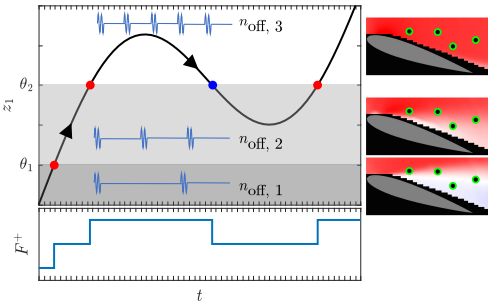


Fig. 2 Diagram of ACP flow control.[5)]

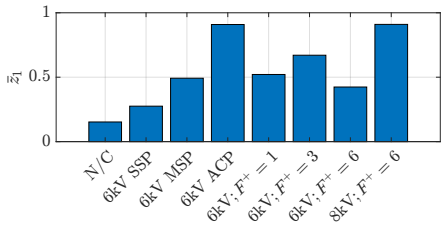


Fig. 3 Results of flow control. The mode coefficient z_1 of 1 and 0 shows attached and separated flows, respectively. The legend with F^+ is predetermined burst control with that nondimensional frequency F^+.[5)]

2) N Kanda, C Abe, S Goto, K Yamada, K Nakai, Y Saito, K Asai, T Nonomura: Proof-of-concept study of sparse processing particle image velocimetry for real1-time flow observation , Experiments in Fluids, 63, 2022.
3) C Abe, N Kanda, K Nakai, T Nonomura: Robust and multiresolution sparse processing particle image velocimetry for improvement in spatial resolution, Journal of Visualization 28 2025.
4) T Nonomura, C Abe, R Naramura, Y Sasaki: Real-time feedback control of flow velocity field using sparse processing particle image velocimetry and plasma actuators , Experiments in Fluids, 66, 2025.
5) R Viguera, R Naramura, Y Sasaki, T Nonomura: Adaptive Control Pattern for Real-Time-Visual-Feedback Flow Separation Control over Airfoil with Sparse Processing Particle Image Velocimetry and Plasma Actuator , Experiments in Fluids, 67, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

進行波壁面による乱流抵抗低減制御
— 実験研究の進展と力学機構の解明 —
Turbulent Drag Reduction by Traveling-Wave Walls: Experimental Progress and Physical Mechanisms

岩本　薫（農工大・工）
Kaoru IWAMOTO, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: iwamotok@cc.tuat.ac.jp

Reduction of skin-friction drag in wall turbulence is an important issue directly related to energy saving in transportation systems, and active control using traveling waves imposed on a wall has attracted considerable attention as a promising approach. In this lecture, recent progress in experimental studies on turbulent drag reduction in a turbulent boundary layer over a traveling-wavy wall formed on a flexible rubber sheet is presented. Wind-tunnel experiments confirmed the reduction of skin-friction drag by the traveling-wavy wall. In addition, the streamwise evolution of the turbulent boundary layer developing over the traveling-wavy wall was measured, and it is experimentally demonstrated for the first time that the drag-reduced state can be maintained over a wide streamwise extent. Furthermore, changes in vortex structures are captured by stereoscopic PIV measurements. Combined with insights from DNS and pathline analysis of traveling-wave blowing and suction control, the mechanical mechanism of drag reduction through modulation of near-wall quasi-coherent turbulent structures is discussed.

１．はじめに

壁乱流の摩擦抵抗低減は輸送機器の省エネルギー化に直結する重要課題であり，壁面に進行波を与える能動制御は有望な手法として注目されている．本講演では，柔軟ゴムシート上に形成した進行波状壁面を用いた乱流境界層抵抗低減の実験研究の進展を紹介する．風洞実験（図 1, 2）により進行波状壁面による摩擦抵抗低減を確認するとともに，進行波状壁面上で発達する乱流境界層の流下方向変化を計測し，抵抗低減状態が流下方向に広く維持されることを実験により初めて明らかにした [1,2]．さらにステレオ PIV 計測により渦構造の変化を捉え [3]，進行波状吹出・吸込み制御の DNS および流跡線解析の知見と併せて [4,5]，壁近傍の乱流準秩序構造の変調を通じた抵抗低減の力学機構について議論する．

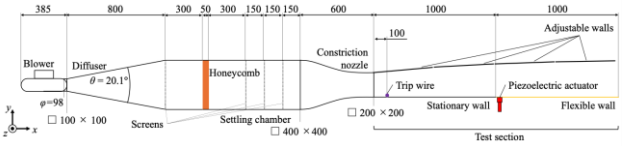


Fig. 1 Schematic of turbulent boundary layer wind tunnel (dimensions in mm)[1].

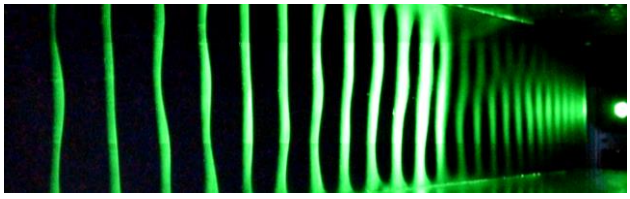


Fig. 2 Visualization of traveling wave[1].

参考文献

1) Y. Yoshida, T. Nimura, A. Mitsuishi, A. Murata and K. Iwamoto: Drag reduction of turbulent boundary layer flow with traveling wavy wall on flexible rubber sheet, Phys. Fluids 37, 075208, 2025.
2) Y. Yoshida, T. Nimura, A. Mitsuishi, A. Murata and K. Iwamoto: Streamwise evolution of drag-reduced turbulent boundary layer over a traveling wavy wall, J. Fluid Mech., in press, 2026.
3) 伊藤 興希，仁村 友洋，村田 章，岩本 薫: 進行波状壁面変形によって制御された乱流境界層流れにおける渦のステレオ PIV 計測，日本機械学会 第 102 期流体工学部門講演会，2024.
4) S. Koganezawa, A. Mitsuishi, T. Shimura, K. Iwamoto, H. Mamori and A. Murata: Pathline Analysis of Traveling Wavy Blowing and Suction Control in Turbulent Pipe Flow for Drag Reduction, Int. J. Heat Fluid Flow, 77, 0142-727X, 2019.
5) H. Mamori, K. Iwamoto and A. Murata: Effect of the Parameters of Traveling Waves Created by Blowing and Suction on the Relaminarization Phenomena in Fully Developed Turbulent Channel Flow, Phys. Fluids 26, 015101, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (1)

座長：河原源太（大阪大学）

9:10 ~ 9:25

[15001] Navier-Stokes乱流における同期：データ同化とLyapunov解析によるダイナミクスの理解

*犬伏 正信[1]、Caulfield Colm-cille[2] (1. 東京理科大学、2. ケンブリッジ大学)

9:25 ~ 9:40

[15002] 粘弾性乱流境界層中の有限長角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係

*鷲見 竜雅[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学大学院)

9:40 ~ 9:55

[15003] 高分子や界面活性剤の添加による乱流変調の物理機構

*後藤 晋[1]、増田 颯人[1]、鈴木 雅大[1]、Peruchi Zanca Augusto[1]、小井手 祐介[1]、本告 遊太郎[1] (1. 大阪大学)

9:55 ~ 10:25

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Navier–Stokes 乱流における同期：データ同化とLyapunov解析によるダイナミクスの理解
Synchronisation in Navier–Stokes turbulence: insights from data assimilation and Lyapunov analysis

犬伏　正信（理科大・理）　Colm-cille P. Caulfield（ケンブリッジ大・DAMTP）
Masanobu INUBUSHI, Tokyo University of Science
Colm-cille P. CAULFIELD, University of Cambridge
E-mail: inubushi@rs.tus.ac.jp

In Navier–Stokes turbulence, large-scale turbulent flows inevitably determine small-scale flows. Previous studies using data assimilation with the Navier-Stokes equations indicate that employing observational data resolved down to a specific length scale enables the successful reconstruction of small-scale flows. We characterise both the critical length scale and the associated exponential convergence rate through conditional Lyapunov exponents, ergodic invariants of the Navier–Stokes system.

Navier–Stokes 乱流の性質として，非線形性および大自由度性があげられる．この乱流ダイナミクスの性質を理論的に特徴付ける方法として，近年データ同化手法が注目を集めている[1]．数学的には古くからDetermining Modes等の概念として研究されてきた性質（文献[2]のChapter III - Finite Dimensionality of Flows参照）であるが，数値的研究や以下で述べるようなデータ駆動型手法との関連で研究が盛んになっている．

データ同化（その中でも最も単純な直接挿入法Direct Insertion Method）では流体の速度場uに対して，観測可能な変数pと観測困難な変数qに分解すること，すなわち$u = p + q$を考える．ここでは，pを速度場の大スケール成分，qを速度場の小スケール成分と考える[3,4]．

データ同化の目標は，部分観測データ$(p(t))$を用いて，観測困難な変数qの推定値$\hat{q}$を得ることである．その一結果をFig. 1に示す[4]．上段は直接数値計算（DNS）の結果（渦度場）であり，$u(t) = p(t) + q(t)\ (0 \le t \le 3)$を表す．ここでデータ同化の開始時刻を$t = 0$とした．中段は部分観測データであり$p(t)$を表す．これは単にDNSの結果をローパスフィルタした渦度場である．下段はデータ同化の結果であり，$\hat{u}(t) = p(t) + \hat{q}(t)$を表す．詳細は講演にて紹介するが，データ同化結果の渦度場は，急速に（実は指数関数的に）DNSの渦度場に漸近していることがわかる．この挙動は，初期推定$\hat{q}(0)$に依らずに確認されるため，小スケール渦度場が大スケール渦度場に同期するとみなすことができる．実際，力学系理論における同期解析手法である条件付きLyapunov指数を用いることで，これらの現象を（データ同化を離れて）Navier–Stokes方程式の性質として特徴付けることが可能である[3,4]．

本講演ではこの力学系的解釈に基づき，乱流のデータ同化研究について紹介する．データ同化は（気象予測など）応用上重要なデータ駆動型手法であるだけでなく，乱流のダイナミクスを隷属性・因果関係の観点から理解するための新たなアプローチとして有用である．また，2 次元乱流と3 次元乱流の違いが，データ同化に関する性質の著しい違いとして現れることを述べる[4]．最後に，これらのデータ同化に関する知見が，乱流の機械学習モデルを構築する上でも重要になること[5]を紹介する．

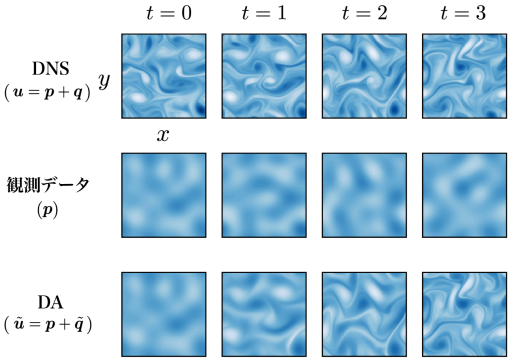


Fig. 1 Data assimilation experiment in Navier–Stokes turbulence. From top to bottom: a snapshot of the two-dimensional Kolmogorov flow with an Ekman friction term (DNS, corresponding to $u(t) = p(t) + q(t)$; the observational data (the vorticity field obtained by low-pass filtering the DNS vorticity field, corresponding to $p(t)$); and the data assimilation results (corresponding to $\hat{u}(t) = p(t) + \hat{q}(t)$).

参考文献

1) T. A. Zaki: Turbulence from an observer perspective, Annual Review of Fluid Mechanics 57, 2025.
2) C. Foias, O. Manley, R Rosa, and R Temam: Navier-Stokes equations and turbulence. Vol. 83. Cambridge University Press, 2001.
3) M. Inubushi, Y. Saiki, M. U. Kobayashi, and S. Goto: Characterizing small-scale dynamics of Navier–Stokes turbulence with transverse Lyapunov exponents: A data assimilation approach, Physical Review Letters, 131.25, 2023.
4) M. Inubushi and C. P. Caulfield: Synchronisation in two-dimensional damped-driven Navier-Stokes turbulence: insights from data assimilation and Lyapunov analysis, Journal of Fluid Mechanics, 1027, 2026.
5) S. Matsumoto, M. Inubushi, and S. Goto: Stable reproducibility of turbulence dynamics by machine learning, Physical Review Fluids, 9.10, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粘弾性乱流境界層中の有限長角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係

Turbulence Structures and Polymer Extension in the Wake of a Finite Wall-Mounted Square Cylinder in Turbulent Boundary Layers of Viscoelastic Fluids

鷲見　竜雅（名工大院）　仁村　友洋（名工大院）　武藤　真和（名工大院）　玉野　真司（名工大院）
Ryuga SUMI, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Tomohiro NIMURA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: r.sumi.505@stn.nitech.ac.jp

The drag reduction (DR) effect of viscoelastic fluids can significantly reduce the skin friction in the turbulent boundary layer. In practical applications, however, wall-mounted obstacles generate wake disturbances, which may influence DR performance. In this study, the direct numerical simulations (DNS) of the flow around a finite wall-mounted square cylinder in the turbulent boundary layer of viscoelastic fluids are performed to investigate the effect of polymer extension on turbulence structures in the wake.

1．緒言

粘弾性流体の抵抗低減（drag reduction: DR）効果[1]は，壁面における流動摩擦抵抗を顕著に低減させることが報告されており[2]，その工学的応用への期待が高まっている．しかし，流体輸送用の配管系や船舶の底面などの実用環境では，測定装置や制御装置などの障害物が壁面に設置されており，これらの後流で生じる乱れが DR 効果に及ぼす影響が懸念される．したがって，粘弾性流体中における壁面設置障害物後流の流動特性を明らかにすることが重要である．本研究では，DR 効果が発現する平板上粘弾性乱流境界層に有限長さの角柱を設置した流れの直接数値計算（DNS）を実施し，高分子流体中の角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係を調査した．

2．計算手法

DNS の支配方程式である無次元化された非圧縮性粘弾性流体の運動方程式を式(1)に示す．ただし，粘弾性応力は FENE-P モデル[3]に基づく構成方程式により与えた．

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\beta}{Re_{\theta_0}}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}+\frac{1-\beta}{Re_{\theta_0}}\frac{1}{Wi}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{L^2 C_{ij}}{L^2-C_{kk}}-\delta_{ij}\right) \quad (1)$$

式(1)は，主流速度 U_e，代表運動量厚さ θ_0，溶媒のせん断粘度 η_s，密度 ρ を用いて無次元化されている．式(1)中 Re_{θ_0}，Wi，β は，それぞれレイノルズ数 $Re_{\theta_0}\equiv\rho U_e\theta_0/\eta_s$，ワイセンベルク数 $Wi\equiv\lambda U_e/\theta_0$，せん断粘度比 $\beta\equiv\eta_s/\eta_0$ である．ここで，λ は高分子の緩和時間，η_0 は溶液のゼロせん断粘度である．また，式(1)中の L は高分子の最大伸長，C_{ij} はコンフォメーションテンソルである．本研究では，$Re_{\theta_0}=670$，$Wi=30$，$\beta=0.9$，$L^2=10000$ と設定した．計算手法の詳細は文献 2)を，計算モデルの詳細は文献 4)を参照されたい．

3．結果および考察

Fig. 1 に，Q 値（速度勾配テンソルの第二不変量）の等値面（青色），およびコンフォメーションテンソルのトレース C_{kk} の等値面（橙色）を示す． Fig. 1(a)は俯瞰視点，(b)は真上からの視点である．ここで，C_{kk} は高分子伸長を表す物理量である．Fig. 1(a)における Q 値の等値面に着目すると，角柱後流においてC字状に歪曲した特徴的な渦の形成が認められ，間欠的に下流側へ放出されていることが確認できる．一方で C_{kk} の等値面に着目すると，下流側に広がる形状が間欠的に繰り返されている．また，Fig. 1(b)より，Q 値と C_{kk} の等値面には対応関係が認められる．以上の結果より角柱下流の渦と高分子伸長の間の相関関係が示唆される．

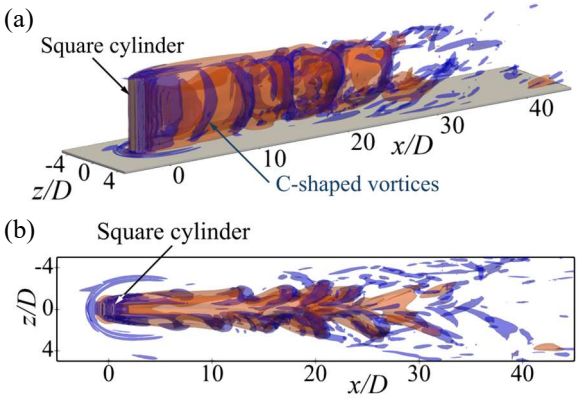


Fig. 1 Isosurface of instantaneous Q-criterion QD^2/U_e = 0.03 (blue) and trace of conformation tensor C_{kk}/L^2 = 0.4 (orange). (a) oblique view and (b) top view.

4．結言

本研究では，粘弾性乱流境界層に有限長角柱を設置した流れ場の直接数値計算を実施し，角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関連を調査した．その結果，角柱後流における渦形成と高分子伸長との間に相関関係があることが明らかになった．

謝辞

本研究は日本学術振興会科学研究費助成事業（JP23H01342）の助成を受けている．記して謝意を表す．

参考文献

1) B. A. Toms: Some Observations on the Flow of Linear Polymeric Solutions through Straight Tubes at Large Reynolds Numbers, Proceedings of Int. Congr. Rheol., 2, pp. 135–141, 1948.
2) S. Tamano, M. D. Graham, and Y. Morinishi: Streamwise Variation of Turbulent Dynamics in Boundary Layer Flow of Drag-Reducing Fluid, J. Fluid Mech., 686, pp. 352–377, 2011.
3) R. B. Bird, R. C. Armstrong, and O. Hassager: Dynamics of Polymeric Liquids. Volume 1: Fluid Mechanics, 2nd ed, Wiley Interscience, 1987.
4) R. Sumi, K. Maekawa, M. Muto, S. Tamano: Analysis of Turbulence Statistics Based on DNS in Wake of Wall Mounted Finite-Length Square Cylinder in Viscoelastic Turbulent Boundary Layer, Proceedings of J-K TFEC11, JK-TFEC11-1210, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高分子や界面活性剤の添加による乱流変調の物理機構

Physical Mechanisms of Turbulence Modulation by Polymer and Surfactant Additives

後藤 晋，増田 颯人，鈴木 雅大，Augusto Henrique Peruchi Zanca，小井手 祐介，本告 遊太郎（大阪大学・基礎工）
Susumu Goto, Hayato Masuda, Masahiro Suzuki, Augusto Henrique Peruchi Zanca, Yusuke Koide, Yutaro Motoori,
Graduate School of Engineering Science, The University of Osaka
E-mail: s.goto.es@osaka-u.ac.jp

The phenomenon where turbulence is reduced by adding dilute polymers or surfactants is well known. To understand the physical mechanism behind this turbulence modulation, we report the results of research conducted through experiments and numerical simulations of turbulence modulation by these additives.

１．はじめに

微量の高分子を乱流状態にある流体に添加すると，その乱流強度が劇的に低減する現象はトムズ効果として古くから知られる．同様の効果は，界面活性剤の添加でも見られる．このような添加剤による乱流制御方法は大がかりな制御装置などを必要としないので，既に実用化もされている．

一方で，この興味深い乱流変調現象の物理機構に関しては今もなお議論が続いている．古典理論 [1,2] はあるものの，その実験的な検証は，支配するパラメタの多さから，必ずしも容易ではない．一方で，非ニュートン流体の乱流の数値シミュレーションが可能となったことで，この現象を理解するための手がかりが得られるようになった．

そこで我々は，実験と数値シミュレーションを協働して，高分子や界面活性剤の添加による乱流低減の物理機構の解明に挑戦している．

２．手法

実験は，図１に示す乱流駆動装置を用いて行う．この装置では，直方体のタンクに作動流体を入れ，４つの互い違いの向きに回転する回転子により乱流を駆動する．回転子の形状としては，円柱状および平板状のものを用いる．前者は回転子表面の粘性応力により流れを駆動する（粘性撹拌），後者は回転子表面の圧力により流れを駆動する（慣性撹拌）に対応し，質的に異なる乱流を駆動できる．

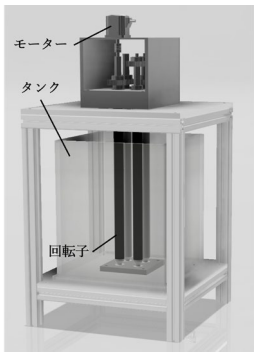


図１乱流駆動装置．

この装置内に駆動された乱流に高分子や界面活性剤を添加して，流れの統計性質がどのように変化するかを調べる．流速場の情報は，粒子画像流速測定（PIV）あるいは粒子追跡流速測定（PTV）と，レーザードップラー流速測定を併用して行う．

一方，数値シミュレーションでは，周期境界条件下の乱流を，ナビエ・ストークス方程式を有限差分法により解くことで求める．添加物の効果は，構成則（FENE-P モデル）を用いた手法，あるいは流体中を浮遊するダンベルと乱流の相互作用を評価する手法 [3] のいずれかで表現する．

３．結果

図１の実験装置を用いて行った実験結果を図２（a, b）に示す．図１(a) は水，(b) は界面活性剤（CTAC）を 75 ppm だけ添加した水溶液の PTV の結果を示す．これらの図からも，微量の添加物が劇的な効果をもち，回転子間に存在した渦が消滅することが確認できる．

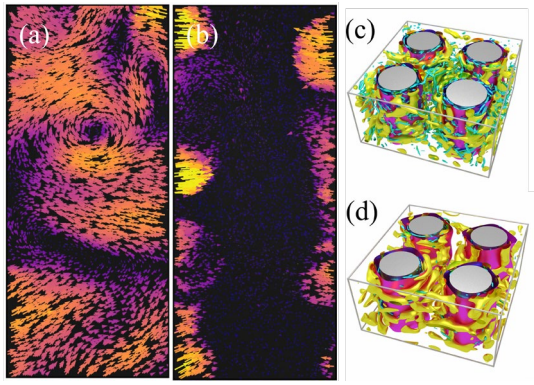


図２ (a, b) 図１の装置内に維持される水および界面活性剤水溶液の乱流（PTV による，粘性撹拌の結果）．(c, d) 同様の系に対する数値シミュレーションによる渦の可視化．

次に，同様の系における数値シミュレーション結果の例を図２(c, d) に示す．図２(d) には，高分子の添加による乱流が変調した状態における渦の可視化を示す（赤色が最大渦，黄色が中渦，青色が小渦）．実験と同様，本来は多様なスケールの渦が混在していた乱流（図２c）に対して，変調後の乱流では，より小さな渦から低減する様子が確認できる．

このような乱流低減は，乱流中のより小さい渦ほど短い時間スケールをもつことから定量的にも説明できる．物理機構の詳細は講演時に述べるとともに，出席者の皆さんと深く議論したい．

参考文献

1) J. Lumley 1969 Drag reduction by additives. Annu. Rev. Fluid Mech. 1, 367–384.
2) P. G. de Gennes 1986 Towards a scaling theory of drag reduction. Physica A 140, 9–25.
3) T. Watanabe & T. Gotoh 2013 Hybrid eulerian-lagrangian simulations for polymer-turbulence interactions. J. Fluid. Mech. 717, 535–575.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (2)

座長：米田剛（一橋大学）

10:35 ~ 10:50

[15004] 円管乱流におけるマイクロバブルの時空間分布に関する実験的試み

*呉 顕峰[1]、濱名 泰久[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[15005] Couette乱流における共変Lyapunovベクトルの整列と動力学

*佐々木 英一[1]、河原 源太[2]、山田 道夫[3] (1. 秋田大学、2. 大阪大学、3. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[15006] 薄い球殻と単位球面上のナヴィエ・ストークス方程式の弱解に対する差分評価

*三浦 達彦[1] (1. 東京都立大学)

11:20 ~ 11:50

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

円管乱流におけるマイクロバブルの時空間分布に関する実験的試み
An Experimental Investigation of the Spatial-Temporal Distribution of Microbubbles in Turbulent Pipe Flow

呉　顕峰（名大・工）　　濱名　泰久（名大・工）　　辻　義之（名大・工）
Xianfeng WU, Nagoya University
Yasuhisa HAMANA, Nagoya University
Yoshiyuki Tsuji, Nagoya University
E-mail: wu.xianfeng.i5@s.mail.nagoya-u.ac.jp

Microbubble-induced drag reduction has been widely studied through experiments and numerical simulations. Their physical properties, such as size distribution and morphology, play a key role in modulating turbulent flows. In this study, microbubbles with an average diameter of approximately 60 μm were introduced into a fully developed turbulent pipe flow. A two-dimensional backlight shadow imaging technique was used to measure the spatial-temporal distribution of microbubbles in the near-wall region. The present study aims to provide a new perspective on microbubble drag reduction mechanisms through a quantitative analysis of the spatial-temporal distribution of microbubbles in the near-wall region.

１．はじめに

国際貿易の 80%は船舶によるものであり，この過程で発生する二酸化炭素の排出量は世界全体の約 6%を占めている．現在，国際的な省エネと排出削減が非常に重視されており，船舶海運業においても環境への配慮がますます求められている．船舶輸送のエネルギーロスの 70%が海面による摩擦抵抗と言われており，抵抗低減により大規模な省エネ化が期待されている．船舶の流体抵抗に関する研究によれば，航行中に発生する抵抗は主に圧差抵抗と表面摩擦抵抗から成り立っている．油船，散貨船，およびコンテナ船において，表面摩擦抵抗が総抵抗の約 60%～80%を占めている [1]．そのため，表面摩擦抵抗低減は海運業において省エネと抵抗低減の観点から非常に重要である．これまで様々な摩擦抵抗低減技術が提案されているが，中でもマイクロバブル（microbubbles, MB）を用いた抵抗低減手法は，有望なアクティブ制御技術の一つとして注目されている．

著者らはこれまで，円管乱流に MB を導入した場合の乱流特性の変化について検討してきた. 先行研究では, MB 導入により小スケール乱流構造の統計量（内部エネルギー，体積，構造数）が低下することを報告した [2]．また，レイノルズ応力に関連する乱流事象について 4 象限解析を適用した結果，強い Q2 および Q4 事象が MB によって選択的に抑制されることを示した [3]．しかしながら，MB がこれらの乱流統計量や乱流事象に影響を及ぼすメカニズム，すなわち流れ場中において MB がどのように作用しているのかについては, 依然として十分に明らかではない. 一方で，気泡の物理的特性（サイズ分布や形状など）が抵抗低減性能に重要な影響を及ぼすことは広く知られている．したがって，MB の作用を理解するためには，壁面近傍領域における MB の時空間分布特性を実験的に把握することが重要である．

そこで本研究では，円管乱流場に MB を導入し，二次元バックライト法を用いて壁面近傍領域における MB の時空間分布を定量的に解析することを目的とする. これにより，MB による抵抗低減メカニズムの理解に対して，新たな視点が得られることが期待される．

２．実験および計測法

本実験では，循環式流路を用いて測定を行った．実験システムは，循環管路，測定セクション，および二次元バックライト可視化システムの三つの要素から構成される．循環管路は，タンク，流量計，ポンプ，および配管系により構成されている．MB は，上流側のタンク内において流体中へ供給した．測定セクションは透明アクリル製円管からなり，入口から下流約 3000 mm の位置に設置した．これにより，測定部において十分に発達した乱流場が形成されている. Fig.1 に測定セクションおよび二次元バックライト可視化システムの概略図を示す．座標系の原点は円管中心に設定し，x，y，z 軸はそれぞれ流れ方向，水平方向，および鉛直方向を表す．

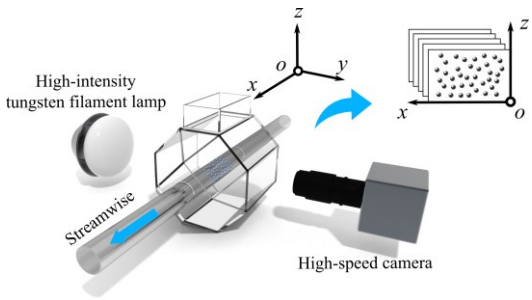


Fig.1 Schematic view of the visualization system.

バックライト光源には 450 W の高輝度白熱ランプを用い，x-z 平面方向から照射することで高コントラストな気泡シャドウ像を取得した．撮影には高速度カメラ（Photron AX-50）を用い，解像度 1024×1024 pixel^2，12 bit 階調にて画像を取得した．円管曲率に起因する光学的屈折および像歪みの影響を低減するため，管外部に光学補正プリズムを設置した．撮影には 180 mm Nikon マクロレンズに 3 倍テレコンバータを組み合わせて使用した．実効空間分解能は 6.2μm/pixel であり，実験に先立ち x-z 平面内に設置した精密キャリブレーションプレートを用いて校正を行った．統計的に独立したサンプルを取得するため，サンプリング周波数は 50 Hz に設定した．

実験は，管径 D および断面平均流速 U に基づくレイノルズ数 Re ≈ 16,400，26,000，36,500，46,500，57,300 の条件下で実施した．流路内の異なる領域における気泡特性を評価するため，カメラの設置高さを調整し，管中心部および壁面近傍領域の撮影をそれぞれ行った．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．結果と考察

Figure 2 に取得された代表的な原画像を示す．MB は明るい背景に対して暗い影として観察される．気泡径を抽出するため，自動画像処理アルゴリズムを構築した．処理手順を以下に示す．まず，グレースケール画像に対して閾値処理を適用し，気泡候補領域を抽出した（Fig.3(a)）．次に，被写界深度の制約により焦点面外に存在する気泡は輪郭が不明瞭となり，径計測に誤差を生じる可能性があるため，勾配ベースのエッジ検出法を適用し，明瞭な輪郭を有する焦点内気泡のみを抽出した（Fig.3(b)）．この処理は計測精度の確保において重要である．

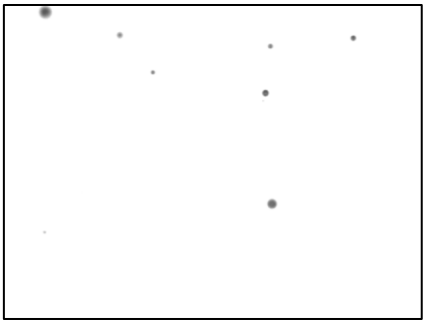


Fig.2 Example of a recorded image, where the black dots represent microbubbles.

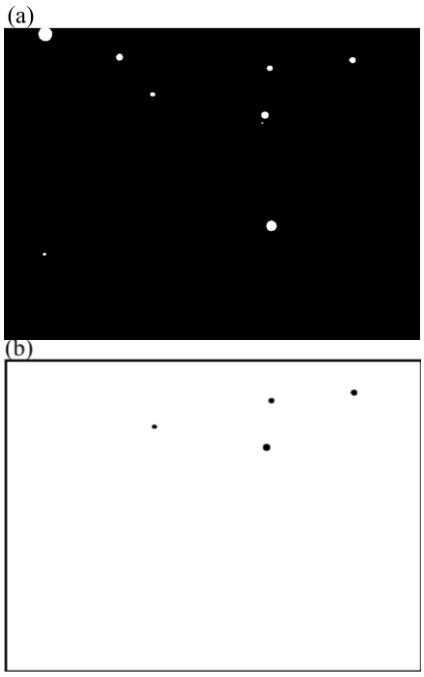


Fig.3 Image processing examples. (a) Binarized image where white spots indicate bubbles, including out-of-focus ones. (b) Validated bubbles within the focal plane identified after edge detection.

抽出された有効気泡に対しては，投影面積 A_b に基づき，式(1)を用いて等価直径 d_b を算出した．なお，面積 A_b は画素数および校正係数により決定した．

$$d_b = \sqrt{\frac{4A_b}{\pi}} \tag{1}$$

Figure 4 に，Re = 16,400 における全測定位置（壁面近傍および管中心部）で取得した気泡径の確率密度関数（PDF）を示す．気泡径は単峰性の分布を示し，ピーク値は約 70 μm，平均径は約 60 μm であった．

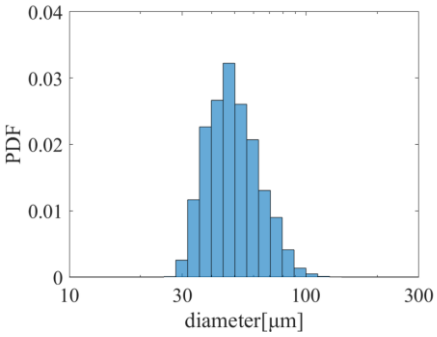


Fig.4 Probability density function of microbubble diameters.

さらに，壁法線方向における気泡径の分布を評価した結果を Fig.5 に示す．気泡径分布は壁面からの距離の増加に伴い減少する傾向を示し，壁面近傍における平均気泡径は管中心部に比べて大きいことが確認された．このような近壁領域における気泡径の変化は，抵抗低減現象の理解に対して重要な示唆を与える可能性がある．その要因の解明には，さらなる解析および比較検討が必要である．

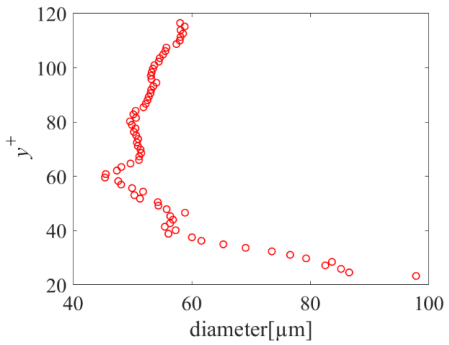


Fig.5 Wall-normal distribution of microbubble diameter.

４．おわりに

本研究では，二次元バックライト法を用いて円管内乱流場における MB の時空間分布特性について実験的に調査した．実験では，壁面近傍および管中心部における気泡径分布を定量的に評価した．今後は，MB の分布特性と抵抗低減現象との関連性について，さらなる検討を行う予定である．

参考文献

1) 川島久宜,児玉良明: マイクロバブルによる摩擦抵抗低減に関する実験的研究，日本流体力学会誌 「ながれ」, 25, pp.209-217, 2006.
2) X. Wu, Y. Hamana, & Y. Tsuji: Microbubble drag reduction and effect on small-scale turbulent structures in pipe flow, Physics of Fluids, 37(10), 2025.
3) X. Wu, Y. Hamana, & Y. Tsuji: Microbubble effect on Reynolds shear stress in drag reduction process in turbulent pipe flow, Physics of Fluids, 38(2) , 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Couette 乱流における共変 Lyapunov ベクトルの整列と動力学
Alignment events of covariant Lyapunov vectors in moderately developed Couette turbulence

佐々木　英一（秋大・理工），河原　源太（阪大・基礎工），山田　道夫(京大・数理研)
Eiichi SASAKI, Akita University
Genta Kawahara, University of Osaka
Michio Yamada, Kyoto University
E-mail: esasaki@gipc.akita-u.ac.jp

Orbital instability in moderately developed Couette turbulence is investigated using covariant Lyapunov vector (CLV) analysis. The leading Lyapunov exponents are closely spaced (within 2%), while the corresponding CLVs have similar spectra and are predominantly localized in the buffer layer. Intermittent alignment events are observed, during which the associated local Lyapunov exponents become particularly close. Nevertheless, volume measures based on pairs of CLVs remain appreciable on average, indicating that the vectors are not persistently degenerate. We discuss the dynamical implications of the coexistence of intermittent alignment and non-degeneracy.

Lyapunov 解析は解軌道に沿った安定性を調べる方法で，カオスの重要な性質である初期値鋭敏性を定量的に評価することができる．本研究は，壁面摩擦 Reynolds 数 400 程度の Couette 乱流について共変 Lyapunov 解析 [1]を行った．第 1,2Lyapunov 指数はそれぞれ$\gamma^1 = 0.652U/h, \gamma^2 = 0.646U/h$と近い値を持つ．ここに$U, h$は両壁面の速度差の半分とチャネル半幅である．対応する Lyapunov ベクトルのエネルギースペクトルに顕著な差はみられず，不安定構造は主に壁面近傍のバッファー層に存在する．しかし，バッファー層乱流の典型的な秩序スケール [2]にくらべ，Lyapunov ベクトルの壁平行方向の広がりは半分以下である(Fig. 1)．この結果は，バッファー層の不安定性が Lyapunov ベクトルの重ね合わせに起因することを示唆する．局所 Lyapunov ベクトル同士のなす角を調べたところ，小角となるイベントが間欠的に現れる．このとき，対応する局所 Lyapunov 指数は近い値となる．しかし，Laypunov ベクトルが張る平行面体の体積の平均は十分大きく，Lyapunov ベクトルは常に縮退していない．講演では局所 Lyapunov 指数が近づくイベントに注目し，その際の Lyapunov ベクトルの幾何(角度・体積)と乱流場の状態との対応を議論する．

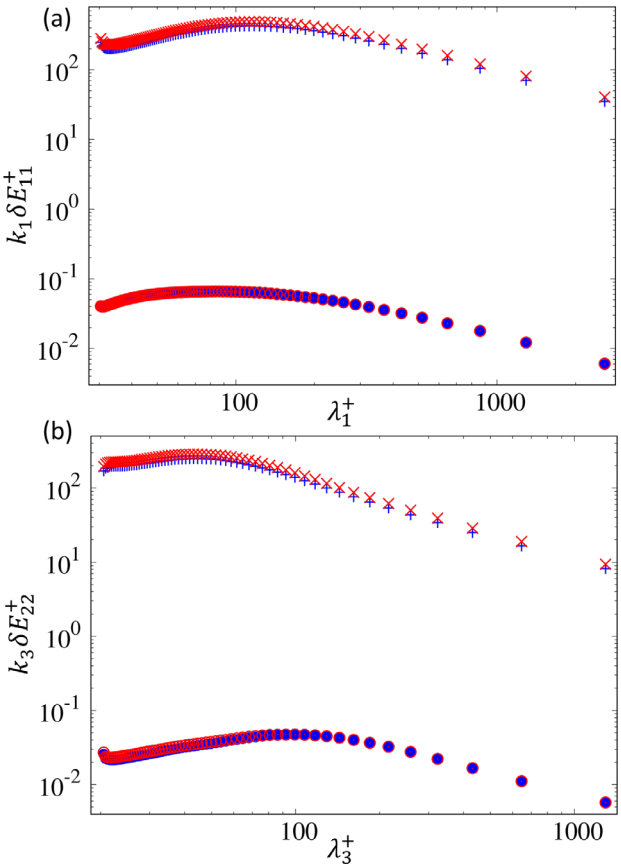


Fig. 1 Premultiplied power spectra of Lyapunov vectors at $\mathrm{R}_\tau = 411$: (a) $k_1\delta E_{11}(k_1, y)$, (b) $k_3\delta E_{22}(k_3, y)$. The red and blue colors represent the 1st and 2nd Lyapunov vectors, respectively. The closes and plusses indicate $y^+ = 29.6$, while points and circles mean $y = h$.

参考文献
1) E. Ginelli, P. Poggi, A. Turchi, H. Chaté, R. Livi and A. Politi: Characterizing dynamics with covariant Lyapunov vectors, Phys. Rev. Lett. 99, 130601, 2007.
2) J. Jiménez and P. Moin: The minimal flow unit in near-wall turbulence, J. Fluid Mech. 225, 213-240, 1991.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

薄い球殻と単位球面上のナヴィエ・ストークス方程式の弱解に対する差分評価

Difference estimate for weak solutions to the Navier–Stokes equations in a thin spherical shell and on the unit sphere

三浦　達彦（弘前大・理工）
Tatsu-Hiko MIURA, Hirosaki University
E-mail: thmiura623@hirosaki-u.ac.jp

We consider the Navier–Stokes equations in a 3D thin spherical shell and on the 2D unit sphere, and estimate the difference of weak solutions on the two different domains. Assuming that the weak solution on the thin spherical shell is a Leray–Hopf weak solution satisfying the energy inequality, we derive difference estimates for the two weak solutions by the weak-strong uniqueness argument. The main idea is to extend the weak solution on the unit sphere properly to an approximate solution on the thin spherical shell, and to use the extension as a strong solution in the weak-strong uniqueness argument.

1. 導入

十分小さい $\varepsilon > 0$ に対して $\Omega_\varepsilon = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 1 < |x| < 1+\varepsilon\}$ を 3 次元の薄い球殻とする. 本講演では薄い球殻上で次のナヴィエ・ストークス (NS) 方程式を考える:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{u}^\varepsilon + (\mathbf{u}^\varepsilon \cdot \nabla)\mathbf{u}^\varepsilon - \nu\Delta\mathbf{u}^\varepsilon + \nabla p^\varepsilon = \mathbf{0}, \\ \operatorname{div}\mathbf{u}^\varepsilon = 0 \quad \text{in} \quad \Omega_\varepsilon \times (0,\infty), \\ \mathbf{u}^\varepsilon \cdot \mathbf{n}_\varepsilon = 0, \quad \mathbf{P}_\varepsilon \mathbf{D}(\mathbf{u}^\varepsilon)\mathbf{n}_\varepsilon = \mathbf{0} \quad \text{on} \quad \partial\Omega_\varepsilon \times (0,\infty), \\ \mathbf{u}^\varepsilon|_{t=0} = \mathbf{u}_0^\varepsilon \quad \text{in} \quad \Omega_\varepsilon. \end{cases} \tag{1}$$

ただし, $\nu > 0$ は ε に依存しない粘性係数, $\mathbf{n}_\varepsilon$ は境界 $\partial\Omega_\varepsilon$ の外向き単位法線ベクトル, $\mathbf{P}_\varepsilon$ は $\partial\Omega_\varepsilon$ の接平面への直交射影, $\mathbf{D}(\mathbf{u}^\varepsilon)$ は歪み速度テンソルである. また, 境界では「流体が領域の内外に出入りせず, 摩擦力を受けずに境界上を滑る」というナヴィエ境界条件を課している.

$\varepsilon \to 0$ のとき, Ω_ε は 2 次元単位球面 S^2 に退化する. 一般に, 空間内のある方向への幅が非常に小さく, その幅をゼロに近づけると低次元の極限集合に退化する領域のことを, 薄膜領域または薄い領域 (thin domain) という. 細胞膜中の物質輸送や地球流体の運動など, 自然界には薄膜領域上の偏微分方程式によって数理モデル化される現象が数多く存在する. 薄膜領域が低次元集合に退化するとき, 薄膜領域上の方程式から極限集合上の方程式を導出し, 解の差分評価などを通じて 2 つの方程式を比較しようと思うことは自然である. このような厚さゼロ極限の問題を考察することは純粋数学として意味があるだけではなく, 独立変数の個数 (領域の次元) の削減や, 曲面などの低次元集合における現象の数理モデル化など, 応用の観点からも重要である.

講演者による先行研究[5] では, 一般の 2 次元閉曲面に厚みを付けた曲がった薄膜領域上で NS 方程式を考え, 厚さゼロ極限によって閉曲面上の NS 方程式を数学的に厳密に導出した. 薄い球殻 Ω_ε の場合, NS 方程式 (1) から厚さゼロ極限で導出される S^2 上の NS 方程式は次の形になる:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{v} + \nabla_{\mathbf{v}}\mathbf{v} - 2\nu\mathbf{P}\operatorname{div}_{S^2}[\mathbf{D}_{S^2}(\mathbf{v})] + \nabla_{S^2} q = \mathbf{0}, \\ \operatorname{div}_{S^2}\mathbf{v} = 0 \quad \text{on} \quad S^2 \times (0,\infty), \\ \mathbf{v}|_{t=0} = \mathbf{v}_0 \quad \text{on} \quad S^2. \end{cases} \tag{2}$$

ただし, $\mathbf{v}$ と $\mathbf{v}_0$ は S^2 上の接ベクトル場, ∇_{S^2} と div_{S^2} は接勾配と表面発散, $\nabla_{\mathbf{v}}\mathbf{v}$ は共変微分である. また, $\mathbf{P}$ は S^2 の接平面への直交射影, $\mathbf{D}_{S^2}(\mathbf{v})$ は S^2 の接平面における歪み速度テンソルであり, これらは 3×3 行列である. そのため, 方程式 (2) は S^2 の $\mathbb{R}^3$ への埋め込みを必要とする外在的な表現であるが, 実は (2) は次の形に書き換えられる:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{v} + \nabla_{\mathbf{v}}\mathbf{v} - \nu\{\Delta_H \mathbf{v} + 2\mathrm{Ric}(\mathbf{v})\} + \nabla_{S^2} q = \mathbf{0}, \\ \operatorname{div}_{S^2}\mathbf{v} = 0 \quad \text{on} \quad S^2 \times (0,\infty). \end{cases} \tag{3}$$

ここで, Δ_H はホッジラプラシアン, Ric はリッチ曲率 (S^2 の場合は $\mathrm{Ric} \equiv 1$) であり, これらは S^2 の第一基本形式のみで記述される. したがって, 方程式 (3) は S^2 の $\mathbb{R}^3$ への埋め込みを必要としない内在的な表現であり, 一般の多様体上の NS 方程式[1),9)] でもある. 幾何学的には (3) の方が洗練された表現かもしれないが, 本講演では $\mathbb{R}^3$ 内で記述された方程式 (1) と比較するため, 外在的な表現 (2) の方が都合がよい. また, 石鹸膜のように時間経過で移動や変形を伴う曲面上の流体運動を数理モデル化する際にも, (2) と同様の外在的な表現の NS 方程式が用いられている.[2),3)]

先行研究[5)] では, 一般の閉曲面の周りの曲がった薄膜領域上の NS 方程式について厚さゼロ極限での L^2 強解の収束を示し, その極限関数が満たす方程式として閉曲面上の NS 方程式を数学的に厳密に導出した. 薄い球殻 Ω_ε の場合, 先行研究の結果は次のように述べることができる.

命題 1　NS 方程式 (1) の初期値 $\mathbf{u}_0^\varepsilon \in H^1(\Omega_\varepsilon)^3$ に対して, 次の条件が成り立つと仮定する:

(a)任意の $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$ に対して $(\mathbf{u}_0^\varepsilon, \mathbf{r}_\mathbf{a})_{L^2(\Omega_\varepsilon)} = 0$.
　ただし $\mathbf{r}_\mathbf{a}(x) = \mathbf{a} \times x$ は軸 $\mathbf{a}$ 周りの無限小回転.
(b)ある定数 $c > 0$ が存在して $\varepsilon^{-1/2}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon\|_{H^1(\Omega_\varepsilon)} \le c$.
(c)$\varepsilon \to 0$ のとき, $\mathbf{u}_0^\varepsilon$ の膜の厚さ方向への積分平均

$$\mathcal{M}_\varepsilon^0 \mathbf{u}_0^\varepsilon(y) = \frac{1}{\varepsilon}\int_1^{1+\varepsilon} \mathbf{u}_0^\varepsilon(ry)\, dr, \quad y \in S^2 \tag{4}$$

　が S^2 上のある接ベクトル場 $\mathbf{v}_0$ に L^2 弱収束する.

このとき, 十分小さい各 $\varepsilon > 0$ に対して (1) の L^2 強解 $\mathbf{u}^\varepsilon$ が時間大域的に存在する. また, ある $S^2 \times [0,\infty)$ 上の接ベクトル場 $\mathbf{v}$ が存在し, 各 $T > 0$ に対して

$$\lim_{\varepsilon\to0} \mathcal{M}_\varepsilon^0 \mathbf{u}^\varepsilon = \mathbf{v} \quad \text{weakly in} \quad L^2(0,T;H^1(S^2)^3) \tag{5}$$

が成り立ち, さらに $\mathbf{v}$ は S^2 上の NS 方程式 (2) の唯一の時間大域的な L^2 弱解である. 次に, 各 $T > 0$ に対して $[0,T]$ における $\mathbf{u}^\varepsilon$ と $\mathbf{v}$ との誤差の 2 乗を測る量を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}\max_{t\in[0,T]}\|\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\bar{\mathbf{v}}(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)} + \frac{\nu}{\varepsilon}\int_0^T \left\|\overline{\mathbf{P}}\nabla\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\overline{\nabla_{S^2}\mathbf{v}}(t)\right\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}dt + \frac{\nu}{\varepsilon}\int_0^T \|\partial_r\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\bar{\mathbf{v}}(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}dt \tag{6}$$

で定める. ただし, $\bar{\eta}(x)=\eta(x/|x|)$ は S^2 上の関数 η の半径方向への定数拡張であり, ∂_r は半径方向への微分である. このとき, 各 $T>0$ に対してある定数 $c_T>0$ が存在して

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon \le c_T\left(\frac{1}{\varepsilon}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon-\bar{\mathbf{v}}_0\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+\varepsilon\right) \tag{7}$$

が成り立つ (誤差としては $\sqrt{\mathcal{D}_T^\varepsilon}=O(\sqrt{\varepsilon})$ である).

一般の曲がった薄膜領域上の NS 方程式に対して命題 1 のような厳密な厚さゼロ極限の結果を示したのは, 論文[5] が初めてである. しかし, この論文は全 108 ページの第 1 部[7] と全 60 ページの第 2 部[6] の結果に基づいて書かれた第 3 部の論文であり, この論文自体も全 170 ページである. これだけの紙数を要したのは, 一般の閉曲面の近傍で定義されたベクトル場の解析手法を整備し, 薄膜領域上の NS 方程式の強解を構成して評価するためのあらゆる議論を ε への依存度の観点から再検討する必要があったことに由来する. ただ, 論文の長さゆえに, 命題 1 は有用な結果ではあるが容易にアクセスできない状態である. また, 講演者は論文[4] において, 動く閉曲面に厚みを付けた動く薄膜領域上の NS 方程式に対して形式的な厚さゼロ極限の計算を行ったが, これを命題 1 のような形で数学的に正当化するのは議論の難しさから絶望的である.

このような事情があり, 講演者は薄膜領域上の NS 方程式の解を強解ではなく弱解に変えて差分評価を導出できないか, と考えていた. 今回, 薄い球殻の場合にはその試みが上手くいき, 以下の結果を示すことができた.

2. 主定理

以下, 初期値 $\mathbf{u}_0^\varepsilon\in L^2(\Omega_\varepsilon)^3$ と $\mathbf{v}_0\in L^2(S^2)^3$ に対して, $\mathbf{u}^\varepsilon$ と $\mathbf{v}$ をそれぞれ NS 方程式 (1) と (2) の L^2 弱解とする (ただし $\mathbf{v}_0$ と $\mathbf{v}$ は S^2 上の接ベクトル場). なお, (2) は 2 次元の NS 方程式であるため, 平面領域の場合と同様にエネルギー法によって L^2 弱解の一意性とエネルギー等式

$$\frac{1}{2}\|\mathbf{v}(t)\|^2_{L^2(S^2)}+2\nu\int_0^t\|[\mathbf{D}_{S^2}(\mathbf{v})](s)\|^2_{L^2(S^2)}ds = \frac{1}{2}\|\mathbf{v}_0\|^2_{L^2(S^2)},\quad t\ge 0 \tag{8}$$

の成立を示せることに注意する.

本講演の主定理は論文[8] で得られた次の結果である.

定理 2 Ω_ε 上の NS 方程式 (1) の弱解 $\mathbf{u}^\varepsilon$ はルレイ・ホップの弱解である, すなわちエネルギー不等式

$$\frac{1}{2}\|\mathbf{u}^\varepsilon(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+2\nu\int_0^t\|[\mathbf{D}(\mathbf{u}^\varepsilon)](s)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}ds \le \frac{1}{2}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)},\quad t\ge 0 \tag{9}$$

を満たす弱解であると仮定する. このとき, $\mathcal{D}_T^\varepsilon$ を (6) で定めると, 各 $T>0$ に対してある定数 $c_T>0$ が存在して

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon \le c_T\left(\frac{1}{\varepsilon}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon-\bar{\mathbf{v}}_0\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+\varepsilon^2\right) \tag{10}$$

が成り立つ (誤差としては $\sqrt{\mathcal{D}_T^\varepsilon}=O(\varepsilon)$ である).

命題 1 と比較すると, 定理 2 では $\mathbf{u}^\varepsilon$ がルレイ・ホップの弱解であることしか仮定していないにもかかわらず, 差分評価が $O(\sqrt{\varepsilon})$ から $O(\varepsilon)$ に改善している. ただし, 定理 2 に現れる定数 c_T は一般に T について指数増大であり, 時間局所的な差分評価にとどまっている (命題 1 も同様). 次の結果は, 初期値 $\mathbf{u}_0^\varepsilon$ と $\mathbf{v}_0$ に追加の仮定を課すことで, 時間大域的な差分評価が得られることを示している.

定理 3 定理 2 の仮定の下, さらに任意の $\mathbf{a}\in\mathbb{R}^3$ に対して

$$(\mathbf{u}_0^\varepsilon,\mathbf{r}_\mathbf{a})_{L^2(\Omega_\varepsilon)}=0,\quad (\mathbf{v}_0,\mathbf{r}_\mathbf{a})_{L^2(S^2)}=0 \qquad (\mathbf{r}_\mathbf{a}(x)=\mathbf{a}\times x \text{ は軸 } \mathbf{a} \text{ 周りの無限小回転}) \tag{11}$$

が成り立つと仮定する. このとき, ある定数 $c_0>0$ が存在して, 全ての $T>0$ に対して

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon+\frac{\nu}{\varepsilon}\int_0^T\|\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\bar{\mathbf{v}}(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}dt \le c_0\left(\frac{1}{\varepsilon}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon-\bar{\mathbf{v}}_0\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+\varepsilon^2\right) \tag{12}$$

が成り立つ (c_0 は T に依存しないことに注意).

主定理の証明のポイントは次の 2 つである:

- S^2 上の NS 方程式 (2) の弱解 $\mathbf{v}$ を適切に拡張し, Ω_ε 上の NS 方程式 (1) の近似的な弱解 $\mathbf{v}_\mathrm{E}$ を構成する.
- Weak-strong uniqueness の議論により, Ω_ε 上の NS 方程式の弱解 $\mathbf{u}^\varepsilon$ と近似的な弱解 $\mathbf{v}_\mathrm{E}$ の差分を評価する.

実際の講演では, 命題 1 の証明と主定理の証明のアイデアの違いや, 定理 2 と定理 3 の証明で用いる不等式の違いなどを含め, 証明の要点をもう少し詳しく解説する.

参考文献

1) D. G. Ebin and J. Marsden. Groups of diffeomorphisms and the motion of an incompressible fluid. *Ann. of Math. (2)*, 92:102–163, 1970.
2) T. Jankuhn, M. A. Olshanskii, and A. Reusken. Incompressible fluid problems on embedded surfaces: modeling and variational formulations. *Interfaces Free Bound.*, 20(3):353–377, 2018.
3) H. Koba, C. Liu, and Y. Giga. Energetic variational approaches for incompressible fluid systems on an evolving surface. *Quart. Appl. Math.*, 75(2):359–389, 2017.
4) T.-H. Miura. On singular limit equations for incompressible fluids in moving thin domains. *Quart. Appl. Math.*, 76(2):215–251, 2018.
5) T.-H. Miura. Navier-Stokes equations in a curved thin domain, Part III: thin-film limit. *Adv. Differential Equations*, 25(9-10):457–626, 2020.
6) T.-H. Miura. Navier-Stokes Equations in a Curved Thin Domain, Part II: Global Existence of a Strong Solution. *J. Math. Fluid Mech.*, 23(1):Paper No. 7, 60, 2021.
7) T.-H. Miura. Navier-Stokes Equations in a Curved Thin Domain, Part I: Uniform Estimates for the Stokes Operator. *J. Math. Sci. Univ. Tokyo*, 29(2):149–256, 2022.
8) T.-H. Miura. Difference estimate for weak solutions to the Navier–Stokes equations in a thin spherical shell and on the unit sphere. *arXiv:2507.06630*, 2025.
9) M. E. Taylor. *Partial differential equations III. Nonlinear equations*, volume 117 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer, New York, second edition, 2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (3)

座長：松本剛（京都大学）

15:00 ~ 15:15

[15007] f面放射対流平衡における熱帯低気圧形成のデータ駆動型モデリング

*神野 拓哉[1]、原 誠人[2]、三ツ井 孝仁[3]、齊木 吉隆[2]、米田 剛[2] (1. 富山大学、2. 一橋大学、3. 順天堂大学)

15:15 ~ 15:30

[15008] 情報を保存する乱流モデル：チャネル乱流への適用

*橋本 丈瑠[1]、塚原 隆裕[1]、荒木 亮[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[15009] 波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル

*吉田 恭[1] (1. 筑波大学)

15:45 ~ 16:15

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

f 面放射対流平衡における熱帯低気圧形成のデータ駆動型モデリング
Data-driven modelling of tropical cyclogenesis in rotating radiative-convective equilibrium

神野　拓哉（富山大・都市）　　原　誠人（一橋大・経済）　　三ツ井　孝仁（順天堂大・健康）
齊木　吉隆（一橋大・経営）　　米田　剛（一橋大・経済）
Takuya JINNO, University of Toyama
Masato HARA, Hitotsubashi University
Takahito MITSUI, Juntendo University
Yoshitaka SAIKI, Hitotsubashi University
Tsuyoshi YONEDA, Hitotsubashi University
E-mail: jinno@sus.u-toyama.ac.jp

Predicting the time evolution of tropical cyclone (TC) intensity remains challenging, even with state-of-the-art numerical weather prediction models. The timing of cyclogenesis is highly sensitive to the initial conditions of the simulations. We conducted an ensemble of three-dimensional radiative–convective equilibrium simulations that include the effect of planetary rotation. Macroscopic atmospheric variables related to TC intensity were used to construct a data-driven model based on reservoir computing. It is found that ensemble time series which include the dynamics of self-organized cloud clusters before the formation of TCs contributed to the forecast improvement of early formation and following intensification of TCs.

1．背景

大気放射や水蒸気など複数の物理過程が複雑に関与する熱帯大気の中で、熱帯低気圧はメカニズムの理解と予測に関して特に多くの課題を残した現象である。熱帯低気圧はその最大強度の周辺にカオス的なレジームが存在することが確認されている [1]。一方で熱帯低気圧の強度の予測は、形成の初期とその後の急発達の段階でその不確かさが最大になることが知られている [2]。大気の流れは全体としては大自由度の系であるが、熱帯低気圧の形成に伴う強度のダイナミクスは簡略な力学系モデルで記述できることが示唆されている [3]。

本研究では、熱帯低気圧の強度変化の中でも形成と初期の発達の段階に着目し、機械学習モデルを用いた予測可能性について議論する。エコーステートネットワーク(ESN)による時系列予測は、間欠的なレジームの変化を伴うような非定常な系に対しても有効であることが示されている [4]。熱帯低気圧の振る舞いを示す時系列データとして、惑星の回転を導入した 3 次元放射対流平衡のアンサンブル数値実験を実施し、強度の指標を学習・予測する枠組みを構築した。

2．f 面放射対流平衡実験

現実の大気における熱帯低気圧の形成と時間発展はより時空間スケールの大きな大気と海洋の変動や緯度の変化から強く影響を受ける。本研究では外的な強制を除いて理想化した環境での予測可能性を議論するために、海面水温とコリオリパラメーターを時間・空間的に一定の値に固定した放射対流平衡実験で自発的に形成される熱帯低気圧を対象とする。

数値実験モデルとして RIKEN SCALE-RM 5.5.2 を用いた。水平格子間隔は 4 km、鉛直格子間隔は地表付近における 100 m から上端高度 28 km における 500 m まで漸増するストレッチグリッドに設定した。実験領域は一つの熱帯低気圧が収まる一辺 1,024 km の正方形領域とし、水平 2 方向に周期境界条件を設定した。物理過程としてバルク方式の地表面熱フラックスとインタラクティブな大気放射のパラメタリゼーションを使用し、積雲のパラメタリゼーションは使用していない。北半球熱帯域での熱帯低気圧の発生が活発な環境場に合わせて、海面水温は 304 K、コリオリパラメーターは 3.77×10^{-5} s^{-1}（北緯 15 度に相当）に固定した。初期条件は風速ゼロとし、典型的な熱帯域の温位の鉛直分布に平均振幅 0.01 K の確率的なノイズを加えた全 150 ケースのアンサンブル実験をそれぞれ 50 日間時間発展させた。

図 1 に単一の実験ケースにおいて実験開始直後から熱帯低気圧が発達するまでの 10 m 高度の水平風速の水平分布を示す。水平準一様な初期条件から数日間は領域全体にわたって散発的に積雲対流が発生し、10 日程度かけて積雲が密集した複数の湿潤なクラスターとその周辺の乾燥した領域への分離が進行する。これは回転のない放射対流平衡で見られる雲の自己組織化現象と同様である。その後、雲クラスターのうちのいずれかが回転を強め、地表付近の最大風速で特徴づけられる低気圧性の渦状構造が発達する。

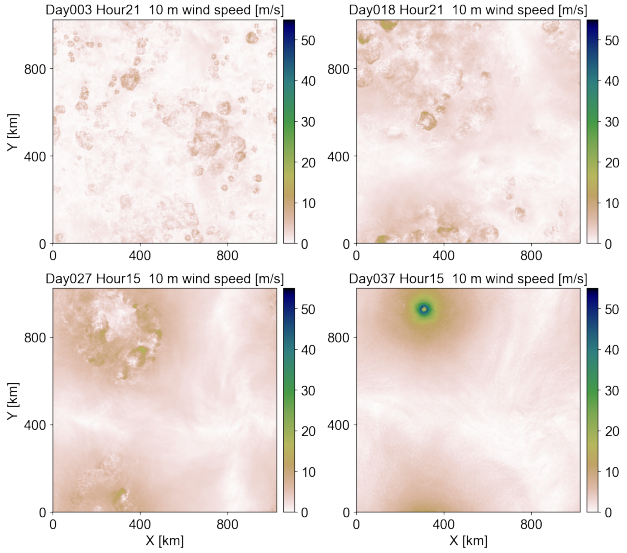


Fig. 1 Time evolution of near-surface horizontal wind speed in a numerical simulation.

3．ESN モデル

ESN はリザバーコンピューティングの枠組みに基づく再帰的ニューラルネットワークの一種であり、入力、リザ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

バー、出力の 3 層から成り、リザバー層と出力層の状態ベクトル$\mathbf{r}(t), \mathbf{u}(t)$は式(1)、(2)に基づいて時間発展する。

$$\mathbf{r}(t+\Delta t) = (1-\alpha)\mathbf{r}(t) + \alpha \tanh\left(\mathbf{A}\mathbf{r}(t) + b\mathbf{I} + \sigma_{\text{in}}\mathbf{W}_{\text{in}}\mathbf{u}(t)\right) \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(t+\Delta t) = \mathbf{W}_{\text{out}}\mathbf{r}(t+\Delta t) \quad (2)$$

ただし$\mathbf{W}_{\text{in}}$は入力・リザバー間の結合重み行列、σ_{in}は入力のスケーリング定数、$\mathbf{A}$はリザバーの再帰結合重み行列を表す。トレーニングデータによってリザバーから出力層への結合の重み行列$\mathbf{W}_{\text{out}}$のみを学習し、$\mathbf{W}_{\text{in}}$と$\mathbf{A}$は乱数で決定する。本研究では入出力変数として熱帯低気圧の強度指標の遅延座標系を用いる。放射対流平衡実験の全 150 ケースのうち、100 ケースをトレーニングに、25 ケースをモデルのハイパーパラメーター選択に、25 ケースをモデルの予測精度のテストに使用した。なお時系列データの時間刻みは 1 ステップを 3 時間としている。

4. 結果・議論

入出力変数となる 3 次元放射対流平衡実験中で生じる熱帯低気圧の強度の指標として、高度 10 m の水平風速場の回転成分のうち各時間ステップでの領域内最大値$V_{\max}$を用いる。$V_{\max}$がハリケーンの基準である 33 m/s を超えた時刻を熱帯低気圧の発生時刻と定義する [5]。図 2 に全 150 ケースの$V_{\max}$の時間変化を示す。実験開始から 450 時間程度の雲クラスター形成の段階では形成位置が異なるのみで、アンサンブルメンバーごとの$V_{\max}$の時系列上の違いは大きくない。その後、熱帯低気圧の発達する過程は突発的であり、実験ケースごとに発生時刻の分散が大きい。

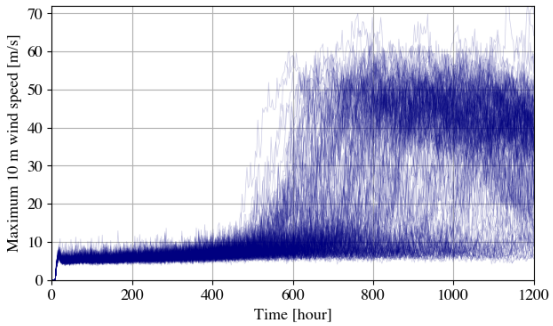


Fig. 2 The ensemble time evolution of simulated TC intensity.

実験開始から時刻t_sまでの$V_{\max}$の時系列を用いてリザバー層をスピンアップし、以降の時間変化を自励系として予測した。アンサンブルメンバーのうち最も早く発生した熱帯低気圧の発生時刻 1 ステップ前から予測を開始した場合（$t_s = 549$ h)の結果の一部を図 3 に示す。図 3a では風速の上昇が始まった直後から約 100 時間後の熱帯低気圧の発生を高い精度で予測しており、図 3b ではt_sから 400 時間以上先の熱帯低気圧発生に対し、予測の誤差を 30 時間以内に留めている。一方実験期間を通して熱帯低気圧の発達が弱い図 3c のようなケースでは、発生時刻の予測誤差が大きくなる場合も存在する。

熱帯低気圧の発生に関する予測可能な時間スケールを推定するため、数値実験・ESN モデル予測間の発生時刻の誤差の絶対値をテストデータ 25 ケースについて平均した TC genesis time MAE のt_sに対する依存性を図 3d に示す。灰色の実線はトレーニングデータ 100 ケースでの発生時刻のアンサンブル平均をテストデータでの発生時刻の予測値として用いた場合の値である。ESN モデルによる予測は$t_s >$ 420 h の範囲でアンサンブル平均よりも発生時刻の予測精度が高く保たれている。

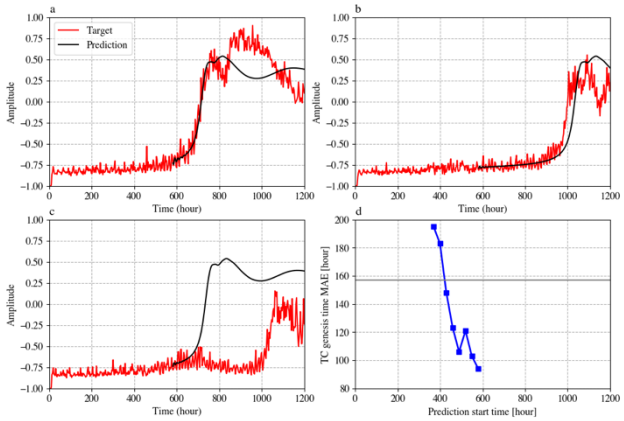


Fig. 3 Comparison between the prediction and the target of TC intensity. Ensemble members (a) case 1, (b) case 8, and (c) case 20. Here, $V_{\max}$ is rescaled so that 0 m/s corresponds to -1 and 33 m/s corresponds to 0. (d) Mean absolute error of predicted time of tropical cyclogenesis as a function of t_s.

放射対流平衡のアンサンブル実験において実験開始から 420 時間程度までの時間発展は、数百 km スケールの積雲対流のクラスターとそれに伴う大規模な大気の循環流が形成されるまでの過程に相当する。大規模循環の地表付近での風速場の情報を$V_{\max}$の時系列として取り入れることで、熱帯低気圧の強度変化の予測精度が向上していると考えられる。

参考文献

1) C. Kieu, W. Cai, and W.-T. L. Fan: On the existence of low-dimensional chaos of the tropical cyclone intensity in an idealized axisymmetric simulation, Journal of the Atmospheric Sciences, 80, 797 – 811, 2023.
2) K. Emanuel and F. Zhang: On the predictability and error sources of tropical cyclone intensity forecasts, Journal of the Atmospheric Sciences, 73, 3739 – 3747, 2016.
3) M. DeMaria: A simplified dynamical system for tropical cyclone intensity prediction, Monthly Weather Review, 137, 68 – 82, 2009.
4) L.-W. Kong, H. Fan, C. Grebogi, and Y.-C. Lai: Emergence of transient chaos and intermittency in machine learning, Journal of Physics: Complexity, 2, 035014, 2021.
5) A. A. Wing, S. J. Camargo, and A. H. Sobel: Role of radiative–convective feedbacks in spontaneous tropical cyclogenesis in idealized numerical simulations, Journal of the Atmospheric Sciences, 73, 2633 – 2642, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

情報を保存する乱流モデル：チャネル乱流への適用
Information-preserving turbulence model: application to channel turbulence

橋本　丈瑠（東理大院）　　塚原　隆裕（東理大）　　荒木　亮（東理大）
Takeru HASHIMOTO, Tokyo University of Science
Takahiro TSUKAHARA, Tokyo University of Science
Ryo ARAKI, Tokyo University of Science
Email: 7525544@ed.tus.ac.jp; araki.ryo@rs.tus.ac.jp

Large-eddy simulation is an important approach for numerical simulation of turbulent flows in engineering. Recently, data-driven approaches such as machine learning have been actively proposed. In this study, we propose a sub-grid scale model by interpreting the local equilibrium hypothesis as "information preservation". Our model reproduces key statistics of wall turbulence without incorporating a wall function. This study highlights the utility of the information-theoretic picture of turbulence in its modeling.

1．緒言

乱流の数値シミュレーションを低コストかつ高精度に行う手法として，Large-Eddy Simulation（LES）が広く用いられている．近年では，機械学習などを用いたデータ駆動的な手法に基づくモデルが活発に提案されてきた[1]．本研究では，発達乱流中のスケール間局所平衡仮説を「情報の保存」として定式化する Sub-Grid Scale（SGS）モデルを提案する．

2．情報理論

情報理論は Shannon が提案した情報通信の理論[2]であり，確率変数 X の平均的不確かさを表す Shannon エントロピを，X がとりうる事象 $x \in X$ の確率分布 $p(x)$ を用いて

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log p(x)\,\mathrm{d}x \tag{1}$$

で定義する．また，2 つの確率変数 X, Y が共有する情報量を，相互情報量

$$I(X:Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y) \tag{2}$$

で定義する．ここで $H(X,Y)$ は同時エントロピである．

3．SGS モデルの構築

LES の支配方程式は，粗視化した連続の式と Navier–Stokes 方程式

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \overline{f}_i \tag{4}$$

である．ここで，u_i は速度場，p は圧力場，f_i は外力場であり，ρ, ν は流れを支配するパラメータである密度と動粘性係数である．LES の Grid Scale（GS）で粗視化するフィルタ操作 $\overline{(\cdot)}$ により登場した SGS 応力

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j \tag{5}$$

は GS の流れ場から計算できず，モデル化が必要である．SGS 応力を GS 速度の関数と仮定すれば，変形速度テンソル S_{ij} と回転テンソル Ω_{ij} からなる 5 つの項に展開できる[3]．本研究ではモデルの簡略化のため，その中で最も重要な 2 項

$$\tau_{ij}^{\mathrm{mod}} = C_1 f_1 \Delta^2 \,|\boldsymbol{S}| S_{ij} + C_2 f_2 \Delta^2 (S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}) \tag{6}$$

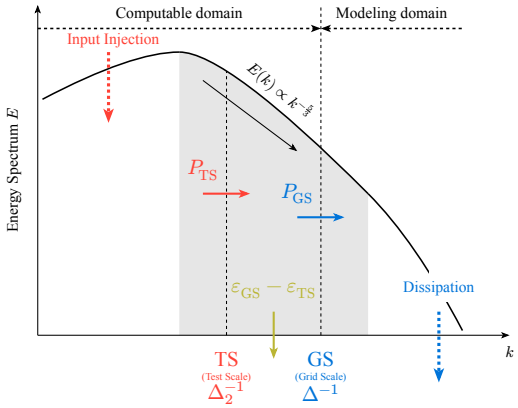


Fig. 1　Schematic energy spectrum with energy balance. Energy production at the test and grid scales are denoted by P_{TS} and P_{GS}, respectively. Cumulative energy dissipation rate up to the test and grid scales are denoted by $\varepsilon_{\mathrm{TS}}$ and $\varepsilon_{\mathrm{GS}}$, respectively.

で SGS 応力をモデル化した．ここで，$f_i(\boldsymbol{x}, t)$ は S_{ij} と Ω_{ij} の不変量からなる関数で，$C_i(t)$ は時間に依存するモデルパラメータ，Δ は GS の格子幅を表す．

まず，未知関数 $f_i(\boldsymbol{x}, t)$ を決定する．本研究では壁乱流に対しても適用可能なモデルを目指し，coherent 構造関数

$$F_{\mathrm{CS}} = \frac{\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}}{\Omega_{kl}\Omega_{kl} + S_{kl}S_{kl}} \tag{7}$$

を用いた[4]．壁面近傍での漸近要件を考慮し，$f_1 = |F_{\mathrm{CS}}|^{3/2}, f_2 = |F_{\mathrm{CS}}|^2$ と定義した．

次に，パラメータ $C_i(t)$ を推定する．図 1 に示すように，格子幅 Δ に対応する GS と，それよりも大きい $\Delta_2 (> \Delta)$ に対応するテストスケール（TS）を導入する．いま，GS–TS 間のスケール間局所平衡関係をエネルギ生成率 $P = \tau_{ij}S_{ij}$ とエネルギ散逸率 ε で書くと，

$$\langle P_{\mathrm{GS}} + \varepsilon_{\mathrm{GS}} \rangle_v = \langle P_{\mathrm{TS}} + \varepsilon_{\mathrm{TS}} \rangle_v \tag{8}$$

が得られる[5]．ただし，$\langle\cdot\rangle_v$ は空間局所領域 $v \in V$ における平均を表す．エネルギ生成に含まれる τ_{ij} を τ_{ij}^{mod} に置き換えて Germano の恒等式で変形すると，上式は

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\underbrace{\left\langle -\left(\widetilde{\tilde{u}_i\tilde{u}_j}-\tilde{\bar{u}}_i\tilde{\bar{u}}_j\right)\tilde{S}_{ij}+\varepsilon_{\mathrm{TS}}\right\rangle_v}_{\Gamma_1} = \underbrace{\left\langle \widetilde{\tau^{\mathrm{mod}}}_{ij}\tilde{S}_{ij}-\tau_{ij}^{\widetilde{\mathrm{mod}}}S_{ij}+\varepsilon_{\mathrm{GS}}\right\rangle_v}_{\Gamma_2(C_1,C_2)} \tag{9}$$

と書き換えられる．ここで，$\widetilde{(\cdot)}$ は TS での粗視化を表す．いま，Γ_1 は GS 速度のみで定義でき，$\Gamma_2(C_1,C_2)$ はパラメータ $C_1(t), C_2(t)$ の関数となる．本研究では，このスケール間局所平衡関係を情報の観点から相互情報量の最大化問題

$$C_1, C_2 = \arg\max_{C_1,C_2} I(\Gamma_1 : \Gamma_2) \tag{10}$$

とみなしてパラメータを推定した．ここまでで提案した Information Preserving Coherent Structure Model（IP-CSM）は先行研究で提案された IP-SGS モデル[6] と同様のアイデアに基づくが，パラメータの決定方法を改善している．

4．結果・考察

圧力で駆動されるチャネル乱流を対象に，IP-CSM を a-posteriori テストで評価する．図 2 に平均速度と Reynolds せん断応力の壁垂直方向分布を示す．比較対象として，Smagorinsky モデル[7] と Coherent Structure モデル[4]（CSM）の結果も示す．両者は共に，式 6 の右辺初項のみを用いて

$$\tau_{ij}^{\mathrm{smag}} = C_1(f_s\Delta)^2\,|\boldsymbol{S}|S_{ij} \quad \text{with} \quad C_1 = -2\cdot 0.17^2 \tag{11}$$

$$\tau_{ij}^{\mathrm{CSM}} = C_1\Delta^2\,|F_{\mathrm{CS}}|^{\frac{3}{2}}\,|\boldsymbol{S}|S_{ij} \quad \text{with} \quad C_1 = -0.1 \tag{12}$$

と定義される．ただし，これらのモデルではパラメータ C_1 が事前に定数で設定されていることに注意する．また，オリジナルの Smagorinsky モデルは壁を表現できないため，van Driest の減衰関数

$$f_s = 1-\exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \quad \text{with} \quad A^+ = 25 \tag{13}$$

を適用した[8]．ここで，$(\cdot)^+$ は摩擦速度 u_τ と粘性長さスケール ν/u_τ による規格化である．

本研究で提案した IP-CSM は a priori なパラメータを持たないにも関わらず，チャネル乱流の統計を既存の SGS モデルと同等の精度で再現した．具体的には，図 2 (a)の流速分布では粘性低層における線形則と乱流層における対数則が，(b)の Reynolds せん断応力では $\propto y^3$ 則がよく再現された．なお，IP-CSM は周期箱乱流に対してもその統計とダイナミクスをよく再現した[9]．

5．結言

本研究では，局所平衡仮説を情報の保存と解釈するデータ駆動型 SGS モデルを提案した[9]．本手法は周期箱乱流，壁乱流の両方で既存モデルと同等の精度を達成し，乱流の情報理論描像がそのモデリングに有用であることを示した．

謝辞

研究は JST さきがけ JPMJPR25K1 および JSPS 科研費 21H05007，24K22942 による助成を受けた．

参考文献

1) S. L. Brunton, B. R. Noack and P. Koumoutsakos. Machine learning for fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 52, No. 1, pp. 477–508, 2020.

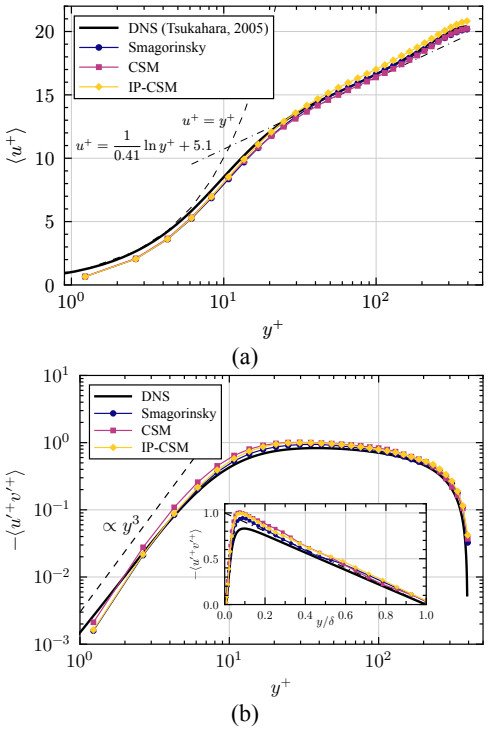


Fig. 2 (a) Mean velocity and (b) Reynolds shear stress profile of wall turbulence. The dashed and dot-dash lines in (a) are the viscous sublayer and log-law scaling, respectively. The inset of (b) replots the main plot in linear-linear axes. DNS and some conventional SGS models' results are shown for comparison.

2) C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, Vol. 27, No. 3, pp. 379–423, 1948.
3) Thomas S. Lund and Evgeny Novikov, Parameterization of subgrid-scale stress by the velocity gradient tensor, *Proceedings of NASA Annual Research Briefs*, 1993.
4) H. Kobayashi. The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 4, 2005. 045104.
5) T. Murota, A dynamic subgrid scale model of eddy viscosity type deduced from a local inter-scale equilibrium assumption of energy transfer, *Third Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 2003. Begel House Inc..
6) A. Lozano-Durán and G. Arranz. Information-theoretic formulation of dynamical systems: causality, modeling, and control. *Physical Review Research*, Vol. 4, Jun 2022. 023195.
7) J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment. *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99–164, 1963.
8) E. R. van Driest. On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 23, No. 11, pp. 1007–1011, 1956.
9) T. Hashimoto, T. Tsukahara and R. Araki. Information-preserving SGS model based on the local inter-scale equilibrium hypothesis. in prep.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル
Ensemble model of turbulence based on states of constant flux in wavenumber space

吉田　恭（筑波大・数理物質）
Kyo YOSHIDA, University of Tsukuba
E-mail: yoshida.kyo.fu@u.tsukuba.ac.jp

An ensemble model of turbulence proposed by the author (K. Yoshida, Phys. Rev. E **106**, 045106 (2022)) is reviewed. The ensemble consists of all the states in which a constant flux of an inviscid conserved quantity, such as energy or enstrophy in two-dimensional fluids, in wavenumber space is sustained during a certain time interval under inviscid dynamics. To support the validity of the model, it was attempted to numerically sample such states with constant enstrophy flux in two-dimension fluid using a Monte-Carlo method. The results show that the energy spectra of the sampled states with quasi-constant enstrophy flux are consistent with the known spectrum $E_k = C_K \eta^{2/3} k^{-3} \left(\ln(k/k_\mathrm{b})\right)^{-1/3}$, where η is the constant value of enstrophy flux, k_b is the lower bound of the constant-flux range, and C_K is a universal constant.

1．はじめに

粘性流体の運動は決定論的なNavier-Stokes方程式で記述されるが，高Reynolds数では，その解の速度場$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$は様々な時空間スケールの変動が励起され乱雑に振る舞う乱流状態となり，確率を用いた解析が適当であろうと期待される．ただし，支配方程式に基づき乱流の種々の統計量を求める方法論は確立していない．

ここで熱平衡系の統計力学を振り返ってみると，Gibbsによるアンサンブル描像の整備および後続の洗練によって，その方法論が完全に確立している．ハミルトニアンが与えられたら，状態空間にカノニカル・アンサンブル，ミクロカノニカル・アンサンブルなどのアンサンブルモデルを導入すれば，諸々の統計量は対応する量のアンサンブル平均で表される．アンサンブル描像の根拠づけについては，典型性に基づく議論など最近でも研究の対象であるが，少なくとも熱平衡状態についてはアンサンブル描像による処方箋の有用性には揺るぎがない．

乱流にも適切なアンサンブルモデルを導入できないかというのは自然な問いである．駆動散逸力学系の一般論としてはアトラクタ上の不変測度は一つの候補であるが，それについて厳密に数学的な解析は難しい．不変測度の代替に不安定周期軌道を数値的に探索する研究（例えば文献[1]）もあるが，これもReynolds数の上昇とともに困難になる．外力場を確率変数として扱い場の理論的な定式化（例えば文献[2]）もなされているが，その具体的解析は難しい．完結近似において，具体的にアンサンブルを指定することを避け，適当な仮定の下でアンサンブル平均による場の1次または2次までの低次モーメントについて閉じた式を導出する．特にラグランジュ2点完結近似（例えば文献[3,4]）は，乱流のエネルギースペクトルのKolmogorov則を普遍定数の見積もりまで含めて導くことに成功している．完結近似についての包括的なレビューは文献[5]等を参照にされたい．ここに挙げた例も含めてこれまで乱流の統計理論について様々な観点から研究が行われ一定の知見が蓄積されてはいるが，熱平衡系統計力学におけるカノニカル・アンサンブルなどのアンサンブル理論のような決定版はいまだ無いというのが現状だろう．

一方でRichardson[6]以来，乱流におけるエネルギーカスケードの現象論は広く受け入れられている．外力により大きいスケールの渦にエネルギーが注入され，段階的に次の小さい渦にエネルギーが輸送され，やがて一番小さいスケールの渦で粘性によりエネルギーが散逸する．統計的定常状態ではエネルギー注入率とエネルギー輸送率とエネルギー散逸率がバランスして，その値ϵが系を特徴づける重要なパラメタとなる．Kolmogorovの一様等方性乱流の理論[7]もϵを中心に据えて展開される．

最近，著者はこのエネルギーカスケードの現象論を積極的に取り入れた乱流のアンサンブルモデルの構築を試みており[8]，本講演ではその概要を説明する．

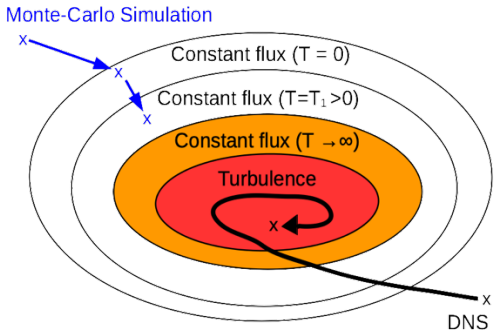


Fig. 1 Conceptual diagram of ensembles of states with constant flux over time intervals and the ensemble of turbulence.

2．アンサンブルモデル

エネルギーカスケードは，波数空間の言葉で言えば，ある波数kより低波数側の領域から高波数側の領域に非線形相互作用で輸送されるエネルギー流束Φ_kが，慣性領域において波数によらず一定値ϵとなり，それが時間発展で維持されることである．この状態を定流束状態と呼び，その維持時間をTで表すことにする．数々のNavier-Stokes方程式の直接数値シミュレーション（DNS）において，計算資源の制約により限られた慣性領域範囲内ではあるが，定流束状態$\Phi_k \approx \epsilon$に緩和することが確認されている（例えば文献[9]）．これは乱流状態を外力のあるNavier-Stokes方程式のアトラクタ上での点と捉えた場合，乱流状態の集合が十分長いTについての定流束状態の集合に含まれることを示唆する．（Fig. 1参照）．

ここで一つの仮説を考える．「乱流状態の集合と十分長いTについての定流束状態の集合は，稀な非典型的状態を除いて一致する」のではないか．この仮説が正しいとすると，十分長いTについての定流束状態の集合を乱流のアンサンブルモデルと考えることができる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

以降では，状態（速度場）を象徴的に $\boldsymbol{u}$ で表し，$\boldsymbol{u}$ を期条件に外力なし，非粘性（つまり Euler 方程式）で時間発展した解を $\boldsymbol{u}(t)$ で表す．アンサンブルモデルは状態空間上の確率密度関数 $P(\boldsymbol{u})$ で指定される．ここで，

$$P(\boldsymbol{u}) := C \prod_{n=0}^{N_t} \prod_{m=0}^{N_k} \delta\left(\Phi_{k_m}\left(\boldsymbol{u}(t_n)\right) - \epsilon\right) \quad (1)$$

とする．ただし $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数，C は確率の規格化定数，ϵ はエネルギー流束に対応する定数，$k_0 < k_1 < \ldots < k_{N_k}$ で $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_{N_t}$ である．ここで，$N_k, N_t \to \infty$，$k_{N_k}, t_{N_t} \to \infty$，$\min_m(k_{m+1} - k_m)$，$\min_m(t_{n+1} - t_n) \to 0$ とすることで，形式的に定流束状態のアンサンブルを構成できる．

式が明示的に与えられているものの，このアンサンブルに基づいて種々の量の平均を求めることは困難であり，何らかの近似的解析手法を開発する必要がある．しかし，ここではその代わりにこのモデルに関して数値計算的アプローチを試みる．

3．定流束状態の数値的探索

定流束状態を力学的時間発展によらず数値的に探索することを考える（Fig. 1 参照）．ランダムサンプリングされた定流束状態と DNS で得られた乱流状態の種々の量を比較してそれらが同等であれば，前節での仮説が正しいと数値的に検証されたと言えよう．また熱平衡系の統計力学でも期待されている「アンサンブル内のほとんどの状態は，興味ある物理量について同じ値を持つ」という典型性の性質が，ここでのアンサンブルについても成り立つならば，1 つの定流束状態を適切にサンプリングできれば，その状態から必要な物理量の情報が得られることになる．

文献 [8]では，計算資源の節約のため手始めに，2 次元乱流について瞬時的（$T = 0$）定エンストロフィー流束状態のモンテカルロ法による数値探索を試みている．状態 $\boldsymbol{u}$ のエンストロフィー流束を $\Phi_k^{\Omega}(\boldsymbol{u})$ と表す．状態 $\boldsymbol{u}$ の定エンストロフィー流束状態 $\Phi_k^{\Omega}(\boldsymbol{u}) = \eta$ からのずれを適切に誤差関数 $\Delta(\boldsymbol{u})$ を定義して評価する．まず，乱数で初期の状態 $\boldsymbol{u}$ 選ぶ．また乱数で $\boldsymbol{u}$ からわずかにずれた状態 $\boldsymbol{u}'$ を選ぶ．$\Delta(\boldsymbol{u}') \le \Delta(\boldsymbol{u})$ の場合は $\boldsymbol{u}$ を $\boldsymbol{u}'$ に更新し，それ以外の場合は $\boldsymbol{u}$ をそのままにする．これを繰り返すことにより $\Delta(\boldsymbol{u}) \approx 0$ となれば，近似的に定流束状態が探索されたことになる．

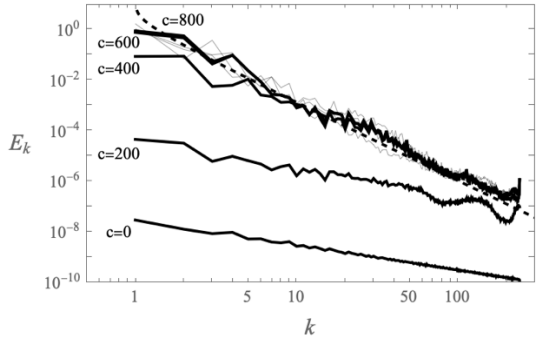


Fig. 2 Energy spectra of obtained states with quasi-constant enstrophy flux. Dashed line shows the scaling spectrum. Reprinted from Ref. 8.

モンテカルロ法で得られた瞬時的（$T = 0$）近似的定エンストロフィー流束状態のエネルギースペクトルが Fig. 2 に示されている．全ての波数モードに 1 回ずつモンテカルロ試行する過程を 1 サイクルとして，サイクル数を c で表している．$c = 800$ の状態のエネルギースペクトルは，ラグランジュスペクトル完結近似によって得られた乱流のエンストロフィーカスケード領域におけるエネルギースペクトル [10] $E_k = C_K \eta^{2/3} k^{-3} \left(\ln(k/k_b)\right)^{-1/3}, C_K = 1.81$（点線）と整合している．ただし，$\eta$ は定エンストロフィー流束の値でk_bは定エンストロフィー領域の下端波数である．

4．まとめと展望

数値探索で得られた数値探索で得られた瞬時的（$T = 0$）近似的定エンスロィー流束状態がエネルギースペクトルにおいて乱流状態と整合することは，第 2 節の仮説に対して肯定的な結果である．ただし，これは初歩的な検証であり，多くの課題が残されている．まず，定流束が維持される時間が $T > 0$ となる場合はどうなるのか，定流束状態と乱流状態の類似性を見るのにエネルギースペクトル以外にどのような量を調べればいいのか，また数値探索の初期値などに結果は依存しないのか，などの問題がある．これらの問題については，文献 [11]で扱っている．更に，同様の数値的探索を 3 次元乱流のエネルギーカスケード領域について行うことが重要である．現行の数値的探索は愚直で非バイアス的であるが非効率的であり，その効率化も課題である．

参考文献

1) G. Kawahara and S. Kida, J. Fluid Mech. **449**, 291 (2001).
2) P. Martin, E. Siggia, and H. Rose, Phys. Rev. A **8**, 423 (1973).
3) R. H. Kraichnan, Phys. Fluids **8**, 575 (1965).
4) Y. Kaneda, J. Fluid Mec. **107**, 131 (1981).
5) Y. Zhou, Phys. Rep. **935**, 1 (2021).
6) L. F. Richardson, Weather prediction by numerical processes (Cambridge University Press, 1922) p. 66.
7) A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR **30**, 301 (1941), (reprinted in Proc. R. Soc. Lond. A **434**, 9).
8) K. Yoshida, Phys. Rev. E **106**, 045106 (2022).
9) T. Ishihara, K. Morishita, M. Yokokawa, A. Uno, and Y. Kaneda, Phys. Rev. Fluids **1**, 082403(R) (2016).
10) Y. Kaneda, Phys. Fluids **30**, 2672 (1987), erratum: see the reference in T. Ishihara and Y. Kaneda, Phys. Fluids, **13** 544 (2001).
11) K. Yoshida, arXiv:2507.04853 [physics.flu-dyn] .

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (4)

座長：玉野真司（名古屋工業大学）

16:25 ~ 16:40

[15010] チャネル高分子流れにおける壁面せん断応力計測に関する研究

*浅岡 純平[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学大学院工学研究科エネルギー理工学専攻)

16:40 ~ 16:55

[15011] 圧縮性等方乱流におけるショックレットの幾何学的解析

*櫻井 幹記[1]、立石 隼啓[2]、石原 卓[2] (1. 横浜国立大学、2. 岡山大学)

16:55 ~ 17:10

[15012] 非対称流路ネットワークでバクテリア集団運動のトポロジカルエッジ状態をデザインする

*内田 善人[1]、西口 大貴[2]、竹内 一将[1] (1. 東京大学、2. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[15013] 滑らかなオイラー流における渦輪の非線形スケール局所変形

*米田 剛[1] (1. 一橋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

チャネル高分子流れにおける壁面せん断応力計測に関する研究
Study on Wall Shear Stress Measurement in Polymer Channel Flow

浅岡　純平（名古屋大・工）　　辻　義之（名古屋大・工）
Jumpei ASAOKA, Nagoya University
Yoshiyuki TSUJI, Nagoya University
FAX: 052-789-4692
E-mail: asaoka.jumpei.m4@s.mail.nagoya-u.ac.jp

高分子添加による抵抗低減効果のメカニズム解明に向けて、壁面近傍の応力構造の理解は極めて重要である。本研究では、高分子添加流体を対象に、圧力損失測定から得られる平均壁面せん断応力と、物質輸送と運動量輸送のアナロジーを利用した電気化学的計測手法から得られる壁面せん断応力の比較検討を行った。チャネル乱流場において、複数の高分子濃度や Re 数条件下における応力評価を実施した。その結果、高分子濃度の増加に伴い、圧力損失に基づく応力値に対して電気化学的計測に基づく応力値が相対的に小さくなるという有意な差異が生じることが確認された。本発表では、この計測手法間の差異について、圧力損失が壁面における総応力を捉える一方で、電気化学的計測が壁面での速度勾配に由来する粘性応力を評価しているという仮説を提示する。得られた応力の差分が壁面近傍における高分子応力項に起因する可能性について報告し、高分子が応力場に与える影響について議論する。

１．はじめに

流体に微量の高分子を添加することにより摩擦抵抗が著しく低減する現象は、流体輸送システムの省エネルギー化に資する重要な特性として知られており、その流体力学的メカニズムの解明に向けて、これまで数多くの研究が行われてきた。抵抗低減効果の定量的評価や流路内における乱流構造の変調を理解する上で、壁面せん断応力を正確に把握することは不可欠である。一般に、平均的な壁面せん断応力は圧力損失測定に基づき、検査体積における全体の運動量バランスから算出される。一方、壁面近傍における局所的かつ瞬時の壁面せん断応力の評価には、物質輸送と運動量輸送のアナロジーを利用した電気化学的計測手法が有効である。ニュートン流体においては、これら原理の異なる計測手法から得られる壁面せん断応力は一致する。しかし、高分子添加流体では流体中に弾性が付与されるため、せん断応力は粘性応力項およびレイノルズ応力項に加えて、高分子応力項を含む形で記述される [1]。壁面上の境界条件に注目すると、壁面せん断応力は粘性応力項と高分子応力項のみから構成される。

本研究では、圧力損失測定および電気化学的計測手法を用いて高分子水溶液の壁面せん断応力を測定し、両者から得られる結果の差異に着目した。全体の運動量バランスに基づく圧力損失測定が壁面における総せん断応力を反映するのに対し、電気化学的計測手法による結果は主として粘性応力項を評価している可能性があると考えられる。本発表では、この仮説に基づき、両計測結果の差分を壁面における高分子応力項として評価する新たな試みについて報告する。

２．実験手法及び条件

実験ループの全体概略図を Fig. 1 に示す。流路は，試験部であるアクリル製チャネルダクト，円管，タンク，ポンプおよび流量計から構成されている。チャネルダクトの試験部には，作用電極板を設置するための開口部および対極として用いる Ni 板が設けられている。チャネルダクトの寸法は，高さ 10 mm，幅 120 mm，全長 2040 mm である。チャネル入口から試験部までの距離は 1330 mm とし，計測位置に到達するまでに流れが十分に発達するよう考慮した。高分子には、電気化学的計測手法に影響の少ない、非イオン性かつ水溶性を有するポリアクリルアミドを使用した。各実験条件は Table 1 に示す。

Table 1　実験条件

Re_b	(-)	5500, 7000, 8600, 10000, 11700
Temperature	(℃)	20
Polymer concentration	(ppm)	0, 50, 100, 150, 200, 250, 300
Measurement time	(s)	60
Measurement Frequency	(Hz)	5000
Polymer (Polyacrylamide)		M_v= 6×10^6

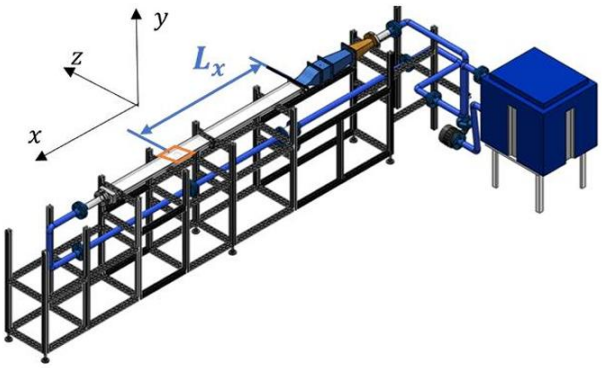


Fig. 1 試験ループ全体図

２．１　圧力損失測定

圧力損失測定では、流路の測定部の上流および下流に設けた圧力孔の間の圧力差を測定することにより、壁面せん断応力を算出した。圧力孔はチャネル底面にあり、測定区間の距離は 0.8 m である。得られた圧力損失から、チャネルの寸法と測定区間距離を用いた全運動量のバランスの式に基づいて、平均の壁面せん断応力を算出した。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\tau_{w,p} = \frac{ab}{2(a+b)} \cdot \frac{\Delta P}{L} \tag{1}$$

２．２　電気化学的計測手法

本研究では運動量輸送と物質輸送のアナロジーを利用した電気化学的計測手法を用いた。本手法では、流体中の運動量の輸送特性が、電極表面における物質の移動特性と対応することを利用し、物質移動量から壁面せん断応力を間接的に評価した。具体的には、作動流体である電解液中に酸化体および還元体を溶解させ、チャネル底面に設置した作用電極に電圧を印加する。これにより、電極表面では酸化還元反応が生じ、その際に流れる電流値を測定する。印加電圧を適切に設定することで、反応はイオンの拡散速度によって律速される状態となり、測定される電流値は電極近傍における物質移動量、すなわち流れ場の特性を反映する。限界電流と物質移行係数の関係は式(2)で示される。

$$\tilde{k} = \frac{i}{An_eFc_b} \tag{2}$$

電極の寸法および配置は Fig. 2 に示す通りであり、スパン方向に円形電極を円盤プレートに埋め込んだ。円盤プレートは測定部であるチャネル底面に設置した。円形電極の直径は 0.3 mm で間隔は 1.25 mm である。

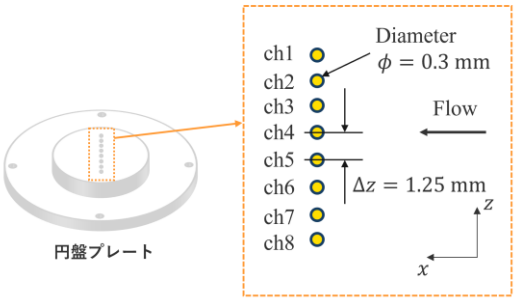


Fig. 2 円盤プレート及び電極寸法

計測された電流値から、物質移動と運動量輸送の関係式を用いて壁面せん断応力を算出する。濃度境界層は電極表面上のみに十分薄い層として形成される。Hanratty および Campbell によれば、十分に小さな点電極に対しては、濃度境界層の厚さは極めて薄く、速度境界層における粘性底層内に存在する [2]。この条件下では、壁面せん断応力と物質移行係数との関係は式(3)で与えられる。ただし、式(3)に含まれる定数Cは、電極の形状及び寸法の影響を考慮したものであり、点電極の場合には$C = 0.807$とされている [3, 4]。

$$\tilde{\tau}_{w,e} = \frac{L_e\mu}{{D_f}^2}\left(\frac{\tilde{k}}{C}\right)^3 \tag{3}$$

３．結果

圧力損失測定と電気化学的計測手法、それぞれの手法から算出された結果を比較した。結果を図 1 に示す。横軸は高分子濃度、縦軸は圧力損失で得られた結果に対する、2 つの計測手法の差が占める割合である。

両手法の計測精度と整合性を担保するため、事前に溶媒である水を用いて各レイノルズ数における計測を行い、Dean の実験式に基づく補正係数を算出することで基準の厳密な統一を図った。ただし$C_f = \tau_w / \frac{1}{2}\rho {U_b}^2$で定義される。

$$C_f = 0.073Re^{-0.25} \tag{4}$$

異なる高分子濃度およびレイノルズ数条件下で計測を実施し、両手法から得られた壁面せん断応力の相対的な差分を評価した。両者の比較から、高分子濃度が増加するにつれて、圧力損失から得られた壁面せん断応力に対して、電気化学的計測から得られた壁面せん断応力が相対的に小さくなる傾向が明確に確認された。この計測手法の違いに起因する壁面せん断応力の乖離は、高分子濃度の上昇に伴って拡大した。さらに、この濃度依存性の傾向は、検証した全てのレイノルズ数条件において一貫して認められた。圧力損失測定が流路全体の力学的な釣り合いから壁面での総せん断応力を算出するのに対し、電気化学的計測手法は壁面近傍の物質移動量、すなわち壁面での速度勾配に基づく粘性応力を評価していると考えられる。したがって、本実験における高分子濃度の増加に伴う計測値の差の拡大は、単なる機器の計測誤差ではなく、壁面上に明確に存在する高分子応力項の寄与分を定量的に抽出できている可能性を示唆するものであると推測される。

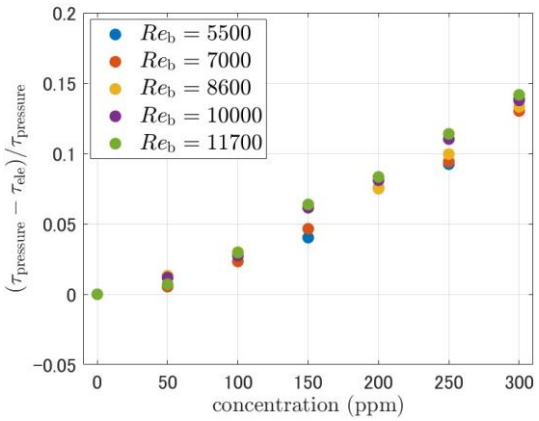


Fig. 3 $\tau_{w,p}$に対し両手法の結果の差が占める割合

参考文献

1) 堀内 潔:粘弾性法線応力差による乱流抵抗低減機構の解明, 日本機械学会論文集 B 編, 70 巻, 699 号, pp.404–410, 2004.
2) J. A. Campbell and T. J. Hanratty: Measurement of wall shear stress, *Fluid Mechanics Measurements*, 2nd ed., Routledge, 1996.
3) Y. Wang and Y. Tsuji: Characteristics of shear stress fluctuations in polymer solutions and their relation to turbulent structures in channel flows, *Physics of Fluids*, 36, 105153, 2024.
4) L. P. Reiss and T. J. Hanratty: An experimental study of the unsteady nature of the viscous sublayer, *AIChE Journal*, 9, pp.154–160, 1963.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧縮性等方乱流におけるショックレットの幾何学的解析
A Study on the Geometry of Shocklets in Compressible Isotropic Turbulence

櫻井　幹記（横国大・環境）　　立石　隼啓（岡大・環境）　　石原　卓（岡大・環境）
Yoshiki SAKURAI, Yokohama National University
Hayahiro TATEISHI, Okayama University
Takashi ISHIHARA, Okayama University
E-mail: sakurai-yoshiki-hx@ynu.ac.jp

We investigated the geometry of strong shocklets using high-resolution direct numerical simulations of non-isothermal and isothermal compressible isotropic turbulence. The results revealed that strong shocklets exhibit shapes ranging from thin layers to thin rod-shaped structures and show no significant dependence on the isothermal assumption or the Reynolds number. An analysis based on the moment of inertia, assuming the local structure of the shocklet to be a rectangular parallelepiped, indicated that strong shocklet regions become thicker as the Reynolds number increases.

１．諸言

亜音速領域における圧縮性乱流では，局所的に速度発散が大きく負の値をとるショックレットと呼ばれる弱い衝撃波が形成される．ショックレットは，エネルギー散逸や渦生成など，圧縮性乱流の様々な力学特性に影響を及ぼす重要な乱流構造であると考えられている[1]．

Samtaney et al.[2]は圧縮性減衰乱流の直接数値計算（DNS）を実施し，乱流場から抽出したショックレット構造の多くが湾曲した薄いリボン状であることを示した．Watanabe et al.[3]はソレノイダル外力によって駆動される一様等方性圧縮性乱流の DNS データを解析し，圧力ジャンプおよび圧力勾配から見積もられるショックレット厚みが乱流マッハ数の増加とともに減少し，漸近的にコルモゴロフ長の約 1.5 倍に近づくことを示した．また，彼ら[3]の結果は，ショックレット厚みがレイノルズ数にほとんど依存しないことを示唆している．しかしながら，ショックレットは非常に薄いため，その幾何学的構造を正確に解析するには高い空間解像度を有する DNS データが不可欠である．

近年実施された圧縮性乱流の高解像度 DNS[4]では，速度発散の確率密度関数が非等温乱流と等温乱流で異なり，さらにレイノルズ数に依存することが示された．この結果は，ショックレット構造が等温仮定やレイノルズ数によって変化することを示唆している．本講演では，Vela-Martin and Ishihara[5]によって開発された乱流構造の解析手法を高解像度 DNS で得られた圧縮性乱流場[4]に適用し，ショックレットの幾何学的構造を定量的に特徴づけた結果について報告する．

２．数値計算手法と計算条件

本研究では，3 次元の非等温および等温圧縮性ナビエ・ストークス方程式に基づく高解像度 DNS によって得られた乱流場[4]を解析し，等温仮定の有無およびレイノルズ数がショックレットの幾何学的構造に及ぼす影響を調べた．計算領域は一辺2πの立方体であり，各方向に周期境界条件が課されている．計算手法の詳細については，Sakurai and Ishihara[4]を参照されたい．解析した乱流場の統計量を表 1 に示す．ここで，nonIT と IT はそれぞれ非等温乱流と等温乱流を表し，Nは 1 次元あたりの格子点数，R_λはテイラー・レイノルズ数，M_tは乱流マッハ数，ε_rはエネルギー散逸率の圧縮成分ε_dとソレノイダル成分ε_sの比$\varepsilon_d/\varepsilon_s$，$\eta$はコルモゴロフ長である．すべての計算において，$k_{\max} \equiv \sqrt{2}N/3$により定義される空間解像度は$k_{\max}\eta \approx 8$である．

Table 1 Simulation parameters and turbulence characteristics.

Run	N	R_λ	M_t	ε_r	$10^3\eta$
2048-nonIT	2048	166	0.30	0.098	7.92
2048-IT	2048	182	0.32	0.099	7.90
4096-IT	4096	336	0.33	0.126	4.13

３．解析手法

Vela-Martin and Ishihara[5]によって提案された手法を用いたショックレット構造解析の概要を以下に示す．速度発散$\theta \equiv \nabla\cdot\boldsymbol{u}$に対して，$\theta < -\alpha\theta_{\mathrm{rms}}\ (\alpha = 20, 30)$を満たす格子点を強いショックレット領域と定義する．ここで，$\boldsymbol{u}$は速度ベクトル，θ_{rms}はθの二乗平均平方根である．強いショックレット領域に含まれる格子点から構成される慣性モーメントテンソルの固有値を解析することにより，三つの主慣性モーメント$I_1, I_2, I_3\ (I_1 > I_2 > I_3 \geq 0)$が得られる．これらより，ショックレットの形状を特徴づける無次元パラメータ

$$\varepsilon_1 = \frac{I_2}{I_1}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{I_3}{I_1} \tag{1}$$

を定義する．ここで，$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$は厚みが無視できる層状構造を，$\varepsilon_1 = 1$かつ$\varepsilon_2 = 0$は厚みが無視できる棒状構造を表す．なお，強いショックレット領域の概形を抽出することを目的とした解析では，フィルター幅$\Delta = (\pi/2)\eta$のガウスフィルターによって粗視化された乱流場を用い，強いショックレット領域の断片の厚さを求めることを目的とした解析では，粗視化なしの元の乱流場を用いた．

本研究では，ショックレット厚みの定量的評価を行うため，以下の解析を実施した．$(100\eta)^3$の立方領域に含まれるショックレットを，一辺の長さがそれぞれ$a, b, c\ (a > b > c)$である直方体として近似する．直方体の重心を原点とし，bとcを辺とする面に垂直な方向をx軸，cとaを辺とする面に垂直な方向をy軸，aとbを辺とする面に垂直な方向をz軸と定義する．このとき，ショックレット領域に含まれる格子点数をMとすると，各軸まわりの慣性モーメントは$I_x = M(b^2 + c^2)/12, I_y = M(c^2 + a^2)/12, I_z = M(a^2 + b^2)/12$と表される．これらの関係式から，最も短い辺の長さは

$$c = \sqrt{\frac{6(I_x + I_y - I_z)}{M}} \equiv \delta \tag{2}$$

のように求めることができる．本研究では，式(2)によって求められる値を強いショックレット領域の厚さδとして定義する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

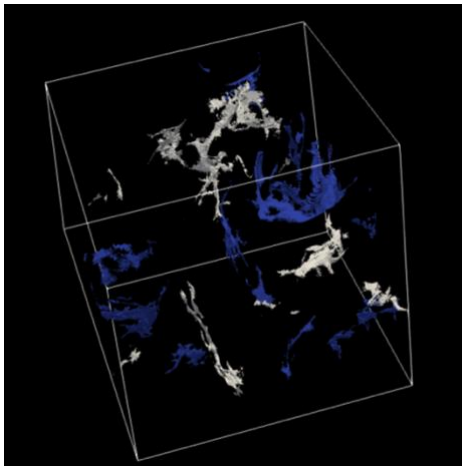


Fig. 1 Visualization of the ten largest shocklets in 2048-nonIT (blue) and 2048-IT (white). The visualization range is $(2\pi)^3$.

4．結果

2048-nonIT および 2048-IT の乱流場において，$\alpha = 20$において大きさが上位 10 位に含まれる強いショックレット領域を重ねて可視化した結果を図 1 に示す．いずれの乱流場においても，ショックレットは乱流場全域に広く分布していることが観察される．詳細な解析の結果，2048-nonIT の乱流場では 2048-IT の乱流場と比較して，ショックレットの個数が多く，かつ，その大きさも大きいことが明らかになった（図省略）。これらの結果は，同程度のレイノルズ数においても，等温仮定の有無によってショックレットの幾何学的性質が変化することを示している．

粗視化した圧縮性乱流場において，$\alpha = 20$により抽出される強いショックレット構造を対象に，等温仮定およびレイノルズ数がε_1およびε_2の値に及ぼす影響を調べた結果を図 2 に示す．図 2 から，ショックレットは薄い層状構造から細い棒状構造に広く分布する形状を有するものの，Vela-Martin and Ishihara [5]が示した渦クラスターのような三次元的に広がった構造をもたないことがわかる。また，図 2(a)では 2048-nonIT と 2048-IT の分布が概ね一致しており，図 2(b)では 2048-IT と 4096-IT の分布が概ね一致していることが観察される．以上のことから，ショックレットの幾何学的形状は等温仮定およびレイノルズ数に対して顕著な依存性を示さないことが示唆された．

$\alpha = 30$において大きさが上位 40 位に含まれる強いショックレットを抽出し，相互に重なって解析が困難なものを除外した結果，2048-IT では 19 個，4096-IT では 30 個のショックレットが抽出された。式(2)を用いてショックレット厚みを算出したところ，その平均値は 2048-IT で$\delta = 2.02\eta$，4096-IT で$\delta = 3.00\eta$となった．以上により，強いショックレット領域の厚さは，レイノルズ数の増加に伴って増加することが示された．

5．結言

圧縮性等方乱流の高解像度 DNS によって得られた乱流場に存在する強いショックレットを対象に幾何学的解析を行い，等温仮定およびレイノルズ数の影響を調べた．その結果，強いショックレットは乱流場全域に広く分布しており，その個数および大きさは等温仮定の影響を受けることが明らかになった．一方で，強いショックレットは薄い層状構造から細い棒状構造に広く分布する形状を有するものの，その形状および分布は等温仮定およびレイノルズ数に対して顕著な依存性を示さないことが示唆された．さらに，直方体近似に基づく慣性モーメントを用いた解析により，レイノルズ数の増加に伴って強いショックレット領域の厚さが増加することが示された．

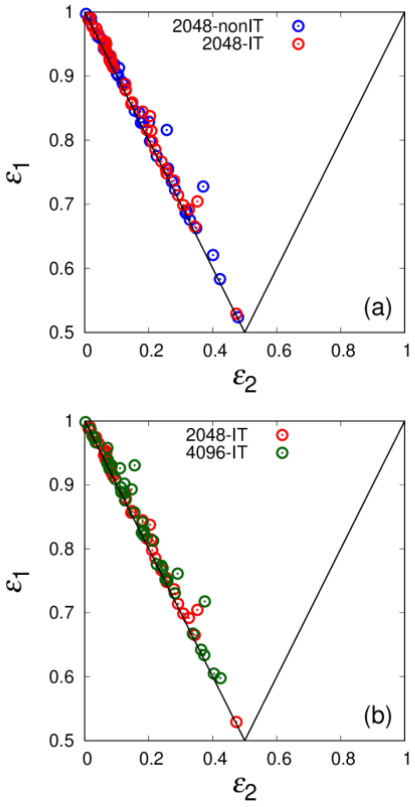


Fig. 2　Effect of (a) the isothermal assumption and (b) the Reynolds number on the values of ε_1 and ε_2.

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP23H04473, JP23K19958 の助成を受けて実施した．また，本研究の一部は，HPCI システム利用研究課題（hp240165，hp250088）を通じて，理化学研究所が提供する富岳および名古屋大学が提供する不老の計算資源を使用して実施した．また，学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（JHPCN）による支援も受けた（課題番号：jh240062，jh250074）．

参考文献

1) P. Sagaut and C. Cambon: Homogeneous Turbulence Dynamics, 2nd edn., Springer, 2018.
2) R. Samtaney, D. I. Pullin, and B. Kosovic: Direct numerical simulation of decaying compressible turbulence and shocklet statistics, Phys. Fluids 13, 1415, 2001.
3) T. Watanabe, K. Tanaka, and K. Nagata: Solenoidal linear forcing for compressible, statistically steady, homogeneous isotropic turbulence with reduced turbulent Mach number oscillation, Phys. Fluids 33, 095108, 2021.
4) Y. Sakurai and T. Ishihara: Direct numerical simulations of compressible turbulence in a periodic box: Effect of isothermal assumptions on turbulence statistics, Phys. Fluids 36, 085152, 2024.
5) A. Vela-Martin and T. Ishihara: A new statistical tool to study the geometry of intense vorticity clusters in turbulence. J. Phys.: Conf. Series 708, 012004, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非対称流路ネットワークでバクテリア集団運動のトポロジカルエッジ状態をデザインする
Designing Topological Edge States of Bacterial Collective Motion in Asymmetric Channel Networks

内田　善人（東大・理）　　西口　大貴（東京科学大・理）　　竹内　一将（東大・理）
Yoshihito UCHIDA, The University of Tokyo
Daiki NISHIGUCHI, Institute of Science Tokyo
Kazumasa A. TAKEUCHI, The University of Tokyo
E-mail: uchida@noneq.phys.s.u-tokyo.ac.jp

While active matter is intrinsically nonequilibrium and fluctuating, the emergence of topologically protected edge states has been theoretically proposed using the concept of wavenumber topology. However, experimental realizations remain largely unexplored and have so far been limited to systems composed of chiral active particles, which restricts design capabilities. Here, we experimentally realize geometry-driven topological edge states in dense bacterial suspension using microfabricated networks. In a directional kagome network composed of ratchet-shaped channels, we observe edge localization of bacterial density, where the density decays from the network boundary toward the bulk. We further reveal the topological origin of the observed edge states and identify the key geometrical ingredients required for their design.

波数空間トポロジーは固体物理においてロバストな輸送現象を理解するための有用な枠組みであり、近年では、エネルギーを自ら駆動力へと変換する粒子から構成されるアクティブマターへの拡張も研究されている。アクティブマター系は本質的に非平衡でゆらいでいるにもかかわらず、トポロジカルエッジ状態が発現しうることが理論的に予言されている。しかし、実験的には運動のカイラリティーという構成粒子の特徴を活かした実現に留まっており、アクティブマターにおけるトポロジカル輸送現象のデザイン可能性は依然として限定的である。

そこで、運動のカイラリティーといった粒子自身の性質ではなく、粒子の存在する環境の幾何構造によってトポロジカル輸送現象を実現できるという理論提案[1)]に着目した。この枠組みでは、固体物理における結晶構造に類似した周期的な構造を環境として与えることで、アクティブ粒子自身の内部自由度に依存せずにトポロジカル輸送現象を実現できると期待され、その制御可能性に系統的に踏み込める。本研究では、理論モデル[2)]の幾何構造に着想を得て、特徴的な波数空間トポロジーを持つと期待されるネットワーク構造を微細加工で作製し、そこにバクテリア懸濁液を閉じ込めることで、トポロジカルエッジ状態を実現した[3)]。

まず、理論モデル[2)]に着想を得て作製した非対称籠目ネットワークにおいて、バクテリア数密度がエッジからバルクへ向かって減衰するエッジ局在の観察に成功した(Fig. 1 上)。この非対称籠目ネットワークは、バクテリア集団の整流効果を生み出すラチェット型流路（Fig. 1 下）で構成されており、非対称流路によって生じる強い一方向流れがエッジ局在を生み出していることが示唆された。

また、実験的に観察されたエッジ状態のトポロジカルな起源を明らかにするために、非対称流路ネットワーク内でのバクテリア輸送をモデル化し、バンド理論に基づく解析を行った。その結果、ギャップを有するバンド構造が得られ、非自明なトポロジカル不変量によって特徴づけられることが明らかになった。また、バンドギャップを横切るモードが現れ、その固有モードがネットワークのエッジに局在する状態に対応していることを示した。

さらに、エッジ状態の発現に重要な幾何構造の性質を明らかにすべく、微細加工による形状のチューニングを行い、エッジ局在の発現の有無を調査した。その結果、ネットワ

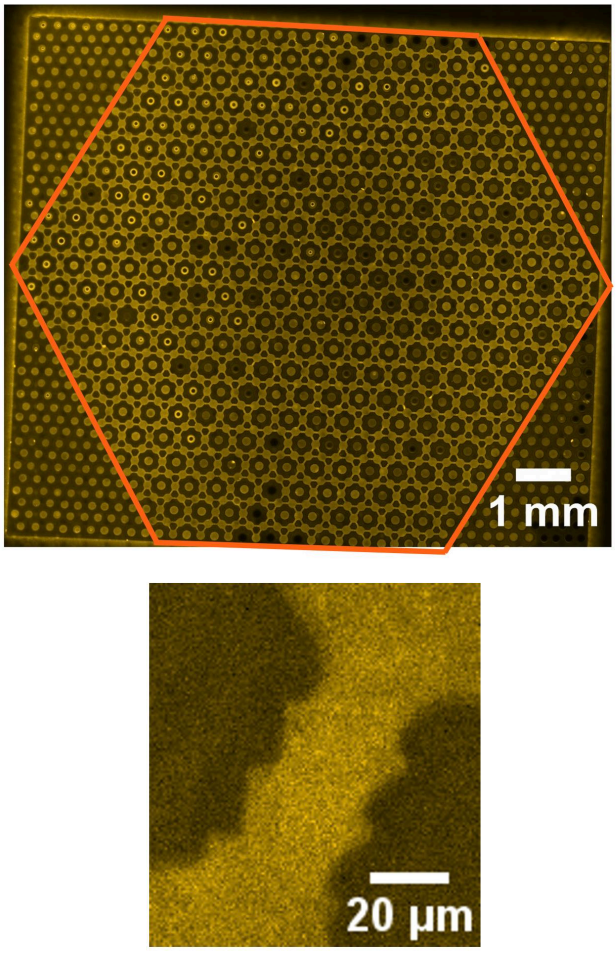


Fig. 1 Epifluorescence microscopy image of dyed bacterial suspension confined in a directional kagome network (top), which is composed of wells connected by ratchet-shaped channels (right).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ーク構造のカイラリティーにより、エッジ局在の有無を設計できることを実証した。

以上の結果より、典型的なアクティブマター系において、トポロジカル輸送現象を環境の幾何構造によって制御できることを実証した。より一般的な観点からは、幾何形状による輸送現象の制御を通じて、マイクロ流体デバイスなどにおいて、通常は乱流的な振る舞いを示す流れをロバストに制御するための設計指針につながる可能性が期待される。

参考文献

1) K. Sone and Y. Ashida. Anomalous topological active matter. *Phys. Rev. Lett.* **123**, 205502 (2019).
2) T. Yoshida, T. Mizoguchi, and Y. Hatsugai. Chiral edge modes in evolutionary game theory: A Kagome network of rock-paper-scissors cycles. *Phys. Rev. E.* **104**, 025003 (2021).
3) Y. Uchida, D. Nishiguchi, and K. A. Takeuchi. Designing topological edge states in bacterial active matter. arXiv:2601.08243 (2026).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Nonlinear Scale-Local Deformations of Vortex Rings in Smooth Euler Flows

Tsuyoshi YONEDA, Hitotsubashi University
E-mail: t.yoneda@r.hit-u.ac.jp

We study the three-dimensional incompressible Euler equations in a regime where a vortex ring experiences radially expanding Lagrangian transport. To uncover the mechanisms behind nonlinear scale-local deformations, we construct a geometric Lagrangian framework that avoids singular pressure representations and yields a new wave equation for the axis of swirling particles. This formulation reveals purely nonlinear mechanisms driving scale-local vortex deformations, supported by machine-learning-based analysis.

1. Introduction

In this talk we aim to demonstrate the emergence of short-wavelength structures through a fully nonlinear analysis of the incompressible Euler equations, without resorting to linearization, combined with a machine-learning-based approach.

2. Derivation of a Novel Wave Equation

Let Φ denote the Lagrangian flow map associated with the incompressible Euler equations, written in Lagrangian form (omitting the explicit volume-preserving constraint) as follows:

$$\left(\partial_t^2 \Phi(t,\cdot)\right) \circ \Phi^{-1}(t,x) = -\nabla p(t,x), \qquad t>0,\ x\in\mathbb{R}^3. \quad (1)$$

Let $\ell = \bigcup_s \ell(s) \subset \mathbb{R}^3$ be a smooth curve representing the vortex axis. We now describe the time evolution of swirling particles around ℓ. Let z denote the arc-length parameter along the transported curve $\bigcup_t \Phi(t,\ell(s))$. More precisely, we define a reparametrization $t = t(z)$ (implicitly depending on s) by

$$\partial_z t = v(t)^{-1} \qquad v(t) := \left|\partial_t \Phi(t,\ell(s))\right|, \quad (2)$$

so that

$$\left|\partial_z \Phi(t(z),\ell(s))\right| = 1.$$

Note that this implies $\partial_z = v(t)^{-1}\partial_t$. Using the transported curve $\bigcup_t \Phi(t,\ell(s))$, we introduce a Lagrangian moving frame. First, we define the unit tangent vector

$$\tau(z) := \partial_z \Phi(t(z),\ell(s)).$$

The curvature $\kappa(z)$ and unit normal vector $n(z)$ are defined by

$$\partial_z \tau(z) = \kappa(z)\, n(z).$$

The torsion $T(z)$ and binormal vector $b(z)$ are then defined through the Frenet–Serret relation:

$$\partial_z n(z) = -\kappa(z)\,\tau(z) + T(z)\, b(z).$$

For any initial particle

$$x = \ell(s) + Z(0,r_1,r_2)\,\tau(0) + r_1\, n(0) + r_2\, b(0),$$

the flow map $\Phi(t,x)$ can be uniquely expressed (for sufficiently small r_1, r_2) as

$$\begin{aligned}\Phi(t,x) &=: \Phi(t,s,r_1,r_2)\\ &= \Phi(t,\ell(s)) + Z(t,r_1,r_2)\,\tau(t)\\ &\quad + R_1(t,r_1,r_2)\, n(t) + R_2(t,r_1,r_2)\, b(t).\end{aligned} \quad (3)$$

Here

$$Z(0,r_1,r_2) = \alpha_1(0) r_1 + \alpha_2(0) r_2, \qquad Z(t,0,0) = 0,$$

and

$$R_1(0,r_1,r_2) = r_1, \qquad R_2(0,r_1,r_2) = r_2,$$

with $\alpha_1(0), \alpha_2(0) \in \mathbb{R}$. Since the Jacobian

$$\frac{\partial(R_1,R_2)}{\partial(r_1,r_2)}$$

is nonzero at $(r_1,r_2) = (0,0)$, the inverse function theorem implies that, for each fixed $t>0$ and for sufficiently small $|R_1|, |R_2|$, we may rewrite (3) in terms of (R_1,R_2) as follows. Let $r_1 = r_1(t,R_1,R_2)$ and $r_2 = r_2(t,R_1,R_2)$ denote the corresponding inverse functions. Then, for any initial particle

$$x = \ell(s) + r_1(t,R_1,R_2)\, n(0) + r_2(t,R_1,R_2)\, b(0),$$

we have

$$\begin{aligned}\Phi(t,x) &=: \Phi(t,s,R_1,R_2)\\ &= \Phi(t,\ell(s)) + Z\big(t,r_1(t,R_1,R_2),r_2(t,R_1,R_2)\big)\,\tau(t)\\ &\quad + R_1\, n(t) + R_2\, b(t).\end{aligned} \quad (4)$$

Note that $\Phi(t,s,R_1,R_2)\big|_{R_1=R_2=0}$ represents the Lagrangian transport of the vortex axis ℓ. We now simplify the function Z by the expansion

$$Z\big(t,r_1(t,R_1,R_2),r_2(t,R_1,R_2)\big) = \alpha_1(t)R_1 + \alpha_2(t)R_2 + O(|R|^2), \quad (5)$$

and we interpret Z as describing the time evolution of swirling particles around the vortex axis. We are now in a position to state the following key theorem.

Theorem. The quantities α_1 and α_2 satisfy the following second–order wave equations:

$$\alpha_1''(t) = \frac{v''(t)}{v(t)}\,\alpha_1(t) + 2v(t)\kappa'(t) + 4v'(t)\kappa(t),$$

$$\alpha_2''(t) = \frac{v''(t)}{v(t)}\,\alpha_2(t).$$

Remark. In a separate line of research, Hasimoto's remarkable discovery that the Local Induction Approximation (LIA) reduces to the focusing nonlinear Schrödinger equation revealed a profound connection between filament geometry and dispersive wave dynamics (see 1)). Despite these influential developments, existing theories rely fundamentally on vortex–filament approximations, such as concentrated vorticity, Biot–Savart expansions, LIA truncations, or asymptotic regimes in which the vortex core radius is assumed to be small. Consequently, the emergence of wave phenomena has traditionally been viewed as a feature of singular or nearly singular vortex models. It has therefore remained unclear whether similar wave dynamics arise intrinsically within the full incompressible Euler equations in a smooth, non–filament setting.

To the best of our knowledge, this paper is the first derivation showing that wave equations governing Lagrangian motion emerge directly from the incompressible Euler equations in a fully smooth setting.

3. Numerical Implementation

In this section, we present a numerical implementation to investigate how the alignment between the vortex axis and the axis of swirling particles is maintained during the time evolution of a vortex ring. In particular, we demonstrate that such alignment cannot

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

be preserved by pure radial expansion alone, and that a nontrivial deformation of the ring plays an essential role. We first prescribe an accelerating transport flow that expands in the radial direction, characterized by a scalar function $\Gamma(t)$ satisfying

$$\Gamma(t_0) = 0, \qquad \Gamma(t) > 0, \qquad \Gamma'(t) > 0, \qquad \Gamma''(t) > 0$$

for $t \in (t_0, t_1)$. The time evolution of the ring shape, for $t \in [t_0, t_1)$ and $s \in [0, 1)$, is defined by

$$\Phi(t,s) = \Big(R(s,\delta) + \Gamma(t) + \gamma_1(t,s)\Big)\begin{pmatrix}\cos 2\pi s\\ \sin 2\pi s\\ 0\end{pmatrix} + \gamma_2(t,s)\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Here,

$$R(s,\delta) := \frac{(1+\delta)(1-\delta)}{2\sqrt{\big((1-\delta)\cos s\big)^2 + \big((1+\delta)\sin s\big)^2}}$$

represents the initial ring shape with elliptic radius, where $\delta > 0$ is a small ellipticity parameter. The functions $\gamma_1(t,s)$ and $\gamma_2(t,s)$ describe a time-dependent wavy deformation and are given by

$$\gamma_1(t,s) = \frac{1}{K+1}\sum_{j=0}^{J}\sum_{k=0}^{K}\Big(c_{jk}^{11}(t-t_0)^{j+1}\sin 2\pi k s + c_{jk}^{12}(t-t_0)^{j+1}\cos 2\pi k s\Big),$$

$$\gamma_2(t,s) = \frac{1}{K+1}\sum_{j=0}^{J}\sum_{k=0}^{K}\Big(c_{jk}^{21}(t-t_0)^{j+1}\sin 2\pi k s + c_{jk}^{22}(t-t_0)^{j+1}\cos 2\pi k s\Big),$$

where the coefficients $\{c_{jk}^{\ell m}\}_{jk\ell m} \subset \mathbb{R}$ are treated as learnable parameters. We now give a definition of the axis of swirling particles $\zeta(t,s)$ by

$$\zeta(t,s) := \tau(t,s) - \alpha_1(t,s)n(t,s) - \alpha_2(t,s)b(t,s). \tag{6}$$

On the other hand, the vortex axis $\zeta^*(t,s)$ is defined by

$$\zeta^*(t,s) := \partial_s \Phi(t,s,R_1,R_2)\big|_{R_1=R_2=0}.$$

Recall taht α_1 and α_2 satisfy the following wave-type equations:

$$\alpha_1'' = \frac{v''}{v}\alpha_1 + 2v\kappa' + 4v'\kappa, \qquad \alpha_2'' = \frac{v''}{v}\alpha_2,$$

where $v(t,s) := |\partial_t \Phi(t,s)|$ and $\kappa(t,s)$ denotes the curvature of the curve $\cup_t \Phi(t,s)$. For the machine learning implementation, we choose the initial data $\alpha_1(0,s)$, $\alpha_2(0,s)$, $\partial_t\alpha_1(0,s)$, and $\partial_t\alpha_2(0,s)$ so that

$$\frac{\zeta^*(0,s)}{|\zeta^*(0,s)|}\cdot\frac{\zeta(0,s)}{|\zeta(0,s)|} = 1, \quad \partial_t\left(\frac{\zeta^*(t,s)}{|\zeta^*(t,s)|}\cdot\frac{\zeta(t,s)}{|\zeta(t,s)|}\right)\Big|_{t=0} = 0$$

for $s \in [0,1)$. These conditions ensure that the vortex axis and the axis of swirling particles are perfectly aligned at the initial time. If the two axes are not parallel, the resulting rotating flow tends to exhibit shear. From a physical viewpoint, it is therefore natural to assume that the system favors configurations in which these axes remain aligned during the evolution, thereby minimizing shear. Motivated by this consideration, we introduce the following mean absolute directional correlation (MADC) as a functional:

$$\mathrm{MADC} := \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1}\int_0^1 \left|\frac{\zeta^*(t,s)}{|\zeta^*(t,s)|}\cdot\frac{\zeta(t,s)}{|\zeta(t,s)|}\right| ds\, dt,$$

which serves as an objective functional to be maximized. In the numerical implementation, we set

$$\Gamma(t) = 1 - \cos(12\pi t), \qquad (t_0 = 1/48,\ t_1 = 1/24),$$

and adopt the following hyperparameters:

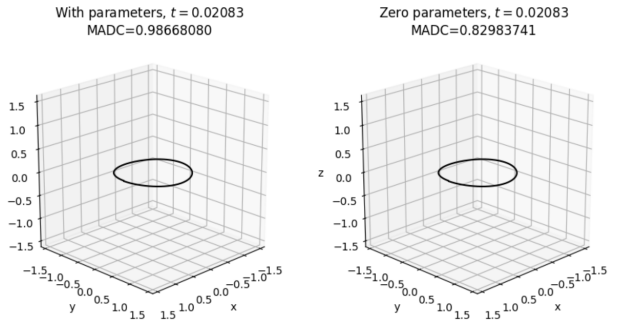


Fig. 1 Initial vortex rings (the same configuration). Left: Bayesian optimization, Right: $\{c_{jk}^{\ell m}\}_{jk\ell m} = 0$

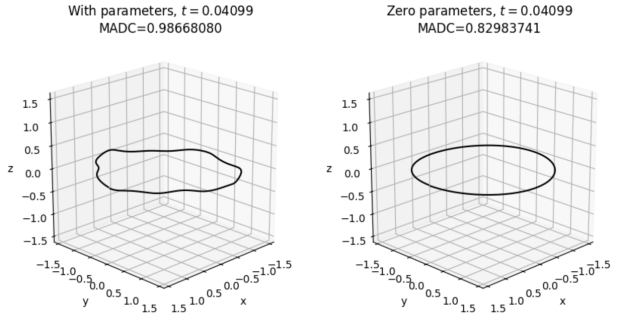


Fig. 2 Vortex rings at the terminal time. Left: Bayesian optimization, Right: $\{c_{jk}^{\ell m}\}_{jk\ell m} = 0$

- $\delta = 0.02$ (ellipticity parameter),
- $J = 20$ (number of polynomial terms),
- $K = 10$ (number of Fourier modes).

The time interval $[t_0, t_1]$ is discretized into 32 steps, and the angular parameter interval $[0, 1)$ is discretized into 128 points. For optimization, we employ Bayesian optimization using the Optuna library:

- First 10,000 trials: quasi–Monte Carlo sampling,
- Subsequent 50 trials: Bayesian optimization,
- Parameter bounds: $|c_{jk}^{\ell m}| \le 30.0$.

The numerical results are shown in Figures 1 and 2. Qualitatively, the results indicate that maintaining alignment between the vortex axis and the axis of swirling particles throughout the evolution requires the presence of a nontrivial wavy deformation. Conversely, larger values of MADC are obtained only when such wavy deformations are included, indicating that these deformations play a fundamental role in generating the discrepancies captured by the error metric. At the present stage, our analysis remains qualitative. Nevertheless, despite prescribing ten Fourier modes in the Bayesian learning procedure, the representations inferred from the image data consistently indicate that the effective dynamics are dominated by five to six Fourier modes. This observation provides strong evidence that the deformation of the vortex ring is governed by scale-local mechanisms. A central direction for future work is to undertake a detailed qualitative investigation of this scale locality.

References

1) H. Hasimoto, *A soliton on a vortex filament*, J. Fluid Mech. **51** (1972) 477-485.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (1)

座長:永島 壮(名古屋大学)

9:10 ~ 9:25

[16001] 加法変分原理と乗法重み構造の自然な等価性

*髙梨 和光[1] (1. NPO法人環境防災コンシェルジェ)

9:25 ~ 9:40

[16002] Föppl–von Kármán 板理論と分子動力学法による回位を導入したグラフェンシートの形態解析

*石田 一真[1]、田中 展[2]、雷 霄雯[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学、2. 兵庫県立大学)

9:40 ~ 9:55

[16003] 転位対に起因するカーボンナノチューブのらせん構造形成機構と力学特性の解析

*小屋根 淳平[1]、雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学)

9:55 ~ 10:10

[16004] フェーズフィールド・クリスタル法と分子動力学法によるらせん状カーボンナノチューブのモデル構築と力学特性解析

*雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1]、高木 知弘[2] (1. 東京科学大学、2. 京都工芸繊維大学)

10:10 ~ 10:25

[16005] 有限変形奇弾性構成則の構築に向けた変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

*松原 成志朗[1]、志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Natural Equivalence between Additive Variational Principles and Multiplicative Weight Structures

Wako Takanashi,Concierge for environmental space and protection of disasters

This paper is established that a natural equivalence between the category of additive variational principles and the category of multiplicative weight structures with exponential and logarithmic functors. The result offers a unified structural framework underlying variational mechanics clarifying the relationship between action, energy, and exponential weighting.

1. Introduction

The variational principle constitutes a fundamental framework in classical mechanics, field theory, and continuum mechanics. The transition between additive and multiplicative formulations of the variational principle is often treated as a formal operation rather than a structural correspondence. The purpose of this paper is to show that the additive and multiplicative descriptions are naturally equivalent with adjoint pairs, and that this equivalence does not claim that the additive and multiplicative weights are identical, however rather that each uniquely determines the canonical representative in the category of the other, excluding natural isomorphisms.

2. The Category of Additive Variational Principles

2.1. Definition

Definition 2.1 (Additive Variational Category).
Let C_{add} be the category defined as follows:

- **Objects:** Real-valued functionals
$$S: U \to \mathbf{R}, \tag{2.1.1}$$
where U is a configuration space
(e.g., fields, displacements, paths).
- **Morphisms:** Maps $f: U_1 \to U_2$ satisfying
$$S_2 \circ f = S_1 \tag{2.1.2}$$

This category includes classical actions, energy functionals, and strain energies as special cases.

2.2. Variational Structure

Each object $S \in C_{\text{add}}$ admits a variational derivative δS. However, the present work focuses not on critical point equations but on the structural properties of S as an additive object.

3. The Category of Multiplicative Weight Structures

3.1. Definition

Definition 3.1 (Multiplicative Weight Category).
Let C_{mult} be the category defined as follows:

- **Objects:** Positive-valued functions
$$w: U \to \mathbf{R}_{>0}. \tag{3.1.1}$$
- **Morphisms:** Maps $f: U_1 \to U_2$ such that
$$w_2 \circ f = w_1. \tag{3.1.2}$$

3.2. Independence from Probability Theory

No normalization or probabilistic interpretation is imposed on www. The multiplicative structure alone is fundamental; probability theory arises only after additional constraints.

4. Exponential and Logarithmic Functors

4.1. Exponential Functor

Definition 4.1 (Exponential Functor).
Define
$$\text{Exp}: C_{\text{add}} \to C_{\text{mult}} \tag{4.1.1}$$
by
$$\text{Exp}(S) = \exp(-\beta S), \tag{4.1.2}$$
where $\beta > 0$ is a fixed parameter.

4.2. Logarithmic Functor

Definition 4.2 (Logarithmic Functor).
Define
$$\text{Log}: C_{\text{mult}} \to C_{\text{add}} \tag{4.2.1}$$
by
$$\text{Log}(w) = -\beta^{-1} \log w. \tag{4.2.1}$$

4.3. Functoriality

Both constructions act naturally on morphisms and preserve categorical composition, hence define bona fide functors.

5. Main Theorem: Natural Equivalence

Theorem 5.1 (Natural Equivalence).
The functors
$$\text{Exp}: C_{\text{add}} \rightleftarrows C_{\text{mult}}: \text{Log} \tag{5.1.1}$$
form an adjoint pair
$$\text{Exp} \dashv \text{Log}, \tag{5.1.2}$$
and induce a natural equivalence between the two categories.
That is, there exist natural transformations
$$\eta : \text{Id}_{C_{\text{add}}} \Rightarrow \text{Log} \circ \text{Exp}, \tag{5.1.3}$$
$$\varepsilon : \text{Exp} \circ \text{Log} \Rightarrow \text{Id}_{C_{\text{mult}}}, \tag{5.1.4}$$
satisfying the triangular identities.

5.2. Strength of the Equivalence

This equivalence asserts neither equality nor pointwise identity. Rather, it guarantees that:

- Each additive variational principle admits a canonical multiplicative representative.
- Each multiplicative weight determines a canonical additive generator.

Thus, additive and multiplicative formulations are equivalent up to natural isomorphism, not substitution.

6. Physical Examples

6.1. Statistical Mechanics

Given an energy functional E, the canonical weight
$$W \propto \exp(-\beta E) \tag{6.1.1}$$
is precisely the image of E under the exponential functor.

6.2. Linear Elasticity

For a strain energy functional
$$E[u] = \int W(\varepsilon(u))\, dx \tag{6.2.1}$$
the associated exponential weight defines a multiplicative structure compatible with stochastic or ensemble-based elasticity theories.

7. Conclusion

This paper are shown that additive variational principles and multiplicative weight structures are naturally equivalent in a precise categorical sense. This equivalence clarifies the conceptual relationship between action, energy, and exponential weighting across mechanics.

Acknowledgments

In particular, the author wishes to express his heartfelt appreciation for the invaluable guidance and encouragement provided by the late Emeritus Professor Yorihiko Ohsaki of the University of Tokyo.

References

1) Atiyah, M., The Geometry of Classical Particles
2) VJaynes, E. T., Information Theory and Statistical Mechanics
3) Mac Lane, S., Categories for the Working Mathematician
4) Landau, L. D., and Lifshitz, E. M., Theory of Elasticity

Appendix

Appendix A:
Categorical Structure of the Exponential–Variational Correspondence

This appendix provides a precise categorical formulation underlying the natural equivalence established in the main text.

A.1 The Additive Variational Category V_+

Objects.

Objects of V_+ are pairs

$$(C,S), \tag{A.1.1}$$

where C is a configuration space (e.g. a Banach or Hilbert manifold of fields) and
$S:C\to\mathbf{R}$ is an additive action functional.

Morphisms.

A morphism

$$\phi:(C_1,S_1)\to(C_2,S_2) \tag{A.1.2}$$

is a map $\phi:C_1\to C_2$ such that

$$S_2 \circ \phi = S_1. \tag{A.1.3}$$

This category admits:

- additive combination S_1+S_2,
- constant shifts $S\mapsto S+c$,

reflecting the intrinsic additive nature of variational principles.

A.2 The Multiplicative Weight Category $V_\times$

Objects.

Objects of $V_\times$ are pairs

$$(C,w), \tag{A.2.1}$$

where $w:C\to\mathbf{R}_{>0}$ is a positive multiplicative weight.

Morphisms.

A morphism

$$\phi:(C_1,w_1)\to(C_2,w_2) \tag{A.2.2}$$

satisfies

$$w_2 \circ \phi = w_1 \tag{A.2.3}$$

The natural operations are:

- pointwise multiplication $w_1 \cdot w_2$,
- normalization $w\mapsto c\,w$, $c>0$.

A.3 Exponential and Logarithmic Functors

Define the exponential functor

$$\mathrm{Exp}_\beta: V_+\to V_\times, \qquad (C,S)\mapsto (C,e^{-\beta S}), \tag{A.3.1}$$

and the logarithmic functor

$$\mathrm{Log}_\beta: V_\times\to V_+, \qquad (C,w)\mapsto (C,-\beta^{-1}\log w), \tag{A.3.2}$$

where $\beta>0$ is a fixed scaling parameter.

These are well-defined functors respecting morphisms in each category.

A.4 Adjunction and Natural Equivalence

For any $(C,S)\in V_+$ and $(C,w)\in V_\times$, there exists a natural isomorphism

$$\mathrm{Hom}_{V_\times}(\mathrm{Exp}_\beta(S),w) \cong \mathrm{Hom}_{V_+}(S,\mathrm{Log}_\beta(w)). \tag{A.4.1}$$

The unit

$$\eta_S: S \longrightarrow \mathrm{Log}_\beta \circ \mathrm{Exp}_\beta(S) \tag{A.4.2}$$

and the counit

$$\varepsilon_w: \mathrm{Exp}_\beta \circ \mathrm{Log}_\beta(w) \longrightarrow w \tag{A.4.3}$$

are identities up to additive and multiplicative gauge transformations, respectively.

Hence, $\mathrm{Exp}_\beta \dashv \mathrm{Log}_\beta$ defines a natural equivalence modulo gauge, not merely a formal correspondence.

Appendix B:Physical Realizations

B.1 Linear Elasticity as an Additive Variational Theory

Let uuu be a displacement field on a domain Ω.

The elastic energy functional

$$E[u]=\frac{1}{2}\int_\Omega \varepsilon(u):C:\varepsilon(u)\,dx \tag{B.1.1}$$

is an additive action functional.

The Euler–Lagrange equation

$$\delta E=0 \iff \nabla\cdot\sigma=0 \tag{B.1.2}$$

expresses mechanical equilibrium and is invariant under additive shifts of E.

B.2 Canonical Weights and Multiplicative Structure

Applying the exponential functor yields the canonical weight

$$p[u]=\exp(-\beta E[u]). \tag{B.2.1}$$

This weight:

- is multiplicative under independent subsystems,
- is invariant under normalization,
- defines a probability density in statistical or stochastic interpretations.

Thus, the passage

$$(u,E) \longrightarrow (u,p) \tag{B.2.2}$$

realizes concretely the functor Exp_β.

Appendix C:
Natural Equivalence between Additive Variational Principles and Multiplicative Weight Structures

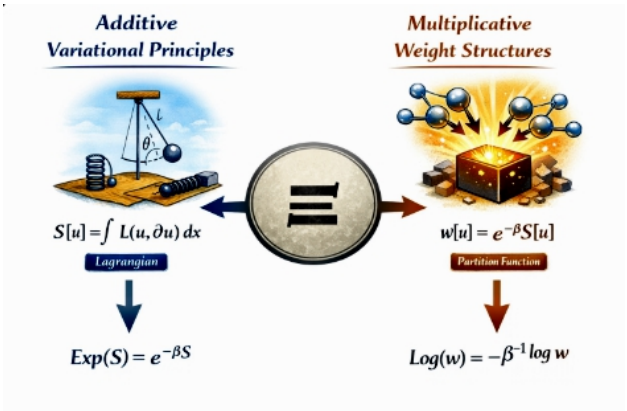


Fig.1 Natural Equivalence between Additive Variational Principles and Multiplicative Weight Structures

Föppl–von Kármán 板理論と分子動力学法による回位を導入したグラフェンシートの形態解析

Morphological Analysis of Graphene Sheets with Disclinations using Föppl–von Kármán Plate Theory and Molecular Dynamics Method

石田　一真（東京科学大・物質理工）　田中　展（兵庫県立大・工）
雷　霄雯（東京科学大・物質理工）　藤居　俊之（東京科学大・物質理工）
Kazuma ISHIDA, Institute of Science Tokyo
Hiro TANAKA, University of Hyogo
Xiao-Wen LEI, Institute of Science Tokyo
Toshiyuki FUJII, Institute of Science Tokyo
E-mail: lei.x.ac@m.titech.ac.jp

In this study, we developed a continuum model of graphene sheets (GSs) with lattice defects based on the Föppl–von Kármán plate theory. Low-dimensional nanocarbon materials such as GSs exhibit significant changes in their mechanical properties due to lattice defects including disclinations and dislocations, which induce spontaneous out-of-plane deformations. GSs form conical or saddle-like shapes when positive (5-membered) or negative (7-membered) disclinations are introduced. While molecular dynamics simulations are widely used to investigate these materials, they are limited to nanoscale systems and constructing molecular models with arbitrary defect configurations remains challenging. By combining the Föppl–von Kármán plate theory with a formulation of lattice defects, large out-of-plane deformations caused by arbitrary defect configurations can be reproduced. Isogeometric linear buckling analysis was done to obtain the deformation shape of GSs with lattice defects. The validity of the approach was confirmed by comparison with MD simulation results.

１．はじめに

グラフェンシート（GS: Graphene Sheet）やカーボンナノチューブといった低次元ナノ炭素材料は，転位や回位などの格子欠陥の導入に伴う自発的な面外変形により，力学特性が大きく変化することが知られている[1),2)]．GS は炭素原子の 6 員環からなる平面構造を基本とするが，正の回位（5 員環）や負の回位（7 員環）の導入により，円錐型や鞍型の立体形状を形成する．このような格子欠陥を有する GS は，耐衝撃性[2)]などの優れた機能性を示すため，NEMS（Nanoelectromechanical Systems）等への応用が期待されている．

格子欠陥を有する GS の優れた機能性発現の探索には，分子動力学（MD: Molecular Dynamics）法が広く用いられている．MD 法は，原子間の相互作用を記述する原子間ポテンシャルに基づき系の時間発展を計算するため，格子欠陥を含む GS の立体形状を高精度に再現できる．しかしながら，MD 法は膨大な計算コストを要するため，解析規模が時間的・空間的にナノスケールに限定されるという課題がある．さらに，一般的には，格子欠陥の種類，位置を自在に制御した分子モデルの構築は困難であるため，機能性材料設計に向けた，高効率な解析手法が求められている．

このような課題を克服するために，連続体力学の適用が考えられる．特に回位論においては，転位配列と回位双極子の力学的な等価性が，線形弾性論と MD 法を用いて検証されている[2)]．両者の力学的等価性は確認されているものの，従来の線形弾性論では格子欠陥に起因する面外変形を記述できないため，長距離の回位双極子と転位配列の比較において，MD 法の結果と乖離することが指摘されている．したがって，回位論に基づく高精度な解析には，面外変形を適切に考慮可能な連続体理論の枠組みを用いることが不可欠である．

以上の背景を踏まえ，本研究では，連続体力学に基づく高効率な機能性材料設計基盤の構築を目的とし，薄板の有限変形理論である Föppl–von Kármán（FvK）板理論に回位を組み込んだ格子欠陥を有する GS モデルを構築した．本モデルは，格子欠陥分布を任意に設定し，回位に起因する面外への大変形を再現することが可能である．アイソジオメトリック解析（IGA: Isogeometric Analysis）を用いた線形座屈解析を行い，回位を有する GS の立体形状を計算した．さらに，本モデルの妥当性を検証するため，同等の回位配置を有する GS モデルに対し，MD 法を用いて緩和計算を実施し，得られた形状を提案手法と比較した．その結果，FvK 板理論に基づく本手法により，正の回位を有する GS は円錐型に，負の回位を有する GS は鞍型に変形する形態を適切に評価できることが明らかとなった．さらに，複数の回位を導入した GS の形態解析を行った．

２．解析手法

２．１．Föppl–von Kármán 板理論

FvK 板理論に基づく回位を有する GS の支配方程式およびエネルギー汎関数は，通常のひずみエネルギーに加え，未定乗数法を用いることで，回位による不適合条件式を組み込んで，次式で表される[4)]．

$$\begin{cases} D\Delta^2 w = [w, \Phi] \\ \dfrac{1}{2Eh}\Delta^2\Phi + \dfrac{1}{2}[w,w] = \Theta \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \Pi(\Phi, w) = &\frac{D}{2}\int_\omega ((\Delta w)^2 - (1-\nu)[w,w])dA \\ &-\frac{1}{2Eh}\int_\omega ((\Delta\Phi)^2 - (1+\nu)[\Phi,\Phi])dA \\ &+\frac{1}{2}\int_\omega (\nabla w)^T \mathrm{cof}(\nabla^2\Phi)(\nabla w)dA \\ &+\int_\omega \Theta\Phi dA \end{aligned} \tag{2}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで Φ は面内応力関数, w は面外変位, D は曲げ剛性, E はヤング率, h は板厚, ν はポアソン比, Θ は回位密度, N は回位の個数, s_i は回位のフランクベクトルの大きさ, r_i は回位芯の位置, $\mathrm{cof}(A)$ は A の余因子行列である. 回位密度および演算子 $[\cdot,\cdot]$ は次式で表される.

$$\Theta = \sum_{i=1}^{N} s_i \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) \tag{3}$$

$$[f, g] = (\partial_{xx} f)(\partial_{yy} g) + (\partial_{yy} f)(\partial_{xx} g) - 2(\partial_{xy} f)(\partial_{xy} g) \tag{4}$$

式(2)のエネルギー汎関数は変位の 2 階微分を含むため, 解析における基底関数にはC^1級の連続性が要求される. そこで本研究では, 高次の連続性を容易に扱える IGA により解析をおこなった. 長方形の解析領域について, 基底関数として次数 4, 開一様ノットベクトルの B スプライン曲面を用いた. 回位は外力とみなし, 式(2)に導入した. 回位の存在により, GS に大変形が生じるため, 線形座屈解析を行い, 最小固有値に対応する座屈モードを採用した. 材料定数には, GS の物性値を用いた [5].

2．2．分子動力学法

回位を有する GS の分子モデルを構築した. MD 法では, 原子間相互作用に AIREBO ポテンシャルを用い, 共役勾配法により, 系の相対エネルギー変化が 10^{-25} 以下になるまで, 構造最適化を行った. MD 法は系のすべての原子を計算するため, FvK 板理論よりも高精度に格子欠陥を有する GS の最安定な立体形状を得られるため, FvK 板理論によるグラフェンシートの面外変位場の妥当性を検証するためのベンチマーキングとして用いる.

本研究では, 正および負の孤立回位, 正と負の回位のペアである回位双極子を一列に並べた回位双極子配列, 回位を互い違いに四角形型に配置した回位四重極子のモデルに対し, FvK 板理論および MD 法による解析を行った. 境界条件はいずれも自由境界とした. 解析モデルの大きさ, および回位の位置は Fig. 1 に示した.

3．結果・考察

FvK 板理論に基づく線形座屈解析, および MD 法による解析結果を Fig. 1 に示す. なお, 線形座屈解析では座屈モードのみが得られ, 面外変位の定量的な評価はできないため, 本稿では形状の定性的な比較にとどめる.

各モデルについて, FvK 板理論により得られた面外変位場は, MD 法による構造最適化後の形状と良好な対応を示した. 特に, 正および負の孤立回位においては, それぞれ特徴的な円錐型, 鞍型の曲面が再現されている. また, 回位四重極子の場合も MD 法と近い形態を示した. この結果から, FvK 板理論は格子欠陥を有する GS の形態解析への適用が可能であると考えられる. 一方, 回位双極子配列モデルにおいては, MD 法の結果との間に形状の乖離がみられた. これは, 他モデルと異なり, 両端の回位に挟まれた中心部の回位双極子付近で面内応力場の絶対値が大きくなり, GS の中心部が局所的に大きく変形したためである.

今後は, 線形座屈解析における回位の重ね合わせが面内応力場に与える影響の理論的な考察や, 非線形座屈後解析による面内応力場の変化について, 詳細な解析を進める必要がある.

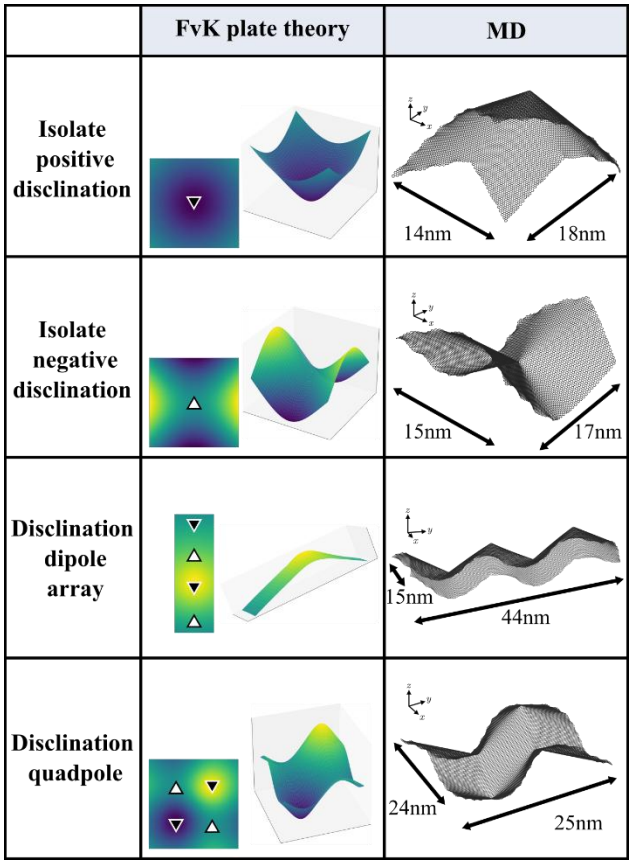


Fig. 1 Comparison of out-of-plane deformation shapes obtained by FvK plate theory and MD simulation. Black and white triangles represent positive and negative disclinations.

4．結言

本研究では, 回位を有する GS の面外変形について, FvK 板理論を用いた線形座屈解析を行った. 得られた形状は, MD 法による安定形状と定性的な一致を示し, 連続体モデルの有効性が明らかになった.

今後は, 非線形の座屈後解析を行い, 変形の定量的な評価や力学特性解析を進め, 高効率な材料設計基盤の構築を目指す.

参考文献

1) H. Qin, Y. Sun, J. Z. Liu and Y. Liu: Mechanical properties of wrinkled graphene generated by topological defects, Carbon, 108, pp.204-214, 2016.
2) Y. Tomioka, T. Natsuki, J.-X. Shi and X.-W. Lei: Theoretical evaluation of impact characteristics of wavy graphene sheets with disclinations formed by origami and kirigami, Nanomaterials, 12(3), pp.436, 2022.
3) S. Tsuchida, X.-W. Lei, Y. Kunihiro and T. Fujii: Numerical analysis of the fungibility of disclination dipole by dislocation array or dislocation monopole, Materials Today. Communications, 41(110687), 2024.
4) M. Singh, A. Roychowdhury and A. Gupta: Defects and metric anomalies in Föppl–von Kármán surfaces, Proceedings. Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 478(2262), 2022.
5) Y. Kunihiro, X.-W. Lei, T. Uneyama and T. Fujii: A new computational approach for evaluating bending rigidity of graphene sheets incorporating disclinations, Nanoscale, 17(31), pp.18112-18126, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

転位対に起因するカーボンナノチューブのらせん構造形成機構と力学特性の解析

Analysis of the helical structure formation and mechanical properties of carbon nanotubes due to dislocation pairs

小屋根　淳平（東京科学大・物質理工）　雷　霄雯（東京科学大・物質理工）
松崎　健一郎（東京科学大・物質理工）　藤居　俊之（東京科学大・物質理工）
Jumpei KOYANE, Institute of Science Tokyo
Xiao-Wen LEI, Institute of Science Tokyo
Kenichiro MATSUZAKI, Institute of Science Tokyo
Toshiyuki FUJII, Institute of Science Tokyo
E-mail: lei.x.ac@m.titech.ac.jp

This study explored the feasibility of designing helical CNTs by intentionally inducing out-of-plane deformation through dislocation pairs separated from Stone–Wales (SW) defects, which are common in CNTs. Analytical models were systematically constructed by introducing dislocation pairs into (4,4) CNTs with lengths of about 160 to 480 Å. The centerline of each CNT was approximated as a three-dimensional helix, and geometric parameters such as helix radius were extracted. Additionally, tensile tests were conducted to estimate the spring constants based on elastic energy. The simulation results indicated that the deformation pattern of CNTs is strongly influenced by the arrangement rule of the introduced dislocation pairs, which results in a change in the mechanical properties of the helical CNTs. This study revealed that the introduction of dislocation pairs into CNTs significantly changes the shape and mechanical properties of CNTs and showed the possibility of controlling the properties of helical CNTs by adjusting the type and arrangement of dislocation pairs introduced into the CNTs.

1．緒言

カーボンナノチューブ（Carbon nanotube: CNT）は，軽量でありながら優れた強度，導電性，熱伝導性を有する材料である．CNT は，格子欠陥を導入すると自発的な面外変形が生じて，形状変化する．導入した格子欠陥の種類や配置によっては CN がらせん状に変形することが明らかになっている．らせん状 CNT はその特異な三次元構造から，直線状 CNT 同様の高い力学的強度に加えて，ばねのような弾性を有するため，ナノスプリング等の機械部品としての活用が期待されている [1]．

そこで本研究では，CNT においてしばしば観察される Stone-Wales (SW) 欠陥が分離することによって生成する転位対に着目する．転位対を導入した CNT に分子動力学 (Molecular dynamics: MD)による変形シミュレーションを行い，変形後の形状を評価する．さらに，らせん状 CN モデルの引張変形シミュレーションによってばね定数を算出する．これらの結果から，転位対の種類や密度，配置と，CNT の形状や力学特性との関係を明らかにし，らせん状 CN の特性の制御に貢献する．

2．解析モデル

我々の先行研究 [2]で開発した方法を用いて解析モデルを作成した．全長が 160～480 Å でカイラリティが（4, 4）の無欠陥 CNT に対して，Fig. 1 に示す 3 種類の転位対をそれぞれ異なる配置規則によって各 CNT に規則的に導入した．

Fig. 2 に示すように，導入した転位対間に存在する 6 員環の数を，CNT の長手方向については s，円周方向については t と定義し，これらを用いて転位対の配置規則を一意に記述した．

転位対の導入には，deWit[3]の連続体の転位論を応用し，式 (1)，(2)を用いて転位が原子に与える変位を計算した．

$$u_1^T = b_1\left[\frac{\varphi}{2\pi} + \frac{x_1 x_2}{4\pi(1-\nu)\rho^2}\right] \quad (1)$$

$$u_2^T = -\frac{b_1}{4\pi(1-\nu)}\left[(1-2\nu)\ln\rho + \frac{x_1^2}{\rho^2}\right] \quad (2)$$

ここで、u は変位，b はバーガースベクトルの大きさ，x は転位を原点，バーガースベクトルをx_1 軸上にとったときの，変位を計算する原子の座標，φ はその原子の座標の偏角，ρ はその原子の原点からの距離，ν はポアソン比である．

作成した解析モデルには LAMMPS を用いて MD 法によるエネルギー最小化計算を行い，エネルギー誤差許容値が 1.0×10^{-17} 以下になるまで構造を最適化した．原子間ポテンシャルは AIREBO ポテンシャルを用いた．AIREBO ポテンシャル中の REBO ポテンシャルのカットオフ距離は 1.95 Å とした．

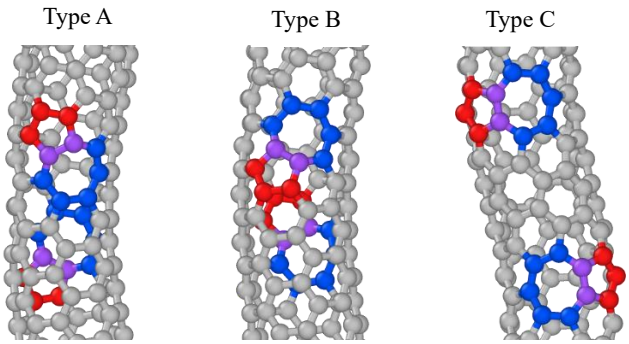


Fig. 1 Three types of dislocation pairs.

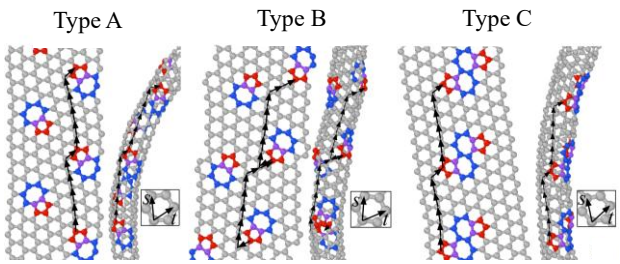


Fig. 2 The arrangement rules of dislocation pairs.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析方法

MD 法によるエネルギー最小化計算を行い，安定な構造が得られたモデルのみを考察の対象とした．らせん状 CNT の円筒の中心を通る曲線を三次元のらせん構造として近似し，らせん半径，巻数，らせん角等のらせん形状を表す指標を解析した．

安定構造を持つモデルに対し MD 法を用いて引張試験シミュレーションを行った．引張時の温度は 5 K，ひずみ速度は 0.01 /ps とした．得られた結果から変位およびポテンシャルエネルギーを計算した．式 (3) を用いて，ばね定数を導出した．

$$\Delta U = \frac{1}{2}kx^2 \tag{3}$$

ここで，ΔU は引張前後のポテンシャルエネルギーの差，k はばね定数，x は変位である．

４．結果と考察

らせん状 CNT の巻数は，転位対を導入する前の CNT の長さ（理想長さ）に大きく影響され，Fig. 4 に示すように，導入した転位対の種類と配置が等しい場合は，巻数は理想長さに対し線形に単調増加した．一方，らせん半径は理想長さの影響をほとんど受けず，導入した転位対の種類と配置のみによって決まった．Fig. 5 に示すように，らせん半径は転位対の種類と t によって大きく異なる値を示した．それらが等しいモデル同士の比較では，s の値が大きい，すなわちチューブ長手方向における転位対同士の間隔が広いほどらせん半径は大きくなる傾向を示した．

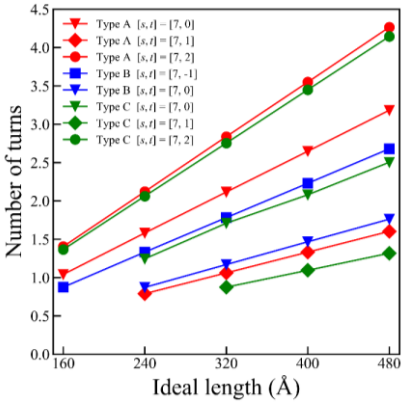


Fig. 4 Relationship between number of turns and ideal length.

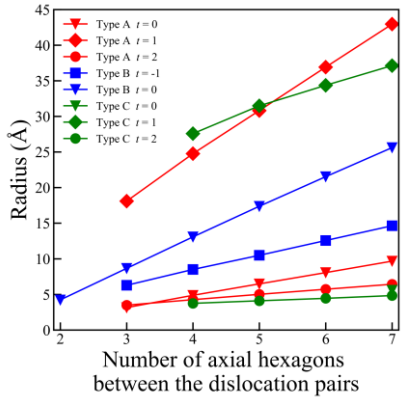


Fig. 5 Relationship between radius and number of axial hexagons between the dislocation pairs.

理想長さが異なるモデル間の比較では，巻数以外の差は小さく，ばね定数は主に巻数に依存し，Fig. 6 に示すように巻数が大きいほどばね定数は小さくなった．理想長さが等しいモデルの比較では，ばね定数は複数の要素に影響されるものの，らせん半径の影響が最も強く，Fig. 7 に示すようにらせん半径が大きいほどばね定数は小さくなった．材料力学の理論により，マクロスケールのコイルばねでは，巻数およびらせん半径の増加に伴ってばね定数は減少する．本研究により，ナノスケールのらせん状 CNT においても，同様の力学的挙動が明らかになった．

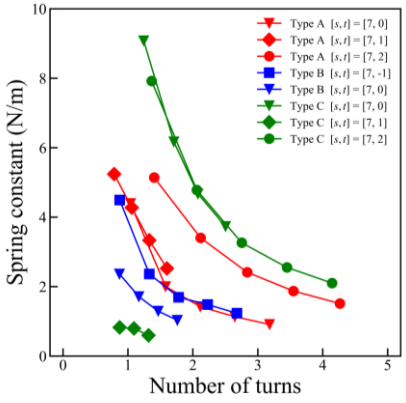


Fig. 6 Relationship between spring constant and number of turns.

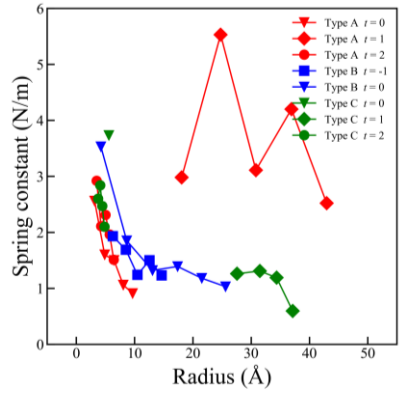


Fig. 7 Relationship between spring constant and radius.

５．結言

本研究は，CNT への転位対の導入によって CNT の形状および力学特性が大きく変化することを明らかにし，CNT 中に導入される転位対の種類や配置を変化させることにより，らせん状 CNT の特性を制御し得る可能性を提示した．

参考文献

1) K. T. Lau, M. Lu, and D. Hui: Coiled carbon nanotubes: Synthesis and their potential applications in advanced composite structures, Composites Part B: Engineering, 37, pp. 437-448, 2006.
2) X.-W. Lei, J. Koyane, T. Lu, K. Matsuzaki, Y. Yan, J.-X. Shi, and T. Fujii: Mechanical and Geom etric Properties of Nanosprings Based on Carbon Nanotubes with Dislocation Dipoles, ACS Applied Nano Materials, 8, pp.9192-9200, 2025.
3) R. deWit: Theory of Disclinations: IV. Straight Disclinations, Journal of research of the National Bureau of Standards. Section A, Physics and Chemistry, 77A, pp. 607-658, 1973.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フェーズフィールド・クリスタル法と分子動力学法による らせん状カーボンナノチューブのモデル構築と力学特性解析

Model Construction and Mechanical Property Analysis of Coiled Carbon Nanotubes Using Phase Field Crystal Method and Molecular Dynamics Method

雷　霄雯（東京科学大・物質理工）　松崎　健一郎（東京科学大・物質理工）
藤居　俊之（東京科学大・物質理工）　高木　知弘（京都工芸繊維大・機械工学）
Xiao-Wen LEI, Institute of Science Tokyo
Kenichiro MATSUZAKI, Institute of Science Tokyo
Toshiyuki FUJII, Institute of Science Tokyo
Tomohiro TAKAKI, Kyoto Institute of Technology
E-mail: lei.x.ac@m.titech.ac.jp

Carbon nanotubes (CNTs) possess outstanding mechanical and electrical properties, and their helical configurations have attracted considerable attention for applications as nanosprings. To achieve advanced functionalities such as enhanced flexibility and impact absorption, precise and versatile shape design is essential. However, determining the lattice defect arrangements required to realize arbitrarily shaped helical CNTs remains a significant challenge. In this study, we propose a computational framework for constructing helical CNT structures with diverse geometries using the phase-field crystal (PFC) method. Unlike atomistic molecular dynamics approaches, the PFC method enables efficient simulation of defect-mediated structural evolution over diffusive time scales while retaining atomistic-scale periodicity. Previous PFC studies have primarily focused on the growth and defect dynamics of graphene crystals on planar surfaces, whereas simulations on curved surfaces and systematic investigations of the influence of initial conditions have been limited. Here, we extend the PFC framework to curved geometries and systematically analyze how variations in initial conditions affect defect formation, emergent helical morphology, and resulting mechanical properties. In particular, we quantify the relationship between defect distribution and the effective spring constant of the resulting nanospring structures. The ultimate objective of this work is to establish a defect-informed design strategy for CNT-based nanosprings with controllable geometry and tunable mechanical performance.

１．緒言

低次元ナノ炭素材料であるカーボンナノチューブ（Carbon Nanotube: CNT）は，1991 年に発見された炭素六員環構造からなる筒状物質であり，優れた力学特性，熱的性質，電気的特性を有することが知られている [1]．近年ではらせん状に成形された CNT についても実験および理論の両面から研究が進められている．らせん状 CNT や類似構造からなるナノスケールのコイルばねはナノスプリングと呼ばれ，NEMS（Nanoelectromechanical System）等におけるアクチュエーターやセンサーへの応用が期待されている [2]．特にらせん状 CNT は高いポテンシャルエネルギー密度を有しうると予測されており，次世代の高性能エネルギー貯蔵材料として注目されている [3]．

従来のらせん状 CNT シミュレーションモデルは，回位（五員環や七員環）やそれらが隣接する転位といった格子欠陥を人工的に導入し，規則的な面外変形によって曲面を形成する手法が主に用いられてきた．しかし，所望の力学特性・構造形状に着目し，エネルギー的に安定な原子スケール構造を幾何学パラメータに基づいて設計するいわゆる逆問題を解くことは一般に困難である．本研究では，らせん状 CNT のモデル構築に焦点を当て，結晶成長過程において結晶構造と格子欠陥の形成を自発的に表現できるフェーズフィールド・クリスタル（Phase Field Crystal: PFC）法を用い，任意のピッチ，らせん半径，素線直径を有するらせんチューブ曲面に適合した炭素原子配置を導出する手法を提案する．曲面における PFC 法については初期値や収束条件に関する報告例がほとんどなく，本研究では検討すべき課題として取り上げた．一方で，PFC 法のみでは材料の変形や物性の評価が困難であるため，得られたモデルを分子動力学（Molecular Dynamics: MD）法へと接続する．MD シミュレーションから，構築したモデルのばね定数等の力学特性を評価する．以上により，PFC 法と MD 法を連携させた一貫した解析手法を確立し，らせん状 CNT の構造設計および力学特性制御に関する指導原理の構築を目指す．

２．解析方法

PFC 法は Elder らによって提案された，結晶成長と材料組織予測のためのシミュレーション手法である．原子論的手法とは異なり，連続的なフェーズフィールド（PF）変数 ϕ の分布を用いて原子の六員環構造を再現する．ϕ に対する自由エネルギー汎関数と系のエネルギー減少を記述する Cahn-Hilliard 方程式から，ϕ の時間発展方程式が以下の通り導出される [4]．

$$\partial\phi/\partial t = \Delta[\{\varepsilon + (1+\Delta)^2\}\phi + \phi^3] \qquad (1)$$

ここで，ε は過冷却度である．らせんチューブの幾何学パラメータを定めたうえで，曲面上の空間微分には Laplace-Beltrami 作用素を利用し，差分法を用いて式(1)の時間発展を数値的に解いた．PFC 法で得られた結果を CNT の原子座標系へ変換した後，MD 法による力学解析をした．まず緩和計算により面外変形を含む構造最適化を行い，その後，引張シミュレーションを実施した．ポテンシャルエネルギー変化 ΔU，変位 x，ばね定数 k には $\Delta U = kx^2/2$ の関係が成り立つことを利用し，ばね定数を算出した．

本研究で構築したモデルは粗巻（図 1）および密巻（図 2）に分類される．各モデルについて，PF 変数の初期値にランダムな変動を与えたものと，等間隔に n か所（$n =$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

1, …, 12）で周状の変動を与えたものの計 13 種類の初期条件を検討した．その結果，全てのモデルでなめらかな曲面を有するらせん状 CNT が構築された．また，素線直径を 5.0-14.0 Å の範囲で 1.5 Å ずつ変化させ，ランダムな初期 PF 変数から構築したモデルの解析からは，本手法によるばね定数予測が妥当であることが明らかになった．

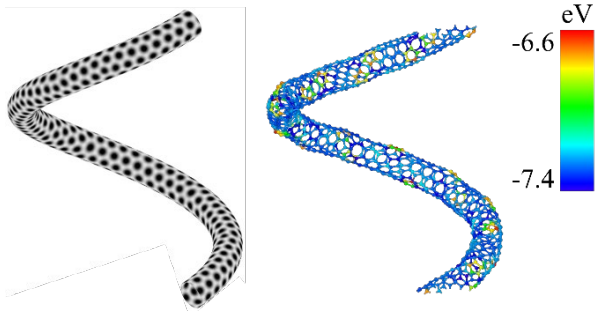


Fig. 1: Rough coiled CNT model.

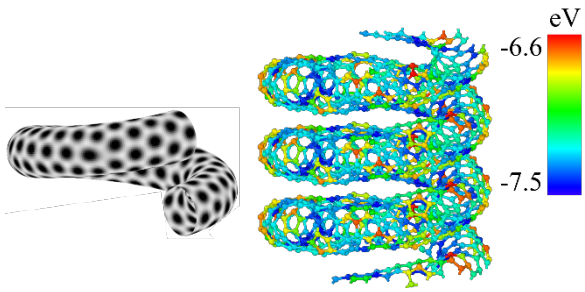


Fig. 2: Close coiled CNT model.

3．結果および考察

PFC 法シミュレーションにより，曲面に適合した回位や転位などの格子欠陥が自動的に導入された．得られた結果から導出したらせん状 CNT 構造に対して MD 法による緩和計算を行うことで，ポテンシャルエネルギーが最小化されたなめらかな曲面を有する構造が得られた．PF 変数について設定した 13 種類の初期条件のうち，周状の変動を与えた一部のモデルでは，ランダムな変動を与えたモデルと比較してエネルギー的により安定な構造が形成された．また，粗巻モデルについては ΔU と $x^2/2$ の関係において線形性が存在し，良好なばね特性を示すことが明らかになった．

一方，密巻モデルにおいては材料力学の理論値よりも著しく高いばね定数が得られた．図 3 に示すように，隣接するピッチのチューブが炭素原子間の非共有結合距離と同程度まで接近し，凝着が生じている箇所も見られたことから，ファンデルワールス力による相互作用がばね定数上昇の要因となっていることが推測される．素線直径を変化させた際のばね定数変化を図 4 に示す．素線直径の増加に伴いらせん状 CNT のばね定数は単調に増加し，解析結果は理論値の範囲内に収まることが判明した．本研究で得られた知見は，ナノスプリングの形状設計に対する有用な指針を与えるとともに，粗巻らせん CNT の力学特性に関する理解の深化に貢献するものである．

4．結言

- 差分格子と Laplace-Beltrami 演算子を用いて曲面上で PFC シミュレーションを行う独自の方法を提案し，構造や力学の解析に適する一貫した手法を開発した．
- PFC 法の初期条件について検討し，一般的に用いられるランダム変動は必ずしも最安定ならせん状 CNT 構造を導かないことが明らかになった．
- 粗巻モデルではナノスプリングとしての十分な性能が示された一方，密巻のらせん状 CNT では原子間の相互作用により，理論値よりも著しく高いばね定数が算出されたことは重要な知見である．
- 本研究のばね定数予測手法の妥当性が示され，素線直径はばね定数に対して支配的な影響因子であることが明らかになった．

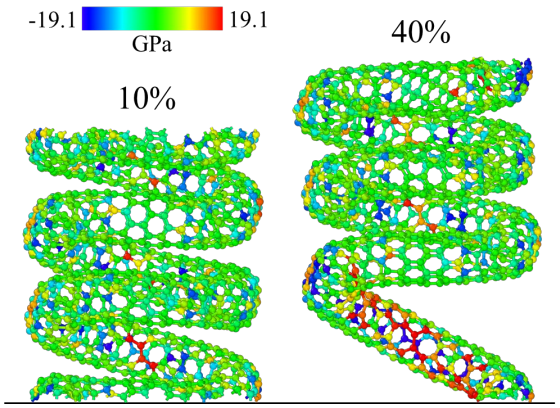


Fig. 3: Tensile simulation of a close coiled CNT model

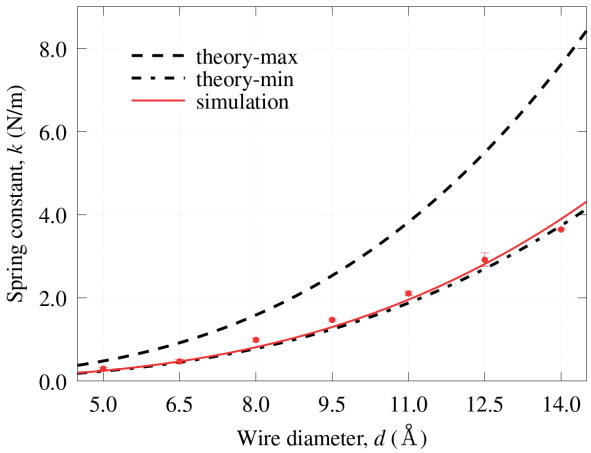


Fig. 4: Relationship between spring constant and wire diameter.

参考文献

1) S. Iijima, Nature, 354, 56 (1991).
2) B. A. Korgel, Science, 309, 1683 (2005).
3) F. A. Hill, T. F. Havel, and C. Livermore, Nanotechnology, 20, 255704 (2009).
4) K. R. Elder, M. Katakowski, M. Haataja, and M. Grant, Physical Review Letters, 88, 245701 (2002).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限変形奇弾性構成則の構築に向けた変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

Hyperelastic model based on multiplicative decomposition of deformation gradient toward constructing finite strain odd elastic constitutive law

松原　成志朗（東北大・工）　　志賀　美春（東北大・工）
中村　明莉（東北大・工）　　寺田　賢二郎（東北大・工）
Seishiro Matsubara, Tohoku University
Miharu Shiga, Tohoku University
Akari Nakamura, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: seishiro.matsubara.b7@tohoku.ac.jp

The odd elastic constitutive law presumes that a continuum body only satisfies the linear momentum, establishing a linear relationship between stress and strain using an asymmetric operator. This property might enable us to represent the mechanical behavior of active metamaterials, while this constitutive law is based on small strain theory. In this study, we propose a hyperelastic model based on the multiplicative decomposition of the deformation gradient toward constructing a finite strain odd elastic constitutive law. The main idea of this study is the conjugate transformation for an isochoric right stretch tensor, resulting in extracting the desirable deformation modes without competition. The performance of the proposed framework will be verified by evaluating deformation and stress modes for representative hyperelastic models.

1．はじめに

奇弾性構成則は，連続体が並進の運動量保存則のみを満足すると仮定し，非対称な線形作用素によって応力とひずみを関係づける [1]．また，本構成則では力学的エネルギー保存則が要請されず，連続体は任意のひずみサイクルのなかで外界に対して正の仕事をする．そのため，圧電素子などのエネルギー生成材料を微視構造に含むアクティブメタマテリアルの巨視的な力学挙動を表現し得るとして注目を集めている [2]．

しかし，奇弾性構成則はこれまで微小変形理論の枠組みでしか調査されていない．アクティブメタマテリアルの素材となるのは変形能に優れるゴムやゲルであることを勘案すると，現状の奇弾性構成則を工学応用に結び付けることは困難であると考えられる．

そこで本研究では，有限変形奇弾性構成則の構築に向けて，まずは変形勾配テンソルの乗算分解に基づく超弾性モデルを提案し，その基本的な性能を数値的に評価する．

2．微小変形理論の枠組みでの奇弾性構成則

2 次元の連続体について，微小変形理論の枠組みでの奇弾性構成則は次式で定義される [1]．

$$\begin{pmatrix} \sigma_0^{\mathrm{odd}} \\ \sigma_1^{\mathrm{odd}} \\ \sigma_2^{\mathrm{odd}} \\ \sigma_3^{\mathrm{odd}} \end{pmatrix} = \mathbb{C}^{\mathrm{odd}} \begin{pmatrix} H_0^{\mathrm{odd}} \\ H_1^{\mathrm{odd}} \\ H_2^{\mathrm{odd}} \\ H_3^{\mathrm{odd}} \end{pmatrix} \tag{1}$$

ここで，$\mathbb{C}^{\mathrm{odd}}$は非対称な線形作用素であり，本研究では奇弾性係数行列と呼称する．また，$\sigma_\alpha^{\mathrm{odd}}, H_\alpha^{\mathrm{odd}}\ (\alpha = 0,1,2,3)$はそれぞれ奇弾性応力成分と奇弾性ひずみ成分であり，基底テンソル$\boldsymbol{\tau}_\alpha$を用いて応力$\boldsymbol{\sigma}$, 変位勾配テンソル$\boldsymbol{H}$とそれぞれ次の関係にある．

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{\alpha=0}^{3} \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{\mathrm{odd}} \quad \because \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}\sigma_\alpha^{\mathrm{odd}}\boldsymbol{\tau}_\alpha \tag{2}$$

$$\boldsymbol{H} = \sum_{\alpha=0}^{3} \boldsymbol{H}_\alpha^{\mathrm{odd}} \quad \because \boldsymbol{H}_\alpha^{\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}H_\alpha^{\mathrm{odd}}\boldsymbol{\tau}_\alpha \tag{3}$$

微小変形理論における各奇弾性成分の物理的意味を図 1 に示す．微小変形理論における変位勾配テンソルとは連続体の微小な相対位置を対応する相対変位場に写像するもの（$d\boldsymbol{u} = \boldsymbol{H}d\boldsymbol{x}$）であり，各奇弾性ひずみ成分の物理的意味も明確である．そのため，対応する奇弾性応力成分の意味も明確であって，図的に理解することができる．ところが，有限変形理論においては変形後の形状が現配置を参照するため，例えば等容軸変形と純せん断を示すモード 2 と 3 が等積変形になっておらず, モード分解が正しく行われない．

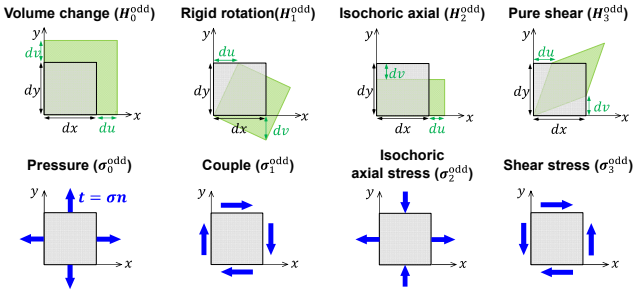


Fig.1 Physical meaning of each odd elastic component in small strain theory.

3．変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

第 2 節で問題とした変形モード同士のバッティングを避けるために，変形勾配テンソル$\boldsymbol{F}$の乗算分解に基づいて定式化を進める．まず，物体の膨張・収縮変形と等容変形は次の Flory の乗算分解を用いて分けることができる．

$$\boldsymbol{F} = J^{\frac{1}{3}}\overline{\boldsymbol{F}} \tag{4}$$

ここで，Jは体積変形ヤコビアン，$\overline{\boldsymbol{F}} \neq \overline{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{T}}$は等容変形勾配であり，$\det(\overline{\boldsymbol{F}}) = 1$を満たす．また，物体の回転を抽出するために，$\overline{\boldsymbol{F}}$に対して次の極分解を考える．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\bar{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{U}} \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{R}$と$\bar{\boldsymbol{U}}$は$\bar{\boldsymbol{F}}$に関する回転テンソルと等容右ストレッチテンソルであり，それぞれ$\boldsymbol{R} \neq \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}, \det(\boldsymbol{R}) = 1$と$\bar{\boldsymbol{U}} = \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{T}}, \det(\bar{\boldsymbol{U}}) = 1$となる．このとき，奇弾性ひずみに係る膨張・収縮成分と剛体回転成分はそれぞれJと$\boldsymbol{R}$で表現でき，等容変形成分は$\bar{\boldsymbol{U}}$で表現できる．しかし，等容変形成分の分解に関しては，基底テンソル$\boldsymbol{\tau}_\alpha$を用いた成分分解はできない（厳密には，変形が微小である場合のみ妥当）．そこでまず，等容軸変形成分を表現する右ストレッチテンソルを次式で定義する．

$$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}} = \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{dim}}} \lambda_i^{\mathrm{dg}} \boldsymbol{E}_i \otimes \boldsymbol{E}_i = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{E}_i$は初期配置の基底ベクトルである．また，$\det\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right) = 1$より$\prod_{i=1}^{n_{\mathrm{dim}}} \lambda_i^{\mathrm{dg}} = 1$である．$\lambda_i^{\mathrm{dg}}$の求め方は様々考えられるが，本研究では，$\bar{\boldsymbol{F}}$に関する右 Cauchy-Green テンソル$\bar{\boldsymbol{C}} = \bar{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{F}}$を用いて$\lambda^{\mathrm{dg}} = \sqrt{f(\bar{\boldsymbol{C}})}$と定義し，2 次元空間（$n_{\mathrm{dim}} = 2$）のときは，平面ひずみ：$\lambda_1^{\mathrm{dg}} = \lambda^{\mathrm{dg}}, \lambda_2^{\mathrm{dg}} = \left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)^{-1}$，3 次元空間（$n_{\mathrm{dim}} = 3$）のときは，単軸：$\lambda_1^{\mathrm{dg}} = \lambda^{\mathrm{dg}}, \lambda_2^{\mathrm{dg}} = \lambda_3^{\mathrm{dg}} = \left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)^{-\frac{1}{2}}$として$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$を特定する．なお，$f(\bar{\boldsymbol{C}}) = \boldsymbol{E}_j \cdot \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{E}_j$のときは，指定した基底ベクトル方向$\boldsymbol{E}_j$に軸応力寄与が生じる．また，任意の配向ベクトル$\boldsymbol{a}_0$を用いて$f(\bar{\boldsymbol{C}}) = \boldsymbol{a}_0 \cdot \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{a}_0$とするとき，$f(\bar{\boldsymbol{C}})$は$\bar{\boldsymbol{F}}$に関するひずみの第四不変量になる．次に，$\bar{\boldsymbol{U}}$から$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$を除いた右ストレッチテンソルとして次式を定義する．

$$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^{-\frac{1}{2}} \bar{\boldsymbol{U}} \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

ここで，$\det(\bar{\boldsymbol{U}}) = 1, \det\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right) = 1$より$\det\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right) = 1$となる．$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$は軸方向等容伸長を公平に取り除いた残りの純粋等容変形（以下，等容非軸変形）を表し，純せん断と厳密に一致はしないが，少なくとも軸変形以外の等容変形を純粋に表現するものとして扱うことが可能である．また，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$と$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$は正定値対称テンソルである．

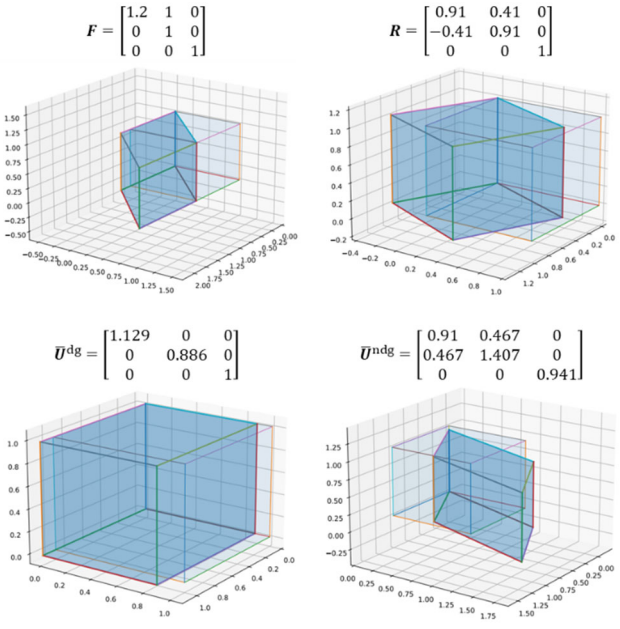


Fig.2 Deformation modes in proposed decomposition way.

本研究で提案する変形モード分解の性能を次式の変形勾配テンソルを例として調査する．

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1.2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

図 2 からわかるように，乗算分解後の各ひずみ成分は正しく所望の変形を表現していることがわかる．

有限変形理論に基づく奇弾性構成則の構築にあたって，まずは力学的エネルギー保存則と角運動量保存則が成立し，ひずみエネルギー関数が定義できる場合を考える．いま，等方性超弾性体のひずみエネルギー関数が次式で記述できると仮定する．

$$\psi(\boldsymbol{F}) = \psi^{\mathrm{vol}}(J) + \psi^{\mathrm{dg}}\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right) + \psi^{\mathrm{ndg}}\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right) \tag{9}$$

ここで，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$と$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$は正定値対称な右ストレッチテンソルなので客観的な量であり，式(9)から導かれる超弾性構成則は客観性を満たす．また，ψ^{dg}とψ^{ndg}は等方テンソル関数であり，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$と$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$に対応する右 Cauchy-Green テンソル$\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{dg}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^2$と$\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{ndg}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right)^2$のひずみ不変量を独立変数とする次の表現が可能である．

$$\psi^{\mathrm{A}}\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{A}}\right) = \psi^{\mathrm{A}}\left(I_1^{\mathrm{A}}, I_2^{\mathrm{A}}\right) \quad \because \mathrm{A} = \{\mathrm{dg}, \mathrm{ndg}\} \tag{10}$$

ここで，$I_1^{\mathrm{A}} = \mathrm{tr}\left(\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{A}}\right)$，$I_2^{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}\left[\mathrm{tr}^2\left(\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{A}}\right) - \mathrm{tr}\left\{\left(\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{A}}\right)^2\right\}\right]$であり，第三不変量は等容性により 1 である．なお，本研究の仮定より，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}} = \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)$であるため，$\psi^{\mathrm{dg}} = \psi^{\mathrm{dg}}\left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)$となる．以上より，ひずみエネルギー関数は$\psi(\boldsymbol{F}) = \psi(\boldsymbol{C})$であり，第二 Piola-Kirchhoff 応力は次式で得られる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S} = J\frac{\partial \psi^{\mathrm{vol}}}{\partial J}\boldsymbol{C}^{-1} + J^{-\frac{2}{3}}\mathrm{DEV}\Bigg[&\frac{1}{\lambda^{\mathrm{dg}}}\frac{\partial \psi^{\mathrm{dg}}}{\partial \lambda^{\mathrm{dg}}}\frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{C}})}{\partial \bar{\boldsymbol{C}}} \\ &+ 4\left(\xi_1 \mathbf{1} - \xi_2 \bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{ndg}}\right) : \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\mathbb{X}\Bigg] \end{aligned} \tag{11}$$

ここで，任意の 2 階テンソル$\boldsymbol{A}$について$\mathrm{DEV}(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A} - \frac{1}{3}(\boldsymbol{A}:\bar{\boldsymbol{C}})\boldsymbol{C}^{-1}$である．また，$\xi_1, \xi_2, \mathbb{X}$はそれぞれ次式となる．

$$\xi_1 = \frac{\partial \psi^{\mathrm{ndg}}}{\partial I_1^{\mathrm{ndg}}} + I_1^{\mathrm{ndg}}\frac{\partial \psi^{\mathrm{ndg}}}{\partial I_2^{\mathrm{ndg}}}, \quad \xi_2 = \frac{\partial \psi^{\mathrm{ndg}}}{\partial I_2^{\mathrm{ndg}}} \tag{12}$$

$$\mathbb{X} = \frac{\partial \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}}{\partial \bar{\boldsymbol{C}}} \tag{13}$$

本研究で提案する構成則の性能は，様々な代表的な超弾性モデルについての応力を評価することによって調査する．

4．結言

本研究では，有限変形奇弾性構成則の構築に向けて，変形勾配の乗算分解による超弾性モデルを定式化した．微小変形理論の枠組みにおける奇弾性構成則で扱われる各ひずみ成分を有限変形理論の枠組みで記述するために，Flory 分解や極分解に加え，等容軸変形の定義と共役変換による等容非軸変形を新たに導入した．それぞれのひずみ成分は理論的にほぼ単一の変形モードを表現することができ，有限変形奇弾性構成則の構築に活路を見出すことができた．

参考文献

1) C. Scheibner et al., Nat. Phys., 16, 475-480, 2020.
2) Y. Wang et al., J. Mech. Phys. Solids, 182, 105462, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (2)

座長:雷 霄雯(東京科学大学)

10:35 ~ 10:50

[16006] 薄膜リンクル平坦化現象における濡れ性と膜厚の影響

*上野 誠太[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[16007] エラストマー上における銀ナノワイヤの座屈

*村田 瞭介[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:05 ~ 11:20

[16008] Sobolev学習MLPによるノンレシプロカルゲルのサロゲートモデルの構築と実装

*兒嶋 佑太[1]、余語 勇哉[1]、稲前 有人[1]、永島 壮[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:20 ~ 11:35

[16009] 情報幾何学を用いた高分子のアフィンネットワークモデルの変形過程の解析

*西川 皐太[1]、小林 舜典[1]、畝山 多加志[2]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学、2. 名古屋大学)

11:35 ~ 11:50

[16010] 力学的に等価な結晶欠陥配置の形態解析

*小林 舜典[1]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

薄膜リンクル平坦化現象における濡れ性と膜厚の影響
Effects of wettability and thickness on droplet-induced wrinkle flattening

上野　誠太（名大・工）　永島　壮（名大・工）　兒嶋　佑太（名大・工）　奥村　大（名大・工）
Seita UENO, Nagoya University
So NAGASHIMA, Nagoya University
Yuta KOJIMA, Nagoya University
Dai OKUMURA, Nagoya University
E-mail: so.nagashima@nagoya-u.jp

It has recently been reported that wrinkles on bilayers consisting of a soft substrate and a metal thin film become flattened upon contact with water droplets. Although previous studies have suggested that surface wettability is a factor governing this phenomenon, the underlying mechanism remains unclear. In this study, we investigate the effects of wettability and film thickness on wrinkle flattening through in situ microscopic observations using thin metal films formed on elastomer substrates.

1．緒言
軟質基板と硬質薄膜から成る二層構造体に対し，臨界値を超える面内圧縮応力が作用すると，薄膜の座屈が生じ，リンクルをはじめとしたしわパターンが形成される．この現象は表面不安定と呼ばれ，フレキシブル・ストレッチャブルセンサの開発 [1]をはじめとした工学的応用への展開が期待されている．

このような状況の中，水滴との接触により生じるリンクル平坦化現象が報告された [2]．薄膜表面の濡れ性，膜厚，膜と基板の弾性率比，および圧縮ひずみが現象の影響因子であることが明らかにされたが [3]，実現象における詳細は依然として不明である．一方，硬質薄膜として広範に用いられる白金（Pt）は，成膜完了時点からの経過時間に応じて濡れ性が変化することが報告されている [4]．

そこで本研究は，汎用エラストマーであるポリジメチルシロキサン（PDMS）と Pt 薄膜から成る二層構造体を用い，リンクル平坦化現象に及ぼす濡れ性および膜厚の影響を実験により調査することを目的とした．

2．実験方法
まず，Pt 薄膜の濡れ性を評価した．シリコンウェハ基板にイオンスパッタ装置（JEC-3000FC, JEOL）を用いて Pt を成膜し，成膜完了後，所定の時点で薄膜上に水滴を静置し，その静的接触角を測定した．以上により，接触角の経時変化を評価した．次に，PDMS 基板の表面に Pt を成膜した試料を用いてリンクル平坦化実験を行った．まず，シリコーンポッティング材（Sylgard 184, Dow）を用いて PDMS 基板を作製した．主剤と架橋剤の重量混合比を 40:1 とし，硬化温度を 90℃，硬化時間を 2 時間とした．次に，作製した PDMS 基板に対して単軸方向に引張の予ひずみを付与し，様々な厚さの Pt を成膜した．成膜完了後，基板の予ひずみを除去することにより薄膜の圧縮変形を誘発した．上述の接触角測定結果に基づき，所定の時点で水滴（0.7 μL）を圧縮変形した薄膜上に静置し，表面形状をレーザ顕微鏡（VK-X3000, Keyence）で観察した．以上により，リンクル平坦化に及ぼす濡れ性および膜厚の影響を調べた．

3．実験結果と考察
シリコンウェハ上に成膜した Pt 薄膜について濡れ性を評価した結果，時間経過に伴う膜表面の疎水化が確認された．接触角の経時変化評価結果に基づき，成膜完了時から 5 分後に PDMS 基板上の Pt 薄膜に水滴を静置した場合のレーザ顕微鏡画像を Fig. 1 に示す．固気液三相接触線の近傍においてリンクルの平坦化が観察された．また，成膜からの時間経過によって膜表面が疎水化するにつれ，平坦化距離が減少することがわかった．さらに，接触角が一定の場合，膜厚が増大するほど，平坦化が抑制されやすい傾向が明らかになった．

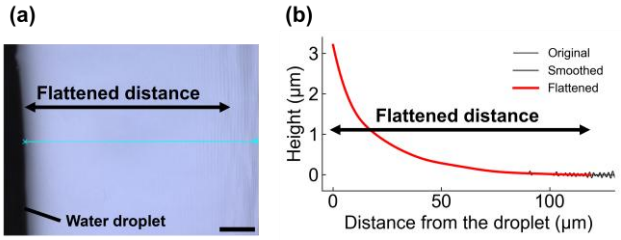


Fig. 1 Microscope image (a) and line profiles (b) of wrinkles flattened by a water droplet. Scale bar: 20 μm.

4．結言
Pt 薄膜と PDMS 基板から成る二層構造体において，表面の疎水化および膜厚の増大により，水滴に駆動されるリンクル平坦化現象を抑制できることを明らかにした．本研究で獲得した知見は，水滴接触環境におけるリンクルを活用した機能性表面の開発に結びつくことが期待される．

謝辞　本研究は，JSPS 科研費（JP25H00706）および JST 創発的研究支援事業（JPMJFR222K）の支援を受けて実施された．ここに記して謝意を表す．

参考文献
1) G. Lee, M. Zarei, Q. Wei, Y. Zhu and S.G. Lee: Surface wrinkling for flexible and stretchable sensors, Small, 18, 2203491, 2022.
2) S. Nagashima and A. Nakatani: Capillary-induced wrinkle-to-fold transitions under biaxial compression, Langmuir, 37, pp. 5282–5289, 2021.
3) S. Nagashima, R. Okamoto, S. Matsubara and D. Okumura: Soft wetting of film–substrate bilayers: Wrinkle flattening near the three-phase contact line, International Journal of Multiphase Flow, 191, 105324, 2025.
4) Z. Li, P. Beck, D.A.A. Ohlberg, D.R. Stewart and R.S. Williams: Surface properties of platinum thin films as a function of plasma treatment conditions, Surface Science, 529, pp. 410–418, 2003.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

エラストマー上における銀ナノワイヤの座屈
Buckling of silver nanowires on elastomer substrates

村田　瞭介（名大・工）　永島　壮（名大・工）　兒嶋　佑太（名大・工）　奥村　大（名大・工）
Ryousuke MURATA, Nagoya University
So NAGASHIMA, Nagoya University
Yuta Kojima, Nagoya University
Dai Okumura, Nagoya University
E-mail: so.nagashima@nagoya-u.jp

Silver nanowires, which have excellent electrical conductivity and optical transparency, are widely used in stretchable electronic devices. Although they are known to buckle under compression, the underlying mechanism remains unclear. In this study, we investigate the buckling behavior of silver nanowires on elastomer substrates through in situ atomic force microscopy observations. Silver nanowires with various diameters were examined on polydimethylsiloxane (PDMS) substrates with different elastic moduli. The results show that the wavelength and amplitude of the buckled nanowires depend on the nanowire diameter, compressive strain, and the elastic modulus of the PDMS substrate.

１．緒言
近年，ナノワイヤを用いた機能性デバイスの研究開発が推進されている．特に，銀ナノワイヤは，その優れた導電性や光透過性から，伸縮性透明デバイスの構成材料として利用されている [1]．一方，デバイスの変形に伴い，銀ナノワイヤの圧縮変形や座屈が生じるが，その制御メカニズムについては，依然として未解明な点が存在する．

そこで本研究では，エラストマー基板上に配置した銀ナノワイヤの座屈挙動を顕微鏡その場観察実験により調査した．特に，基板の弾性率およびナノワイヤの直径が座屈に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．

２．実験方法
本研究では，ポリジメチルシロキサン（PDMS）を基板として使用した．基板の弾性率を変化させるために，PDMS 作製時の主剤と架橋剤の重量混合比を 10:1, 20:1, 40:1 とした．銀ナノワイヤは，直径が 25 nm および 45 nm のものを使用した．単軸方向に引張予ひずみを付与した PDMS 基板に銀ナノワイヤを静置したのち，予ひずみを段階的に除去した．以上により，銀ナノワイヤに圧縮ひずみを付与し，圧縮変形および座屈を誘起した．レーザー顕微鏡および原子間力顕微鏡を用いたその場観察により，変形過程を定量的に評価した．

３．実験結果および考察
いずれの実験条件においても，圧縮過程で銀ナノワイヤの座屈が観察された．一方，その幾何形状や寸法は，基板の弾性率，銀ナノワイヤの直径，および圧縮ひずみに応じて様々に変化した．座屈した銀ナノワイヤの代表的な原子間力顕微鏡画像を Fig. 1 に示す．重量混合比 10:1（弾性率約 2 MPa）の PDMS 基板を使用し，銀ナノワイヤの直径は約 45 nm，圧縮ひずみは 0.21 である．局所的に鋭利な先端を有した正弦波状の座屈形状が観察された．一方，重量混合比 40:1（弾性率約 0.04 MPa）の PDMS 基板上では，銀ナノワイヤは正弦波状の座屈形状を保持したまま，圧縮ひずみの増大に伴う振幅の増大を示し，鋭利な先端形状は発生しなかった．以上の重量混合比の違いによる座屈形状の変化は，銀ナノワイヤの密着強度の差異に起因すると考えられる．PDMS においては，重量混合比の低減により，表面の未架橋鎖が減少し，他の固体材料との密着強度が低下する [2]．そのため，重量混合比 10:1 では，圧縮過程で銀ナノワイヤのはく離が局所的に生じ得る．その結果，面内変形から面外変形への遷移，ならびにねじれが発生し，鋭利な先端形状が出現したと考えられる．レーザー顕微鏡により正弦波状銀ナノワイヤの波長と振幅を測定した結果，PDMS の弾性率が低下し，銀ナノワイヤの直径が増大するほど，波長と振幅が増大した．さらに，圧縮ひずみの増大に伴い，振幅が増大した一方，波長は顕著な変化は見られなかった．以上により，基板の弾性率およびナノワイヤの直径が銀ナノワイヤの座屈に及ぼす影響を明らかにした．

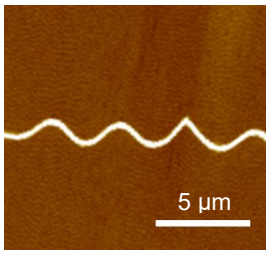


Fig. 1 Atomic force microscope image of a buckled silver nanowire on a PDMS substrate.

４．結言
顕微鏡その場観察実験により，PDMS 基板上における銀ナノワイヤの座屈挙動を調査した．その結果．基板の弾性率，ナノワイヤの直径，および圧縮ひずみが，座屈現象の影響因子であることを明らかにした．これらの因子を調節することにより，座屈の抑制あるいは積極的活用が可能となる．

謝辞　本研究は，JST 創発的研究支援事業（JPMJFR222K）の支援を受けて実施された．ここに記して謝意を表す．

参考文献
1) B. S. Kim, H. Kwon, H. J. Kwon, J. B. Pyo, J. Oh, S. Y. Hong, J. H. Park, K. Char, J. S. Ha, J. G. Son and S-.S. Lee: Buckling instability control of 1D nanowire networks for a large-area stretchable and transparent electrode, Advanced Functional Materials, 30, 1910214, 2020.
2) Y. Yu, D. Sanchez and N. Lu: Work of adhesion/separation between soft elastomers of different mixing ratios, Journal of Materials Research, 30, pp. 2702–2712, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Sobolev 学習 MLP によるノンレシプロカルゲルのサロゲートモデルの構築と実装
Construction and Implementation of a Surrogate Model for Non-reciprocal Gels Using Sobolev-trained MLP

兒嶋 佑太（名古屋大） 余語 勇哉（名古屋大） 稲前 有人（名古屋大） 永島 壮（名古屋大）
奥村 大（名古屋大）
Yuta KOJIMA, Nagoya University Yuya YOGO, Nagoya University Yuto INAMAE, Nagoya University So NAGASHIMA, Nagoya University Dai OKUMURA, Nagoya University
E-mail: yuta.kojima@nagoya-u.jp

This study aims to construct and implement a multiscale surrogate model capable of reproducing the highly nonlinear behavior of non-reciprocal materials by linking the microscopic buckling behavior of nanosheets with the macroscopic mechanical response. Specifically, we construct a Multi-layer Perceptron (MLP) incorporating Sobolev training, which simultaneously learns stress values and tangent stiffness. The MLP model predicts the true stress and tangent stiffness from the logarithmic strain of the unit cell. This approach enables the model to learn the complex tangent stiffness tensor characteristic of non-reciprocal materials. In this paper, we detail the construction methodology of the proposed model and demonstrate its prediction accuracy and effectiveness through validation experiments targeting nanosheet-embedded gels.

１．はじめに

近年，外部環境に応じて特異な応答を示すスマートマテリアルの開発が進む中で，金属ナノシートをゲル内部に配向させた相反性崩壊材料であるノンレシプロカルゲルが注目されている(1,2)．ノンレシプロカルゲルは，ナノシートの配向方向への引張負荷に対しては高い剛性を示す一方で，圧縮負荷に対してはシートの座屈により剛性が著しく低下し，母材であるゲル支配の柔軟な剛性を示す．そのため，ソフトロボットや次世代アクチュエータへの応用が期待される一方で，その挙動を正確に記述する数理モデルの構築は極めて困難であり，デバイス設計におけるボトルネックとなっている．

有限要素法（Finite element method; FEM）を用いてノンレシプロカルゲルの解析を行う研究も行われている．例えば，増分形式の応力-ひずみ関係を Abaqus(3) のユーザー材料サブルーチンで実装する研究(4)が行われている．しかしながら，除荷後に変形が残留するという課題がある．加えては，ミクロ構造におけるナノシートの座屈を考慮した解析は行われていない．

そこで本研究では，ミクロなナノシートの座屈挙動とマクロな力学応答を結びつけることで，相反性崩壊材料の高度な非線形挙動を再現可能なマルチスケールサロゲートモデルの構築と実装を目的とする．具体的には，応力値とその接線剛性を同時に学習させる Sobolev 学習を導入した Multi-layer perceptron（MLP）を構成する．MLP モデルはユニットセルの対数ひずみから真応力および，接線剛性を予測する．これにより相反性破壊材料特有の複雑な接線剛性テンソルを学習させる．本稿では，提案モデルの構築手法を詳述するとともに，ナノシート含有ゲルを対象とした検証実験を通じて，その予測精度と有効性を明らかにする．

２．方法

２．１．データセット作成

本研究では，ナノシート含有ゲルの非線形力学挙動をサロゲートモデル化するため，入力に対数ひずみ（3 成分），出力に真応力（3 成分）を用いる．さらに，構成則の数値計算における収束安定性を保証するため，応力のひずみ微分である接線剛性（3×3 成分）も教師データとして使用した．今回使用した損失関数は$L = MSE_\sigma + \lambda \cdot MSE_C$である．

学習データを作成する際，$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}$をそれぞれ 0 に近づくにつれて密度が高くなるように傾斜をかけて 21 通り，計 9261 通りのひずみと応力を抽出し，その値を使って接線剛性を作成した．

２．２．データセット作成

サロゲートモデルの構築には，応力とその接線剛性を同時に学習する Sobolev MLP を用いた．Fig. 1 にモデルの概略図を示す．モデル構造は，入力層（3 ノード），3 層の隠れ層（各 64 ノード），出力層（3 ノード）からなる全結合型ニューラルネットワークである．活性化関数には，滑らかな微分特性を持つ SiLU（Sigmoid Linear Unit）関数を採用した．損失関数$\mathcal{L}$には，応力の平均二乗誤差（MSE）に加え，接線剛性の MSE を重み付けして加算した定義を用い，$\lambda = 0.05$と設定した．

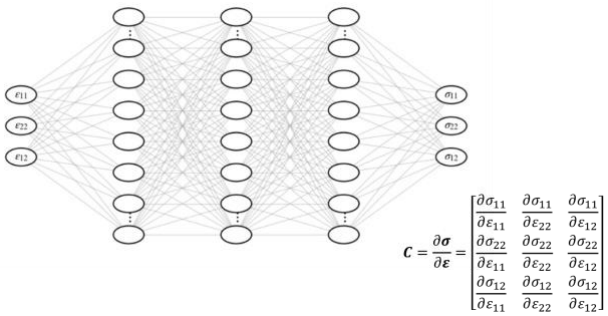


Fig. 1 Architecture of Sobolev MLP with Jacobian training.

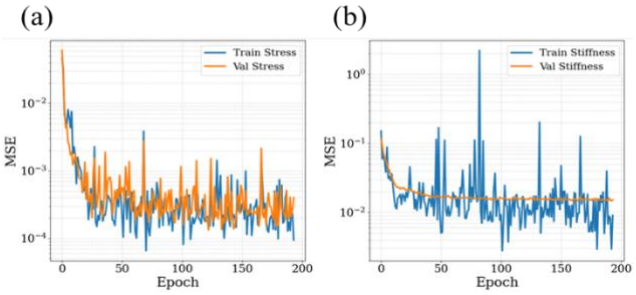


Fig. 2 Learning curves for stress and stiffness errors.
(a) Mean squared error of stress and (b) stiffness.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

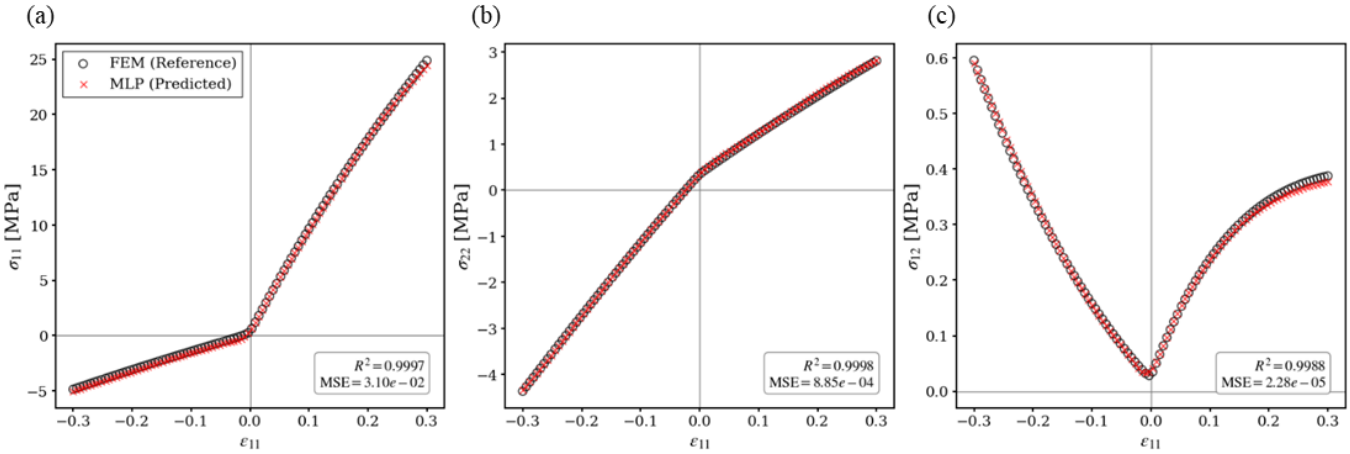


Fig. 3 Prediction accuracy for a specific loading path ($\varepsilon_{22} = 0.03$, $\varepsilon_{12} = 0.16$). (a)σ_{11}, (b)σ_{22}, (c)σ_{12}.

３．結果

構築した Sobolev MLP の学習曲線（損失関数の推移）を Fig. 2 に示す．学習の進行に伴い，応力誤差だけでなく，接線剛性の誤差も同時に低減していることが確認できる．これは，SiLU 関数を用いた滑らかなモデル表現と，Sobolev 学習による微分制約が有効に機能していることを示している．

構築したモデルの汎化性能を検証するため，学習に使用していない未知の変形モードに対する予測を行った．検証条件として，入力ひずみベクトル$\varepsilon = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}]$において，$\varepsilon_{22} = 0.03$, $\varepsilon_{12} = 0.16$ に固定し，ε_{11}を-0.3 から 0.3 の範囲で推移させた際の応力応答を計算した．Fig. 3 に FEM と MLP による予測値の比較を示す．(a)はσ_{11}，(b)はσ_{22}，(c)はσ_{12} である．図より，赤色の予測プロットは青色の実験値を極めて正確にトレースしていることがわかる．特に，$\varepsilon_{11} = 0$ 付近で見られる応力勾配の急激な変化や，複合的な応力状態における挙動を正しく再現できている．定量的な評価指標である決定係数R^2 は，全ての応力成分において 0.999 以上であった．これは，Sobolev 学習によって応力値だけでなく接線剛性を直接学習させたことで，局所的な非線形挙動の再現性が大幅に向上したためと考えられる．

４．結言

本研究では，相反性崩壊材料であるノンレシプロカルゲルの複雑な非線形挙動を記述するため，Sobolev 学習を導入した MLP によるサロゲートモデル構築手法を提案した．本手法の最大の特徴は，ひずみから応力に加えて接線剛性を明示的に予測させる点である．既存研究では考慮されていないミクロなナノシートの座屈挙動とマクロな力学応答を結びつけることができた．検証実験の結果，提案モデルは未学習の変形モードに対して$R^2 > 0.999$ もの精度を達成し，物理的に妥当な接線剛性の推移を再現できることが確認された．これは，データ駆動型アプローチが，複雑な新奇材料の構成則モデリングにおいて極めて有効であることを示している．今後は，本モデルを汎用有限要素法ソルバーへ実装し，大規模な構造解析へと適用を展開する予定である．

参考文献

(1) 布施卓馬，松原成志朗，永島壮，奥村大，「均質化解析によるノンレシプロカルゲルの引張・圧縮非対称性評価」，計算数理工学論文集，Vol. 23，19-231124，(2023).
(2) H. Kim, I. Jeong, H. Cho, M. Cho, "Surrogate Model Based on Data-Driven Model Reduction for Inelastic Behavior of Composite Microstructure", International Journal of Aeronautical and Space Sciences, Vol. 24, 732-752, (2023).
(3) Abaqus 6.14 User Documentation, 2014, Dassault Systems SIMULIA Coorporation.
(4) 野々垣翔真，松原成志朗，永島壮，奥村大，「ノンレシプロカルゲルの円筒押込み大変形解析」，計算数理工学論文集，Vol. 23，17-231124，(2023).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

情報幾何学を用いた高分子のアフィンネットワークモデルの変形過程の解析
Information Geometric Analysis of Deformation of Polymers using Affine Network Model

西川　皐太（大阪大・基礎工）　　小林　舜典（大阪大・基礎工）
畝山　多加志（名古屋大・工）　　垂水　竜一（大阪大・基礎工）
Kota NISHIKAWA, The University of Osaka
Shunsuke KOBAYASHI, The University of Osaka
Takashi UNEYAMA, Nagoya University
Ryuichi TARUMI, The University of Osaka
E-mail: nishikawa.kota.91u@ecs.osaka-u.ac.jp

Elucidating the mechanical properties of polymeric materials is crucial for developing high-performance materials. However, the affine network model, which describes material deformation through the probability density function of polymer chains, has not fully utilized this statistical information. In this analysis, the probability density function representing the state of polymer chains is regarded as information denoting the microscopic state of the system. Additionally, Wasserstein information geometry, which measures the transport cost of probability distributions, is introduced onto the statistical manifold formed by these probability density functions. For the relaxation deformation process of elastomers, the geodesic, representing the shortest path of information, is compared with the steepest descent curve of the free energy. The results reveal a clear discrepancy between the two paths, indicating that the spontaneous relaxation process does not necessarily follow the transport-theoretically optimal route. By evaluating the contribution of thermodynamic forces resisting path constraints during deformation, based on the difference between this informational shortest path and the mechanical path, this study aims to clarify the relationship between information and mechanics in the deformation process.

１．緒言

高分子材料であるエラストマーの力学特性の解明は，高性能な材料を設計・開発する上で極めて重要である．ゴムなどのエラストマーはエントロピー弾性による巨大な弾性変形が特徴的であり，この変形挙動を記述する代表的な統計モデルの一つにアフィンネットワークモデルがある [1]．このモデルでは，高分子鎖の状態がガウス分布という確率密度関数(PDF)で表現されるため，これを系のミクロな状態を示す「情報」として捉えることができる．従来のエラストマーの研究においては，このモデルを用いることで，自由エネルギーや応力などのマクロな力学量が統計力学的に解析されてきた [2]．しかしながら，ミクロな高分子鎖の分布変化を示す情報の発展過程と力学の関係はこれまでに十分解析されていない．そこで本研究では，連続体の変形に情報幾何学の視点を取り入れ，変形過程における PDF の変化を統計多様体における測地線上の遷移として記述することで，エントロピー弾性における「情報」と「力学」の関係を明らかにすることを目的とする．

２．解析手法

本研究では，ゴム状高分子材料の微視的構造を記述するアフィンネットワークモデルを対象に，非圧縮条件下における二軸変形の解析を情報幾何学の観点で行う．このモデルにおいて，高分子鎖の末端間ベクトル$\boldsymbol{r}$の分布は，無変形状態では等方的なガウス分布として表現される．ここにマクロな変形として変形勾配$\boldsymbol{F}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,1/(\lambda_1\lambda_2))$が与えられたとき，アフィン変形の仮定を通して，分布は二軸変形の主ストレッチλ_1,λ_2に依存した非等方的なガウス分布へと変化する．この現状態における確率密度関数$P(\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{F})$は以下のように表される．

$$P(\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{F})=\left(\frac{3}{2\pi Nb^2}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left\{-\frac{3}{2Nb^2}\left(\frac{x^2}{\lambda_1^2}+\frac{y^2}{\lambda_2^2}+\lambda_1^2\lambda_2^2z^2\right)\right\} \quad (1)$$

これにより，変形状態の集合は変形パラメータを座標とする統計多様体$\mathcal{M}=\{(\lambda_1,\lambda_2)\in\mathbb{R}^2|\lambda_1>0,\lambda_2>0\}$を構成する．本研究では，任意のアフィン変形状態から自由エネルギー最小状態である安定点へと至る緩和変形過程を対象に，以下の二つの異なる視点から変形経路を比較する．まず，力学的な視点である．熱力学第二法則に基づき，系は Helmholtz の自由エネルギーFが最も急激に減少する方向へと自発的に推移するため，この緩和過程の経路は次式に示す最急降下曲線として求めることができる．

$$\frac{d\lambda^i}{ds}=-\delta_{ij}\frac{\partial F}{\partial\lambda^j} \quad (2)$$

次に情報幾何学的な視点として，統計多様体$\mathcal{M}$上に Wasserstein 情報幾何学を導入する．これは，PDF の形状変化に伴う最小輸送コストを表す Wasserstein 距離を距離とする幾何学である．この Wasserstein 距離から導かれる Otto 計量に基づき，輸送コストを最小化する変形経路として測地線を導出することができる．情報の最短経路である測地線は, Otto 計量から導かれる Levi-Civita 接続Γ_{ij}^kを用いることで，以下の測地線方程式の解として記述される．

$$\frac{d^2\lambda^k}{ds^2}+\Gamma_{ij}^k\frac{d\lambda^i}{ds}\frac{d\lambda^j}{ds}=0 \quad (3)$$

本研究では，式(3)を始終点を固定する境界値問題として定式化し，有限要素法を用いて数値解析を行う．

３．解析結果

Fig.1 に, パラメータ空間(λ_1,λ_2)における力学的な経路である最急降下曲線と Wasserstein 情報幾何学から得られた測地線を示す．Fig.1 より，力学的な経路と情報の最短経路は，一致しないことが明らかとなった．これは，エラストマーの自然な緩和変形過程が，輸送論的に最も効率の良い変形ではないことを示している．これらの幾何学的な乖離を定量的に評価するため, 力学的な最急降下曲線に対して，易動度L^{ij}と外力f_jを含む以下の式に拡張した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{d\lambda^i}{ds} = -L_{ij}\left(\frac{\partial F}{\partial \lambda^j} - f_j\right) \tag{4}$$

本条件の下で，変形経路全体のエネルギー散逸を最小化する最小散逸経路の方程式を導出すると，測地線方程式と一致した．特に，易動度を Otto 計量の逆行列とすることで，Wasserstein 情報幾何学の測地線を外力付与下における最小散逸経路という物理モデルとして捉えることが可能である．これにより，情報の最短経路を実現するために必要な易動度の分布や外力の定量化が可能となった．これより求まる仮想的な外力は測地線の接線方向と法線方向にそれぞれ分解できる．このとき，仮想的な外力の法線方向成分は，Wasserstein 情報幾何学における測地線の変形経路を維持するために必要な抵抗力として評価することができると考えられる．

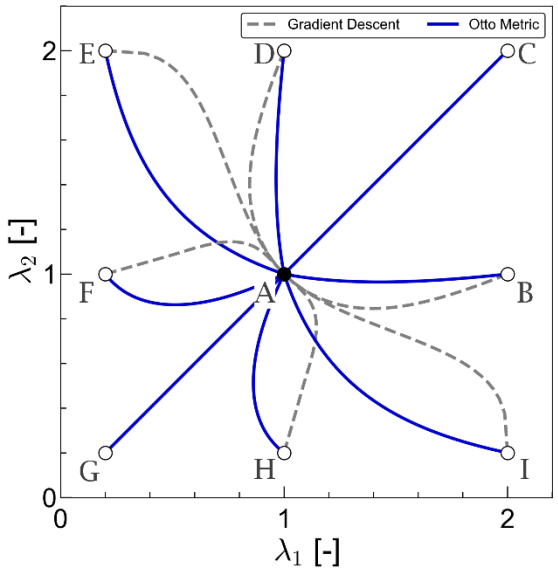


Fig. 1 Relaxation deformation process in deformation parameter space

参考文献

1) Boyce M.C. and Arruda E.M., Constitutive Models of Rubber Elasticity, Rubber Chemistry and Technology, 73(3), 504-523 (2000).
2) Treloar L.R.G., The Physics of Rubber Elasticity, Oxford University Press (1975)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

力学的に等価な結晶欠陥配置の形態解析
Morphological Analysis of Mechanically Equivalent Crystalline Defect Configurations

小林　舜典（大阪大・基礎工）　　垂水　竜一（大阪大・基礎工）
Shunsuke KOBAYASHI, The University of Osaka
Ryuichi TARUMI, The University of Osaka
E-mail: kobayashi.shunsuke.es@osaka-u.ac.jp

Line defects in crystals are classified into translational-type dislocations and rotational-type disclinations. It is known that there exist special configurations in which these two kinds of defects exhibit equivalent elastic fields in their vicinity. To clarify the characteristics of such mechanically equivalent configurations, this study carried out a kinematic analysis using differential geometry. As a result, it was found that for a single wedge disclination, two different edge-dislocation configurations can exist. These two types of edge-dislocation configurations are considered to represent the difference between partial and perfect disclinations.

１．諸言

結晶中の線欠陥は並進・回転対称性の破れに対応する転位と回位に分類することができる．一方，質的に異なるこれらの線欠陥に対して，欠陥近傍の応力・ひずみ場が等しくなる空間配置が存在することが知られている．こうした弾性場が等価となる欠陥配置の代表例として，刃状転位列とくさび型回位対が挙げられる [1]．最近，我々の研究グループでは微分幾何学を基礎とした結晶欠陥の連続体力学理論を用いることで，転位列を回位対へと変換する操作を定義することができ，これを通して両者の弾性場の等価性の起源が，塑性変形の場の等価性にまで遡ることができることを明らかにした [2]．この同一視は，数学的にはアフィン接続と呼ばれる構造を置換する操作に還元される．しかしながら，この変換操作に対する逆操作，すなわち与えられた回位と等価な転位配置がどのような特徴を持つかは明らかにされておらず，これら二種類の欠陥配置の間の同一視がどこまで可能かは不明である．こうした背景を踏まえて，本研究では転位と回位の変換・逆変換を行い，力学的に等価な転位・回位配置の特徴を明らかにすることを目的とする．

２．解析方法

幾何学的な格子欠陥論においては，欠陥を含む結晶の仮想的な塑性変形状態を Riemann–Cartan 多様体$(\mathcal{M}, g, \nabla)$を用いて記述する．これは，内積と平行性を Riemann 計量g，およびアフィン接続∇を用いて一般化した空間である．このとき，格子欠陥の空間分布はアフィン接続∇を用いて定義される捩率 2-形式τ^α, および曲率 2-形式Ω^α_βを用いて表現することができる．特に転位は Weitzenböck 接続∇^W，回位は Levi-Civita 接続∇^Lを用いて表すことができる．これらが存在するとき，Riemann–Cartan 多様体は次式で表される Cartan の第一・第二構造方程式を満足するようにして決定することができる．

$$\tau^\alpha = d\vartheta^\alpha + \omega^\alpha_\beta \wedge \vartheta^\beta \tag{1}$$

$$\Omega^\alpha_\beta = d\omega^\alpha_\beta + \omega^\alpha_\gamma \wedge \omega^\gamma_\beta \tag{2}$$

ただしϑ^αは$g = \delta_{\alpha\beta}\vartheta^\alpha \otimes \vartheta^\beta$を満足する Riemann–Cartan 多様体の正規直交基底であり，ω^α_γはアフィン接続に関する接続 1-形式である．特に，Weitzenböck 接続では$\omega^\alpha_\beta = 0$とおくことができる．

これらの方程式に対して，転位のみが存在する条件$(\tau^\alpha \neq 0)$の下で式(1)を解き，これによって得られた Riemann 計量gから Levi–Civita 接続の接続 1-形式ω^α_βを決め，式(2)に代入することで与えられた転位τ^αに対応する回位の空間分布を決定することができる．通常，物体に発生するひずみ・応力場は Riemann 計量gにのみ依存することから，この接続の置換操作の過程では弾性場は不変に保たれる．したがって，この操作によって等価な弾性場を持つ転位と回位の対を算出することができる．また，これと逆の置換操作として，はじめに回位の空間分布を与え，そこで得られた正規直交基底ϑ^αおよび Weitzenböck 接続の接続係数$\omega^\alpha_\beta = 0$を式(1)に代入することで，与えられた回位に対応して等価な転位配置を算出することができる．

３．解析結果と考察

等間隔で並ぶ転位列を表す捩率 2-形式は$\tau^2 = \Omega\delta(y)H(x)$と表すことができる．ただし，$\Omega$は転位列に沿った単位長さあたりの Burgers ベクトルの大きさであり，δは Dirac デルタ，Hは Heaviside 関数である．順方向の接続の変換によりこれに対応するくさび回位は$\Omega^1_2 = \Omega\delta(x)\delta(y)$と表すことができる．これは，転位列の終端部$(x, y) = (0,0)$にくさび回位が局在化する様子を表している [2]．次に$\Omega^1_2 = \Omega\delta(x)\delta(y)$のくさび回位に対して式(1)–(2)を解くと，Levi-Civita 接続の接続 1-形式は$\omega^1_2 = \frac{\Omega}{2\pi r^2}(-ydx + xdy)$となる．これを用いて式(1)を解くと$(\vartheta^1, \vartheta^2) = (dx, dy) + \omega^1_2(-y, x)$となる．これに対して Weizenböck 接続の下で式(1)に代入すると，捩率 2 形式は次式ように表すことができる．

$$\tau^1 = \frac{-\Omega y}{2\pi r^2} dx \wedge dy \tag{3}$$

$$\tau^2 = \frac{\Omega x}{2\pi r^2} dx \wedge dy \tag{4}$$

上式は，周方向に Burgers ベクトルをもつ刃状転位の連続分布を表しており，刃状転位列とは異なる配置を示している．したがって，くさび回位には，力学的に等価な刃状転位配置が少なくとも二種類存在すると考えられる．

ここで得られた二種類の刃状転位配置は，解析領域のトポロジーに依存して決定されたものと考えられる．第一・第二の例では，それぞれ初期に与えた欠陥配置に対応して，それぞれ$x = 0, y > 0$の半直線，$(x, y) = (0,0)$の原点に特異点が存在する．特に式(3)–(4)で得られた転位配置は初期に与えたくさび回位と同一の特異点を有しており，初期配置の特異点が転位配置に影響していることを示唆している．また，トポロジーの異なる二種類の結果は，不完全・完全くさび回位の区別が可能であることを示唆している．

参考文献

1) L.C.M. Li, Surface Science, 31, pp. 1226 (1972).
2) S. Kobayashi, K. Takemasa and R. Tarumi, Royal Society Open Science, 12, 242213 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:00 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (1)

座長:中村 尚弘(関西学院大学)

15:00 ~ 15:15

[16011] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その1　アンケート概要および耐震構造に関する結果

*犬伏 徹志[1]、佐武 直紀、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:15 ~ 15:30

[16012] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その2　制振構造に関する結果

*伊藤 真二[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、近藤 貴士[1]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:30 ~ 15:45

[16013] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その3　免震構造に関する結果

*佐武 直紀、犬伏 徹志[1]、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:45 ~ 16:00

[16014] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その４　床振動の検討に関する結果

*近藤 貴士[1]、西井 康真[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査
その 1　アンケート概要および耐震構造に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design
Part 1: Survey Outline and Results for Seismic-resistant Structures

犬伏　徹志（近畿大・建築）　佐武　直紀（フリーランス）　近藤　貴士（大和ハウス工業）
中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）　池田　周英（竹中工務店）
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Naoki SATAKE, Freelance
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka corporation
E-mail: inubushi@arch.kindai.ac.jp

This paper outlines a questionnaire survey on damping settings in structural design. Dynamic analysis was widely conducted for seismic-resistant structures, even for buildings under 60 m. For horizontal damping, tangent stiffness proportional models predominated in RC structures, while initial stiffness proportional models predominated in S structures. The first-mode damping ratio was 3% in RC and 2% in S structures. Vertical damping ratios were similar, and designers emphasized the need for rational, objectively justified models.

1．はじめに

日本建築学会の「建築物の減衰機構とその性能評価小委員会」では，これまでに得られた建築物の減衰に関する知見を収集・整理し，書籍「建築物の減衰と振動」[1]を出版した．しかし，建築物における減衰の発生メカニズムが未だ不明確であること，各種観測記録を分析して得られた減衰定数に大きなばらつきがあること，などの課題がある．一方で，動的解析では減衰の設定により建築物の応答性状は大きく変化する．このような課題があるため，設計においては減衰について慎重な設定が求められる．

そこで，実務設計者を対象にアンケートを実施し，構造設計で用いた減衰モデルや減衰定数などについて調査を行った．本稿ではアンケート概要と耐震構造に関する調査結果について述べる．

2．アンケート調査の概要

本アンケートは(一社)日本建築構造技術者協会(JSCA)に協力頂いた．2024 年 7 月上旬に JSCA を通じて案内し，オンライン形式で実施した．アンケートは無記名方式とし，時刻歴応答解析を用いて設計された耐震構造，制振構造，免震構造，さらに居住性に関連する床振動を対象とした．

アンケートでは，設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などを主に選択式で回答し，さらに実務設計における減衰の設定に関する疑問や課題などについて自由記述で回答する形式とした．なお，耐震構造と制振構造は同じ質問で，免震構造については，上記に加えて免震層に関する質問を追加している．床振動についてはその 4 に概要を示す．

3．耐震構造に関するアンケート結果

1）建物概要

Fig.1 に建物概要を示す．有効回答数は 34 件である．建物用途は事務所が全体の 38%で最も多く，次いで集合住宅が 29%となっている．数は少ないが，ホテル，倉庫，病院なども見られる．建物高さは 60m 以下が約半数を占めており，100m 以下の建物が全体の 88%を占めている．構造種別は RC 造が全体の 41%, S 造が 35%となっている．RC 造，SRC 造 ，PC 造， PRC 造を RC 系，S 造, CFT 造を S 系とすると，両者はほぼ同数となっている．

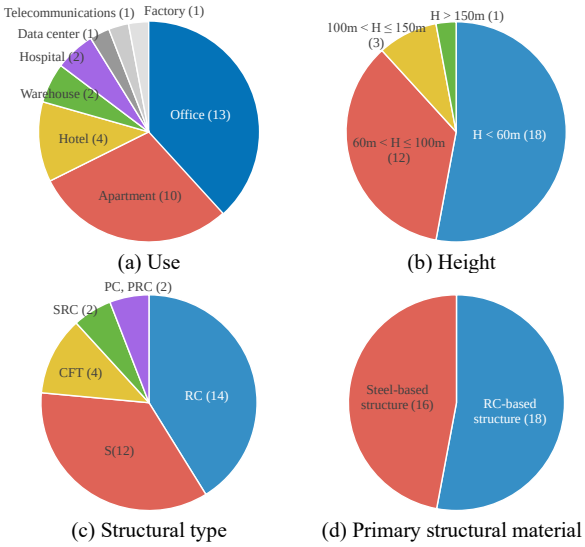


Fig.1 Building overview (seismic-resistant structure)

2）RC 系耐震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

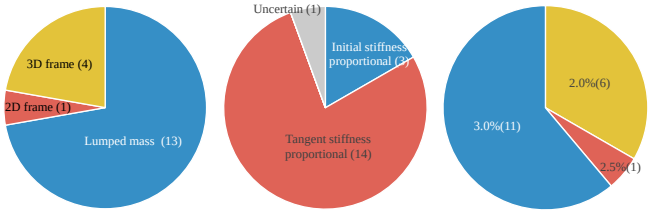
a）水平方向

Fig.2 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが全体の約 75%を，減衰モデルは瞬間剛性比例型が約 80%を占めている．回答した減衰モデルを用いた理由として，過去に設計した建物との連続性，一般的に用いられているため，1 次モードが支配的であるため，などの回答があった．h_1 は 3%が過半数を占めているが，それより小さい値を採用した事例も見られ，これらの多くは SRC 造，PC 造，PRC 造であった．

b）鉛直方向

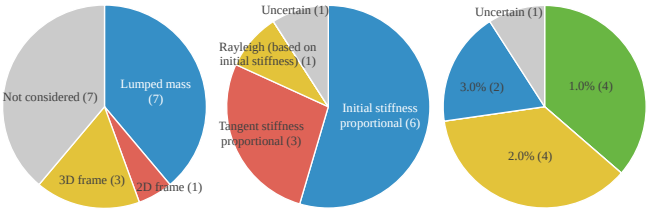
Fig.3 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．鉛直方向では解析を実施していないケースが多く，水平方向同様に質点系の採用数が最も多いが，平面や立体フレームモデルの採用数は水平方向とほぼ同じである．水平方向の検討

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



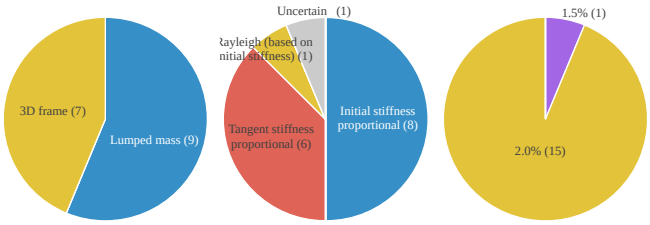
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.2 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: horizontal direction)



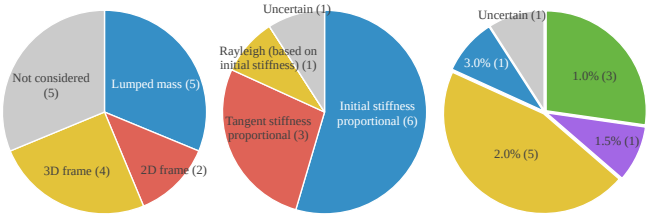
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.3 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: vertical direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.4 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: horizontal direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.5 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: vertical direction)

では質点系モデルを用いているが，鉛直方向の検討では平面や立体フレームモデルを用いた事例も見られる．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多く，鉛直方向は弾性状態と考えて設計を行っているためと考えられる．また，1 件のみだがレーリー型も採用されている．h_1 は水平方向に比べて 1%程度低い値を採用している事例が多い．一般的には水平方向に比べて鉛直方向の応答振幅は小さいため，減衰定数の振幅依存性を意識しての対応と思われる．

3）S 系耐震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

Fig.4 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルと立体フレームモデルが同程度で，減衰モデルは初期剛性比例型が半数を占めている．回答した減衰モデルを用いた理由としては RC 系と同様であった．なお，1 件のみだがレーリー型も採用され，立体フレームモデルと組み合わせて使用されていた．h_1 はほとんどが 2%であった．

b) 鉛直方向

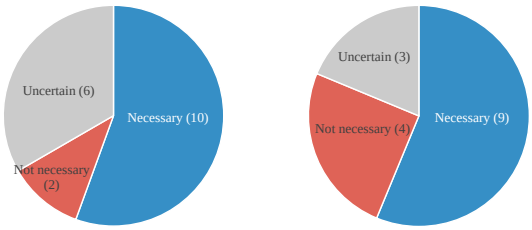
Fig.5 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．RC 系と同様，鉛直方向の解析を実施していないケースが多いが，一方で平面や立体フレームモデルを採用した事例が比較的多く見られる．なお，S 造では水平方向と鉛直方向で同じ種類の解析モデルを用いる傾向が見られ，初期剛性比例型が最も多く採用されている．h_1 は基本的には水平方向と同じか，それより低い値を用いる傾向が見られる．

4）減衰の設定等について感じた疑問や課題

耐震構造建物における減衰定数やその設定に関する意見として主要なものを以下に挙げる．

【減衰定数について】

- 減衰定数の値やそのばらつきが不明確であるため，既往の実績値（RC 造 3%，S 造 2%）を用いている．
- 構造規模や形態などにより減衰定数の値が異なる要因を分析し，より適切な値を示してほしい．
- 地盤との動的相互作用の扱いと合わせて考えるべき．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.6 Necessity of considering aging effects

- 今のやり方で実質的に問題なければ今の値でよい．

【減衰の設定について】

- 地盤減衰系を簡単に考慮できる方法があるとよい．
- 振幅依存性まで考慮できる合理的な減衰モデルが必要．
- 工学的に説明できないので，きちんとした指針がほしい．
- 1%の設定差で応答がかなり変わることもあるので、妥当性については疑問に感じる。
- 減衰の適正な設定は困難なので制振構造を採用すべき
- モニタリングを義務化してデータ収集すべき．

Fig.6 に，設計の段階において建築物の経年変化を考慮すべきかの質問に対する回答結果を示す．RC 系，S 系ともに，半数以上が経年変化を考慮した方が良いと考えており，設計者の関心の高さがうかがえる．自由記述で寄せられた主要な意見を以下に示す．

- ひび割れ等による剛性変化の影響は考慮した方がよい．
- 大地震後の振動特性の変化（固有周期の変化など）を考慮した耐震安全性も評価すべき．
- 新築時と 100 年後の振動特性の差異を知りたい．(適切なメンテナンスを行えば新築時と同等か？)

4．まとめ

本稿では実務設計者を対象に実施した，構造設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などのアンケート調査概要および耐震構造に関する調査結果を示した。

参考文献

1) 日本建築学会：建築物の減衰と振動，2020.12

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その 2　制振構造に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design Part 2: Survey Outline and Results for Seismic Vibration Control Structures

伊藤　真二（大和ハウス工業）　犬伏　徹志（近畿大・建築）　佐武　直紀（フリーランス）
近藤　貴士（大和ハウス工業）　中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）
池田　周英（竹中工務店）
Shinji ITO, Daiwa House Industry
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Naoki SATAKE, Freelance
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka Corporation
E-mail: ito-shinji@daiwahouse.jp

A questionnaire survey examined damping models and ratios used in the design of seismic vibration control structures. For horizontal damping, tangent stiffness proportional model predominated in RC structures, while initial stiffness proportional model predominated in S structures. The first-mode damping ratio was generally 3% in RC and 2% in S structures. Vertical trends were similar but slightly smaller. Designers requested improved models and clearer theory, and views on aging effects differed between RC and S structures.

1．はじめに

その 1 では，実務設計者を対象に実施した，構造設計で用いた減衰モデルや 1 次減衰定数などについてのアンケート概要と耐震構造に関する調査結果について述べた．本稿その 2 では，制振構造に関する調査結果について述べる．

2．制振構造に関するアンケート結果

1）建物概要

Fig.1 に建物概要を示す．有効回答数は 25 件で，耐震構造に比べてやや少ない．建物用途は事務所が全体の 48%で最も多く，次いで集合住宅が 28%となっている．60m 超～100m 以下と 100m 超～150m 以下を合わせて 88%となっており，超高層建物に制振構造が多く採用されていることがわかる．構造種別は S 造が全体の 40%，RC 造と CFT 造がともに 28%となっている．RC 造，SRC 造を RC 系，S 造，CFT 造を S 系とすると，RC 系が 32%、S 系が 68%となっている．

2）RC 系制振建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

Fig.2 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが多いが，立体フレームモデルも比較的多く用いられている．減衰モデルは瞬間剛性比例型が 75%を占めている．減衰モデルを用いた理由として，一般的に用いられているため，との回答が多かった．なお，採用した h_1 の値はすべて 3%であった．

b) 鉛直方向

Fig.3 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは，質点系モデルと立体フレームモデルの採用割合が水平方向とほぼ同じである．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多くなっており，これは鉛直方向では弾性状態を想定しているためと考えられる．h_1 は水平方向と同じ値を採用している事例がほとんどであり，回答数は少ないものの，耐震構造（水平方向に対して鉛直方向の h_1 が 1%程度低い値を採用する事例が多い）とは異なる傾向となっている．

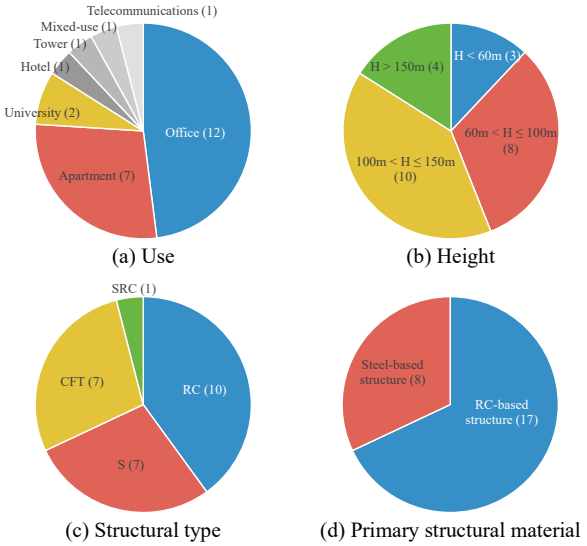


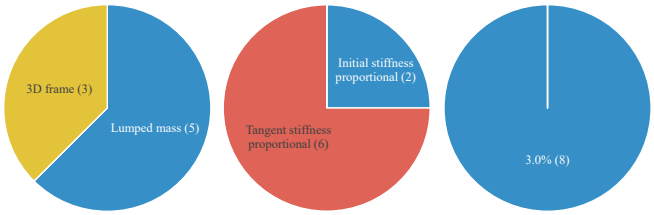
Fig.1 Building overview (seismic vibration control structures)

3）S 系制振建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

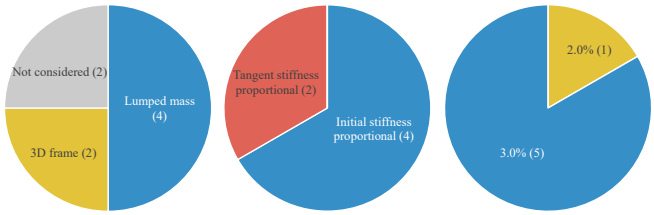
Fig.4 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは RC 系の傾向とは異なり，立体フレームモデルが多く用いられている．これは周辺架構剛性を考慮してダンパーのエネルギー吸収量をより詳細に評価するためと考えられる．減衰モデルは初期剛性比例型が 59%で過半数を占めており，瞬間剛性比例型も比較的多く用いられている．回答した減衰モデルを用いた理由として，過去に設計した建物との連続性，一般的に用いられているため，との回答が多かった．また，超高層建物で高次モードの影響を考慮するためにレーリー減衰を用いた，との回答もあり，減衰モデルの特徴を適切に理解して設計を行っていることがわかる．一方，他の減衰モデルでも検討を行ったが事業計画が

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



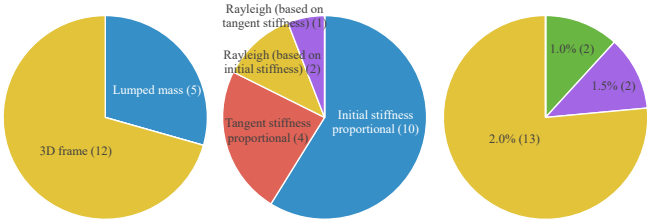
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.2 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: horizontal direction)



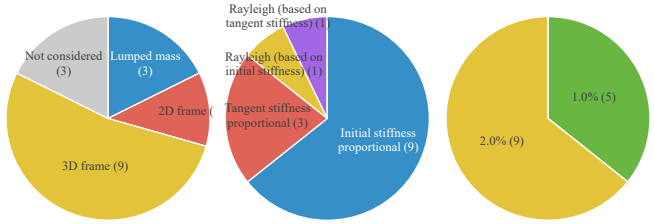
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.3 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: vertical direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.4 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: horizontal direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.5 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: vertical direction)

変わりそうだったため，との回答もあり，安全性と経済性の両立に苦心している様子もうかがえる．採用した h_1 の値はほとんどが 2%であった．

b) 鉛直方向

Fig.5 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．RC 系に比べて解析を実施していないケースは少なく，水平方向同様，立体フレームモデルが多く用いられている．これは 1 つの解析モデルで水平・鉛直両方向の検討を行っているためと考えられる．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多い．この減衰モデルを用いた理由として，水平方向と同様の回答が多かったが，1 次固有周期が十分に短く高次モードの影響は小さいと考えたため，との回答もあった．h_1 は水平方向と同じか，それより低い値を用いる傾向が見られる．

4) 固有周期の計算方法

Fig.6 に減衰の設定に用いる固有周期の計算方法を示す．すべての事例で実固有値解析が用いられており，ダンパーを除いた架構に対して剛性マトリクスを作成しているケースが過半数を占めている．

5) 減衰の設定等について感じた疑問や課題

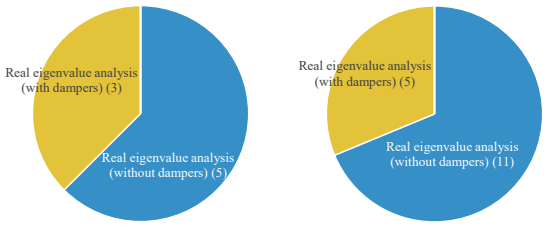
制振構造建物における減衰定数やその設定に関する意見として主要なものを以下に挙げる．

【減衰定数について】

- ばらつきが大きい理由を解明し，減衰定数設定方法の確立を目指すべき．
- 動的相互作用による減衰効果を明らかにしたうえで，建物自体の減衰定数を考えるべき．
- 建物の重要度や応答の敏感性などを加味して設計者判断が必要な項目と考えられる．
- 設計では安全側のみを考慮することは非経済的であり，従来の設定値との整合性が必要．
- 外力と減衰はセットで考える必要があり，どちらかだけを厳密にする意味はあまり感じない．

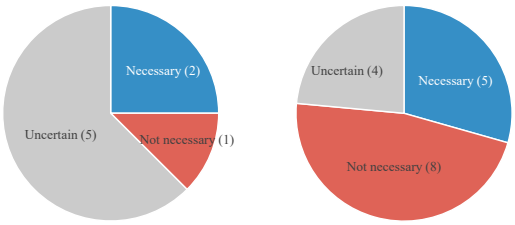
【減衰の設定について】

- 入力地震動と建物への入力（地盤と建物との動的相互作用）部分での不明瞭さの解明が必要．
- 振幅依存性や非構造部材の影響の評価．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.6 Calculation method for natural periods



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.7 Necessity of considering aging effects

- 設計と実際に乖離があることが指摘されていても，相場観でよく分からずに設計をしている．
- 研究による減衰定数の明快な理論的説明．
- 超高層建物の地震被害・応答比較データの収集．
- 適切な減衰モデルの開発．

Fig.7 に，設計の段階において建築物の経年変化を考慮すべきかの質問に対する回答結果を示す．RC 系では「わからない」の回答が多く，S 系では経年変化を考慮しなくても良いと考えている割合が多い．これは，制振構造で大地震において建物損傷が小さいためと考えられる．なお，自由記述において，「複数回地震の想定．BCP に関係するが，現状は根拠が乏しいので設計として採用しにくい．」との意見があった．

3．まとめ

本稿では実務設計者を対象に実施した，制振構造の設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などについてのアンケート調査結果を示した。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その 3　免震構造に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design Part 3: Survey Outline and Results for Seismically Base-Isolated Structures

佐武　直紀（フリーランス）　犬伏　徹志（近畿大・建築）　近藤　貴士（大和ハウス工業）
中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）　池田　周英（竹中工務店）
Naoki SATAKE, Freelance
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka Corporation
E-mail: nsatake2@gmail.com

A questionnaire survey examined damping models and ratios used in the design of base-isolated structures. For horizontal damping, tangent stiffness proportional model predominated in RC structures, while tangent and initial stiffness proportional models were adopted in similar proportions in S structures. The first-mode damping ratio was generally 2%, with 1% also common in S structures. Vertical trends were similar, and internal viscous damping of isolation layer was rarely considered. Most respondents regarded aging effects as unnecessary.

１．はじめに

その 2 では，実務設計者を対象に実施した制振構造に関するアンケート調査結果について述べた. 本稿その 3 では，免震構造に関する調査結果について述べる．

２．免震構造に関するアンケート結果

1）建物概要

Fig.1 に建物概要を示す．有効回答数は 38 件である．建物用途は事務所が全体の 34%で最も多く，次いで集合住宅が 29%，病院が 16%となっている．建物高さは 60m 以下が 69%で，100m 以下の建物が全体の 87%を占めている。構造種別は RC 造が全体の 50%，S 造が 37%となっている．RC 造，SRC 造を RC 系，S 造，CFT 造を S 系とすると，RC 系が 55%、S 系が 39%となっている（それ以外は RC と S の混構造）．

2）RC 系免震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

Fig.2 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが、減衰モデルは瞬間剛性比例型が大多数を占めている。回答した減衰モデルを用いた理由として、過去に設計した建物との連続性、RC 造では一般的に用いられているため、などの回答があった。採用した h_1 の値はすべて 2%が過半数を占めている．耐震構造では 3%が多かったが，免震構造ではそれよりも低い h_1 を使用する傾向が見られる。

b) 鉛直方向

Fig.3 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．他の構造形式に比べて解析を実施しているケースが多く，免震部材の面圧や鉛直ひずみを確認するためと考えられる．解析モデルは水平方向同様に質点系の採用数が最も多いが，平面や立体フレームモデルの採用数が水平方向よりも多い．アンケートでは詳細には尋ねていないが，上部構造は質点系で免震層のみ平面的な広がりを有するモデルを用いていることが考えられる．減衰モデルは瞬間剛性比例型が最も多いが，初期剛性比例型やレーリー型も比較的多く用いられており，レーリー型は平面や立体フレームモデルと組み合わせて用いられていた. 減衰モデルを用いた理由として，剛性比例型では，過去に設計した建物との連続性，RC 造では一般的に用いられているため，などの回答があった一方，レーリー型では，減衰を過大評価しないため，水平動と上下動を同時入力したため，などの回答があった．採用した h_1 の値は 2%以下が過半数を占めている．

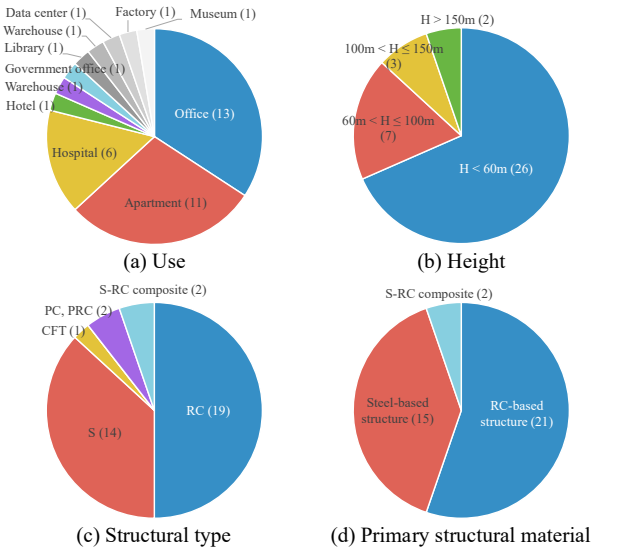


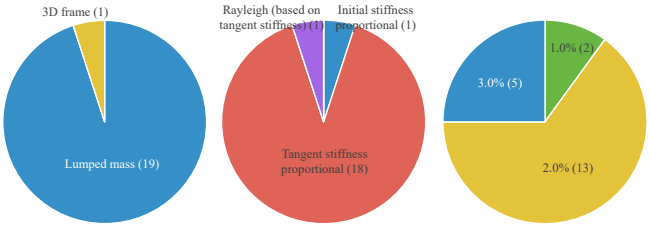
Fig.1 Building overview (seismically base-isolated structures)

3）S 系免震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

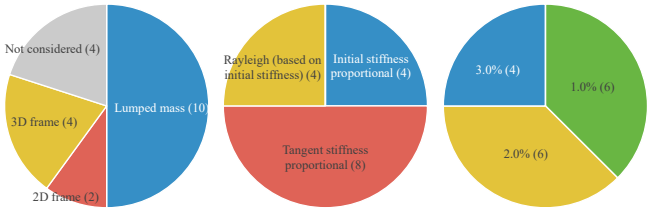
Fig.4 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが最も多く、減衰モデルは初期剛性比例型と瞬間剛性比例型が概ね同じ割合である。減衰モデルを用いた理由として、過去に設計した建物との連続性、S 造では一般的であるから、などの回答があった．採用した h_1 の値は 2%が過半数を占めているが、1%の採用数も多い。すなわち、S 系では耐震構造と同じか低い h_1 を使用する傾向が見られる。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



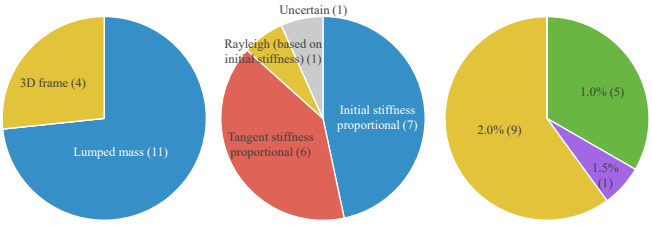
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.2 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: horizontal direction)



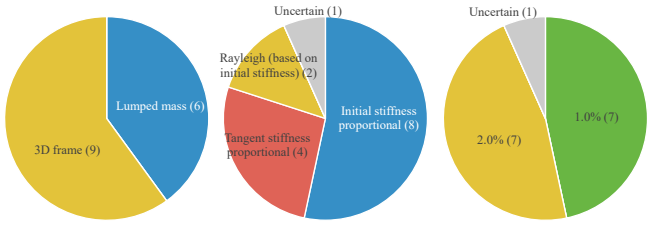
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.3 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: vertical direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.4 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: horizontal direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

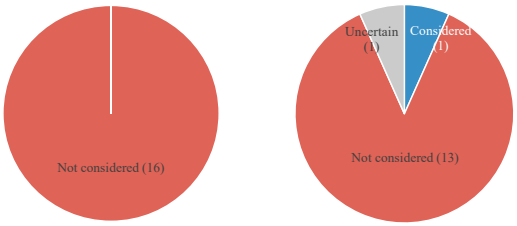
Fig.5 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: vertical direction)

b) 鉛直方向

Fig.5 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．すべての事例で時刻歴応答解析を実施しており，解析モデルは質点系に比べて，立体フレームモデルが多く用いられている．これは RC 系同様，上部構造は質点系で免震層のみ平面的な広がりを有するモデルを用いていることが考えられる．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多く，次いで瞬間剛性比例型が多い．レーリー型は RC 系に比べるとやや少ない．減衰モデルを用いた理由として，剛性比例型では，過去に設計した建物との連続性などの回答があった一方，レーリー型では，減衰を過大評価しないため，との回答があった．採用した h_1 は水平方向と同じか低い値を用いる傾向が見られる．

4) 免震層の減衰の考慮

Fig.6 に鉛直方向の検討において免震層に内部粘性減衰を考慮したかどうかの結果を示す．いずれもほぼすべての建物で免震層の内部粘性減衰は考慮していない．すなわち鉛直方向では上部構造の減衰のみを期待して設計を行っていることがわかる．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.6 Internal viscous damping in the isolation layer

5) 減衰の設定等について感じた疑問や課題

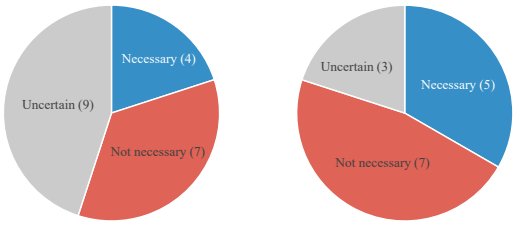
免震構造建物における減衰定数やその設定に関する意見として主要なものを以下に挙げる．

【減衰定数について】

- 応答変位が小さいため RC でも 2%を採用した．
- 小さい値が望ましいとしてもコストに影響するため簡単に採用はできない．
- 免震構造や制振構造の場合は大きな影響はないと考える．
- 鉛直方向についてはほとんど知見がない．

【減衰の設定について】

- 構造形式や架構の特徴に応じて減衰定数を低減するなどの対応が必要．
- 適切な値やモデル化の設定が難しく，エビデンスに基づいた適切な設定のための指針類があると有意義．
- 研究による減衰定数の明快な理論的説明．
- 多くの観測記録に基づく妥当な減衰定数の提示．
- 合理的な減衰モデルの開発．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.7 Necessity of considering aging effects

Fig.7 に，設計の段階において建築物の経年変化を考慮すべきかの質問に対する回答結果を示す．RC 系では「わからない」の回答が多く，S 系では経年変化を考慮しなくても良いと考えている割合が多い．この傾向は制振構造と同様で，大地震において建物損傷が小さいためと考えられる．なお，自由記述で寄せられた主要な意見を以下に示す．

- ひび割れ等により建物剛性が低下した場合の検討が必要．
- 複数の地震を繋げた地震動を用いて時刻歴応答解析を行う方法等が考えられるが，適切な検討方法や評価方法についての指針類があると有意義．
- 長期，超長期の場合に繰り返し載荷や経年変化を考慮して耐力の割り増しを行うべき．

3．まとめ

本稿では実務設計者を対象に実施した，免震構造の設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などについてのアンケート調査結果を示した。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その４　床振動の検討に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design Part 4: Results for Study on Floor vibrations

近藤　貴士（大和ハウス工業）　西井　康真（大和ハウス工業）　犬伏　徹志（近畿大・建築）　佐武　直紀（フリーランス）
中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）池田　周英（竹中工務店）
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Yasuma NISHII, Daiwa House Industry
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Naoki SATAKE, Freelance
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka Corporation
E-mail: taka_kondo@daiwahouse.jp

This paper reports a questionnaire survey on damping models and damping ratios used in the study on floor vibrations. The most common damping model used was the stiffness-proportional type, followed by Rayleigh-type and modal damping, which were also relatively frequent. The majority of the primary damping ratio was 2.0% or less. Compared to actual measurement data, there was a tendency to set lower damping constants in the design phase.

１．はじめに

その 1～3 では，実務設計者を対象に実施した建築物の構造設計における減衰の設定に関するアンケート概要と耐震構造，制振構造および免震構造に関する調査結果について述べた．本稿その 4 では，居住性に関する床振動の検討に対する調査結果について述べる．

２．調査項目および回答形式

調査項目および回答形式を以下に示す．

・主要構造部の構造種別（選択式）
・床版種別（選択式）
・長辺スパン長（自由記述，数値を入力）
・対象床の用途（選択式）
・想定する振動源（選択式，複数回答可）
・評価基準とその理由（選択式・記述式）
・振動解析モデルの種類（選択式，複数回答可）
・解析モデルの固有振動数（自由記述，数値を入力）
・解析に用いた減衰モデルとその理由（選択式・記述式）
・1 次減衰定数とその理由（選択式・記述式）
・（高次モードの減衰定数を設定している場合）次数および減衰定数とその理由（自由記述）

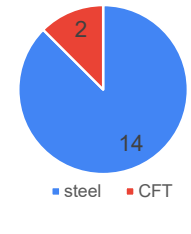
３．調査結果

1）　建物概要

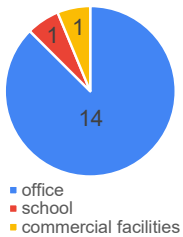
有効回答数は 16 件であった．Fig.1 に建物概要を示す．(a)は構造種別，(b)は床用途の内訳で，ほとんどが鉄骨造の事務所である．(c)は床版種別の内訳で，合成スラブが全体の 69% (11 件)と多数を占めている．(d) は長辺スパン長の内訳で 10～25m に多く分布し，全体の 69%を占めている．

2）　想定振動源と評価指標

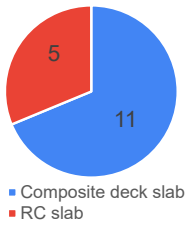
Fig.2 に想定した振動源の内訳を示す．本質問項目は複数回答可としていたが，ほとんどが歩行など人間活動を対象とした内部振動源に限定されている．また．Fig.3 に評価基準の内訳を示す．ほとんどが本会の最新の居住性能評価規準 [1]を参照していることがわかる．なお，この評価基準を用いた理由としては，構造設計業界の標準である，建物スペックとして評価しやすい，以前から用いているため施主からの要望，などの回答があった．



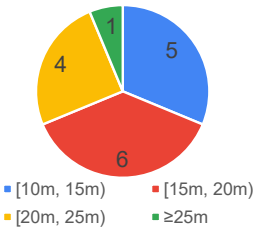
(a) Structural type



(b) Use



(c) Deck type



(d) Long side span

Fig.1 Building Overview

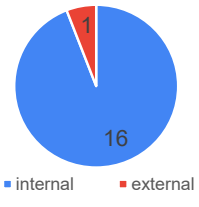


Fig.2 Vibration source

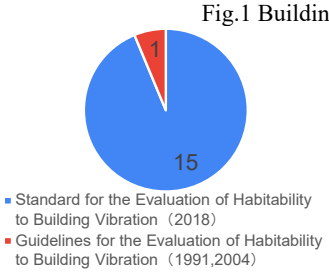


Fig.3 Evaluation indicators

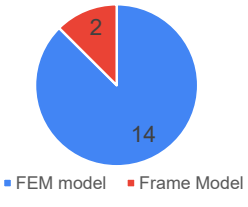


Fig.4 Analysis model type

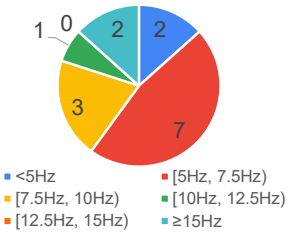


Fig.5 Natural frequency

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

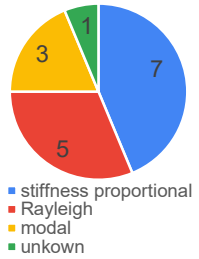


Fig.6 Damping model

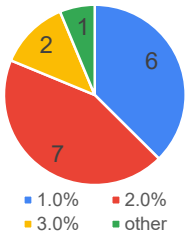
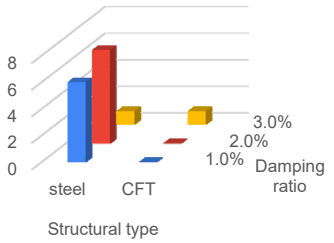
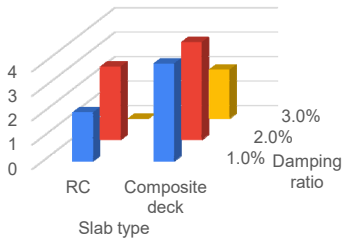


Fig.7 Damping ratio



(a)Structual type



(b)Slab type

3) 減衰モデルおよび減衰定数

Fig.4 に解析モデルを，Fig.5 に固有振動数を示す．FEM モデルが大多数を占めており，固有振動数は 10Hz 未満が全体の 80%を占めている．また，Fig.6 に減衰モデルを示す。剛性比例型が 44% (7 件)で最も多く，レーリー型（31% (5 件)）やモード減衰（19% (3 件)）も比較的多い．減衰モデルの採用理由として，剛性比例型は一般的であること，過去の事例との連続性，社内基準による，などの回答があった．また，レーリー型では過去の解析と計測値の比較結果から判断した，との回答があり，モード減衰では周波数領域で減衰定数を一定にしたいため，などの回答があった．Fig.7 に採用した 1 次減衰定数 h_1 の内訳を示す．h_1=1.0%と h_1=2.0%の割合が概ね同じで，これらが全体の 81%を占めている．減衰定数の採用理由として以下の回答があった．

【h_1=1.0%】微振動領域のため／過去の類似案件より
【h_1=2.0%】一般的であるため／実測に基づく社内基準
過去案件より（解析/計測値/設計案件）
【h_1=3.0%】実測結果より／参考文献より
【その他】 床と架構で減衰定数が異なる社内知見あり

4) 各種パラメータと減衰定数の関係

Fig.8 に建物概要（構造種別，床の用途，床版種類，長辺スパン長）および解析モデルの固有振動数における設定した 1 次減衰定数 h_1 の分布を示す．件数が少ないこともあり，各パラメータと 1 次減衰定数 h_1 に明瞭な関係は確認できない．また，今回のアンケート結果で大多数を占める鉄骨造を対象に，固有振動数および長辺スパンと減衰定数の関係を実測データ [2]と比較した結果を Fig.9 に示す．実測データに比べ，設計では減衰定数を低く設定している傾向がある．

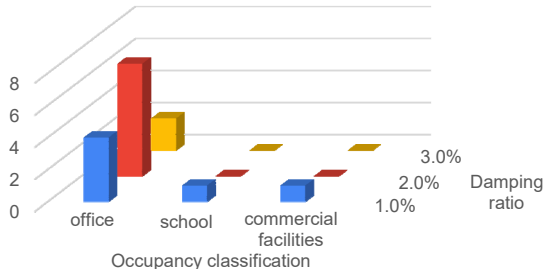
4．まとめ

本稿では実務設計者に実施した居住性に関する床振動の検討における減衰の設定に関するアンケート結果を示した．

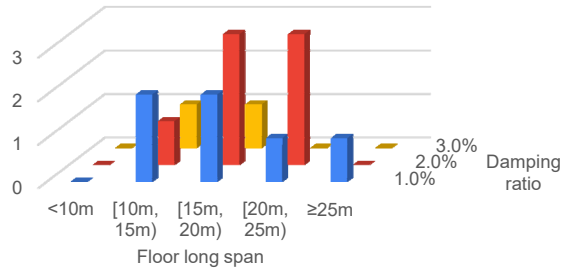
- 鉄骨造で合成スラブを用いた事務所用途の床の検討が多く，長辺スパン長は 10～25m に多く分布していた．
- 解析モデルは FEM モデルが多く，振動源は歩行等の人間活動を想定したケースが多い．評価指標は本会の居住性能評価規準を用いていた．
- 減衰モデルは剛性比例型が最多で，レーリー型やモード減衰も比較的多い．また，1 次減衰定数は 2.0%以下が大多数を占めていた．これらの設定理由は，過去の解析事例や実測データ，または独自の社内基準に基づくものなどであった．
- 構造種別，床の用途，床版種類と 1 次減衰定数に明瞭な関係は確認できない．一方，実測データと比較すると，設計では減衰定数を低く設定している傾向があった．

参考文献

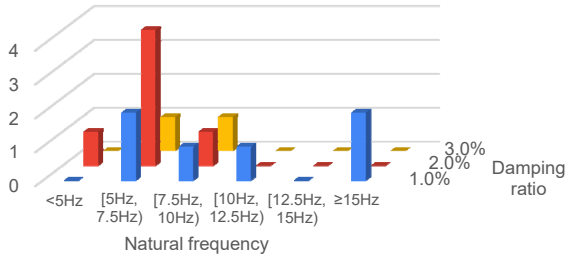
1) 日本建築学会: 建築物の振動に関する居住性能評価規準・同解説, AIJES-V0001-2018, 2018.
2) 日本建築学会: 建築物の減衰と振動, 2020.



(c)Use

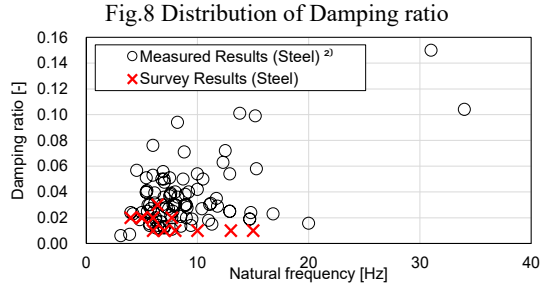


(d)Floor long span

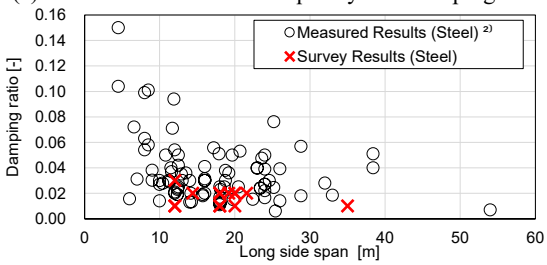


(e)Natural frequency

Fig.8 Distribution of Damping ratio



(a) Correlation of Natural frequency and Damping ratio



(b) Correlation of Long side span and Damping ratio

Fig.9 Comparison of measured results and survey results

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (2)

座長:犬伏 徹志(近畿大学)

16:25 ~ 16:40

[16015] 減衰モデルの歴史と最新の知見

*茂木 良宏[1]、中村 尚弘[2]、太田 成[3] (1. 大成建設株式会社、2. 関西学院大学、3. 構造計画研究所)

16:40 ~ 16:55

[16016] 生成AIによる建築物の減衰分野の最新情報の収集

*中村 尚弘[1] (1. 関西学院大学)

16:55 ~ 17:10

[16017] 観測加速度から変位波形を求める解析について

*犬飼 瑞郎[1] (1. 国立研究開発法人　建築研究所)

17:10 ~ 17:25

[16018] 伝達関数及び確率部分空間法を用いた床スラブの振動特性評価

*組原 理玖[1]、宮津 裕次[1]、髙橋 祐貴[1]、増田 圭司[2]、佐々木 康人[2]、大塚 友理[2] (1. 東京理科大学、2. 株式会社フジタ)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

減衰モデルの歴史と最新の知見
History of Damping Modes and Latest Finding

茂木　良宏（大成建設）　中村　尚弘（関西学院大学・建築）　太田　成（構造計画研究所）
Yoshihiro MOGI, Design Division, Taisei Corporation
Naohiro NAKAMURA, School of Architecture., Kwansei Gakuin University
Akira OTA, Analysis Group, Kozo Keikaku Engineering
FAX: 03-3340-2964, E-mail: mg-ysh00@pub.taisei.co.jp

Inherent damping has traditionally been expressed as viscous damping. However, although viscous damping is easy to express mathematically, past studies have shown that it can cause various problems in numerical analysis. In the first half of this paper, we review past studies conducted domestically and internationally and share issues related to classical viscous damping models. In the latter half, we introduce several damping models proposed in recent years to overcome these issues.

１．はじめに

建築物の地震応答解析における内部減衰は、主架構の塑性化に伴う履歴減衰と、接合部摩擦や非構造材等に起因する非履歴型減衰に大別される。後者は時間領域での厳密な表現が困難であるため、従来は等価粘性減衰として扱われてきた。実務では Rayleigh 減衰や剛性比例型減衰が広く用いられてきたが、その選定は歴史的経緯や慣行に依存しており、理論的整理が十分とは言い難い。

本稿では、1970 年代以降の減衰モデル研究の流れを概観するとともに、近年注目される振動数非依存型減衰モデルについて整理する。

２．初期剛性比例型と瞬間剛性比例型の論点

1970 年代，内部減衰を初期剛性に比例させるべきか，瞬間剛性に比例させるべきかが主要な論点であった [1]。RC 造の弾塑性解析が普及する中で、両者の応答差や実験整合性が議論されたが、統一的結論には至らなかった。

1980 年に Crisp[2]は、初期剛性比例型減衰を用いたことによって、部材降伏時に意図しない減衰力が発生することを指摘した。Bernal[3]はその理論的背景を示し、質量を有さない自由度（回転自由度など）に不釣合い減衰力が発生する機構を明らかにした。これにより RC 造では瞬間剛性比例型減衰の採用が広まった。

しかし 2000 年代に入り、瞬間剛性比例型減衰に物理的な重大な欠陥が存在することが認識され、数値解析上の表現方法が見直された。多くの弾塑性応答解析プログラムは増分方程式から求まる増分変位、増分速度、増分加速度を累加させていく仕組みであるため、これまで減衰力$\boldsymbol{f_d}$も(1)式のように、瞬間減衰係数$\boldsymbol{C}^*$と増分速度$\Delta\dot{\boldsymbol{x}}$の積で求まる増分減衰力$\Delta\boldsymbol{f_d}$を累積させる方式がに用いられてきた。一見すると自然な手法であるが、減衰力$\boldsymbol{f_d}$は最終的に原点に収束する保証がないため、応答が収束しても減衰力がゼロとならず、不自然な変形状態で静止する現象が確認された。そこで多くのプログラムは、減衰力を(2)式の瞬間減衰係数$\boldsymbol{C}^*$と速度$\dot{\boldsymbol{x}}$の積で表現するようになった。

増分形式:　$\boldsymbol{f_d} = \sum \boldsymbol{C}^* \cdot \Delta\dot{\boldsymbol{x}}$　(1)

全体形式:　$\boldsymbol{f_d} = \boldsymbol{C}^* \cdot \dot{\boldsymbol{x}}$　(2)

３．Rayleigh 減衰の課題と対策

Hall[4]は Rayleigh 型減衰の外部減衰と内部減衰の両方で生じる意図しない減衰力を、具体的な事例を用いて示している。以下にそれぞれの項による問題について整理している。

・　外部減衰(質量比例項)による意図しない減衰力

1)　免震建物のような剛体運動を伴う構造物では、建物全体に与えられる減衰定数は質量比例減衰項に起因して非常に大きくなる。

2)　構造物の一部が破損またはひび割れし、速度が大きくなった場合、質量比例減衰項によって大きい減衰力が生じる。

・　内部減衰(剛性比例項)による意図しない減衰力

1)　弾塑性解析で初期剛性が用いられた場合、応力に比べて大きな減衰力が発生する。

2)　瞬間剛性比例型を用いると、減衰力が急激に変化し不連続になる可能性があるため推奨できない。

Hall[4]はこれらの問題を回避する方法として、初期剛性比例型減衰の減衰力に頭打ちを設けた「キャップ減衰」を提案している。しかし、頭打ち量をどの程度にするかは重要なことであるが明確にされておらず、設計者の判断に委ねられている。

一方で、Cheney[5]や Jehel[6]は、簡単な 5 層建物モデルで時刻歴非線形応答解析を行い、初期 Rayleigh 型と瞬間 Rayleigh 型の違いについて比較している。それによれば、部材が塑性化すると固有周期が変わるため Rayleigh 減衰の目標振動数と減衰定数にずれが生じるが、瞬間 Rayleigh 型の方が、初期 Rayleigh 型に比べて良好に減衰を与えられることを示し、瞬間 Rayleigh 型の使用を推奨している。ただし減衰力の急激な変化が伴う場合もあり、その場合には時間刻みを細かくする必要があることを述べている。

Chopra[7]は意図しない減衰力を回避する別の方法として、瞬間剛性比例やキャップ減衰よりも Wilson-Penzien 減衰を推奨している。Wilson-Penzien 減衰は無質量自由度には減衰力が発生しないモデルであるため、意図しない減衰力は理論的に発生しないモデルとなっている。難点は減衰行列が密行列になるため、大規模解析で実用性がないことである。

また、Luco[8]は、瞬間剛性比例型減衰や Wilson-Penzien 減衰にも、質量のない自由度に意図しない減衰力が発生することを指摘している。これは数値計算上のノイズによるもので、これを回避するためには無質量自由度にも微量の初期剛性比例型減衰を付加することが有効であるとしている。

以上、1980 年代から始まる研究の多くは、意図しない減衰力をどのように回避するのかが減衰モデルの大きな関心であり、2000 年代以降も議論が交わされている。また 2000 年代以降には、解析モデルの大規模化や、多くの観測記録が蓄積されてきたことに伴い、減衰定数の振動数非依存性に関する研究も行われるようになってきた。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．解析モデルの大規模化と減衰の振動数非依存性

近年の観測記録の分析によれば、2 次・3 次の振動モードにおける減衰定数は 1 次モードと同程度であることが確認されている。したがって高次モードの寄与が無視できない解析では、振動数依存性の小さい減衰モデルが求められる。Rayleigh 減衰は、二つの代表振動数間で減衰定数をほぼ一定に保てるものの、その有効範囲を確保するためには、当該二振動数を過度に離隔させることができないという制約がある。またモード減衰は全振動数域で一定減衰を設定可能だが、密行列を伴うため大規模解析では実用性に乏しい。このため、疎行列の利点を保持しつつ、広範な振動数帯域で減衰定数を一定に近づけることが可能な減衰モデルの考案が進められている。

４．１．因果的履歴減衰

履歴減衰は振動数領域において、複素剛性として容易に表現できる。一方、その複素剛性を時間領域へ変換することは、一般に因果律の破綻により困難であるとされている。時間領域で因果性を満たすためには、虚数関数の実部と虚部が Hilbert 変換の関係を成す必要がある。そこで虚数関数の実部を虚部の Hilbert 変換によって再評価することで、時間領域で利用可能な「因果的履歴減衰モデル(以降、因果減衰と略す)」[9]が提案されている。

$$\boldsymbol{f_d}(t) = 2h \cdot \boldsymbol{K}\left[\frac{\dot{\boldsymbol{x}}(t)}{\omega_{lim}} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot \boldsymbol{x}\left(t - \frac{2\pi \cdot j}{\omega_{lim}}\right)\right] \qquad (3)$$

hは減衰定数、ω_{lim}は一定としたい振動数領域の上限円振動数である。(3)式に示す因果減衰は、現在時刻tの速度に比例した剛性比例減衰項[Fig. 1(b)]と、複数の遅れ項[Fig. 1(c)]の和で表現される。しかし、(5)式の表現は過去の全変位応答を記憶しておくことになるため、数値解析上は記憶領域の制約などの問題が生じる。そこで、限られた遅れ項数Nで表現できるようb_jを最適化したモデル(N=2 項、4 項、9 項)を提案している。また Rayleigh 減衰の剛性項を因果減衰に置き換えることで、少ない N で広範な振動数領域で減衰定数一定領域を実現可能な「拡張 Rayleigh 減衰」[10]も提案されている。

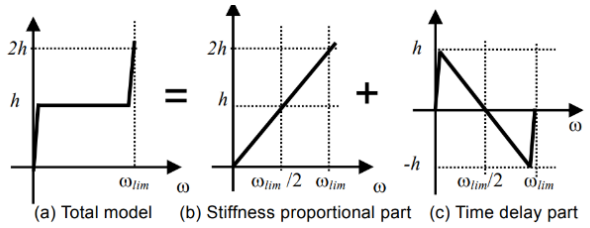


Fig.1　Image of causal damping model

４．2．一様減衰

Huang[11]は、幅広い振動数領域で振動数に依存しにくい減衰モデルを開発した。減衰定数を一定にできる周波数範囲は、Rayleigh 減衰よりもかなり広い。部材塑性変形後、減衰力は緩やかに減少するため、瞬間剛性比例型減衰よりも自然な振る舞いをする。適用範囲外では減衰定数が低下する特徴がある。動剛性が上昇する性質があり、低次モードでも剛性が 4%程度上昇(周期は 2%程度短くなる)し、高次モードになるほどその影響は強くなる。そのため、実位相地震波による解析では振動性状に大きな影響を与えることが明らかとなっている [12]。実際の建物は雑壁などの影響により、解析モデルよりも短周期化する可能性も考えられるが、そのようなエビデンスは存在しないため、このような性質を持つ減衰モデルを構造設計等でどのように使うのかは悩ましい問題である。

４．3．キャップ減衰

キャップ減衰は、初期剛性比例型減衰の減衰力に頭打ちを設けたモデルで Hall[4]によって提案された。建物が 1 次モードで振動している場合、部材復元力が弾塑性によって制限されない限り、1 次モード減衰は線形粘性減衰となる。次に振動系が 2 次モードで単振動している状態を考えた時、最大減衰力は同様に最大振幅$\boldsymbol{x}$を用いて(4)式で評価することができる。

$$\boldsymbol{f}_{dmax} = \frac{2h}{\omega_1} \cdot \boldsymbol{K} \cdot \omega_2 \cdot \boldsymbol{x} = 2h\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \boldsymbol{r}_{max} \qquad (4)$$

ω_1、ω_2はそれぞれ、1 次、2 次の固有円振動数を表す。(4)式は見かけ上、減衰力が振動数に比例して上昇したことになる。しかし、もし減衰力が$2h \cdot \boldsymbol{r}_{max}$を頭打ちにする場合、2 次モードで振動している系は、振動数に依存性した係数ω_2/ω_1が 1.0 となるため、仮に 1 次モードと 2 次モードが同一の振幅量で振動した場合は、1 サイクル当たりで吸収される減衰エネルギー量は同程度となる。

５．まとめ

本稿では、1970 年代ころから現在に至る文献を調査し、それらの知見を整理した。

参考文献

1) 表祐太郎, 武田寿一：超高煙突の弾塑性応答に関する研究(第 7 報)―応答におよぼす減衰効果の検討―, 日本建築学会学術大会梗概集(東北), pp.915-916, 昭和 48 年 10 月
2) Chrisp D.: Damping models for inelastic structures. Master's thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1980.
3) Bernal D.: Viscous damping in inelastic structural response, J. Struct. Eng.,120(4):1240–1254, 1994.
4) Hall J.F.: Problems encountered from the use (or misuse) of Rayleigh damping, Earthq. Eng. Struct. Dyn.;35(5):525–545, 2006.
5) Charney F.A.: Unintended consequences of modeling damping in structures, J. Struct. Eng.,134(4), 581–592, 2008.
6) Jehel P, Leger P, Ibrahibegovic A.: Initial versus tangent-stiffness based Rayleigh damping in inelastic time history analysis, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 43:476–484, 2014.
7) Chopra A.K., McKenna F.: Modeling viscous damping in nonlinear response history analysis of buildings for earthquake excitation, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 45(2):193–211, 2016.
8) Luco J.E., Lanzi A.: Numerical artifacts associated with Rayleigh and modal damping models of inelastic structures with massless coordinates, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 48(13):1491–1507, 2019.
9) Nakamura N.: Practical Causal Hysteretic Damping, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 36(5), 597-617, 2007.
10) Nakamura N.: Extended Rayleigh Damping Model, Front Built Environ, 2016.
11) Huang Y., Strurt R., Willford M.: A damping model for nonlinear dynamic analysis providing uniform damping over a frequency range, Comput. Struct., 212, 101-109, 2019.
12) Mogi Y., Nakamura N., Nabeshima K., Ota A.: Performance of Inherent Damping Models in Inelastic Seismic Analysis for Tall Building Subject to Simultaneous Horizontal and Vertical Seismic Motion, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 52(12), 3746-3764, 2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

生成 AI による建築物の減衰分野の最新情報の収集
Gathering the latest information on building damping by generative AI

中村　尚弘（関西学院大学）
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
E-mail: naohiro0043@gmailcom

Generative AI has been developing rapidly in recent years. This paper considers how to utilize generative AI for research positions in the field of "building damping" within the field of structural engineering. Recently, the number of overseas research journals and papers has increased, making it difficult to keep up with the latest developments. To solve this problem, this paper attempts to use ChatGPT, one of generative AI, and reports the results. First, it examines current issues and future research directions. Furthermore, it presents 20 papers that can be used as references for understanding the latest information in the field.

１．はじめに

近年、ChatGPT[1)]をはじめとする生成 AI が急速に進展し、大きな話題となっている。これに関する書籍や雑誌の記事も極めて増加している。生成 AI は大規模言語モデル（LLM: Large Language Model）に基づく技術であり、自然言語処理（NLP : Natural Language Processing）により、実用性が急速に向上した。

一方で筆者は、生成 AI が娯楽や趣味の世界で用いられる例は多いが、実務に向けても多数の書籍が出版されている。しかし、その多くは事務職や営業職に向けたものが多く、技術職特に著者らが関係する建築構造系分野についてはあまり見られないと感じている。本報は、建築構造系分野のうち、「建築物の減衰」分野の研究職に向けて生成 AI の活用法について考えたものである。

研究者がテーマを考えたり論文を作成したりする場合、必須となるのが、その分野の「既往の研究」の調査である。このためには、最新の研究を把握する必要がある。

この分野の国内の論文であれば、建築学会論文集や技術報告集を当たれば概ね足りると思うが、海外の論文は難しい。従来は Earthquake Engineering and Structural Dynamics や ASCE Engineering Mechanics などのいくつかの主要な論文集を見れば概ね足りていたように思う。

しかし最近は論文集の数と論文数が増加したため、これらの最新状況を把握するのは困難になってきた。本報ではその解決法として、生成 AI のうち ChatGPT を試みたので、以下にその結果を報告する。

２．現状の課題

1) 観測・同定（OMA/強震記録）側の課題

- 減衰比は同定が不安定：固有振動数より推定誤差が大きく、手法・ノイズ・近接モード等で値が揺れやすい。結果として「点推定」をそのまま設計・解析入力に使うと危うい。
- 近接モード・高層の難しさ：高層建物などでモード間隔が狭いと、減衰同定がさらに難しくなるため、改良 OMA や検証が必要。
- “振幅依存”の扱いが未整理：微動・風レベルで同定した減衰を、強震レベルに外挿できるとは限らない（振幅・損傷依存）。観測データの振幅レンジが限定されることも課題。

2) 解析モデル（NLTHA/FE）側の課題

- 非線形解析での粘性減衰の入れ方に“決定版がない”：履歴（材料・部材）でエネルギーが散逸するのに、Rayleigh 等の粘性減衰を重ねると二重計上や、周波数帯によっては過減衰を招く恐れがある。
- Rayleigh/Caughey の“目的関数”が曖昧になりがち：どのモード帯を再現したいのか、非線形化後に何が起きるのか（剛性低下でフィットが崩れる等）を明示しないと、結果の解釈が難しい。
- 未モデル化要素（非構造材・接合摩擦・設備・SSI 等）が減衰に混ざる：解析モデルで表現しきれない散逸が“粘性減衰”に押し込まれ、建物タイプや状態で一般化しにくい。

3) 設計実装（規準・性能評価）側の課題

- 設計前提（例：基準減衰スペクトル）と、現物の減衰（可変）とのギャップ：特に制振・免震のような高減衰領域では、減衰補正係数・設計手続きの扱いが結果を左右する。
- “不確かさの提示”が不足：減衰が結果に効くケース（変位・層間変形など）でも、設定値を 1 本に固定して示すとリスク評価がしづらい。ベイズ等で同定の不確かさを出す方向が出てきているが、実務標準にはなり切っていない。

4) まとめ

現状の核心課題は「減衰は変わる（振幅・状態依存）」「同定が不安定」「非線形解析で入れ方が結果を左右」の 3 つに整理できる。

３．今後の研究の方向（有望な流れ）

1) 「点」ではなく「分布（不確かさ）」で減衰を扱う

- ベイズ OMA のように、減衰比を最尤値＋不確かさとして出し、解析・判断もレンジで示す（性能評価・既存建物・SHM と相性が良い）。

2) OMA の高度化＋データ駆動による頑健な評価法

- 近接モードに強い OMA の改良や、データ駆動（例：時系列学習）で減衰同定の安定化を狙う研究が進む。
- 近接モード・低 S/N でも頑健な評価法をめざす

3) 非線形解析での「役割分担」を前提にした減衰モデル

- 履歴モデルが担う散逸と、未モデル化散逸（非構造・摩擦等）を分け、粘性減衰は後者の最小限の代表として扱う思想を明確化する（＋感度分析をセット運用）。

4) Rayleigh/Caughey は「使い方を規格化」する方向

- どの周波数帯（モード）に合わせるか、非線形化後の影響、数値振動抑制目的か物理モデル目的か、を明文化して“再現したい量”で選ぶ（Caughey の調整自由度を活かす等）。

5) 高減衰（制振・免震・原子力等）は 高減衰スペクトル／補正の再整理

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

・ 高減衰領域のスペクトル構築・補正係数の整備と、コード手続き比較（免震設計の枠組み）を体系化する流れ。

6)「データとベンチマーク」の整備がボトルネック

・ 実建物モニタリングが増えつつあるが、建物種別・仕上げ・設備・劣化などのメタ情報込みで共有できないと一般化が難しい。今後は、公開データ＋共通評価指標（同定誤差、再現性）の整備が重要になる。

7) まとめ

今後の方向は「不確かさ込み（ベイズ）」「OMA/データ駆動で頑健化」「非線形解析では役割分担＋感度分析」「高減衰設計の体系化」が中心となるのではないか。

7．参考となる文献 20 編

建築物の減衰分野の最新情報を把握する上で、参考となる論文（20 編）として生成 AI は以下を挙げた。

A. OMA（Operational Modal Analysis）・減衰同定（不確かさ、近接モード、AOMA）

1. **Zheng, Y. (2025)** “Revisiting damping identification: limitations and …” *Frontiers in Built Environment*（減衰同定の限界・誤差論点を整理したレビュー寄り）
2. **Pan, H., et al. (2025)** “Bayesian operational modal analysis of two supertall buildings …” *Engineering Structures*（BAYOMA で減衰＋不確かさを同時推定、強風イベント実測）
3. **He, J., et al. (2026)** “Automated Bayesian operational modal analysis using …” *Engineering Structures*（自動化 AOMA×ベイズで減衰推定を実務寄りに）
4. **Shang, X.-Q., et al. (2024)** “Operational Modal Analysis … with Closely Spaced Modes …” *Sensors*（近接モードでも減衰まで安定に出す工夫）
5. **López-Aragón, J.A., et al. (2024)** “Influence of the modal damping ratio calculation method …” *Bulletin of Earthquake Engineering*（減衰算定法の比較レビュー：log dec / bandwidth / RDT 等）
6. **(CityU 系 PDF, 2025)** “Operational modal damping identification based on … (DISD/CS 系)”（圧縮計測×OMA で減衰推定を改善、SHM 応用）
7. **Noh, J., et al. (2025)** “Damping Ratio Estimation of Heavily Damped Structures …” *Sensors*（高減衰系での推定手法・課題整理、制振/免震とも相性）
8. **Moore, H., et al. (2026)** “Damping ratio identification of a volumetric modular high-… building …” *Engineering Structures*（実建物モニタリングで減衰同定、建物タイプ差の議論に使える）
9. **Castelli, S., et al. (2024)** “Operational modal analysis, seismic vulnerability assessment …” *Bulletin of Earthquake Engineering*（OMA＋FE モデル更新＋損傷評価の実例）
10. **Luo, S., et al. (2025)** “First-Order Structural Modal Damping Ratio Identification …” *Coatings*（自由減衰応答から一次減衰を抽出する実装寄り提案）

B. 非線形時刻歴解析（NLTHA）での減衰モデル（Rayleigh の落とし穴、代替案、感度）

11. **Ghahari, F., et al. (2024)** “Quantification of modeling uncertainty in the Rayleigh damping model …” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*（Rayleigh 減衰の不確かさ定量化フレーム）
12. **Chopra, A.K. & McKenna, F. (2016)** “Modeling viscous damping in nonlinear response history analysis of buildings …” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*（“スプリアス減衰力”問題の定番。SOTA の必読基盤）
13. **Qian, X., et al. (2021)** “Modeling viscous damping in nonlinear response history …” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*（線形粘性モデルと非線形モデル比較、設計者の選択に有用）
14. **Jehel, P., et al. (2013)** “Initial versus tangent stiffness-based Rayleigh damping in inelastic time history analysis”（初期剛性型 vs 接線剛性型の比較。いまも参照される整理）
15. **(ASCE, 年不明：論文ページ)** “Enhanced Rayleigh Damping Model for Dynamic Analysis …” *Journal of Structural Engineering (ASCE)*（tangent stiffness 等の改良 Rayleigh の系譜を押さえる）
16. **Nakamura, N., et al. (2024)** “Frequency-independent damping models for a high-rise …” *Frontiers in Built Environment*（“周波数依存しない減衰”の扱い・比較。減衰モデル設計の論点整理に便利）
17. **Chen, Y., et al. (2024)** “Research on the Value of Rayleigh Damping Parameter in …” *Buildings*（Rayleigh 係数設定の実務的論点：解析法（陽解法/陰解法）差など）
18. **(NZSEE 2024, PDF)** “A Review on Nonlinear Time History Analysis of Structures”（NLTHA 全体のレビュー。減衰モデルの位置づけ整理に使える）

C. 振幅依存・高層建物の実測（風・台風等）と減衰の変化

19. **He, Y., et al. (2023)** “Amplitude dependence of natural frequency and damping … (five supertall buildings under typhoon)”（300m 級×台風で振幅依存を実測、強風域の SOTA 材料）
20. **Gong, F., et al. (2025)** “Experimental Study on the Damping Ratio Evaluation of a …”（振幅・初期応力依存など、減衰が状態量で変わる例として引用しやすい）

用語の説明

CityU：City University of Hong Kong
NZSSE：New Zealand Society for Earthquake Engineering
NLTHA or NTHA：Non-Linear Time History Analysis
OMA：Operational Modal Analysis：運用時モーダル解析: 入力（地震力や加振機の力）を計測せず、建物の出力応答（加速度・変位など）だけから、その建物の振動特性（固有振動数・減衰比・モード形）を推定する方法。振動源は風、常時微動、交通振動、人の活動などの「自然・環境励起」である。代表的な OMA 手法としては FDD（Frequency Domain Decomposition）などがある。

参考文献

1) https://chatgpt.com/

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

観測加速度から変位波形を求める解析について
Analyses for Displacement Waves based on Ground Acceleration Records

犬飼　瑞郎（国立研究開発法人建築研究所）
Mizuo INUKAI, Building Research Institute, Japan
E-mail: maidcm2401@gmail.com

In decades, many seismographs have been installed, recording accelerations on the ground surface near the epicenter. These accelerations have attracted considerable attention in the fields of earthquake engineering and seismology. In the case of large earthquakes, it is known that residual displacement occurs due to ground movement, etc. It is possible to investigate whether this could be analytically determined from the acceleration records. In this study, a time history response analysis for integration is modified. It is the time integration using *mck*.

１．はじめに

近年，多くの地震計が設置され，震央付近の地表面で観測加速度が記録されている．観測加速度は，地震工学や地震学の分野で関心が高く，加速度を積分することにより，地震計自体の速度波形，変位波形が少なからず求められている．しかし，実際に，積分すると，速度，変位が発散することが多いため，基線補正や，長周期成分をカットするフィルタリング等が用いられてきた．[1),2)]

ところで，大地震の場合，地盤の隆起等により残留変位が生じていることが知られており，これを地震計の観測加速度から，解析で求められないか検討した．観測加速度$\ddot{y}$を積分するには，$\ddot{y}$と観測時間間隔Δt を用いることが多いが，他にも積分方法は有り，本検討では，時刻歴応答解析を積分用に修正して，*mck* を用いた時間積分を用いた．

２．*mck*を用いた時間積分

mck を用いた時間積分とは，1 質点系の地震応答解析 [1)]における，1 質点を地震発生中の不動点となるように剛性，質量，もしくは，周期を設定し，1 質点の上から，地表面を見下ろした時の加速度，速度，変位を求めるものである．その運動方程式には，1 質点系の地震応答解析における，減衰強制振動の運動方程式における右辺の観測加速度$\ddot{y}$の符号を正に代えた式(1)を用いた．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m\ddot{y} \tag{1}$$

ここで，*m*:1 質点の質量，*c*:減衰係数，*k*:剛性，x :地表変位，$\dot{x}$:地表速度，$\ddot{x}$:地表加速度，$\ddot{y}$:観測加速度，とした．

時刻 *t* における地表加速度を$\ddot{x}_t$，地表速度を$\dot{x}_t$，地表変位をx_t，及び，時刻$t+\Delta t$の観測加速度を$\ddot{y}_{t+\Delta t}$，と現せば，時刻$t+\Delta t$の地表加速度を$\ddot{x}_{t+\Delta t}$，地表速度$\dot{x}_{t+\Delta t}$，地表変位$x_{t+\Delta t}$は，以下の式(2)～式(4)のとおり求まる．ここで，時刻$t=0$における初期値は，$\ddot{x}_{t=0}-\ddot{y}_{t=0}=-(c/m)\ddot{y}_{t=0}\Delta t$，$\dot{x}_{t=0}=\ddot{y}_{t=0}\Delta t$，$x_{t=0}=0$ である．

$$\ddot{x}_{t+\Delta t} = -\frac{c}{m}\dot{x}_{t+\Delta t} - \frac{k}{m}x_{t+\Delta t} + \ddot{y}_{t+\Delta t} \tag{2}$$

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + (\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t+\Delta t})\frac{\Delta t}{2} \tag{3}$$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \dot{x}_t\Delta t + \left(\frac{\ddot{x}_t}{3} + \frac{\ddot{x}_{t+\Delta t}}{6}\right)(\Delta t)^2 \tag{4}$$

本解析では，1質点が不動点となるように，剛性*k*を滑り支承の剛性よりも更に小さく設定した．つまり，地震応答解析で用いられる周期$T = 2\pi\sqrt{m/k}$を20秒以上に設定した．周期20秒以上は，通常の耐震工学では適用されない，大きな数値である．減衰定数h (= $c/(2\sqrt{mk})$)は，多く用いられる0.05とした．

本解析により，平成7年(1995年)兵庫県南部地震(震度7)において，神戸市中央区中山手で観測された加速度(震度6)のNS方向$\ddot{y}$(ピーク値:-818.0 gal)，及び，それを積分した結果が，図1～図4である．文献[3)]では，気象庁HP公表の360秒間の観測加速度を基に，変位波形等を示したが，本稿では，オフラインデータ[4)]の1,791秒間の観測加速度等を示した．

図 1 が$\ddot{y}$であり，図 2～図 4 を求める時に，*T* は，地表速度，地表変位の図が適切なものになるように，*T*=20，50，100，200，300，500，1,000，10,000 秒等から選び，*T*=200 秒とした．*T*=200 秒の時，地表加速度$\ddot{x}$(ピーク値：-818.0 gal)(図 2)と観測加速度$\ddot{y}$の差(= $\ddot{x}-\ddot{y}$)は，全観測時刻を通じて，0.3 gal 以下であり，$\ddot{x}$は，ほぼ$\ddot{y}$と一致したと言える．地表速度$\dot{x}$は，最大値：+92 kine を時刻 33 秒頃に示し，本震後の 60 秒以降は，地表速度の大きさは，8 kine 以下が求められた(図 3)．地表変位 *x* は，最大値：+51 cm を時刻 86 秒頃に示し，ピーク値：-73 cm を時刻 348 秒頃に示した(図 4)．ここで，符号+が北方向である．

図 3 は，多くの大地震において，本震後の地表速度が 0 kine に近い値まで小さくなることを現し，図 4 は，本震後の地表面がまだ動いているように感じられることを現している．また，周期 *T*=200 秒という，人が想像しにくい長い周期は，その観測点での地表面の固有周期と考えられる．

図 4 の時刻 86 秒までの図を見ると，地表変位が増大し続けて見えるので，基線補正等が必要に思われるが，敢えて行わず，そのまま，時刻 86 秒以降も，本解析を続けた．また，基線補正は，変位を補正すると同時に，実は元の観測加速度も変える恐れがあるので，ここでは行わなかった．他に，本解析では，*k* を変化させていないにも関わらず，地表変位は 0cm に戻らず，解析終了の時刻 1,791 秒に，*x*=-3.52cm が求められ，その後も振動が続いていると考えられる．もし，時刻 1,791 秒以後も観測加速度が有れば，残留変位と言われる地表変位を，解析で求められる可能性がある．

３．加速度の伝達率

上記で$\ddot{y}$から$\ddot{x}$を求めた時の加速度の伝達率を，調和振動により調べた．式(1)の$\ddot{y}$を，一定振幅 *P*，観測加速度の周期T_Qを使って，$\ddot{y} = (P/m)\cdot\sin(2\pi/T_Q)t$ という調和振動に設定すれば，$\ddot{x}$は式(5)，式(6)となる．

$$\ddot{x} = -\frac{P}{k}\cdot\frac{(2\pi/T_Q)^2}{\sqrt{\left[1-(T/T_Q)^2\right]^2+\left[2h(T/T_Q)\right]^2}}\sin\left(\frac{2\pi}{T_Q}t-\varphi\right) \tag{5}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left[2\cdot h\cdot T_Q\cdot T/\left({T_Q}^2-T^2\right)\right] \tag{6}$$

ここで，$\ddot{y}$の振幅$\ddot{Y}(=P/m)$と，$\ddot{x}$の振幅$\ddot{X}$

$$\ddot{X} = \frac{P}{k}\cdot\frac{(2\pi/T_Q)^2}{\sqrt{\left[1-(T/T_Q)^2\right]^2+\left[2h(T/T_Q)\right]^2}} \tag{7}$$

の比 μ (式(8))が，加速度の伝達率と言える．

$$\mu = \ddot{X}/\ddot{Y} = \left(T/T_Q\right)^2/\sqrt{\left[1-\left(T/T_Q\right)^2\right]^2+\left[2h\left(T/T_Q\right)\right]^2} \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

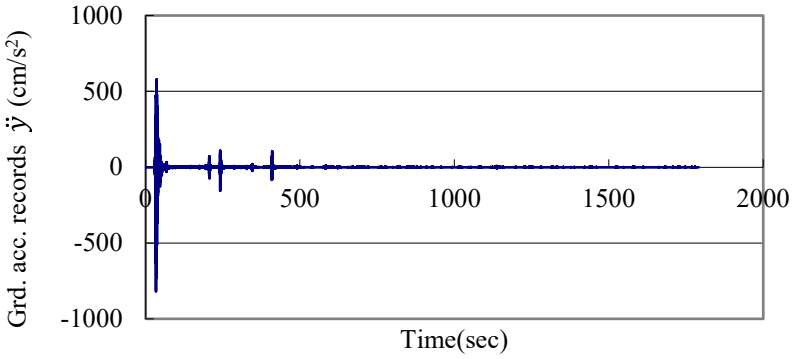


Fig. 1 Ground acceleration records $\ddot{y}$ (cm/sec^2) during 1,791 sec. in 1995 Kobe Earthquake NS.

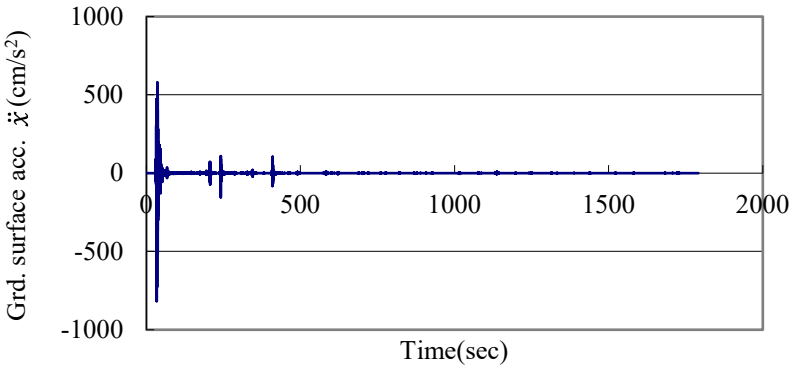


Fig. 2 Ground surface acceleration $\ddot{x}$ (cm/sec^2) during 1,791 sec. based on $\ddot{y}$ (h=0.05, T=200 sec.)

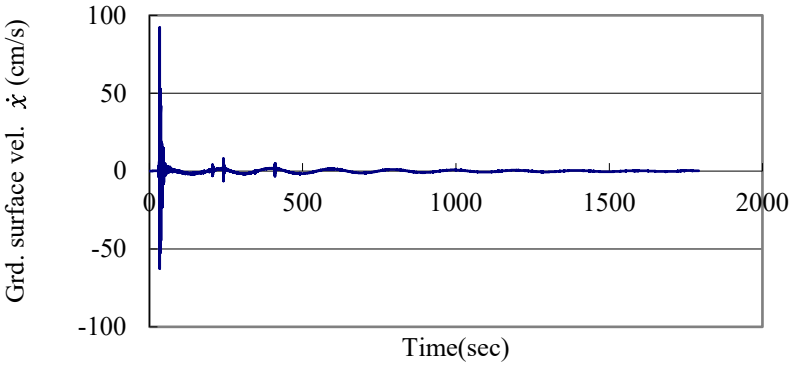


Fig. 3 Ground surface velocity $\dot{x}$ (cm/sec) during 1,791 sec. based on $\ddot{y}$ (h=0.05, T=200 sec.)

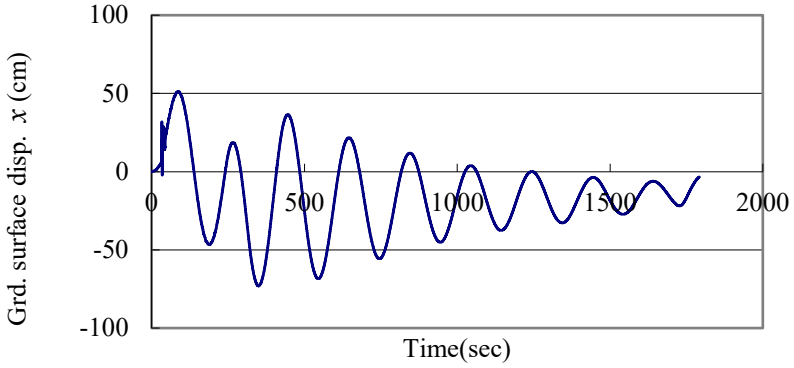


Fig. 4 Ground surface displacement x (cm) during 1,791 sec. based on $\ddot{y}$ (h=0.05, T=200 sec.)

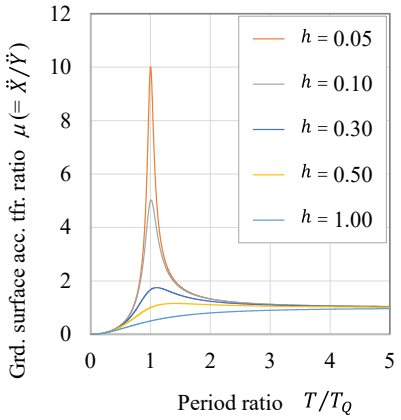


Fig. 5 Relationship between Ground surface acceleration transfer ratio $\mu\ (=\ddot{X}/\ddot{Y})$ and Period ratio T/T_Q

式(8)より，μ と周期比T/T_Qの関係を，減衰定数hをパラメーターとして描くと，図 5 になる．いずれの曲線も，$T/T_Q \to 0$ の時に μ =0 となり，$T/T_Q \to \infty$の時に μ =1 となる．図 1 の$\ddot{y}$をフーリエ変換した時の振幅が一定値以上となるT_Qは，ほぼ 10 秒以下なので，2. の T=200 秒では，$T/T_Q \geqq 5$ と考えられ，μ =1 と言えそうである．

4．まとめ

基線補正，フィルタリングを用いずに，観測加速度から変位波形を求める解析方法を開発するとともに，以下が判明した．

(1)平成 7 年(1995 年)兵庫県南部地震において神戸市中央区中山手で観測された加速度の NS 方向について，*mck* を用いた時間積分を行った．
(2)地表の固有周期 200 秒を用いて，地表の加速度，速度，変位を求めた．
(3)時刻 1,791 秒において，南方向に 3.52cm の地表変位が，本解析により求められた．
(4)継続時間 2,000 秒以上の観測加速度が望まれる．

参考文献

1) 柴田明徳：最新耐震構造解析，森北出版，1993
2) C. Minowa：Development of a New Method of Baseline Correction on Earthquake Strong Motions and Its Application to Long Period Sloshing Responses of Liquid Storage Tanks During Strong Earthquakes , Seismic Engineering, PVP-Vol. 466, 2003, ASME, pp.203-210.
3) 犬飼瑞郎：観測加速度から求めた速度波形，変位波形について，第 19 回年次大会梗概集，(公社)日本地震工学会，B-2-2, Paper No. 20250008, pp.1-6, Nov. 2025
4) (一財)気象業務支援センター：地震・火山関連のオフラインデータ，加速度データ(強震波形データ・87 型)1995 年，CD, https://www.jmbsc.or.jp/jp/offline/data/cd_list.pdf

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

伝達関数及び確率部分空間法を用いた床スラブの振動特性評価

Evaluation of vibration characteristics of floor slab using transfer function and stochastic subspace method

組原　理玖（東理大・創域理工）　宮津　裕次（東理大・創域理工）　髙橋　祐貴（東理大・創域理工）
増田　圭司（フジタ）　佐々木　康人（フジタ）　大塚　友理（フジタ）
Riku KUMIHARA, Tokyo University of Science
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Yuki TAKAHASHI, Tokyo University of Science　Keiji MASUDA, Fujita Corporation
Yasuhito SASAKI, Fujita Corporation　Yuri OTSUKA, Fujita Corporation
E-mail: 7122035@ed.tus.ac.jp

This study evaluates the vibration characteristics of floor slab by comparing transfer functions from impact tests with stochastic subspace identification (SSI) using ambient vibration data. While impact tests failed to identify certain modes due to excitation at nodes, SSI successfully captured all primary modes regardless of input conditions. The natural frequencies and mode shapes identified by SSI showed high accuracy, consistent with traditional methods. However, SSI produced lower damping ratios, reflecting the amplitude dependency of damping during minute ambient vibrations.

１．はじめに

近年、建築物の大規模化や多用途化に伴い、床の大スパン化が進んでいるが、歩行等の鉛直振動が居住性能を損なう要因となるため、その振動特性を正確に把握する必要がある。従来では、加振試験に基づき算出した伝達関数から振動特性を評価することが一般的だが、加振位置の適切な選定や加振力の正確な測定などの課題がある。また、構造ヘルスモニタリングの普及に伴い、環境振動を利用する手法が求められており、出力データのみに基づくシステム同定手法である確率部分空間法（以下、SSI）が注目されている。建物全体を対象とした研究[1]においてSSIの有効性が示されているが、床にSSIを適用した例は知る限りない。そこで本研究では、実在床を対象に、加振試験による伝達関数の算出と、常時微動計測データへのSSIの適用を行い、両手法から同定された床の振動特性を比較することで、床の振動評価におけるSSIの適用可能性を検討する。

２．対象床と振動計測の概要

２．１　対象床の概要

計測対象は東京理科大学野田キャンパス内にある鋼構造建物の床とする。対象教室の床はデッキスラブで、仕上げ材には厚さ10 mmのタイルカーペットを使用している。

２．２　計測概要

センサの水平性は治具を用いることで確保し、サンプリング周波数500 Hz、仕上げ材は敷設したままの状態で計測を行った。Fig. 1に各ケースの計測位置と加振位置を示す。

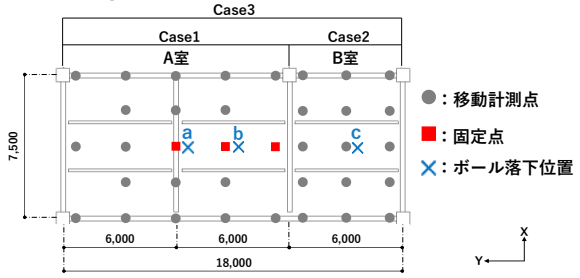


Fig. 1 Measurement and excitation position for each case.

Case 1、Case 2では各室を対象に常時微動計測と加振試験を、Case 3では2室を対象として加振試験のみ行った。加振源には重量床衝撃音発生器YI-01[2]（以下、ゴムボール）を用い、加振力の測定は加振試験とは別にロードセルを用いて計測を行った。

３．伝達関数を用いた床の振動特性評価

３．１　伝達関数による振動特性の同定方法

ゴムボールの加振力を入力、各計測点での応答加速度を出力とし、時刻歴データを時間軸上で同期させ、伝達関数を算出する。推定された複素伝達関数の振幅特性と位相特性から固有振動数を同定する。モード形状は各計測点の加振点との位相差を考慮したうえで最大振幅を1として正規化したモードベクトルを抽出する。減衰定数は加振点近傍の加速度データに対して伝達関数を算出し、カーブフィッティング法を適用することで同定する。

３．２　同定結果

伝達関数より同定した固有振動数と減衰定数の結果をFig. 2に、Case 3におけるモード形状をFig. 3に示す。

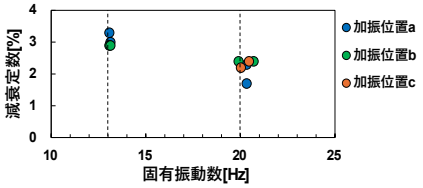


Fig. 2 Damping ratios and natural frequencies evaluated by transfer function.

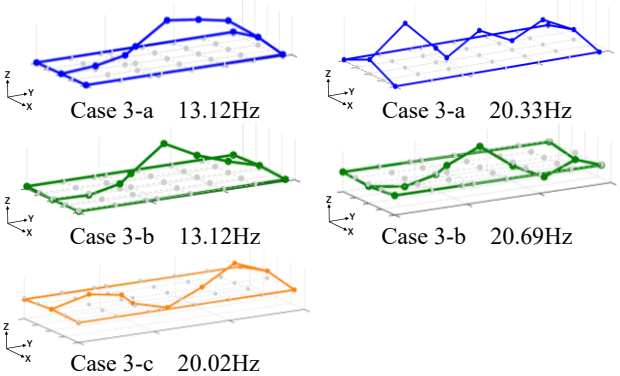


Fig. 3 Mode shapes evaluated by transfer function.

伝達関数により、対象床における主要なモードとして13 Hz帯と20 Hz帯の2つのモードが同定された。13 Hz帯の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モードは、中央付近が最大振幅となり全体が同位相で振動する挙動を示し、20 Hz 帯のモードは、長辺方向を 3 分割する位置に節が形成され、節を境に逆位相となる挙動を示した。これらは四辺支持スラブにおける 1 次モード、3 次モードに相当する。また、20 Hz 帯のモードに関して、モードの節となる a 点を加振した場合、当該モードを十分に励起することができず､同定精度が低下する結果となった。

４．確率部分空間法を用いた床の振動特性評価

４．１　確率部分空間法による同定方法

振動解析ソフトウェア ARTeMIS を使用して、常時微動計測データに対し確率部分空間法 [3]（SSI）を適用することで振動特性を同定する。Case 3 では Case 1、Case 2 における計測データを Fig.1 に示す固定点でマージしている。

４．２　同定結果

SSI を用いた同定では建物全体の上下振動モードも確認されたが、本研究では伝達関数による結果との比較を行うため、建物全体の上下振動モードは除外した。Fig. 4 には床の振動モードに対応する固有振動数と減衰定数を示す。SSI を適用した場合､伝達関数により同定された 13 Hz 帯、20 Hz 帯のモードに加えて 17 Hz 帯のモードが全ケースにおいて同定された。Fig. 4 より、固有振動数はケース間の差が小さく安定した結果が得られた一方で、減衰定数は高次モードにおいてケースごとのばらつきが見られた。各ケースにおけるモード形状を Fig. 5 に、各ケースにおける 17 Hz 帯のモード形状を Fig. 6 に示す。17 Hz 帯のモードは長辺方向を 2 分割する位置に形成された節を境に逆位相となる挙動を示し、四辺支持スラブにおける 2 次モードに相当する。このモードが伝達関数から同定されなかった理由として､加振位置 a､b が当該モードの節近傍であったことや、c 点での加振力が間仕切壁等の影響を受け、隣接する A 室に十分に伝達されなかったことが考えられる。

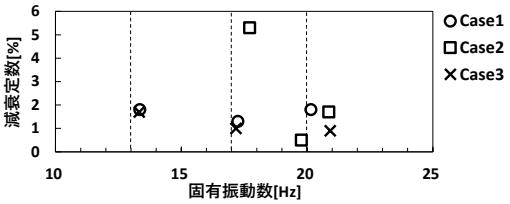
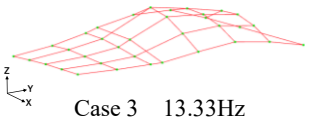


Fig. 4 Damping ratios and natural frequencies evaluated by SSI.



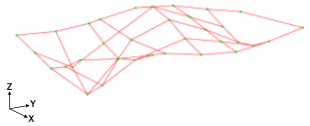
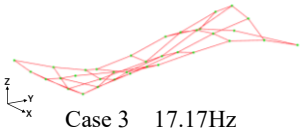


Fig. 5 Mode shapes evaluated by SSI.



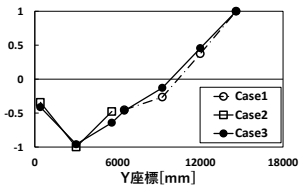


Fig. 6 Comparison of mode shapes at 17 Hz.

５．確率部分空間法の同定精度の検証

５．１　固有振動数および減衰定数の比較

両手法により同定された固有振動数と減衰定数の結果を Fig. 7 に示す。どちらの手法でも、対象床の主要なモードとして 13 Hz 帯と 20 Hz 帯のモードが同定され、SSI を用いた場合のみ 17 Hz 帯のモードが同定された。また、SSI を用いた場合、固有振動数は伝達関数と概ね一致したが、減衰定数は 20 Hz 帯にばらつきが見られ、全体的に伝達関数の結果より低く同定される傾向が見られた。これは減衰性能の振幅依存性によるものと考えられる。

５．２　モード形状の定量的比較

両手法により同定したモードの形状を定量的に比較するため、Fig. 1 における X または Y 方向 1 列分について最大振幅を 1 として正規化し、重ねて描画したグラフを Fig. 8 に示す。13 Hz 帯では両手法によるモード形状が高い精度で一致しており、20 Hz 帯では振幅の大きさに差は見られるものの、モードの腹・節の位置関係や節を境に位相が反転するといった形状特性は SSI においても正確に捉えられていることが確認できる。また、Case 3 の 20Hz 帯において、c 点加振では隣室への振動伝達が不十分であったためモード形状の同定精度が低下したと考えられるが、SSI では 2 室全体にわたるモード形状を明瞭に同定できている。

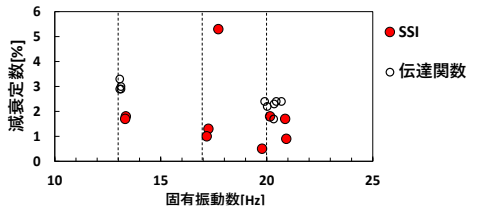


Fig. 7 Comparison of damping ratios and natural frequencies evaluated by SSI and transfer function.

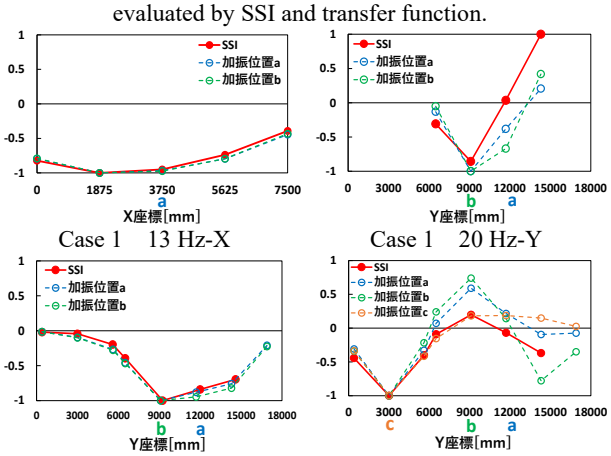


Fig. 8 Quantitative comparison of mode shapes.

６．まとめ

常時微動を用いる SSI ではボール加振による伝達関数では捉えられなかったモードも同定できることが確認された。固有振動数およびモード形状については、SSI と伝達関数による同等結果は同等であった。減衰定数については、常時微動を用いる SSI の結果は伝達関数による結果と比較して小さくなる傾向であった。これは、減衰性能の振幅依存性によるものと考えられ、減衰定数の評価にあたっては注意を要することが示された。

参考文献

1)　手塚智生，金澤健司，栗田哲：確率部分空間法による基礎固定系建物の振動特性同定法，日本建築学会構造系論文集(第 88 巻,第 805 号,403-413),2023.03
2)　JIS A 1418-2:2019: 建築物の床衝撃音遮断性能の測定方法 -第 2 部: 標準重量衝撃源による方法
3)　和田清，奥宏史，田中秀幸，大松繁：システム同定，コロナ社, 2017

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:40 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-01

Shu TAKAGI (The University of Tokjyo)

9:10 ~ 9:40

[iutam_16a] When deformable bubble passes through a miscible liquid-liquid interface

Hyungmin PARK (Seoul National University)

9:40 ~ 10:10

[iutam_16b] Imaging Hidden Mechanics in Impulsive Multiphase and Soft-Matter Systems

Yoshiyuki TAGAWA (Tokyo University of Agriculture and Technology)

10:10 ~ 10:40

[iutam_16c] When Meshing Fails: A Meshless Multiphysics Framework for Thermoelastic Strain-Driven Electrical Percolation in Polymer Composites

Ettore BARBIERI (JAMSTEC)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 13:20 ~ 13:50 | G会場(環境棟：FSホール)

表彰式

13:20 ~ 13:50
表彰式

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 13:50 ~ 14:50 | G会場(環境棟：FSホール)

特別講演

13:50 ~ 14:50

特別講演

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 15:10 ~ 17:10 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-03

15:10 ~ 15:40

[iutam_16g] Physics and Applications of Electrohydrodynamic Jet Printing

Supreet Singh BAHGA (Indian Institute of Technology Delhi)

15:40 ~ 16:10

[iutam_16h] Insights into Electrical and Thermal Pathways in Network-Structured Materials via Thermoreflectance Imaging

Kazuya TATSUMI (Kyoto Institute of Technology)

16:10 ~ 16:40

[iutam_16i] Phase Transitions in Biofilms

Xiaoling WANG (University of Science and Technology Beijing)

[iutam_16j] Elasticity, plastic compression and shear strength of soil based on granular cell mechanics

Takashi MATSUSHIMA (Tsukuba University)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 11:00 ~ 12:30 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-02

Simon SONG (Hanyang University)

11:00 ~ 11:30

[iutam_16d] Experimental Insights into Gene Delivery Induced by Mechanical and Electrical Fields

Yoko YAMANISHI (Kyushu University)

11:30 ~ 12:00

[iutam_16e] Topology Optimization for Multiphysics Systems

Gilho YOON (Hanyang University)

12:00 ~ 12:30

[iutam_16f] On the Horizontal Bubble Clustering

Shu Takagi (The University of Tokyo)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 17:20 ~ 17:55 | G会場(環境棟：FSホール)

Panel Discussion toward AUTAM

Chair: Kikuo KISHIMOTO (Board of Director, IUTAM)
Panelists: Heuy Dong KIM, Yoko YAMANISHI, Simon SONG, Shu TAKAGI

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会