2026年5月17日(日)

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

10:35 ~ 11:50 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 栞[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

14:45 ~ 16:00 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (1)

座長:松島 亘志(筑波大学)

9:10 ~ 9:25

[24001] 原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
ー新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈ー
（シンポジウム講演概要）

*川野 昂輝[1]、星 啓太郎[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[24002] 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*藤田 達大[1]、新保 泰輝[2]、福元 豊[3] (1. 五大開発株式会社、2. 石川工業高等専門学校、3. 岡山大学)

9:40 ~ 9:55

[24003] 透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

*太田 大希[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、福元 豊[1] (1. 岡山大学)

9:55 ~ 10:10

[24004] 技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

*小田 和広[1] (1. 大阪産業大学)

10:10 ~ 10:25

[24005] ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮したDrucker-Prager弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

*新保 泰輝[1]、福元 豊[2] (1. 石川工業高等専門学校、2. 岡山大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (2)

座長:藤澤 和謙(京都大学)

10:35 ~ 10:50

[24006] 土石流モデリングのための浅水流SPHフレームワークへの侵食および連行過程の導入（シンポジウム講演概要）

*Dolojan Nilo[1]、辻 勲平[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[24007] Binghamモデルを適用したMPS法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 俊文[1]、絹輪 太一[1]、西村 伸一[1] (1. 岡山大学)

11:05 ~ 11:20

[24008] 3次元DEM/2次元SMAC連成解析による土砂輸送における土と流体の相互作用に関する研究 (シンポジウム講演概要)

*アフメド エムディー シャミム[1]、チョウドリー ファズルルハビブ[1]、松島 高志[1] (1. 筑波大学)

11:20 ~ 11:35

[24009] 底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

*横田 直孝[1]、岩井 裕正[1]、内藤 直人[2] (1. 京都大学、2. 豊橋技術科学大学)

11:35 ~ 11:50

[24010] 細粒分に富む熱海土石流発生源土砂のレオロジー特性評価（シンポジウム講演概要）

*ファズルルハビブ チョウドリー[1]、高志 松島[1]、猛司 小高[2] (1. 構造エネルギー工学域, 筑波大学、2. 社会基盤デザイン工学科, 名城大学)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

14:45 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (3)

座長:山川 優樹(東北大学)

14:45 ~ 15:00

[24011] 組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

*外山 翔吾[1]、高 子蒙[1]、小林 俊一[1] (1. 金沢大学)

15:00 ~ 15:15

[24012] *u-w-p* formulationに基づく土構造物～地盤系における液状化対策工法としてのグラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

*豊田 智大[1]、蜂須賀 有哉[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

15:15 ~ 15:30

[24013] 弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

*清水 紫媛[1]、藤澤 和謙[1]、シャルマ ヴィカス[1]、竹中 一真[1] (1. 京都大学)

15:30 ~ 15:45

[24014] 鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

*山栗 祐樹[1]、鹿倉 瑠斗[2]、小林 俊一[3]、西岡 英俊[1] (1. 中央大学、2. 中央大学大学院、3. 金沢大学)

15:45 ~ 16:00

[24015] 上下負荷面摩擦モデルを搭載する動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

*安池 亮[1]、豊田 智大[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

16:10 ~ 17:40 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (4)

座長:岩井 裕正(京都大学)

16:10 ~ 16:25

[24016] 土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

*江城 静順[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

16:25 ~ 16:40

[24017] 模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

*菊池 彬大[1]、山栗 祐樹[2]、西岡 英俊[2]、岡本 道孝[3]、井上 直史[3]、中島 悠介[3]、内藤 直人[4] (1. 中央大学大学院、2. 中央大学、3. 鹿島建設（株）、4. 豊橋技術科学大学)

16:40 ~ 16:55

[24018] DEM計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察（シンポジウム講演概要）

*福元 豊[1]、桐山 貴俊[2]、井戸口 将大[1]、樺 真緒[2] (1. 岡山大学、2. 清水建設株式会社 技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[24019] 粒状体系に対するボンドベース型近接場動力学とインパルス接触動力学のハイブリッド計算手法（シンポジウム講演概要）

*李 広治[1]、朱 凡[2]、松島 亘志[1] (1. 筑波大学、2. 京都大学)

17:10 ~ 17:25

[24020] MPMと極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1] (1. 防衛大学校)

17:25 ~ 17:40

[24021] 拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

*中村 陽斗[1]、菊本 統[2]、Previtali Marco[3]、Ciantia Matteo[4,5]、崔 瑛[1] (1. 横浜国立大学、2. 京都大学、3. 西湖大学、4. Dundee大学、5. ﾐﾗﾉ･ﾋﾞｺｯｶ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (1)

座長:栗田 玲(東京都立大学)

9:10 ~ 9:25

[25001] シミュレーションによる血流中の酸素濃度分布の解析

*山本 哲也[1,2]、野口 博司[2]、Fedosov Dmitry[3] (1. 慶應義塾大学、2. 東京大学物性研究所、3. Forschungszentrum Jülich)

9:25 ~ 9:40

[25002] 無重力環境下にある非平衡流体の揺らぐ流体シミュレーション

*中野 裕義[1] (1. 東大物性研)

9:40 ~ 9:55

[25003] 三次元流体応力場を再構成する教師なし学習モデルの提案

*牛奥 隆博[1]、熊谷 俊亮[1]、宮武 駿[1]、長 龍佑[1]、ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、内藤 正教[1]、堀江 正信[2]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. 株式会社RICOS)

9:55 ~ 10:10

[25004] レオメトリックせん断流動下における CNC 懸濁液の応力光学計測

*ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、横山 裕杜[2]、川口 美沙[3]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. アブドラ国王立科学技術大学、3. 信州大学)

10:10 ~ 10:25

[25005] 粘弾性流体乱流における反変型・共変型高分子の集合体形成

*堀内 潔[1]、Carlos Silva[1] (1. リスボン大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (2)

座長:大槻 道夫(島根大学)

10:35 ~ 10:50

[25006] 泡沫の毛管上昇の時間発展と物理的考察

*塩野 宏太[1]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大)

10:50 ~ 11:05

[25007] 泡沫構造の動的応答が制御する液体浸透挙動

*玉木 健登[1]、柳沢 直也[2]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大学、2. 東京大学)

11:05 ~ 11:20

[25008] ジャミングした気泡間隙の流体輸送の定量化

*王 鈺博[1]、足立 友哉[2]、大家 広平[1]、鈴木 洋[2]、玲 栗田[3]、石神 徹[4]、日出間 るり[1] (1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 東京都立大学、4. 広島大学)

11:20 ~ 11:35

[25009] ジェット挙動に基づく粉体流動性評価および初期形状依存性

*小玉 凜空[1]、神保 孔明[1]、武藤 真和[2]、栗田 玲[3]、小林 和也[1] (1. 日本工業大学、2. 名古屋工業大学、3. 東京都立大学)

11:35 ~ 11:50

[25010] 位相シフトエリプソメトリ計測とスパースモデリングによるナノフルイド超拡張濡れの物理因子抽出

*庄司 衛太[1]、深見 開[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

13:20 ~ 14:35 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (3)

座長:庄司 衛太(東北大学)

13:20 ~ 13:35

[25011] 回転円板上での液膜に形成されるRivulets挙動に関する数値的研究

*川口 祐司[1]、石丸 瑛[2]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、松田 健[1,2]、松井 則政[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学、2. SCREENホールディングス)

13:35 ~ 13:50

[25012] ピエゾ駆動型伸長レオメーターにおける極低濃度高分子溶液の伸長挙動に関する数値計算

*石川 大貴[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学)

13:50 ~ 14:05

[25013] ステントリトリーバーの引き抜き過程における模擬血管内応力場の定量評価を目的とした高速度光弾性計測システムの開発

*六厩 賢星[1]、武藤 真和[1]、小林 和也[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学 大学院、2. 日本工業大学 大学院)

14:05 ~ 14:20

[25014] 濡れた粉体円柱の自重による崩壊条件の定量評価理論

*井上 隆介[1]、大槻 道夫[2,1] (1. 大阪大学、2. 島根大学)

14:20 ~ 14:35

[25015] 付着力を持つ粉体のジャミング転移

*大槻 道夫[1]、吉井 究[2]、水野 英如[3] (1. 島根大学、2. 東京理科大学、3. 東京大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

14:45 ~ 15:45 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (1)

座長:崎野 良比呂(近畿大学)

14:45 ~ 15:00

[25016] 飛翔体衝突を受けるナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性に関する実験的研究

*別府 万寿博[1]、内山 拓也[1]、長友 法樹[2]、木村 辰也[3]、原田 智嘉[4]、小浪 岳治[4] (1. 防衛大学校、2. AOB&DAVINCI、3. 日本ランテック、4. 岡三リビック)

15:00 ~ 15:15

[25017] 爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する数値解析的検討

*チンミン チエン[1]、永射 響[1]、別府 万寿博[1] (1. 防衛大学校)

15:15 ~ 15:30

[25018] 揚重部材落下時の斜め衝突を対象とした鉄筋コンクリート床スラブの損傷予測手法の研究

*藤井 晴寛[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

15:30 ~ 15:45

[25019] 火災時の高温状態下におけるRCスラブへの実大落下衝突実験及びFEM解析に関する研究

*中西 卓都[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

16:10 ~ 16:55 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (2)

座長:別府 万寿博(防衛大学校)

16:10 ~ 16:25

[25020] 既存計器室の耐爆風性能評価

*浅川 宏[1]、大嶋 昌巳[1] (1. 千代田化工建設株式会社)

16:25 ~ 16:40

[25021] 人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法
（IAEA Safety Reports Series 86–88 の概要）

*西田 明美[1] (1. 日本原子力研究開発機構)

16:40 ~ 16:55

[25022] 衝撃荷重を受ける曲げ破壊型RC梁の最大たわみ簡易推定と適用範囲

*栗橋 祐介[1]、桝谷 浩 (1. 金沢大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

9:10 ~ 10:10 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (1)

座長:山口 康隆(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[26001] 有限レイノルズ数の壁面-気泡相互作用問題に対する収束制御摂動法の導入

*尾花 諒大[1]、渡村 友昭[1]、高木 周[1] (1. 東京大学)

9:25 ~ 9:40

[26002] 鉛直線上に列をなすクリーン球形気泡の分散挙動

*鈴木 里依[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:40 ~ 9:55

[26003] クリーンな球形気泡の列が誘起する流れ場に及ぼす気泡間距離の影響

*鈴木 蓮[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:55 ~ 10:10

[26004] アガロースゲル中でのレーザ誘起気泡成長時の界面不安定性

*高比良 裕之[1]、大島 諒也[1] (1. 大阪公立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

10:35 ~ 11:35 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (2)

座長:真田 俊之(静岡大学)

10:35 ~ 10:50

[26005] 非等温環境における気流剪断液膜の界面不安定性：実験と理論

*井上 智博[1] (1. 九州大学)

10:50 ~ 11:05

[26006] テイラー気泡の動的メニスカスにおける速度境界層と液膜厚さの関係

*常岡 大修[1]、岡島 淳之介[2] (1. 東北大学、2. 東北大学 流体科学研究所)

11:05 ~ 11:20

[26007] 液体を封入したフラスコへの単発打撃によって生じる微粒化現象

*渡部 裕也[1]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学)

11:20 ~ 11:35

[26008] 短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動

*田川 義之[1]、栗原 千尋[1]、木山 景仁[2] (1. 東京農工大学、2. 埼玉大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

13:20 ~ 14:20 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (3)

座長:井上 智博(九州大学)

13:20 ~ 13:35

[26009] 単純流体の液槽に水平または垂直に浸したナノスケールの円柱の濡れに関する解析

多田 翔太[1]、*山口 康隆[1] (1. 大阪大学)

13:35 ~ 13:50

[26010] O(2)対称性を有する熱対流場中を運動する低St数粒子群のコヒーレント構造形成

*野口 信[1] (1. 東京理科大学　創域理工学部　機械航空宇宙工学科)

13:50 ~ 14:05

[26011] 極低温流体を想定した均質気泡核生成のエネルギー障壁に関する一考察

*津田 伸一[1]、森 隆典[1] (1. 九州大学)

14:05 ~ 14:20

[26012] せん断流れにおけるキャビテーションの発生条件に関する一考察

*伊賀 由佳[1]、芳川 雄飛[1]、原田 颯大[1]、守谷 修一[1]、石原 知明[2]、奈倉 悠人[2]、田村 悠太[2]、震明 克眞[2] (1. 東北大学、2. 日立三菱水力（株）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

14:45 ~ 15:30 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (1)

座長:巽 和也(京都工芸繊維大学)

14:45 ~ 15:00

[26013] 霜層初期における霜結晶

*松本 亮介[1]、小田 豊[1] (1. 関西大学)

15:00 ~ 15:15

[26014] 冷却面の温度変化が霜層微細構造に与える影響のX線CT可視化と数値解析

*勝永 恭平[1]、前原 諒太[1]、荒木 拓人[1]、松本 亮介[2]、大久保 英敏[3] (1. 横浜国立大学、2. 関西大学、3. 玉川大学)

15:15 ~ 15:30

[26015] ナノ構造の形態が固液界面における熱伝導に与える影響

*芝原 正彦[1]、安保 遼平[1]、藤原 邦夫[1] (1. 大阪大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

16:10 ~ 16:55 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (2)

座長:松本 亮介(関西大学)

16:10 ~ 16:25

[26016] 上皮組織の形態形成におけるパターン選択と熱対流との数理的対応

*井上 康博[1] (1. 京都大学)

16:25 ~ 16:40

[26017] 銀ナノワイヤネットワークの接続形態に基づく電気伝導特性

* 博文[1]、若松 勇希[2]、巽 和也[1] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学)

16:40 ~ 16:55

[26018] マイクロ流路における血栓形成時のフィブリン形成形態

*巽 和也[1]、太田 茂[1]、平方 秀男[2]、杉田 尚子[3] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学、3. 京都医療センター)

全体イベント | その他

13:20 ~ 14:35 | G会場(環境棟：FSホール)

パネルディスカッション

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所　寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

A Method for Constructing a Multi-variate Normal Distribution Model for Soil Property Data Including Missing Values (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

河田　晃靖（東洋建設(株)・総合技術研究所）　　珠玖隆行（東京都市大学）
Kosei KAWATA, Technical Research Institute, Toyo Construction Co.,Ltd.
Takayuki SHUKU, Tokyo City University
E-mail: kawata-kosei@toyo-const.co.jp

In recent years, advanced spatial prediction methods combining large-scale geotechnical databases with complex models have gained attention. However, "black-box" estimation processes can hinder the engineering interpretability required in practical reliability-based design (RBD). Furthermore, heuristic approaches like bootstrap-based covariance estimation with ad-hoc regularization fail to fully propagate the uncertainties of missing data. To address these limitations, this study presents a mathematically rigorous fundamental Bayesian approach incorporating a Gibbs sampler with Data Augmentation under a single multivariate normal framework. By treating missing values as unknown parameters, the Gibbs sampler iteratively draws samples from the full conditional distributions of the mean vector, covariance matrix, and missing data. Rather than focusing on opaque model extensions, this paper explicitly demystifies the mathematical mechanics of the posterior updating process. We demonstrate how the estimated covariance matrix dynamically and transparently updates the mean and coefficient of variation of an unmeasured design parameter (e.g., unconfined compressive strength) given independent site-specific measurements (e.g., CPTU and index properties). This approach provides geotechnical engineers with a high degree of interpretability, theoretical strictness, and broad applicability to general geotechnical data.

１．はじめに

地盤や岩盤に関するデータベースを構築し，データを設計や施工に積極的に利用しようとする試みが，2010 年代より盛んになってきた[例えば 1)]．データベースを地盤工学実務で積極的に活用する場合には，データの可視化や構造化が重要な役割を果たす．ここで構造化とは，「データを扱いやすい統計モデルなどに縮約すること・データをモデル化すること」を意味する．

地盤工学におけるデータの構造化には，実用的な観点から多変量正規分布が一般的に用いられている．しかしながら，Phoon et al.[2)]が指摘するように，地盤のデータは欠損値を含むことが一般的であるため，いくつかの情報が欠損したデータセットに対しても機能する頑健なモデリングが必要となる．Ching and Phoon[1)]は，Johnson 変換[3)]を施した地盤パラメータに対して，bootstrap 法[4)]を用いて 2 つの地盤パラメータの相関係数を調べることで実用的な多変量正規分布モデルの構築方法を提案しており，地盤工学において広く用いられている．

統計の分野では，欠損データを含むデータセットに対して，マルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov Chain Monte Carlo Method，以降，MCMC とする）を用いて多変量正規分布を構築する方法が提案されている[例えば 5)]．この方法は Ching and Phoon の方法よりも理論的な一貫性があり，また MCMC によるサンプリングを行うだけでよいという簡便さがある．しかしながら，統計の分野で一般的に用いられている方法が地盤のデータに対して機能するかどうか十分な検証が必要となる．

そこで本研究では，欠損がありデータ量の不均一性が著しい地盤データに対する MCMC の適用性に関して，既存の方法との比較を通して議論する．

２．多変量正規分布モデルの構築法[1)]

本研究でデータの構造化に用いる多変量正規分布は，次式で与えられる．

$$N(\mathbf{z},\mathbf{C}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M|\mathbf{C}|}}\exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{z}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{z}\right) \qquad (1)$$

ここに，$\mathbf{z}$ は先述した地盤や岩盤のパラメータを Johnson 変換した後のパラメータベクトル，$\mathbf{C}$ は共分散行列を表す．上記モデルにおいて未知パラメータは共分散行列 $\mathbf{C}$ のみであるが，データベースに収録されているデータは多くの場合不完全データ（欠損値を含むデータ）であるため，単純な方法で共分散行列を計算することはできない．

Ching and Phoon[1)]らは欠損を含むデータに対して多変量正規分布モデルを構築する方法を提案しており，以下に手順の概略を示す．

Step 1: 全てのパラメータを Johnson 変換する。
Step 2: 2 つのパラメータに着目し，Bootstrap 法[3)]によるサンプリングを行う．得られたサンプルに対して共分散δ_{ij} を計算する．
Step 3: Bootstrap 法によって得られた 1000 個のδ_{ij} のサンプルの中央値を用いて仮の共分散行列 $\mathbf{C}_0$ を構成する
Step 4: 共分散行列が正則かどうかをチェックし，正則でなければ Step 3 に戻る．正則であればその $\mathbf{C}_0$ を共分散行列 $\mathbf{C}$ と定義する

上記の手順により，多変量正規分布モデルが確定し，種々の計算に利用することができる。なお，データを Johnson 変換しているため，実際の設計にモデルを利用する際は，パラメータの逆変換が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．MCMC を用いた多変量正規分布モデルの構築法

欠損の無い多変量のデータが与えられた場合，データから直接，平均値ベクトル$\boldsymbol{\mu}$と共分散行列$\boldsymbol{\Sigma}$を求めることができるが，それらのばらつきを評価したい場合には MCMC，その中でもとくに Gibbs sampler[6]が用いられることが多い．具体的には，$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$に対して以下で定義される共役な事前分布を設定し，条件付き確率から$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$をサンプリングする．

$$p(\boldsymbol{\mu}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |\boldsymbol{\Lambda}_0|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Lambda}_0^{-1} (\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)\right) \tag{2}$$

$$p(\boldsymbol{\Sigma}) = \left[2^{\nu_0 p/2} \pi^{\binom{p}{2}/2} |\mathbf{S}_0|^{-\nu_0/2} \prod_{j=1}^{p} \Gamma([\nu_0 + 1 - j]/2)\right]^{-1} \times |\boldsymbol{\Sigma}|^{-(\nu_0+p+1)/2} \times \exp\{-\mathrm{tr}(\mathbf{S}_0 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})/2\} \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{y}$ はパラメータベクトル，$\boldsymbol{\mu}_0$ と L0 は事前分布の平均値ベクトルと共分散行列を表す．また，ν_0，p，$\mathbf{S}_0$，Γはそれぞれ，自由度，データ数，$p \times p$ の scale matrix，ガンマ関数を表す．Gibbs sampler により多変量正規分布モデルを評価することができるが，上記の方法は欠損値の無い完全データに対してのみ適用できるため，欠損データに適用するための改良が必要となる．

データにランダムな欠損値が含まれている場合，データがサンプリングされる確率は，

$$\begin{aligned} p(o_i, \{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) &= p(o_i) \times p(\{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \\ &= \int \left\{ p(y_{i,1}, \ldots, y_{i,p} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \prod_{y_{i,j}:o_{i,j}=0} dy_{i,j} \right\} \end{aligned} \tag{4}$$

で与えられる．ここに，$o_{ij} = 1$ はデータ y_{ij} が観測されていることを表しており，$o_{ij} = 0$ は欠損していることを表している．データが無作為に欠測している場合，欠測データについて積分を行い，観測データの周辺確率を得ることで，欠損値を推定することができる．多変量正規モデルの特別な場合として, MCMC を用いてこの周辺確率を容易に求めることができる．

欠損のあるデータセットに対する Gibbs sampler を実装するための準備として，完全なデータセットを $\mathbf{y}$，計測データを $\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}$，欠損データを $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ と定義する．ここで推定したい事後分布は $p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}} | \mathbf{y}_{\mathrm{obs}})$であり, 以下の手順を繰り返すことで, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\Sigma}$, に加えて $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ も推定することができる．

1. $\boldsymbol{\mu}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s)})$からサンプリング
2. $\boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)})$からサンプリング
3. $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)})$からサンプリング

４．まとめ

本稿では，欠損があるデータセットに対する多変量正規分布モデルの構築方法に関して，既存の方法をレビューしつつ，MCMC を用いたアプローチに関して，その具体的方法を示した．本稿では紙面が限られているため，結果を示すことができなかったが，MCMC を用いた方法によって，簡便に多変量正規分布モデルを構築できることが明らかとなった．

地盤パラメータによっては観測できるデータ数に大きなばらつき（不均一性）が認められることもあり，これらが正規分布モデル推定に及ぼす影響や，適切な対処方法について数値実験を通して検証する予定である．

参考文献

1) Ching, J. and Phoon, K. K.: Modeling parameters of structured clays as a multivariate normal distribution, Canadian Geotechnical Journal, 49(5), 522–45, 2012.
2) Phoon, K.K., Ching, J., and Wang, Y.: Managing risk in geotechnical engineering – from data to digitalization. Proceedings, 7th International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR 2019), Taipei, Taiwan, 2019.
3) Johnson, N. L.: Systems of frequency curves generated by methods of translation. Biometrika, 36, 149-176, 1949.
4) Efron, B. and Tibshirani, R. J.: An Introduction to the Bootstrap, Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability, 456p, 1994.
5) Hoff, P.D.: A first course in Bayesian statistical methods, Springer, 270p, 2009.
6) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(6), 721–741, 1984.
7) Friedman, J.・Hastie, T.・Tibshirani, R. (2008): Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. Biostatistics, 9(3), 432-41.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察（シンポジウム講演概要）

A Consideration of deterioration models and rate of progression for road structures in cold regions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須藤 敦史（東北工大・工） 兼清 泰明（関西大・環境都市工） 丸山 収（東急建設㈱）佐藤 京（寒地土木研究所）
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Hiroaki KANEKIYO, Kansai University
Osamu MARUYAMA, Tokyu Construction
Takashi SATOH, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: atsu-sutoh@tohtech.ac.jp

This study is to conduct a unified deterioration assessment and future prediction for infrastructures in Hokkaido. The discrete damage assessment categories obtained from periodic inspections are converted into continuous deterioration assessment values and deterioration indices to grasp and predict the deterioration state of structures. Furthermore, the variability of these probability distributions, the characteristics of the tail, and the dual modes of deterioration transition rate are examined.

１．はじめに

現在，実施されている定期（近接目視）点検より得られる道路構造物（橋梁・トンネル・コンクリート構造物等）対する損傷度判定区分は Table1 の例に示す離散（レイティング）値であり，さらに管理する事業者により若干の差異があるため，統一的かつ正確な健全度の判定・診断が難しいのが現状である [1)など]．本研究では，北海道の道路構造物に対する定期点検より得られる損傷図や損傷度判定区分（離散値）から劣化評価値（連続値）や劣化指数（連続値）を求め，それら確率分布のばらつきと裾野部の特性および進展（遷移）速度の二重モードに関する検証と考察を行っている．

２．劣化特性値の連続（劣化評価値・劣化指数）変換

一般的なライサイクルマネジメント（LCM）では，構造物の供用期間における保有性能の時間的な劣化の遷移と補修・補強等との関係は，Fig.1 に示す連続的な概念で展開されている．著者らは定期点検結果および損傷図から連続的な劣化評価値（定義範囲:0.0～の実数値）を求め，さらに判定区分（4～5 区分）から，式(1)に示す連続的な劣化指数（定義範囲:0.0～1.0 の実数値）に変換している．

$$劣化指数=1/N\,\Sigma_i^N(判定区分_i \times Wf_i) \qquad (1)$$

それぞれの損傷度判定区分に応じた影響度（Wf_i）を乗じて連続的な劣化指数を求めている [2)など]．この劣化指数は健全な状態 1.0 から劣化進行に従って 0.0 に遷移する連続値となる．

さらに開発局と北海道が管理する道路構造物（函館地区）に対してそれぞれの劣化指数（簡易 BHI・簡易 THI・簡易 BOHI）を式(1)より求め（Fig.2 参照），それを統合することで対象地区の道路構造物に対する劣化評価も行える．

３．道路構造物における劣化評価値の確率分布の遷移

山岳トンネル（矢板工法）の覆工表面における損傷度判定区分における確率分布の遷移をそれぞれの経過(供用)年数（①15～30 年，②30～40 年，③40～50 年）毎に Fig.3(a)に示す．Fig.3(a)より，矢板工法の覆工表面における劣化評価値の平均とその分布は，明らかに正規分布ではなく左右非対称の分布形であり，中央値・最頻値が分布の左端に現れている．このような分布形は多くの自然現象で現れ（ベキ分布），確率分布の裾（テイル）部分の収束が非常に遅い

Table 1 Classification of road and bridge (Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Deterioration classification		State
I	healthy	There is no hindrance to the function of the road bridge
II	Preventive Maintenance Stage	A state in which the function of the bridge is not impeded, but it is desirable to take measures from the viewpoint of preventive maintenance.
III	Early Actions Stage	There is a possibility that the function of the bridge may be hindered, and measures should be taken as soon as possible
IV	Emergency Action Stage	The function of the bridge is impeded. or a condition that is extremely likely to occur and requires urgent action

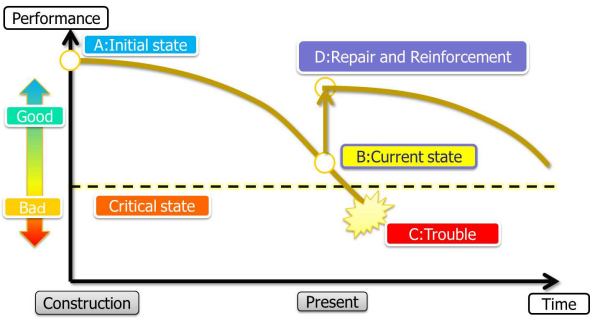


Fig. 1 The concept of life cycle costs

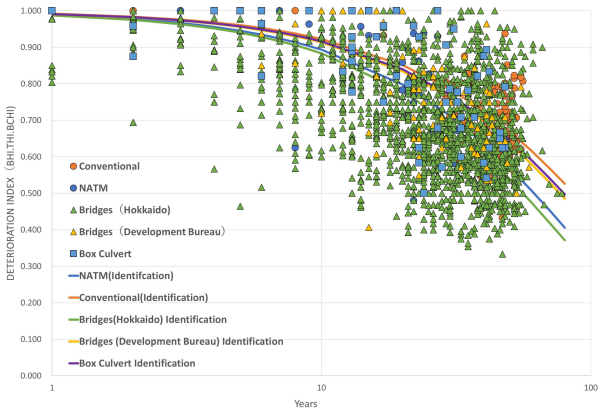


Fig.2 Road Structure Health Index in Hakodate Area

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

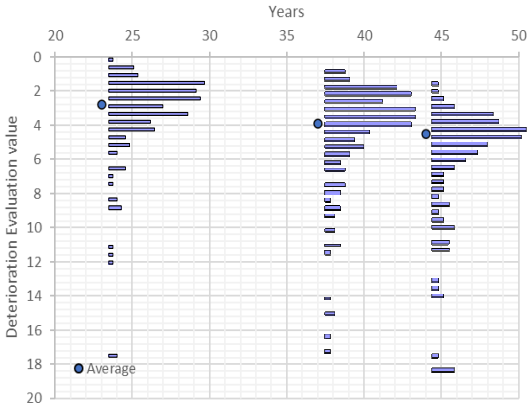


Fig.3(a) Distribution of deterioration assessment values (Conventional construction method)

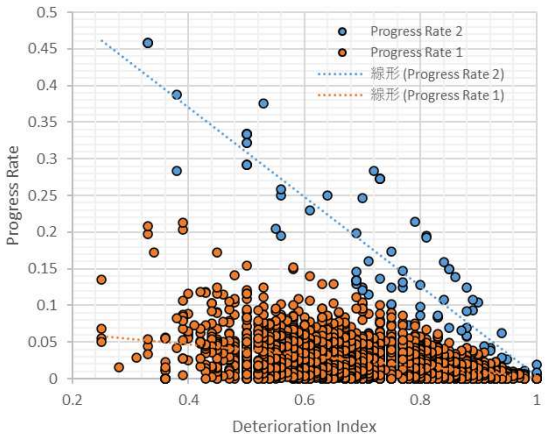


Fig.4 Deterioration index and progression rate in PC bridges

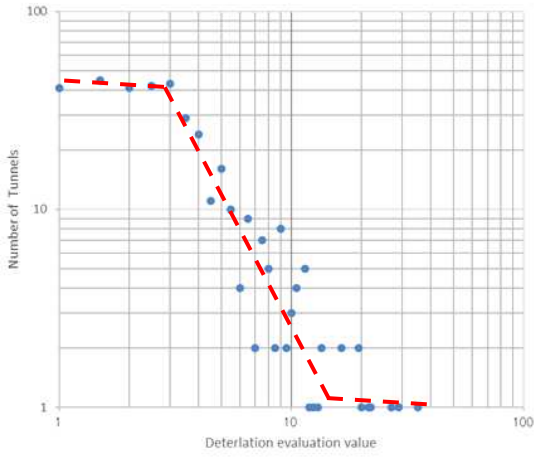


Fig3(b) Distribution of deterioration assessment values and years elapsed (Conventional construction method)

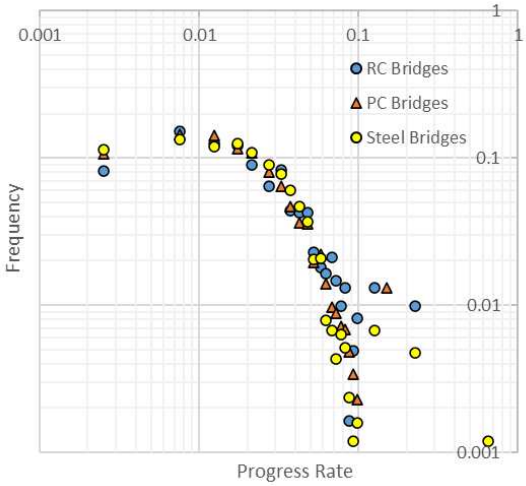


Fig.5 Distribution ratio of growth rate in bridges

（ロングテイル）分布であるため，分布形状の特定や同定が極めて困難な場合が多い．

加えて Fig.3(a)に示す劣化評価値の頻度と供用年数との関係を両対数で描くと Fig.3(b)に示すように直線で Z 形状（図中の近似では 2 つの勾配）になっている．

4．劣化指数の確率分布における二重モード性

コンクリート等は複合材料であることより，矢板工法の覆工においても劣化評価値の分布は，以下に示す式(2)～式(4) の二重モード分布として表される [3)など]．

$$f_X(x,y)=\Sigma^{2}_{i=1}\zeta_i\cdot f_X(x,t;\mu_i) \quad (2)$$

$$f_X(x,t;\mu)=e^{-\lambda t}/x\cdot\Sigma^{\infty}_{n=0}(\lambda t)^n/n!\cdot f^{n*}{}_w(\log x/x_0-\mu t) \quad (3)$$

$$f^{n*}{}_w(x)=(\rho w)^{n-1}/(n-1)!\cdot\rho e^{-\rho w} \quad (n=1,2,\cdots) \quad (4)$$

ここでμ_1，μ_2 は各モードでの平均進展抵抗，x_0は初期平均損傷度，λは雑音として導入されている複合Poisson過程の単位時間当たりの平均ジャンプ発生回数，ρ は複合Poisson 過程のジャンプの確率分布に関するパラメーター，ζ_1，ζ_2は各モードの分配比率，$\zeta_1+\zeta_2=1$であり，$f^{0*}{}_w$はデルタ関数となる．

このように，多くの材料や部材で構成される構造物では，比較的短時間で大きく成長する劣化現象が一定割合含まれていると考えられる．この点を明らかにするために劣化指数とその進展速度の関係をFig.4に示す．進展速度と劣化指数との間に比例関係が認められ，劣化指数は指数関数的な成長を示すことになる．さらにFig.5より，進展速度の遅い領域では，PC橋・RC橋・鋼橋とも同じ分布の比率構成を示しているが，進展速度の早い領域では，構造形式で分布比率のばらつきが大きい．

5. 結　論

劣化事象における進展速度の二重モードによって生じるロング・ヘヴィーテイルを示す確率分布は，維持管理や信頼性解析・リスク解析においてレベルの超過確率などに大きな影響を与えるため，確率分布がロング・ヘヴィーテイル特性を有するかどうかを把握しておくことは重要である．

参考文献

1) 建設省土木研究所：橋梁点検要領(案)，土木研究所資料，第 2651 号，1988.
2) 須藤敦史,佐藤京,兼清泰明,丸山収,西弘明: 寒冷地の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）における劣化特性とその分布について，土木学会 構造工学論文集，Vol.62A,pp.156-165, 2016.
3) 兼清泰明,丸山収,須藤敦史,佐藤京：寒冷地トンネル覆工コンクリートの損傷度確率分布のテイル特性に関する考察，日本材料学会 材料，Vol.65, No.4, pp.275-281, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

Utilization and implementation of damage assessment classification in the maintenance of cold region infrastructures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

禿　和英（㈱建設技術研究所）　須藤　敦史（東北工大・工）　佐藤　京（寒地土木研究所）
Kazuhide KAMURO, CTI Engineering Co., Ltd,
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Takashi SATO, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: kamuro@ctie.co.jp

In this study, in order to apply for the practice maintenance and management of infrastructure, the deterioration level of infrastructure is considered, based on the classification obtained from regular inspections. Finally, numerical examples are presented to demonstrate the usefulness of this identification and estimation method for infrastructure management System in cold regions (Hokkaido).

１．はじめに

我が国ではインフラに対する定期点検による健全度の判定は，Table1（山岳トンネル例）に示すように 4～5 段階のレイティング（離散）値が基本であるため，その解釈や利用等が難しく，加えて点検時期により判定基準が数回改定されており，経過年等を検討の軸とした長期にわたる一貫した劣化評価が非常に難しいのが現状である．

そこで本研究では，現状に即した維持管理の構築を目標として，まず，寒冷地（北海道）の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）の経過年数に伴って遷移する劣化過程（時間依存型マルコフ連鎖）モデルを用いて，実観測値から遷移確率行列の要素を同定し，さらに遷移確率図を作成して劣化特性の整理・検討および実装への考察を行っている．

２．時間依存型マルコフ連鎖モデルの同定

マルコフ連鎖モデル[例えば 1)]は，ある状態からつぎの状態への遷移過程モデルであり，ひとつ前の劣化評価の区分（状態）に依存する現象と考えられ，Fig.1 の例に示すように，Table1 の損傷度判定区分（ランク）に対するマルコフ遷移過程は，離散時間の経過に伴い，常にある確率 p_i で劣化する方向に遷移（1: Ⅰ⇒2: Ⅱb⇒2: Ⅱa⇒3: Ⅲ⇒4:Ⅳ）し，また確率 $1\text{-}p_i$ で停留する確率プロセスと考えられる．

このマルコフ連鎖モデルによる劣化（判定区分）の進展は，その状態や経過時間に依存して遷移するため，マルコフ連鎖における遷移確率行列の各要素は，時間経過とともに変化する値として，それらを実際の定期点検値より，数え上げ法[2)]で同定し，求めた判定区分の変動比率等により，対象物の劣化遷移および将来予測の可能性を検討する．

３．定期点検値より求めた山岳トンネルの遷移確率図

北海道開発局が管理する山岳トンネル（NATM:137，矢板工法:137 か所）に対して平成 18 年度～令和 2 年度における 14 回の定期点検結果で得られたトンネル覆工の損傷判定区分より，時間依存型（一定区間の定常性を仮定し，その区間の損傷度判定区分が時間経過に伴って遷移）マルコフ連鎖モデル[3)]に対する確率遷移行列の時間遷移を同定し，NATM と矢板工法の覆工における遷移推移図を求める．

札幌地区の NATM に対して供用初期から遷移時間間隔 4 年のトンネル覆工における遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.1 に示す．Fig.2.1 より，供用 19 年以降に補修・補強が施されている．ここで維持管理台帳を参考にして求めた補修・補強等を施さない場合の NATM 劣化遷移図

Table 1 Classification of road tunnel
(Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Judgment category		Judgment details
Ⅰ		A state in which no measures are required because there is no possibility of affecting users.
Ⅱ	Ⅱb	A condition that requires monitoring because it may affect users in the future.
	Ⅱa	Since there is a possibility that users will be affected in the future, this condition requires intensive monitoring and systematic measures from a preventive maintenance perspective.
Ⅲ		There is a high possibility that users will be affected sooner or later, so it is necessary to take measures early.
Ⅳ		A situation in which it is necessary to take urgent measures because there is a high possibility that users will be affected.

*1 "Emergency" in Judgment Category IV refers to situations ranging from situations where early measures need to be taken to situations where traffic cannot be reopened.

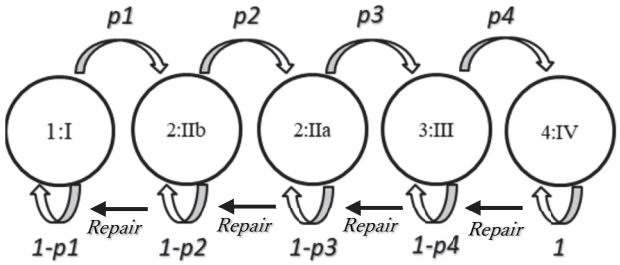


Fig. 1 Markov chain of tunnel deterioration

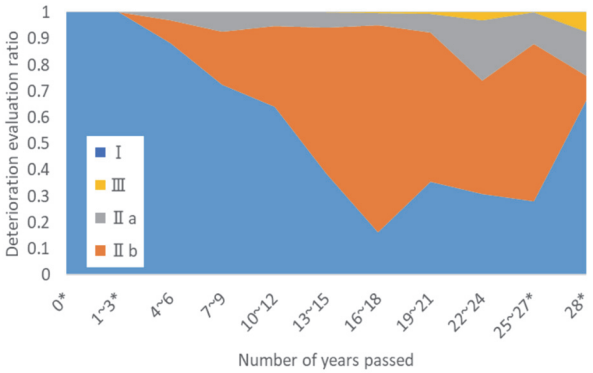


Fig.2.1 Transition probability in Sapporo area
(NATM 0 to 28 years of service)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

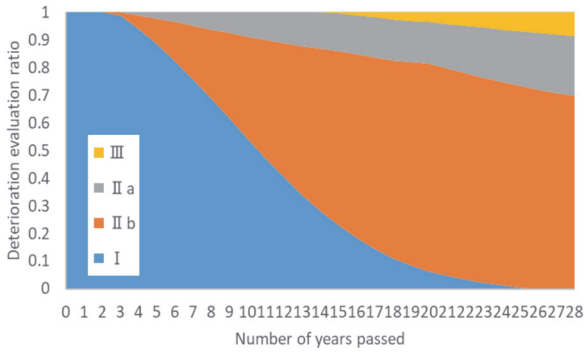


Fig.2.2 Transition probability in Sapporo area without repairs (NATM 0 to 28 years of service)

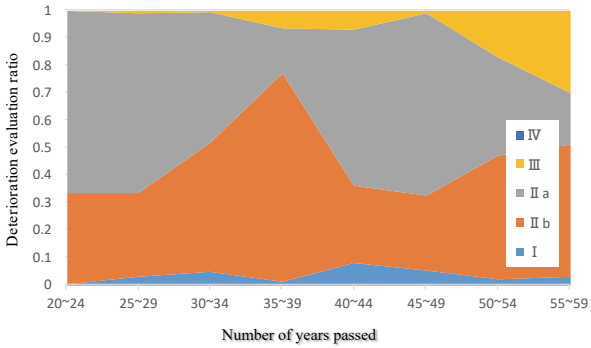


Fig.2.3 Transition probability in Otaru area (Conventional construction method 20 to 59 years of service)

Table 2 Classification of road bridge (Hokkaido Prefecture)

Judgment category	General situation
i	The damage is severe and may hinder traffic safety.
ii	The damage is extensive, and a detailed investigation is required to determine whether repairs or reinforcement are necessary.
iii	Damage is noted and continued observation is required.
iv	Damage must be recognized and its extent recorded.
OK	An inspection revealed no damage.

を Fig.2.2 に示す. 次に小樽地区の矢板工法に対して供用 20 年目から同様に遷移時間間隔 4 年におけるトンネル覆工の遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.3 に示す.

ここで矢板工法の山岳トンネルでは，供用年数約 20 年以前の覆工表面に対する点検記録は得られていない.

Fig.2 より，道内の各地区における NATM と矢板工法の覆工に対する劣化状況の把握や将来予測が可能になる.

4．定期点検値より求めた橋梁の遷移確率図

北海道が管理する歩道・自転車橋を含む橋梁（5,154 橋）に対する平成 14 年～平成 26 年度の定期点検記録から，PC 橋・RC 橋における主桁の遷移確率図（遷移間隔 5 年）同様の手法で求めたものを Fig.3.1-3.2 に示す．ここで北海道の橋梁における損傷度判定区分表を Table2 に示す.

Fig.3 より，橋梁の各部材における劣化状況の把握が可能であり，RC 橋では供用 5 年で補修・補強が施されている.

次に同様に鋼橋における床版の遷移確率図（遷移間隔 5 年）を求めたものを Fig.4 に示す．Fig.4 より，鋼橋の床版においても劣化状況の把握が可能であり，加えて RC 橋では供用 5 年程度で劣化の進行が顕著であることが判る.

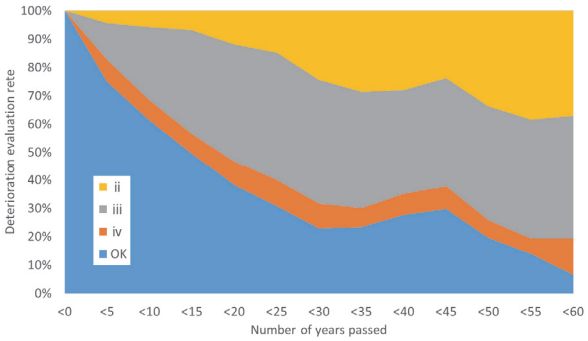


Fig.3.1 Transition probability (PC Bridge Main girder)

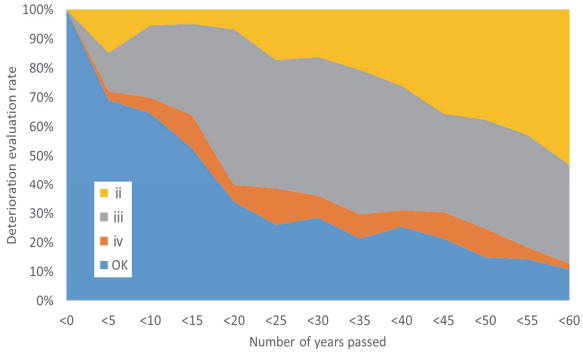


Fig.3.2 Transition probability (RC Bridge Main girder)

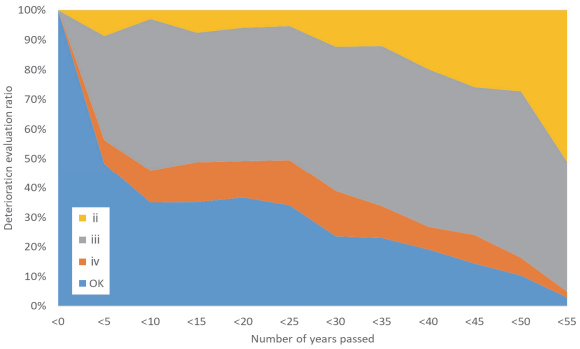


Fig.4. Transition probability (Steel Bridge floor slab)

5．結　論

本研究では，実際に得られる定期点検値（損傷度判定区分）から，時間依存型マルコフ連鎖モデルの採用により遷移確率行列が得られ，対象物における劣化の現状把握に対しての有効性が示された．加えて，遷移確率図を作成することにより，これら劣化状況の将来予測が可能になる.

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
2) 武山泰，嶋田洋一，福田正:マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破損評価システム，土木学会論文集，第 420 号，V-13，pp.135-141，1990.
3) 禿 和英，須藤 敦史，兼清 泰明，丸山 収: 寒冷地におけるトンネル覆工の経年劣化についての検討, 第 27 回応用力学シンポジウム，24001-05-02，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DIC データと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

Field estimation for Local Damage in Structural Members using DIC data and Surrogate Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　浩基（清水建設）　佐藤　開（清水建設）　山本　真哉（清水建設）　西尾　真由子（筑波大学）
Hiroki KAMDA, Shimizu Corporation
Kai SATO, Shimizu Corporation
Shinya YAMAMOTO, Shimizu Corporation
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp

Digital Image Correlation (DIC) provides dense full field strain data for identifying localized damage in structural members. In this study, a spatially heterogeneous thickness change field of a corroded steel plate under tensile loading is estimated by assimilating DIC strain data. Thickness parameters are defined on a grid in a 2D linear elastic model and updated using an Ensemble Kalman Filter (EnKF). To reduce computational cost, a Fourier Neural Operator surrogate replaces repeated ensemble simulations. Numerical tests show that higher observation density improves accuracy and reduces uncertainty, while higher noise degrades both. Estimation based on the measured DIC data capture the overall thinning trend but reveal modeling limitations.

１．はじめに

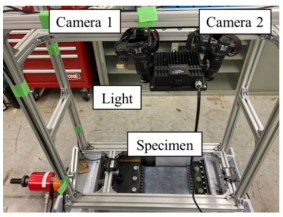
デジタル画像相関法（DIC）は高密度なデータ取得が可能であるため，この利点を生かして構造部材の局所的な変状を捉えることが可能である．さらに，DI C データを観測データとして逆解析を行うことで，ひずみゲージ計測などの空間的に疎な観測データでは困難な局所領域を対象とした状態推定への応用が期待される．いくつかの既往研究ではDICデータを用いた構造物のパラメータ推定が行われているが，上述のような DIC の高解像度のメリットを示したものは少ない．Sato and Nishio[1)]は局部損傷をもつ構造部材を対象としてDICデータを用いた荷重耐荷力の不確かさ定量化とデータ同化を行い，観測点数の増加に伴い領域全体で均質，または 2 か所に分けた領域内で均質な推定パラメータの不確かさが減少する傾向を確認した．また局所的な損傷の推定と残存性能の評価が可能であることを示した．本研究では，推定対象を空間的に非均質なパラメータへと拡張し，DIC データの有効性を示すことを目的とする．

２．問題設定

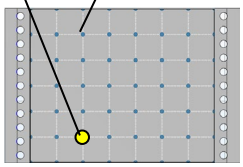
本研究では構造部材を模擬した Fig. 1(a)のような鋼板供試体の引張り試験を対象とする．DIC により得られた相当ひずみ分布を観測データとし，腐食した鋼板の板厚分布を推定する逆問題を設定する．試験の詳細は文献 [1)]を参照されたい. Fig. 1(b)に示す線形弾性体を仮定した二次元数値解析モデルの領域内をグリッド状に離散化して板厚の代表値 t_i を設定し，データ同化手法の一つであるアンサンブルカルマンフィルタ（EnKF）により観測データを再現する板厚分布を推定する. なお, EnKF の実装は pyPDAF[2)]を用いる．EnKF による推定では不確実性の表現のため，膨大なアンサンブル解析を行う必要がある．本研究では Fourier Neural Operator[3)]に基づく代理モデルを構築し，これと観測データより同化を行う．板厚の事前確率分布は文献 [1)]を参考に，2.9mm-3.2mm の一様分布を設定する. 簡単のため板厚以外の推定変数は省略する．

３．数値実験用の観測データを用いた性質把握

数値実験的にDIC観測データを様々な観測ノイズ設定のもと作成し，非均質な板厚の推定を実施した．観測点数はグリッドの粗密を変更した 4 種類を設定した．各観測技術の精度をもとに，観測ノイズ 1%はひずみゲージによる計測, 観測ノイズ 5%から 20%はDICによる計測を想定した．



(a) Tensile test setup[1)]



(b) 2D Analysis model

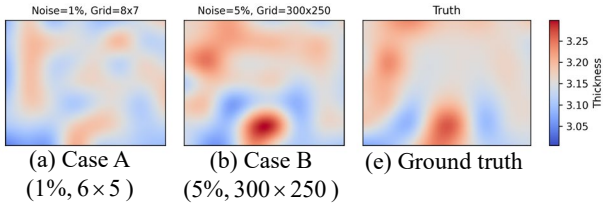
Fig. 1 Experimental and analysis setup

Table 1 Posterior distribution of t_i at point A. Cells show mean error (posterior mean minus truth) [posterior standard deviation].

Noise	Number of observations 6×5	30×25	90×75	300×250
Prior	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]
1%	0.03[0.08]	0.01[0.02]	0.01[0.01]	0.00[0.00]
5%	0.01[0.09]	0.01[0.06]	0.00[0.03]	0.01[0.02]
10%	0.01[0.09]	0.00[0.07]	-0.01[0.05]	0.00[0.02]
20%	0.01[0.09]	0.01[0.09]	0.02[0.07]	0.03[0.04]

Table 1 は板厚の代表点 A における事後確率分布の平均値と正解値の絶対誤差, および標準偏差（括弧内）である．代表点 A は腐食による減肉を仮定した領域に設けた．数値は小数点第 2 位で丸めた．事前確率分布に対し，観測ノイズ，観測点数のいずれの設定においても，正解との誤差と標準偏差が低減した．また，推定精度は観測点数の増加に対して向上し，ノイズの増加に対して悪化の傾向が見られた．Fig.2(a)-(d)は板厚分布の事後平均，Fig. 2(e)は正解となる板厚分布である．Fig. 2(a)は観測点数が 6×5 で観測ノイズが 1%の場合（Case A）, Fig.2(b)-(d)は観測点数が 300×250 で観測ノイズがそれぞれ 5%，10%，20%の場合（Case B, C，D）に対応する．上述したように，前者はひずみゲージによる計測データを用いた推定を想定し，後者は DIC による計測データを用いた推定を想定した． なお，これらはそ

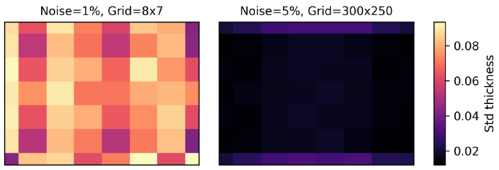
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case A (1%, 6×5) (b) Case B (5%, 300×250) (e) Ground truth

(c) Case C (10%, 300×250) (d) Case D (20%, 300×250)

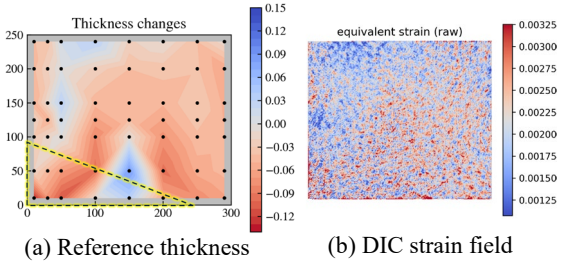
Fig. 2 Posterior mean: thickness field



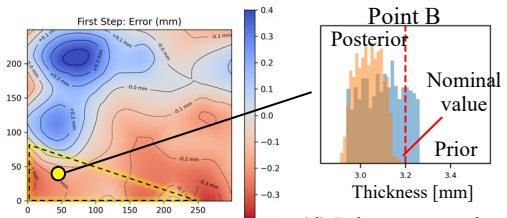
(a) Case A (b) Case B

(c) Case C (d) Case D

Fig. 3 Posterior standard deviation: thickness



(a) Reference thickness (b) DIC strain field



(c) Posterior mean thickness field change (d) Prior vs posterior (Point B)

Fig. 4 Thickness field estimation (measured DIC)

れぞれ Table 1 のハッチングをかけたセルに対応する．Case A に対し，Case B，C，D では，正解の減肉の分布傾向を捉えることができた．Fig. 3 は Fig. 2 に対応する板厚値の事後確率分布のアンサンブル標準偏差である．ここでは 8×7 の板厚について補間を用いずに示している．Case A に対し，Case B，C，D では，より不確かさが低減することができた．また，Case B，C，D では，鋼板の上下端においてその周囲に比べ標準偏差が大きい結果となった．この結果は，Fig. 2(b)-(d)の上下端においても事後確率分布の平均値が正解と乖離が生じていることと整合していると考える．

4．実際の DIC データを用いた検討結果

実際の DIC 計測データを用い，非均質な板厚の推定を実施した．Fig. 4(a)は試験前に直接計測した供試体の板厚（参照解），Fig. 4(b)は板厚推定に用いた DIC 計測データ，Fig. 4(c)は推定された板厚平均の空間分布，Fig. 4(d)は代表点 B における板厚の事前，事後確率分布である．Fig. 4(a)および Fig. 4(c)左下の三角形領域は，供試体を意図的に腐食させた箇所である．DIC データの処理条件については文献 [1]を参照されたい．Fig. 4(c)は参照解に対し，領域下半分全体，特に意図的に腐食させた三角形領域の減肉傾向を捉えることができた．Fig. 4(d)より，事後確率分布は不確かさを減少した．参照解では中央下部に局所的な板厚増加が確認されたのに対し，推定結果では同様の板厚増加は確認されなかった．この結果より，参照解における板厚増加は，剛性に寄与しない腐食生成物による可能性が示唆された．

一方，減肉量の最大の絶対値が計測値に対して 2 倍程度であることや，領域左側に板厚が増加する領域が不自然に生じた．これは，解析モデルが荷重の不均一性や面外変形を考慮しなかったため生じたと想定されることから，モデル化に関する追加の検討が必要である．

5．おわりに

本研究では，DIC データと代理モデルを活用し，構造部材における腐食状態の面的な推定を実施した．得られた知見を以下に示す．

- ひずみゲージや DIC による計測を模擬した数値観測データを用いた検討により，観測点数と観測ノイズが板厚の事後平均の正解との乖離や不確かさの程度に与える影響を調査した．観測点数の増加に伴い推定誤差と不確かさが低減し，一方で観測ノイズの増加に伴いこれらが増大する傾向を確認した．
- 数値実験による同化の検証で，ひずみゲージを想定した，観測点が少なく，かつ，観測誤差が小さい条件において板厚の面的な推定は困難であった．一方で，DIC を想定した，観測点が多く，観測誤差が比較的大きい条件では，減肉領域をより高精度に推定でき，不確かさも低減することを確認できた．DIC データを活用することで，ひずみゲージのスパースな計測では検知が難しい，面的かつ局所的な状態推定が可能になることが示唆された．
- 実際の DIC データを用いた場合においても，参照解に見られた減肉について，面的に推定ができた．また，事前確率分布に対して事後確率分布は不確かさを減少した．これより実構造の異常検知や状態推定の目的で，DIC データが活用できる可能性が示唆された．一方，不自然な板厚増加が確認され，EnKF で同化を行う数値モデルの改良が課題である．

参考文献

1) K. Sato and M. Nishio: Uncertainty quantification using digital-image-correlation data for load-carrying capacity analysis of structural members with local damages, *Structures*, **79** -109431, 2025, p. 109431.
2) pyPDAF: https://github.com/yumengch/pyPDAF.git
3) N. Kovachki, Z. Li, B. Liu, K Azizzadenesheli. K. Bhattacharya: Neural Operator: Learning Maps Between Function Spaces With Applications to PDEs, *Journal of machine learning research: JMLR*, **24** -89, 2023, pp. 1–97.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた重量推定手法に関する研究（シンポジウム講演概要）

Vehicle Weight Estimation Using Polynomial Correction Based on Vehicle Vibration at Intersection Turns (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石黒 志竜（東京大学）　薛 凱（スマートシティ技術研究所）
髙橋 泰賀（株式会社ブリヂストン）　飯村 勇作（株式会社ブリヂストン）
長山 智則（東京大学）
Shiryu Ishiguro, The University of Tokyo
Kai Xue, Smartcity Technology Research Institute
Taiga Takahashi, Bridgestone Corporation
Yusaku Iimura, Bridgestone Corporation
Tomonori Nagayama, The University of Tokyo
E-mail: nagayama@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

To efficiently combat overloaded vehicles that threaten road infrastructure, this study proposes a novel vehicle weight estimation method using an inexpensive IMU and GNSS. The method focuses on the characteristic that the ratio of roll angle to lateral acceleration (normalized roll response) during intersection turns is proportional to the vehicle's load weight. To address the major obstacle of sensor integration drift errors, a correction algorithm based on polynomial approximation utilizing straight driving sections before and after turns was developed. Experimental results from real-world driving tests with various vehicle types, from passenger cars to large trucks, achieved weight estimation accuracy around 10%. This method enables low-cost and versatile overloaded vehicle screening technology without the need for identifying unknown vehicle parameters, paving the way for societal implementation.

1. はじめに

国内の道路インフラは急速な老朽化に直面しており，特に過積載車両によるダメージは甚大であるため，効率的な過積載対策が求められている．現在，過積載対策として軸重計や Weigh-In-Motion (WIM) が用いられているが，これらは設置箇所が限定的であり，広範な監視網の構築には多大なコストを要する．

これに対し，車載の慣性計測装置（IMU）を用いて走行データから重量を推定する手法が検討されているが，IMU から重量を推定する手法は実用化されていない．

そこで本研究では，日常的な交差点旋回挙動を利用し，かつ多項式近似を用いた積分補正手法を導入することで，安価なセンサでも車両重量を推定可能な手法を構築する．シミュレーションおよび実車両走行試験の結果から本手法の有効性を検証する．

2. 重量推定の原理と信号処理

2.1. カーブ走行時の定式化と規格化ロール応答量の定義

車両が旋回する際，遠心力（横加速度 a_y）によって車体は外側へロール角 ϕ だけ傾く．車両を簡易的なハーフカーモデルと仮定し，静的なモーメントの釣り合いを考えると，以下の関係が成立する．

$$mgh_s \tan(-\phi) + ma_y h_s - K\frac{l^2}{2}\tan(-\phi) = 0 \qquad (1)$$

ここで，m はばね上質量，h_s はロール中心から重心までの距離，K はロール剛性である。微小角近似（$\tan\phi \approx \phi$）および，$K \gg mgh_s$ が成立すると仮定すれば，ロール角と横加速度の比 ϕ/a_y は質量 m に比例する．本研究ではこの指標を「**規格化ロール応答量**（normalized roll response）」と定義し，積載重量との相関を評価する．

$$m \approx \frac{Kl^2}{2h_s}\frac{\phi}{a_y} \qquad (2)$$

一方で，$Kl^2/2h_s$ は車両のロール剛性に依存するため，未知のパラメータとして同定する必要がある．本研究では，空車状態を基準として重量変動を推定するため，積載なしの状態での $Kl^2/2h_s$ を定数として扱う．

2.2. 交差点旋回区間の抽出とドリフト補正

実走行データから解析対象となる交差点区間を自動抽出するため，ヨー角速度 ω_z に着目した．交差点旋回は「一定以上のヨー角速度が，一定時間継続する」という特徴を持つ[1)]．本研究では，ω_z および a_y が閾値を超える区間を検出し，かつ継続時間や旋回前後の安定性を条件としてフィルタリングすることで，解析に適した良質な旋回データのみを抽出するアルゴリズムを構築した．

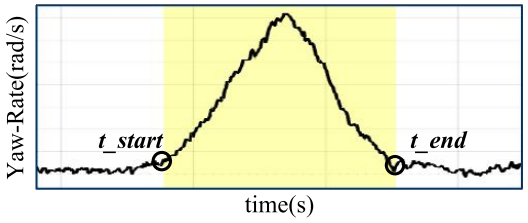


Fig. 1　交差点旋回区間でのヨー角速度 ω_z のピーク

交差点として検出される区間の閾値の条件は以下の通りにした．

- ヨー角速度 ω_z が 0.3 rad/s を超える区間が 0.8s 以上存在すること．
- 横加速度 a_y が 0.5 m/s^2 を超えること．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

- ヨー角速度 ω_z が 0.03 rad/s を下回る時刻を始点および終点とする．

一方で，実環境でロール角 ϕ を得るには，ジャイロセンサのロール角速度 ω_x を積分する必要がある．しかし，安価なセンサにはバイアスや温度ドリフトが含まれ，単純積分では誤差が累積する．

そこで本研究では，交差点旋回の前後に存在する「直線走行区間」に着目した補正手法を提案する．直線区間では本来ロール角はゼロ付近で推移することが期待される．したがって，旋回開始前（t_{start} 以前）および終了後（t_{end} 以後）の積分値に含まれる低周波成分を，センサのドリフト成分とみなすことができる．具体的には，旋回前後 5 秒間を含む区間の積分データに対し，5 次の多項式フィッティングを行い，これをドリフト成分として元の積分波形から減算することで，真のロール角成分のみを抽出する[2]．この多項式フィッティングの結果として，補正後の角度は以下の式で表される．

$$\phi_{comp}(t) = \int_{t_{start}}^{t} \omega_x(\tau)\mathrm{d}\tau - \sum_{n=0}^{5} \hat{a_n}(t - t_{start})^n \qquad (3)$$

ここで，$\hat{a_n}$ は旋回前後 5 秒の区間に対する多項式フィッティングによって得られる係数である．交差点区間における最大加速度および補正後に得られるロール角の最大値を用いて，規格化ロール応答量を算出し，これを積載重量と比較することで推定精度を評価する．

3. 実車両走行試験

3.1. 実験概要

提案手法の汎用性を検証するため，シミュレーションによる手法の妥当性の立証を行い，さらに実車両を用いた公道での走行実験を実施した．シミュレーションおよび実験における車両の積載重量は，空車状態から最大積載状態まで複数段階で変化させた．さらにシミュレーションにおいては過積載状態まで再現し，推定重量の変化を確認する．

3.2. 実験結果と考察

シミュレーションにおける重量推定の結果を表 1 に，実車両における重量推定の結果を表 2 に示す．なお，両者の重量の真値については表の左端に示す通りである．走行試験は複数の車両で実施したが，ここでは代表的な車両の結果を示す．

Table 1　シミュレーション結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1254	-3.54
1500	1380	-8.00
2000	1782	-10.9

Table 2　実車両走行試験の結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1149	-11.6
1500	1634	8.91

4. 結論

本研究では，交差点旋回時の車両のロール応答を利用した新たな重量推定手法を提案し，シミュレーションおよび実車両走行試験によりその有効性を検証した．シミュレーションおよび実データにおける推定誤差は，空車状態から最大積載状態まで，平均して誤差 10% 程度で推定可能であることが確認された．この結果は，安価な車載 IMU を用いても，適切な信号処理と補正アルゴリズムを組み合わせることで，簡易的な車両重量推定が可能であることを示している．

一方で，シミュレーションにおいては重量の増加に伴い推定重量が過小評価される傾向が見られた．これは，定数と仮定したパラメータ $Kl^2/2h_s$ が実際には積載量によって変化することが原因であると考えられる．

今後の課題としては，より多様な車両や走行条件に対する評価を行い，さらに推定精度を向上させるため，機械学習による計測データの補正やシミュレーションモデルの実データへの適合性を高めることが挙げられる．

参考文献

1) 高野瀬 碧輝 et al.：都市部環境下で適用可能な GNSS/IMU に関する研究，pp. 721-726, 自動車技術会論文集，2020. [T. Takano et al.: *Research on Applicable GNSS/IMU in Urban Environments*, pp. 721-726, 2020.]
2) 入江 清：複数観測の統合に基づいた慣性運動計測の誤差修正，No.18-15，日本機械学会シンポジウム：スポーツ工学・ヒューマンダイナミクス 2018 講演論文集，2018. [K. Irie: *Error Correction of Inertial Motion Estimation by Fusing Multiple Observations*, No.18-15, Japan Society of Mechanical Engineers, 2018.]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 琹[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

Structural system identification using Hamiltonian-based machine learning
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙原　智遥（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Chiharu TAKAHARA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail:s2210566@u.tsukuba.ac.jp

This study examines the performance of vibration data-based structural system identification implemented using port Hamiltonian Neural Network (pHNN), which is a physics-guided machine learning, where based on explicit Hamiltonian and dissipative structure. Verification was conducted through shaking table experiments on a vertical shear building model, targeting the identification of stiffness and damping parameters using measured acceleration data. To enable parameter estimation directly from acceleration responses, an appropriate formulation of the system dynamics was derived. Experiments using measured acceleration data showed increased estimation errors and instability, reflecting the effects of measurement noise and modeling uncertainties. In the results, while stiffness parameters are estimated with relatively high accuracy, the damping parameters exhibit comparatively larger estimation errors. These results indicate that while the proposed method provides a physically consistent framework for system identification, its performance strongly depends on the excitation characteristics and data quality.

１．序論

構造物のシステム同定は，構造物のモデル化の検証や更新，また構造モニタリングによる状態評価などに用いられる．ただし，実構造物を対象として計測データを用いる際には，システム同定の妥当なモデル化や計測ノイズの扱いへの検討が求められる．

一方で近年，物理法則を組み込む機械学習 (Physics-guided Machine Learning: PGML)が着目されており，動的システムの応答をもとめるだけでなく，システム同定への適用も期待されている．しかし，システム同定は実空間のシステムを扱うためエネルギー散逸を無視できず，多くのPGML では明示的にそれを考慮できなかった．その中で，エネルギー保存則を保証する Hamiltonian Neural Networks (HNN) [1]や Port Hamiltonian Neural Network (pHNN)[2] は，エネルギー逸散を伴うシステムの高精度な応答予測を可能にした．しかし，これらの機械学習においても数値解析データを用いる理想的な環境でのシミュレーションにとどまっており，ノイズを含む実構造物応答からシステムの特性値を同定する取組みは未だみられない．

そこで本研究では，多自由度系せん断モデルの振動問題を対象に，pHNN による構造システム同定を提案し，計測データのノイズやモデル化不確定性に対する頑健性を検証する．3 層のたて物せん断モデルの振動台実験を行い，取得する加速度データからの構造特性同定の精度を評価することで，システム同定への適用可能性を明らかにする．

２．pHNN によるシステム同定の定式化

本研究では多自由度系動的システムとして，3 自由度系せん断モデルを扱うこととする．システム同定では，質量行列$\mathbf{M}$を既知とし，剛性行列 $\mathbf{K}$ と減衰行列 $\mathbf{C}$ を同定する．

はじめに，ポート・ハミルトニアン系の運動方程式は，運動エネルギーT とポテンシャルエネルギーV で構成するハミルトニアン H=T+V を用いて，(1)式で表される．

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{p}} = -\dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} - \dfrac{\partial R}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{F}(t) \end{cases} \tag{1}$$

ここで，一般化運動量$\mathbf{p}$，一般化変位$\mathbf{q}$，外力$\mathbf{F}(t)$，散逸関数Rである．pHNN では剛性が関わるVと，減衰項に関わるRを，ニューラルネットワーク(NN)で近似する．

多自由度系せん断モデルに対しては，自由度iの変位をq_i，運動量をp_iとしたとき，相対変位$\delta_i = q_i - q_{i-1}$及び相対速度$\dot{\delta}_i$を用いて NN でV_iとR_iを構築する．

$$\hat{V}_i = NN(\delta_i^2), \hat{R}_i = NN(\dot{\delta}_i^2) \tag{2}$$

$NN(\cdot)$は NN によって近似される未知の非線形関数を示している．また，

$$\hat{V}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{V}_i(\delta_i), \hat{R}(\dot{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{R}_i(\dot{\delta}_i) \tag{3}$$

とする．ここで$\mathbf{p}$を用いるとハミルトニアン$\hat{H}$は次式となる．

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\mathbf{p^t M^{-1} p} + \hat{V}(\mathbf{q}) \tag{4}$$

本研究で用いるせん断モデルは線形系と仮定できるため，VとRは次式のように線形系の 2 次形式で表される．

$$\hat{V}_i = \frac{1}{2}k_i\delta_i^2, \quad \hat{R}_i = \frac{1}{2}c_i\dot{\delta}_i^2 \tag{5}$$

いくつかのδ_i, $\dot{\delta}_i$に対するVとRの推定値を用いて最小二乗フィッティングすると，k_i, c_i を次式のように同定できる．

$$k_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{V}_i(x_j)}{\sum(x_j^2)}, \quad c_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{R}_i(v_j)}{\sum(v_j^2)} \tag{6}$$

３．たて物せん断モデルの振動実験でのシステム同定

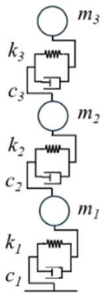
３．１　実験データの取得

本研究の検証では，Fig.1(a) に示すアルミ製の 3 層たて物せん断モデルを用いた．たて物せん断モデルは，Fig.1(b)のように質量集中系で妥当にモデル化できる．加振実験では，供試体下端を完全固定して振動台に設置し，周波数帯域 3–50Hz のランダム波形を振幅レベル 140gal RMS に設定して入力した．各層の床版には加振方向に 1 軸圧電式加速度センサを設置し，同条件で 3 回加振してサンプリング周波数 160 Hz で加速度応答を 3 データ取得した．

前項で述べたように，pHNN では入力が一般化変位 $\mathbf{q}$ と一般化運動量 $\mathbf{p}$ である．そこで，取得した加速度データを周波数領域で積分することで $\mathbf{q}$ と $\mathbf{p}$ に関わる変位と速度を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会


(a) Model specimen



(b) Lumped-mass model

Fig.1 3DOF shear building model for shake table test

導出して pHNN の入力とした．このとき変位と速度に 2–60Hz のバンドパスフィルタを施した．

３．３　比較参照値の導出と pHNN の学習

本研究では，既知として扱う各層の質量m_iは，床版や柱材、接合部を秤で測定して 3 自由度系の集中質量として振り分けた．そのうえで，pHNN による同定結果と比較するため，実験モード解析から剛性と減衰を求め，「実験値 Experimental」とした．ここでは，取得した加速度データのパワースペクトル密度のピーク値から剛性 k_i を，各ピークにハーフパワー法を適用し，モード減衰率から減衰c_iを導出した．さらに「諸元値 Nominal」として，供試体の部材寸法と物性公称値から各層の剛性 k_i を梁理論で算出した．

pHNN のネットワーク構成は 4 層 64 ニューロンとし，活性化関数は Softplus を採用した．損失関数は，加速度データ $\mathbf{a}$ と予測値 $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{M}^{-1}$ から

$$Loss = \left|\left|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\right|\right|_2^2 \qquad (7)$$

とした．最適化アルゴリズムには Adam を用い，学習率は 0.001，バッチサイズ 64，総ステップ数 30000 とした．

３．３　システム同定の結果と考察

pHNN による構造パラメータの同定結果「pHNN identified」を，前項でもとめた参照値と比較して Table.1 に示す．pHNN での同定は 3 つの計測データ各々に対して実施した．表内では 3 データでの同定値平均の実験値平均に対する相対誤差，また 3 データでの同定値のばらつきを相対レンジで示した．剛性については，3 つのパラメータで実験値に対して相対誤差 15% 程度以内の同定精度を示しており，相対レンジも高くて 1%程度と安定していた．同定値と実験値いずれにおいても諸元値とは差異があり，計測データから，より実際の応答に基づく構造パラメータが得られていることが見て取れる．一方，減衰については同定精度が実験値に対して低く，ばらつきも大きい結果となった．ただし減衰パラメータ ci の同定値からモード減衰率を導出すると，各モードで 1%程度となり，実験供試体の構造減衰として

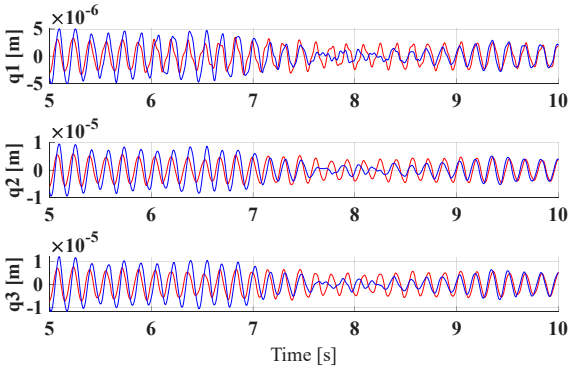


Fig.2 Comparison of time-history displacement **q** (Blue: calculated q using identified **M** and **K**, Red: experimental data)

は概ね妥当な値が得られた．減衰の同定精度が低く剛性では比較的高精度で安定して同定値が得られた要因には，このせん断モデル系において動的応答に対して剛性マトリクスの感度が高いことが 1 つ考えられる．また，散逸関数Rから粘性抵抗のみを考慮して減衰マトリックス$\mathbf{C}$を求めるところで，同定に大きな制約がかかっている可能性がある．

最後に，同定された剛性k_iと減衰c_iを用いて剛性マトリクス K と減衰マトリクス C を導出し，実応答との整合を調べた．K と C はから運動方程式(1)を構成し，振動台上に設置した加速度を入力として，ルンゲクッタ法で時刻歴応答 **q** をもとめた．Fig. 2 に，実験での加速度データと重ねて示す．波形の振幅は減衰の同定誤差により異なっているものの，周期と位相はよく一致していることが見て取れる．

４．結論

本研究では，ハミルトン系の運動方程式に基づく機械学習 pHNN をシステム同定に適用した．検証は，3 層のたて物せん断モデルを用いて，実験で得る加速度データから剛性と減衰の同定を行った．その結果，剛性について頑健性が確認できたが減衰については計測ノイズやモデル化誤差，非線形要素の影響から同定誤差が生じることが確認された．

今後は線形ばねや線形粘性抵抗のみであるという仮定を緩和し，非線形なばねや非線形な減衰の同定も可能な構造を検討する．さらに，減衰率の求め方に関してもさらなる検討が必要である．

参考文献

1) Greydanus, S., Dzamba, M., & Yosinski, J. (2019). Hamiltonian neural networks. Advances in neural information processing systems, 32.
2) Desai, S., Mattheakis, M., Sondak, D., Protopapas, P., &Roberts, S. (2021). Port-Hamiltonian neural networks forlearning explicit time-dependent dynamical systems. arXiv preprint arXiv:2107.08024.

Table.1 Comparisons of model parameters by pHNN identifications to experimental and nominal values

Model parameter		pHNN identified					Experimental (mean of three data)	Nominal
		Data 1	Data 2	Data 3	Relative error of mean [%]	Relative range[%]		
Stiffness [kPa]	k_1	12.4	12.5	12.5	-1.7	0.946	12.3	16.0
	k_2	11.6	11.6	11.6	-15.6	0.150	13.6	
	k_3	12.4	12.3	12.4	-5.2	1.27	12.8	
Damping [Ns/m]	c_1	4.09	1.92	3.03	-22.8	72.0	2.71	—
	c_2	4.34	2.42	2.50	+161.5	63.4	0.94	
	c_3	2.44	1.73	1.09	-89.6	34.2	1.95	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ベイズ最適化を用いた RBSM 解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

Material Parameter Identification for Rigid Body Spring Model (RBSM) Analysis Using Bayesian Optimization
(Proceedings of the Symposium on Applied Mechanics)

爲井　秋成（法政大・工）　山田　滉一郎（法政大・工）　芳賀　栞（法政大・工）　山本佳士（法政大・工）
Shusei TAMEI, Hosei University
Koichiro YAMADA, Hosei University
Shiori HAGA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: shusei.tamei.5b@stu.hosei.ac.jp

In numerical analyses aimed at reproducing the complex nonlinear behavior of concrete and rock, identifying material parameters that are difficult to determine directly through experiments remains a critical issue. In this study, Bayesian optimization was applied to identify constitutive parameters of a Drucker–Prager-type model for nonlinear incremental analyses using the Rigid Body Spring Model (RBSM). The objective function was defined as the sum of mean absolute errors between simulated and experimental shear stress–displacement curves obtained from direct shear tests of stacked metal hexagonal bars under three normal stress levels (0.40, 0.10, and 0.05 MPa). The results demonstrate that the proposed approach enables stable and highly accurate parameter identification with a limited number of trials, thereby confirming its effectiveness.

1．研究背景

構造物および周辺地盤に対する耐震設計や安全性評価などを適切に行うためには，材料の非線形挙動を高精度に再現可能な数値解析手法の確立が不可欠である．有限要素法（FEM）や剛体バネモデル（RBSM）を用いた数値解析では，材料パラメータの設定が解析結果に大きく影響する．一方で，マクロな対象では実験から直接的にパラメータを決定することは困難であり，従来は解析者が手動でキャリブレーションすることが一般的である．しかし，この方法は解析回数が膨大になる場合や材料パラメータの探索が困難になる場合がある．また，対象が非線形である場合には決定することがさらに困難であることが課題とされている．

近年，このような問題に対してマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）や遺伝的アルゴリズム（GA）といった逆解析手法が用いられることが多い．しかし，非線形性が強い場合に局所的な最適解に陥りやすいことや膨大な計算時間が必要となってしまうといった課題が指摘されている[1]．そこで本研究では，ブラックボックス最適化手法の一つであるベイズ最適化に着目した．ブラックボックス最適化とは，数値解析過程がとても複雑である場合や未知である場合でも，入力と出力のみを用いて最適な出力を得る入力の組み合わせを探索する手法である．ベイズ最適化では入力と出力よりガウス過程回帰を用いて目的関数を確率的に近似し，期待改善量などの獲得関数によってより良い結果が得られると考えられる点を決定し，評価を行う．この操作を繰り返し行い，最適解を探索する．これにより，非線形性に強く，少ない試行回数で最適化が可能となる．

本研究では，基礎的な検証として既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒の一面せん断試験を対象に，RBSM の材料パラメータ同定を行う．また，ベイズ最適化の有用性を確認するために，MCMC および GA との比較を実施する．

2．解析手法

本研究では岩盤材料を対象とし，Fig. および Fig. 2 のような金属六角棒の一面せん断試験 [2),3)]を模擬する数値解析モデルとして剛体バネモデル(RBSM)を用いる．構成則には Drucker-Prager 型モデル [4)]を採用し，垂直バネとせん断バネの弾性係数比，内部摩擦角，硬化係数の三つの材料パラメータを同定対象とする．

材料パラメータ同定は逆解析問題として定式化し，数値解析と実験によって得られるせん断応力―変位関係の差を目的関数として定義する．本研究では垂直応力 0.4MPa，0.1MPa，0.05MPa の 3 条件における平均絶対誤差を合計した値を目的関数とし，3 つの応力条件を同時に再現できる一つのパラメータセットの推定を行う．最適化手法として，非線形性に強く，少ない試行回数で推定が行うことが可能なベイズ最適化を用いる．サロゲートモデルの構築にはガウス過程回帰を用い，獲得関数には期待改善量（EI）を適用する．探索には Python ライブラリである Optuna[5)]を用い，ガウス過程のハイパーパラメータおよび探索点の探索を自動的に逐次最適化することで，少ない試行回数で高精度なパラメータ推定を実現する．

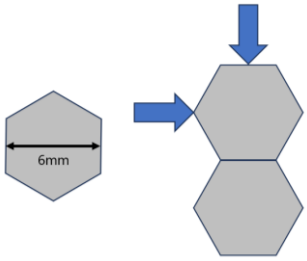


Fig. 1 Metal hexagonal bar

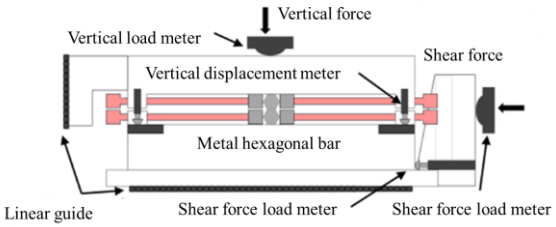


Fig. 2 Test diagram

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析概要・結果

本研究の最適化における推定範囲は，パラメータごとに感度解析を行い，実験結果を十分に包含するように決定した．感度解析により決定した推定範囲基づき，サロゲートモデル構築のために初めに与える初期データ数を 20 個，試行回数 60 回で解析を行った．その結果として得られたせん断応力―変位曲線を Fig. 3 に示す．次に他手法との比較において，上記と同条件で初期データを変更した 5 ケースについて，MCMC と GA でもパラメータ推定を行った．それぞれの最終平均目的関数値を Table 1 に示す．さらに，ベイズ最適化の結果に達するまでの回数を検証した結果を Fig. 4，拡大したものを Fig. 5 に示す．結果より，ベイズ最適化は他手法よりも少ない解析回数で既往の試験を十分に再現できる材料パラメータを推定可能であることが確認された．また，他手法と比べ，初期データへの依存性が低いことが明らかにされた．

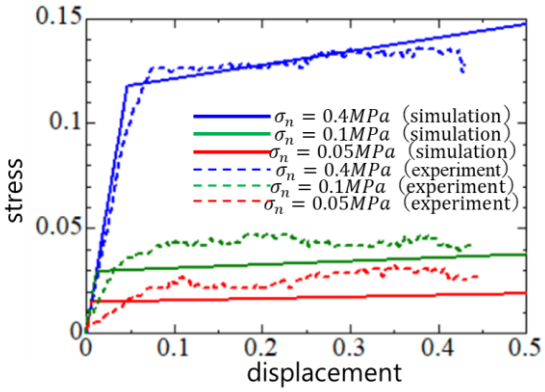


Fig. 3 Estimated displacement-stress curve

Table1 average objective value

Average objective value		
Bayesian optimization	MCMC	GA
0.02137	0.02400	0.02730

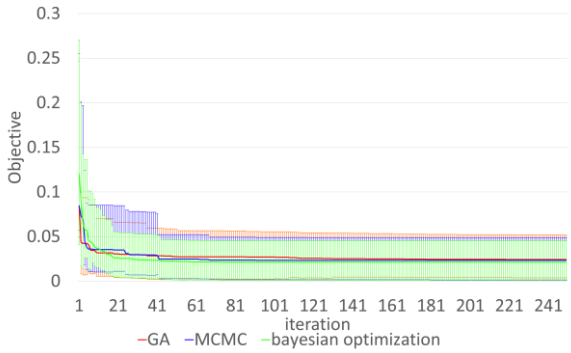


Fig. 4 Comparison of iteration result

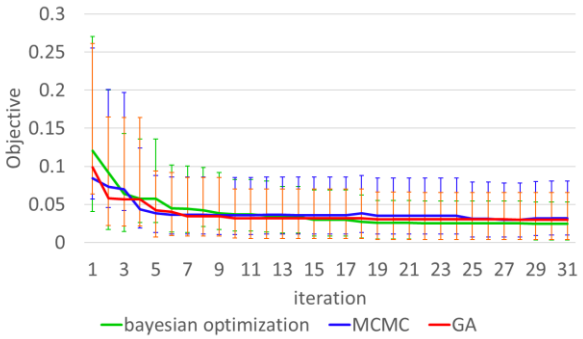


Fig. 5 Comparison of iteration result (enlarged view)

４．結論

本研究では，既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒による一面せん断試験を対象に，ベイズ最適化を用いて材料パラメータ同定を行った．結果より得られた知見を以下に示す．

(1) ベイズ最適化を用いることで，一つの材料パラメータセットで 3 つの垂直応力条件の実験結果を概ね同時に再現することができた．

(2) ベイズ最適化は，MCMC や GA と比べて初期データへの依存性が低く，少ない解析回数で良い目的関数値に到達したことから，計算コスト低減が期待できる．

今後は，マクロな試験を対象とし，さらに非線形性の強い数値解析モデルに対して材料パラメータ同定を行いベイズ最適化の有用性を確認する必要がある．

５．参考文献

1) Levasseur, S., Malécot, Y., Boulon, M., and Flavigny, E., Identification of material parameters using genetic algorithms, Engineering Structures, Vol.30, No.5, pp. 1365–1374, 2008.

2) 岡田哲実，納谷朋弘，和仁雅明，大塚康範：不連続性岩盤を模擬した金属六角棒積層の斜面模型の動的挙動評価(1)研究の取り組み方法と材料の室内試験，第 15 回岩の力学国内シンポジウム講演集，pp.387-392, 2021.

3) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 4 フェーズ研究成果報告書，2025.

4) 山田滉一郎，山本佳士：幾何学的非線形性を考慮した RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析，第 51 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集，公益社団法人土木学会，pp. 13-18, 2025.

5) Akiba, T., Sano, S., Yanase, T., Ohta, T., & Koyama, M., Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining (KDD 2019), pp. 2623–2631, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

Bridge cable damage identification using modal vibration characteristics and the spectral element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鍔本　優希（京都大・工）　　古川　愛子（京都大・工）
Yuuki TSUBAMOTO, Kyoto University
Aiko FURUKAWA, Kyoto University
E-mail: tsubamoto.yuuki.66v@st.kyoto-u.ac.jp

In the maintenance of cables, monitoring cable degradation is of critical importance. However, reliable methods for assessing cable integrity have not been established. This paper proposes a new method for estimating cable damage based on the vibration characteristics of higher-order modes. The proposed method employs the spectral element method (SEM) to accurately evaluate higher-order modal characteristics with a small number of elements. By using natural frequencies and mode shapes, the method identifies the tension and the bending stiffness of each segment, both of which decrease due to cable damage. Numerical verification confirmed that the proposed method can accurately estimate both the tension and bending stiffness of each segment.

１．本研究の背景と目的

近年，建設後長期間が経過したケーブル系橋梁の老朽化が進行しているが，ケーブルの継続使用可否を判断するための知見が乏しく，健全度評価手法の確立が望まれている．本研究では，ケーブルの健全度評価においてこれまで利用されてこなかった高次モードまでの振動特性と，それらを少ない要素数で高精度に解析可能なスペクトル要素法（SEM）[1]を用いたケーブル損傷同定手法を提案し，数値シミュレーションによりその有用性を検証することを目的とする．ケーブルの損傷により張力と曲げ剛性が変化するとモデル化し，張力および箇所ごとの曲げ剛性を推定することにより，損傷状態を同定する．

２．ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響

実存する斜張橋ケーブルを対象とし，張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁でモデル化した（Fig. 1）．有限要素法（FEM）を用いて 1000 個の要素で等分割し，両端単純支持とした．健全時のケーブル諸元は，密度 8.35 ton/m^3，断面積 1.14×10^{-2} m^2，ヤング率 2.0×10^8 kN/m^2，断面 2 次モーメント 5.13×10^{-6}m^4, 張力 539.1kN, 長さ 106.1894m である．

下端から全長の 10%に相当する区間（要素番号 1～100）に損傷を仮定し，断面積を 15%，断面 2 次モーメントを 27.75%低下させた．断面積減少に伴う張力低下も考慮した．ケーブルの定着間距離一定（張力による軸伸び一定）の仮定のもと，損傷時張力を健全時に比べ 1.7%低下させた．また，損傷によって質量およびヤング率は変化しないと仮定し，軸方向自由度を固定することで曲げ変形のみを対象とした．その結果，損傷に伴う固有振動特性の変化は主として張力および曲げ剛性の低下に起因する．

Fig.2 に，1～50 次モードの固有振動数の変化率（健全時に対する損傷時の比）を示す．赤色は張力低下を考慮した場合（張力・曲げ剛性ともに変化），青色は張力低下を考慮しない場合（曲げ剛性のみ変化）である．固有振動数は曲げ剛性に対する感度が低く，低次では特にその影響は小さい．主として張力低下により減少することが示された．

Fig.3 に 1 次および 50 次モードのモード形状を健全時と損傷時で比較した結果を示す（最大値を 1 に正規化）． 1 次モードでは顕著な変化は認められないが，50 次モードでは振幅変化および位相ずれが確認された．なお，張力低下の考慮の有無による差は小さく，高次モード形状の変化は主として曲げ剛性低下に起因することが示された．

３．スペクトル要素法の概要と有限要素法との比較

前章の結果より，曲げ剛性の変化を捉えるには高次モード形状が有効であることが示された．しかし，FEM で高次振動特性を高精度に算定するには多くの要素分割が必要となる．逆解析による損傷同定では繰返し計算が不可欠であるため，少ない要素数で固有振動特性を精度よく評価できる数値解析手法が有効である．

スペクトル要素法（SEM）[1]は，FEM と同様に構造物を有限個の要素に分割してモデル化するが，形状関数を振動数の関数として厳密に導出する点に特徴がある．ケーブルを張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁としてモデル化する際，位置xにおける円振動数ωのモード関数 $y(x,\omega)$ は，

$$y(x,\omega) = C_1 \exp(i\alpha x) + C_2 \exp(-i\alpha x) + C_3 \exp(\beta x) + C_4 \exp(-\beta x) \quad (1)$$

と表される．ここにαとβはωの関数である．SEM では，



Fig. 1 Analytical model

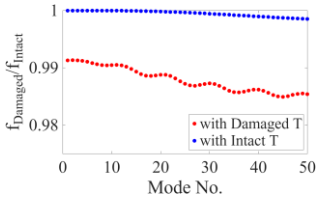


Fig. 2 Ratio of natural frequencies (damaged/intact)

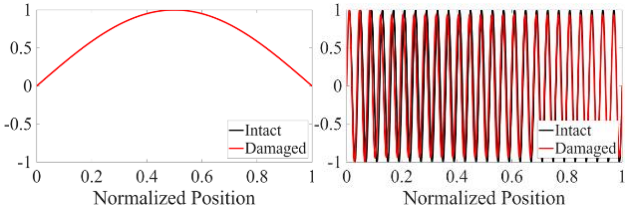


Fig. 3 Comparison of mode shapes (intact vs. damaged)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$\exp(i\alpha x)$, $\exp(-i\alpha x)$, $\exp(\beta x)$, $\exp(-\beta x)$ を形状関数として用いて厳密な要素動剛性行列を構築するため，最小限の要素数で理論解と一致する解が得られ，高振動数領域の解析に適している．一方，FEM では多項式形状関数を用いるため，波長の短い高次モードを精度よく再現するには細かい要素分割が必要となる．なお SEM では動剛性行列の最小特異値が極小となる振動数が固有振動数，対応する右特異ベクトルを固有ベクトルとする．

健全ケーブルを対象に，要素分割数 25，100，300，500，1000 の場合の固有振動数を FEM および SEM で算出し，理論解との比を比較した（Fig. 4）． その結果，FEM では高次モードほど細かく分割する必要があるのに対し，SEM では少ない分割数でも理論解と良好に一致することが確認された．モード形状についても同様の傾向が確認された．

4．ケーブル張力と箇所別曲げ剛性の推定手法の提案

第 2 章の結果より，張力と曲げ剛性は固有振動特性に対して異なる感度を有することが示された．すなわち，低次固有振動数は主として張力低下により減少し，曲げ剛性の影響は限定的である一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して比較的高い感度を示す．これを踏まえ，本研究では張力と箇所別曲げ剛性を段階的に推定する 2 段階推定法を提案する．SEM により算出される固有振動特性が観測値を最もよく再現するよう，最小二乗法により未知数を推定する．

(1) 第 1 段階：張力および一様曲げ剛性の推定

第 1 段階では，張力およびケーブル全体で一様と仮定した曲げ剛性を未知数とし，1～5 次モードの固有振動数を用いて推定する．i次モードの固有振動数f_iにおける全体動剛性行列$S(f_i)$の最小特異値 $\sigma_{min}(S(f_i))$ は 0 となることから，観測固有振動数 f_i が与えられたとき，次式を最小化することにより張力Tおよび一様曲げ剛性$UniEI$ を推定する．

$$\min_{T,UniEI} \sum_{i=1}^{5} \left[\sigma_{min}(S(f_i))\right]^2 \tag{2}$$

(2) 第 2 段階：箇所別曲げ剛性の推定

第 2 段階では，第 1 段階で得られた張力 T を既知量として固定し，モード形状から箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．$\boldsymbol{EI}$ は，ケーブルを複数領域に分割し，各領域内で曲げ剛性が一様であると仮定した場合に，各領域の曲げ剛性を成分にもつベクトルである．i次モードの計測点 j におけるモード形状$\phi_{i,j}$を，各モード内で最大振幅値$\phi_{i,max}$により正規化する．この正規化量について，SEM 解析値と観測値の差を最小二乗法により評価し，箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．

$$\min_{\boldsymbol{EI}} \sum_{i} \left[\sum_{j=1}^{m} \left\{ \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{th} - \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{obs} \right\}^2 \right] \tag{3}$$

ここで，mは計測点数，thは SEM 解析値，obsは観測値を示す．

5．提案手法の検証

第 2 章で対象としたケーブルを Fig. 5 のように 5 領域に等分し，中央領域に損傷（断面積 15%低下，断面 2 次モーメント 27.75%低下）を仮定した．各領域に箇所別曲げ剛性 EI_1～EI_5 を設定した．桁側（左側）ではケーブルへのアクセスが容易であることを想定し，当該領域をさらに 5 等分して 9 要素に分割し，節点 2～9 の 8 点でモード形状を計測するものとした．すべての固有振動数およびモード形状には，一様乱数により 1%の計測誤差を付与した．

(1) 第 1 段階

張力推定結果を Table 1 に示す．推定値を真値で除した値を示している．比較のため 46～50 次および 1～50 次モードを用いた場合も検討したが，低次の 1～5 次モードを用いた場合が最も安定した推定精度を与えた．第 2 段階の推定にはこの張力を採用する．

(2) 第 2 段階

箇所別曲げ剛性の推定結果を Table 2 に示す．評価指標として式(4)に示す平均絶対誤差率（MAPE）を用いた．

$$MAPE = \frac{1}{5}\sum_{g=1}^{5} \left| EI_g^{est} / EI_g^{true} - 1 \right| \tag{4}$$

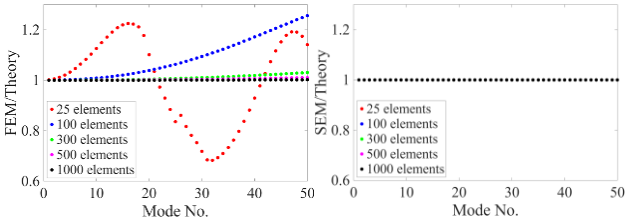
ここで，gは領域番号， $true$およびestはそれぞれ真値および推定値を示す．Table 2 より，高次モード形状を用いることで推定精度は向上し，特に 1～50 次モードを用いた場合には MAPE が 0.7%となり，高精度で箇所別曲げ剛性を推定できることが確認された．

6．結論

ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響を検討した結果，固有振動数は主として張力低下に支配される一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して高い感度を有することが明らかとなった．また，高次モードまでの振動特性を精度よく評価する上で，少ない要素数で理論解と良好に一致する SEM が有効であることを確認した．これらの知見に基づき，低次固有振動数による張力推定と，高次モード形状による箇所別曲げ剛性推定からなる 2 段階推定法を提案した．数値解析による検証の結果，提案手法によりケーブルの損傷を同定可能であることを示した．

参考文献

1) James F. Doyle, Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, Springer, 1997.



(a)FEM (b)SEM

Fig. 4 Natural frequency ratios to the theoretical solution

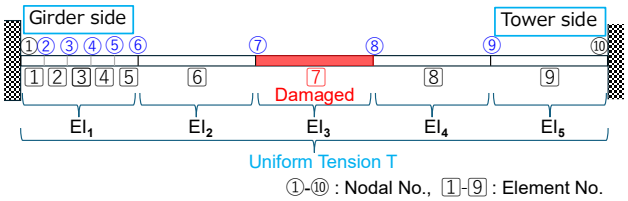


Fig. 5 Analytical model

Table 1 Tension estimation results (estimated/true)

1-5th	46-50th	1-50th
0.984	0.676	1.018

Table 2 Bending stiffness estimation results (MAPE)

1-5th	46-50th	1-50th
0.436	0.024	0.007

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Drive-by Monitoring のための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

Stabilization of an Unobservable State-Space Model in Drive-by Monitoring and Its Application to Bridge End-Damage Detection (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

秦　涼太（東京理科大）　　勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Ryota SHIN, Tokyo University of Science
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: shin.ryota.sp@alumni.tsukuba.ac.jp

Drive-by Monitoring enables bridge condition assessment using vehicle-mounted sensors. Conventional methods obtain displacement by integrating acceleration and applying a high-pass filter to suppress numerical drift, which may attenuate important low-frequency components. This study proposes a VBISI method based on an unobservable state-space model that reconstructs input profiles without high-pass filtering. Numerical simulations under noise-free conditions show that the proposed model achieves higher parameter estimation accuracy than an observable model, particularly for bridge edge damage detection.

1. はじめに

交通・物流を支える橋梁は，経年的劣化や外的作用により構造性能が変化し，重大な事故や社会的損失を引き起こす可能性がある．このため，構造健全性モニタリングは，予防保全型維持管理を実現するための重要な技術として注目されている（Fujino & Siringoringo, 2020）．近年，車両にセンサを搭載し，橋梁通過時の車両応答から橋梁状態を推定する Drive-by Monitoring が提案されている（Yang et al., 2004）．本手法は橋梁側に多数のセンサを設置する必要がなく，迅速かつ低コストなスクリーニング技術として期待される．

しかし，車両応答には路面凹凸や車両-橋梁相互作用（VBI）の影響が重畳し，橋梁損傷に起因する成分のみを抽出することは容易ではない（Malekjafarian et al., 2015）．特に，車両質量が橋梁質量に対して無視できない場合，見かけの固有振動数が走行位置に応じて変動することが知られており（Cantero & O’Brien, 2013；Chang et al., 2014），固有振動数などのモード特性に基づく損傷評価には限界がある．さらに，橋梁端部の損傷はモード形推定において検知が難しいことも報告されている（Yamamoto et al., 2023）．

これに対し，車両・橋梁・路面を力学モデルに基づいて同時に同定する Vehicle-Bridge Interaction System Identification（VBISI）法は，モード特性ではなく力学パラメータを直接推定する構造同定法として提案されている（Yamamoto et al., 2022a）．しかし，加速度データのみを観測量とする場合，状態空間モデルは一般に可観測性を満たさず（片山, 2018），測定ノイズを含む場合には数値積分誤差やフィルタ処理の影響により，同定精度が低下する可能性がある（長山ほか, 2019）．

本研究では，可観測性を満たさない状態空間モデルに対しても計算を安定化できる新たな VBISI 法を提案する．具体的には，可観測性を満たさない場合であっても一意に定まる観測可能な状態変数が存在することに着目し（Wang et al., 2019），カルマンフィルタで推定されたそれらの変数を車両の運動方程式に代入して入力プロファイルを算出する枠組みを構築する．これにより，ハイパスフィルタに依存せずに低周波成分を保持したまま推定を行うことが可能となり，同定精度の向上が期待される．

本論文では，提案手法の有効性を数値シミュレーションにより検証する．車両にはハーフカーモデル，橋梁には Euler-Bernoulli 梁モデルを用い，測定ノイズを含まない条件下での同定精度を評価する．さらに，橋梁端部に剛性低下を導入した損傷シナリオを設定し，端部損傷の検知可能性について検討する．これにより，橋梁損傷における難検知領域である橋梁端部損傷に対する本手法の適用可能性を明らかにすることを目的とする．

2. 基礎数理

車両-橋梁相互作用系では，車両への入力プロファイル$\boldsymbol{u}(t)$は路面プロファイル$\boldsymbol{r}(t)$と橋梁プロファイル$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t)$の和で与えられる．ここで，橋梁プロファイルは橋梁節点変位$\boldsymbol{w}_b(t)$は，車軸位置へ写像する行列$\mathbf{L}(t)$により，

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t) = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}_b(t) \tag{1}$$

と表される．一方，橋梁への入力であるタイヤ接地力$(V_i(t), i$はそれぞれ前軸と後軸)は，車両のバネ下変位などから計算でき，橋梁外力ベクトルは，

$$\boldsymbol{F}(t) = \mathbf{L}(t)\begin{bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{H}(t) \tag{2}$$

で与えられる($\mathbf{H}(t)$は支点反力成分)．

車両系の運動方程式(ハーフカーモデル)を

$$\mathbf{M}_v\ddot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{C}_v\dot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{K}_v\boldsymbol{w}_v(t) = \mathbf{F}_v\boldsymbol{u}(t) \tag{3}$$

とし，離散化した拡張状態ベクトルを

$$\boldsymbol{Z}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

で定義する(離散時刻 $t_k = k\Delta t$)．この時，拡張離散時間状態空間モデルは，

$$\boldsymbol{Z}_k = \bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_k, \quad \boldsymbol{s}_k = \mathbf{H}\boldsymbol{Z}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k \tag{5}$$

とかける．ここで$\boldsymbol{s}_k$は観測ベクトルであり，本研究では加速度のみを観測とするため，$\boldsymbol{s}_k$は$\ddot{\boldsymbol{w}}_v$で構成される．また，$\boldsymbol{\omega}_k$はプロセスノイズであり，$\boldsymbol{\epsilon}_k$は観測ノイズである．この時，可観測行列

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}}^{n-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

のランクが状態次元nに達せず，$rank(\mathbf{O}) < n$となり，状態全体は可観測ではない．すなわち，加速度観測のみから$\boldsymbol{Z}_0$を一意に定められず，そのままではカルマンフィルタ推定が不安定化しうる．

可観測性を満たさない場合でも，状態$\boldsymbol{Z}_k$のうち一部は観測$\boldsymbol{s}_k$から一意に推定できる（観測可能な部分空間が存在する）．本研究では，判別法(Wang et al., 2019)に基づき観測可能な状態変数は車両振動成分（$\boldsymbol{w}_{v,k}$と$\dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}$に対応）があることに着目

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

する．そこで，本研究は「入力$\boldsymbol{u}_k$を状態空間モデルで直接推定する」ことを避け，カルマンフィルタで安定に推定できる車両振動成分のみを用いて入力を計算する方針を採る．

カルマンフィルタにより得られる推定値$\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,k}$と$\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$，$\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$を用い，車両運動方程式を$\boldsymbol{u}_k$について解く($\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$は，$\bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1}$より得る)．擬似逆行列を用いて

$$\widehat{\boldsymbol{u}}_k = \mathbf{F}_v^{\dagger}\left(\mathbf{M}_v\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{C}_v\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{K}_v\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,\mathrm{k}}\right) \tag{7}$$

として，入力プロファイルを直接計算できる．この操作により，$\boldsymbol{u}_k$を状態として推定する際に生じる不可観測成分の影響を回避し，数値的に安定な入力推定を実現する．推定した$\widehat{\boldsymbol{u}}_k$は$\widehat{\boldsymbol{u}}_k \approx \boldsymbol{r}_k + \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$を満たすため，橋梁動的応答解析により，$\boldsymbol{w}_{b,k}$を計算し，$\widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{b,k}$を得ることで，路面は$\boldsymbol{r}_k = \widehat{\boldsymbol{u}}_k - \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$として分離できる．VBIS 法では，前後輪が同一路面を走行するという拘束を用い，前軸・後軸で推定される路面が一致するように車両・橋梁パラメータを更新して同定を行う．

本研究では，橋梁剛性の端部要素に剛性低下を与えた損傷シナリオを設定し，同定で得られる端部要素の剛性推定値を損傷指標として，端部損傷の検知可能性を数値シミュレーションで検討する．

3. 数値シミュレーションの結果

本研究の数値シミュレーションは，ハーフカーモデルと Euler-Bernoulli 梁モデルを用いた VBI 系を構築し，橋梁を 7 要素に分割して検証を行った．端部損傷は端部要素（EI_1）の曲げ剛性を健全時の 50%に低下させることで模擬した．観測量は車両の鉛直加速度とし，測定ノイズは付加していない(車両速度 10m/s，時間刻み 0.001s，実験回数 16 回)．

図 1 にパラメータ推定結果を示す．左図は提案手法であり，右図は可観測性を満たすカルマンフィルタ（ハイパスフィルタ適用）の結果である．不可観測モデルでは，端部要素の剛性低下がほぼ真値どおりに推定され，他の要素も概ね健全値付近に同定された．すなわち，損傷が端部に局在していることが明瞭に再現されている．なお，カルマンフィルタの観測ノイズ項に微小な値を加えているため，真値に一致はしない．

一方，可観測モデルは端部剛性の低下傾向は確認できるものの，推定値は真値から乖離し他の要素にも誤差が生じた．可観測モデルは，加速度を数値積分して変位を生成する際に生じるトレンドに対処するため，カットオフ周波数 0.05 Hz のハイパスフィルタを適用している．しかしながら，この処理により橋梁応答の低周波成分も同時に減衰し，剛性同定に必要な情報が一部失われた可能性がある．以上より，ノイズを含まない理想条件においては，低周波成分を保持できる提案手法の方が高精度に端部損傷を同定可能であることが確認された．

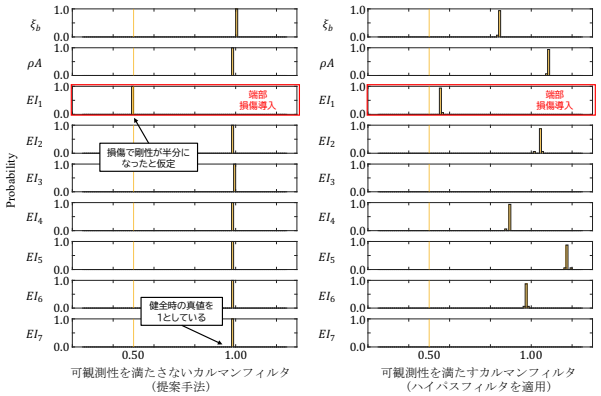


図1：不可観測モデルと可観測モデルの橋梁パラメータ推定結果の比較（端部損傷，ノイズ 0%）

4. 考察

本結果の差異は，低周波成分の取り扱いが同定精度に影響を与えた可能性に起因すると考えられる．橋梁の剛性変化は，振動モードの変化だけでなく，車両通過時の準静的たわみ応答にも反映される．この準静的応答は比較的低周波帯域に含まれるため，当該成分を適切に保持することが剛性推定に寄与している可能性がある．可観測モデルでは，数値積分に伴うドリフトを抑制するためにハイパスフィルタを適用しているが，その結果として準静的成分の一部が減衰し，同定に利用可能な情報量が減少したことが推定誤差の増加につながったと解釈できる．

一方，提案手法では観測可能な状態成分を用いて運動方程式に基づき入力を再構成するため，低周波成分を保持したまま推定が行われる．VBI 系は車両と橋梁が相互作用する結合系であり，入力・応答の双方に構造情報が分散して現れる特徴を有する．このような系においては，観測量の種類だけでなく，信号処理の方法が識別可能な情報に影響を及ぼすと考えられる．本結果は，観測設計と信号処理の選択が同定性能に与える影響を示す一例と位置付けられる．

ただし，本検討はノイズを含まない数値シミュレーションに基づくものであり，実環境では低周波帯域が環境ノイズやセンサ誤差の影響を受ける可能性がある．さらに，走行速度や損傷位置の違いが低周波成分への寄与にどのように影響するかを体系的に検討することにより，本手法の適用範囲をより明確にできると考えられる．

参考文献

1) Cantero, D. and O'Brien, E. J.: The non-stationarity of apparent bridge natural frequencies during vehicle crossing events, *FME Transactions*, Vol.41, No.4, pp.279-284, 2013.
2) Chang, K. C., Kim, C. W. and Borjigin, S.: Variability in bridge frequency induced by a parked vehicle, *Smart Structures and Systems*, Vol.13, No.5, pp.755-773, 2014.
3) Fujino, Y. and Siringoringo, D. M.: Recent research and development programs for infrastructures maintenance, renovation and management in Japan, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.16, No.1, pp.3-25, 2020.
4) Malekjafarian, A., McGetrick, P. J. and O'Brien, E. J.: A review of indirect bridge monitoring using passing vehicles, *Shock and Vibration*, 286139, pp.1-16, 2015.
5) Wang, H., Nagayama, T. and Su, D.: Estimation of dynamic tire force by measurement of vehicle body responses with numerical and experimental validation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.123, pp.369-385, 2019.
6) Yamamoto, K., Fujiwara, S., Tsukada, K., Shin, R. and Okada, Y.: Numerical studies on bridge inspection using data obtained from sensors on vehicle, *Proceedings of the 13th International Workshop on Structural Health Monitoring (IWSHM 2022)*, pp.756-763, 2022.
7) Yamamoto, K., Shin, R. and Mudahemuka, E.: Numerical verification of the drive-by monitoring method for identifying vehicle and bridge mechanical parameters, *Applied Sciences*, Vol.13, No.5, 3049, 2023.
8) Yang, Y. B., Lin, C. W. and Yau, J. D.: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, No.3-5, pp.471-493, 2004.
9) 片山徹：システム同定―部分空間法からのアプローチ，朝倉書店，2018.
10) 長山智則，趙博宇，薛凱：走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定，土木学会論文集 E1, Vol.75, No.1, pp.1-16, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

Seismic response prediction from limited observation data using mode superposition transfer learning (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

才田　大聖（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Taisei SAIDA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: saida.taisei.tj@alumni.tsukuba.ac.jp

This study proposes Mode Superposition Transfer Learning (MSTL), a physics-informed transfer learning method for seismic response prediction with limited observations. Based on modal superposition method, the ground motion to structural response mapping is learned in two steps: a deep learning model is pre-trained to predict a set of Single Degree of Freedom (SDOF) responses from ground acceleration, and then a second deep learning model is fine-tuned to combine these SDOF responses into the response of the target structure. The method is verified on observation data from a two-span RC box-girder bridge, predicting transverse deck displacement from ground accelerations. MSTL improves R^2 and more accurately captures response peaks than training without MSTL, indicating its effectiveness in small-data settings.

1．序論

日本は地震多発国であり、構造物の地震時の挙動を把握し、それに基づいて耐震補強などを行うことが重要である。ここで地震時挙動を予測するためには有限要素法などの数値計算が用いられることが多い。しかし、実構造物の持つ材料特性や境界条件などを正確に数値解析モデル化することは困難であり、正確な地震応答挙動把握は難しい。

そこで近年、数値解析モデルを介さずに、地震の地盤加速度と構造物の応答の時刻歴波形間の関係を深層学習モデルでモデル化する研究が行われてきている。このモデル化では、入力となる地震動と出力となる構造応答の関係性自体が、構造物の動的特性を内包しているため、境界条件等も暗にモデル化に組み込まれることとなる。こうしたデータ駆動型の深層学習モデルは実際の観測データから学習されるため、数値解析モデルよりも高精度なモデルを作成できる可能性があり、注目されている。

地震応答予測における深層学習モデルとして、Convolutional Neural Networks (CNN) や Long Short-Time Memory (LSTM) がよく用いられており、構造物の地震応答挙動を予測できる可能性が示されてきている。著者らにおいても、説明可能な地震応答予測モデルとして、Explainable Seismic Response Networks (ExSRNet) を提案してきており、実構造物の挙動を高精度に予測している [1]。しかし、これらの深層学習モデルはデータ駆動型である上に、そのパラメータ数は多く、構造物の地震観測といった少数のデータから学習することが難しいことが課題となる。

そこで本研究では、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 (Mode Superposition Transfer Learning, MSTL) を提案する。モード重ね合わせ法に基づくと、線形な多自由度系応答(MDOF)は複数の 1 自由度系(SDOF)の応答の重ね合わせで表現できる。そこで MSTL では、SDOF 応答からなるデータセットを基に事前学習を行い、実構造物である MDOF 応答からなるデータセットでファインチューニングを実施する。SDOF 応答といった物理的な知識を事前にモデルに埋め込むことにより、少ない観測データからでも高精度な地震応答予測モデルを構築できる可能性がある。検証では、2 径間 RC 箱桁橋の実観測データを用いて学習を実施し、将来的な地震応答の予測精度を MSTL の有無で比較し、MSTL の有効性を示す。

2．モード重ね合わせ法に基づく MSTL の実装

時刻$t = 1, \dots, L$において、地震加速度$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_L)^\mathsf{T}$と構造物応答$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_L)^\mathsf{T}$が観測されているとする。地震応答の予測においては、写像$\mathbf{y} = \mathcal{G}(\mathbf{x})$を近似することが目的となる。ここで、データが豊富な状況下においては、観測データを用いてパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を持つ深層学習モデル$\hat{\mathcal{G}}_{\boldsymbol{\theta}}$を構築し、$\mathcal{G}$を近似すればよい。しかし、地震観測において通常、地震観測回数は少なく、深層学習モデルを直接学習させると、過学習しやすく学習が難しい。

そこで MSTL では、モード重ね合わせ法に基づき、$\mathcal{G}$の学習を 2 段階の学習として捉える。具体的には、$\mathcal{G}$をゼロから学習する代わりに、地震動から SDOF 応答の集合への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答の集合から対象構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成写像$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として考える。2 段階にすることにより、$\mathcal{F}$を対象構造物の観測データなしに学習することが可能となり、$\mathcal{P}$のみを観測データから学習すればよく、過学習を抑えられることが期待される。

実装では、Fig. 1 に示すように 2 段階の学習が行われる。1 段階目の事前学習においては、$\mathcal{F}$を近似する深層学習モデル$f_{\boldsymbol{\theta}}$を大規模な SDOF の応答データより学習する。この学習により、SDOF の応答を予測可能なパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を獲得する。2 段階目のファインチューニングでは、事前学習済みの$f_{\boldsymbol{\theta}}$を再利用し、地震波形から SDOF 応答$\mathbf{Z}$を予測する。続いて、$\mathcal{P}$を近似する深層学習モデル$p_{\boldsymbol{\phi}}$を学習することで、

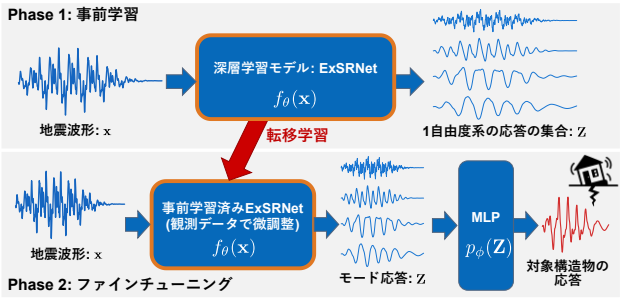


Fig. 1 Overview of Mode Superposition Transfer Learning

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

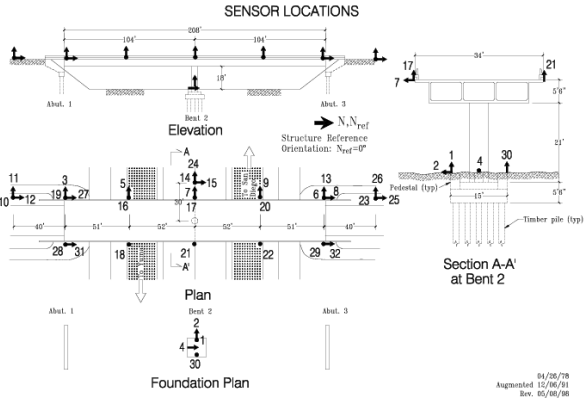


Fig. 2 Sensor Locations of RC bridge [3)]

対象構造物の応答を学習する。ここでp_ϕは SDOF 応答を非線形に重ね合わせる多層パーセプトロン(MLP)である。f_θについては、時刻歴予測が可能な任意のモデルを使用可能であるが、本研究においては ExSRNet[1)]を使用する。θおよびϕの最適化においては、Sharpness Aware Minimization を適用した RAdam を使用する。また、事前学習に用いる SDOF 応答のデータセットは、0.2 から 10 Hz の固有振動数の範囲で 64 の振動数を設定し、入力地震動として K-NET および KiK-net の強震記録 [2)]から計測震度 4.5 以上の加速度波形を 4,254 波形取得して用いた。すなわち、事前学習用データセットの応答数は 64×4,254=272,256 となり、大規模なデータセットである。

３．２径間 RC 箱桁橋の観測データを用いた検証

検証では、Center for Engineering Strong Motion Data[3)]で公開されている 2 径間 RC 連続箱桁橋の実観測データを用い、地震応答予測モデルを MSTL により構築し、予測精度を評価する。対象橋梁は全長 63.4m、1 径間当たりの長さが 31.7m である。観測点として、Fig. 2 に示すように多数の加速度計が設置されている。検証では、入力として地盤の加速度（ch14, ch15, ch24）を用い、橋軸直角方向の床版位置での変位（ch7）を出力とする。訓練・検証データとして、2008～2010 年 5 月の 9 観測を用い、テストデータには 2010 年 7 月以降の 2 観測を用いた。これにより、過去の地震記録で学習し、未来の応答を予測できるかを検証する。

まず、テストデータに対する予測精度を評価する。Table1 に、各テスト地震記録に対する決定係数 R^2 を示す。 ここで、ExSRNet-MSTL は MSTL を適用したモデル、ExSRNet は MSTL を適用しないモデルである。いずれの地震においても ExSRNet-MSTL が ExSRNet の精度を上回っていることが確認できる。通常の ExSRNet では、観測データから地震動の特徴抽出と、構造応答への変換の両方をゼロから学習しなければならず、過学習や局所解に陥りやすい。対して ExSRNet-MSTL では、事前学習の段階で多様な固有周期を持つ SDOF の揺れ方を既に学習している。そのため、対象構造物に対する学習は、獲得済みの特徴量をどのように組み合わせれば観測応答を再現できるか、というモードの重み付けとその微調整のみを学習すればよく、学習が容易化したことが精度向上につながったと考えられる。

次に、具体的な応答を確認するため、BorregoSprings (2010-07-07) 地震における変位応答の最大応答付近の予測結果を Fig. 3 に示す。 図中、黒線はセンサの値、赤点線は ExSRNet-MSTL、青点線は ExSRNet の予測値を表す。 また、横軸は時間を表し、縦軸は変位である。Fig. 3 の最大応答付近（15～17 秒）において、ExSRNet は応答を過小評価し、ピークのタイミングや形状にずれが見られるのに対し、ExSRNet-MSTL はピークのタイミングと振幅ともに精度よく捉えている。これは、MSTL によって獲得された表現が、実際の構造物応答といった複雑な応答特性に対しても有効に機能していることを示唆している。

Table 1 Accuracy of Seismic Response Prediction

地震名	R^2（ExSRNet-MSTL）	R^2 (ExSRNet)
BorregoSprings (2010-07-07)	**0.9345**	0.7289
BorregoSprings (2016-06-10)	**0.7627**	0.4389

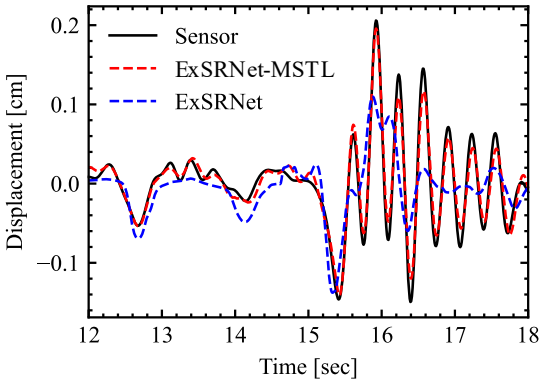


Fig. 3 Predicting Response of RC Bridge

４．結論

本研究では、地震観測データが少数であることに起因する深層学習モデルの過学習を課題として、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 MSTL を提案した。MSTL は、地震動から構造物応答への写像を、地震動から SDOF 応答への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答から構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として捉え、SDOF の大規模データで$\mathcal{F}$を事前学習し、実構造物の観測データで主に $\mathcal{P}$をファインチューニングする 2 段階学習により学習を安定化させる。

2 径間 RC 連続箱桁橋における検証では、MSTL を適用した ExSRNet-MSTL は、適用しない ExSRNet と比較してテスト地震で R^2 が向上した。以上より、SDOF 応答に基づく物理的知識を事前学習として埋め込む MSTL は、少数の実観測データしか得られない実構造物の地震応答予測において有効であることを示した。

謝辞

本研究は JST 創発的研究支援事業 JPMJFR205T 及び、JSPS 科研費 24KJ0474 の助成を受けたものです。また、計算資源は筑波大学計算科学研究センターの学際共同利用プログラムにより提供されました。

参考文献

1) T. Saida and M. Nishio: ExSRNet: Explainable deep learning model for seismic response prediction with frequency attention mechanism, Engineering Structures, 343, pp.120953, 2025.
2) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience: NIED K-NET, KiK-net, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, 2019.
3) California Geological Survey and U.S. Geological Survey: Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD), U.S. Geological Survey, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について（シンポジウム講演概要）

On the self-equilibrated stress fields and couple stress fields in Linear Theory of Elasticity (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鳥巣 茂樹（武庫川女子大学・建築）
Shigeki TOSU, Mukogawa Women's University
E-mail: tosu@mukogawa-u.ac.jp

The Cauchy stress field, a symmetric tensor field, ensures couple equilibrium on a sub-body, but it is indeterminate with respect to external force fields because it contains self-equilibrated stress components that exist in the absence of external loading. Eliminating these components renders the stress field unique relative to the external forces, and the traction field also becomes unique. The resulting stress field admits scalar and vector potentials, but maintaining couple equilibrium on a sub-body requires the existence of couple stresses. Thus, eliminating self-equilibrated stresses while excluding couple stresses is incompatible.

１．線型弾性論

3 次元 Euclid 空間上の単連結領域を占める弾性体 B が，外力場に依り $\acute{\mathrm{B}}$ に変形し，静力学的に平衡するとき，物体力･表面力 vector 場 $\{\acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\acute{\boldsymbol{x}} \in \acute{\mathrm{B}}$, $\acute{\boldsymbol{\xi}} \in \partial\acute{\mathrm{B}}$ を，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV = \acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\boldsymbol{x} \in \mathrm{B}$, $\boldsymbol{\xi} \in \partial\mathrm{B}$ と物質表示し，変位 vector 場を $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \acute{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}$ とすれば，外力場の並進力･偶力平衡式は下式となる．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\big)\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\big)\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

このとき，変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ と外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ は幾何学的非線型となり，数理的扱いが困難となる．

そこで，変位場および外力場が微小量と仮定すれば，非線型項 $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ は 2 次微小量として無視出来て，線型化出来ると言うのが，所謂微小変位理論 [1) 487G.] である．しかし，弾性 energy $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ も 2 次微小量として無視出来て，弾性論が成立たない．

線型弾性論では，外力場･内力場の並進力･偶力平衡に，変位場･歪場･構成則が関わらないことを前提とし，(2)式は

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{\xi}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{3}$$

となる．つまり，外力場は，弾性体の無変位･初期状態，即ち剛体状 B 上の vector 場であり，純幾何学的に，B 上で内力場，即ち応力場と平衡する．変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ も，外力場と線型関係を成す B 上の vector 場と言う数理的措定と言える．

２．弾性変形と変位場の可積分条件

弾性体と言う限り，他の連続体と一線を画する物性を備えている．その物性を端的に表せば，加力に依り isotopic かつ滑らかな変形を生じ，除荷すれば初期状態に復元する物性と言える．isotopic な変形とは，平たく言えば，内部構造，例えば弾性体に埋込まれた微細な格子構造を保存する変形であり，内部構造が破断･圧潰･重畳･反転あるいは自己交差･接触･貫入を生じない．更に，変形の滑らかさ，即ち内部構造が屈折･捩折を生じないことも求められる．

弾性体 B が外力作用に依り変形し，単連結領域 $\acute{\mathrm{B}}$ となるとき，写像 $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\in\mathrm{B} \to \acute{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) \in \acute{\mathrm{B}}$ が局所的に単射または微分同相となるには，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は C^1 級で，連続な変位勾配 tensor 場 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$，変形勾配 tensor 場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{I}+\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が存在し（勾配の一般的な表現は $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$），下式を満足しなければならない．

$$\det\big(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\big) = 1 + e(\boldsymbol{x}) + \mathrm{adj}\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) : \boldsymbol{I} + \det\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) > 0 \tag{4}$$

なお，$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ とおき，偏差歪 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$，置換 tensor を $\boldsymbol{\epsilon}$ とすれば，$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ は下式

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = e(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{I}/3 + \omega(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

のように直交分解出来る．$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が微小なら，(4)式は満たされ，$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$ の局所的単射性と向き保存（orientation preserving）[5) 5. 5.] が保証される．

一方，$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が C^2 級なら，下の Poisson 方程式が成立つ．

$$\nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \tag{6}$$

$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) \to \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が単射となり，凸領域 B の原点 $\mathrm{O}\in\mathrm{B}$ に対する Cesàro の変位場求積法の下式が一意的であるためには，

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{u}(r\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{0}) + \boldsymbol{k}\cdot\int_0^r \boldsymbol{J}(s\boldsymbol{k})\,ds \quad \text{for} \quad \forall\boldsymbol{k}\in\mathrm{S}^1 \tag{7}$$

不定成分 $\nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を排除し，下式が成立たねばならない．

$$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = -\nabla\cdot\boldsymbol{\epsilon}\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

つまり、Saint- Venant の歪場適合方程式ではなく、上式を満たさねばならない。上式は $\partial_i\big(\partial_j u_k\big) = \partial_j(\partial_i u_k)$ for $i\neq j$ と書けるので，偏微分の順序交換条件･Young の定理･Schwarz の可積分条件とも呼ばれる．弾性体 B に埋込まれた単純閉曲線を，弧長助変数 s で C: $\boldsymbol{c}(s)\subset\mathrm{B}$ と表現すると，C の接線 vector 場は $\boldsymbol{c}'(s) = \lambda(s)\in\mathrm{S}^2$ で，C は弾性変形に伴い $\acute{\mathrm{C}}$: $\acute{\boldsymbol{c}}(s) = \boldsymbol{\varphi}\big(\boldsymbol{c}(s)\big) = \boldsymbol{c}(s) + \boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ に変形する．任意の単純閉曲線 C を境界とする曲面を Π，即ち $\mathrm{C} = \partial\Pi$ とすれば，C 上の変位 vector 場 $\boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ の増分の周回積分は，Stokes の定理より，下式となる．

$$\oint_{\boldsymbol{c}(s)\in\mathrm{C}} \lambda(s)\cdot\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)\,ds = \int_{\boldsymbol{x}\in\Pi} \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x})\,dS = \boldsymbol{0} \quad \because\ \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{9}$$

$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ なら，積分経路 C に依らず周回積分は零となり，変形後の曲線 $\acute{\mathrm{C}}$ も閉曲線で，弾性体 B に埋込まれた任意の単純閉曲線 C が，大域的にも破断･転位 [3)] しないことを保証している．$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\to\acute{\boldsymbol{x}}$ は大域的に単射とは言えず，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線とは必ずしも言えないが，局所的には，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線と言えるので，ambient isotopic な変形と看做せる．

このとき，$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{I} = 0$ より，下式

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\,\nabla\,e(\boldsymbol{x}) - (1/2)\,\nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{10}$$

$$\therefore\ \nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\,e(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{11}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = 0 \quad \because\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{I} = 0 \tag{12}$$

が導ける．この歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ は，(12)式の拘束を有し，独立な要素は 3 要素であり，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ の独立な要素数と一致し，冗長性を持たない．(10)式は，$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を意味

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

せず，偏差歪 tensor 場 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$ は $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ に従属し、勾配 $\{\nabla e(\boldsymbol{x}), \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が生ずる見掛の歪場であることを表す．

Navier-Cauchy の運動方程式から，導かれる波動方程式

$$\ddot{e}(\boldsymbol{x}) = c_P \nabla^2 e(\boldsymbol{x}),\quad \ddot{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{x}) = c_S \nabla^2 \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{13}$$

も，歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が弾性 energy を伝搬することを示す．

3．自己平衡応力場

古典的弾性論に従えば，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し，応力 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が存在し，境界閉曲面 ∂B の法線 vector を $\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})$ とするとき，下式の平衡方程式を満たす．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) \quad \text{in} \quad \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{15}$$

正定値剛性 tensor を $\mathbf{C}$ とし，構成則 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})$ の存在を仮定すれば，⑭・⑮式を満たす解は一意的と Kirchhoff は主張した [2) 118.]が，柔性 tensor を $\mathbf{S}$ とする $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{S}:\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が普遍的弾性構成則であり、Stokes も指摘するように $\mathbf{S}$ は正則とは限らず，$\mathbf{C}$ も存在するとは限らない．また，Beltrami の適合条件式 [4) 7. 3.]も，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0}$ から $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ は導けない．

⑫・⑬式を 3 連立の偏微分方程式と Neumann 境界条件と看做せば，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ の 9 or 6 要素は冗長で，解は不定となる．⑭・⑮式に含まれる自己平衡(self- equilibrated)応力場とは，下式を満たす成分 $\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) \neq \boldsymbol{0}$ で，Kirchhoff が応力場一意性の背理法証明で用いた，異なる 2 解の差分に他ならない．

$$\nabla\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{16}$$

これを排除するためには，下式が成立たねばならない．

$$\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{17}$$

一方，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ は⑸式と同様に，偏差応力 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$ とするとき，下式のように直交分解出来る．

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,\mathbf{I}/3 + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ p(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\mathbf{I},\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\boldsymbol{\epsilon} \tag{18}$$

よって，$\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\nabla p(\boldsymbol{x}) - (1/2)\nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})$$

$$\therefore -\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{19}$$

更に，$\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = (2/3)\,p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - (1/2)\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})$$

$$\therefore \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}),$$

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = 0 \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{20}$$

が成立ち，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \to \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ の一意的関係，下式も成立つ．

$$p(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}),\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{21}$$

このとき，⑲式は vector 場 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ の Helmholtz 分解式となり⑪式に一致し，⑳式は vector $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})$ の直交分解式となる．⑲・⑳式を満たし，応力 potential 場とも言える $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\}$ は，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し一意的であり(Friedreichs 分解)，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \leftrightarrow \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ も双射の関係となる．

なお，応力場が対称 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$ $\therefore \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ とするなら，⑭・⑮式は，下式の“hydrostatique”に帰する．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{22}$$

よって，応力 tensor 場の不定性、即ち自己平衡応力場成分の排除と偶応力場の排除は，相反し，両立しない．

4．偶応力場

外力場が変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を生じるまでに弾性体 B に成す仕事 U_{B} は，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ と $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が線型関係で，⑲・⑳式が成立てば，下式となり，弾性 energy として保存される．

$$U_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\cdot\,dV + \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\,dS$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\big)\,dV = \int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} W(\boldsymbol{x})\,dV \tag{23}$$

よって，下式の Hooke の法則が成立ち，

$$e(\boldsymbol{x}) = \kappa^{-1}\,p(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \kappa > 0,$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda > 0,\ \ \because \nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{24}$$

⑶式は下式となって，剛体回転を生じないことを保証する．

$$2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV = 2\lambda\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\,dV = \boldsymbol{0} \tag{25}$$

切断原理に従い，任意の部分領域 $\mathrm{B_P}\subseteq\mathrm{B}$ の境界面 $\partial\mathrm{B_P}$ 上に並進・偶 traction vector 場 $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$, $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$ on $\partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta}$ が存在し，部分固体 $\mathrm{B_P}$ 上に作用する物体力場と平衡するとすれば，下式が成立つ．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{26}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \big(\boldsymbol{\zeta}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\big)\,dS = \boldsymbol{0} \tag{27}$$

このとき，⑳式と同様な下式が成立てば，⑳式を満たす．

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) = p(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta} \tag{28}$$

更に，下式が成立つならば，⑸・⑵式を満たす．

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) = -2\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta},$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B} \ \ni\boldsymbol{\xi} \tag{30}$$

$$\because 2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{31}$$

変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を層状 vector 場成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x})$ と管状 vector 場成分に分解し，管状 vector 場成分を剪断変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x})$ と湾曲変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ に分解すると，下式となる．

$$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) \tag{32}$$

このとき，⑵8)～⑶0)式および⑵3)式の部分積分から下式，

$$2\,W(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = -\nabla^2\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{33}$$

が成立つので，下式の Hooke の法則が導ける．

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \mu^{-1}\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda,\,\mu > 0 \tag{34}$$

よって，応力場 $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\}$ は弾性歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ の連続性を保証し，Poisson 方程式⑶3)の正則性に依り，偶応力場 $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})$ の連続性が $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ の滑らかさ C^2 級を保証する．

5．まとめ

抑も線形弾性論は，〈外力場→応力場→歪場→変位場〉の線型な因果関係を導くことで，〈応力場→外力場〉・〈変位場→歪場〉が一意的でも，逆が不定なら，線形弾性論は成立たない．Cauchy の応力場は，偶応力場を排斥することで，対称 tensor 場となり，不定性を孕むが，自己平衡応力場を排除すれば，静水圧場に帰する．即ち，応力場の不定性の解消と偶応力場の排斥は，二律背反し，両立しない．そこで，自己平衡応力場成分を含まない応力場と偶応力場に基づく，線型弾性論を示した．(なお、Cosserat 兄弟の偶応力理論から自己平衡応力場を排除すれば、本論に帰着する．)「静力学=vector」⇒「解析力学=scalar」と言う弾性論史，あるいは「有理力学 : 連続体=無構造」⇒「弾性=構成則」は，「弾性=柔性(力→変形)=幾何学」と言う視座を隠蔽している．

参考文献

1) 日本数学会編集: 岩波 数学事典, 第 4 版, 岩波書店, 2007.
2) Love A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity (2nd Edition), Cambridge: at the University Press, 1906.
3) Kröner E.: Continuum Theory of Dislocations and Proper Stresses (Trans. by Delphenich D. H.), Springer Verlag, 1958.
4) Fung Y. C.: Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, 1965.
5) Ciarlet P. G.: Mathematical Elasticity Vol. 1: Three-dimensional Elasticity, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Directivity and Beam Forming Capability of Photo Acoustically Generated Ultrasonic Waves
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

木本　和志（岡山大・環境生命自然科学）　一水　信之介（岡山大・環境生命自然科学）
斎藤　隆泰（群馬大・理工学府）
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Shin-nosuke ICHIMIZU, Okayama University
Takahiro SAITO, Gunnma University
E-mail: kimoto@okayama-u.ac.jp

Photo acoustic (PA) ultrasonic generation has several advantages over conventional piezoelectric transducers. In the context of ultrasonic flaw detection, a notable potential advantage is the ability to excite ultrasonic beams from curved surfaces. To explore this possibility, directivity characteristics of photo acoustically generated ultrasonic beam are investigated in this study, using a sample with partially curved surface. It is found as a result that the PA generated ultrasonic beam deflects to the direction perpendicular to the surface where the beam is generated. Also shown is that the 6dB beam width is as broad as 30 to 40 degrees. It can thus be expected that the PA method is amenable for phased array beam forming for sub-surface flaw detection.

1. はじめに

超音波探傷試験は，鋼橋における疲労き裂の検出や評価に用いられている．鋼橋の超音波探傷試験では，通常，接触型の圧電トランスデューサ (探触子) が用いられ，探触子はカップラントを用いて対象物に密着させる必要がある．そのため，曲面や段差のある箇所での送受信は簡単ではなく，対象物の形状に合わせたシューに探触子をマウントすることや，シューの形状や素子配置を変化させることのできるアダプティブ探触子を用いる必要がある．一方，パルスレーザー照射によって超音波を励起する光音響法は，平坦でない箇所からも非接触で超音波を励起できる．疲労き裂が発生する溶接継手には溶接ビードの余盛りがあり，表面が平坦でない．そのような箇所で光音響法を用いることができれば，近距離からき裂や溶接欠陥に向けて強い超音波を送信できる可能性がある．しかしながら，光音響法は鋼橋の超音波探傷に用いられておらず，内部きずの探傷に適した超音波ビームを，曲面や傾斜した平面から入射できるかどうかは明らかでない．

このことを踏まえ本研究では，アブレーションモードの光音響法で励起した超音波の伝播状況を，溶接余盛りを模擬した試験体を用い透過波測定を行って調べた．本発表では，多点送信によるビーム合成において成否の鍵となる，個別送信点からの超音波が示す指向性について得られた知見を中心に報告を行う．

2. 実験方法

光音響法による透過波測定に用いた装置の構成を図 1 に，試験体の形状と寸法を図 2(a) に示す．超音波の励起には Q スイッチ Nd:YAG レーザーを，受信にはレーザードップラー振動計 (LDV:Laser Doppler Vibrometer) を用いた．YAG レーザーの波長は 1,024nm, 出力は 20mJ で，凸レンズを用い，試験体表面でスポット径が約 1mm となるようにして照射した．LDV の帯域は 0.1Hz~20MHz で，十分な幅の周波数帯域が確保されている．試験体には，突き合わせ溶接継手の余盛りを模擬するために，半径 14.5mm の円弧状の凸部を設けている．模擬余盛りの幅は 20mm, 高さは 4mm で，図 2 の奥行き方向は厚さ 35mm で一様な断面形となっている．試験体は，加工が容易な真鍮を用いて作成し，フライス盤による切削とヤスリがけによる研磨で表面を成形した．試験体作成後は側面のスキャン画像を取得し，設計寸法と大きな差が無いことを確認した．また，比較のため，図 2(b) に示す，大きさ 100mm×25mm×35mm の真鍮ブロックを参照試験体として用いた．真鍮の弾性波速度は，別途，圧電探触子で測定したところ，P 波速度は 4.4km/s, S 波速度は 2.1km/s であった．以下，(a) を模擬余盛り試験体，(b) を参照試験体と称する．送受信点位置は，試験体底面の中央を原点とする xy 座標系で表す．ただし，受信点座標は $(x, y) = (x, 0)$，送信点座標は (x_s, y_s) と書いて互いに区別する．受信は試験体と送信位置によらず，一律に，$|x| \leq 40$mm(区間 BB') において 0.5mm ピッチで行った．送信は，模擬余盛り試験体では $|x_s| \leq 12$mm の区間 AA' から，参照試験体では $x_s = 0$mm からのみ行った．

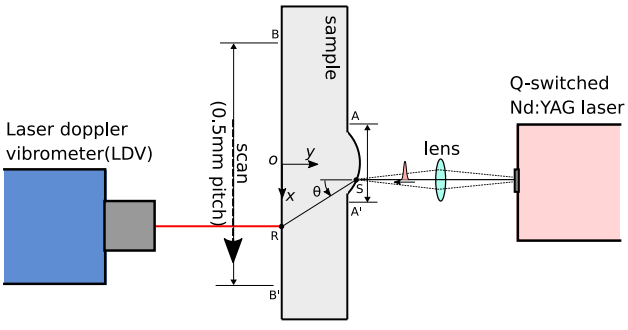


Fig. 1　Experimental setup for the photo acoustic ultrasonic transmission test

3. 実験結果

測定結果の一例を図 3 に示す．この図は，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) で超音波を励起した結果得られた走時波形である．横軸は時間 $t[\mu s]$，縦軸は測定位置 x[mm] を表し，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

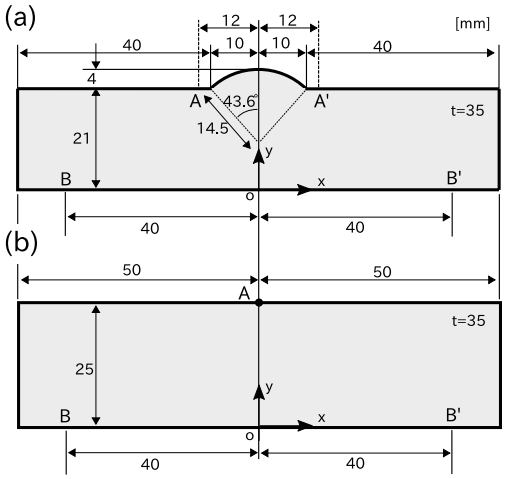


Fig. 2　Samples for the ultrasonic measurements

最大値で無次元化した振幅をカラー表示している．真鍮の弾性波速度から予想される時間と位置で P 波と S 波のパルスが明確に現れており，他にも，試験体の角部や上下面からの反射波が見られる．縦波は送信点直下で最も早く到達し，測定範囲全体 $|x| \leq 40$mm に渡って観察されている．紙面の都合上，ここでは割愛するが，参照試験体でもよく似た走時波形が得られる．ただし，超音波の広がりは平面から送信を行った参照試験体でより大きく，最大振幅は模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) の方がやや大きい結果となった．以下，本稿では，模擬余盛りから送信を行った場合の P 波の指向性に関する結果を示す．

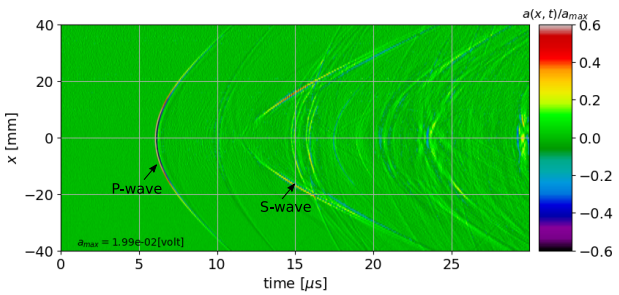


Fig. 3　Travel-time plot for the measured waveforms (transmission from $x_s = 0$mm)

4.　指向性の評価

LDV 測定では，振動速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ のレーザー照射方向成分 v_n が得られる．従って，送信点から観測点をみる方向を θ(図 1 を参照) とすれば，$|\boldsymbol{v}| = v_n/\cos\theta$ の関係がある．また，点源からの弾性波は伝播距離 $r = y_s/\cos\theta$ に比例して振幅が低下する．これらの効果を補正し，超音波強度と伝播方向 θ の関係を調べるためには，LDV 測定で得られた波形に $y_s/\cos^2\theta$ を乗じたものを用いればよい．ここで，(x_s, y_s) から送信し，$(x, 0)$ で受信した超音波の時刻歴波形を $a(x, t; x_s)$ と表す．これを，上の考えに基づいて補正し，その最大振幅

$$I(\theta; x_s) = \max_t \left\{ \frac{a(x, t; x_s)}{\cos^2\theta} \right\} \tag{1}$$

を超音波強度として用いる．さらに，異なる送信位置に対する結果を互いに比較するために，次のように規格化し，これを放射パターンと呼ぶことにする．

$$D_P(\theta; x_s) = \frac{I(\theta; x_s)}{\max_\theta \{I(\theta; x_s)\}} \tag{2}$$

図 4 は，このようにして推定した，P 波の放射パターンを示したものである．参照試験体に対する結果をみると，$D_P(\theta; 0)$ のピーク方向 θ_p は送信点直下にな，$\theta_p = -10°$ 程度となっている．このことは，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) から送信した場合も同じで，YAG レーザーの強度が軸対象でなく空間的な偏りがあることが原因として考えられる．ただし，超音波ビーム軸をピーク方向 θ_p でなく，$D_P(\theta; x_s)$ を重みとした方向 θ の平均 $\bar{\theta}$ で評価すれば，$\bar{\theta} \simeq 0$ となり，図 3 で P 波到達時間が $x = 0$mm に関して上下対称であることと整合する．超音波の広がりは，参照試験体が模擬余盛りの場合よりもやや大きい．半値幅 (half width at half-maximum)$\Delta\theta_{6\mathrm{dB}}$ で言えば，参照試験体は約 50 度，模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) で約 40 度となっている．この違いは，試験体表面の曲率の影響を受け，超音波が緩くフォーカスがかかったためと解釈できる．模擬余盛り試験体，$x_s = -4$ と -9mm の場合，半値幅はより小さくなるが，最低でも $\Delta\theta_{6\mathrm{dB}} = 30$ 度程度と，P 波が広い範囲に伝わることがわかる．ただし，これらのケースではビーム軸が $\theta > 0$ 方向に大きく傾き，概ね送信点位置の法線ベクトル方向に向へ強い超音波が向かう．

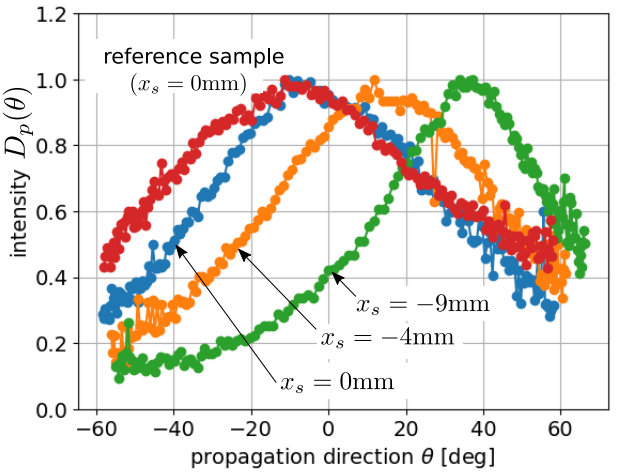


Fig. 4　Directivity of the photo acoustically generated ultrasonic P-wave.

5.　まとめ

以上のように，光音響法による超音波励起では，試験体表面の曲率や傾きの影響を受け，ビーム幅やビーム軸方向が変化する．これは，一点からの入射では，期待する方向に強い超音波を送信できるとは限らないことを意味する．従って，光音響法を超音波探傷に用いる場合，表面形状と指向性の関係をよく理解した上で，多点送信によるビーム制御を行う必要がある．幸い，アブレーションモードでは，よく広がる強い P 波を励起することができ，ビームフォーカシングやステアリングに加え，超音波イメージングにも利用し易いやすいと期待される．発表では，この観点を加え，光音響法で励起された P 波の指向性と，ビーム合成性能について調べた結果について報告する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較 (シンポジウム講演概要)

Comparisons of the classical and quantum mechanics approaches to point-like scatterers (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

東平光生（東京理科大学・創域理工学部）
Terumi TOUHEI, Tokyo University of Science
E-mail: ttouhei@rs.tus.ac.jp

The interaction effects of point-like scatterers is investigated in mathematical methods for the quantum and classical mechanics. We address the renormalization theory used in the quantum mechanics and observe that renormalization of coupling constant is also required in classical mechanics regime. We prove the strong convergence of the operator for the Dirac-type scatterers to the free Hamiltonian in the classical mechanics, where the interaction effects of the Dirac-type scatterers are disappeared. We observe that the Foldy algebraic equation in the classical mechanics regime remains valid in this limit process.

1. はじめに

量子論における波動関数は，量子の存在の確率密度関数として特徴づけられ，作用素に関しては observable として自己共役性が要請される．一方で，古典力学での波動場は，音響場などの物理的な意味が付与され，波動場の作用素は結果的に自己共役であることが多いと考えれる一方で，量子論のように始めから自己共役性が要請されるわけではない．量子論と古典論のこのような差異にも関わらず，古典論で音響場を扱う場合など量子論での方程式の構造と類似する場合がある．こうした意味で，量子論と古典論で，それぞれ展開されてきた数理の比較しその差異を考察することは意義があると考えられる．本稿では，この問題に関するいくつかの考察のポイントに言及する．

2. 微小散乱源の方程式と量子論からのアプローチ

本稿では，次の Dirac 散乱体による散乱問題を考える．

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \qquad (1)$$

古典力学側からの描像で方程式について述べれば，p は音響場の圧力としての意味を付与する．また，ω は角振動数，α は散乱源を識別するための番号でここでは散乱源の総数を N としている．また $m_\alpha\omega^2$ は coupling constant，$\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数 $\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_F$ とは散乱源に波動を照射するための点源の位置，Δ はラプラシアン，k は媒質の波数である．

ここでは，この方程式を巡って，量子論ではどのようなことが言われているかを概観する．量子論での議論では p は量子の存在の確率密度関数関数として読み替える．式 (1) に現れる Dirac type の散乱源 (ポテンシャル) は Fermi pseudo potntial[1] の問題として定義される．主たる論点は，式 (1) に現れた作用素の逆

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right)^{-1} \qquad (2)$$

は定義できないと言うことである．この問題を解決するために coupling constant $m_\alpha\omega^2$ を再定義 (renormalization) することが必要である．さらに，この renormalization で得られた作用素が observable として自己共役性が要請される．限れられた紙面でこの問題を論じることは不可能であり．結果のみ記述すると，以下のようになる．

$$\begin{aligned}(H-k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} [\Gamma_\theta]^{-1}_{\alpha\beta} G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}'), \quad (\mathrm{Im}\, k > 0) \end{aligned} \qquad (3)$$

ここに H は式 (1) の作用素の第 1 項と 2 項で coupling constant に renomrmalization を施し，さらに自己共役性を要請したものである．G_k は free space の Green 関数

$$G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \frac{1}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \qquad (4)$$

$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta}$ は相互作用を表現する係数行列で

$$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta} = \begin{cases} \theta_\alpha - \dfrac{ik}{4\pi}, & \alpha = \beta \\ -G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (5)$$

ここに θ_α は

$$-\infty < \theta_\alpha \leq +\infty$$

を満足する任意のパラメータである．このように，作用素の自己共役拡張は唯一でなく無数に存在する．この任意パラメータの決定は数学の問題でなく物理の問題である[2]．なお，renormalization された coupling constant は $\theta_\alpha - ik/(4\pi)$ で元の $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なっている．

3. 古典論からみた微小散乱源の問題

Foldy(1945)[3] が提示した微小散乱源の相互作用方程式は量子論の問題よりもむしろ古典論での波動散乱問題への方法論と捉えられ，多くのアプリケーションの実績がある (例えば[4])．Dirac-type の散乱源の方程式 (式 (1)) に対しても，Foldy の方程式の適用事例は存在し，Hu and Sini ([4]) は次式が相互作用の近似であるとする．

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} p(\boldsymbol{r}_\beta) = G(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_F) \qquad (6)$$

ここに $\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta}$ は Foldy の相互作用方程式の係数行列で

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha = \beta \\ -m_\alpha\omega^2 G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (7)$$

Hu and Sini と比較して Martin[5] は Dirac-type の散乱源の扱い，特に Green 関数の特異性と Dirac のデルタ関数の特異性が重なる相互作用には，式 (7) の適用には慎重である．Foldy の相互作用方程式が活躍する古典的な散乱理論では，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Dirac-type の散乱源への扱いに関しては，見解が分かれることもある．

ところで，式 (2) で述べた逆作用素が定義できない問題は量子論特有のものでなく，Dirac-type の散乱源を扱う場合の数学的な問題のはずである．古典力学の場で，この問題を検討するために，有限の support の散乱源からの極限以降のプロセスで Dirac-type 散乱源を捉え直す．出発点として，

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{m_\alpha \omega^2}{(4/3)\pi a^3} X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \tag{8}$$

を考える．ここに，散乱源は球と考え，a はその半径である．また

$$X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| \le 1 \\ 0, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| > 1 \end{cases} \tag{9}$$

である．式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素は，Schrödinger 作用素における井戸 potentail の議論[6] を参考にすることで，自己共役性を満足することが導ける．それにも関わらず，この方程式の解表現は，やや煩雑な計算ののち，coupling constant を再定義しなければならないという結果が出てくる．量子論での renormalization とは状況が異なるものの，古典場においても renormalization が必要となる．

式 (8) の逆演算子の表現は次式となる

$$\begin{aligned} &(H_a - k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') \end{aligned} \tag{10}$$

ここに，H_a は式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素で renormalization を施したもので，添え字にスケールパラメータ a を明記した．また $s_\alpha(a)$ は renormalization を施した coupling constant で $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なる形式となる．非常に煩雑な形式であるものの散乱源のスケールパラメータ a に比例する．即ち，

$$s_\alpha(a) \propto a \tag{11}$$

であり，決して $m_\alpha\omega^2$ には比例しない．また

$$\left[\Gamma_a^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \text{when } \alpha = \beta \\ -s_\beta(a) G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \text{when } \alpha \ne \beta \end{cases} \tag{12}$$

式 (7) と (12) の比較で明らかなように両者の対角項は 1 であり，Foldy の提示した相互作用方程式は renormalization を施した方程式でも成立している．

式 (10) の表現は有限な空間 scale a の散乱源に対するものである．Dirac-type の散乱源がどのような性質を持つか，$a \to 0$ の極限移行によって議論を行う必要がある．

まず，再定義された coupling constant で構成される $\Gamma_a^{(F)}$ に対しては次式が成立することを見るのは容易である．

$$\|I - \Gamma_a^{(F)}\| \to 0, \ (a \to 0) \tag{13}$$

ここに，I は単位行列である．式 (13) は十分小さな a に対して $\Gamma_a^{(F)}$ が逆行列を持つことを示す．さらに，任意の $\epsilon > 0$ に対して $a_0 > 0$ をとることで

$$1 - \epsilon \le \|{\Gamma_a^{(F)}}^{-1}\| \le 1 + \epsilon, \ (0 < a < a_0) \tag{14}$$

の一様有界性も導ける．

次に $f \in L^2(\mathbb{R}^3)$ をとり，関数 g をを次のように定義する．

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{r}) &= \left(H_a - k^2)^{-1} f - (-\Delta - k^2)^{-1} f\right)(\boldsymbol{r}) \\ &= \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1}_{\alpha\beta} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) \\ &\quad \times \int_{\mathbb{R}^3} G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') f(\boldsymbol{r}') d\boldsymbol{r}' \end{aligned} \tag{15}$$

式 (14) の一様有界性から実は

$$\|g\|_{L^2(\mathbb{R}^3)} \to 0, \ (a \to 0, \mathrm{Im}(k) > 0) \tag{16}$$

が導かれる．この意味で式 (16) は

$$\mathrm{s}\text{−}\lim_{a\to 0} \left(H_a - k^2\right)^{-1} = \left(-\nabla^2 - k^2\right)^{-1}, \qquad (\mathrm{Im}\,(k) > 0)\,. \tag{17}$$

を意味する．ただし，s−lim は強収束である．式 (8) を出発点として Dirac 散乱源を近似して散乱源の空間 scale を無限小に移行させる process では Foldy の相互作用方程式を保持しつつも，Dirac 散乱源の相互作用は消失する．この状況は量子論での renormalization における任意パラメータの選択において

$$\theta_\alpha = \infty \tag{18}$$

に対応する．

4. 結論

本稿では，微小散乱源の相互作用解析における数学的アプローチにおいて，量子論と古典論の対比を試みるとともに，Dirac type の散乱源の相互作用はどうあるべきかの考察を行った．この考察はあくまで，数学的アプローチに着目したものであり，散乱源の空間スケールが量子論の守備範囲かどうかを問題にしたものではない．本稿での検討によれば，量子論で Dirac-type の散乱源に対して coupling constant の renormalization が必要とされるように，古典場でも同様に coupling constant の renormalization が必要とされる．また，有限な空間 scale の散乱源の極限移行の結果，Dirac 散乱源の相互作用は，作用素の強収束の意味で消失する．以上の結果は多くの数値解析，特に結晶構造の解析などで，実績のある古典場のコミニュティーには，意外な結果となる可能性がある．本稿の数学的考察の結果が，既存の多くの結果と調和的であることを実証することが今後の課題である．

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 25K15150 のサポートを受けました．関係各位に感謝いたします．

参考文献

1) Albeverio, S., Gesztesy, F., Høegh-Krohn, R. and Holden, H. (1988). Solvable models in quantum mechanics, Springer-Verlag, (1988).
2) Reed and Simon, Method of Modern Mathematical Pyhisics, II (Fourier analysis and self adjointness), Academic Press, 1975.
3) The multiple scattering of waves I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers., Physical Review, 67, 107-119, 1945
4) Hu, G., and Sini, M. Elastic scattering by finitely many point-like obstacles, J. of Mathematical Physics, 54,042901, 32013
5) Martin, P.A., Multiple scattering, Interaction of time-harmonic waves with N obstacales, Cambridge University Press, 2006
6) 中村周，量子力学のスペクトル理論，共立講座 21 世紀の数学 26, 2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

Shear Lag Theory for CFRP-Bonded Steel Tubes Subjected to Torsional Moment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

水谷　壮志（関大・環）　　伊佐治　響己（関大・環）　　石川　敏之（関大・環）
Morimune MIZUTANI, Kansai University
Hibiki ISAJI, Kansai University
Toshiyuki ISHIKAWA, Kansai University
E-mail: mizutani@kansai-u.ac.jp

As a countermeasure against deterioration in steel signposts and lighting poles, bonding carbon fiber reinforced polymer (CFRP) is effective. The authors previously evaluated load transfer in CFRP-bonded steel tubes subjected to axial force and bending moment based on shear lag theory. However, pole bases and joints are also subjected to torsional moment. This study extends shear lag theory to CFRP-bonded steel tubes subjected to torsional moment. The derived equations agree well with finite element results.

１．はじめに

鋼製の標識柱や照明柱などの損傷の多くは腐食であり，基部，接合部や開口部などの不連続部に発生しやすい [1]．また，風による繰返し荷重により，疲労き裂も発生している．このような損傷への対策の一つとして，繊維強化樹脂（FRP）を接着する方法がある [2]．FRP は耐腐食性を有し，損傷部に接着剤で貼付するため，施工が容易である．特に，高強度・高弾性な炭素繊維強化樹脂（CFRP）は，鋼桁などの補修においても利用されている [2]．

筆者らは鋼管構造に CFRP を接着接合した際の，力の伝達をせん断遅れ理論により評価してきた [3]．せん断遅れ理論は，鋼部材と CFRP の軸力または曲げモーメントを接着剤のせん断応力が伝達するとした理論モデルである．しかし，標識柱や照明柱の基部や接合部は曲げモーメントに加えて，ねじりモーメントも作用する．そこで，本研究ではねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，せん断遅れ理論を適用し，力の伝達について評価する．

２．せん断遅れ理論に基づく CFRP 接着鋼管の分担ねじりモーメントおよび接着剤に生じるせん断応力

本研究では図 1 に示す CFRP 接着鋼管を対象とする．鋼管の全周に CFRP が接着されており，鋼管と CFRP で作用したねじりモーメントを分担する．図 2 に微小区間 dx における鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の模式図を示す．接着剤は鋼管と CFRP の周方向の変位差によりせん断応力が生じる．したがって，接着剤のせん断応力は次式で与えられる．

$$\tau_e(x) = G_e/h \cdot \{\lambda_s(x) - \lambda_c(x)\} \tag{1}$$

ここに，x は CFRP 接着中央からの位置，$\tau_e(x)$は接着剤のせん断応，G_e は接着剤のせん断弾性係数，h は接着厚さ，$\lambda_s(x)$は鋼管外周の周方向変位，$\lambda_c(x)$は CFRP 内周の周方向変位である．

式(1)を x で微分することで次式を得る．

$$d\tau_e(x)/dx = G_e/h \cdot \{\gamma_s(x) - \gamma_c(x)\} \tag{2}$$

ここに，$\gamma_s(x)$は鋼管外周のせん断ひずみ，$\gamma_c(x)$は CFRP 内周のせん断ひずみである．ただし，接着厚さ h が大きい場合にも精度よくの接着剤のせん断応力を算出するために，鋼管および CFRP のせん断ひずみは次式のように接着厚さ中央の位置に外挿する [3]．

$$\gamma_i(x) = (r_s + h/2)T_i(x)/(J_i G_i) \quad (i = s, c) \tag{3}$$

ここに，$i = s$ は鋼管，$i = c$ は CFRP の各部材を指し，$T_i(x)$は部材 i に生じるねじりモーメント，r_i は部材 i の外周半径，J_i は部材 i の断面 2 次極モーメント，G_i は部材 i のせん断弾性係数である．

図 2 に示す微小区間 dx の鋼管に対して，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$と接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$の力のつり合い式を変形し，次式が得られる．

$$dT_s(x)/dx = 2\pi(r_s + h/2)^2 \tau_e(x) \tag{4}$$

式(4)を x で微分し，式(2)，式(3)を代入し，整理することで，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$に関する 2 階の微分方程式が次式で得られる．

$$d^2T_s(x)/dx^2 - c_t^2 T_s(x) = -c_t^2 \xi_t T \tag{5}$$

$$c_t^2 = 2\pi G_e/h \cdot (r_s + h/2)^3 \cdot 1/\{J_s G_s (1 - \xi_t)\} \tag{6}$$

$$\xi_t = G_s J_s/(G_s J_s + G_c J_c) \tag{7}$$

式(5)の一般解は次式で得られる．

$$T_s(x) = C_1 \cosh(c_t x) + C_2 \sinh(c_t x) + \xi_t T \tag{8}$$

ここに，C_1 と C_2 は未定係数である．接着中央で鋼管のねじりモーメントが対称となる条件（$dT_s(0)/dx = 0$）より，$C_2 = 0$ である．また，接着端部で鋼管のねじりモーメントが作用するねじりモーメントとなる条件（$T_s(l) = T$）より，$C_1 = (1 - \xi_t)T/\cosh(c_t l)$である．

式(8)に未定係数 C_1，C_2 を代入して整理することで，鋼管のねじりモーメントが次式で表される．

$$T_s(x) = (1 - \xi_t)\{\cosh(c_t x)/\cosh(c_t l) + \xi_t/(1 - \xi_t)\}T \tag{9}$$

CFRP のねじりモーメントは $T_c(x) = T - T_s(x)$より，得られる．接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$は式(4)に式(9)を代入して整理することで得られる．

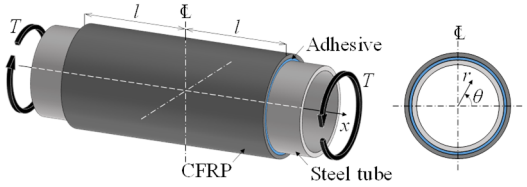


Fig. 1 CFRP-bonded steel tube under torsion moment.

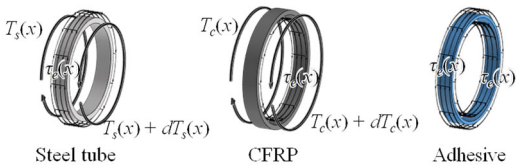


Fig. 2 Force equilibrium of each member in an infinitesimal element dx.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断応力分布

本章では，**２章**で導出したせん断遅れ理論に基づく理論式を用いたせん断応力の分布を示す．また，有限要素解析を実施し，理論式の妥当性を確認する．有限要素解析解析と比較するために，理論式の鋼管と CFRP の分担ねじりモーメントは，それぞれの外面のせん断応力へ変換する．また，CFRP 内のせん断遅れを考慮するために換算接着層厚（$h' = h + t_c G_e/(3G_{12})$）[4]を使用した．

計算例とした寸法および材料特性を表 1 に示す．CFRP は±45°に繊維配向された直交異方性材料を想定している．有限要素解析モデルを図 3 に示す．解析要素は 8 節点 6 面体完全積分要素であり，それぞれの部材を厚さ方向に 4 分割，周方向は 2.5°ずつ，長手方向は 2.5 mm ずつ分割している．モデル左端は完全固定とし，右端にねじりモーメント $T = 0.5$ kN·m を与えた．

図 4 に各部材のせん断応力分布を示す．図の縦軸は各せん断応力を作用せん断応力（$\tau_s = Tr_s/J_s$）で無次元化しており，横軸は CFRP 接着中央からの位置 x を接着半長さ l で無次元化している．図 4(a)は鋼管および CFRP の外面のせん断応力分布であり，鋼管と CFRP とが完全合成として挙動する際の理論値も破線で示している．また，図 4(b)は，接着厚さ中央のせん断応力分布である．

図 4 より，理論式および有限要素解析の値がよく一致している．また，図 4(a)より接着端部から中央に向かって，理論式および有限要素解析のせん断応力が完全合成の値に収束している．さらに，図 4(b)より接着剤のせん断応力は接着端部で最大となる．

４．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管の定着長

他の CFRP 接着接合においても，図 4(a)のように接着端部付近は完全合成とならず，この範囲は補修・補強範囲の外側に定着長として確保する必要がある [5]．したがって，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管においても，定着長を考える．接着半長さ l_n の CFRP を接着した際に，接着中央の鋼管のねじりモーメント $T_s(0)$が任意の収束度 η 以下となるような条件から，定着長 l_n が次式で得られる．

$$l_n \geq 1/c \cdot \cosh^{-1}\left\{1/(\eta - 1)\cdot(1/\xi_t - 1)\right\} \qquad (10)$$

ここに，η は 1 より大きく 1 に近い値である．文献 5)では，収束値に対して 1%の許容を設定し，$\eta = 1.01$ としている．

３章の計算例において，$\eta = 1.01$ として定着長を算出すると $l_n \geq 33.4$ mm であり，接着端部から 35 mm の位置（$x/l = 0.65$）で完全合成の値に十分収束していることがわかる．

５．おわりに

本研究では，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の理論式を示した．理論式は有限要素解析とよく一致した．また，定着長の算出式も示した．

参考文献

1) 宮原史，桑原正明，白戸真大: 道路附属物の損傷実態と安全性確保策，日本風工学誌，第 43 巻，第 1 号（通号 154 号），pp. 23-28, 2018.
2) 土木学会 複合構造委員会: FRP 複合構造の設計・維持管理に関する最新の調査報告，複合構造レポート 20, 2023.
3) 石川敏之，水谷壮志：CFRP 接着された鋼管の定着長とはく離に対するエネルギー解放率，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol. 77, No. 1, pp. 59-72, 2021.
4) 白井瑛人，北根安雄，石川敏之，伊藤義人: 軸力が作用する CFRP 接着補修鋼板に対する CFRP 板のせん断変形を考慮した理論解析，構造工学論文集 A, Vol. 61A, pp. 798-807, 2015.
5) 土木学会 複合構造委員会: 2024 年制定 複合構造標準示方書, 2024.

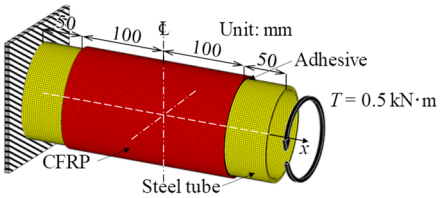
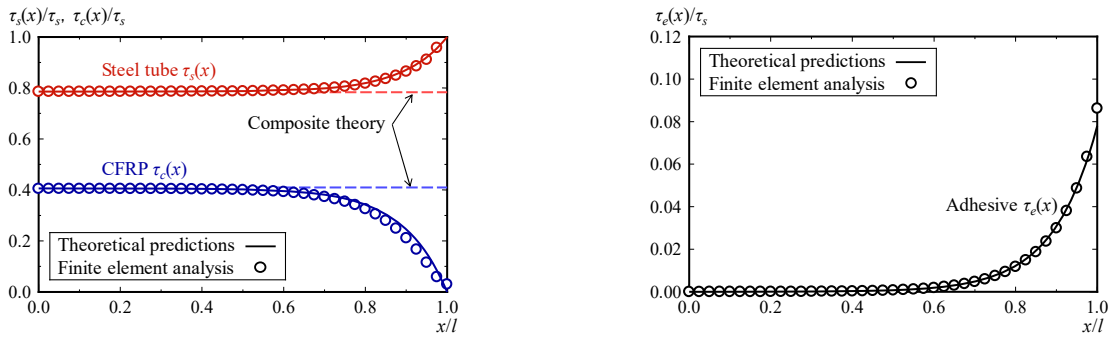


Fig. 3 Finite element model.

Table 1 Material properties and dimensions of each member.

	Steel tube	Adhesive	CFRP*
Young's modulus [GPa]	$E_s = 200$	$E_e = 2.500$	$E_1 = 2.847$, $E_2 = 3.591$, $E_3 = 3.591$
Poisson's ratio	$\nu_s = 0.300$	$\nu_e = 0.360$	$\nu_{12} = 0.016$, $\nu_{23} = 0.954$, $\nu_{31} = 0.020$
Shear modulus [GPa]	$G_s = E_s/\{2(1+\nu_s)\} = 76.923$	$G_e = E_e/\{2(1+\nu_e)\} = 0.919$	$G_{12} = 0.919$, $G_{23} = 37.770$ (= G_c), $G_{31} = 0.919$
Thickness [mm]	$t_s = 4.5$	$h = 1.0$	$t_c = 2.0$
Outside radius [mm]	$r_s = 57.15$		$r_c = r_s + h + t_c = 60.15$

* 1: radial, 2: tangential, 3: longitudinal directions.



(a) Outer surfaces of the steel tube and CFRP, (b) Mid-thickness of the adhesive layer.

Fig. 4 Shear stress distribution in the CFRP-bonded steel tube.

大域参照勾配を用いた Hermite 族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

Three-Dimensional Bridge Modeling Using the Hermite Family Finite Element Method with Global Reference Gradients (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: s2520872@u.tsukuba.ac.jp

To address Japan's bridge aging and labor shortages, this study develops a 3D simulation platform for vehicle-bridge interaction. Utilizing Hermite-family finite elements that share displacement and slope at nodes, alongside Kirchhoff-Love plate theory, the model balances efficiency and accuracy. A coordinate transformation method was introduced to manage spatial arrangements of members. Results confirm the method's utility as a prototype for simulating dynamic bridge behavior under traffic loads, establishing a framework for future accuracy enhancement.

１．研究背景

橋梁の一斉老朽化が進む中で，交通振動データに基づいて橋梁構造を診断する技術[1,2]の開発が進められている．ただし，実橋で観測される交通振動データにはしばしば近接固有モードが卓越する．これは，橋梁の三次元的な構造において，片側の車線のみに交通荷重が作用し，ねじりモードを励起するためと考えられる．したがって，交通振動ベースの橋梁診断技術開発には，車両-橋梁相互作用系の三次元モデルに基づく数値シミュレーションが必要である．

しかし，一般的に三次元橋梁モデルの数値シミュレーションは計算負荷が高く，膨大な交通振動データから構造同定するには高精度かつ軽量な数値計算モデルが必要である．橋梁のように薄板構造を組み合わせた構造系を効率よく計算する方法として，既往研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素[3]の適用が検討されている．既往研究において，板要素の定式化に際し，要素形状や配置の組み合わせに起因した，要素境界における物理量の不整合が生じるといった課題があった．

物理量の不整合は幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築[4]における幾何定義に局所パラメータ微分($\partial/\partial\xi$)が，物理場に大域座標微分($\partial/\partial x$)が混用されることに起因し，トポロジー的な不整合[5]となっていた．ここで，大域参照微分を局所パラメータ微分に線形変換により直接反映可能なように定義する方法に着目し，大域参照勾配法として提案する．

本研究では，Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案し，定式化を行う．得られた式に基づき構築された三次元橋梁モデルは，要素数を減らしながらも精度を維持して計算可能なため，従来の計算負荷を抑制しつつ，複雑な橋梁構造を精緻に表現することが期待できる．モデルの妥当性検証のため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．

２．Hermite 族有限要素法

Hermite 族有限要素法は，節点において変位と勾配を共有する．本研究では，節点における勾配成分に変位の大域参照座標における導関数で定義する大域参照勾配を用いた．橋梁モデルが定義されている三次元直交座標系内の大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)$ と幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ および変位場 $\boldsymbol{u}$ を定義すると，式(1)のように書ける．

$$\boldsymbol{x}=\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u} \tag{1}$$

節点 k において形状マッピングベクトルの成分 $\boldsymbol{X}_i^k$ と数値解ベクトルの成分 $\boldsymbol{U}_i^k$ $(i=1,2,3)$は，以下の式(2)となる．

$$\boldsymbol{X}_i^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_i^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{U}_i^k=\begin{bmatrix}u_i^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix} \tag{2}$$

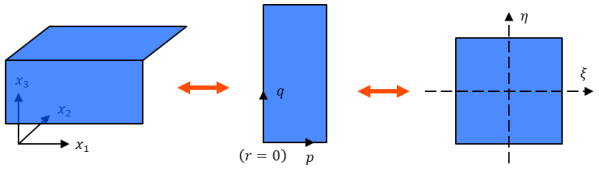
上記を定義により，橋梁の三次元的なモデルであっても座標変換の不整合を解消することで，一般的な計算順序により数値シミュレーションの実装が可能となる．

３．座標変換

Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素（H-KLP 要素）を用いてモデル化した床版，主桁および横桁で構成される橋梁では，三次元に組み合わされた要素(Fig.1 (a))間での共通節点において，自由度である変位と勾配は共有される．板の面内方向として p,q 軸を面外方向として r 軸を定義した基準座標系(Fig.1 (b))は，局所座標系として二次元正規化座標系(ξ,η)の H-KLP 要素における親要素(Fig.1 (c))の線形変換によって得られる．さらに，基準座標系を回転変換することでモデルの直交座標である大域参照座標系と関連づける手法を大域参照勾配法として新たに導入した．すなわち，式(2)の導入により，Fig.1 の各要素間は勾配に用いる座標系を統一的に扱うことが可能となる．

４．車両-橋梁モデル

車両は車体（スプリング上）重心の三次元座標と 4 つのばね下質点の垂直変位（スプリング下）を考慮した 7 自由度 Full-Car モデルを扱う．(Table 1) 走行速度は 10 m/s とし



(a) Global (b) Rotational (c) Normalized

Fig.1 Coordinate system transformation

Table 1 Vehicle parameters

symbol	name	unit	value
m_s	Body mass	kg	11406
m_{ui}	Unsprung mass	kg	435.000
c_{si}	Sprung mass	kg/s	1.590×10^4
c_{ui}	Unsprung damping	kg/s	4.000×10^6
k_{si}	Sprung stiffness	N/m	0.750×10^6
k_{ui}	Unsprung stiffness	N/m	1.380×10^6

Table 2 Elastic web parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	20000
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	2.00
t_g	Thickness	m	0.04

Table 3 Concrete deck material parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	3500
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	5.50
t_g	Thickness	m	0.500

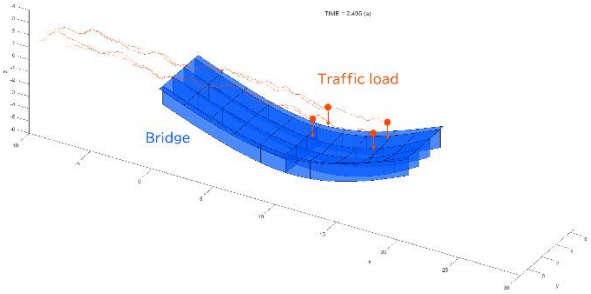


Fig.2 3D-simulation result (Perspective view)

た．橋梁は 4 本の主桁と 1 本の横桁を弾性体ウェブ（Table 2）として，床板はコンクリート（Table 3）としてモデルのパラメータを設定した．橋梁の各パラメータは，鋼橋の試設計データ [6]を参考にした．橋梁の要素分割について，主桁は橋軸方向に 3 要素，鉛直方向に 1 要素，横桁は橋軸直角方向に主桁との交差点に対応して，3 要素に分割した．また，床板は橋軸方向に 10 要素に分割した．これらは一般的なラグランジュ要素と比べ，比較的小さい．

これらの車両-橋梁モデルを用いて，4 つの車輪の挙動を模擬した交通振動に基づく交通荷重に対する橋梁のたわみを再現するシミュレーションを行う．ただし簡便のため，本検討においては車両-橋梁相互作用系を考慮しない．

5．結果と考察

シミュレーションの特定時刻における画像を Fig.2 に示す．この時刻の画像は，計算上において，特異な結果を意味しない．また，たわみが明確になるよう，可視化の際にたわみに 20000 倍の係数をかけているが，実際の値には影響しない．橋梁の片側を走行する車両による荷重に対し，推定される橋梁中点における節点のたわみは 0.187mm 程度であるところ，主桁中央部が最大 0.192~0.195mm たわむ様子が再現された．本検討において，定式化に基づき構築されたモデルが，設定された条件において，妥当であることが確認された．これらの分割数は一般的なラグランジュ要素での分割と比較すると小さい為，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなど，より計算負荷の高い問題への適用可能性が示唆される．

6．まとめ

本研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案，定式化した．構築された三次元橋梁モデルは妥当性を検証するため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．以下に知見を示す．

1. 大域参照勾配法を適用した主桁，横桁および床板で構成された三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現された．

2. 要素数の少ない三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現されたことから，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が示唆される．

今後の取り組みとして，車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が考えられる．また，大域参照勾配の導入により，幾何場と変位場の足し合わせを統合し，Hermite 要素のたわみとたわみ角の連続性を保証する複雑な過程が不要となったことから，より一般的な計算過程を保持することで，Hermite 族有限要素法の汎用性向上が期待される．

参考文献

1) R. Shin, Y. Okada, K. Yamamoto: Discussion on a Vehicle-Bridge Interaction System Identification in a Field Test, Sensors, 23(1), 539, 2023.
2) M.J. Whelan, M.V. Gangone, K.D. Janoyan, R. Jha: Real-time wireless vibration monitoring for operational modal analysis of an integral abutment highway bridge, Engineering Structures, 31(10), pp. 2224-2235, 2009.
3) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
4) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.
5) 勝山俊平，田口由得，澤原菜々子，後藤由佳，山本亨輔: Hermite 族適合要素による有限要素解析を用いた 3 次元橋梁モデルの検討，令和 7 年度土木学会全国大会第 80 回年次学術講演会, 12PM2-Ae-16，熊本, 2025.
6) 原隆, 環境・都市システム教科書シリーズ 15 鋼構造学，コロナ社，2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

Likelihood free Hierarchical Bayesian model updating of an existing seismically isolated bridge using variational autoencoder (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松浦　奈央（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Nao MATSUURA, Hokkaido University
Masaru KITAHARA, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study proposes a likelihood-free hierarchical Bayesian model updating framework based on a Variational Autoencoder (VAE) for calibrating an existing seismically isolated bridge model. The pre-trained VAE enables implicit likelihood evaluation without imposing parametric assumptions on the probability distribution of measured seismic response data. Furthermore, to address the high dimensionality of parameters in multi-span bridge systems, a hierarchical Bayesian formulation is introduced. By incorporating mechanical similarity among bridge piers, the proposed approach enhances parameter identifiability and improves estimation stability.

１．研究背景と目的

橋脚の地震荷重を低減する目的で免震支承が広く用いられているが，近年はその経年劣化が顕在化している．劣化した支承を大規模地震後に早期発見・補修するため，地震観測データと数値解析モデルを組み合わせ，供用下における橋梁の現有性能を定量的に評価することで，橋梁全体の健全性や個別の支承の機能低下を効率的に把握することが期待される．

このような背景に対し，観測誤差やモデル化誤差などの不確実性を確率的に考慮できるベイズモデル更新理論が注目されている．しかし，観測量として地震時の時刻歴応答を用いる場合，尤度評価に時刻間独立性や誤差分散の仮定が必要となり，推定の不確実性が事後分布に適切に反映されない可能性がある．また，多径間連続橋では推定対象となる構造パラメータ数が多く，観測データの情報のみでは解が一意に定まらず安定した推定結果を得ることが難しい [1]．

これに対して，深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダ（VAE）を用いて観測データの確率分布を仮定せず尤度評価を行う手法が提案されている [2]．本研究では，VAE を用いたベイズモデル更新法を多径間免震橋へ適用するため，各径間で支承と橋脚の復元力特性は大きく異ならないという構造的特徴に着目し，階層ベイズモデルの応用を検討した．

２．VAE を用いた階層ベイズモデル更新の概要

ベイズモデル更新は，次式に示すベイズの定理を用いた確率論的なモデルパラメータの更新手法である．

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D}) \propto P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta}) \tag{1}$$

ここで，$P(\boldsymbol{\theta})$はモデルパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の事前分布であり，その期待値やとり得る範囲に関する事前情報を表す．$P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は$\boldsymbol{\theta}$が与えられたときの観測データ$\boldsymbol{D}$の生起確率を表す尤度関数である．これらを掛け合わせることで，データ$\boldsymbol{D}$が観測されたときの$\boldsymbol{\theta}$の事後分布$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})$を得る．事後分布は，観測誤差やモデル化誤差による構造パラメータの不確実性を表す．

本研究では，李ら [2]の手法に基づき VAE を用いて観測データの確率分布をエンコーダで近似することで尤度評価を行う．VAE は，入力データ$\boldsymbol{X}$から潜在変数$\boldsymbol{z}$の確率分布を出力するエンコーダ$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{X})$と，潜在変数$\boldsymbol{z}$からデータ$\boldsymbol{X}$を再構成するデコーダ$p_{\eta}(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{z})$の 2 つのニューラルネットワークにより構成される．多数のデータを同時に学習することで，高次元データの確率構造を低次元の潜在空間上で表現することができる．

学習済みの VAE に観測データを入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})$，$\boldsymbol{\theta}$に対して地震応答解析で求めた応答予測を入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})$，$\boldsymbol{z}$の標準正規分布$q_{\phi}(\boldsymbol{z})$を用いて，尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は次式で表される [2]．

$$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \approx q_{\phi}(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \propto \int \frac{q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})}{q_{\phi}(\boldsymbol{z})} d\boldsymbol{z} \tag{2}$$

このように，VAE を導入することで観測データの確率分布を仮定せず尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$を求めることが可能となる．

また，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$がハイパーパラメータ$\boldsymbol{\psi}$の確率分布に従うとして階層ベイズモデルを構築する．$\boldsymbol{\psi}$自体も未知量として扱い$\boldsymbol{\theta}$と同時に推定する．$\boldsymbol{\psi}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\psi})$，$\boldsymbol{\theta}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})$とすると，$\boldsymbol{\theta}$と$\boldsymbol{\psi}$の事後分布は式(3)で求められる．

$$p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}|\boldsymbol{D}) \propto p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})p(\boldsymbol{\psi}) \tag{3}$$

本研究では，$\boldsymbol{\psi}$は橋梁全体での期待値$\boldsymbol{\mu}$と径間毎のばらつきを表す分散$\boldsymbol{\sigma}^2$からなるものとし，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$は以下の正規分布に従ってサンプリングする．

$$\boldsymbol{\theta} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) \tag{4}$$

これにより，橋梁全体に共通のハイパーパラメータ$\{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2\}$と個別の構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$を同時に推定する．

３．対象橋梁及び解析方法

鉛プラグ入り積層ゴム支承を有する 5 径間連続 RC 免震橋 [3]を対象に，**図−1** に示す 2 次元有限要素モデルでモデル化した．モデルの詳細は文献 [3]を参照されたい．本研究では，経年劣化による力学特性の変化として，免震支承のバイリニアモデルにおける初期剛性K_{b1}，降伏後剛性K_{b2}，降伏荷重Q_bおよび橋脚基部の Takeda モデルにおける初期剛性K_{p1}，降伏曲げモーメントM_yの設計値に対する変化率を**表−1** の通りランダムに設定した．これらのパラメータを用いて地震応答解析を行い，**図−1** の赤点で示す桁中央と各橋脚天端の計 5 か所の加速度応答時刻歴にノイズを付与して観測データを作成した．入力地震動は，レベル 2 設計地震動の II-I-1 地震動を用いた．

ハイパーパラメータの事前分布は一様分布とし，構造パラメータの設計値に対する範囲を**表−2** のように設定した．この事前分布から 30000 組の$\boldsymbol{\theta}$をランダムに生成し，上記 5 か所の加速度応答時刻歴を求めて VAE の学習を行った．潜在変数$\boldsymbol{z}$の次元数は 40 とした．同様の手順で 3000 組の検証用データセットを用意し，構築した VAE の推定精度を確認した．また，事後分布の推定には文献 [1]と同様に遷移マルコフ連鎖モンテカルロ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

法を用いて，サンプル数は 5000 とした．

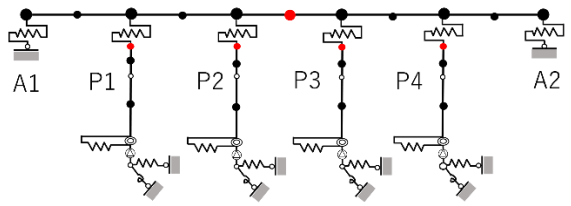


図-1：対象橋梁の 2 次元有限要素モデル

表-1 :経年劣化を考慮した構造パラメータ値（設計値比）

径間	K_{b1}	K_{b2}	Q_b	K_{p1}	M_y
P1	1.12	1.21	0.58	0.83	0.58
P2	1.12	1.27	0.46	0.72	0.69
P3	1.05	1.35	0.39	0.89	0.52
P4	1.36	1.03	0.50	0.69	0.46

表-2 :ハイパーパラメータの事前分布（設計値比）

ハイパーパラメータ	下限	上限	確率分布
期待値$\boldsymbol{\mu}$	0.2	1.9	一様分布
標準偏差$\boldsymbol{\sigma}$	0.05	0.20	一様分布

4．解析結果

全構造パラメータの事後分布を**図-2** に示す．図中の赤線は各パラメータの真値を示す．なお，階層ベイズモデル更新では各径間でのハイパーパラメータの事後分布も推定されるが，本研究では構造パラメータの推定結果を直接評価するため，図には構造パラメータの事後分布のみを示している．

図より，事後分布のばらつきはパラメータの種類や径間によっても異なり，学習済みの VAE を用いることで尤度関数に仮定を設けることなく各パラメータの不確実性を適切に定量化することができたものと考える．また，ほとんどのパラメータで事後分布は真値近傍に分布しており，真値が分布内に収まっていることがわかる．事後分布の平均値と真値の相対誤差は最大でも 40 %程度であり，多くのパラメータで 20 %以下となった．以上より，階層ベイズモデルを適用することで局所最適解に陥ることを防ぎ，経年変化後の構造パラメータを適切に推定することができたものと考える．

5．結論

本研究では，VAE を用いた尤度関数の近似手法を階層ベイズモデルに拡張し，既存免震橋の橋梁全体系モデルの更新を検討した．これにより，既往の経験的な尤度関数を用いて全パラメータを独立に推定した場合と比較して，推定精度を大幅に向上させるとともに，パラメータや径間の違いによる不確実性を事後分布として適切に考慮することができた．

今後は，観測データのノイズレベルの違いや入力地震動の強度，振幅特性の違いによる推定精度の検証を行うとともに，より詳細な解析モデルを用いてモデル化誤差の影響を明示的に考慮した検討などを行う予定である．

参考文献

1）片山創一朗，北原優，長山智則：複数観測点での地震応答を用いた既存免震橋のベイズモデル更新，土木学会論文集，Vol.81，No.15，24-15022，2025.
2）李尚元，松本雄馬，八百山太郎，肥田剛典，糸井達哉：変分オートエンコーダによるベイズ更新を用いた非線形地震応答解析モデルの更新手法の提案，日本建築学会構造系論文集，Vol.88，No.812，pp.1406-1416，2023.
3）土木学会地震工学委員会編：橋の動的耐震設計，pp.147-161，丸善出版．2003.

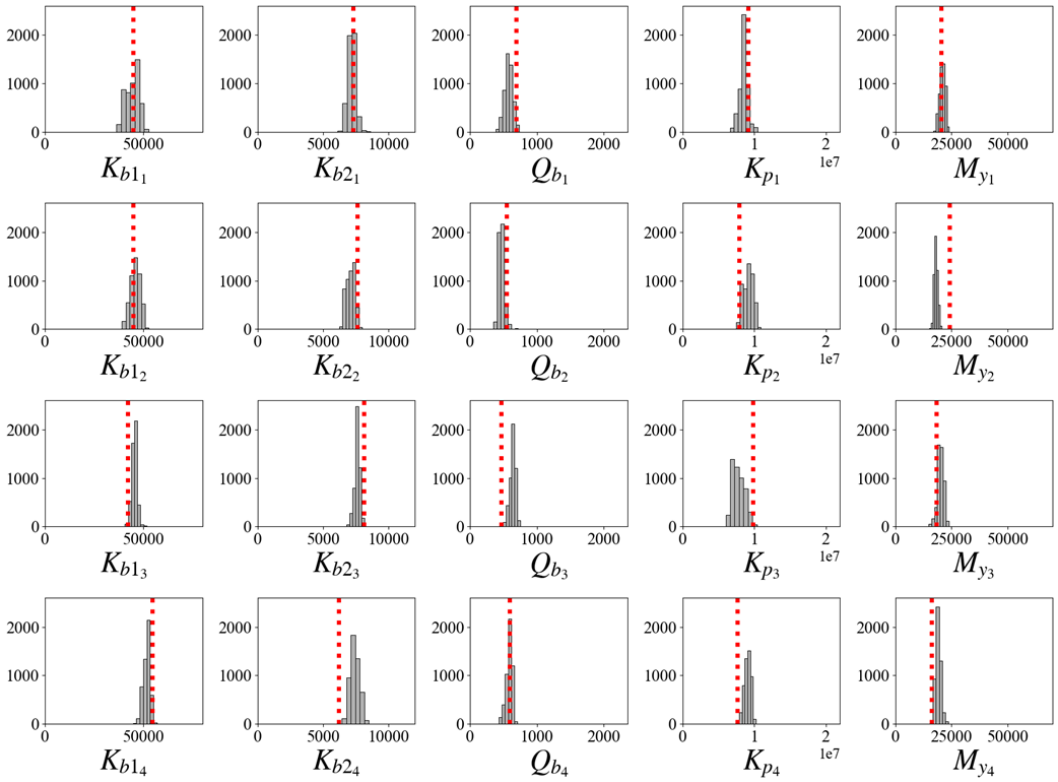


図-2：構造パラメータの事後分布

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

Comparative Study of Learning Functions in High-Dimensional Reliability Analysis Combining Active Learning and Dimensionality Reduction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　良典（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Ryosuke Takahashi, Hokkaido University
Kitahara Masaru, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study compares different learning functions for the Adaptive active Subspace-based heteroscedastic Gaussian Process (AaS-hGP), a recently proposed high-dimensional active learning reliability analysis method. First, we conduct a sensitivity analysis on a 50-dimensional benchmark to determine the optimal threshold for the well-known EFF and H functions. Subsequently, the H-function with the optimized threshold is applied to a 100-dimensional ship rolling problem. The results demonstrate that the H function achieves superior accuracy and efficiency compared to the conventional U function.

1. はじめに

地震や風，波浪など確率的な外乱を受ける構造物の性能評価では，その不確実性を考慮した信頼性解析が重要となる．近年では，ガウス過程（GP）モデルとモンテカルロ法（MCS）による能動学習手法である AK-MCS[1]およびその派生手法が，精度と効率性の高さから広く注目されている．しかし，上記の自然外力は一般に数百次元の入力変数を持つ確率過程としてモデル化されるため，次元の呪いにより GP モデルの適用は困難である．

これに対し，能動学習で求めた勾配情報に基づき逐次的に次元削減を行う Active Subspace 法と，次元削減に伴う不確実性を不均一ノイズとして扱う不均一分散 GP（hGP）を組み合わせて AK-MCS を高次元信頼性解析に拡張した AaS-hGP が提案されている [2]．しかしながら，hGP モデルの能動学習において，訓練点を追加するための学習関数の選択が，破壊確率の推定結果に与える影響については十分に検証されていない．

そこで本研究では，ベンチマーク例題と船体の非線形横揺れ運動を対象に，AK-MCS で広く用いられる 3 つの学習関数について，AaS-hGP による破壊確率の推定精度および効率性の比較検討を行う．

2. AaS-hGP の理論

2.1 手法の概要

AaS-hGP では，入力変数$\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^D$を Active Subspace 法により低次元の特徴変数$\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^{d_r}$（$d_r \ll D$）へ射影し，その空間上で限界状態関数を hGP モデルで代理する．通常の GP が等分散を仮定するのに対し，hGP は空間依存の分散$\epsilon(\boldsymbol{\psi})$を導入することで，次元削減による不確実性を確率的に表現する．

能動学習においては，hGP モデルの予測平均および予測分散を用いて学習関数を評価し，追加の訓練点を選択する．破壊確率に関する収束条件を満たすまで，次元削減と hGP モデルの更新を繰り返す．本手法の計算フローを Fig. 1 に示す．

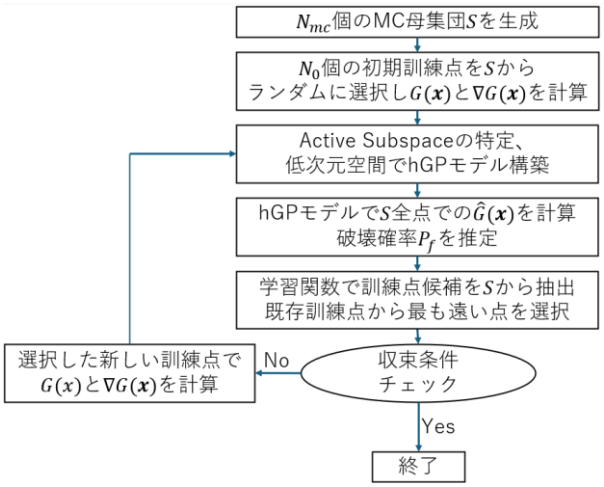


Fig. 1 The flowchart of AaS-hGP algorithm

2.2 学習関数の比較

本研究では，次の 3 つの学習関数を比較対象とする．（1）EFF 関数 [3]は，限界状態近傍における期待改善量に基づく関数である．（2）U 関数 [1]は信頼性指標に基づく関数であり，AK-MCS および AaS-hGP で標準的に用いられている．（3）H 関数 [3]は予測分布の情報エントロピーに基づく関数であり，初期訓練点の配置に依存せずロバスト性に優れることが指摘されている．

3. ベンチマーク例題による検討

限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$が次式で与えられる，50 次元のベンチマーク問題を考える．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{-1}{0.65}\prod_{j=1}^{50}\frac{4x_j - 2 + \lambda_j}{1 + \lambda_j} \tag{1}$$

ここで，x_jは$[0,1]$の一様分布，λ_jは$\lambda_j = 1\ (j = 1, \ldots, 4)$，$\lambda_j = 500\ (j \geq 5)$である．

MCS のサンプル数$N_{mc} = 10^6$，初期訓練点数$N_0 = 50$とした．Active Subspace の次元数d_rは，hGP モデルの予

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測平均の二乗平均平方根誤差が閾値$\epsilon_d^t = 0.01$を下回るよう適応的に決定した．収束条件は，破壊確率の相対変化量とその変化率が閾値（共に$\epsilon^{tol} = 0.001$）を 3 回連続で満たすこととした．

原著論文 [2]では，U 関数の値が 2 以上となるサンプルを候補点とし，現在の訓練点と最も距離の離れた点を追加訓練点として選択している．本研究では，事前検討に基づき EFF 関数の値が 0.2 以上，H 関数の値が 0.15 以上となるサンプルを候補点とした．

以上の条件のもと，各ケースについて乱数シードを変えて 20 回の独立試行を実施した．Fig. 2 に各学習関数における Active subspace の次元数の推移を示す．図より，学習関数によらず初期段階で有効次元数$d_r = 4$を特定し，低次元特徴空間における能動学習が適切に行われていることがわかる．

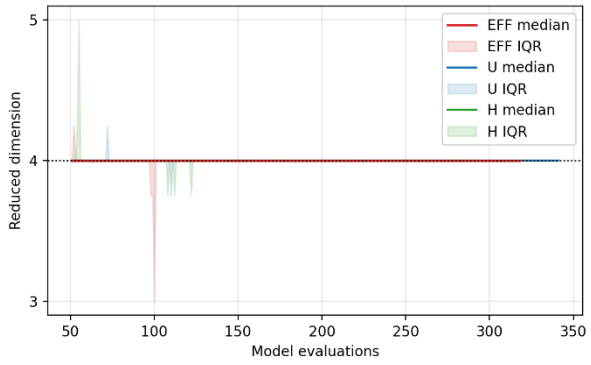


Fig. 2 Transition in the active subspace dimensionality

Table 1 に破壊確率P_fの推定結果を示す．なお，参照解は10^6回の MCS で算出した．いずれの学習関数でもP_fの相対誤差は 2%以下となり，AaS-hGP の高い推定精度が確認された．特に，H 関数は推定誤差，モデル評価回数の平均値，標準偏差がいずれも最小であり，他の学習関数を用いた場合より推定精度および効率性に優れる結果となった．

Table 1 Results for the benchmark example

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	4.96	-	10^6	-
AaS-hGP (EFF)	4.89	1.50	255	36.4
AaS-hGP (U)	4.92	0.71	254	40.9
AaS-hGP (H)	4.94	0.34	246	28.8

4. 実工学例題への適用

実工学問題における適用性を検証するため，不規則波中における船体の横揺れ運動を対象とした信頼性解析を実施した．Takami and Kitahara[4]のバルクキャリアについて，その横揺れ運動は次式で記述される．

$$\ddot{\phi} + 2\xi_1\omega_0\dot{\phi}_e + \xi_2|\dot{\phi}|\dot{\phi} + \frac{\xi_3\dot{\phi}_e^3}{\omega_0} + \frac{\omega_0^2 GZ(\phi)}{GM} = \frac{M(t)}{J_x} \quad (2)$$

ここで，減衰定数は$\xi_1 = 0.01$，$\xi_2 = 0.073$，$\xi_3 = 0.51$であり，ϕは横揺れ角，J_xは慣性を考慮した横揺れ半径，$GZ(\phi)$は復元力を表す復元挺である．入射波スペクトルを離散化した際の各周波数成分の係数を，100 次元の互いに独立な標準正規分布に従う入力変数$\boldsymbol{x}$とした．$M(t)$は波浪外力モーメントであり，対象船の主要パラメータと$\boldsymbol{x}$より求められる．限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$は，600 秒間の解析において横揺れ角ϕが許容角$\phi_f = 0.4$ radを超える事象として，次式により定義した．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{\phi(\boldsymbol{x}, t)}{\phi_f} \quad (3)$$

$N_{mc} = 10^6$，$N_0 = 50$，$\epsilon_d^t = 0.01$，$\epsilon^{tol} = 0.005$とし，U 関数および H 関数を用いて各 5 回の独立試行を行った．

解析結果を Table 2 に示す．ベンチマーク例題の結果と同様，U 関数と比べて H 関数は少ない計算コストで高い推定精度を示した．解の安定性についても，H 関数では U 関数と比較して訓練点数のばらつきが小さく抑えられている．以上より，100 次元の不規則波を考慮した船体の非線形横揺れ運動においても，H 関数を用いることで初期訓練点の配置に左右されず，AaS-hGP により安定して破壊確率を推定できることが確認された．

Table 2 Results for the engineering application

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	1.10	-	10^6	-
AaS-hGP (U)	1.33	20.5	262	62.0
AaS-hGP (H)	1.19	8.1	247	47.1

5. 結論

AaS-hGP を用いた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討を行い，H 関数を用いることで推定精度と計算効率を向上させつつ，初期訓練点への依存性を大幅に低減できること可能性があることを明らかにした．

参考文献

1) Echard, B., Gayton, N. and Lemaire, M.: AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation, Structural Safety, Vol.33, No.2, pp.145-154 (2011).
2) Kim, J., Yi, S. and Song, J.: Estimation of first-passage probability under stochastic wind excitations by active-learning-based heteroscedastic Gaussian process, Structural Safety, Vol.100, 102268 (2023).
3) Lv, Z., Lu, Z. and Wang, P.: A new learning function for Kriging based structural reliability analysis, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.51, No.1, pp.11-25 (2015).
4) Takami, T. and Kitahara, M.: Active learning-based estimation of extreme roll motion in beam seas with supervised dimensionality reduction and gradient approximation, ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, Vol.12, No.1, 04025104 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Parameterized Physics-Informed Neural Networks と各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

Estimation of Posterior Distribution of Unsaturated Soil Hydraulic Properties Using Parameterized Physics-Informed Neural Networks and Multiple Data Assimilation Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福永　竜世（立命館大学）　伊藤　真一（立命館大学）　酒匂　一成（鹿児島大学）
Ryusei FUKUNAGA, Ritsumeikan University
Shinichi ITO, Ritsumeikan University
Kazunari SAKO, Kagoshima University
E-mail: gr0752hv@ed.ritsumei.ac.jp

This study evaluated the capability of multiple data assimilation methods to estimate posterior distributions when Parameterized Physics-Informed Neural Networks (P-PINNs) are employed as surrogate models. Specifically, we focused on the Particle Filter (PF), Ensemble Kalman Filter (EnKF), Marginalized Particle Filter (MPF), and Markov chain Monte Carlo (MCMC) methods. These methods were combined with P-PINNs to estimate the parameters related to unsaturated soil hydraulic properties based on measurement data obtained from a water retention test using the soil column method. The characteristics of each method are discussed in terms of the estimation accuracy and computational cost. The results indicate that all methods accurately estimated the posterior distribution. Furthermore, it was found that the use of P-PINNs alleviates particle degeneracy in PF and reduces the computational costs associated with the MCMC methods.

１．はじめに

データ同化は，数値解析モデルを観測データに基づいて修正・更新する方法である．代表的な手法としては，Kalman Filter や Particle Filter（以下，PF）などが挙げられ，土木工学分野においても構造同定や地盤パラメータの同定など様々な適用事例が報告されている．これらの観測更新アルゴリズムを比較した研究として，珠玖ら [1]は 2 自由度せん断問題に様々な手法を適用し，その特性を計算効率と事後分布の推定精度に着目して議論している．その結果，粒子数を増やすことで事後分布の推定精度は向上するが，計算コストが大きくなることが課題とされている．また，Yang et al.[2]は山留め掘削問題を対象とした地盤パラメータの推定に対して PF とマルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）を適用し，MCMC 法は計算負荷が大きいことを指摘している．このような計算コストの課題に対して，少ない粒子数で効率的に事後分布を推定可能な手法として Ensemble Kalman Filter（以下，EnKF），Merging Particle Filter（以下，MPF）などが提案されている．しかし，これらの手法は多峰性の分布の推定は難しいなど適用範囲に制約がある．

その一方で，粒子数を削減するのではなく数値解析を高速で行う方法としてサロゲートモデルの活用が考えられる．中でも本研究では，物理法則を満たす解を算出できるサロゲートモデルである Parameterized Physics-Informed Neural Networks（以下，P-PINNs）に着目する．P-PINNs は一度モデルを構築すると，任意の材料パラメータに対して高速で数値解析結果を算出できる．そのため，多数回の順解析を必要とするデータ同化手法においても，現実的な計算時間およびメモリで事後分布を推定可能であると考えられる．これらを踏まえると，従来の限られた試行回数での事後分布推定に関する議論ではなく，サロゲートモデルを用いた場合の各種データ同化手法の事後分布推定能力を再度評価する必要がある．本研究では，不飽和浸透問題を対象として P-PINNs により高速で不飽和浸透解析が可能なサロゲートモデルを構築し，そのモデルと PF，EnKF，MPF，MCMC 法により不飽和浸透特性の事後分布を推定する．そして，P-PINNs を用いた場合の各手法の特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して明らかにする．

２．問題設定と P-PINNs の適用

本研究では，不飽和浸透挙動の時系列データを得るために図-1 に示す試験装置を用いて土柱法による保水性試験を実施した．本試験では，供試体内の高さ 10 cm と 20 cm の位置に土壌水分計を設置することで体積含水率の経時変化を計測した．土試料として豊浦砂を用い初期飽和度 S_r = 10%，間隙比 e = 0.78 となるように締固めて供試体を作製した．図-2 は土柱法の試験結果を示している．本研究では，この計測データに基づいて，P-PINNs と各種データ同化手法を組み合わせることで，不飽和浸透特性の事後分布を推定する．

P-PINNs による不飽和浸透解析を行うための支配方程式には Richards 式，水分特性曲線モデルには式(1)に示す van Genuchten モデル，不飽和透水係数モデルには式(2)に示す Mualem モデルを用いた．

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha\psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \tag{1}$$

$$k(\psi) = k_s S_e^{0.5} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \tag{2}$$

ここで，S_e は有効飽和度，θ_s は飽和体積含水率，θ_r は残留体積含水率，α と n は水分特性曲線の形状を決定するパラ

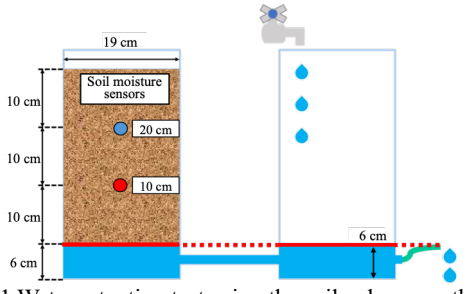


Fig. 1 Water retention test using the soil column method.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

メータ，k_s は飽和透水係数を表している．この不飽和浸透解析を行う際に土ごとで値の異なるパラメータは θ_s, θ_r, α, n, k_s の 5 つである．そのため，P-PINNs モデルでは，初期条件と 5 種類の不飽和浸透特性を入力データとして学習し，任意の条件に対して瞬時に土柱法の不飽和浸透挙動を再現できるモデルを構築した．P-PINNs モデルの構築方法および妥当性に関しては既往の研究を参照されたい [3]．

3．各種データ同化手法

本研究では，不飽和浸透特性の事後分布を推定する方法として，PF，EnKF，MPF，MCMC 法を用いた．PF，EnKF，MPF はシステムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれるアンサンブルで近似的に表現し，ベイズの定理に基づいてアンサンブルを逐次更新することで事後分布を求める方法である．一方で，MCMC 法はマルコフ性を仮定したモンテカルロ法を行うことで，事後分布に従う乱数を発生させることができる手法である．本研究では，観測誤差に正規分布を仮定しているため事後分布は以下の式で表される．

$$p(y \mid \mu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(y - h(\mu)\right)^{\mathrm{T}} R^{-1}\left(y - h(\mu)\right)\right] p(\mu) \quad (3)$$

ここで R は分散共分散行列，y は計測データ，$h(\mu)$はパラメータ μ において事前に構築した P-PINNs モデルによる数値解析結果，$p(\mu)$は事前分布である．分散共分散行列 R は各深度の計測データの変動幅の 35%とし，比対角項は考慮していない．また，事前分布はパラメータの変動幅の中央値を平均値，変動幅の 25%を標準偏差とする正規分布を設定した．これらの条件で各手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，その特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して議論する．

4．解析結果

PF，EnKF，MPF では粒子数を 100,000 個として事後分布を推定した．また MCMC 法では試行回数 0 回～20,000 回までをバーンイン期間とし，バーンイン後の 20,000 回～100,000 回の値を事後分布として用いた．まず各手法の計算コストを比較すると，MCMC 法では約 2.0 分程度，それ以外の手法では約 1.0 分程度で事後分布を推定できた．MCMC 法は計算コストの大きさを課題として指摘されることが多いが，P-PINNs であれば実用的な時間内での事後分布推定が可能であると言える．

図-3 は推定した不飽和浸透特性の累積分布関数を示している．同図より，データ同化手法によらずほぼ同じ事後分布を推定できていることがわかる．一般に PF は粒子の退化が問題となるが，図-3 に示す累積分布関数は滑らかな形状を示している．これは粒子数を十分に増やしたためであり，P-PINNs の計算の高速性を活用することで，効率よく粒子の退化を解消できていると考えられる．最後に，推定した事後分布の妥当性を確認するために，水頭法による保水性試験を実施し，その結果と推定した水分特性曲線を比較した．図-4 はその比較結果を示しており，実線は事後分布から算出した水分特性曲線の平均値，点線は $\mu \pm 2\sigma$ の範囲を示している．推定した水分特性曲線は，水頭法試験の値の傾向を十分な精度で再現できており，各手法において同程度の信頼区間で事後分布を推定できていることが確認できる．以上の結果から，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であるが，不飽和浸透特性は時不変なパラメータであることを考慮すると，非逐次型のベイズ更新手法である MCMC 法を用いることが望ましいと考えられる．

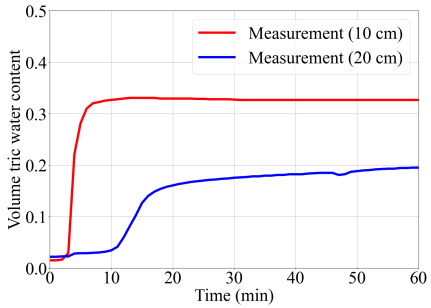


Fig. 2 Measurement data.

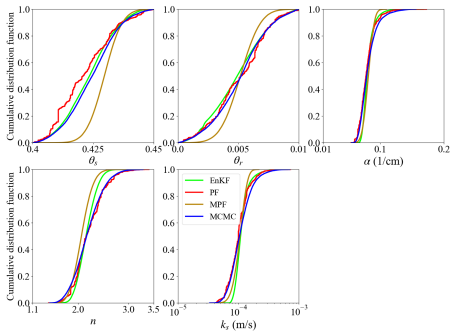


Fig. 3 Cumulative distribution functions of estimated parameters.

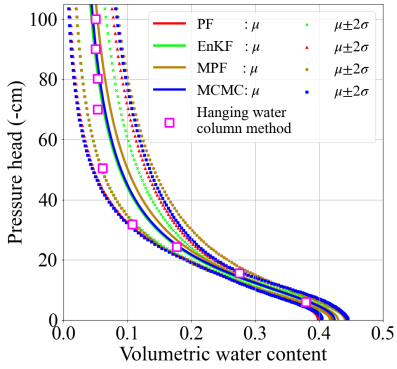


Fig. 4 Comparison results of soil water characteristics curve.

5．まとめ

本研究では，土柱法による保水性試験の計測データに基づいて各種データ同化手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，P-PINNs を用いた場合の各種法の特性について議論した．その結果，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であることがわかった．また，P-PINNs の高速性を活用することで，粒子の退化や MCMC 法における計算コストの課題を解消できることが明らかになった．

参考文献

1) 珠玖隆行，吉田郁政，山本真哉，田中耕司，藤澤和謙，野村泰稔:各種観測更新アルゴリズムによる事後確率分布の推定，土木学会論文集 A2(応用力学)，71，pp.I_59-I_70, 2015.
2) N. Yang, T. Le and L.T. Nguyen: Comparison of Markov Chain Monte Carlo and Sequential Monte Carlo techniques for calibrating soil parameters in a braced excavation, Proceedings of the XVIII ECSMGE, pp.949-954, 2024.
3) 福永竜世，伊藤真一，酒匂一成:Physics-Informed Neural Networks とベイズ推定を組み合わせた不飽和浸透特性推定手法の提案，第 60 回地盤工学研究発表会，22-7-1-04, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地震波動伝搬問題への Physics-Informed Neural Networks の適用における Fourier Feature Mapping と適応型重みづけの有効性評価（シンポジウム講演概要）

Effectiveness of Fourier Feature Mapping and Adaptive Weights in Physics-Informed Neural Networks for Seismic Wave Propagation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉本　圭吾（東京科学大学）　　宮本　崇（東京科学大学）
Keigo Yoshimoto, Institute of Science Tokyo
Takashi Miyamoto, Institute of Science Tokyo
E-mail: miyamoto.t.725e@m.isct.ac.jp

Conventional Physics-Informed Neural Networks (PINNs) suffer from degraded training convergence primarily due to gradient pathology and spectral bias. To mitigate these, we propose an improved PINNs framework integrating Fourier Feature Mapping (FFM) and adaptive weights. Ablation studies on 2D seismic wave propagation demonstrate that our method significantly enhances convergence and accuracy, proving highly effective for both forward and inverse problems.

1. はじめに

地下構造の推定手法の 1 つである Full Waveform Inversion (FWI) の計算コストを解決する手法として、Physics-Informed Neural Networks (PINNs)[1] が注目されている。しかし、従来の PINNs には、各損失項の勾配が不均衡になる勾配病理と、高周波成分の学習が進まないスペクトルバイアスという 2 つの課題がある。これらに対し、適応型重みづけ[2] や Fourier Feature Mapping (FFM)[3] などの手法が提案されているが、両者を統合した効果や、観測地震動から地盤構造を推定する逆問題への有効性は十分に明らかにされていない。そこで本研究では、適応型重みづけと FFM を統合した改良型 PINNs フレームワークを提案する。本稿では、地震波動伝搬シミュレーション（順問題）および不均質地盤の速度構造推定（逆問題）を対象に、提案手法の有効性を確認する。

2. 方法

2.1. 支配方程式

地盤内の SH 波 (水平偏波横波) の伝搬に関する支配方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial^2 u(\mathbf{x},t)}{\partial t^2} = c^2(\mathbf{x})\nabla^2 u(\mathbf{x},t) + s(t)G(\mathbf{x},\mathbf{x}_s), \tag{1}$$

ここで $\mathbf{x} = \{x, z\}$ は 2 次元媒体における空間座標ベクトル、$\mathbf{x}_s = \{x_s, z_s\}$ は震源の座標を表す。また $c(\mathbf{x})$ は地盤の速度構造モデルであり、$u(\mathbf{x}, t)$ は時間領域における変位である。$s(t)$ は震源時間関数であり、中心周波数 f_0 と遅延時間 $t_0 = 1/f_0$ を持つリッカーウェーブレットを使用する。$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)$ には、ガウス形状を持つ滑らかな空間依存場を用いる。

2.2. PINNs の定式化

本研究では、ニューラルネットワークを用いて波動場 $u(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$ および速度構造 $c(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$(逆問題時) を近似する。以下の損失関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})$ を最小化することでネットワークパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を学習する。

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \lambda_{pde}\mathcal{L}_{pde} + \lambda_{ic}\mathcal{L}_{ic} + \lambda_{bc}\mathcal{L}_{bc} + \lambda_{data}\mathcal{L}_{data}, \tag{2}$$

ここで λ は各損失項の重み係数であり、$\mathcal{L}_{pde}$,$\mathcal{L}_{ic/bc}$,$\mathcal{L}_{data}$ はそれぞれ支配方程式、初期・境界条件、および観測データに対する二乗和残差（MSE）を表す。

2.3. 提案手法

本研究では地震波動伝搬シミュレーションおよび地下構造推定の精度向上を目的として、従来の PINNs に対し以下の 2 つを導入する。

1. **適応型重みづけ (Adaptive weights) の導入**
   勾配病理を緩和し、マルチタスク学習における収束速度を向上させるために、Wang ら[2] によって提案された適応型重みづけを用いる。
   適応型重みづけにおいて、各損失項の重みは次式で表される。
   $$\lambda_k = \frac{\sum_j \mathrm{Tr}(\mathbf{K}_j)}{\mathrm{Tr}(\mathbf{K}_k)} \quad \text{for} \quad k \in \{pde, ic, bc, data\}, \tag{3}$$
   ここで $\mathbf{K}_k$ は第 k 損失項に対応する NTK 行列であり、その (i, j) 成分はパラメータ θ に関するネットワーク出力 u の勾配の内積として定義される。
   $$\mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \nabla_\theta u(\mathbf{x}_i), \nabla_\theta u(\mathbf{x}_j) \rangle. \tag{4}$$
2. **入力層への Fourier Feature Mapping(FFM) の導入**
   スペクトルバイアスを緩和し、高周波成分を含む波動場の再現精度を向上させるために、Tancik ら[3] によって提案された Fourier Feature Mapping (FFM) を導入する。FFM は、正弦関数と余弦関数を用いて入力値を高次の特徴量空間へ埋め込む操作であり、次式で表される。
   $$\gamma(\mathbf{x}) = [\cos(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x}), \sin(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x})]^\mathsf{T}, \tag{5}$$
   ここで $\gamma(\mathbf{x})$ は $\mathbb{R}^{2m}$ 次元のベクトルであり、m はフーリエ特徴量の数である。行列 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m\times d}$ の各成分はガウス分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ からサンプリングされ、学習中は固定される。分散 σ はマッピングする周波数の分布およびニューラルネットワークが優先的に学習する周波数を決定するハイパーパラメータである。

3. 数値実験

3.1. 実験設定

本研究では、順問題および均質・不均質媒質における逆問題の計 3 ケースで検証を行ったが、本稿ではその内の 1 つ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

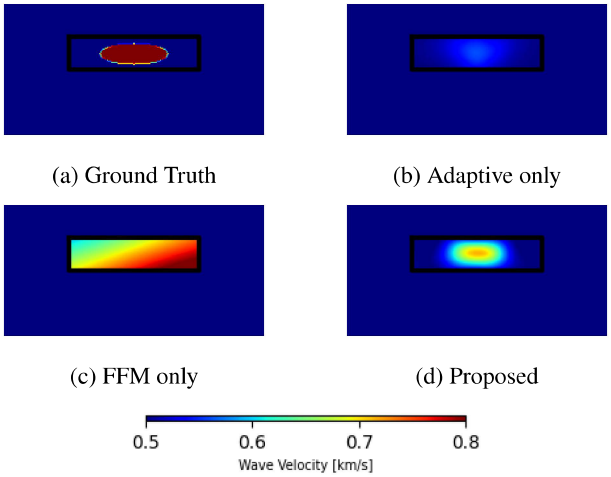
である不均質媒質における逆問題に焦点を当てる。計算領域は $x \in [0, 1000]$ m,$z \in [0, 500]$ m、解析時間は $t \in [0, 1.5]$ s とした。震源には中心周波数 5.0 Hz の Ricker wavelet を用い、$(x, z) = (500, 400)$ m に設置した。観測データとして、地表 ($z = 0$) に等間隔に配置した 41 点の受振器で取得された波形を用いた。推定対象の速度モデルは、背景速度 0.50 km/s の均質媒質中に、楕円状の高速度異常 (0.80 km/s) が存在する設定とした。

初期条件として、時刻 $t = 0$ において変位および速度がゼロとなる静止状態（$u = \partial u/\partial t = 0$）を与えた。また、境界条件として地表（$z = 0$）において応力がゼロとなる自由表面条件（$\partial u/\partial z = 0$）を課した。

ニューラルネットワークの構造は、変位 u の推定には全結合層 5 層（各層 80 ニューロン）を用いる。また、速度モデル c の推定に全結合層 5 層（各層 32 ニューロン）を用いた。活性化関数は全て Tanh を用いた。学習点数は、領域内部（PDE）$N_{pde} = 20,000$、初期条件 $N_{ic} = 8,000$、境界条件 $N_{bc} = 8,000$、観測データ $N_{data} = 8,000$ とした。最適化手法には Adam（学習率 1.0×10^{-4}）を用い、80,000 回の学習を行った。提案手法の有効性を検証するため、以下の 4 モデルを設計し性能の比較を行った: Baseline (通常の PINNs)、Adaptive only (適応型重みづけのみ適用)、FFM only (FFM のみ適用)、Proposed (提案手法)。

3.2. 結果と考察

Fig.1 に各モデルによる速度構造の推定結果を示す。この図から、Proposed（提案手法）が他のモデルと比較して、楕円の形状および速度値の両方を最も高精度に再現できていることがわかる。



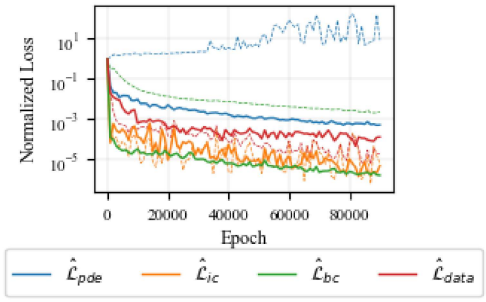
(a) Ground Truth　(b) Adaptive only

(c) FFM only　(d) Proposed

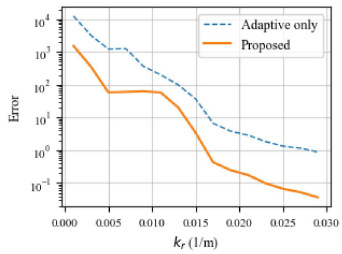
Fig. 1: Comparison of inversion results.

(1) 適応型重みづけの効果

各損失項の収束バランスを評価するため、学習初期の値で正規化した損失関数の推移を Fig.2a に示す。FFM のみを用いたモデル (FFM only) に着目すると観測データ項 $\hat{\mathcal{L}}_{data}$、初期条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{ic}$ および境界条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{bc}$ は、10^{-2} から 10^{-5} オーダーでま偏りなく減少している。一方、支配方程式項 $\hat{\mathcal{L}}_{pde}$ は、学習回数が増えても 10^{0} 付近で停滞しており、支配方程式の学習が進んでいないことが確認される。これに対し適応型重みづけを導入した提案手法 (Proposed) に着目すると、すべての損失項が 10^{-2} から 10^{-5} オーダーまで偏りなく減少している。この結果は、適応型重みづけにより



(a) Loss histories



(b) Radial average spectrum at $t = 0.36$ s

Fig. 2: Quantitative evaluations. (a) Solid and dashed lines indicate Proposed and FFM only, respectively.

各損失項間の勾配のアンバランスが緩和されたことを示している。

(2) Fourier Feature Mapping の効果

スペクトルバイアスを可視化するため、特定の時刻における波動場のスナップショットの誤差を波数領域で評価する。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を次のように定義する。

$$S(k_r) = \frac{1}{N_{k_r}} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{k_r}} |\mathcal{F}\{u_{pred}\} - \mathcal{F}\{u_{ref}\}|^2, \tag{6}$$

ここで $\mathcal{F}$ は 2 次元フーリエ変換、Ω_{k_r} は半径 $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ を持つ波数の集合を表す。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を Fig.2b に示す。同図より提案手法 (Proposed) は、Adaptive weights のみを用いたモデル (Adaptive only) に比べ、全波数領域にわたって誤差を大幅に低減しており、FFM がスペクトルバイアスを効果的に緩和することが分かる。

4. おわりに

本研究では、PINNs における勾配病理およびスペクトルバイアスを緩和するため、適応型重みづけと Fourier Feature Mapping (FFM) を統合した改良型フレームワークを提案し、地震波動伝搬および速度構造推定への有効性を検証した。数値実験からは、適応型重みづけによる損失項の収束バランスの改善と、FFM による高周波成分の再現性向上の相乗効果が確認され、いずれか一方を用いたモデルと比較して、順問題・逆問題ともに解の精度が大幅に向上することが示された。

参考文献

1) Raissi, M., et al.: J. Comput. Phys., 378, 686-707, 2019.
2) Wang, S., et al.: J. Comput. Phys., 449, 110768, 2022.
3) Tancik, M., et al.: NeurIPS, 33, 7537-7547, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

拘束条件を緩和した Data-Free Physics-Informed Neural Network による非圧縮性 Navier–Stokes 方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

Simulation of Navier–Stokes Equations by Data-Free Physics-Informed Neural Network with a Relaxed Incompressibility Constraint (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

出口　翔大（筑波大学）　三目　直登（筑波大学）　浅井　光輝（九州大学）
Shota DEGUCHI, University of Tsukuba
Naoto MITSUME, University of Tsukuba
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: deguchi.shota.gm@u.tsukuba.ac.jp

Physics-Informed Neural Networks (PINNs) approximate solutions to partial differential equations (PDEs) by incorporating the residuals of the governing equations into the training process. Their flexibility makes them suitable for inverse problems, where unknown parameters are sought, and for parametric problems, where solutions must be evaluated under varying parameters. However, the accuracy and reliability of PINNs for inverse and parametric analysis depend heavily on those for forward problems, which has not been sufficiently investigated. In this study, we examine the application of PINNs to the forward problem of the incompressible Navier–Stokes equations, and investigate the influence of the penalty coefficient associated with the incompressibility constraint on the accuracy and reliability of the resulting PINN solutions.

1. はじめに

Physics-Informed Neural Network (PINN)[1] は，Neural Network の学習において，当該の物理現象を記述する支配方程式の残差を利用する枠組みである．解くべき方程式が既知であれば観測データ無しに問題の近似解を求めることが可能であり（順解析），また，方程式に未知の係数が含まれる場合には観測データに基づいて方程式に含まれる係数等の逆推定が可能である（逆解析）．その柔軟性から，PINN は流体力学や生体工学など幅広い分野で応用されている．

著者らの先行研究では，非圧縮性 Navier–Stokes 方程式（非圧縮性 NS 式）において，境界条件の厳密な要請[2] と適応的な重みの調整[3] を併用することにより高精度な逆解析が可能であることを実証した[4]．一方，PINN が有効となる方程式の逆解析やパラメトリックな問題に適用する際には，その順解析に関する精度や信頼度が十分である必要がある．PINN が非圧縮性 NS 式の順解析ソルバーとして，どの程度の精度と信頼性を有するか，或いは精度や信頼性を担保するにはどのような工夫が必要であるかについては，未だ議論の余地が残されている．本研究では，PINN の非圧縮性 NS 式の順解析への適用に着目し，特に低〜中程度の Reynolds 数の流れ場を堅牢に予測するための工夫を検討する．

2. 機械学習手法

2.1. 問題設定

本研究では定常な非圧縮性 NS 式を考える．但し，外力は作用しないものとする．

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\boldsymbol{u} \quad \text{in} \quad \Omega \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \quad \text{in} \quad \Omega \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u} = (u, v)^\top$ は速度，p は圧力，Re は Reynolds 数であり，$\mathrm{Re} = 1{,}000$ とする．本研究では 2 次元のキャビティ流れを対象とし（$\Omega = (0,1)^2$），解の不連続性を回避するため，以下の境界条件を与える[5]．

$$\boldsymbol{u} = (4x(1-x), 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u} = (0, 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \tag{4}$$

ここで，$\Gamma_1 = \{(x,1) \mid x \in (0,1)\}$，$\Gamma_2 = \partial\Omega \setminus \Gamma_1$ である．

2.2. Physics-Informed Neural Network (PINN)

PINN[1] は式 (1)–(4) の解 $(\boldsymbol{u}, p)$ を Neural Network $(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}, p_{\boldsymbol{\theta}})$ により近似し，以下の損失関数を最小化する．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}_u(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{L}_v(\boldsymbol{\theta}) + \beta_c\mathcal{L}_c(\boldsymbol{\theta}) \tag{5}$$

$$\mathcal{L}_u = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)u_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_x p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 u_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{6}$$

$$\mathcal{L}_v = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)v_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_y p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 v_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{7}$$

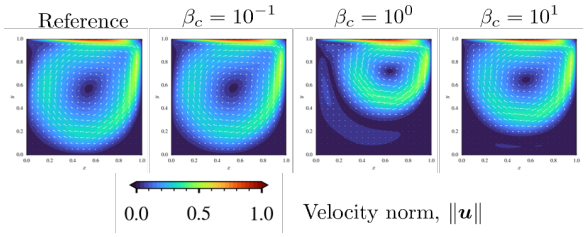
$$\mathcal{L}_c = \int_\Omega |\nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\theta}$ は Neural Network の学習可能パラメータ，$\beta_c (\in \mathbb{R}_+)$ は質量保存則に関する制約条件（式 (8)）に乗ずるペナルティ係数である．また，PINN では，境界条件に関するペナルティ項を式 (5) に付随させることにより式 (3)–(4) を近似的に満足させることが一般的であるが[1]，本研究では距離関数を用いてこれを厳密に課すこととする[2,4]．したがって，式 (5) に当該のペナルティ項は要さない．なお，圧力は，その平均値がゼロとなるよう指定する（$p, p_{\boldsymbol{\theta}} \in \{q \in L^2(\Omega) \mid \int_\Omega q\, d\boldsymbol{x} = 0\}$）．また，Neural Network の幅は 64，深さは 5，活性化関数は $\tanh(\cdot)$ に固定し，学習は Adam により 100,000 エポックだけ実行する．

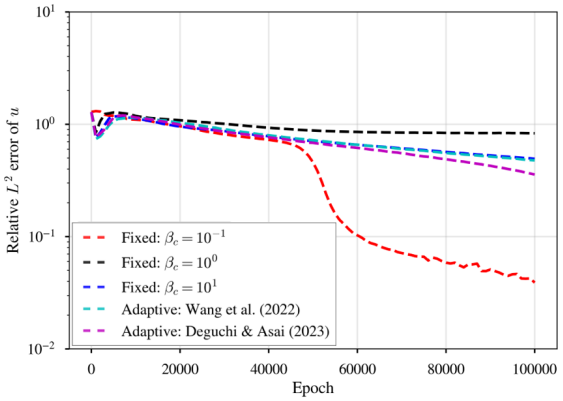
2.3. ペナルティ係数のチューニング

式 (5) のように複数の損失関数を伴う場合には，ペナルティ係数 β_c を適切にチューニングすることが肝要である．これには，固定値を採用する方法と，適応的な値を定める方法がある．適応的な方法には，各損失関数間の Neural Tangent Kernel (NTK) のトレースを同等にする方策[6] や勾配ノルムを同等にする方針[3] が知られている．詳細は文献

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 参照解および推論解の速度分布



(b) 参照解と推論解との相対 L^2 誤差（水平速度に関するもの）

図-1: ペナルティ係数 β_c の設定による解の差異

に譲るが，本研究では，前者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}^{(k)}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}^{(k)})}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}^{(k)})} \tag{9}$$

なるペナルティを，後者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u^{(k)} + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v^{(k)}\|}{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c^{(k)}\|} \tag{10}$$

なるペナルティを採用することとする．なお，$\boldsymbol{K}_{(\cdot,\cdot)}$ は NTK，$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_{(\cdot)}$ はパラメータ勾配であり，上付き文字 $(\cdot)^{(k)}$ はエポック数を指す．

3. 数値実験結果

式 (1)–(4) を式 (5)–(8) の損失関数に基づき PINN により求解した結果を**図- 1** に示す．なお，参照解は有限差分法により作成した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数 β_c を固定値とした場合（$\beta_c = \{10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}\}$）と適応的に定めた場合[3),6)] での結果を示している．ペナルティ係数を適応的に更新した場合，その係数はどちらも $\beta_c = 5 \sim 10$ 程度に収束し，また，その際の解の様相は固定値 $\beta_c = 10^{1}$ を用いた場合に類似していたため，**図- 1 (a)** からは可視化を省略している．

図- 1 (a) より，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ の場合，渦が上部壁に周辺に形成され，領域全体への運動量の輸送が不十分である．同様の傾向は，適応的なペナルティ係数を採用した場合にも確認している．一方，$\beta_c = 10^{-1}$ の場合には，渦が領域中央部に形成され，参照解との相対 L^2 誤差も低減している（**図- 1 (b)**）．**図- 1** には，幅 64，深さ 5 の Neural Network を用いた際の結果を示しているが，幅 64・128，深さ 4・5・6 の設定においても同様の傾向を確認した．

特に，適応的にペナルティ係数を定めた場合について注目する．Wang et al.[6)] による方法では，100,000 エポック経過時点において，$\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}) = 5.99 \times 10^{6}$ に対し $\beta_c \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}) = 5.20 \times 10^{6}$ なる関係を得ており，本問題において各損失関数に対応する NTK のトレースを同等にすることができている．また，Deguchi & Asai[3)] の方法では，$\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v\| = 1.96 \times 10^{-1}$ に対して $\beta_c\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c\| = 2.79 \times 10^{-1}$ であり，各勾配ノルムも同程度に制御されている．即ち，両手法ともに，複数の損失関数の影響を同等に扱う，というペナルティ係数の設計指針を達成することはできている．しかしながら，係数が $\beta_c = 5 \sim 10$ 周辺に収束するとともに，解の様相も $\beta_c = 10^{1}$ と類似していることから，非圧縮性条件を過拘束する状態となっていると考えられる．以上より，非圧縮性 NS 式を PINN により順解析する場合，質量保存則を過度に強く課すことは必ずしも解の精度向上に寄与せず，寧ろ，拘束条件を適切に緩和することが，物理的に妥当な流れ場の再現に重要であると考えられる．

4. おわりに

本研究では，PINN の非圧縮性流れへの適用を念頭に，運動量保存則，質量保存則の寄与の制御について検討した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数を固定値とした場合と適応的に定めた場合の結果を比較した．結果として，$\beta_c = 10^{-1}$ を採用し非圧縮性条件を緩和した場合には，定性的に妥当かつ定量的にも参照解と合致する解を得ることができた．一方，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ や適応的なペナルティを用いた場合，渦が上部壁に周辺に留まり，力学的に可容な解を得るに至らなかった．以上の結果は，これまで PINN の枠組みの中で，複数の損失関数の影響を同等にすることが重要と考えられてきたことに対して，非圧縮性 NS 式の順解析においては，質量保存に関する拘束条件を強く課すことが必ずしも解の精度向上や力学的に妥当な解への収束に寄与しないことを示唆している．今後は，有限要素法における混合補間に類する考えを Neural Network 構造の設計に導入することにより，本障壁を克服する方法を検討する．

参考文献

1) Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George Em Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 378, pp. 686–707, 2019.
2) Natarajan Sukumar and Ankit Srivastava. Exact imposition of boundary conditions with distance functions in physics-informed deep neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 389, p. 114333, 2022.
3) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Dynamic & norm-based weights to normalize imbalance in back-propagated gradients of physics-informed neural networks. *Journal of Physics Communications*, Vol. 7, No. 7, p. 075005, 2023.
4) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Reliable and efficient inverse analysis using physics-informed neural networks with normalized distance functions and adaptive weight tuning. *Machine Learning: Science and Technology*, Vol. 6, No. 4, p. 045055, nov 2025.
5) Zhongkai Hao, Jiachen Yao, Chang Su, Hang Su, Ziao Wang, Fanzhi Lu, Zeyu Xia, Yichi Zhang, Songming Liu, Lu Lu, and Jun Zhu. PINNacle: A comprehensive benchmark of physics-informed neural networks for solving PDEs. In *The Thirty-eight Conference on Neural Information Processing Systems Datasets and Benchmarks Track*, 2024.
6) Sifan Wang, Xinling Yu, and Paris Perdikaris. When and why pinns fail to train: A neural tangent kernel perspective. *Journal of Computational Physics*, Vol. 449, p. 110768, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization Analysis of a Shallow Foundation for Minimizing Immediate Settlement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竹田　光希（関西大学・環境都市工）　　松岡　勇樹（京都大学大学院・工）
タンジャラスリタラトーン・タナワット（チュラロンコン大学）　　宮﨑　祐輔（関西大学・環境都市工）
Koki Takeda, Kansai University
Yuuki Matsuoka, Kyoto University
Tanawat Tangjarusritaratorn, Chulalongkorn University
Yuusuke Miyazaki, Kansai University
E-mail: k612326@kansai-u.ac.jp

This study investigates the mechanism of immediate settlement minimization in topology optimization considering soil flexibility, where stiffness maximization is set as the objective. For a shallow foundation structure, topology optimization was performed by incorporating elastic theoretical solutions for ground response. The results suggest that load transfer paths are formed according to soil flexibility, and that settlement is suppressed as structural stiffness is maximized.

１．はじめに

建設業において，生産性向上をかなえる技術として建設用 3D プリンターへの注目が高まっており，2025 年には技術指針案 [1]が作成された．複雑な構造でも再現できることが特徴で，その施工事例は増加傾向にある．また，材料分布を設計変数とするトポロジー最適化は，複雑な形状を出力するため，3D プリンターとの親和性が高いといえる．

地盤構造物へのトポロジー最適化設計の適用においては，土と構造物の相互作用を考慮し，所要の性能を満足できるよう検討することが必要不可欠である．Cortez et al.[2]は，間接境界要素法と有限要素法の組み合わせによって地盤上の構造物に対するトポロジー最適化計算手法を示した．密度法の一つである TOBS（Topology Optimization of Binary Structures）法を用いた計算例を示し，地盤の状態に応じて異なる構造が得られることを明らかにした．しかし，地盤の柔軟性が最適化構造の荷重伝達メカニズムに及ぼす影響についての考察は不十分である．

そこで，本研究では，この荷重伝達メカニズムの解明を目的として，ベンチマークコードとして使用されている Top99 コードを Ferrari and Sigmund[3]が高速化した解析コードに対して，Cortez et al.[2]の手法を実装した．地盤上の構造物としてシンプルな形状の浅い基礎を対象にトポロジー最適化解析を行い，荷重伝達のメカニズムを考察した．

２．地盤-構造物の相互作用を考慮した最適化計算手法

本研究では，Ferrari and Sigmund[3]による MATLAB コードで記述された高速度のトポロジー最適化計算プログラムを基に，Cortez et al.[2]が示した手法を参考に解析を行った．地盤反力計算の流れを Fig.1 に示す．式(1)のように外力に対して構造の内力と地盤反力の合計が釣り合うことを仮定する．構造物底面と地盤表面は密着し，その変位が一致する条件の下では，構造物に作用する地盤反力 $\boldsymbol{q}$ [N/mm^2]は地表面変位 $\boldsymbol{Du}$ を用いて式(2)のように表せる．

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Ku} + \boldsymbol{Aq} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{U^{-1}Du} \tag{2}$$

$\boldsymbol{F}$：外力ベクトル，$\boldsymbol{K}$：全体剛性行列，$\boldsymbol{u}$：節点変位ベクトル，$\boldsymbol{A}$：面反力→節点反力の変換行列，$\boldsymbol{q}$：地盤反力ベクトル，$\boldsymbol{U}$：面反力→変位の変換行列，$\boldsymbol{D}$：節点変位→面変位の変換行列である．

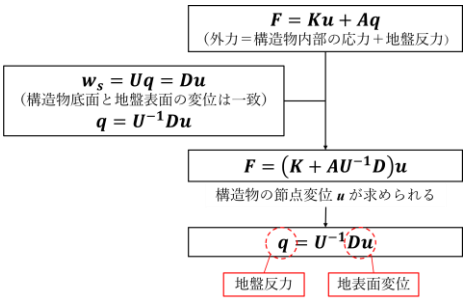


Fig. 1 Flow of Subgrade reaction Calculation

$$w_z(x,y) = \iint_D \frac{1-\nu^2}{\pi E_s} \frac{q(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} d\xi d\eta \tag{3}$$

$$w_x(x,y) = \iint_D \frac{1+\nu}{\pi E_s} \frac{p(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} \times \left\{(1-\nu)+\nu\frac{(x-\xi)^2}{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right\} d\xi d\eta \tag{4}$$

$\boldsymbol{U}$ 行列は，半無限弾性体とみなした地盤に，鉛直及び水平の点荷重が載荷されたときの変位を表す Boussinesq 解と Cerruti 解を式(3),(4)のように構造物の接地面積で積分したもので構成される．$\boldsymbol{U^{-1}}$ 行列を用いることで地表面の変位から地盤反力が計算できる．$w_z(x, y)$：地表面の点(x, y)の鉛直変位，$w_x(x, y)$：地表面の点(x, y)の水平変位，D：荷重の作用面積，$q(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する鉛直面荷重，$p(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する水平面荷重，E_S：地盤のヤング率，ν：地盤のポアソン比である．

３．解析条件

本解析の最適化問題は，剛性最大化を目的として次のように定式化される．

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x}} :\quad & c(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{F^T u} \\ \text{Subject to} :\quad & \frac{V(x)}{V_0} = f \\ & \boldsymbol{F} = \left(\boldsymbol{K} + \boldsymbol{AU^{-1}D}\right)\boldsymbol{u} \\ & 0 < x_{min} \le x_e \le 1 \end{aligned} \tag{5}$$

$c(x)$：コンプライアンス，$V(x)$：材料が占める体積，V_0：設計領域の体積，f：体積使用率，x_{min}：密度の下限値，x_e：要素密度である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

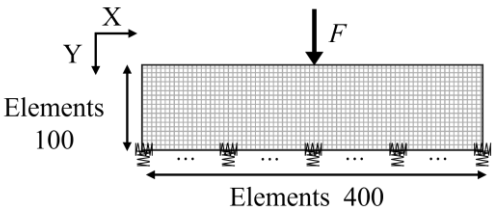


Fig. 2 Loading and boundary conditions

なお，対象とする沈下量は即時沈下によるものである．そのため，構造物と地盤が密着している条件下において構造物の剛性最大化問題を解くことで，ひずみが最小化され，同時に沈下量を最小化していることが考えられる．また，平面ひずみ状態を仮定し，奥行は十分に大きいものとする．収束条件については，式(6)の Cortez et al.[2]が示したコンプライアンスに関する条件に加え，SIMP（Solid Isotropic Material with Penalization）法の性質である中間密度の残留を考慮して，式(7)より密度更新に関する条件を設定した．

$$\frac{\left|\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_1(i)\right|}{\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_2(i)} \le 0.001 \tag{6}$$

$$\max_e \left|x_e^{(k)} - x_e^{(k-1)}\right| \le 0.01 \tag{7}$$

式(6)において，$\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_2(i)$は直近 5 回分のコンプライアンスの合計，$\left|\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_1(i)\right|$はその前の 5 回分のコンプライアンスの合計である．この場合，直近 10 回分の処理コンプライアンスの変化割合が 0.001 以下になれば収束とみなす．実装においては，式(6), (7)をいずれも満たすか，最大処理回数に到達した時点で処理を終了した．解析条件を Fig.2 に示す．浅い基礎構造を想定した荷重条件を設定し，体積使用率は 50%，境界条件は固定条件を設けず，水平と鉛直の地盤反力のみで支持するものとした．地盤の柔らかさについては，式(8)の構造物と地盤のヤング率比 m によって設定し，m = 1, 10, 100, 1000 とした．

$$m = \frac{E_0}{E_s} \tag{8}$$

E_0：構造物のヤング率で，E_0 = 1.0 N/mm² とする．

4．結果と考察

Fig.3 は，地盤が最も柔らかい m = 1000 の最適化構造の主応力線図である．赤色を圧縮，青色を引張とする．構造下部の曲げ変形に伴う引張り応力は，下に凸の放物線状の部材が受け持ち，上載荷重による圧縮応力は外周のアーチ構造と中央からハの字型に枝分かれした部材によって接地面全体に分散させながら伝えている．Fig.4 は最適化処理の 1 回目と処理終了時の沈下量分布を比較したものである．中央での沈下量は約 0.3%抑制され，両端部での沈下量は約 0.2%増加している．また，Fig.5 は最適化終了時の構造下端要素の鉛直応力分布と，鉛直地盤反力分布を比較したものである．構造物から最終的に地盤へ伝達される荷重は端部で最大となっており，その大きさや分布形状は地盤反力と概ね一致している．

以上より，最終的な最適化構造から地盤への荷重伝達メカニズムは Fig.6 のように考えられる．m = 1000 のように，地盤に対して構造物が固い場合，構造物は変形できず，一様に沈下しようとする．その結果，基礎端部を抑え込むような応力分配となり，釣り合うように地盤反力も端部で最大となる．本ケースで得られた構造においては，アーチ構造とハの字に形成された部材がその応力分配に寄与している．よって，m = 1000 のケースでは，最適化によって形成された引張部材で曲げ変形を抑制し，圧縮部材で荷重を分散することで沈下量の最小化がなされているといえる．

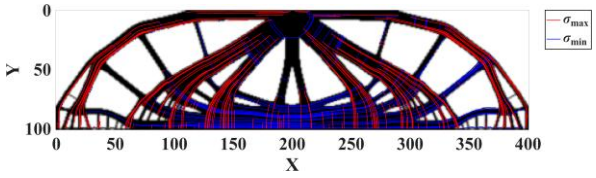


Fig. 3 Principal stress trajectories (m = 1000)

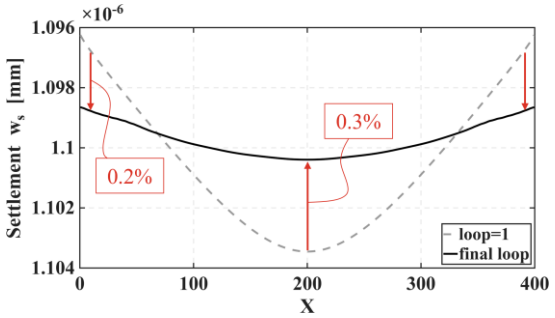


Fig. 4 Change in settlement due to optimization

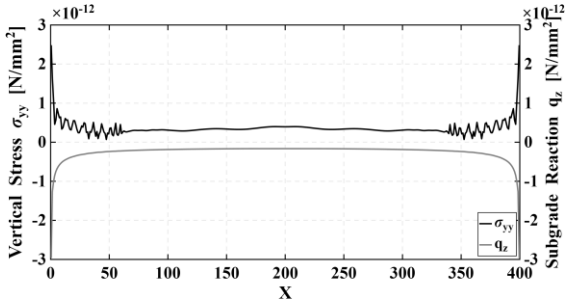


Fig. 5 Relationship between the vertical stress at the bottom elements of the foundation and the subgrade reaction

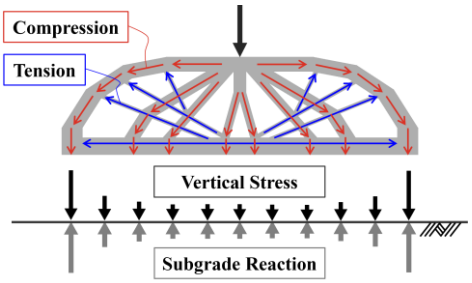


Fig. 6 Relationship between foundation, vertical stress, and subgrade reaction

5．おわりに

本研究では，地盤の柔軟性を考慮したトポロジー最適化計算について，構造的な観点から考察を行った．その結果，剛性を最大化する過程において，荷重を接地面全体に分散し，地盤の柔らかさに応じた荷重伝達経路を形成することで沈下量を最小化していることが示唆された．

参考文献

1) 土木学会コンクリート委員会編：建設用 3D プリント埋設型枠を用いたコンクリート構造物の技術指針(案)，コンクリートライブラリー，土木学会，2025
2) Cortez et al.：On the influence of soil flexibility in structural topology optimization，Numerical and Analytical Methods in Geomechanics，Vol.47，pp.2618-2642，2023
3) Federico Ferrari，Ole Sigmund：A new generation 99 line Matlab code for compliance topology optimization and its extension to 3D，Structural and Multidisciplinary Optimization，Vol.62，pp.2211-2228，2020

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和土地盤解析に対する 固液気三相型 MPM に関する基礎的検討 (シンポジウム講演概要)

Basic Examination about Solid-Liquid-Gas Three-phase Material Point Method towards Unsaturated Soil Analysis (Proceeding of Symposium on Applied Mechanics)

今泉　颯平（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）　寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei IMAIZUMI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: imaizumi.sohei.t5@dc.tohoku.ac.jp

The purpose of this study is to propose the v_s−v_w−v_a formulation of unsaturated soil, which explicitly evaluates the velocity of air phase in the void of unsaturated soil, and to incorporate the formulation to Material Point Method (MPM). Velocities of each solid, liquid, and air phase that makes up unsaturated soil are treated as primary unknowns. Single-point/Three-phase spatial discretisation is adopted. After describing the governing equations of each phase, an MPM-based spatial discretisation and explicit time integration is derived. The proposed method is verified through the one-dimensional consolidation problem under saturated situations, and one-dimensional drainage problem under unsaturated situations. Finally, the method is validated by replication analysis of an infiltration-induced slope failure experiment of quartz soil. The effects of the kinematics of pore air, such as suction commits to the strength of soil skeleton are assessed by comparing with former solid-liquid formulations of MPM and FEM analyses. We also identify the limitations seen through these analyses and consider the possibilities of improvement for the proposed method.

1. 序論

世界各地で，気候変動により土砂災害は頻発・激甚化の傾向にあり，その危険性の予測，発生時の影響の正確かつ低コストな評価のため，数値解析手法は重要性を増している．固体解析，流体解析に特化した手法では，固体的性質と流体的性質を併せ持つ土砂の運動の過程を一貫して解析することは困難であり，これに対し固体と流体を単一の枠組みで解析できる手法である MPM（Material Point Method）の有用性が注目されている．不飽和土の MPM 解析では多くの既往研究において，間隙空気の影響を考慮しない二相系定式化が行われ，間隙空気の作用による地盤挙動への検証は十分なされていない．そこで本研究では，間隙空気に対して陽に速度定式化を行う固液気三相型 MPM を提案し，この数値不安定性に関する問題点を整理し，不飽和土解析への適用性を検証する．

2. 混合体の支配方程式

不飽和土において，間隙の飽和度 S_w は間隙空気圧 p_a と間隙水圧 p_w の差として定義されるサクション $p_c = p_a - p_w$ によって決定され，その関係は SWCC により記述される．本研究では van Genuchten モデルを用いる．

運動方程式は固相，液相，気相の各相について，混合体理論に基づいて定式化する．ここに $\boldsymbol{a}_\alpha$ は各相 α（= s, w, a）の加速度，$\boldsymbol{v}_\alpha$ は速度である．ρ_α は各相の真密度，k_w，k_a はそれぞれ透水係数，透気係数，θ は間隙率，$\boldsymbol{b}$ は物体力を表す．

各相に対して質量保存則を適用し，圧力・応力の増分を得る．液相と気相の質量保存式は次式で与えられ，それぞれの圧力増分はこれらの連立方程式の解として得る．

$$\theta\Big(\frac{S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_w}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_a}{\partial t} + S_w\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_w + (\boldsymbol{v}_w - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{1}$$

$$\theta\Big(\frac{1-S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_a}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_w}{\partial t} + (1-S_w)\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_a + (\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{2}$$

3. 一粒子三相型 MPM 離散化

MPM では連続体を Langrange 的物質点群に離散化する．主変数の計算は FEM 同様の積分アルゴリズムによる．混合体の離散化には複数の手法が存在し，本研究で用いる一粒子三相型（Single-point/Three-phase）型では，各物質点が三相の質量配分を持つ．物質点は土骨格を代表し，間隙水・空気の運動は土骨格から Euler 的にとらえる．物質点数が少なく済み計算コストを低減できるほか，雨水浸透など，流体相が固体相中に拡散する現象の解析への適用性が高い．また，本研究では時間積分に陽解法を用いる．

4. 解析例題

4.1. Liakopoulos 実験の再現解析

不飽和土解析の例題として，Liakopoulos[1] による一次元間隙水流出実験の再現解析を行った．実験装置・解析モデルの概要は図-1 に示す．物性値は Schrefler と Scotta[2] における FEM での再現解析に用いられたものに準拠する．結果は実験値のほか，上記研究の FEM 解析の結果と比較を行った．底部解放後実時間 10 分経過時の間隙水圧，間隙空気圧分布の計算結果は図-1 に示す通りとなり，既往の解析による数値解とある程度の整合が見られた．

4.2. 石英斜面浸透崩壊実験の再現解析

解析手法の妥当性検証のため，夏目ら[3] による石英斜面浸透崩壊実験の再現解析を試みた．物性値は実験で用いられたものと揃える[3] ほか，石英地盤の SWCC には物性の類似性を踏まえ，三河珪砂 6 号のパラメータによる van Genuchten モデルを用いる[4]．実験装置の概要は図-2 のとおりである．モデル底部への流入境界条件は静水圧を液相

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

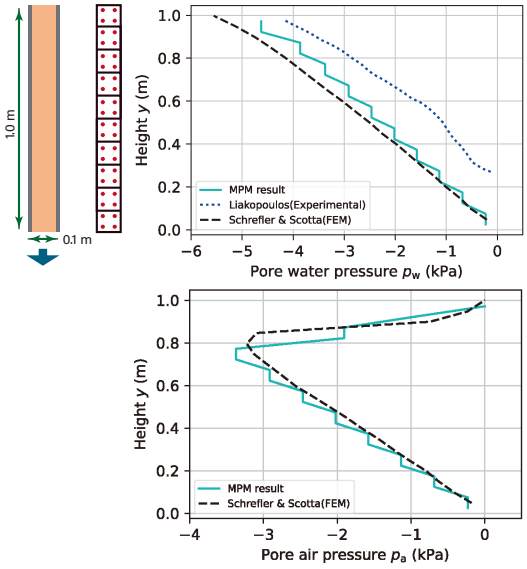


Fig. 1　一次元流出解析 モデル・結果

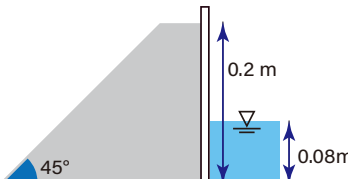


Fig. 2　石英斜面浸透　モデル概要

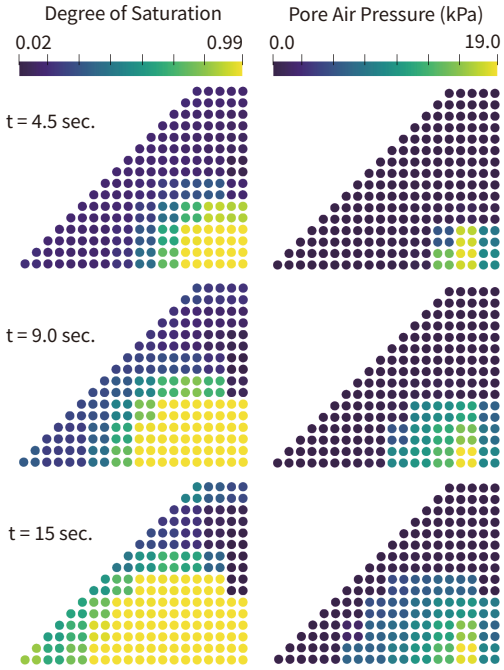


Fig. 3　石英斜面浸透解析結果

への表面力へ換算し，境界付近の物質点に課すことにより表現する．

解析の結果，図- 3 に示すように石英内部への浸透により飽和度が時間発展する様子が確認できる．また，流入開始直後に間隙空気が地盤内部で圧縮され，圧力が高まる様子も確認できる．これにより，提案手法によって，気相の影響を評価しつつ地盤内への浸透現象の傾向をある程度評価できることを検証できたといえる．しかし，圧力振動および飽和度分布の実験結果との不整合などの課題が見られ[3]，境界条件，パラメータ設定についてより詳細な検討が必要である．

5.　結論

本研究では気相を陽に考慮した三相系速度定式化による陽解法 MPM のアルゴリズムを構築した．Liakopoulos 実験[1] の再現解析により，提案の解析アルゴリズムの妥当性が検証され，石英地盤への浸透解析の結果，実現象とのある程度の整合性が確認されたものの，安定性の向上および，パラメータ設定の違いによる計算結果への影響の検証の余地がある．気相の存在が大きな影響を持つ現象，また地盤の崩壊の大変形を含む問題への適用性能評価により，提案手法の問題点を整理し手法を高度化することが今後の課題である．

参考文献

1) A. C. Liakopoulos: Transient flow through unsaturated porous media, Ph.D Thesis, University of California, Berkeley, 1964.
2) B. A. Schrefler, R. Scotta: A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media, Computer Methods Applications for Mechanical Engineerings, 3223, 3223-3246, 2001.
3) 夏目将嗣, 小高猛司, 岡本隆明, 李圭太: 屈折率マッチング法を用いた模型実験による浸透場の盛土崩壊時の内部挙動の可視化, 第 60 回地盤工学研究発表会, 2025
4) 吉川高広, 野田利弘, 小高猛司, 崔瑛: 空気～水～土骨格連成有限変形解析を用いた浸透破壊メカニズムに関する考察, 計算工学講演会論文集, vol.21, , 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

観測と数値解析を融合した 地震力による斜面崩壊の広域即時予測 (シンポジウム講演概要)

A Rapid Regional-Scale Prediction of Earthquake-Induced Landslides through Integration of Observations and Numerical Simulations (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小島　空（東北大）　松田　晃汰（東北大）　湯　東暘（東北大）　須郷　大地（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　大野　晋（東北大）
櫻庭　雅明（日本工営株式会社）　佐藤　誠一（日本工営株式会社）
野島　和也（日本工営株式会社）　森口　周二（東北大）
Sora Kojima, Tohoku University
Kota Matsuda, Tohoku University
Tang Dongyang, Tohoku University
Daichi Sugo, Tohoku University
Reika Nomura, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Susumu Ohno, Tohoku University
Masaaki Sakuraba, NIPPON KOEI
Seiichi Sato, NIPPON KOEI
Kazuya Nojima, NIPPON KOEI
Shuji Moriguchi, Tohoku University
E-mail: kojima.sora.p4@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a framework for the rapid prediction of earthquake-induced slope failures over a regional-scale using observed data obtained from seismic observation distributions combined with numerical simulations. In the proposed framework, the spatial distribution of ground motion is estimated using a limited number of observation points whose locations are optimized in advance based on the results of seismic ground motion analyses. In addition, a surrogate model trained on the results of slope stability analyses performed under uniformly distributed seismic loading conditions is employed to reduce computational cost, enabling the rapid estimation of distributions of the factor of safety. The proposed framework was applied to a risk assessment of a specific urban area, demonstrating its performance.

1. 目的

日本には急峻な山岳地域が広く分布し，斜面崩壊の危険性について検討を行うべき地域が多く存在する．斜面崩壊の誘因となる地震が全国各地で頻発していることからも，地震に起因する斜面崩壊リスクの高精度な評価は重要な課題である．本研究では，地震を誘因とする広域の斜面崩壊を地震発生後に即時評価する枠組みを提案する．研究の全体像を Fig.1 に示す．この枠組みでは，地震動解析と斜面安定解析の 2 種類の数値解析を事前に実施する．実際に地震が発生した際，地震動解析結果と観測結果を融合することで，地震力分布の即時的な把握が可能になる．また，地震力分布を入力とする代理モデルを構築することで斜面安定の即時評価が可能となる．本研究では，この枠組みを実際の都市に適用し，その有用性について議論する．

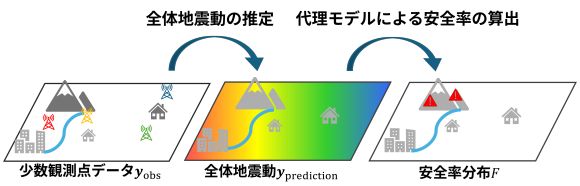


Fig. 1　Overview of the framework

2. 空間モードを活用した地震力の即時推定

ここでは，地震動解析とその結果の空間モード分解，およびその空間モードを利用した地震力分布の即時推定の方法について説明する．地震動解析では，多様な地震シナリオを考慮するために断層サイズやアスペリティの位置や数を変更し，地表面最大加速度（PGA: Peak Ground Acceleration）分布を得る．本研究では，各ケースの PGA 分布を列ベクトルとするデータ行列 $\boldsymbol{X}$ から，特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition) の理論に基づいて空間モードを抽出し，次式のように上位 r モードの 左特異値ベクトル行列 $\boldsymbol{U}_r$，特異値行列 $\boldsymbol{\Sigma}_r$，右特異ベクトル行列 $\boldsymbol{V}_r$ によって表現する．

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}_r \boldsymbol{\Sigma}_r \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\Sigma}_r$ の k 行 k 列成分 σ_k，$\boldsymbol{V}_r$ の j 行 k 列成分 v_{jk} を掛け合わせ，$z_{jk} = \sigma_k v_{jk}$ と定義すると，行列 $\boldsymbol{X}$ の j 列目のベクトルである $\boldsymbol{x_j}$ は次式のように表される．

$$\boldsymbol{x}_j = \sum_{k=1}^{r} \boldsymbol{u}_k z_{jk} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u}_k$ は $\boldsymbol{U_r}$ の k 列目のベクトルである．z_{jk} を $k = 1, \ldots, r$ まで並べたベクトル $\boldsymbol{z}_j$ は，j 番目のケースを再構成する POD 係数ベクトルである．このように，データに対応する POD 係数ベクトル $\boldsymbol{z}$ を得ることでデータの再構成が可能となる．観測点の位置を表現する行列 $\boldsymbol{H}$ を用いると，任意の観測データ $\boldsymbol{y}$ は次式のように表現される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{z} \tag{3}$$

上式を一般化逆行列の考え方を用いて，空間モードに対する POD 係数ベクトル $\hat{\boldsymbol{z}}$ について解くと次式のようになる．

$$\hat{\boldsymbol{z}} = (\boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r)^{\dagger}\boldsymbol{y} \tag{4}$$

また，式 (4) の $\hat{\boldsymbol{z}}$ と $\boldsymbol{U}_r$ を用いて，対象領域全体の PGA 分布 $\hat{\boldsymbol{x}}$ が次式のように得られる．

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{U}_r\hat{\boldsymbol{z}} \tag{5}$$

3. 斜面安定解析とその代理モデル

3.1. 三次元 LEM に基づく斜面安定解析手法

式 (5) で得られる PGA 分布から，3 次元極限平衡法 (LEM: Limit Equilibrium Method) に基づく斜面安定解析手法の 1 種である Hovland 法[1] を用いて，安全率 F を算出する．地震力を考慮するとき，地震力の大きさ K については，土柱の自重 W と水平震度係数 k_h から決定される（式 (6)）．なお，本研究では，k_h を地表最大加速度 (PGA) の関数として式 (7) により表現するものとする[2]．

$$K = k_h W \tag{6}$$

$$k_h = \begin{cases} \dfrac{PGA}{g} & \text{if } PGA \leq 200\,\text{gal} \\ \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{PGA}{g}\right)^{1/3} & \text{if } PGA > 200\,\text{gal} \end{cases} \tag{7}$$

3.2. 斜面安定解析の代理モデル

3 次元 LEM の結果に基づく代理モデルは，各評価点毎に構築するものとし，地震力（水平震度係数 k_h）を入力データとして，Fig.2 のように線形補間を用いて安全率を算出する．学習データは，上式 (6)，(7) により一様な地震力で計算された複数ケースの安全率分布である．対象とする地震動の各計算点における k_h の値に対して，線形補間により安全率の値が算出される．

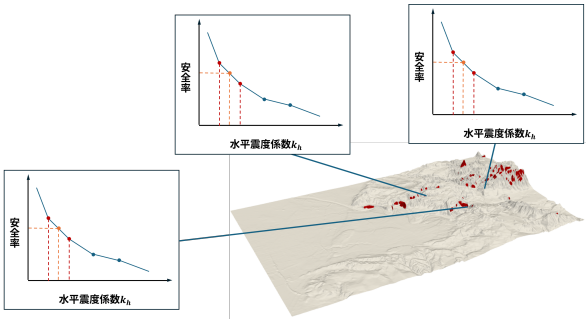


Fig. 2　Surrogate model of slope stability analysis

4. 数値実験および検証

4.1. 対象地域と対象断層

仙台市青葉区の一部地域 (4855 m × 8510 m) を対象とし，地震ハザードステーション (J-SHIS)[3] にて公開されている長町–利府断層の想定条件 (Fig.3) を基準として，マグニチュードの異なる複数シナリオを考慮した．設定を変更して得た地震動解析結果からデータ行列を作成し，そのデータ行列から空間モードを抽出するとともに，少数観測点の配置の配置を決定した．

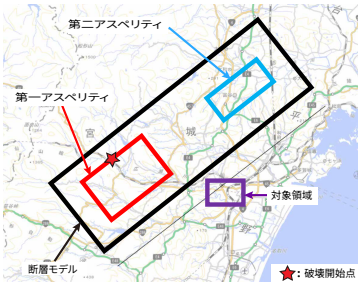


Fig. 3　Fault model

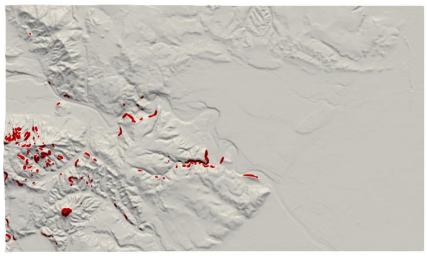


Fig. 4　Result obtained by proposed framework

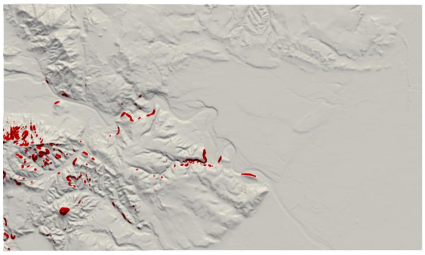


Fig. 5　Result obtained by simulations

4.2. 精度検証

Fig.4 は提案する枠組みの結果であり，Fig.5 はすべての工程を数値解析によって実施した結果である．これらの図は，安全率が 1 以下の部分を，斜面崩壊危険領域として赤く示している．これらの結果より，本研究の枠組みによる計算は，広域の安全率分布傾向を概ね再現できていることが確認される．

5. 結論

本研究では，地震発生直後に斜面崩壊分布を推定可能とする数値解析と観測を融合した枠組みを提案した．その枠組みを仙台市青葉区の一部地域に適用して検証を行った結果，すべての計算を数値解析で実施した場合の結果と比較して，斜面崩壊の危険箇所の空間分布の傾向をよい精度で再現できることが確認された．

参考文献

1) Azzouz, A. S., Baligh, M. M.: Discussion of “Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method” by H. J. Hovland, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 104(9), pp.1206–1208, 1978.
2) 野田節男, 上部達生, 千葉忠樹: 重力式岸壁の震度と地盤加速度, 港湾技術研究所報告, 第 14 巻 第 4 号, pp.67–111, 1975 年 12 月.
3) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience (NIED): J-SHIS: Japan Seismic Hazard Information Station, https://www.j-shis.bosai.go.jp/map/, Accessed: 2025-08-20, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

Improving the efficiency of critical slip surface identification for regional-scale slope hazard assessment using a three-dimensional limit equilibrium method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須郷　大地（東北大）　John CHOE（ワシントン大）　Nilo DOLOJAN（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　渡邊　康介（中部電力）
森口　周二（東北大）
Daichi SUGO, Tohoku University
John CHOE, University of Washington
Nilo DOLOJAN, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Kosuke WATANABE, Chubu Electric Power
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: daichi.sugo.s2@dc.tohoku.ac.jp

This study aims to accelerate critical slip surface identification in a three-dimensional limit equilibrium method for regional-scale slope hazard assessment. We apply two optimization approaches, particle swarm optimization (PSO) and Bayesian optimization (BO), to the slip surface identification problem and compare their accuracy and computational cost. A case study is conducted on the real topography of Kamaishi City, Iwate Prefecture, Japan, where the factor of safety (FOS) is evaluated using the Hovland method. Under a fixed computation time for a representative terrain cell, both PSO and BO achieve small errors relative to a grid-search reference; however, BO shows a larger spread in converged solutions. In contrast, BO greatly reduces the number of objective function evaluations compared with PSO, suggesting its advantage when FOS evaluation is computationally expensive. Furthermore, applying PSO to all terrain cells shows that it can identify near-critical slip surfaces over real topography with accuracy comparable to the grid-search reference while reducing computational cost.

1. 諸言

3次元極限平衡法（LEM: Limit Equilibrium Method）（例えば[1),2)]）を用いた斜面安定解析は，地理情報システム上で解析可能なもの（例えばXie et al.[3)]やMergili et al.[4)]）や，広範囲を解析するためのソフトウェア（Scoops3D[5)]）が存在しており，広域の斜面安定解析手法として1つの有力な選択肢となりつつある．しかし，広域への3次元極限平衡法の適用において，計算コストの大部分を占める臨界すべり面探索の効率化の検討は，グリッドサーチベースのもの[6)]に限られており，最適化手法の適用性の検討は不十分である．そこで，本研究では，メタヒューリスティクスの代表的手法である粒子群最適化[7)]（PSO: Particle Swarm Optimization）と，逐次モデルベース最適化手法の代表的手法であるベイズ最適化[8)]（BO: Bayesian Optimization）を臨界すべり面探索へ援用することで，計算精度および計算コスト低減性能の比較を行う．これにより，広域の斜面安定解析において，すべり面抽出の精度を維持しつつ，より効率的な解析を実施可能にすることを目的とする．

2. 解析手法

2.1. 3次元極限平衡法

3次元LEMは，仮定されたすべり面に対して，抵抗力と駆動力の比から安全率を算出する手法である．安全率Fは，次式のように定義される[9)]．

$$F = \frac{1}{T}\{cA + (N - uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{1}$$

ここで，Tはせん断力，cは粘着力，Aはすべり面の面積，Nは垂直力，ϕは内部摩擦角，$\boldsymbol{g}$は重力方向の単位ベクトル，$\boldsymbol{n}$はすべり面法線方向の単位ベクトルである．本研究では，Hovland法[1)]にならい，土柱間内力を全て無視して次式のようにNおよびTを算出する．

$$N = -W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) \tag{2}$$

$$T = \frac{1}{F}\{cA - (W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) + uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{3}$$

式(2)および(3)を，次式で示されるモーメントのつり合い式へ代入することで安全率を得る．

$$\sum(\boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{T} + \boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{N} + \boldsymbol{r}_g\times\boldsymbol{W})\cdot\boldsymbol{\xi} = 0 \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{r}_b$は楕円体中心から分割されたすべり土柱底面への位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_g$は楕円体中心からすべり土柱の重心への位置ベクトルである．

2.2. 臨界すべり面探索

本研究では，臨界すべり面探索の効率化のためにPSOとBOを用いる．PSOの粒子群の位置と速度の更新式およびBOの獲得関数に基づく逐次更新の詳細は関連論文[7),8)]を参照されたい．

3. 解析結果

解析対象領域は岩手県釜石市の一部領域（600×600 m^2）とする．メッシュサイズは1 mである．まず，対象領域内の代表地形セル1つについて，計算時間をPSOとBOの両方で10秒に固定して計算を行った場合の収束値の分布をFig.1に，参照解との誤差と目的関数の呼び出し回数（安全

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

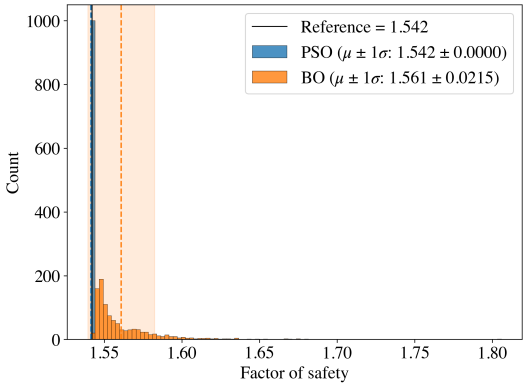


Fig. 1　Distribution of converged values for PSO and BO.

Table 1　Errors and number of objective function evaluations for PSO and BO.

	Mean	Within ϵ (%)			Objective Calls
		0.1	1.0	5.0	
PSO	1.542	1000	1000	1000	6962
BO	1.561	13	616	976	51

率の計算回数）を Table 1 に示す．なお，参照解はグリッドサーチによる探索の最小値としている．Fig.1 より，PSO と BO はどちらも参照解との誤差は小さいものの，BO の方が収束値のばらつきが大きい結果となっていることが確認できる．一方で，Table 1 より，目的関数の呼び出し回数は PSO では 6962 回，BO では 51 回と，BO の方が大幅に少ないことが確認できる．これは，計算プロセス中で最も支配的な計算コストが，PSO では目的関数の評価，BO では統計モデルの更新という違いに起因する．今回の計算条件下では同じ計算時間で PSO の方がより精度の良い結果となったが，目的関数の評価コストがより大きい条件下では BO の方が有利となる可能性がある．ただし BO は Fig.1 のように収束値にばらつきがあるため，ばらつきを最小化できるよう，カーネルや獲得関数の選択などの計算条件に注意が必要である．

次に，解析対象領域内の全地形セルに対して PSO による計算を行った結果を Fig.2 に，全セルでの参照解との差をプロットしたもの Fig.3 に示す．Fig.3 より，PSO は代表セルだけでなく領域全体でも参照解との誤差が少ない結果となっており，グリッドサーチベースの解析から精度を落とすことなく，計算コストを低減することが可能であることが確認された．

4.　結言

本研究では，3 次元 LEM の臨界すべり面探索を効率化するため，PSO と BO を援用して斜面安定解析を実施し，計算精度と計算コストを比較した．その結果，安全率の評価コストが大きい場合には，BO が PSO に比べて計算コストを大幅に低減できることを確認した．また，PSO は実地形において高い精度で臨界すべり面探索が可能であることも示された．より効率的な臨界すべり面探索のため，BO の収束値のばらつきを抑制するように探索プロセスを改善することが今後の課題として挙げられる．

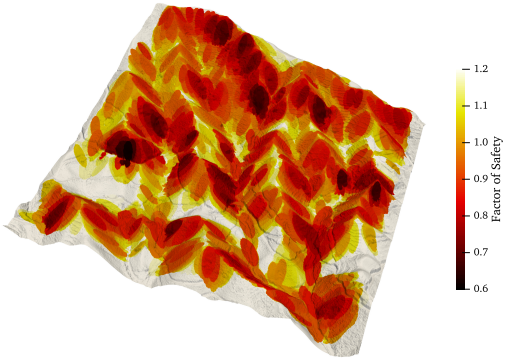


Fig. 2　Factor of safety distribution obtained using PSO.



Fig. 3　Difference in factor of safety between the reference solution and PSO.

参考文献

1) Hovland, H. J.: Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method, ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, No. 9, pp.971 – 986, 1977.
2) Hungr, O.: An extension of bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions, G´eotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 113 – 117, 1987.
3) Xie, M., Esaki, T. and Cai, M.: GIS-Based Implementation of Three-Dimensional Limit Equilibrium Approach of Slope Stability, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 132, No. 5, pp. 656 – 660, 2006.
4) Mergili, M., Marchesini, I., Alvioli, M., Metz, M., Schneider-Muntau, B., Rossi, M. and Guzzetti, F.: A strategy for GIS-based 3-D slope stability modelling over large areas, Geoscientific Model Development, Vol. 7, No. 6, pp. 2969 – 2982, 2014.
5) Reid, M. E., Christian, S. B., Brien, D. L. and Henderson, S. T: Scoops3D: software to analyze 3D slope stability throughout a digital landscape, United States Geological Survey, 2015.
6) Rao, B., Burman, A. and Roy, L. B.: An E ffi cient Box Search Method for Limit Equilibrium Method-Based 3D Slope Stability Analysis, Transportation Infrastructure Geotechnology, Vol. 11, No. 1, pp. 327 – 358, 2024.
7) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN), Vol. 4, pp. 1942 – 1948, 1995.
8) Jones, D. R., Schonlau, M. and Welch, W. J.: E ffi cient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, Journal of Global Optimization, Vol. 13, No. 4, pp. 455 – 492, 1998.
9) Turnbull, W. J. and Hvorslev, M. J.: Special problems in slope stability, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 93, No. 4, pp. 499 – 528, 1967

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

Hybrid MPM–FEM analysis for reproducing piping phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鈴木　祐太（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
野村　怜佳（東北大学）　森口　周二（東北大学）　小高　猛司（名城大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Riichi SUGAI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Takeshi KODAKA, Meijo University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: yuta.suzuki.q6@dc.tohoku.ac.jp

The material point method (MPM), suited for large-deformation analyses of fluidized soils, has previously been combined with Eulerian FEM into a hybrid MPM–FEM framework for soil–water interaction based on mixture theory. Although B-spline basis functions mitigate the cell-crossing error, their non-interpolatory nature hinders exact imposition of Dirichlet boundary conditions at interior boundaries. This limitation is addressed by developing a multi-patch B-spline-based hybrid MPM–FEM, where the multi-patch approach ensures Kronecker delta property at patch interfaces, enabling exact enforcement of interior boundary conditions such as those on an embedded sheet pile. A numerical simulation of piping failure around a sheet pile is presented, demonstrating the method's ability to qualitatively reproduce the sequential processes of subsidence, uplifting, piping, and sedimentation observed in experiments.

1. 序論

ヒービングやクイックサンド，パイピングのような現象は，土留めを要する施工における安全性の観点で重要な問題として知られる．これらの現象は，地盤内部の透水現象や土圧の不均衡などの複雑な過程に起因し，多段階的に発生しうるものであり，このような現象に対する数値解析手法の開発は重要な課題の一つである．連続体の離散化解析手法の一種である material point method (MPM) は土砂の大変形や崩壊を伴う現象の解析に適しており，特に Pan ら[1] は土砂挙動の解析に MPM を，流体挙動の解析に安定化有限要素法を用いた MPM–FEM ハイブリッド法を提案し，地すべり津波などの動的な解析に成功している．しかし MPM–FEM ハイブリッド法は，メッシュ内部における厳密な Dirichlet 境界条件の適用が困難であるため，矢板のような構造物が存在する問題に対しては適用が難しいという課題がある．そこで本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，矢板周縁の Dirichlet 境界条件の適用を可能にし，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行う．

2. MPM–FEM ハイブリッド法

本章では，MPM–FEM ハイブリッド法に基づく数値解析手法のうち，特に支配方程式の定式化，および multi-patch B-spline 基底関数について説明する．詳細な定式化については，Pan ら[1] を参照されたい．

2.1. 支配方程式

本研究では，Biot の混合体理論に基づき，地盤材料を固相（土骨格）と流体相（水および空気）からなる混合体として支配方程式を記述してその運動を表現する．固相と流体相の運動方程式，および混合体の連続式はそれぞれ次式で表される．

$$(1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}a_i^{\mathrm{s}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}}{\partial x_j} + \hat{P}_i - p^{\mathrm{f}}\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + (1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}b_i^{\mathrm{s}} \tag{1}$$

$$\theta\rho^{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial t} + \bar{v}_j^{\mathrm{f}}\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial x_j}\right) = -\theta\frac{\partial p^{\mathrm{f}}}{\partial x_i} - \hat{P}_i + \theta\rho^{\mathrm{f}}b_i^{\mathrm{f}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\left((1-\theta)v_i^{\mathrm{s}} + \theta v_i^{\mathrm{f}}\right)}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

ここで，上付き文字の “s” は固相，“f” は流体相の物理量であることを示しており，以下両者を α (= s, f) によって表す．また，θ は土の間隙率，p^{f} は流体相の圧力，ρ^{α} は密度，b_i^{α} は物体力であり，$\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}$ は固相の平均応力テンソル，v_i^{α} および $\bar{v}_j^{\mathrm{f}}$ は，それぞれ α 相の速度と流体相の移流速度である．$\hat{P}_i$ は固相と各流体相の間にはたらく抗力を表し，Forchheimer 式を参考に定式化する．なお，式 (3) は土粒子と流体相それぞれに非圧縮性を仮定したうえで，固相と流体相の連続式を展開して足し合わせることで導かれている．

2.2. Multi-patch B-spline 基底関数

MPM では “cell-crossing error” と呼ばれる数値誤差を抑制するために基底関数を工夫する必要があるが，本研究では区分的に滑らかな multi-patch B-spline 基底関数を用いる．

p 次 B-spline 基底関数は広義単調増加なノット ξ_i の集合であるノットベクトル $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n+p+1}\}$ によって定義され，C^{p-1} 級の連続性を持つ．また，同時にノットベクトルによってパッチ（領域）が定義され、その境界に該当する点で $p+1$ 回同じノットを繰り返すオープンノットベクトルを用いることによって，対応する基底関数が Kronecker デルタ特性を得るため，パッチ境界で厳密に Dirichlet 境界

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

条件を課すことができる．

その一方で，B-spline 基底関数は一つのパッチで生成されるメッシュ境界以外の制御点では Kronecker デルタ特性を持たないため，メッシュ内部に壁面が存在するような問題に対しては適切な境界条件の適用が困難であった．Multi-patch B-spline 基底関数は，パッチと呼ばれる部分領域に対して B-spline 基底関数を定義し，それらの基底関数を結合する手法である．これによって Fig. 1 に示すように，パッチの境界（$\xi = 3$）において基底関数の連続性が C^0 に低下するが，Kronecker デルタ特性を持つため，内部の制御点に対しても厳密に Dirichlet 境界条件を課すことができる．

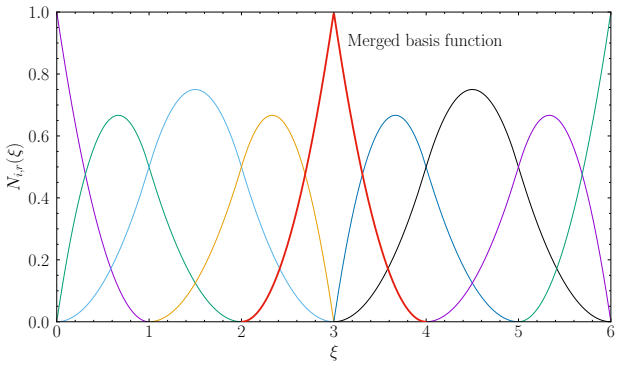


Fig. 1　Multi-patch B-spline basis functions.

3.　矢板周りのパイピング現象の再現解析

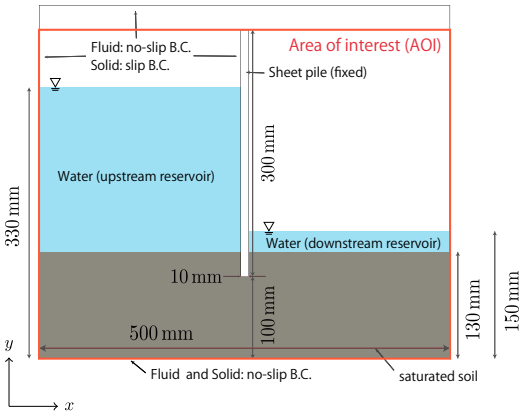


Fig. 2　Numerical model for the simulation of piping failure.

Fig. 2 に示すようなモデルを用いて Table 1 に示す解析条件のもとで，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．ただし，奥行き方向に 1 要素を配置する準 3 次元モデルとし，各要素に対して $4\times4\times1$ 個の土粒子を配置した．また，時間刻み幅は 1×10^{-5} s とし，重力は解析初期に 0.1 s かけて準静的に作用させた．

解析結果を Fig. 3 に示す．本解析では土の沈下・隆起，パイピング（クイックサンド），および土の堆積の一連の現象が再現された．この一連の流れは既往の実験における観測[2] と定性的に一致した．特に 0.5 s から見られたパイピング現象においては，水みちが曲線的に形成され，下流側の矢板近傍に土が滞留する様子が再現されており，実験

Table 1　Parameters for the simulation of piping failure.

Parameter	Value
Solid	
Soil particles' density ρ^s	2.5×10^3 kg/m^3
Median soil particle diameter D_{50}	0.3×10^{-3} m
Initial porosity θ_0	0.45
Young's modulus	70 MPa
Poisson's ratio	0.3
Cohesion c	0 kPa
Friction angle ϕ	25°
Dilation angle ψ	0°
Fluid	
Density of air ρ^g	1.206 kg/m^3
Dynamic viscosity of air μ^g	1.82×10^{-5} Pa s
Density of water ρ^ℓ	0.998×10^3 kg/m^3
Dynamic viscosity of water μ^ℓ	1.002×10^{-3} Pa s
Gravitational acceleration g	9.81 m/s^2

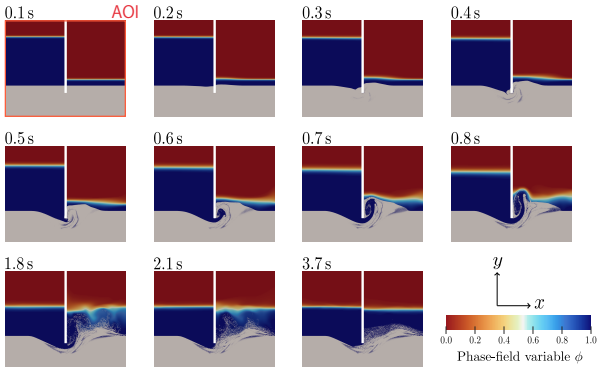


Fig. 3　Sequential results (fluid interface and MPM particle positions)

で確認できる特徴的な挙動と整合した．

4.　結論

本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，浸透崩壊現象の一種である矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．数値解析の結果，本手法は矢板周りのパイピング現象において連続的に発生する各段階を定性的に再現できることを示した．しかしながら，多くの実験で行われているような水を注入することで水位差を緩やかに変化させる過程は再現できておらず，実験との定量的な比較は今後の課題である．

参考文献

1) S. Pan, Y. Yamaguchi, A. Suppasri, S. Moriguchi, K. Terada: MPM–FEM hybrid method for granular mass-water interaction problems. Computational Mechanics, 68, pp. 155–173, 2021.
2) T. Kodaka, F. Oka, R. Morimoto: Seepage Failure Analyses of Sandy Ground Using a Liquefaction Analysis Method Based on Finite Deformation Theory, Computational Mechanics–New Frontiers for the New Millennium, pp. 387–392, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Logarithm Conformation Representation による圧縮性流体方程式の数値計算
（シンポジウム講演概要）

Numerical simulation of the compressible fluid equation based on Logarithm Conformation Representation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中澤　嵩（金沢大学・学術メディア創成センター）
Takashi NAKAZAWA, Kanazawa University
E-mail: tnakazawa@staff.kanazawa-u.ac.jp

F. De Vuyst suggests a new mathematical model for compressible Euler equation, which is able to decrease calculation costs because Galerkin method could be used for discretizing in space, FVM and DGM. are not used. In this presentation, the author focus on Compressible Navier-Stokes equation and try to solve 2D Viscous Sod Shock Tube Problem at Re=200.

１．はじめに

航空工学や自動車工学では非定常・圧縮性（高レイノルズ数）流体を扱う必要があるため，式(1)に記述している圧縮性 Euler 方程の利用が一般的である．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})=0,\\&\frac{\partial \rho\boldsymbol{u}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u})+\nabla p=0,\\&\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\nabla\cdot\{(\rho E+p)\boldsymbol{u}\}=0.\end{aligned} \tag{1}$$

この圧縮性流体を扱う際，非圧縮性流体と比較して，時空間に複雑な応力分布が発生し，局所的に密度が集中する衝撃波が発生する．このような場合には，衝撃波を高精度に捕捉する必要があるため，界面を高精度に解像することが可能な有限体積法や不連続ガラーキン法等を用いた空間離散化が行われるが，形状最適化を行う際には順問題だけでなく逆問題を解く必要があるためアルゴリズムが非常に煩雑となることが予想される．

２．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

支配方程式として式(2)に記述している F. De Vuyst が提案している数理モデル(1)を活用することにする．

$$\begin{aligned}&\frac{Da_\rho}{Dt}+\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0,\\&\rho\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}+p\nabla a_p=0,\\&\frac{Da_p}{Dt}+\gamma\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0.\end{aligned} \tag{2}$$

この数理モデル(2)は，密度と圧力と対して log 変換を行うことで衝撃波近傍における数値フラックスを精度よく近似することが期待されている．

$$a_\rho=\log(\rho),a_p=\log(p)$$

また，数理モデル(1)と同様の位相速度$u,u-c,u+c$や適合方程式

$$\begin{aligned}&D_1\rho-\frac{1}{c^2}D_1p=0,\\&D_2u+\frac{1}{\rho c}D_2p=0,\\&D_3u-\frac{1}{\rho c}D_3p=0\end{aligned}$$

が得られることが分かっており，最終的にはリーマン不変量も一致する．結果的に，この数理モデル(2)はこの数理モデル(1)と同等の数学的性質を引き継いでいると考えられる．

３．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(2)を圧縮性Navier-Stokes方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\begin{aligned}&\rho\frac{Da_\rho(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,\\&p\frac{D\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p=(\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}},\\&p\frac{Da_p}{Dt}+\gamma p(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=(\gamma-1)\boldsymbol{\sigma}:\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\\&+\frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla\cdot\{\exp(a_p-a_\rho)\nabla(a_p-a_\rho)\}\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{\mu}{Re}\left(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}+(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}-\frac{2}{3}(\nabla\cdot\boldsymbol{u})\boldsymbol{I}\right),T=\frac{p}{\rho}$$

である．

４．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

時間方向に離散化する際に，特性曲線法を用いて物質微分を数値的に近似することをすることを前提とすると，下記のように$a_\rho,\boldsymbol{u},a_p$に関する偏微分方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\\&\rho^n\frac{D\boldsymbol{u}^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p^n-\frac{1}{2}\Delta t\nabla\cdot\{(\nabla p^n)\boldsymbol{u}^n\}=0,\\&p^{n-1}\frac{Da_p^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\gamma p^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\end{aligned} \tag{4}$$

圧縮性流体場の数値計算には，これまで保存系を用いることが一般的であり，非保存系で記述される数理モデル(2)に関する数値計算スキームはほとんど存在しない．

５．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(4)を圧縮性 Navier-Stokes 方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\rho^n \frac{D\boldsymbol{u}^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt} + \{1 + a_\rho^n - a_\rho^{n-1}\}\nabla p^n - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(p^n \nabla a_p^n)\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\}$$
$$= (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\},$$
$$p^{n-1}\frac{Da_{\mathrm{p}}^{n-1}}{Dt} + p^{n-1}(\nabla \cdot \boldsymbol{k}) + (\gamma - 1)M^{n-1} : \nabla \boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$$
$$= \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\} - \frac{1}{2}\Delta t \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla$$
$$\cdot \left[\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\right] \quad (5)$$

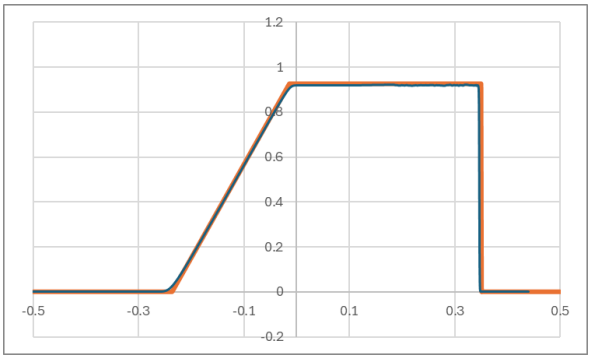
ここで,

$$M^{n-1} = p^{n-1}I - \boldsymbol{\sigma}^{n-1} = \begin{bmatrix} p^{n-1} - \sigma_x^{n-1} & -\tau^{n-1} \\ -\tau^{n-1} & p^{n-1} - \sigma_y^{n-1} \end{bmatrix},$$
$$\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}$$
$$= T^n \left[\{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}^2 + \nabla \cdot \{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\right],$$
$$T^n = \frac{p^n}{\rho^n} = \exp(a_p^n - a_\rho^n)$$

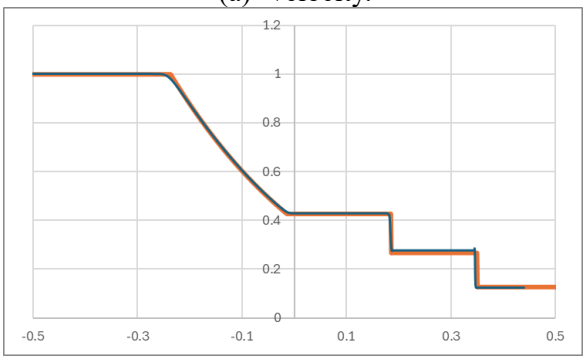
である.

6. 数値計算結果：1D Sod Shock Tube Problem

圧縮性 Euler 方程式を計算し，1 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．まず初めに，最小のエッジサイズΔxを5×10^{-4}として，a_ρ, u, a_pの基底関数として P2-P2-P2 (Fig.1)の計算を行った．各図の橙色が$t = 0.2$における厳密解，青色が数値解のプロファイルとなっている．数値結果から，厳密解に近いプロファイルとなることが明らかとなった．



(a) Velocity.

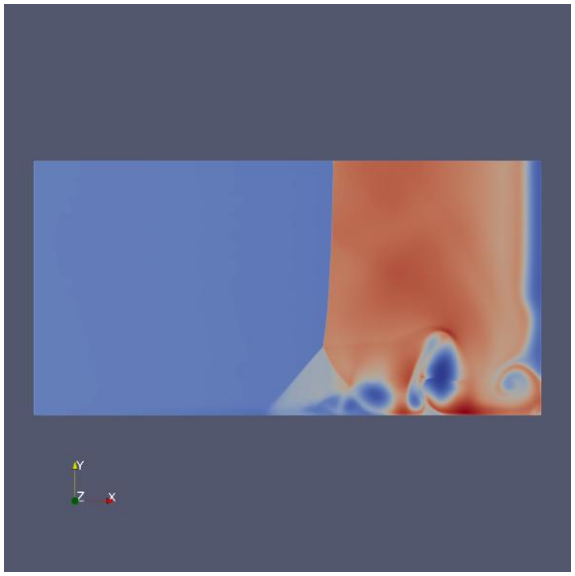


(b) Density.

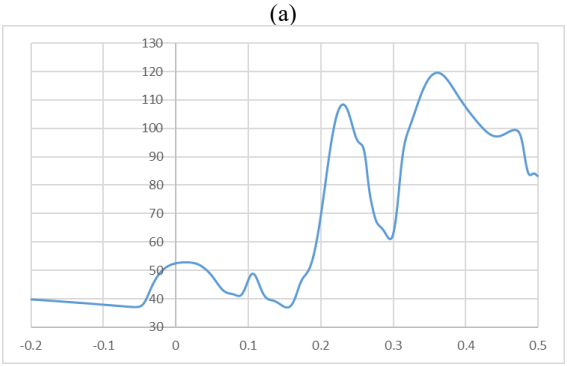
Fig.1. a_ρ, u, a_p for P2-P2-P2.

7. 数値計算結果：2D Sod Shock Tube Problem

最後に，圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解き，2 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．その際，レイノルズ数 Re は 200 として，その他のパラメーターは圧縮性 Euler 方程式を解いた時と同じものを用いた．その結果，先行研究と同様の密度分布が得られていることが分かった．



(a)



(b)

Fig. 2. 時刻$t = 1$における(a)密度分布と(b)底面における密度プロファイル.

非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a High-Order Accurate Meshless Method for Incompressible Gas-Liquid Two-Phase Flows (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石川　玄貴（東北大）　阿部　悠太（東北大）　山田　正太郎（東北大）
Genki ISHIKAWA, Tohoku University
Yuta ABE, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: ishikawa.genki.p2@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a high-order and stable meshless method for incompressible gas–liquid two-phase flows. To overcome the limitations of conventional meshless schemes, we employ a polyharmonic spline (PHS)–based RBF-FD method with polynomial augmentation, incorporating a staggered velocity–pressure arrangement is employed for accurate and stable spatial discretization. The incompressible Navier–Stokes equations are solved using a rotational incremental pressure-correction scheme with second-order temporal accuracy. The gas–liquid interface is captured by a Cahn–Hilliard phase-field model, integrated with the scalar auxiliary variable (SAV) approach. Benchmark results confirm the accuracy and stability of the proposed framework.

1. 研究背景と目的

本研究では，Flyer et. Al. (2016a, 2016b)が提案する PHS 補助多項式付き RBF-FD 法とスタガード配置に基づいて，高精度な気液二層流解析法を構築する．

Navier–Stokes 方程式には回転増分型圧力修正法を適用し，Adams–Bashforth 法で時間 2 次精度を確保する．界面追跡には Cahn–Hilliard 方程式に基づく Phase-Field 法を用い，SAV 法と BDF2 によりエネルギー安定かつ時間 2 次精度を実現する．

2. RBFモデル

2.1. 散乱点に基づく局所差分近似

本研究で用いる RBF-FD 法は，構造格子を前提とする従来の有限差分法(FDM)を一般化し，任意配置の散乱点に対して局所的な差分近似を構築するメッシュレス法である．RBF-FD における考え方は，ある点 $\boldsymbol{x}_0$ の関数 $f(\boldsymbol{x}_0)$ の微分を stencil と称する近傍点集合 $\mathcal{N}$ の関数値を用いた線形結合として

$$\mathcal{L}f(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j f(\boldsymbol{x}_j) \tag{1}$$

と近似することである．ここで，$\mathcal{L}$ は微分演算子，w_j は重みであり，n は stencil を構成する散乱点の数である．重み w_j を決定するために，関数 $f(\boldsymbol{x})$ が動径基底関数 $\phi^k(\boldsymbol{x})$ $(k=1,\cdots,n)$ の線形結合で表されると仮定する．

$$\phi^k(\boldsymbol{x})=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{2}$$

式(2)に微分演算子を作用させ，係数 λ_j の任意性を考慮することで次式を得る．

$$\mathcal{L}\phi^k(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{3}$$

式(3)より，連立一次方程式が得られる．

$$\mathbf{A}\mathbf{w}=\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 \tag{4}$$

ただし，

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\phi^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ \phi^n(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^n(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathbf{w}=\begin{pmatrix}w_1\\ \vdots\\ w_n\end{pmatrix},\ \mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}\phi^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}\phi^n(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{5}$$

である．式(4)を解くことで，重み w_j を求めることができる．

この重みの決定手法は以下の最適化問題として定式化できる．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n} J(\mathbf{w})=\frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w}-\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_c \tag{6}$$

2.2. PHSと補助多項式による重み決定

Flyer et. Al. (2016a, 2016b)は 基底関数に PHS を採用した上で，多項式補強を行うことにより停滞誤差の生じない RBF-FD を構築できることを示した． PHS は次式で定義され，図-2 に示す形状をとる．

$$\phi^j(r)=r^q,\quad r=\sqrt{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_j)^2} \tag{7}$$

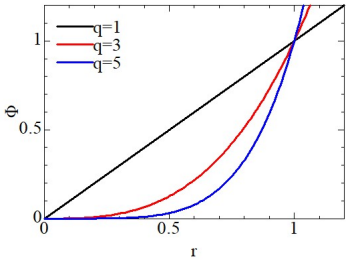


図-2 PHS 関数

一方で, PHS に基づく係数行列 $\mathbf{A}$ は, 条件付き正定値であり，PHS のみでは特異である．補助的に，多項式再現性を保証する条件を課す. べき関数 $p^\alpha(\boldsymbol{x})$ が微分演算子 $\mathcal{L}$ に対して正確に再現されるように重みを決定する．

$$\sum_{j=1}^{n} w_j p^\alpha(\boldsymbol{x}_j)=\mathcal{L}p^\alpha(\boldsymbol{x}_c) \tag{8}$$

式(8)は以下のように行列表現できる．

$$\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}=\mathcal{L}\mathbf{p}_0 \tag{9}$$

ただし，

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}p^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ p^m(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^m(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}p^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}p^m(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{10}$$

である．Lagrange の未定乗数法を用いて，式(6)の最適化問題に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

式(9)を制約条件として課した以下の問題を考える．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n,\boldsymbol{\gamma}\in\mathbb{R}^m} L(\mathbf{w},\boldsymbol{\gamma}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w} - \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}(\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w} - \mathcal{L}\mathbf{p}) \quad (11)$$

ただし，$\boldsymbol{\gamma}$ は Lagrange の未定乗数である．停留条件より，得られる以下の連立一次方程式を解くことで重みを決定する．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{P}\\ \mathbf{P}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{w}\\ \boldsymbol{\gamma}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0\\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0\end{pmatrix} \quad (12)$$

補助多項式で補強されたこの拡大行列は full-rank であり，境界・内部を問わず一貫した手順で安定した差分重みを構築することが可能となる．なお，本研究では，この空間離散化手法を Augmented PHS-FD (APF)と称することにする．

2.3. ノード配置

本研究では Navier-Stokes 方程式における速度-圧力連成の安定性を高めるため，圧力ノードと速度ノードをスタガード配置する．速度ノードでは，微分演算子 $D(V\to V)$，$D(V\to P)$ を構築するため，図-3 の(a)(b)のような stencil を用いる．同様に，圧力ノードでは微分演算子 $D(P\to V)$，$D(P\to P)$ を構築し，図-3 の(c)(d)のような stencil を用いる．

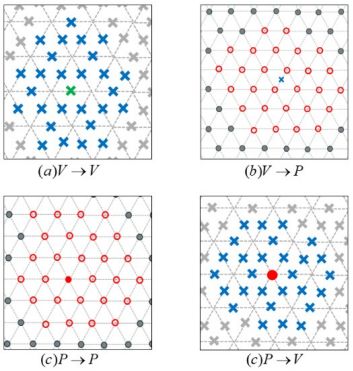


図-3 圧力点 p と速度点 v の stencil

3. Navier-Stokes方程式による流体解析

本研究で対象とする非圧縮流れの支配方程式は，非圧縮性の Navier-Stokes 方程式と連続式である．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} \quad (13)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0 \quad (14)$$

これらを数値的に解くために射影法を採用する．標準型の射影法では，仮速度が非圧縮性条件を満たさないことに起因して，壁境界付近で数値境界層が発生することが知られているため，Timmerman et al. (1998)によって提案された回転増分型圧力修正法を本研究では採用する．さらに，移流項に Adams-Bashforth 法を用いることで時間積分を行う．

4. Phase-Field法による界面捕捉

Phase-Field 法は，界面を明示的に追跡することなく，フェーズフィールド変数 ϕ を用いて相分布および界面を連続的に表現する手法である．本研究では，以下の Cahn-Hilliard 方程式を解くことで，界面の時間発展を記述する．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\phi = M\nabla^2\mu \quad (15)$$

$$\mu = -\varepsilon^2\nabla^2\phi + f'(\phi) \quad (16)$$

ただし，M はモビリティ係数，ε は界面幅を制御するパラメータ，$f(\phi)$ はダブルウェルポテンシャルである．

Cahn-Hilliard 方程式を解くに際し，ϕ に関する 4 階の微分方程式を，ϕ と μ に関する 2 本の 2 階微分方程式に分解する混合法を採用する．さらに，Shen et al., (2018) に倣い，非線形自由エネルギー項を次式の補助変数を導入することで線形化する Scalar Auxiliary Variable (SAV) 法によって解く．

$$r(t) = \sqrt{\int_\Omega f(\phi)dx + C} \quad (17)$$

ただし，C は正の定数である．

この手法では，式(15)，(16)に加え，式(17)から導出される次式が支配方程式となる．

$$\frac{dr}{dt} = \int_\Omega \frac{f'(\phi)}{2r}\frac{\partial\phi}{\partial t}dx \quad (18)$$

時間微分項を 2 次の後退差分法(BDF2)で近似することで，時間 2 次精度を有する無条件安定スキームの構築が可能となる．

5. 数値解析例

構築した解析手法を用いて，液滴衝突解析を行った．同じ大きさの 2 つの液滴に向かい合うように正反対の速度を与え，衝突した際の挙動を確認した．初期高さが異なるため，2 つの液滴は合体した後，楕円型となり回転し円形に近づく様子が確認された．

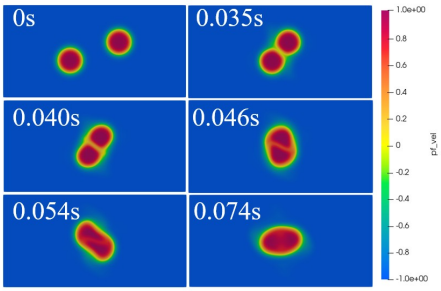


図-8 液滴の合体の様子

6. 結論

本研究では，PHS＋補助多項式型 RBF-FD 法に基づく高次精度メッシュレス解法 (APF)と，回転増分型圧力修正法および Phase-Field 法を組み合わせた非圧縮性気液二相流解析手法を構築した．

参考文献

1. Flyer, N., Barnett, G. A., and Wicker, L. J. (2016a): Enhancing finite differences with radial basis functions: Experiments on the Navier-Stokes equations., Journal of Computational Physics., 316, 39-62.
2. Flyer, N., Fornberg, B., and Barnett, G. A. (2016b): On the role of polynomials in RBF-FD approximations: I. Interpolation and accuracy, Journal of Computational Physics., 321, 21-38.
3. Shen, J., Xu, J., Yeng J. (2018): The scalar auxiliary variable (SAV) approach for gradient f lows, Journal of Computational Physics 353, 407–416.
4. Timmermans, L.J.P., Minev, P.D., Van de Vosse, F.N. (1996): An approximate projection scheme for incompressible flow using spectral elements, Int. J. Numer. Methods Fluids, 22, 673-688.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Large scale simulation of fall fracture prevention structures using Eulerian fluid-structure interaction analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松本　大河（名古屋大学・工 / 理研）　西口　浩司（名古屋大学・工 / 理研）
下村　明司（株式会社 Magic Shields）　一木　昭洋（株式会社 Magic Shields）
横井　正人（株式会社 Magic Shields）　伊藤　麻由美（株式会社 Magic Shields）
加藤　準治（名古屋大学・工）
Taiga MATSUMOTO, Nagoya University/RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University/RIKEN
Hiroshi SHIMOMURA, Magic Shields, Inc.
Akihiro IKKI, Magic Shields, Inc.
Masato YOKOI, Magic Shields, Inc.
Mayumi ITO, Magic Shields, Inc.
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: matsumoto.taiga.w3@s.mail.nagoya-u.ac.jp

To prevent fall-related fractures in the elderly, flooring materials must ensure both walking stability and impact absorption. This study aims to evaluate practical-scale mechanical metamaterials designed to meet these conflicting requirements using Eulerian fluid-structure interaction analysis. We compared a 20 mm thick structure utilizing internal air pressure with a 10 mm thick structure employing negative stiffness. Results demonstrated that the negative stiffness structure, despite half the thickness, exhibited a 15 percent higher energy absorption density. Furthermore, its superior initial stiffness to peak load ratio confirms that negative stiffness behavior effectively achieves both high walking stability and efficient energy dissipation.

1. はじめに

高齢者の転倒骨折が深刻な社会問題となっており，これを防止する衝撃吸収技術が求められている[1)]．しかし，従来の材料では歩行時の安定性と衝撃吸収性を両立することが難しく，転倒リスクが高まるおそれがある[2)]．

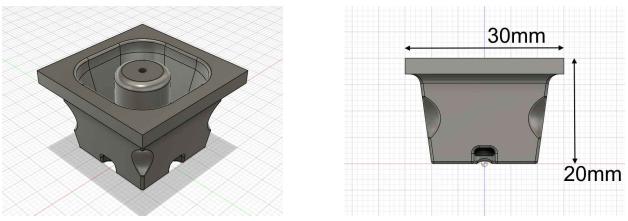
この課題に対して，メカニカルメタマテリアル（MM）が注目されている．MM は，特定のユニット形状を設計し，従来の材料では実現困難な特性を実現できる人工構造である．近年では，MM 特性を用いた歩行時に剛性を維持し，転倒時にのみ衝撃を吸収する床材が開発されている．

竹内らはオイラー型流体-構造連成解析において粘性-超弾性構成則を提案し，シミュレーションを実施した．しかし，実用サイズでの性能検証や，複数構造の比較は十分に行われていない．

本研究では，複数の MM を用いた実用サイズの衝撃吸収構造を数値解析し，力学的性能を多角的に評価する．

2. 衝撃吸収構造の設計

本研究では Fig.1，Fig.2 に示す 2 種類の MM の力学的考察を行う．



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 1　Type A のイメージ図

Type A は厚さ 20mm のユニット構造を持ち，ユニット中央円柱内部の空気圧を利用し，衝撃吸収性能を高めている．

Type B は Type A と比較し，厚さが 1/2 となり，軽量化や床材としての実用化に向けた改良モデルである．ユニット四隅に配置した中央にくぼみがある L 字柱により，座屈制御を行う．

3. 基礎方程式

複雑な大変形が予想される MM の衝撃吸収性能を検証するにあたり，オイラー型流体-構造連成解析を用いる．

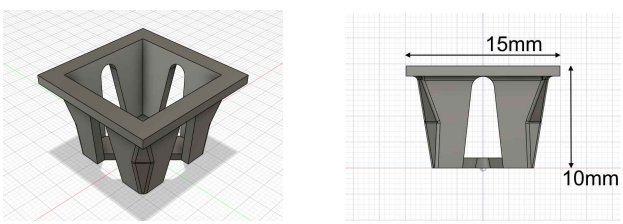
非圧縮性を仮定した，空間平均化を施した支配方程式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \cdot \nabla)\, \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} + \rho_{\mathrm{mix}} \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，混合物の物理量は体積率 ϕ_i を用いて以下のように定義される．

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{v}}_i, \quad \rho_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \rho_i, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \tag{3}$$



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 2　Type B のイメージ図

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固体の構成方程式においては，Simo の粘性-超弾性モデル[4] を採用し，Cauchy 応力を次のように加算分解する．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}} \tag{4}$$

体積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}}$ は非圧縮性条件より決定され，等積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}}$ は次式で定式化される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} - \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{Q}_i \tag{5}$$

$$\frac{D\boldsymbol{Q}_i}{Dt} + \frac{1}{\tau_i}\boldsymbol{Q}_i = \frac{g_i}{\tau_i}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} \quad (i = 1, \cdots, m) \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は超弾性体構成則に従い，$\boldsymbol{Q}_i$ は粘性-超弾性ユニットの応力であり，τ_i は緩和時間，g_i は実験的パラメータである．

超弾性体の偏差応力 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は，非圧縮性 neo-Hooke 体を仮定して以下で計算される．G_0 は瞬間せん断弾性率である．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} = G_0(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{I}), \tag{7}$$

流体については，非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を用いる．

4. 各構造の力学的性能検証

本節では，各構造の力学的性能を数値解析により比較検証する．中心剛体を 5 m/s で押し込み，圧縮試験を実施した．解析対象は，Type A が 5 × 5，Type B が 10 × 10 のユニットを配置した 15cm 四方の MM 構造である．計算には理化学研究所のスーパーコンピュータ「富岳」を用い，OpenMP と MPI によるハイブリッド並列計算を実施した．

Fig.3 に各構造で得られた荷重変位曲線を示す．すべての構造において初期剛性は高く維持できている．

各構造の力学的特性をより深く比較するため，単位体積あたりの衝撃吸収エネルギーを評価した．厚さ 20mm の Type A におけるエネルギー吸収密度は約 0.641 J/cm^3 であったのに対し，厚さ 10mm の Type B は約 0.735 J/cm^3 を示した．これは，Type B が体積比で約 15 %高いエネルギー吸収効率を持つことを意味する．さらに，本研究の主目的である歩行安定性と衝撃吸収性の両立を示す指標として，初期剛性を初期ピーク荷重で除した値を算出した．結果として，Type A が 0.379 にとどまる中，Type B は 0.578 と明確に高い数値を示した．Type B に見られる底面の大きな変形を伴う負の剛性挙動は，高い初期剛性を維持したまま転倒時のエネルギーを極めて効率的に散逸させていると推察される．

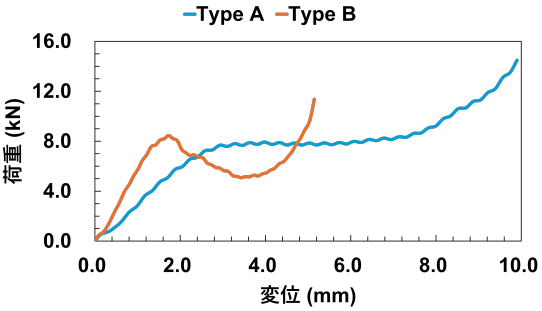
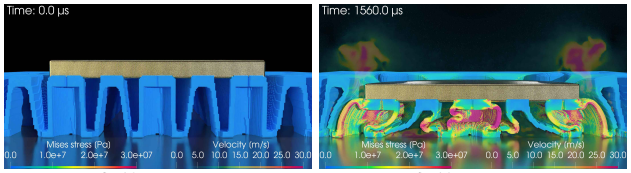
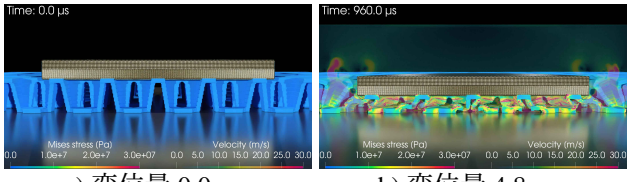


Fig. 3　各構造の荷重変位曲線比較



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 7.8mm

Fig. 4　Type A の断面図



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 4.8mm

Fig. 5　Type B の断面図

5. 結論

本研究では，内部空気圧を主要な吸収機構とする Type A に対し，座屈と負の剛性を活用する Type B は，厚さが半分であるにもかかわらず，単位体積あたりのエネルギー吸収効率が約 15 %向上することが明らかとなった．加えて，初期剛性とピーク荷重の比を用いた独自の評価手法により，Type B が歩行安定性の確保と転倒時の衝撃緩和という相反する要求をより高い水準で両立し得ることが定量的に示された．今後は，これら異なる衝撃吸収メカニズムを複合的に最適化し，高齢者の安全を支える新たな床材設計指針の構築が期待される．

参考文献

1) Moreland, Briana. ”Trends in nonfatal falls and fall-related injuries among adults aged ≧ 65 years-United States, 2012–2018.” MMWR. Morbidity and mortality weekly report 69 (2020).
2) Laing, Andrew C., and Stephen N. Robinovitch. ”Low stiffness floors can attenuate fall-related femoral impact forces by up to 50 % without substantially impairing balance in older women.” Accident Analysis & Prevention 41.3 (2009): 642-650.
3) 竹内秀輔, et al. ”マーカー粒子を用いたオイラー型構造解析による粘性-超弾性解析.” 計算工学講演会論文集= Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science/日本計算工学会 編. Vol. 27. 東京: 日本計算工学会, 2022.
4) Simo, J.C. (1987) : ON A FULLY THREE-DIMENSIONAL FINITE-STRAIN VISCOELASTIC DAMAGEMODEL: FORMULATION AND COMPUTATIONAL ASPECTS, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING Vol.60, pp.153-173
5) Tan, Xiaojun, et al. ”Negative stiffness mechanical metamaterials: a review.” SMS (2024).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明（シンポジウム講演概要）

Elucidation of Hydraulic Characteristics of Foot Protection Blocks Based on Massively Parallel 3D Flow Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　晟太（名古屋大・工，理研）　西口　浩司（名古屋大・工，理研）
加藤　準治（名古屋大・工）　戸田　祐嗣（名古屋大・工）
Seita YAMADA, Nagoya University，RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University，RIKEN
Junji KATO, Nagoya University
Yuji TODA, Nagoya University
E-mail: yamada.seita.s2@s.mail.nagoya-u.ac.jp

The intensification of flood flows driven by recent climate change has created an urgent need to ensure the stability of foot protection works. Conventional design methods fail to sufficiently account for block behavior within actual complex turbulent flow fields, making the accurate prediction of failure risks difficult. To address this challenge, this study evaluated the hydraulic characteristics of solitary and grouped foot protection blocks using large-scale parallel 3D flow analysis on the supercomputer "Flow".

1. はじめに

近年，気候変動に伴う水災害が激甚化する中，侵食や洗掘による河川堤防の破堤危険度を正確に評価することが治水上の喫緊の課題となっている．例えば，令和元年東日本台風における千曲川の被災事例では，砂州の移動に伴う洗掘により護岸基礎部が崩壊し，堤防の欠損へと至ったことが報告されている．このような洗掘への対策として，流勢を減じ洗掘を緩和することを目的に根固め工が広く設置されている．しかし，現行の根固めブロックの設計法にはいくつかの課題が指摘されている．第一に，ブロックの安定性は水路実験に基づく限界流速式を用いて所要重量が決定されているが，実河川で期待される「群体効果」（粗度や噛み合わせによる安定性向上）のメカニズムは明確化されていない．第二に，ブロック自体の滑動に加え，近年の被災事例で確認されている「吸い出し現象」（河床低下に伴いブロック下の土砂が吸い出され沈下・流出する現象）に対して，現行基準は定性的な記述にとどまっており，具体的な機能要件の評価手法が確立されていない．これらの被災メカニズムを解明するため，物理模型実験による検証が進められているが，ブロック周辺の複雑な乱流場に計測器を設置すると本来の流況が変化してしまう懸念があり，実験のみで詳細な流体力の分布や微細な流況構造を捉えることには困難が伴う．一方で数値解析は，流れの中に計測器を設置することなく任意の点における速度や圧力を評価でき，3次元的な渦構造の可視化が可能である．そこで本研究では，スーパーコンピュータ「不老」を用いた大規模並列3次元流体解析を導入し，根固めブロック周辺の水理特性を解明することを目的とする．従来の実験計測ではブラックボックスとされてきたブロック近傍の詳細な速度場および圧力場を数値的に再現・可視化することで，ブロック移動の駆動力となる流体力を評価し，将来的な被災機構解明と堤防危険度評価技術の高度化に向けた基礎的知見を得ることを目指す．

2. 基礎方程式

本研究では，対象とする流体は水であり，密度変化を無視でき，せん断応力がせん断速度に比例する非圧縮性ニュートン流体であると仮定する．流体の質量が時間変化によって消滅・生成することなく保存されることを示す連続の式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は物質点の速度ベクトルである．また，流体の運動量は，流体に作用する力との釣り合いによって変化することを示すコーシーの運動方程式を以下に示す．

$$\rho \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，D/Dt は物質時間導関数，ρ は物質の質量密度，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力，$\boldsymbol{b}$ は単位質量あたりの物体力を表す．方程式を閉じた系として解くために，応力テンソルと流体の変形との関係を結びつける構成方程式は以下のように示される．

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{3}$$

ここで，ここで，μ は粘性係数，$\boldsymbol{D}$ は変形速度テンソル，p は流体の圧力である．

3. 数値解析手法

本研究では，計算コストの削減と並列計算効率の向上を目的とし，解析領域の分割には階層直交メッシュを採用する．この手法では，物体近傍や流れの変動が激しい領域には微細な格子を配置し，それ以外の領域には粗い格子を配置することで，計算精度を維持しつつ格子点数を抑制することが可能となる．運動方程式の時間方向の離散化にはフラクショナルステップ法を用いる．この手法は，速度場と圧力場の計算を分離して行う解法である．空間方向の離散化にはセル中心有限体積法を用いる．これは，計算格子の中心に速度や圧力などの物理量を定義し，検査体積（セル）に出入りする流束（フラックス）の収支に基づいて保存則を満たすように離散化する手法である．物体表現手法として Constraint Immersed Boundary Method（C-IBM）を用いる．C-IBM は仮想外力項を離散化前の運動方程式に加えることで物体を表現する手法である．

4. 単体の根固めブロックの流れ解析

本節では，本研究で用いる数値解析手法の妥当性の検証

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を目的とし，単体の根固めブロックを設置した流れ解析を行い，一定の範囲のレイノルズ数における抗力係数，揚力係数について，既往の水理実験の結果と比較する．レイノルズ数，抗力係数，揚力係数は以下の式を用いて算出した．

$$Re = \frac{\rho U l}{\mu} \tag{4}$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_D} \tag{5}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_L} \tag{6}$$

本研究では，ρ は流体の密度 [kg/m^3]，U は流体の流入速度 [m/s]，l は根固めブロックの高さ [m]，μ は流体の粘性係数 [Pa · s]，F_D は抗力 [N]，F_L は揚力 [N]，A_D，A_L はそれぞれ抗力，揚力が作用する面積 [m^2] とする．流入流速を 0.4 ~ 1.0 m/s（Re = 24,000 ~ 60,000）の範囲で変化させ，抗力係数 C_D および揚力係数 C_L を算出した．既往の水理実験と本研究での数値計算によって得られた抗力係数とレイノルズ数の関係，揚力係数とレイノルズ数の関係を Fig. 1，Fig. 2 に示す．また，抗力係数・揚力係数の，実験値および計算値のそれぞれの平均値を Table 1 に示す．

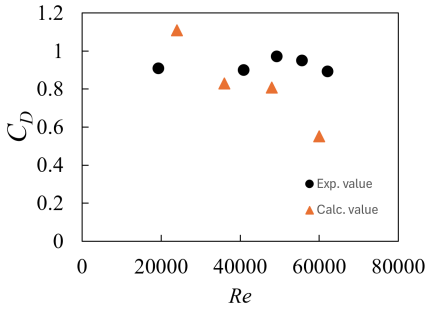


Fig. 1　Drag coefficients at various Reynolds numbers

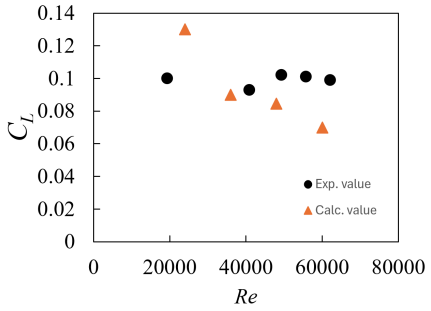


Fig. 2　Lift coefficients at various Reynolds numbers

Table 1　Experimental and calculated values of each coefficient

	C_D	C_L
Mean experimental values	0.92	0.10
Mean calculated values	0.83	0.094

5.　群体の根固めブロックの流れ解析

本節では，国総研の群体の根固めブロックを設置した水理実験を数値解析でモデル化し，解析領域全体の速度場，圧力場を計算し，群体の根固めブロックの被災につながる流体力の影響について考察を行う．速度場の可視化結果より，ブロック群への衝突による減速域の形成と，下流側における渦の発生が確認された（Fig. 3）．特にブロック下流側には時計回りの渦が形成されており，この渦による流体力がブロックに作用していることが示唆された．また，圧力場においては，ブロック上流側で高圧，下流側および内側で低圧となる傾向が確認された（Fig. 4）．実験では最下流部のブロックから滑動が確認されているが，解析結果においても同箇所周辺で顕著な圧力勾配が生じており，この圧力差が移動を促す駆動力として作用したと推察される．



Fig. 3　Velocity field



Fig. 4　Pressure field

6.　結論

スーパーコンピュータ「不老」を用いた C-IBM による大規模流体解析を行い，根固めブロック周辺の水理特性を評価した．単体解析による既往実験との比較から手法の妥当性を示した上で，群体解析により，従来計測が困難であったブロック間隙や近傍の詳細な 3 次元流況および圧力分布を明らかにした．今後は，流体力によるブロックの移動や，河床材料（土砂）の影響を考慮した連成解析への拡張が課題である．

参考文献

1) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，73，2，pp.153-163，2017.
2) 松尾峰樹，三好朋宏，平出亮輔: 根固めブロックの群体効果に関する水理実験について，河川技術論文集，30，pp.245-250，2024.
3) Rahul Bale, Neelesh A. Patankar, Niclas Jansson, Keiji Onishi, Makoto Tsubokura:Stencil Penalty approach based constraint immersed boundary method, Computers & Fluids, 200, 104457，2020.
4) 戸田 祐嗣, 岩崎 理樹, 溝口 敦子, 磯部 良太, 鈴木 克尚, 坂野 アイカ, 中島 由以佳, 田中 規夫, 藤田 光一（2024.7）：現況河道の状態把握を起点とした堤防の侵食・洗掘破堤危険度評価手法の実践的開発 ～2019 年 10 月洪水による千曲川での被災事例を検討対象として～，土木学会論文集，80，7，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

One-way fluid–structure interaction analysis for evaluating the mechanical behavior of trees under fluid forces (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

武田　万有花（東北大）　鈴木　祐太（東北大）　中村　明莉（東北大）
野村　怜佳（東北大）　松原　成志朗（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）
森口　周二（東北大）
Mayuka TAKEDA, Tohoku University
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Akari NAKAMURA, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: takeda.mayuka.s5@dc.tohoku.ac.jp

This study conducts a one-way fluid–structure interaction analysis to evaluate the behavior of a tree in flowing water. In the fluid analysis, we employ the SUPG/PSPG stabilized finite element method, and free surface of the water waves is captured using the Phase-field method. The fluid forces calculated from the fluid analysis result are input to the structure analysis as boundary conditions. To evaluate the structural response against the fluid flow, we conduct dynamic analysis of a continuum using the finite element method. The deformation and stress distribution under fluid forces are visualized, and the effect of the tree's complex shape on the mechanical behavior is discussed. Additionally, we consider the implication of one-way coupling for evaluating the trees' performance and vulnerability from the perspective of disaster mitigation.

1. はじめに

津波や洪水などの水害に対して，防潮林を利用した防災・減災の取り組みが行われている．一方で，流木化による被害増大も懸念されており，防災設備としての樹木の限界を把握することが求められる．現地調査や実験，数値解析により樹木の減災効果を評価する研究[1)2)]は多く行われているが，没水した樹木の力学挙動やその複雑形状が流れから受ける作用については未解明な部分が多い．

本研究では，流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施する．流体解析結果から算出される流体力を構造解析において荷重境界条件として課すことで片方向に連成する．構造解析では樹木を連続体としてモデル化し，流体力作用時の応力状態や変形を観察することで，樹木の減災性能および限界評価に向けた片方向連成解析の有効性を検証するとともに，双方向連成解析への展望を述べる．

2. 片方向流体・構造連成解析手法

2.1. 3 次元流体解析

本研究では，樹木まわりの流れを記述する支配方程式として，以下の非圧縮性 Navier–Stokes 方程式と連続式を用いる．

$$\left.\begin{aligned} &\rho_\mathrm{f}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=\boldsymbol{0}\\ &\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0\end{aligned}\right\}\quad \text{in } \Omega_\mathrm{f} \tag{1}$$

ここで，ρ_f は密度，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，$\boldsymbol{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は応力テンソル，Ω_f は流体解析領域である．下付きの “f” は流体に関する物理量であることを意味する．本研究で対象とする水はニュートン流体であることから，応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は圧力 p，粘性係数 μ，変形速度テンソル $\boldsymbol{D}$ を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=-p\boldsymbol{I}+2\mu\boldsymbol{D} \tag{2}$$

空間離散化には SUPG/PSPG 安定化有限要素法を適用する．自由表面の捕捉には Phase-field 法を適用し，時間離散化には Crank–Nicolson 法を適用する．

2.2. 構造解析

構造解析では，樹木を連続体としてモデル化し，動的つり合い問題を考える．時刻 t における現在配置 B_t 内の任意の物質点 $\boldsymbol{x}$ での動的つり合い問題は，運動方程式，モーメントのつり合い式，材料構成則，変位・ひずみ関係式，変位境界条件，荷重境界条件による境界値問題として記述される．なお，B_t における Dirichlet 境界，Neumann 境界をそれぞれ $\partial_D B_t$，$\partial_T B_t$ とする．

$$\nabla_{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}-c\dot{\boldsymbol{d}}+\rho_\mathrm{s}\boldsymbol{g}(t)=\rho_\mathrm{s}\ddot{\boldsymbol{d}}\quad \text{in } B_t \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\quad \text{in } B_t \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}(\boldsymbol{F})\quad \text{in } B_t \tag{5}$$

$$\boldsymbol{F}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{x}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{d}+\boldsymbol{I}\quad \text{in } B_t \tag{6}$$

$$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_0(t)\quad \text{on } \partial_D B_t \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}\boldsymbol{n}=\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)\quad \text{on } \partial_T B_t \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}$ は応力テンソル，c は減衰係数，$\boldsymbol{g}(t)$ は体積力ベクトル，$\boldsymbol{F}$ は変形勾配テンソル，$\boldsymbol{d}$ は変位ベクトル，$\boldsymbol{d}_0(t)$ は強制変位ベクトル，$\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)$ は表面力ベクトルである．下付きの “s” は構造に関する物理量であることを意味する．空間離散化には有限要素法，時間離散化には Newmark-β 法を適用する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

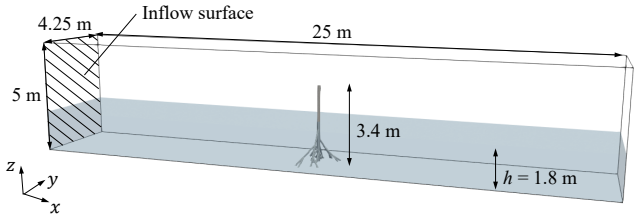


Fig. 1 Fluid domain

Table 1 Parameters used in the analysis

Parameters	Values
Density of water ρ_w	$998\,\mathrm{kg/m^3}$
Density of air ρ_a	$1.205\,\mathrm{kg/m^3}$
Viscosity of water μ_w	$1.01 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Viscosity of air μ_a	$1.81 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Initial water depth h	1.8 m
Density of tree ρ_s	$800\,\mathrm{kg/m^3}$
Young's modulus E	$1.0 \times 10^9\,\mathrm{Pa}$
Poisson's ratio ν	0.0

2.3. 流体力の算出

本研究では，流体解析において樹木の変形・運動による作用を考慮しない．ゆえに，流体解析では構造物表面を静止した壁面として考慮し，底面と同様のすべりなし条件を課す．構造解析では，流体解析から算定される流体力を境界上に外力として作用させることにより片方向連成解析を行う．すなわち式 (8) の $\bar{\boldsymbol{t}}_s$ について，

$$\bar{\boldsymbol{t}}_s = \boldsymbol{t}_f \tag{9}$$

と定義する．$\boldsymbol{t}_f$ は流体解析によって算定される流体力ベクトルである．流体力は，以下の Cauchy の式に基づいて構造物表面の各節点における表面力ベクトルとして算定する．

$$\boldsymbol{t}_f = \boldsymbol{\sigma}_f \boldsymbol{n} = (-p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau})\,\boldsymbol{n} \tag{10}$$

ここで，$\boldsymbol{t}_f$ は流体と構造物境界の表面力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_f$ は流体の応力テンソル，$\boldsymbol{n}$ は外向き単位法線ベクトル，p は圧力，$\boldsymbol{\tau}$ はせん断応力である．

流体解析では 4 節点四面体要素を用いており，境界面上では三角形メッシュが形成される．この三角形メッシュにおいて，各節点における外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$ は隣接・近傍の三角形要素の外積によって算定される外向き単位法線ベクトルを足し合わせ，正規化することで求める．

流体解析において，各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ は形状関数と流速の節点値を用いて，次式で近似する．

$$\tau_{ij}^e = \mu\left(\frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^e}{\partial x_i}\right) \approx \mu\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} u_{i\alpha} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} u_{j\alpha}\right) \tag{11}$$

上式で得られる各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ について，要素体積 V^e で重み付き平均をとり，各節点に振り分けることで各節点のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$ を算出する．以上で算出された各節点の外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$，せん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$，圧力値 p を Cauchy の式 (10) に代入することで，各節点の流体力を表面力ベクトルとして得る．

3. 樹木モデルの片方向連成解析

提案手法を用いて，マングローブを模した樹木モデルの解析を行う．樹木モデルは植物の自己相似性を考慮して作成した．流体解析領域を Fig. 1に示す．流入境界では x 軸方向に流速 $\hat{u} = 0.1\,\mathrm{m/s}$ を課す．構造解析では，有限変形を仮定し，材料モデルには圧縮性 neo-Hookean 超弾性モデルを用いる．その他の解析条件は Table 1の通りである．

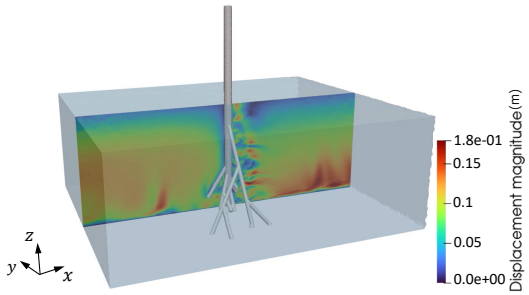


Fig. 2 Flow around the tree

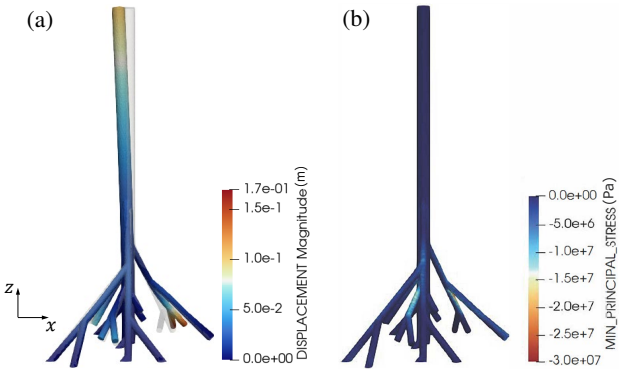


Fig. 3 Results of the structure analysis: (a) Deformation, (b) Stress distribution

流体および構造解析結果を Figs. 2, 3に示す．構造解析結果（Fig. 3）より，樹木の上部および底面に拘束されていない根の部分における変形と根の分岐部分への応力集中が確認される．根の非拘束部における大変形は，樹木の複雑形状が流れに影響を及ぼすことを示唆している．また，根の分岐部分への応力集中より，マングローブのような樹形では根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性が考えられる．

4. 結論

流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施した．マングローブを模した樹木モデルの解析結果は，根という樹木特有の形状が流体力により変形し，流れに影響を及ぼすことを示唆した．加えて，根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性も示された．没水した樹木の力学挙動について体系的な知見を得るには，様々な樹種の物性・形状を考慮した解析が必要であることから，計算コストを抑えた片方向連成解析は有効な手法となり得る．一方で，樹木が流れに与える影響など相互作用の考慮のためには双方向連成解析の開発が必須であり，今後の課題としたい．

参考文献

1) 首藤伸夫: 防潮林の津波に対する効果と限界, 海岸工学講演会論文集, Vol. 32, pp. 465–469, 1985.
2) Mukherjee, A., Cajas, J. C., Houzeaux, G., Lehmkuhl, O., Suckale, J. and Marras, S.: Forest density is more effective than tree rigidity at reducing the onshore energy flux of tsunamis, *Coastal Engineering*, Vol. 182, p. 104286, 2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づく Physics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

Real-Time Tsunami Wavefield Prediction Using Physics-Informed Neural Network Based on Latent Representation Learning of Observation Data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

多田　瑛貴（公立はこだて未来大学）　島内　宏和（公立はこだて未来大学）
野村　怜佳（東北大学）　外里　健太（八戸工業大学）　森口　周二（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）　高瀬　慎介（八戸工業大学）
Teruki TADA, Future University Hakodate
Hirokazu SHIMAUCHI, Future University Hakodate
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenta TOZATO, Hachinohe Institute of Technology
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shinsuke TAKASE, Hachinohe Institute of Technology
E-mail: b1022149@fun.ac.jp

Current real-time tsunami prediction largely relies on numerical simulations that solve discretized governing equations; however, achieving high accuracy requires computational resources. Recent machine-learning approaches predict only at discrete locations and do not enforce physical constraints. Someya and Furumura (2025, *Geophys. J. Int.*, 242(3)) demonstrated the potential of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) for estimating initial wavefields in a single-scenario setting; however, their framework requires retraining after each tsunami event and is not suited for rapid prediction. In this study, we propose a method combining an autoencoder for latent representations of observations with a PINN to generate tsunami wavefields across multiple scenarios.

1. 背景

現在の津波即時予測システムでは，有限体積法等のメッシュに基づく数値シミュレーションが広く用いられている．しかしながら，地震発生後にシミュレーションを行う場合，高精度な結果を迅速に得るにはスーパーコンピュータをはじめとする大規模な計算資源が必要となる．予測の迅速化や災害時の安定的な運用の観点からは，限られた計算資源で効率的に予測可能な手法が求められる．

事前計算された数値シミュレーション結果のデータベースを構築し，類似するシナリオを探索する手法が提案されている．Gusman らは，推定された津波源の情報に基づいてデータベースを探索し，小規模な計算資源を用いた高解像度の津波予測を実現した[1]．また野村らは，ベイズ更新を用いて最も類似する津波シナリオを継続的に探索する手法を提案した[2]．これらの手法では高速かつ物理法則に従う予測が可能である一方で，データベースに含まれないシナリオに対する汎化性能には限界がある．

近年，機械学習手法の一つであるニューラルネットワーク（NN）を用いた研究が進められている．Liu らは，ファンデフカ海峡における沖合の地点の時間波形を入力とし，セイリッシュ海の複数の地点における時間波形の予測を出力とするモデルを，複数の機械学習手法を用いて構築し比較を行った[3]．また牧野嶋らは，GNSS による測地データおよび沖合の観測情報を入力とし，陸上の浸水高の予測を出力とする，畳み込み NN に基づく手法を提案し，東北地方太平洋沖地震を対象とした数値実験で高い予測精度を示した[4]．これらの手法では迅速に結果を得られ，事前に作成された学習データにない津波にも対応し得る一方で，予測は離散地点に留まり，モデルの学習や推論の過程において物理法則は考慮されていない．

物理法則を制約条件として組み込んだ NN である Physics-Informed Neural Network（PINN）[5] の導入も検討されている．染矢と古村は，単一のシナリオにおいて，沖合の観測情報を用いて PINN を学習し，初期の津波波動場を推定する手法を提案した[6]．同手法は計算コストが高いモデルの学習を地震発生後に行う必要がある．さらに，将来予測に用いる場合には別途数値シミュレーションが必要となる．

2. 目的

本研究では，事前計算された複数のシナリオのシミュレーション結果からなるデータセットを用いて，津波の観測情報を低次元の潜在表現へ圧縮する NN を構築し，PINN に接続することで将来も含む津波波動場を生成する手法を提案する．提案手法の全体像を図 1 に示す．潜在表現が津波シナリオの特徴を適切に捉えていれば，地震発生後にモデルを新たに学習することなく，学習データにない津波を含めた複数のシナリオ，および未観測の時間領域にも対応できる可能性がある．

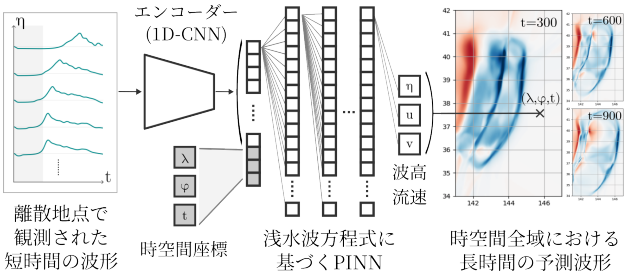


Fig. 1　提案手法の全体像．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 提案手法

本手法では，二つの NN を用いる．一方は観測情報の低次元な潜在表現を獲得するオートエンコーダーであり，もう一方はこの潜在表現および時空間座標を入力とし，対応する座標の波高と流速を出力する PINN である．オートエンコーダーの概要を図 2 に示す．オートエンコーダーは，エンコーダーとデコーダーの二つの NN から構成され，それぞれ 1 次元の畳み込み NN を用いて構成する．エンコーダーは各観測点の時間波形を入力として時間方向に圧縮・統合し潜在表現を出力する．デコーダーは潜在表現を入力とし，元の時間波形を再構成する．PINN は全結合型 NN と学習済みのエンコーダーの重みを凍結して連結し構成する．学習は，各シナリオのシミュレーション結果上の観測点およびランダムにサンプリングされた点における再現誤差と，浅水波方程式に基づく損失を組み合わせた目的関数を最小化することにより行う．

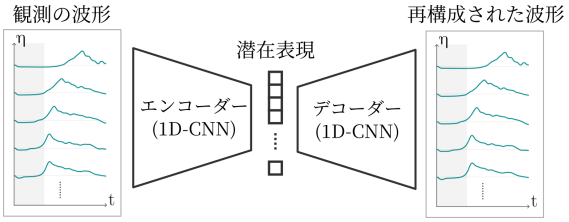


Fig. 2　オートエンコーダーのモデルの概要.

4. 実験と評価

本研究では，東北地方太平洋沖の地震を想定し，GeoClaw (`https://www.clawpack.org/geoclaw`) により生成した津波シミュレーションを用いてモデルを学習した．モデルの基礎的な性能を検証することを目的として，震源位置を東経 142 度 30 分～143 度，北緯 38 度～38 度 30 分の範囲に限定し，計 457 件のシナリオを用いた．321 件，68 件，68 件に分割し，それぞれ訓練，検証，テスト用データとして用いた．モデルの入力は，海底地震津波観測網 S-net の観測点における地震発生後 5 分間の時間波形とし，出力は 5 分後から 20 分後までの津波予測とした．評価指標としては，平均絶対誤差（MAE）とバリアンスリダクション（VR）を用いた．観測点である S-net，観測点に含まれない沖合のランダムな 500 地点，沿岸での全国港湾海洋波浪情報網（NOWPHAS）の観測点での精度を評価に用いた．

5. 結果と考察

PINN の予測精度を表 1 に示す．観測点である S-net における VR は，学習データで 92.8%，テストデータで 87.9%であった．染矢と古村[6] による類似実験では，観測時間内かつ単一シナリオを対象とした学習で VR は 93.7%と報告されており，本研究はテストデータにおいても近い値となった．また，提案手法は，地震発生後に追加の学習等を必要としない計算効率の高い予測が可能である．

観測点以外の地点では，沖合のランダムな 500 地点における VR は学習で 91.1%，テストで 87.5%となっている一方，沿岸部の地点で構成される NOWPHAS における VR は学習データにおいて 73.3%，テストにおいて 68.5%となり，相対的に低い精度となっている．沿岸部の地形は複雑であり，また反射波の影響などもあること等が要因の候補して上げられる．ランダムサンプリングにおいて沿岸部を優先する，損失に重み付けを施す等で対応できる可能性がある．

PINN のシナリオごとの S-net 観測点における MAE の分布を図 3 に示す．斜線ハッチの棒は学習データセットに対する MAE，点状ハッチの棒はテストデータセットに対する MAE を示す．双方において，極少数のシナリオでのみ MAE が著しく大きくなっていることが確認できる．今後は，ネットワーク・アーキテクチャを調整しつつ，12,000 件のシミュレーション結果を用いた学習を行うことで，東北地方太平洋沖地震を対象として，その多様な発生シナリオを広範に捉えることができるかを検証する．

Table 1　PINN の予測精度

観測点	指標	学習	テスト
S-net (観測点)	平均 MAE (m)	0.101	0.142
	平均 VR (%)	92.80	87.90
沖合 (500 地点)	平均 MAE (m)	0.085	0.109
	平均 VR (%)	91.08	87.49
NOWPHAS	平均 MAE (m)	0.344	0.383
	平均 VR (%)	73.30	68.50

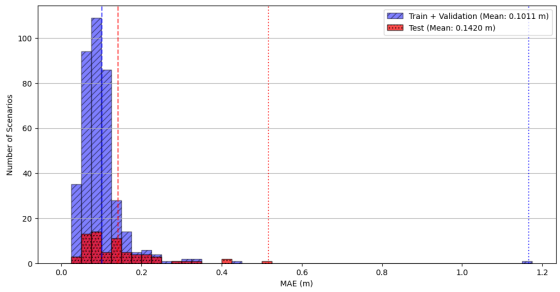


Fig. 3　各シナリオの PINN の MAE の分布 (S-net 上).

謝辞：本研究成果の一部は，大阪大学 D3 センターの大規模計算機システムを利用して得られたものです．

参考文献

1) A. R. Gusman *et al.*, A methodology for near-field tsunami inundation forecasting: Application to the 2011 Tohoku tsunami, *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 119, 8186–8206, 2014.
2) R. Nomura *et al.*, Sequential Bayesian Update to Detect the Most Likely Tsunami Scenario Using Observational Wave Sequences, *J. Geophys. Res.: Oceans*, 127(10), e2021JC018324, 2022.
3) C. M. Liu *et al.*, Comparison of Machine Learning Approaches for Tsunami Forecasting from Sparse Observations, *Pure Appl. Geophys.*, 178(12), 5129–5153, 2021.
4) F. Makinoshima *et al.*, Early forecasting of tsunami inundation from tsunami and geodetic observation data with convolutional neural networks, *Nat. Commun.*, 12, 2253, 2021.
5) M. Raissi *et al.*, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, 378, 686–707, 2019.
6) M. Someya and T. Furumura, Physics-informed neural networks for offshore tsunami data assimilation, *Geophys. J. Int.*, 242(3), ggaf243, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

VM-SPH 法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

Accelerated high-viscosity flow simulation using VM-SPH
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岡野　翔大（九州大・工）　森川　ダニエル（同済大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shodai OKANO, Kyushu University
Daniel Morikawa, Tongji University
Mitsuteru Asai, Kyushu University
E-mail: s-okano@doc.kyushu-u.ac.jp

This study applies the VM-SPH method to highly viscous fluid analysis. In ISPH, explicit treatment of the viscous term requires extremely small time increments, and IISPH still requires small time increments due to splitting errors. VM-SPH adopts a fully implicit stabilized monolithic formulation, thereby eliminating both issues. Plane Poiseuille flow simulations demonstrate convergence to the analytical solution regardless of time increment, with speed-up of approximately 31 times over IISPH and 96 times over ISPH.

1. 序論

Lagrange 記述によるメッシュフリーの粒子法は，領域の変形を粒子によって表現でき，個々の構成要素の移動を効果的に追跡することに優れていることから，流体-構造連成解析や相変化を伴う複雑な現象において多くの研究が進められてきた．代表的な手法として，SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法やその非圧縮性流体向けの応用である ISPH（Incompressible SPH）法[1] などが挙げられる．ISPH 法は，射影法に基づき支配方程式を分離したうえで，粘性項と外力項を陽的に，圧力項を陰的に解く半陰解法型時間積分を採用している．

しかしながら，ISPH 法には重要な課題がいくつか存在する．そのうちの一つが，高粘性流体の扱いの困難さである．ISPH 法では粘性項を陽的に扱うことから，拡散に関する数値的安定性条件を満たす必要がある．そのため，高粘性流体を扱う場合は極めて小さな時間増分が要求され，その結果，著しく大きい計算コストを要する．また，支配方程式の分離に起因する分離誤差[2] は，高粘性の場合に無視できない大きさとなる．例えば，土木工学の分野では，フレッシュコンクリートの充填解析などでこの課題は大きな技術的制約となる．

この課題に対し，完全陰解法型時間積分の IISPH（Implicit ISPH）法[3] が提案されている．IISPH 法は，速度求解と圧力求解を分離したうえで，それぞれを陰的に求解する手法であり，これにより合理的な計算コストでの数値計算が可能となる．しかし，分離誤差は依然として残る．

本研究では，より根本的な解決策として，速度-圧力一体型 SPH（VM-SPH：VMS-based monolithic SPH）法[4] を適用し，合理的な計算コストのもとで数値的安定と精度を両立した高粘性流体解析を試みる．

2. 数値計算手法

本研究では，非圧縮性 Newton 流体を対象とする．支配方程式は，以下の Navier-Stokes 方程式と連続の式で記述される．

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{g} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \tag{2}$$

ここで，$\mathbf{v}$，ρ，p，ν，$\mathbf{g}$ はそれぞれ速度，密度，圧力，動粘度，単位体積当たりの外力である．式 (1)，(2) に 1 次の差分近似を適用し行列形式で書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \Delta t\nu\nabla^2 & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \nabla^\top & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^{n+1} \\ p^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

ここで，Δt は時間増分である．

このとき，式 (3) の行列は強圧性を満たしておらず，解の一意性を喪失する．そこで VM-SPH 法では，VMS（Variational Multiscale）を導入し，物理量の場を解像スケールとサブスケールに分解する．解像スケールの速度と圧力を未知変数として式 (3) を書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\Delta t\nu\nabla^2 - \dfrac{\tau_2\Delta t}{\rho}\nabla\nabla^\top & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\nabla^\top & -\tau_1\nabla^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{v}}^{n+1} \\ \bar{p}^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} + \tau_1\rho\nu\nabla^2\bar{\mathbf{v}}^n \\ -\dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\bar{\mathbf{v}}^n \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

ここで，τ は時間増分や密度から定まる安定化パラメータ，$\bar{\mathbf{v}}$，$\bar{p}$ は速度と圧力の解像スケール成分である．この操作により強圧性が満たされるので，速度と圧力の同時求解が可能となる．

このとき，式 (4) は異なる次元（運動量と質量）を連立させて解いている．密度，動粘度といった物理パラメータや，空間・時間の解像度といった計算パラメータの選び方によっては，VMS を導入してもなお固有値分布が悪くなる場合がある．そこで，本研究では式 (4) を解く際にブロック対角スケーリング前処理付き BiCGstab 法を用いている．

3. 数値計算例

高粘性流体解析における時間増分の影響を検証するために，Fig. 1 に示す平面 Poiseuille 流れをシミュレーションする．流体の物理定数は密度 $\rho = 1000$ kg/m^3 および動粘度 $\nu = 0.1$ m^2/s に設定した．計算条件は，時間増分 $\Delta t = 10^{-1}$ ～10^{-5} (s)，SPH 粒子径 $d = 0.005$ m とした．初期条件として，速度および圧力はゼロに設定した．境界条件として，壁面に非滑りの Dirichlet 条件を，流入/流出境界に規定圧力の Dirichlet 条件を課す．ISPH 法および IISPH 法の場合は，圧力 Poisson 方程式を解くためにさらに壁面に圧力の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Neumann 条件を課す．

Fig. 2 に，流路中心の速度の時間発展を示す．Fig. 2(a) に示す ISPH 法の場合は，時間増分が十分小さい $\Delta t = 10^{-4}$, 10^{-5} s のケースのみで圧力 Poisson 方程式が収束し，その他の時間増分が大きいケースは発散した．これは，ISPH 法が半陰解法型時間積分を採用しており，粘性項を陽的に評価しているためである．Fig. 2(b) に示す IISPH 法の場合は，粘性項を陰的に評価するため時間増分に対して無条件安定となり，すべてのケースで計算を実行可能である．しかし，時間増分が十分小さいケースでは理論解に収束しているものの，分離誤差の影響で，時間増分が大きくなると理論解から乖離している．分離誤差は高粘性流れ問題で特に顕著となることが知られており[2]，本例題においても分離誤差を低減するには時間増分を小さく設定する必要があることが確認された．一方，Fig. 2(c) に示す VM-SPH 法の場合は分離誤差が発生せず，全ての時間増分において理論解と一致する定常解に収束した．なお，計算初期において $\Delta t = 10^{-1}$ s のケースがわずかにずれているが，これは初期速度ゼロから定常状態に至るまでの非定常な発展過程を粗い時間増分では詳細に追跡できないためである．重要な点は，VM-SPH 法は粗い時間増分においても最終的に正しい定常解に収束することである．

以上から，VM-SPH 法は直接法に基づく完全陰解法であるため，時間増分に対して無条件安定であり，かつ，分離誤差が発生しないことを確認した．したがって，対象とする現象の時間スケールに応じて時間増分を大きく設定可能であり，実用上の優位性が示された．例えば，本例題で相対誤差が 10%以下となる解を得るために必要な最大の時間増分は，ISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，IISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，VM-SPH 法では $\Delta t = 10^{-1}$ s である．Table 1 に示す通り，この条件下での $t = 1.00$ s までの総計算時間は，それぞれ 117.7 秒，37.7 秒，1.23 秒である．すなわち，IISPH と比較して 30.7 倍，ISPH 法と比較して 95.7 倍の高速化を達成した．

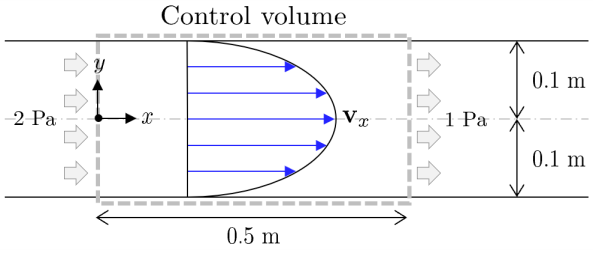


Fig. 1　Geometry of plane Poiseuille flow

4. 結論

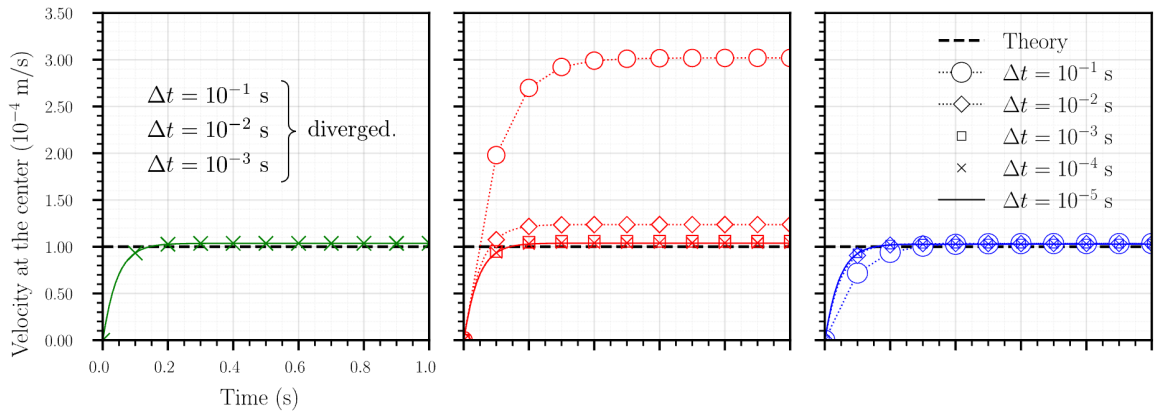
本研究では，ISPH 法における高粘性流体解析の諸問題を解決するため，VM-SPH 法を高粘性流体解析に適用した．基礎検討として実施した平面 Poiseuille 流れでは，数値的安定性・精度の観点から本手法が従来手法と比べて時間増分を大きくとることができ，その結果高効率な数値計算を実施可能なことを確認した．今後の展望としては，より実務的な工学問題への応用を目指し，二層流や非 Newton 流体に対しての拡張を進めていく方針である．

参考文献

1) Shao, Songdong and Lo, Edmond YM：Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, Advances in water resources, Vol. 26, No. 7, pp. 787-800, 2003.
2) Perot, J Blair：An analysis of the fractional step method, Journal of Computational Physics, Vol. 108, pp. 51-58, 1993.
3) Morikawa, Daniel and Asai, Mitsuteru and Idris, Nur' Ain and Imoto, Yusuke and Isshiki, Masaharu：Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method, Computational Particle Mechanics, Vol. 6, pp. 529-544, 2019.
4) 岡野翔大, 森川ダニエル, 葛宇甯, 浅井光輝：変分マルチスケール法による安定化を導入した速度-圧力一体型 SPH 流体解析, 計算工学講演会論文集 (Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science), Vol. 30, pp. 860-864, 2025.
5) Hughes, Thomas JR and Feijóo, Gonzalo R and Mazzei, Luca and Quincy, Jean-Baptiste：The variational multiscale method—a paradigm for computational mechanics, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 166, No. 1-2, pp. 3-24, 1998.

Table 1　Total computational time up to $t = 1.0$ s

	10^{-1} s	10^{-2} s	10^{-3} s	10^{-4} s	10^{-5} s
ISPH				117.7	1003.4
IISPH	0.84	6.98	37.7	253.1	1773.3
VM-SPH	1.23	6.30	18.3	163.5	1268.9



(a) ISPH　(b) IISPH　(c) VM-SPH

Fig. 2　Time history of x-direction velocity at the center

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Implicit ISPH 法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Efficient Seepage Flow Simulation Based on the Implicit ISPH Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　和真（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Kazuma TAKAHASHI, Tohoku University
Kunpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: takahashi.kazuma.p8@dc.tohoku.ac.jp

Conventional semi-implicit Incompressible SPH (ISPH) methods for simulating unified free-surface and seepage flows suffer from severe time-step constraints. To resolve this issue, this study applies the Implicit ISPH method to the Darcy-Forchheimer-Brinkman equation. This approach establishes a more stable numerical framework regarding time increments. In this study, the accuracy and validity of the proposed method are verified through 2D Poiseuille flow and numerical seepage flow experiments.

1. はじめに

近年，豪雨災害の増加に伴い，土砂災害による被害が頻発化，深刻化の傾向にある．特に，越水のような自由表面流れと堤体内部を流れる浸透流が複合的に作用する場合，堤体の侵食が促進され，決壊に至るケースが多い．このような現象の原因究明や対策工の検討において，浸透流解析は重要な役割を果たす．著者らは，粒子法 (SPH) による浸透流ー地表流統一解析[1] を適用してきたものの，実時間スケールでの長時間解析の実現には，時間刻みの制約による計算コストの増大と数値不安定性の解消が課題となる．

本研究では従来の Semi-Implicit ISPH 法よりも粗い時間増分で安定した解析が可能な Implicit ISPH 法[2] を導入し，浸透流解析のさらなる効率化を目指す．本発表では，2 次元 Poiseuille 流れや浸透流の数値実験を通して，提案手法の有用性と妥当性を検証する．

2. 計算手法

2.1. 支配方程式

本研究では自由表面流と浸透流を統一的に記述可能な Darcy-Forchheimer-Brinkman(DFB) 方程式 (式 (1)) を用いる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_D}{\partial t} + (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D = \frac{\varepsilon_f}{C_r}\left\{-\frac{1}{\rho_f}\nabla p + \nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D + \boldsymbol{f}_d + \boldsymbol{b}\right\} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}_D$，p，ρ_f，$\boldsymbol{b}$ は Darcy 流速，圧力，流体密度，物体力である．また，C_r，ν_E，$\boldsymbol{f}_d$ はそれぞれ仮想質量係数，有効動粘性係数，多孔質体から受ける抗力であり，多孔質体の間隙率 ε_f で決定される．特に，抗力 $\boldsymbol{f}_d$ は式 (2) に従う．

$$\boldsymbol{f}_d = -\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2}\boldsymbol{v}_D - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D|\boldsymbol{v}_D \tag{2}$$

本研究では線形・非線形抗力係数として，Ergun モデル ($\alpha = 150, \beta = 1.75$) を用いる．$D_{50}$ は土粒子の平均粒径である．本検証では透水係数と平均粒径の関係を示す Kozeny-Carman 式により，抗力式を透水係数 K_h で表現する．なお，本研究では PSTs(粒子再配列法) を組み込むことを考慮し，ALE 記述の DFB 式を用いる[1]．

2.2. 従来法:Semi-Implicit ISPH 法

著者らは，DFB 方程式に対し，Semi-Implicit ISPH 法[1] を適用してきた．この手法では，式 (1) を予測ステップ，修正ステップに分離し，速度を陽的に，圧力を陰的に算出する．

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\left\{\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^N + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^N) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N\right\} \\ \boldsymbol{v}_D^{N+1} = \boldsymbol{v}_D^* - \Delta t\,\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}\left(\dfrac{1}{\rho_f}\nabla p^{N+1}\right) \end{cases} \tag{3}$$

この手法では速度更新が陽的に行われるため，時間刻み Δt が式 (4) の時間制約条件を満たす必要がある[2,3]．

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu},\quad C_{\mathrm{f_d}}\frac{K_h}{\varepsilon\|g\|}\right) \tag{4}$$

ここで，h，$u_{\max}$，K_h はそれぞれ平滑化長，最大流速，透水係数である．透水係数が小さい場合，式 (4) の第 3 項が支配的となり，極めて小さい時間刻みが要求される．

2.3. Implicit ISPH 法の適用

本研究では，Implicit ISPH 法[2] を DFB 方程式に適用することで，時間刻みの制約を緩和し，浸透流解析の効率化を図る．ここで，DFB 方程式内の粘性項および抗力項における仮速度 $\boldsymbol{v}_D^*$ を用いて表し，これを陰的に求める．すなわち，式 (3) の予測ステップを式 (5) に置き換える．

$$\boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\frac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^* + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^*) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N \tag{5}$$

ただし，抗力項 $\boldsymbol{f}_d^*$ の非線形項を反復法を用いて算出するのは計算コストが高いため，式 (6) のように線形化を施す．

$$\boldsymbol{f}_d^* = \left(-\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2} - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D^N|\right)\boldsymbol{v}_D^* \tag{6}$$

3. 粘性項・抗力項の陰的算出の有効性検証

3.1. 粘性項の陰的算出の有効性:2 次元 Poiseuille 流れ

まず，異なる時間増分 Δt で 2 次元 Poiseuille 流れを用いて Implicit ISPH 法による粘性項の陰的計算の検証を行う．解析モデル Fig. 1 に，定常状態の速度分布 $u(y)$ と平均流速 $\hat{U}$ の理論解を式 (7) に示す．なお，解析では定常時の平均流速が 5.0 cm/s となるよう物体力を設定した．

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - hy);\quad \hat{U} = -\frac{h^2}{12\mu}\frac{dp}{dx} \tag{7}$$

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu} \approx 1.6\times10^{-3}\right) \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

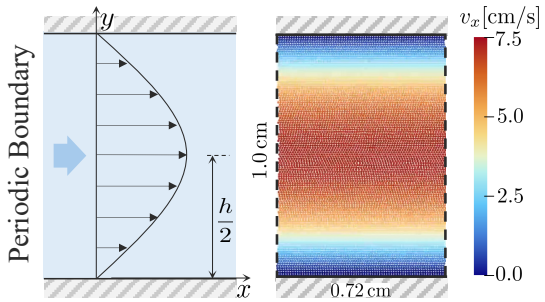


Fig. 1　2D poiseuille flow model and simulation results

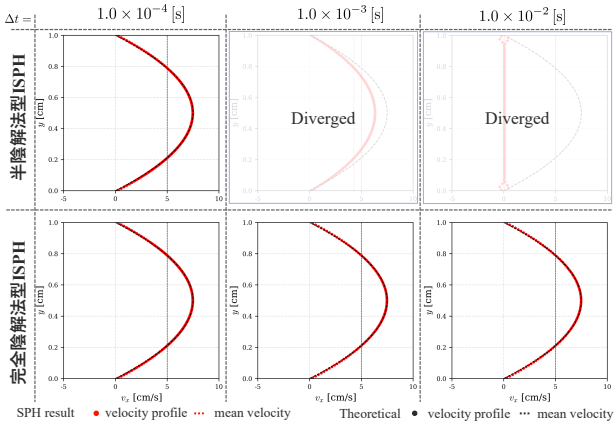


Fig. 2　Velocity profiles at different time increments

Fig. 2 に各時間増分による Semi-Implicit ISPH 法と Implicit ISPH 法による解析結果をそれぞれ示す．速度のプロファイルを点で，平均流速を鎖線で示し，理論解を黒，解析結果を赤色にて示す．$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ s では両手法とも理論解と良好に一致したが，Semi-Implicit ISPH 法では時間増分を大きくすると数値発散が生じた．具体的には，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-2}$ s では動粘性係数に基づく制約を，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ s では流速増大に伴い速度に基づく制約を満たさなくなったことに起因する (式 (8))．一方 Implicit ISPH 法による解析は，実施した全ての時間増分で解析が可能でかつ理論解と一致しており，時間制約に対する堅牢性と有用性が確認された．

3.2.　抗力項の陰的算出の有効性: 浸透流の数値実験

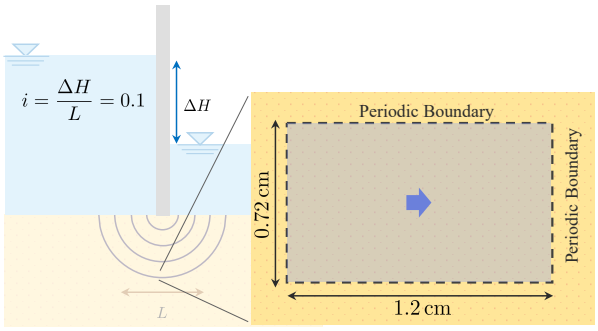


Fig. 3　Numerical experiment model for seepage flow

次に，抗力項の陰的算出の有効性を検証するため，Fig. 3 に示すモデルを用いて浸透流解析を行う．本解析では動水勾配 $i = 0.1$ に相当する物体力 $\boldsymbol{b}$ を作用させ，周期境界条件および粘性項無視の仮定を適用する．この条件下では，定常状態において物体力と抗力が釣り合うため，流速は理論上，透水係数 K_h に収束すると考えられる．以上を踏まえ，時間増分と透水係数を変化させた複数の条件下で解析を実施し，提案手法の有用性を検証する．

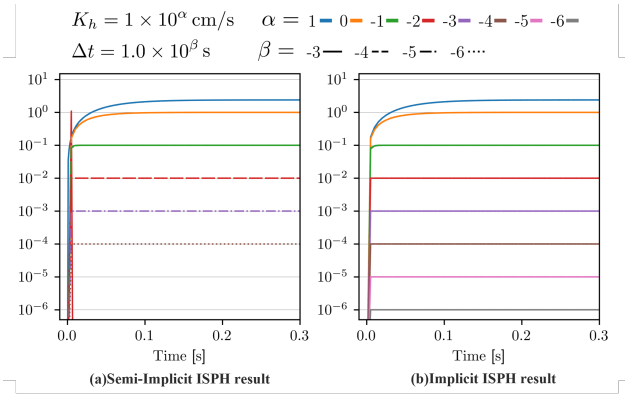


Fig. 4　Numerical experiment results for seepage flow

Fig. 4 (a) に Semi-Implicit ISPH 法の，(b) に Implicit ISPH 法の解析結果を示す．各透水係数による結果を線の色で区別し，各時間増分における結果を線種で区別する．高透水係数領域では両手法とも概ね透水係数値に収束したが，最も高い $K_h = 1.0 \times 10^{-2}$ m/s の場合において，流速増大に伴う非線形抗力の影響によって理論値からの乖離が見られた．なお，この傾向は両手法に共通している．一方で透水係数が低い領域では，Semi-Implicit ISPH 法は時間制約が厳しくなり数値発散が生じた．一方，Implicit ISPH 法は，いずれの透水係数においても発散せず安定して収束しており，その妥当性と有用性が確認された．

4.　結言

本研究では，浸透流解析の効率化を目指し，DFB 方程式に対して粘性項および抗力項を陰的に取り扱う Implicit ISPH 法を適用した．2 次元 Poiseuille 流れおよび浸透流の数値実験の結果，従来法では数値発散が生じる大きな時間増分や低い透水係数の条件下においても，本手法は安定して理論解・設定値に収束し，粘性項や透水係数によって決まる時間制約条件を大幅に緩和できることが確認され，計算コストと数値安定性の課題を解決しうる高効率な浸透流解析手法として有用である．今後の展望として自由表面領域を含むような実験との比較・検討を通して本手法の妥当性を確認する予定である．

参考文献

1) K.Tsuji, S.Fujioka, D.S.Morikawa, M.Asai : A reliable SPH (2) formulation for Darcy–Forchheimer–Brinkman equation using a density-based particle shifting in the ALE description. *Comput. Part. Mech.*, pp. 1–29, 2024.
2) D.S.Morikawa, M.Asai, N.Idris, Y.Imoto, M.Isshiki : Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method. *Comput. Part. Mech.*, Vol. 6, pp. 529–544, 2019.
3) D.S.Morikawa, M.Asai : Soil-water strong coupled ISPH based on u-w-p formulation for large deformation problems. *Comput. Geotech.*, Vol. 142, pp. 104570, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率な ISPH 法（シンポジウム講演概要）

A Highly Accurate and Efficient ISPH Method via the Fast Runge-Kutta Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　恵天（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Yoshitaka INOUE, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: inoue.yoshitaka.r8@dc.tohoku.ac.jp

Time integration in Incompressible SPH (ISPH) is typically limited to first-order accuracy, and high-order Runge-Kutta (RK) methods are computationally expensive due to repeated the Pressure Poisson Equation (PPE) solving. To overcome this issue, we introduce the Fast Runge-Kutta (FRK) methods into the Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) framework. The FRK methods reduce the multiple PPE solves of RK methods to just one at the final stage. The results confirm that the FRK method achieves numerical stability comparable to RK methods at no greater computational cost than conventional first-order schemes, thereby improving computational efficiency.

1. はじめに

SPH 法等の粒子法はメッシュフリーの特性から大変形解析に有効だが，従来の非圧縮性 SPH (ISPH) 法は時間積分が 1 次精度に留まり，数理的な厳密性に課題があった．

時間高次精度化に Runge-Kutta (RK) 法を適用する場合，非圧縮性流体解析では段数分だけ計算負荷の高い圧力 Poisson 方程式 (PPE) を解く必要があり，計算コストの増大が実用上の障壁となっていた[1]．

そこで本研究では，格子法で近年提案された Fast Runge-Kutta (FRK) 法[2] に着目した．FRK 法は中間ステージの圧力を過去の値から近似評価し，PPE の求解を最終段の 1 回に限定しつつ高次精度を維持できる．本研究はこの FRK 法を粒子法へ導入する．特に，計算点の移動と速度更新を分離する[3]Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) 法へ適用し，通常の時間 1 次精度手法と同等の低コストで高精度化を達成する高効率な解析フレームワークの確立を目指す．

2. 支配方程式と TE-ISPH 法

2.1. 支配方程式 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian 記述)

非圧縮性 Navier-Stokes 方程式は，以下の質量保存則および運動量保存則で記述される．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は流速，p は圧力，$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}$ は相対速度，$\boldsymbol{w}$ は任意の輸送速度，$\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ は ALE 微分を表す．

2.2. TE-ISPH 法のアルゴリズム

本研究で採用する TE-ISPH 法は，速度の更新と位置の更新を分離する手法である[3]．速度更新時には計算点（粒子）を固定 ($\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$) して Euler 記述による支配方程式を解き，その後に粒子を移動させる点にある．これにより，移動粒子系特有の複雑な幾何学的補正を回避している[3]．

時間 1 次精度の陽的 Euler（EE）を用いた TE-ISPH 法の具体的な計算アルゴリズムは以下の通りである．

- **速度更新:** 計算点を現在の位置 $\boldsymbol{x}^n$ に固定し（$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$），仮速度 $\boldsymbol{v}^*$ の計算，圧力 Poisson 方程式 (PPE) の求解，および新時刻の速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ の算出を行う．

$$\boldsymbol{v}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\left(\nu\nabla^2\boldsymbol{v}^n + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{v}^n\cdot\nabla)\boldsymbol{v}^n\right) \tag{3}$$

$$\nabla^2 p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^* \tag{4}$$

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \boldsymbol{v}^* - \frac{\Delta t}{\rho}\nabla p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{5}$$

- **位置更新とリマッピング:** 得られた流速 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ と粒子配置の均一化のための粒子シフト $\delta\boldsymbol{r}$ を用いて粒子位置を更新し，新しい位置 $\boldsymbol{x}^{n+1} = \boldsymbol{x}^n + \Delta\boldsymbol{r}$ へ移動させる．その後，粒子移動に伴う物理量のズレを補正するため，2 次項までの Taylor 展開を用いて物理量を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ へ再配置 (リマッピング) する．ここで，$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta t/2\cdot(\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^n + \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}) + \delta\boldsymbol{r}$ である．

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^{n+1}}^{n+1} \approx \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} + \sum_{m=1}^{2}\frac{1}{m!}(\Delta\boldsymbol{r}\cdot\nabla)^m\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{6}$$

3. TE-ISPH 法の時間積分の高精度化

3.1. Runge-Kutta 法による TE-ISPH 法

時間積分の高精度化を目的として，2 段 Runge-Kutta 法 (RK2)[1] を TE-ISPH 法に適用する．$\tilde{a}_{i,j}$，$\tilde{c}_i$ は RK 法の係数である．アルゴリズムは以下の通りである．

- **第 1 ステージ（仮速度と PPE）:**

$$\boldsymbol{v}_{(1)}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\tilde{a}_{1,0}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v}^n), \tag{7}$$

$$\nabla^2 p_{(1)} = \frac{\rho}{\tilde{c}_1\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}_{(1)}^*, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{v}_{(1)} = \boldsymbol{v}_{(1)}^* - \frac{\tilde{c}_1\Delta t}{\rho}\nabla p_{(1)}. \tag{9}$$

- **第 2 ステージ（最終速度の決定）:** 第 1 ステージの結果を用いて再度仮速度を計算し，PPE を解いて最終速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ を求める．通常の RK 法では，各ステージで PPE を解く必要があり，その計算コストが大きい．
- **位置更新とリマッピング:** 得られた速度に基づいて粒子位置を更新する．粒子移動に伴う物理量の不整合を補正するため，2 次の Taylor 展開を用いて速度および圧力を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ に再配置する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2. Fast Runge-Kutta (FRK) 法の適用

通常の RK 法ではステージ数と同数の PPE 求解が必要である．一方，格子法で提案された FRK 法[2] は，中間ステージの圧力を既知の圧力から近似することで，PPE の求解を最終ステージのみに限定する手法である．

本研究ではこの FRK 法を TE-ISPH 法に適用する．2 段 FRK（FRK2）法と通常の RK 法の主な違いは以下の通りである．

- **第 1 ステージ:** 中間圧力を $p_{(0)} \approx p^n$ と近似し，PPE を解かずに圧力勾配項を評価して中間速度 $\boldsymbol{v}_{(1)}$ を求める．
- **第 2 ステージ（最終段）:** 非圧縮条件を満たすため，この段階で PPE を解き最終速度を決定する．これにより，RK 法と同様の時間精度を維持しつつ，PPE の求解回数を 1 ステップあたり 1 回に削減できる．

4. 数値検証

提案手法の精度と効率を検証するため，非圧縮性流体解析のベンチマークである 2 次元 Taylor-Green Vortex (TGV) 問題を用いた．空間 2 次精度を示す SPH(2)[4] を用いている．

4.1. 問題設定と評価指標

計算領域を $[-L, L] \times [-L, L]$ の正方形領域とし，全周に周期境界条件を適用する．速度場 $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y)$ および圧力場 p の厳密解は以下の通りである．

$$v_x = U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \sin(kx) \cos(ky) \tag{10}$$

$$v_y = -U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \cos(kx) \sin(ky) \tag{11}$$

$$p = \frac{\rho U^2}{4} \exp\left(-4\nu k^2 t\right)\left\{\cos(2kx) + \cos(2ky)\right\} \tag{12}$$

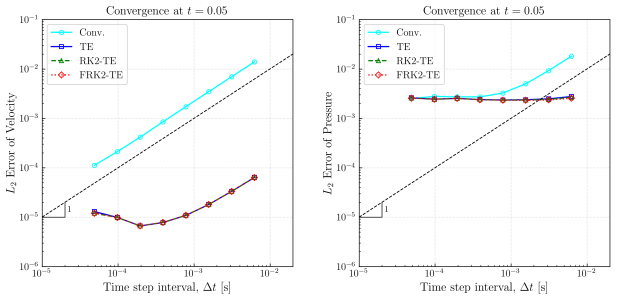
ここで，波数 $k = \pi/L$，代表長さ $L = 1\,\mathrm{m}$，密度 $\rho = 1\,\mathrm{kg/m^3}$，動粘性係数 $\nu = 10^{-3}\,\mathrm{m^2/s}$，代表速度 $U = 1\,\mathrm{m/s}$ と設定した (レイノルズ数 $Re = 1000$)．定量的な評価指標として相対誤差ノルム L_2 を用いる．

4.2. 検証結果と考察

誤差評価: 初期粒子間隔 $\Delta x = 2^{-6}$ m を固定し時間収束を検証した．TE-ISPH 法は従来 ISPH 法に比べ，速度誤差を約 2 オーダー低減した (Fig.1(a))．一方，圧力誤差は時間刻みに対してほぼ一定であり，空間誤差が卓越していることが確認された (Fig.1(b))．

リマッピング誤差の影響: 移動粒子解析では，Δt を小さくするほど Taylor 補間による累積誤差が増大した ($\Delta t < 1/5120\,\mathrm{s}$, Fig.1(a))．RK 法，FRK 法を導入しても補間誤差が卓越し，精度向上は限定的である．

FRK アルゴリズムの性能評価: Reynolds 数（$Re = 1000$）条件下において，提案手法は陽的 Euler（EE）法と比較して約 4 倍大きな時間刻み Δt で安定計算が可能であり（Fig.2），安定領域の大幅な拡大を確認した．これは高次時間積分の導入により数値的不安定性が効果的に抑制されたことを示している．さらに，Table 1 に示す通り，FRK 法（FRK2）の計算コストは従来の 1 次精度手法の約 1.2 倍に留まり，RK 法（約 1.7 倍）と比較しても計算効率に優れる．以上より，本手法は安定性向上と計算効率の両立を実現していることが示された．



(a) velocity (b) pressure

Fig. 1: Time Convergence at $t = 0.05$s (Moving particles)

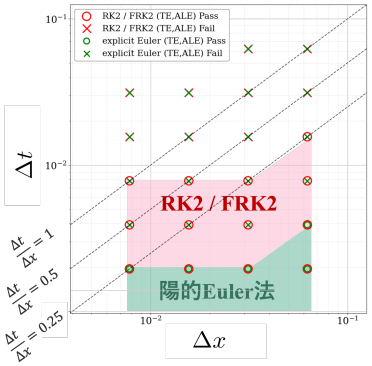


Fig. 2: Numerical stability ($Re = 1000$).

Table 1: Computational cost per step (ms).

Resolution	EE	RK2	FRK2 (Prop.)
$L/64$ ($N = 16{,}384$)	18.85	32.14	22.36
$L/128$ ($N = 65{,}536$)	74.61	120.25	89.99

5. 結言

本検証により，空間微分の誤差と Taylor 補間の累積誤差が時間精度の向上を制限する要因として残存するものの，FRK 法を導入した TE-ISPH 法のフレームワークは，従来法の 1.2 倍の低計算コストで RK 法と同等の数値安定性を実現できることが確認された．PPE を最終段でのみ解くことによるコスト削減効果は大きく，長時間の計算を要する非圧縮性流体解析の実用的なソルバーとして有望である．

参考文献

1) Sanderse, B. and Koren, B.: Accuracy analysis of explicit Runge–Kutta methods applied to the incompressible Navier–Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, 231, 2012.
2) Aithal, A.B., Tipirneni, M., Ferrante, A.: Temporal accuracy of FastRK3, *J. Comput. Phys.*, 475, 2023.
3) Matsunaga, T. and Koshizuka, S. : Improvement of the time marching method in a particle method, *Trans. JSME*, 87, 2021, pp. 20-437.
4) Asai, M., Fujioka, S., Saeki, Y., Morikawa, D.S. and Tsuji, K. : A class of second-derivatives in the Smoothed Particle Hydrodynamics with 2nd-order accuracy and its application to incompressible flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 415, 2023, 116203.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

A machine-learning-based warm-start predictor for accelerating an implicit kinetic solver (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宿南 湧真（兵県大・情報）　安田 修悟（兵県大・情報）　Martin FRANK（SCC, KIT）
Yuma SHUKUNAMI, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Shugo YASUDA, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Martin FRANK, Scientific Computing Center, Karlsruhe Institute of Technology
E-mail: minamium.shukunami@gmail.com

運動論モデルの陰解法では，衝突項に起因する強い数値的剛性のため内部 Picard 反復回数が増大し，計算コストが支配的となる．本研究では，巨視量の 1 ステップ更新量をニューラルネットワークで予測する Warm-Start 予測子を導入し，陰解法の初期値を改善する手法を提案する．Boltzmann – BGK 方程式に対する有限体積陰解法に適用し，Sod 衝撃管問題において Picard 反復回数を大幅に削減できることを示す．

1. はじめに

希薄気体の衝撃波や蒸発・凝縮流など，界面近傍で強い非平衡が生じる気体の輸送現象に対しては，分子の衝突過程を考慮した気体分子運動論（ボルツマン方程式）による記述が必要となる．またボルツマン方程式は連続体極限において，通常の流体力学の基礎方程式であるナビエ＝ストークス方程式を導出できることから，流体力学のメゾスコピック理論としても重要な意義を有する．[1)]

一方で，ボルツマン方程式やそのモデル方程式（運動論モデル）では，時間および空間変数に加えて，気体分子の速度も独立変数として扱う必要があるため，運動論モデルの数値計算は，連続体モデルと比較して計算コストが大きくなる．さらに，連続体極限近傍では，分子の衝突過程を記述する衝突項の緩和時間が，マクロな時間スケールに比べて非常に短くなるため，数値的な剛性も問題となる．

数値的剛性に対する代表的な対処法として陰解法が用いられるが，運動論モデルは衝突項に複雑な非線形項を含むため，単純な陰解法では各時間ステップにおいて非線形問題を解くためのピカール反復が必要となる．しかし，その反復回数は連続体極限において著しく増加するため，陰解法のみでは数値的剛性を十分に緩和することが難しい．

この種の課題に対して，運動論モデルと関連する巨視量方程式を援用した加速法 (例えば，HOLO スキーム[2)]) や漸近保存型スキーム (Asymptotic Preserving 法[3)]) など，様々な高度な数値スキームの開発・研究が活発に行われている．しかし，これらの数値スキームは，個々の運動論モデルの理論的な解析によって個別に導出されるものであり，一般な運動論モデルに対する汎用性のある手法とは言い難い．

そこで本研究では，運動論モデルの一般的な陰解法スキームに対して，ニューラルネットワークを導入し，内部ピカール反復を加速する Warm-Start 予測子を組み込む手法を提案する．これにより，既存の陰解法の構造を維持したまま低コストで数値的剛性の影響を緩和することができるようになる．

2. Boltzmann-BGK 陰解法と Picard 反復

本節では，物理空間 1 次元，速度空間 1 次元の BGK 方程式に対する陰解法スキームとその内部ピカール反復について解説する．

2.1. BGK モデル方程式

物理空間 1 次元 (x)，速度空間 1 次元 (v) の BGK 方程式は以下のように書ける．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_M - f}{\tau}, \tag{1}$$

ここで，$f(t,x,v)$ は速度分布関数，$f_M(t,x,v)$ は局所マクスウェル分布，$\tau(t,x)$ は衝突項緩和時間である．

局所マクスウェル分布 $f_M(t,x,v)$ と緩和時間 $\tau(t,x)$ は，速度分布関数 $f(t,x,v)$ のモーメントから次のように定義される巨視量 (数密度 $n(t,x)$，流速 $u(t,x)$, 温度 $T(t,x)$)，

$$n(x,t) = \int f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2a}$$

$$n(x,t)u(x,t) = \int v\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2b}$$

$$n\,(u^2+T) = \int v^2\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v. \tag{2c}$$

を用いて，以下のように求められる．

$$f_M(x,v,t) = \frac{n(x,t)}{\sqrt{2\pi\,T(x,t)}}\exp\left(-\frac{(v-u(x,t))^2}{2T(x,t)}\right), \tag{3}$$

$$\tau(x,t) = \frac{\widetilde{\tau}}{n(x,t)\sqrt{T(x,t)}}. \tag{4}$$

ここで，$\tilde{\tau}$ は，時空間に依存しない定数パラメータである．

2.2. 陰解法スキーム

BGK 方程式 (1) の有限体積法に基づく陰解法スキームは次のように書かれる．

$$f_{i,j}^{k+1} = f_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x}v_j\left(\hat{f}_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} - \hat{f}_{i-\frac{1}{2},j}^{k+1}\right) + \frac{\Delta t}{\tau_i^{k+1}}\left(f_{M,i,j}^{k+1} - f_{i,j}^{k+1}\right). \tag{5}$$

ここで，上付き添字 k は時間ステップ，下付き添字 i, j はそれぞれ，空間メッシュと速度空間メッシュを表す．また，右辺第 2 項にあるハット ‘‘ ˆ ’’ は有限体積セル界面での数値フラックスを表す．

2.3. 内部ピカール反復

陰解法スキーム (5) の解 $f_{i,j}^{k+1}$ は，Algorithm1 のピカール反復によって求める．ここで，収束判定は許容誤差 abs_tol

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を用いて次のように行う．

$$\left\| \frac{\mathbf{W}_i^{(z+1)} - \mathbf{W}_i^{(z)}}{\text{abs_tol} + \text{picard_tol} \max\left(\left|\mathbf{W}_i^{(z+1)}\right|, \left|\mathbf{W}_i^{(z)}\right|\right)} \right\|_\infty \le 1. \quad (6)$$

Algorithm 1 Fully implicit BGK step with Picard iteration

1. 初期化: $f^{(0)} \leftarrow f^k$ とし, $f^{(0)} \mapsto \mathbf{W}^{(0)} = (n, (nu), T)$ を計算する.
2. for $z = 0, 1, \ldots, N_{\max} - 1$:
   (a) $f^{(z)} \mapsto \mathbf{W}^{(z)} = (n, (nu), T)$ を計算し, $\tau^{(z)}, f_M^{(z)}$ を構成する.
   (b) $\{A_j(\mathbf{W}^{(z)}), \mathbf{b}_j(\mathbf{W}^{(z)})\}$ を組み立て, $A_j f_{\cdot,j}^{(z+1)} = \mathbf{b}_j$（速度ごとの三重対角）を batched GTSV で解き, $f^{(z+1)}$ を得る.
   (c) $f^{(z+1)} \mapsto \mathbf{W}^{(z+1)}$ を計算し, 収束条件 (6) を満たせば停止する.
3. $f^{k+1} \leftarrow f^{(z+1)}$.

3. MIWS-Net: Macro Informed Warm Start Neural Network

MIWS-Net は, BGK 方程式の非線形性が巨視量に依存する点に着目し, ピカール反復の初期値を ‘‘巨視量空間’’ で直接改善するための Warm-Start 予測子モデルである. 具体的には, セルごとの入力として $\mathbf{W}^k = (n^k, (nu)^k, T^k)$ とスカラー条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$ を与え, 出力として $\Delta\mathbf{W}$（次時刻に向けた巨視量の更新量）を予測する. CNN により空間局所構造（衝撃波近傍の勾配・局在）を捉え, ResNet により安定な残差学習として $\Delta\mathbf{W}$ を学習することで, 平坦領域での不要な摂動を抑えつつ, 支配的な非線形モードを先に潰すことを狙う. 推論は時間ステップごとに 1 回であり, 分布関数が物理次元と速度次元を持つことに比べて, MIWS-Net は物理次元のみの推論であるので計算コストは通常線形ソルバが支配的となるよう設計可能である. そして, 推論によって得られた $\Delta\mathbf{W}$ に基づいてピカール反復の初期値を与え, 既存解法のフローのまま反復削減を行えることが特徴である (Algorithm2).

Algorithm 2 MIWS-Net warm-start for fully implicit BGK step

1. 入力: $\mathbf{W}^k$ と条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$.
2. 推論: $\Delta\mathbf{W} \leftarrow \text{MIWS-Net}(\mathbf{W}^k; \Delta t, \bar{\tau})$.
3. warm-start 巨視量: $\mathbf{W}^{(0)} \leftarrow \mathbf{W}^k + \Delta\mathbf{W}$.
4. warm-start 初期分布: $f^{(0)} \leftarrow f_M(\mathbf{W}^{(0)})$ として初期値を構成する.
5. 以降の Picard 反復は Algorithm1 と同一とする.

4. 性能評価と結果

一次元 Sod shock tube 問題を, 空間分割数 $n_x = 1024$, 速度空間分割数 $n_v = 256$, 時間刻み幅 $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$, ステップ数 $100 steps$, 緩和時間パラメータ $\bar{\tau} = 5 \times 10^{-7}$ の条件で数値計算し, 性能評価結果を Table.1 および Fig.1 に示す. ここで, ‘‘Base’’ は Algorithm1 , ‘‘Warm-Start’’ は Algorithm2 の結果を表す.

Table.1 は, Picard 収束許容値 tol を変化させた場合の総反復回数 iters_b（Base）, iters_w（Warm-Start）と, その比 $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$ を示す. tol = 10^{-6} において $\text{sp}_{it} = 3.33$ が得られ, Warm-Start により反復回数が大きく削減されることが確認できる.

Fig.1（左軸）は 1 ステップ当たり平均計算時間を示し, 反復回数の削減に対応して Walltime も同程度の倍率で短縮されており, 本設定では MIWS-Net の推論コストは Picard 反復計算に比べ十分小さいことが分かる. また Fig.1（右軸）は, Base の tol = 10^{-8} を参照解として最終ステップにおける巨視量の差の L_∞ ノルムを示す. Warm-Start は tol = 10^{-6} 程度まで参照解に対して同程度, あるいはそれ以下の誤差に収束しており, 反復削減と精度の両立が確認できる. なお Walltime の計測は NVIDIA A30 GPU 上で行った.

Table 1 Total Picard iterations (Base and Warm start). Here $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$.

tol	iters_b	iters_w	sp_{it}
10^{-4}	150493	113602	1.32
10^{-5}	347869	133962	2.60
10^{-6}	504556	151724	3.33
10^{-7}	586876	184022	3.19
10^{-8}	609104	225637	2.70

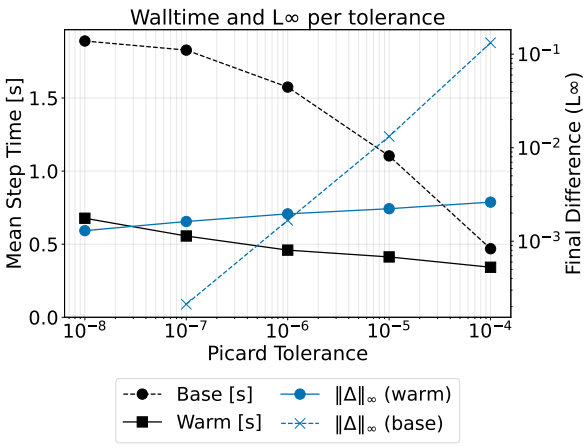


Fig. 1 Mean step time (Base and Warm start) per Picard tolerance and final L_∞ differences.

5. kineticEQ

本研究で開発したソルバは kineticEQ としてパッケージ化している. kineticEQ は, 主に運動論方程式を対象とした GPU ソルバであり, Python/ PyTorch を基盤として C++/CUDA 拡張により計算コアを実装している. 詳細は講演時に説明する.

謝辞：本研究は JSPS 科研費 25K07246 の助成および学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（JHPCN）の支援 (課題番号 jh250073) を受けた.

参考文献

1) 曾根良夫, 青木一生著: 分子気体力学 (朝倉書店, 1994).
2) W. T. Taitano, *et. al.*: Moment-Based Acceleration for Neutral Gas Kinetics with BGK Collision Operator, J. Comput. Theor. Trans., **43**, (2014).
3) S. Jin: Efficient asymptotic-preserving (AP) schemes for some multiscale kinetic equations, SIAM J. Sci. Comput., **21** (1999).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

陽的感度とエネルギー密度関数内挿による 高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

Computationally Efficient and Extensible Elastoplastic Topology Optimization Using Explicit Sensitivity and Energy Density Function Interpolation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

奈良 峻輔（名大）　西口 浩司（名大）　加藤 準治（名大）
Shunsuke NARA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: nara.shunsuke.w9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

We propose a computationally efficient and extensible elastoplastic topology optimization framework. In path-dependent problems, conventional Adjoint Variable Methods (AVM) lead to excessive memory and computational costs, in addition to the complex derivation of constitutive law sensitivities hinders implementation. We address these challenges by integrating explicit sensitivity analysis (Kato et al., 2015) and energy density function interpolation (Han et al., 2026) to eliminate history storage and constitutive law differentiation. Numerical examples demonstrate significant memory and time savings over AVM, and high extensibility via multi-material design combining von Mises and Drucker-Prager criteria.

1. はじめに

弾塑性体に代表される経路依存性を有する問題のトポロジー最適化では，感度解析における実装の複雑さと計算コスト，およびメモリ消費量が課題となっている．感度の導出にあたっては，複数の方程式からなる構成則を微分する必要があり，材料モデルの高度化につれてそのプロセスは複雑化する．また，一般に用いられる随伴変数法は，構造解析とは逆の荷重ステップ方向への随伴方程式の求解と全ステップの状態変数の保存を必要とし，大規模解析への適用が困難であった．

メモリ消費量の課題に対し，Kato et al. (2015)[1] によって提案された陽的感度解析手法が有効である．本手法は，構造解析と同一の方向で感度計算を完結させることが可能であり，随伴変数法による逆解析や履歴保存を回避できる．しかし，材料モデルごとに煩雑な微分の導出と実装が必要であり，モデルの高度化に伴う拡張性が制限されていた．

一方で，材料モデルの高度化に伴う課題に対しては，Han et al. (2026)[2] がエネルギー密度関数の内挿を提案している．これは，構成則の設計変数微分の導出を不要とする実装上の利点を有する．しかし，同手法は随伴変数法の枠組みで適用されているため，メモリ消費量の問題は依然として未解決のままである．

そこで，本研究では Kato et al. (2015)[1] の陽的感度解析手法と Han et al. (2026)[2] の内挿概念を統合した，新たな感度解析手法を提案する．これにより，高度な非線形材料モデルに対しても容易に拡張可能であり，かつ計算資源の制約を受けにくい実用的なトポロジー最適化が実現される．

本報では，エネルギー吸収性能最大化に対する本手法の定式化を示し，数値計算例を通じてその有効性を検証する．まず，提案手法のメモリ消費量の随伴変数法に対する優位性を証明する．さらに，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準に基づく複数材料を用いた最適化計算例を提示し，構成則が混在する複雑な問題においても力学的に合理的な解が得られることを実証する．

2. 最適化問題

本研究では，密度法に基づく 2 相材料のトポロジー最適化を定式化する．設計変数は各有限要素における材料 2 の体積率 s_j であり，$s_j = 0 \in [0,1]$ が材料 1，$s_j = 1$ が材料 2 に対応する．目的関数 $f(\boldsymbol{s})$ は構造の吸収するエネルギーの最大化とし，制約条件 $g(\boldsymbol{s})$ として構造全体の材料 2 の体積上限 $\hat{V}$ を設ける．

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{s}) = -\int_\Omega \int_{\hat{\varepsilon}} \boldsymbol{\sigma} : \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}\, \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad g(\boldsymbol{s}) = \int_\Omega s_j \,\mathrm{d}\Omega - \hat{V} \le 0 \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{s} = \{s_1, \ldots, s_N\}^T$ は設計変数ベクトル，Ω は設計領域，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力，$\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみ増分，$\hat{\varepsilon}$ は与える変位に対応するひずみである．

従来の密度法では材料定数を内挿するが，本研究では Han et al. (2026)[2] に倣い，エネルギー密度関数 Ψ (Energy Density function, EDF) の内挿概念を導入する．Han らは DMO に基づく内挿関数を適用したが，本研究では SIMP 法に基づく以下の内挿関数を用いる．

$$\Psi = (1 - s_j^p)\Psi^{(1)} + s_j^p \Psi^{(2)} \tag{3}$$

ここで，$\Psi^{(1)}$，$\Psi^{(2)}$ はそれぞれ材料 1，2 のエネルギー密度関数，p はペナルティである．常に $\Psi^{(1)} \le \Psi^{(2)}$ が成立するものとする．式 (3) をひずみで微分することで，以下の応力内挿式が得られる．

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - s_j^p)\boldsymbol{\sigma}^{(1)} + s_j^p \boldsymbol{\sigma}^{(2)} \tag{4}$$

3. 感度解析手法

感度解析手法として，Kato et al. (2015)[1] に基づく手法を採用する．同手法では，荷重が変位制御点のみに作用するという条件のもとで，仮想仕事式によって陰的微分項を相殺する．これにより，目的関数感度 $\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s})$ は次式のように陽に導出される．

$$\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s}) = \sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \nabla_{s_j} f_n(\boldsymbol{s}) = -\sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \int_\Omega \nabla^*_{s_j} \boldsymbol{\sigma}_n : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n \,\mathrm{d}\Omega \tag{5}$$

ここで，$\nabla^*_{s_j}$ は現在の変位（ひずみ）を固定した条件付き

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微分を表す．式 (4) より，本定式化における応力感度 $\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n$ は容易に得られる．

$$\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n = p s_j^{p-1}(\boldsymbol{\sigma}_n^{(2)} - \boldsymbol{\sigma}_n^{(1)}) \tag{6}$$

本手法により，弾塑性解析のような経路依存問題においても，複雑な構成則の微分や随伴方程式を必要とせず，各相の応力差のみによる効率的な感度の算出が可能となる．

4. 計算効率の検証

本節では，提案手法の計算効率を随伴変数法[3] との比較により検証する．ここでは，1,250 要素の片持ち梁に対し，荷重ステップ数を 25, 50, 100 と変化させた際の初期 3 ステップの平均計算時間および平均最大メモリ消費量を計測した．なお，材料定数（弾性係数 E，ポアソン比 ν，初期降伏応力 σ_{Y}，弾塑性接線係数 E^{ep}）は Table 1 に準拠する．

検証結果を Fig. 1 に示す．最大メモリ消費量については，随伴変数法は履歴変数の保存に起因してステップ数に対し線形に増大する．対して提案手法は，ステップ数に依存せずほぼ一定の値を維持しており，経路依存性に伴うメモリ制約を根本的に解消していることが確認できる．また，計算時間においても，提案手法は随伴変数法より増加率が小さい．これは，随伴変数法が各ステップでグローバルな随伴方程式の求解を要するのに対し，提案手法は各積分点における局所的な感度更新のみで完結するためである．以上より，大規模かつ多ステップの解析において，提案手法が計算資源の観点で顕著な優位性を有すると実証された．

5. 拡張性の検証

本節では，提案手法の拡張性を示すため，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準が混在する複数材料設計への適用例を示す．ここでは，材料 1 に Drucker-Prager 則，材料 2 に von Mises 則を適用したトポロジー最適化を行った (Fig. 2(b))．比較として，両材料ともに von Mises 則に従う従来の材料内挿に基づく定式化[1] による結果も併記する (Fig. 2(a))．なお，材料定数は前節と同様である．

最適化結果を見ると，Fig. 2(b) は (a) と比較して，材料 2

Table 1 Material parameters.

	Material 1	Material 2
E[MPa]	30,000	210,000
ν	0.3	0.3
σ_{Y}[MPa]	30	300
E^{ep}[MPa]	500	2,000

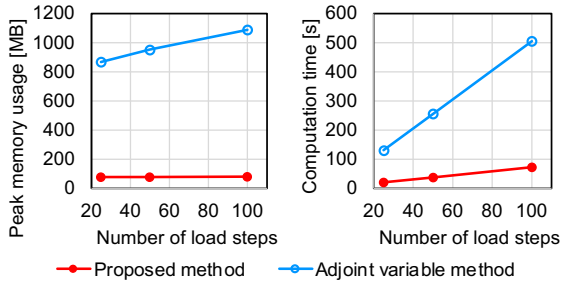


Fig. 1 Verification of computational costs, left: peak memory usage, right: computation time (Avg. of 3 runs; Intel Xeon Gold 6326 2.90GHz, 8 threads).

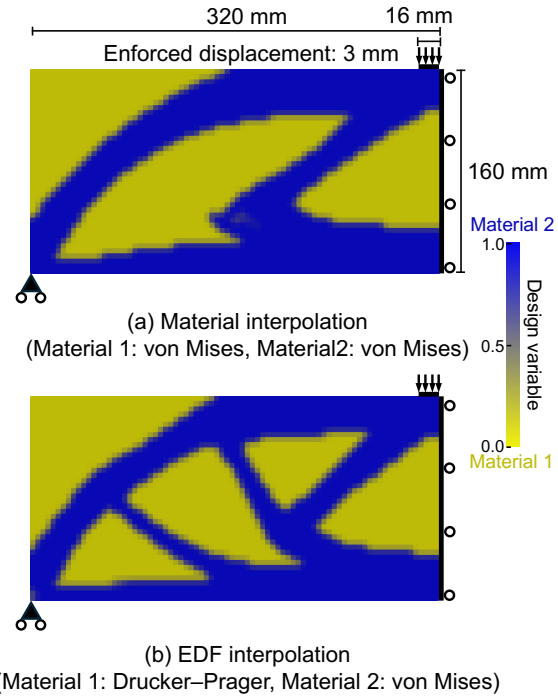


Fig. 2 Optimization results, (a) conventional material interpolation scheme, (b) proposed EDF interpolation method.

の領域が多岐に分岐した構造となった．これは，(b) の材料 1 が Drucker-Prager 則に従い引張強度が低くなるため，引張領域において高い強度を有する材料 2（von Mises）を分散配置し，構造全体の靭性を確保しようとした結果である．

また，目的関数値は (b) が -2.86×10^4 となった．一方，(a) で得られた最適構造に対し，(b) と同一の構成則を用いて再解析を行ったところ，その値は -2.45×10^4 にとどまった．すなわち，(b) の方がより高いエネルギー吸収性能を有している．これは，提案手法が各材料の力学的特性を適切に反映し，複合的な材料モデルに対してより合理的な最適解を導出できたことを示唆している．

6. まとめ

本研究では，計算効率と拡張性を兼ね備えた弾塑性トポロジー最適化手法を構築した．随伴変数法に対するメモリ・計算時間の著しい削減効果を実証するとともに，von Mises と Drucker-Prager 則の混在設計を通じ，複雑な構成則への高い適用性を示した．

参考文献

1) J. Kato, H. Hoshiba, S. Takase, K. Terada and T. Kyoya: Analytical sensitivity in topology optimization for elastoplastic composites, Struct. Multidisc. Optim., 52, pp. 507-526, 2015.
2) J. Han, K. Izui and S. Nishiwaki: Extended discrete material optimization: A generalized framework for multi-material topology optimization of nonlinear material constitutive models, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 451, 118682, 2026.
3) R. Alberdi, G. Zhang, L. Li and K. Khandelwal: A unified framework for nonlinear path-dependent sensitivity analysis in topology optimization, Int J Numer Methods Eng., 115, pp. 1-56, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証 （シンポジウム講演概要）

Comparative Verification of Mechanical Properties in Topology-Optimized Structures Based on Ogden Model and Small Deformation Theory (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

島田　知明（名古屋大・工）　奥田　裕也（ヤマハ発動機株式会社）
西口　浩司（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）
Tomoaki SHIMADA, Nagoya University
Yuya OKUDA, Yamaha Motor Co., Ltd.
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In structural design assuming rubber materials, topology optimization based on small deformation theory is often applied in practical or initial design stages due to its low computational cost and ease of implementation. However, it is not guaranteed that such design solutions can perform their intended functions under actual large deformation environments, raising concerns about potential structural failure. In this study, we constructed a finite deformation topology optimization framework using the Ogden model and compared the obtained optimal structures with solutions derived from small deformation theory. Numerical experiments involving large compressive deformation revealed that the solutions based on small deformation theory exhibited significant unstable behavior as geometric nonlinearity increased, failing to support the prescribed load. These results quantitatively demonstrate the indispensability of finite deformation theory in the design of rubber materials.

1. はじめに

ゴム材料を前提とした構造設計において，計算コストや実装の容易さから，実務あるいは初期検討段階において微小変形理論に基づくトポロジー最適化[1]が適用されることが多い．しかし，その設計解が実際の大変形環境下で意図した機能を発揮できるかは保証されず，構造的な不具合を招く懸念がある．特に，防振ゴムや免震積層ゴムのような大変形を前提とする部材では，幾何学的非線形性が支配的となり，微小変形理論に基づく設計解は致命的な機能不全に陥るリスクが高い．本研究では，Ogden により提唱された超弾性モデル[2]を用いた有限変形トポロジー最適化フレームワークを構築し，得られた最適構造を微小変形理論による解と比較する．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示す．

2. 微圧縮性 Ogden model の定式化

有限要素法における数値的不安定性や体積ロッキングを回避するため，本研究ではひずみエネルギー密度関数 Ψ を，偏差項 Ψ_{dev} と体積項 Ψ_{vol} の和として記述する微圧縮性 Ogden モデル[2]を採用する．任意の項数 N を持つ偏差項 Ψ_{dev} は主伸張比 λ_i を用いて次式で定義される．

$$\Psi_{dev} = \sum_{m=1}^{N} \left[\frac{\mu_m}{\alpha_m} (\lambda_1^{\alpha_m} + \lambda_2^{\alpha_m} + \lambda_3^{\alpha_m} - 3) - \mu_m \ln J \right] \quad (1)$$

ここで，J は体積変化率（ヤコビアン），μ_m, α_m は材料定数である．一方，体積項 Ψ_{vol} はペナルティ関数として以下の形式を採用する．

$$\Psi_{vol} = \frac{1}{2}\kappa(J-1)^2 \quad (2)$$

ここで，κ は体積弾性率である．初期せん断弾性係数 μ_0 を $\mu_0 = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N} \mu_m \alpha_m$ とすると，κ は $\kappa = \frac{2\mu_0(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ （あるいは単に $\kappa = 50\mu_0$ などの設定値）で与えられる．

3. 設計変数とエネルギー補間スキームによる安定化

設計変数として，各要素 e に要素密度 $s_e \in [s_{min}, 1]$ を割り当てる（本実装では $s_{min} = 10^{-3}$ とする）．中間密度の補間には SIMP 法[3]を用い，低密度要素の安定化には Wang ら[4]のエネルギー補間スキームを Ogden モデルへと拡張して導入した．本手法は，低密度領域の構成則を，数値的に不安定な超弾性モデルから，幾何学的非線形性を伴わない線形弾性モデルへと滑らかに置換することで計算の安定化を図るものである．具体的には，要素 e における補間されたひずみエネルギー密度関数 $\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e)$ を次式で定義する．

$$\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e) = (s_e)^p \left[\Psi_{\mathrm{NL}}(\gamma_e \boldsymbol{u}_e) + (1-\gamma_e^2)\Psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{u}_e) \right] \quad (3)$$

ここで，$\boldsymbol{u}_e$ は要素 e の節点変位ベクトル，$(s_e)^p$ は SIMP 法に基づくペナルティ項，p は SIMP 法に基づくペナルティ係数（通常 $p \geq 3$），Ψ_{NL} は Ogden モデル等の非線形ひずみエネルギー密度関数である．また，Ψ_{L} は微小ひずみ理論に基づく線形弾性エネルギー密度関数である．補間係数 γ_e には，密度 ρ_e に依存する平滑化ヘヴィサイド関数[4]を用いた．

4. 最適化問題の設定

本研究では，所定の強制変位（変位制御）条件下における外力仕事最大化を行う．最適化問題は，物理密度 $\boldsymbol{\rho}$ に依存する全ひずみエネルギーの負値を目的関数とし，以下のように定式化される．

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{s}}{\text{minimize}} \quad & J(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{s}), \boldsymbol{u}) = -\Pi_{int} = -\sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} \tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, \rho_e) d\Omega_e \\ \text{subject to} \quad & \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{f}_{int}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) - \boldsymbol{f}_{ext} = \boldsymbol{0} \\ & g(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_{e=1}^{N_{el}} v_e \rho_e}{V_0} - \bar{V} \leq 0 \\ & 0 < s_{min} \leq s_e \leq 1 \quad (e = 1, \ldots, N_{el}) \end{aligned} \quad (4)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Parameters of Ogden model

m	1	2	3
α_m	2.0	4.0	7.0
μ_m (MPa)	1.611	0.4	0.077

ここで，Π_{int} は構造全体のひずみエネルギー，$\tilde{\Psi}_e$ は式 (3) により定義された要素ひずみエネルギー密度関数である．制約条件式の $\boldsymbol{R}$ は力のつり合い式，$\boldsymbol{f}_{int}$ は内力ベクトル，$\boldsymbol{f}_{ext}$ は外力ベクトルである．$g(\boldsymbol{\rho})$ は物理密度に基づく体積制約であり，$\bar{V}$ は許容体積率を表す．最適化アルゴリズムは MMA[5] を用いる．

5.　数値計算例

本検証では，微小変形理論（線形弾性）と Ogden モデルを用いたそれぞれの最適化構造，変形図および荷重変位曲線を比較する．設計領域は 100×40 mm の長方形とし，これを 100×40 要素で離散化した片持ち梁モデルを用いた．最適化時の強制変位量は，線形弾性体では微小変形（0.01 mm），Ogden モデルでは大変形（20.0 mm）を想定した．3 項 Ogden モデル ($N = 3$) のパラメータは Table 1 の値を用い，比較対象の線形弾性体の材料定数は，Ogden モデルの初期接線剛性と一致させた（$E = 8.0$ MPa，$\nu = 0.49$）．体積制約は設計領域の 50% とし，空隙領域の剛性は固体相の 10^{-3} 倍に設定した．

最適化された構造を Fig.1 に示す．線形弾性体では，領域の上下で線対称かつ細長いトラス状の部材が支配的な構造が得られた．一方，Ogden モデルでは，応力集中を緩和するような滑らかなトポロジーが得られた．特に，大変形時に引張・圧縮が著しい箇所に部材が厚く配置される傾向が見られた．Fig.2 に，得られた最適構造に対して鉛直下向きに 20.0mm の強制変位を与えた変形図を，Fig.3 に荷重変位曲線を示す．線形理論に基づく最適解は，変位 5.0mm 付近で部材の局所的な座屈が生じ，急激な剛性低下を示した．これは構造全体がトラス的な軸力支持から，曲げ主体の不安定挙動へ移行したことに起因する．これに対し Ogden モデルによる最適解は，大変形域まで安定して荷重を支持し，高いエネルギー吸収性能を示した．これは，Ogden モデルが伸張に伴う急激な剛性化（ひずみ硬化）を表現できるため，局所的な変形集中が抑制され，部材全体で荷重を分担するメカニズムが働いたと考えられる．微小変形を仮定する最適化では，幾何学的剛性の低下や回転モードの発生を予測できず，大変形環境下では所定の耐荷力を発揮できない危険性があることが実証された．

6.　まとめ

本研究では Ogden 超弾性モデルを用いたトポロジー最適化によって得られた最適構造を，微小変形理論による解と比較した．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示した．

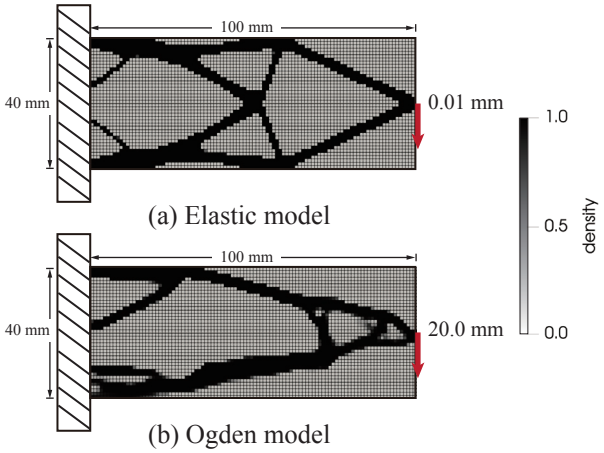


Fig. 1　Optimized structures

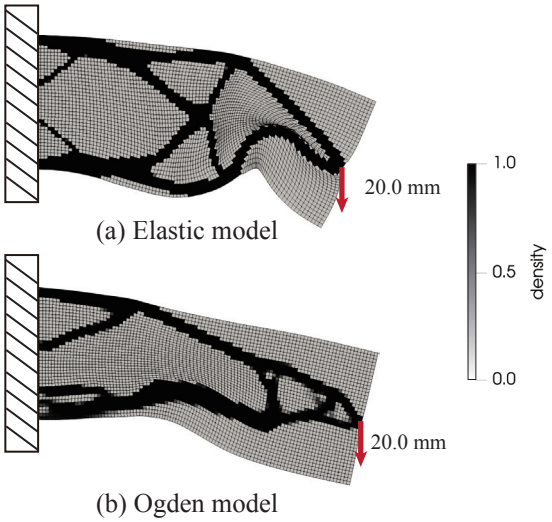


Fig. 2　Deformed structures

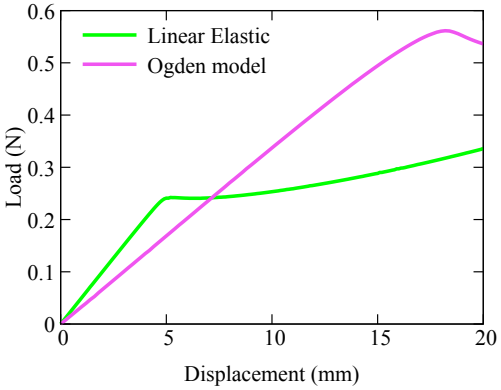


Fig. 3　Load-Displacement curves

参考文献

1) M. P. Bendsøe, N. Kikuchi: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, No.2, pp.197-224, 1988.
2) R. W. Ogden: Proc. Roy. Soc. Lond. A, 326, 565, 1972.
3) M.P. Bendsøe, O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization, Archive of Applied Mechanics, 69, pp. 635-654, 1999.
4) F. Wang, B. S. Lazarov, O. Sigmund, J. S. Jensen: Interpolation scheme for fictious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.276, pp.453-472, 2014.
5) K. Svanberg: The method of moving asymptotes a new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, pp.359-373, 1987.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Stable Diffusion を用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Text-Driven Topology Optimization Using Stable Diffusion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野村　璃歩（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Riho NOMURA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: riho.nomura.8i@stu.hosei.ac.jp

This study explores text-driven topology optimization using Stable Diffusion and ControlNet to balance mechanical constraints with design intent. Using SIMP-generated images for training, we evaluated the model's performance across various resolutions. Results indicate that low-resolution outputs prioritize adherence to mechanical conditions, while high-resolution outputs enhance stylistic control via text prompts. This demonstrates that resolution is a critical factor influencing the trade-off between structural integrity and aesthetic integration. This framework offers a novel approach to integrating generative AI into structural engineering and design.

１．はじめに

近年，企画・構想段階で多様な案を短時間に生成し，要件に応じて探索・比較・選択する，生成デザインが注目されている．土木・建築では剛性などの力学性能に加え，外観・景観に関する，例えば「造形的美しさ」や「周辺環境との視覚的な調和」といった，定性的価値も同時に扱う必要がある．しかし，SIMP 法等のトポロジー最適化は FEM 解析を伴う反復計算のため，条件変更のたびに再計算が必要で設計探索に不向きである．学習ベースの代替モデルやテキスト制御の研究は進む一方，力学条件と意匠指示を同時に条件付けした場合の整理が不足している．

そこで，本研究では Stable Diffusion と ControlNet[1]を用い，境界条件画像とプロンプトを同時入力して最適化結果を拘束生成する枠組みの基礎的な検証を試みる．具体的には，再現性・条件追従性・未学習体積率への汎化と，解像度が条件拘束とプロンプト反映のバランスに与える影響を評価することを試みる．

２．トポロジー最適化と潜在拡散モデルの概要

(1) トポロジー最適化

トポロジー最適化は指定した固定設計領域内で，要求される性能を持つ構造を探索する材料分布問題であり，外形および形態ともに自由度の高い手法である．SIMP 法では，設計領域を要素分割し，各要素に密度を設計変数として材料分布を表現する．境界条件と設計パラメータから，力学的に合理的な密度分布を得る手法である．

(2) 潜在拡散モデル

本研究では，Stable Diffusion とその拡張機能である ControlNet を用いて検証を行う．Stable Diffusion はプロンプトから画像を生成するモデルで，潜在拡散モデル LDM[2]を用いる．LDM はノイズを加える拡散過程と，それを除去して復元する逆拡散過程を反復して学習を行う．Stable Diffusion では，プロンプトのみで境界条件の空間的配置を指定することが難しいため，ControlNet により境界条件を示す条件画像を入力可能にし，より精度の高い条件付けを行った．本検証では，Fig.1 に示すように，正解画像をトポロジー最適化結果，プロンプトを境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語の短文，条件画像を固定点・載荷点を示す図として同時に与える．

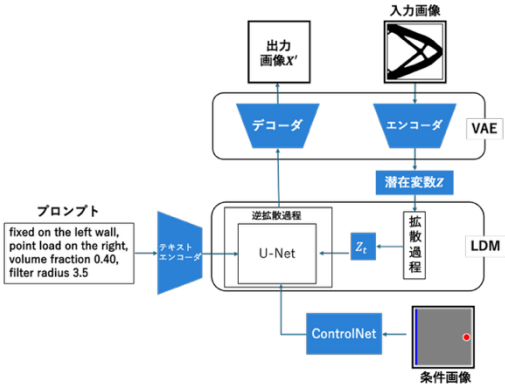


Fig. 1 Model Architecture of Stable Diffusion and ControlNet

３．検証概要

1)　学習データ生成：SIMP 法で左端固定および右端固定の片持ち梁と単純梁のトポロジー最適化を多数実行し，収束した密度分布を正解画像として作成した．Fig. 2 に示すように，固定点･載荷点は灰色背景に描画して条件画像とし，境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語短文をプロンプトとして付与した．

2)　生成モデル学習：Stable Diffusion に ControlNet を追加し，トポロジー最適化結果画像を条件画像とプロンプトから生成するよう，ControlNet 部分のみ追加学習した．

3)　評価観点：128 × 128解像度を用いて，学習データ再現性および条件追従性と未学習体積率への汎化を確認する．512 × 512解像度では，数値条件の追従に加え，意匠プロンプト・ネガティブプロンプト・プロンプト強度操作に伴う形態変化と，条件拘束とのトレードオフを整理する．

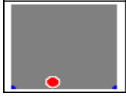
条件画像	正解画像	プロンプト
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the left wall, point load on the right, volume fraction 0.32, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the right wall, point load on the left, volume fraction 0.43, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,supported at both bottom ends, point load at lower center, volume fraction 0.05, filter radius 4.0

Fig. 2 Overview of the Training Dataset

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．検証結果

本検証では，128 × 128解像度を用いて，境界条件および数値条件に対するサロゲート性を確認し，512 × 512解像度では意匠テキストによる多様性と条件拘束の関係を検証した．

(1) 学習データ再現性および汎化性能の検証

128 × 128解像度では，Fig. 3 に示すように，学習時と同じ条件を与えると，生成結果は，固定点および載荷点の配置に概ね一致し，条件付きで学習分布を再現できた．また，Fig. 4 の上段に示す体積率の増加に伴う材料量の増大傾向，および同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化など，数値指示に沿った形態傾向が確認された．さらに，Fig. 5 に示すように，載荷点位置の変更に応じて主部材の向きが変化し，条件画像への追従も概ね成立した．一方，体積率の一部区間を除外して学習した場合，Fig.6 に示す通り，内挿は連続的に補完できたが，学習範囲外の外挿では指示と一致しない結果が生じ，汎化に限界があることが確認された．

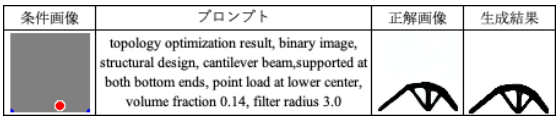


Fig. 3 Reproducibility of the Training Data

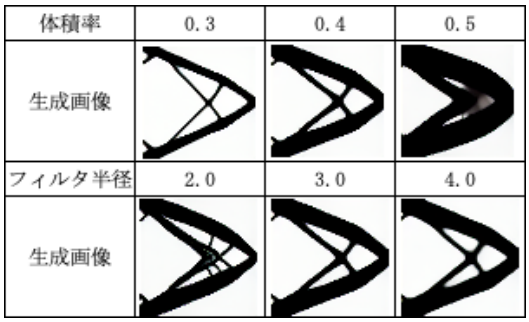


Fig. 4 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

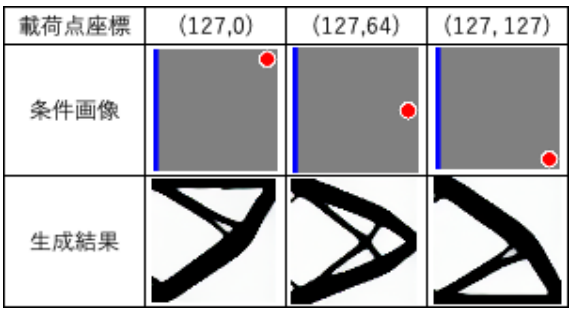


Fig. 5 Compliance with Load Position Changes

(2) テキスト条件に基づくデザイン生成例と解像度の影響

512 × 512解像度では，Fig. 6 の上段に示すように，体積率$f = 0.3$~0.5の範囲で変化させても形態差は小さく，数値条件の反映は限定的であった．一方，同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化や載荷点移動に伴う主構造の向き変化は確認されたが，追従が弱い例も見られた．さらに，Fig. 7 に示すように意匠語彙を追加すると，同一境界条件でも分岐の細密化や太線化など表現様式が変化し，ネガティブプロンプトの差異のみでも出力が変化した．加えて，Fig. 8 に示す通り，対象語彙の重みおよびプロンプト強度による影響度の調整も可能であることが可能であった．ただし，強度を高めるほど境界条件や数値パラメータへの追従が弱まる傾向も確認された．

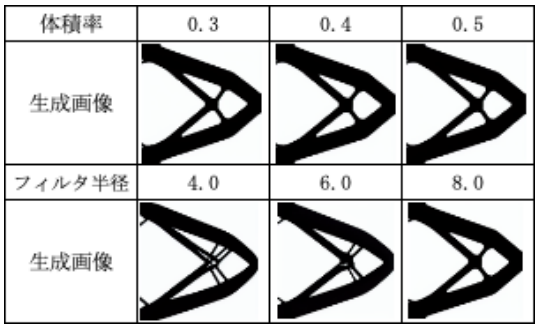


Fig. 6 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

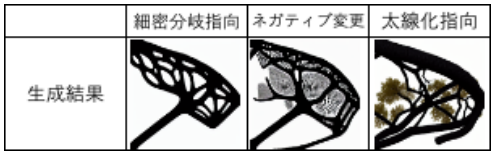


Fig. 7 Comparison of Generated Morphologies under Different Prompts

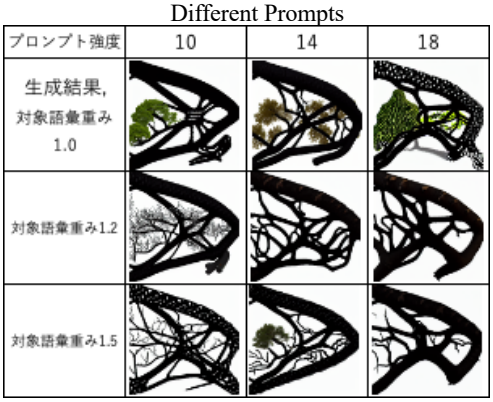


Fig. 8 Effect of Keyword Conditioning Weight and Prompt Strength on Generated Morphology

５．結論

本研究では，Stable Diffusion および ControlNet により，境界条件画像とプロンプトを同時入力してトポロジー最適化画像を生成する枠組みの検証を行った．本研究で用いた128 × 128解像度では，学習データの再現と載荷点追従が概ね成立し，体積率・フィルタ半径の変化に応じた形態傾向も得られた．一方，未学習体積率では内挿は連続的だが外挿では不一致が生じ，汎化に限界がある．また，512 × 512解像度ではフィルタリング半径や載荷点には一定の追従が見られ，さらに意匠語彙や強度操作により形態変化が可能であるが，強度を高めると条件拘束が弱まる傾向が確認された．

参考文献

1) Lvmin Zhang, Anyi Rao, Maneesh Agrawala : Adding Conditional Control toText-to-Image Diffusion Models , arXiv:2302.05543v3, 2023.
2) Robin Rombach, Andreas Blattman, Dominik Lorenz, Patrick Esser, Bjorn Ommer : High-Resolution Image Synthesis with Latent Diffusion Models, CVPR 2022 , arXiv:2112.10752, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Topology Optimization Using Quantum Hamiltonian Descent (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

片野　桃香（法政大・デザイン工）　遠藤　克浩（産業技術総合研究所）　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Momoka KATANO, Hosei University
Katsuhiro ENDO, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp

Topology optimization problems often get trapped in local optima and are computationally expensive, making it difficult to obtain a global optimum at practical scales. One potential method to resolve this tradeoff is Quantum Hamiltonian Descent (QHD), derived by quantizing classical gradient descent, which is expected to run with high accuracy on fault-tolerant quantum computer (FTQC). In this study, we propose a quantum algorithm that uses QHD to solve topology optimization problems on FTQC. As a numerical experiment, we validate the proposed method using a simple two-dimensional truss structure and confirmed that an optimal solution can be obtained with appropriate hyperparameter settings.

１．はじめに

トポロジー最適化は，所与の設計領域内で力学的に最適な材料配置を探索する手法であり，構造の位相変化を許容するため高い設計自由度を有する．本質的に 0 と 1 の材料分布を求める組合せ最適化の性質を持つことや，複雑な制約条件が加わることにより，最適化問題は強い非凸性を示し局所最適解に陥りやすいという課題がある．さらに，滑らかで実用的な構造形態を精度良く表現するためには設計領域の高解像度な離散化が不可欠であり，それに伴い設計変数が膨大となる結果，実規模問題では計算負荷が著しく高くなるという課題がある．こうした課題を克服する計算基盤として，近年，誤り耐性汎用量子コンピュータ（FTQC）の実現に向けた研究が加速している．さらに，古典的な勾配降下法を量子化して導出される量子ハミルトニアン降下法（QHD）が提案されており，量子トンネル効果による大域的最適解への収束と，FTQC 上での実行を通じた量子加速の可能性が示されている [1]．本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を試みる．

２．理論

(1) トポロジー最適化

本研究では，コンプライアンス最小化を目的とするトポロジー最適化問題を，制約条件をペナルティ項として組み込んだ目的関数Jの最小化問題として定式化する [2]．

$$J(\boldsymbol{u},\boldsymbol{\rho}) = \lambda_C \boldsymbol{f}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{u} + \lambda_V \left(\frac{\sum_{k=1}^{n_\rho} V_k(\rho_k)}{V_0} - V_T\right)^2 + \lambda_S \|\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{u} - \boldsymbol{f}\|^2 + \lambda_\rho \sum_{k=1}^{n_\rho} \rho_k(1-\rho_k) \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{f}$は対象とする構造に作用する既知の節点荷重ベクトル，$\boldsymbol{u}$は節点変位ベクトルである．$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \ldots, \rho_{n_\rho})$は有限要素ごとの設計変数で，$0 \le \rho_k \le 1$とし，$\rho_k = 1$が材料，$\rho_k = 0$が空隙を表す．また，$n_\rho$は要素数，$V_0$は初期体積，$V_T$は体積制約値，$V_k(\rho_k)$は$k$番目の要素の体積である．$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})$は設計変数$\boldsymbol{\rho}$における有限要素モデルの全体剛性行列である．式(1)中の第 1 項はコンプライアンス，第 2 項は体積制約，第 3 項は釣合い条件，第 4 項は部材の設計変数に関する項を表す．λ_C，λ_V，λ_Sおよびλ_ρは各項の重みを表す重み係数である．

(2) Quantum Hamiltonian Descent (QHD)

QHD では最小化すべき目的関数$J(\boldsymbol{x})$を，時間依存するハミルトニアン$H(t)$のポテンシャル項として組み込む [1]．

$$H(t) = \alpha(t)\left(-\frac{1}{2}\nabla^2\right) + \beta(t)J(\boldsymbol{x}) \quad (2)$$

ここで，tは時間，$\boldsymbol{x}$は最適化問題の設計変数である．$\alpha(t)$は，$\alpha(t) > 0$の単調減少関数，$\beta(t)$は，$\beta(t) > 0$の単調増加関数である．式(2)の右辺，第 1 項は運動エネルギーを表す項であり，第 2 項がポテンシャルエネルギーを表す項である．以下のシュレディンガー方程式を十分に時間発展させることで，量子状態$\psi(\boldsymbol{x},t)$は低エネルギー付近に集中することが分かっている [1]．

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = H(t)\psi(\boldsymbol{x},t) \quad (3)$$

適切なスケジューリングの元で時間発展させることで，高い確率で目的関数$J(\boldsymbol{x})$のより良い解が得られる [1]．

３．量子アルゴリズム

式(3)の連続的な時間発展を量子回路で実装するため，トロッター分解を用いた時間離散化を行う．実際の計算では運動エネルギーとポテンシャルの各項に分割した次式を反復的に適用する [1]．

$$|\psi_{j+1}\rangle = \left[\exp\left(-is\alpha_j\left(-\frac{\nabla^2}{2}\right)\exp\left(-is\beta_j J\right)\right)\right]|\psi_j\rangle \quad (4)$$

ここで，sは，総計算時間Tと反復回数Rを用いて$s = T/R$とする．$j = 0, \ldots, R-1$として，$\alpha_j = \alpha(js)$, $\beta_j = \beta(js)$である．設計変数の離散化は参考文献 [3]を参照されたい．式(4)の右辺のポテンシャル部分は，位置基底において対角行列となるため，位相を与える操作で実装する．一方，運動エネルギー部分は，位置基底では非対角であるため，量子フーリエ変換 (QFT)を行い，フーリエ基底を用いて対角化して実装する．具体的な回路は Fig. 1 に示す．まず，全ての量子ビットに対してアダマールゲート H を適用し，初期状態$|\psi_0\rangle$を一様重ね合わせ状態にする．時間発展の各ステップで，ポテンシャル項$U_{pot}(\beta_j)$を適用後，$U_{kin}(\alpha_j)$を適用する．図の下部に示すように，$U_{kin}(\alpha_j)$は，QFT，対角行列$\boldsymbol{L}$，逆量子フーリエ変換(IQFT)の順に適用する．ここで$\boldsymbol{L}$は$-\nabla^2/2$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の固有値を対角成分に持つ行列である．

また，計算量解析を行った．合計でN_q個の量子ビットを使用すると，本手法のゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．

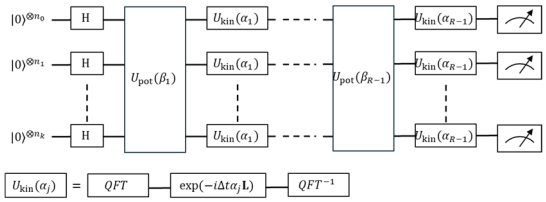


Fig. 1 Quantum circuit for QHD.

4．数値計算例

Fig. 2 に示す，最適解が既知である簡単な 4 節点 4 要素トラス構造に対して提案手法を用いてトポロジー最適化計算を実施した．最適解の出現確率はハイパーパラメータの選定，反復回数などの計算条件により変動する．本数値計算例では，適切な計算条件により，Fig. 3 に示す最適な構造に対応する解の出現確率を高められることを確認した．

重み係数には，λ_C，λ_V，λ_S，λ_ρがある．重み係数の設定が最適解の出現確率に与える影響について検証を行った．Leng et al.[1]の実験的なパラメータで関数$\alpha(t) = \frac{2}{s+t^3}$，$\beta(t) = 2t^3$，総計算時間$T$を10，反復回数$R$を$10^4$としていることを参考にした．$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$を固定し，$\lambda_\rho = 1,10,100$を比較した．$\lambda_\rho = 1$では，最適解が出現確率の上位 50 の中に観測されなかった．上位 50 の解の多くに設計変数$\boldsymbol{\rho}$が 0 または 1 に十分に収束していない解が存在した．$\lambda_\rho = 10$では，全探索空間の中で 2 番目に高い確率を持つ状態は最適解と一致したが，最適解の出現確率は 0.0108%であった．$\lambda_\rho = 100$では，全探索空間の中で最も高い確率をもつ状態は最適解と一致した．最適解の出現確率は 0.0561%であった．

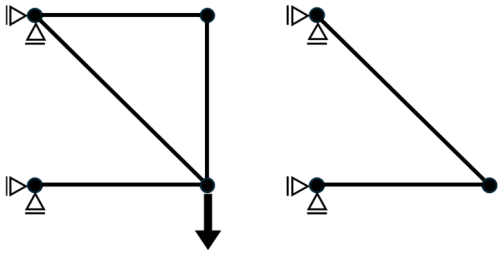


Fig. 2 Initial placement of truss structure.

Fig. 3 Optimal structure.

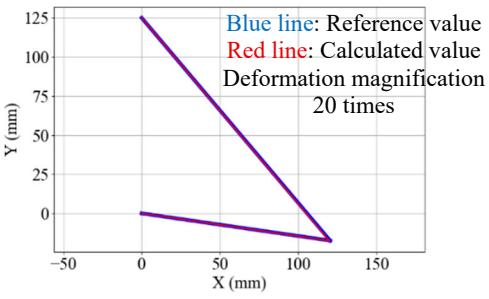


Fig. 4 Deformation diagram.

Fig. 5 および Fig. 6 に反復回数$R = 10^4$のときと$R = 10^5$のときの目的関数の期待値の推移を示す．重み係数は，$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$，$\lambda_\rho = 100$とした．いずれも収束挙動を示すが，$R = 10^5$はより低い期待値で収束した．最適解の出現確率において，$R = 10^4$のとき 0.0561%，$R = 10^5$のとき 54.6%であった．反復回数を増やすことで，最適解の出現確率が向上することを確認した．

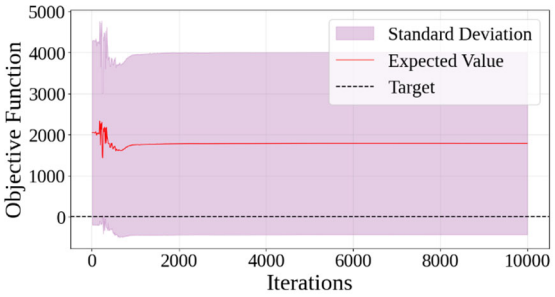


Fig. 5 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^4$).

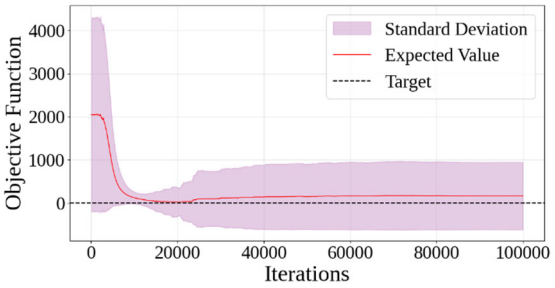


Fig. 6 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^5$).

5．結論

本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を構成し，ゲート複雑性評価および簡単なトラス問題による検証をした．提案したアルゴリズムのゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．また，適切な重み係数や反復回数などのハイパーパラメータ適切に設定することで最適解の出現確率を高められることが分かった．

今後は収束に必要なステップ数Rの量子ビット数に対してどのようにスケールするかについての数値実験を通じた検討が必要である．

参考文献

1) Jiaqi Leng, Ethan Hickman, Joseph Li, and Xiaodi Wu: Quantum Hamiltonian Descent, arXiv:2303.01471, https://arxiv.org/abs/2303.01471, 2023
2) 北里崚，芳賀琹，遠藤克浩，山本佳士：量子最適化アルゴリズムと HOBO 型定式化によるトポロジー最適化に関する基礎的研究， 計算工学講演会論文集，Vol. 30，2025
3) Francisco Chicano, Gabiel Luque, Zakaria Abdelmoiz Dahi, and Rodrigo Gil-Merino: Combinatorial Optimization with Quantum Computers, arXiv:2412.15778, https://arxiv.org/abs/2412.15778, 2024

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SfM による 3 次元再構成と熱収支解析を統合した RC 道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

Surface Temperature Estimation of RC Road Retaining Walls Integrating 3D Reconstruction by SfM and Heat Balance Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴野　一真（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Niigata University
E-mail: kazuma3267@gmail.com

Infrared thermography effectively detects subsurface damage in concrete structures, but surface temperature distribution is influenced by environmental conditions, thermal properties, and shadow effects. This study integrates passive infrared thermography with heat balance analysis and shadow simulation using three-dimensional mesh models from Structure from Motion photogrammetry. Applied to a west-facing road retaining wall, results showed shadow retreat from coping structure fundamentally governed thermal contrast development, with maximum temperature difference of 5.86°C at 16:00. Heat balance simulation predicted surface temperatures with Mean Absolute Error of 3.2-4.9°C, confirming effectiveness of rigorous analysis considering detailed geometry and shadow effects for structural assessment.

1．はじめに

パッシブ赤外線サーモグラフィは，コンクリート構造物の表層損傷検出において有効な非破壊検査手法である．実環境におけるコンクリート表面温度は，気象条件（日射量，気温，風速），コンクリート内部の熱伝導，表面特性（放射率）に代表される複数の要因によって決定される．構造物形状や周辺地形による影の影響は，表面に到達する日射量を大きく変化させるため，正確な表面温度予測には影の時空間分布を考慮した熱収支解析が不可欠である．従来の数値シミュレーション研究では，CAD ベースの簡略化された形状モデルが用いられてきたが，これらは実構造物の複雑な三次元形状，周辺地形，隣接構造物に挙げられる影効果に寄与する要素を適切に表現できない．道路擁壁のような供用構造物では，笠コンクリートや周辺地形による影が表面温度分布に支配的な影響を与えるため，これらの幾何学的特徴を高精度に再現することが重要である．

Structure from Motion（SfM）は，複数の画像から高精度な三次元点群およびメッシュモデルを生成可能であり，実構造物の詳細な幾何形状を取得できる．SfM により取得された三次元メッシュモデルを用いることで，太陽位置に対する構造物表面の向きと，周辺物体による遮蔽を考慮した影の時系列変化を再現することが可能となる．レイトレーシング手法（本研究では，Möller-Trumbore 交差判定アルゴリズム [1]）を適用することで，各時刻における各面への直達日射の有無を判定できる．

本研究では，SfM によって取得した高精度三次元メッシュモデルを用いた影シミュレーションと，一次元非定常熱伝導解析を統合した熱収支解析により，RC 道路擁壁の表面温度を予測する手法を開発する．この統合アプローチにより，実環境における複雑な影の影響を考慮した表面温度予測が可能となり，パッシブ赤外線サーモグラフィによる表層損傷検出の精度向上が期待される．

2．解析方法

SfM によって取得した三次元メッシュモデルを用いて影の影響シミュレーションと統合した熱収支解析により，コンクリート表面温度を計算する（Fig. 1）．影の影響に関しては，太陽位置に対する三次元メッシュの幾何学的解析を通じて，日射量に反映する影を再現する．コンクリート表面の熱収支は以下の式で表される [2]．

$$R_n = H + G \tag{1}$$

ここで，R_nは正味放射量（W/m²），Hは顕熱伝達（上向きを正，W/m²），Gは地中伝導熱（下向きを正，W/m²）である．正味放射量は，日射量の吸収と長波放射の収支によって決定される．顕熱伝達は，コンクリート表面と大気との間の温度差によって生じる対流熱伝達である．地中伝導熱は，熱伝導率，比熱，密度，時間，深さを含む熱伝導方程式を用いて計算される．影の検出には，Möller-Trumbore 交差アルゴリズムを用いたレイトレーシングを採用した．太陽と向き合っていると分類された面については，全てのメッシュ三角形に対して交差判定を実施する．

供用中の鉄筋コンクリート（RC）道路擁壁において，一連の測定を実施した．対象擁壁は 1973 年に建設され，擁壁表面の方位は西向きである．擁壁の上部は笠コンクリートで覆われている．損傷状態としては，表面欠陥や横方向のひび割れの存在が観察された．熱画像は，Zenmuse XT2 赤外線カメラを用いて取得した（FLIR 社）．仕様は，スペクトル範囲（7.3 μm～13.5 μm），視野角（32° × 26°），空間分解能（640 × 512）である．

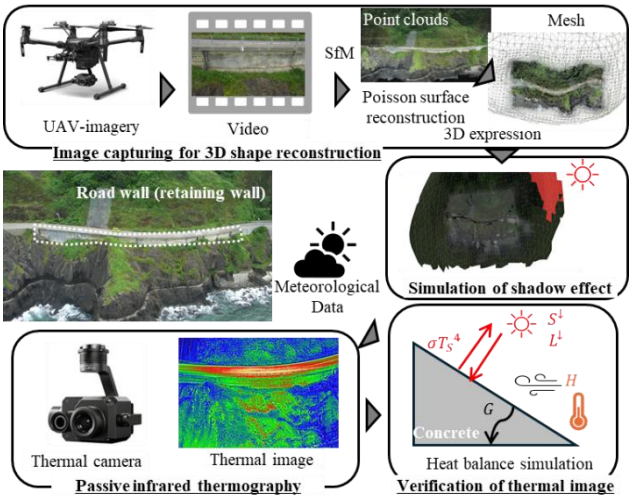


Fig. 1 Overview of this study for in-service RC road walls.

３．結果および考察

３．１　表面温度の時系列変化と影の影響

浮き部および無損傷部の表面温度を 8:00 から 16:00 まで測定した結果，両箇所間の温度差は笠コンクリートによる影の影響を受けていると考えられた．8:00 では両箇所とも約 14 度で温度差は 0.40 度であり，12:00 には影の影響により無損傷部が浮き部より高温を示し-0.96 度の温度差が示された．14:00 以降，笠コンクリートによる影が移動し，壁面が直達日射を受け始めると，浮き部の温度上昇が顕著となった．16:00 に最大温度差 5.86 度（浮き部 36.0 度，無損傷部 30.2 度）が検出され，ASTM 基準の最小検出閾値 0.5 度 [3]を大幅に上回った．この結果は浮き下の空気層による断熱効果が表面温度上昇を促すことを示唆していた．

３．２　SfM に基づく影シミュレーションの妥当性検証

SfM により取得した三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーション結果は，可視画像と高い一致を示した（Fig. 2）．Möller-Trumbore 交差アルゴリズムにより，笠コンクリートによる影の時系列変化を再現した．8:00 から 12:00 まで壁面は影に覆われ，14:00 より影が遷移を開始し，16:00 に完全な直達日射を受ける状態となった．この影の遷移過程が熱コントラストに影響を与えることが確認された．

３．３　熱収支解析による温度推定精度

影シミュレーション結果と気象データを統合した熱収支解析により，浮き部および無損傷部の表面温度変化を推定した．一次元非定常熱伝導解析により浮き下の空気層による断熱効果をモデル化し，測定値に対する平均絶対誤差（MAE）は 3.2 度～4.9 度であった（Fig. 3）．本解析は両箇所間の温度差の時間変化を適切に再現し，特に午後の表面温度の上昇過程を示した（Fig. 4）．再現困難な笠コンクリートによる影の効果を，SfM ベースの形状モデルにより適切に考慮できたことが，予測精度向上に寄与したと考えられる．

４．おわりに

本研究は，SfM 写真測量による三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーションと熱収支解析を統合し，供用 RC 道路擁壁の表面温度推定を行った．得られた主要な知見を以下に示す．

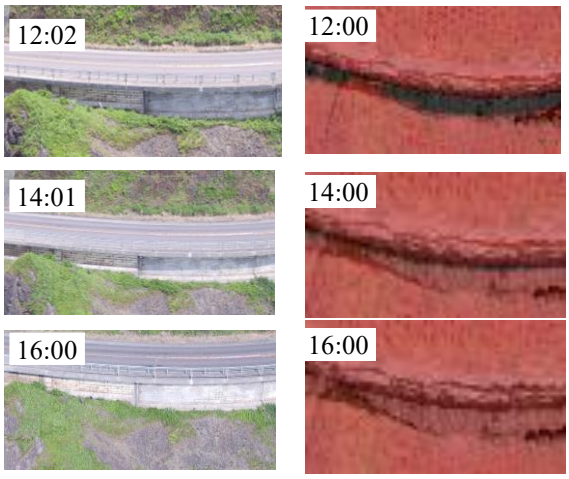
（1）　Möller-Trumbore 交差判定により，笠コンクリートを含む複雑形状の影を高精度に再現した．影遷移が表面温度変化を支配し，16:00 に最大温度差 5.86 度が確認された．

（2）　一次元非定常熱伝導解析により浮き下空気層の断熱効果をモデル化し，表面温度を平均絶対誤差 3.2～4.9 度で推定した．

本手法は，三次元形状に基づく影シミュレーションおよび熱収支解析が，パッシブ赤外線サーモグラフィによる損傷検出に有効であることを実証した．

参考文献

1) Möller, T. and Trumbore, B.: Fast, minimum storage ray/triangle intersection, In ACM SIGGRAPH 2005 Courses, pp. 7-es, 2005.
2) 近藤純正：水環境の気象学 － 地表面の水収支，朝倉書店，1994.
3) ASTM International. ASTM D4788-03(2022): Standard Test Method for Detecting Delaminations in Bridge Decks Using Infrared Thermography, West Conshohocken, PA: ASTM International, 2022.



(a) Visible images　(b) Simulated results

Fig. 2 Simulated results of shadow effect.

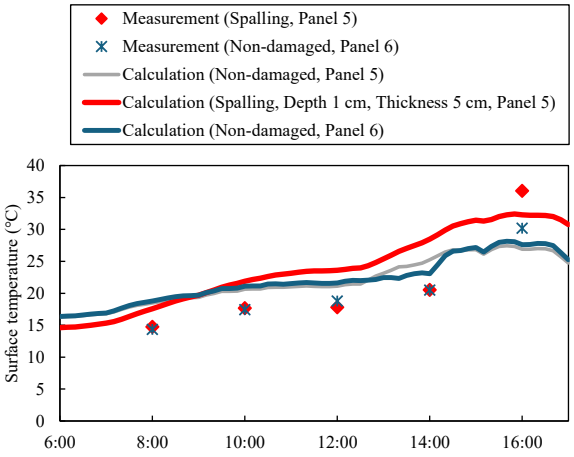


Fig. 3 Measured and calculated surface temperature at spalling and non-damaged points.

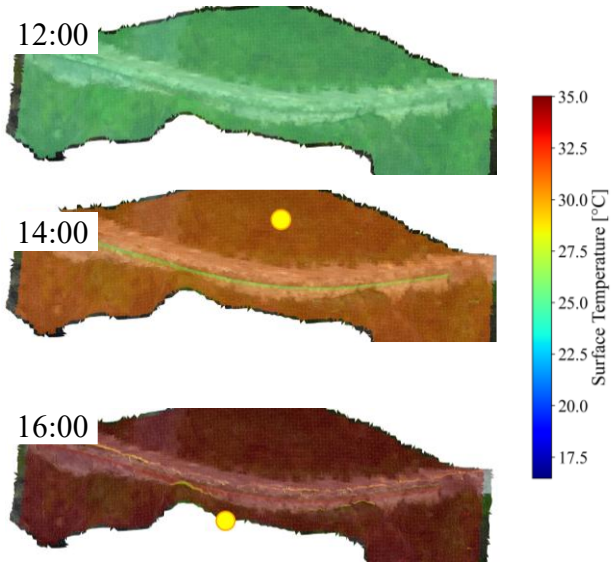


Fig. 4 Calculated surface temperature variation due to shadow effect.

分散繊維モデルを導入した拡張 RBSM による 繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Impact Failure Simulation of Fiber-reinforced mortar specimens Based on an Extended RBSM Incorporating a Smeared fiber model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

眞壁　椋（法政大・デザイン工）木村　管杜（法政大・デザイン工）
白石　美稀（法政大・デザイン工）山本　佳士（法政大・デザイン工）
Ryo MAKABE, Hosei University
Kanto KIMURA, Hosei University
Mitsuki SHIRAISHI, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: ryo.makabe.3j@stu.hosei.ac.jp

In this study, we developed a dynamic extension of an extended Rigid Body Spring Model (RBSM) incorporating a smeared fiber model that has been validated for the static behavior of (3D-printed) 3DP specimens. The dynamic formulation accounts for geometric nonlinearity and contact behavior, enabling impact simulations of fiber-reinforced specimens. Impact failure analysis were performed using the proposed method, and the results qualitatively reproduced crack-suppression behavior due to fiber bridging effects.

１．はじめに

近年, 土木･建築分野において 3D プリンティング（3DP）技術の実用化が進められている．3DP の特徴である，自由な造形性を活かした複雑形状の構造物を実現するためには，数値解析に基づく安全性評価手法の確立が重要な課題となっている．材料押出方式によるプリント材料には，繊維補強モルタルが用いられることが多く，また，積層プロセスに起因して，繊維の配向や積層界面の影響による異方性が生じること明らかになっている．したがって，プリント部材の力学的挙動を精度良く評価するには，繊維の種類および配向性により変化する繊維の架橋効果と積層界面の存在による異方性挙動の双方を適切にモデル化することが不可欠である．一方，我が国では災害が激甚化・頻発化しているため，静的のみならず動的な作用に対する安全性の評価も重要な課題である．著者らは [1)3)]，異方性挙動も再現しつつ, 従来のように繊維を 1 本 1 本モデル化するのではなく，等価な数個のバネで表すことで計算負荷を抑えた，分散繊維モデルを開発している．しかし，同手法は静的な解析手法に留まっていた．一方，著者ら [2)]は幾何学的非線形性を考慮した剛体バネモデル（RBSM）を衝撃作用下の接触･衝突現象まで再現可能とした．そこで，本研究では，著者ら [2)]が開発した RBSM の動的解析手法に，分散繊維モデル [1)3)] を組み込んだ手法を開発する．さらに，本開発手法による衝撃破壊解析を実施し，定性的な検証を実施する．

２．解析手法

（１）3 次元剛体バネモデル

RBSM とは Figure 1 に示すように, 剛体要素とバネの集合体としてモデル化し, 要素間に分布するバネのエネルギーを評価することで, 力学的特性を追究する手法である. 境界面上の各積分点には計 3 個のバネが配置され, それらに非線形性を導入することで対象の変形･破壊挙動を追跡する. 本研究では, RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目した, 幾何学的非線形性および接触挙動を考慮した静的･動的解析手法 [2)]を用いた.

（２）解析に使用するバネの構成モデル

RBSM における要素間バネの応力－ひずみ関係には，山本ら [4)]が提案した非線形構成モデルを導入した．バネに導入する材料パラメータは計 15 個存在し，従来，コンクリート材料試験を対象にキャリブレーション解析して得られたパラメータを使用していた．本研究では，繊維補強モルタルを対象とするため，既往研究 [3)]のキャリブレーション解析により定量的な妥当性が確認されたパラメータを用いる．

（３） 分散繊維モデル

本研究で用いる分散繊維モデル [3)]は，剛体要素境界面の積分点に繊維バネを配置することで架橋効果を表現する（Figure 2）．剛体要素境界面の積分点の面積から Naaman[5)]の理論に基づき, 各面に横切る架橋繊維本数を算出し，Figure 3 に示す最大架橋力を境界として定義物理量を切り替える架橋力−ひずみ･ひび割れ幅併用型構成則に，その本数を乗ずることで実数本の繊維の架橋効果を再現する．なお，本研究におけるピーク架橋応力$\sigma_{p,fiber}$ (N/mm^2)，ピーク架橋応力時のひずみε_p，損傷係数k は（２）と同様，既往研究 [3)]により妥当性が確認されたパラメータを用いる．

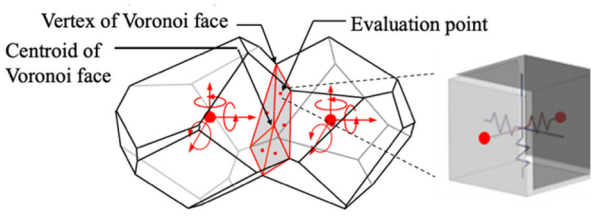


Figure 1.　Overview of RBSM

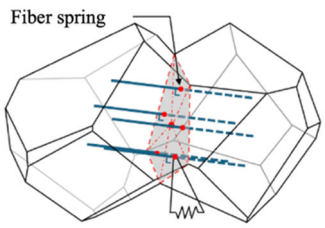
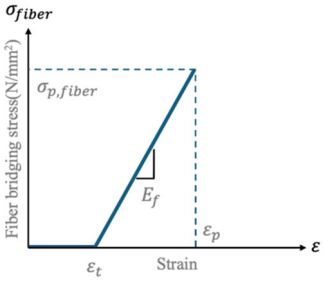
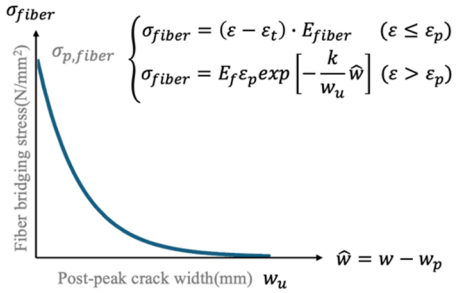


Figure 2.　Smeared fiber model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Pre-peak region



(b) Post-peak region

Figure 3. Single fiber combined bridging stress-strain and crack width constitutive law

３．繊維補強モルタル部材の衝撃破壊解析

ここでは，Ye et al.[6]により実施された衝撃破壊実験のモデル，条件を参考に，解析を実施する．また，繊維を配合しない条件も併せて解析を実施し，繊維の架橋効果を確認する．なお，本研究では手法検証の第一段階として，積層異方性を考慮しない打込み供試体を対象とした．解析モデルを Figure 4 に示す．供試体は長さ 400mm，幅 100mm，高さ 100mm で，平均要素寸法 10mm とした．この供試体上部中心に，直径 40mm，質量 49.135kg の球形重錘を高さ 1000mm から落下させる．解析では，初期衝突速度 4.4m/s とした．境界条件は，長さ 50mm，350mm 地点で，10mm の立方体を幅方向に 10 個配置することで表現した．繊維は，PE 繊維で，長さ 6.0mm，直径 0.012mm，ヤング係数 23.0kN/mm^2，引張強度 900N/mm^2 で，繊維混入率は 0.5%，2.0%の 2 パターンとした．Figure 5 に，$\sigma_{p,fiber}$を 3.98N/mm^2，ε_pを 0.024，kを 4.0 とした時の解析結果(衝突後 6ms)を示す．これより(a)では大きなひび割れが確認される一方，(c)では，ひび割れが，開口，進展していないことが分かる．以上のことより，定性的にではあるが，繊維の架橋効果によるひび割れ抑制効果が表現できていることが分かる．また，(b)では，繊維量が少ないため，ひび割れが進展した．ただし，架橋効果は表れているため，(a)よりもひび割れの進展が遅れていることが確認できた．以上より，変形図から，本解析手法によって衝撃作用下の繊維の架橋効果を定性的に再現可能であることを確認した．

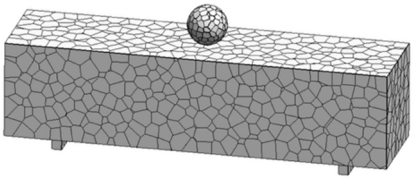
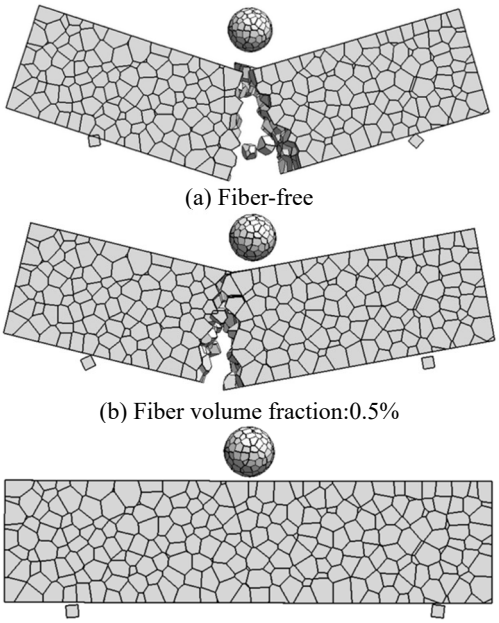


Figure 4. Mesh discretization for impact failure simulation



(a) Fiber-free

(b) Fiber volume fraction:0.5%

(c) Fiber volume fraction:2.0%

Figure 5. Results of impact failure analysis

４．結論

本研究では，繊維補強モルタル材料の力学的特性を再現できる分散繊維モデルを組み込んだ RBSM を動的に拡張した．さらに提案手法の定性的な架橋効果の再現性を検証した．その結果，繊維混入率の増加に伴うひび割れ抑制挙動が定性的に再現され，妥当性が示された．なお，参考文献 3)では，繊維の架橋効果に加えて，3DP 材料の積層界面に起因する異方性を表現可能な手法を提案しており，既に，本研究で提案している動的 RBSM に導入している．今後は，3DP 材料の静的および動的作用下の力学応答の妥当性確認を実施する予定である．

参考文献

1) 白石美稀，山本佳士，小倉大季，原紘一朗：分散繊維モデルを用いた RBSM による積層繊維補強モルタル材料の異方性破壊シミュレーション，土木学会全国大会年次学術講演会, 2025
2) Kimura, K. and Yamamoto, Y., Concrete structures: extended lifetime, limit impacts. Proceedings of the 2025 FIB International Symposium, held in Antibes, France June 16-18, 2025, pp846-857.
3) Shiraishi, M., Yamamoto, Y., Ogura, H. and Hara, K.: Simulation of anisotropic Failure in 3D-Printed Fibre-Reinforced Mortar members Using 3D RBSM with Smeared-Fibre Model, Fib 2026 Proceedings for the 2026 Fib Congress (submitted), 2026
4) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：3 次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文集 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008
5) Naaman，A.E.: A Statistical Theory of Strength for Fiber Reinforced Concrete, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology，1972.9.
6) Ye, H., He, Q., Ping, P., Pan, J. and Zhu, B.: Anisotropic flexural behavior and energy absorption of 3D printed engineered cementitious composites (3DP-ECC) beams under low-velocity impact, Cement and Concrete Composites，vol.163，2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

Fatigue Performance Evaluation of Fatigue Life Extension Techniques Using Crack Face Corrosion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴田　誉（住友重機械工業（株））　　西垣　駿（大阪大・工）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大・工）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd., Syun Nishigaki, Osaka University
Riccardo FINCATO, Padua University, Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University
E-mail: homare.shibata@shi-g.com

Recent studies have focused on the fatigue life extension technique that utilize the fatigue crack closure effect induced by inserting artificial materials into crack surfaces. In this research, numerical investigations are performed to evaluate the fatigue life extension caused by corrosion products by a methodology for the investigation of the crack propagation phenomenon under the elasto-plastic state. The results show good agreement with the experimental data by considering Young's modulus of corrosion products on crack faces.

１．はじめに

我が国における社会インフラの深刻な老朽化を背景として，低コスト・簡易な亀裂補修手法の確立が望まれている．

その一つとして，亀裂内部に開口部から物質を注入し亀裂閉口現象を促進させる手法提案がある．北川ら [1]によって亀裂面内に接着剤を用いた検討が行われ，その有用性が示された．その後も高橋ら [2]，Putri ら [3]によって検討が行われている．いずれも，施工時の条件に依存はするものの，亀裂停留を含む大きな疲労寿命延伸効果が報告されている．

中でも，Putri ら [3]による手法は，鋼材の亀裂内部に液体の腐食促進剤を注入して発生させた腐食生成物を活用するもので，亀裂面全体に容易に広がることから，複雑な形状を呈する実構造物への適用が期待される．CT 試験片に対して，荷重条件および疲労予亀裂長さ$a_{co.}$を変化させた検討が行われ，亀裂停留を含む大幅な疲労寿命延伸効果が得られる場合があることを報告しているが，腐食生成物の堆積量や物性値取得など，詳細な検討は行われていない．

これを踏まえて，著者ら [4]は，疲労予亀裂を導入した SENT 試験片に対して同様の検討を行い，疲労亀裂進展寿命の延伸効果の把握と腐食生成物堆積量の定量計測を実施し，亀裂内部の腐食生成物が力学的に亀裂閉口に寄与していることを示した．

一方で，疲労現象のメカニズムを反映した高精度数値シミュレーションによる評価検討も重要である．著者ら [5]はこれまで，巨視的弾性状態を含む応力ひずみ関係を高精度に再現可能な繰返し弾塑性モデルの開発を進めており，局所的な弾塑性応答から疲労亀裂発生寿命を予測する手法を提案した．近年では，それを活用した疲労亀裂進展寿命評価手法の提案を行い，CT 試験片や SENT 試験片，十字継手などに対する検証を進めてきた．さらに，この手法は，亀裂面腐食状態を含む酸化物亀裂閉口状態を再現する手法へと拡張 [6]された．具体的には，疲労亀裂面が大きく腐食し亀裂閉口が促進される影響を，亀裂面要素への熱膨張により再現し，亀裂面が早期に接触し閉口する現象の再現を行った．ただし，亀裂面膨張による亀裂閉口促進というメカニズムは再現されたものの，実際の膨張状況と対応していない点や，解析対象条件が応力比R>0 に限定されていた点などに更なる検討の余地を有していた．

そこで，本研究では，応力比R<0 で行われた実験結果に対して，上記解析手法を援用した解析検討を行った．

２．再現対象とする腐食疲労試験

本章では，再現対象とした腐食疲労試験の概要について述べる．著者ら [4]は，Putri ら [3]による先行検討を参考に，35%硝酸を活用した腐食疲労試験を実施した．荷重条件は，Table 1 に示される通りとした．

初めに，①大気中で切欠き底から疲労予亀裂$a_{co.}$を導入する．次に，②試験速度を低下させ，亀裂面内に 35%硝酸を注入し，亀裂面に腐食生成物を堆積させる．ここでは，24 時間以上の腐食養生期間を設ける．最後に，③①と同条件の下，試験片を最終破断させる．得られる結果の一例を，後述の解析結果とともに Fig. 4 に示す．この結果より，腐食直後に亀裂進展挙動が急激に変化し，大きな寿命延伸効果が確認できる．

３．亀裂面腐食を考慮した疲労亀裂進展寿命評価手法

まず初めに，疲労予亀裂導入時の再現解析を行う．ここでは，疲労亀裂発生寿命N_cの間に，疲労亀裂がΔaだけ進展すると考えた評価を行う．すなわち，疲労亀裂進展速度da/dNを式(1)にて表現する．詳細は著者ら [6]の検討を参照されたい．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

続いて，亀裂面腐食による亀裂閉口現象が促進される状態を模した再現解析を行う．ここでは，疲労予亀裂長さ$a_{co.}$となるまで上記解析を繰り返した解析モデルに対して最大荷重を載荷したまま，亀裂面要素への入熱解析を行う．

著者ら [4]の実験検討によれば，腐食生成物堆積量計測結果は最大 30~40μm 程度であり，亀裂面内部を埋め尽くしていると考えられる．そのため，亀裂空間を満たすだけの体積膨張はしているものと仮定し，十分大きな入熱量を与えた膨張工程とする．

その際，亀裂面要素は，金属母材と腐食生成物が混在した状況となるため母材と比べて変形しやすいと想定され，荷重載荷によって大きく体積変化すると考えられる．特に，圧縮応力が付与された場合，圧縮の塑性変形を生じ，亀裂閉口効果が弱まることも想像される．そこで，亀裂面要素には母材同様に弾塑性材料モデルを設定するが，その際に等方弾性係数Eのみを調整し，亀裂面の腐食生成物が圧縮塑性変形する様子を再現する．

最後に，疲労予亀裂導入時と同じ亀裂進展解析を続ける．

４．解析モデルおよび解析結果

Fig. 1 に，解析に使用した 3 次元 FE モデル（1/2 対称モ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デル）および付与した境界条件を示す．

亀裂は，切欠き底を起点として荷重載荷方向の直角方向に進展するものと仮定した．解析には，有限要素解析ソフト ADVENTURECluster2022 を使用し，材料モデルにユーザーサブルーチン機能を使用して疲労 SS モデル [5]を実装した．

亀裂停留はせずとも大幅な寿命延伸効果を示した Case1 の結果を対象として，腐食解析後の亀裂面要素弾性係数Eに対するパラメトリック解析を実施した．

Fig. 2 に，腐食模擬解析前後における最大荷重・最小荷重載荷時の亀裂周辺の応力分布を示す．なお，表示応力は荷重載荷方向の応力である．この結果より，腐食模擬解析前後において最大荷重載荷時の応力分布に明瞭な差はみられないものの，最小荷重載荷時においては亀裂先端前方の応力が上昇していることがわかる．これは，亀裂面要素膨張により亀裂閉口が促進された結果であり，実験と同じメカニズムで再現がされている．

続いて，亀裂面要素の弾性係数Eを各種変化させて評価した疲労亀裂成長曲線を Fig. 4 に示す．同荷重条件による非腐食試験片における疲労亀裂成長曲線の結果を□にて併せて表示している．この結果より，弾性係数Eに従って疲労亀裂成長曲線の腐食後の速度回復挙動の違いが見て取れ，E=92.5GPa のときに実験結果の立ち上がり位置および角度を概ね再現可能であることが確認できる．

Fig. 3 に腐食模擬解析直後における亀裂面要素の様子および繰返し荷重載荷後の変形の様子を示す．この結果より，腐食模擬解析によって亀裂面要素が膨張する様子および繰返し荷重によって亀裂面要素が圧縮塑性変形する様子が確認できる．この原因としては，公称応力として大きな圧縮応力が作用した影響に加え，$a_{co.}$=0.4mm という全体構造に対して微小な亀裂長ゆえの荷重除荷による圧縮応力が重畳したためである．すなわち，亀裂面要素に弾塑性応力状態を設定することの重要性が確認でき，その程度は弾性係数Eと対応することがわかる．

Table 1 Fatigue test conditions

Max. stress, $\sigma_{\max}$	Stress ratio, R	Crack length of corrosion, $a_{co.}$
70	-1.0	0.4

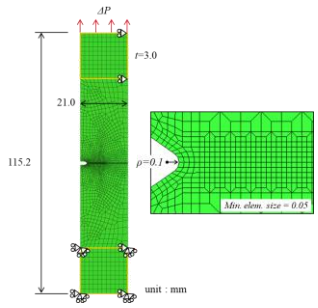


Fig. 1 FE model and boundary conditions

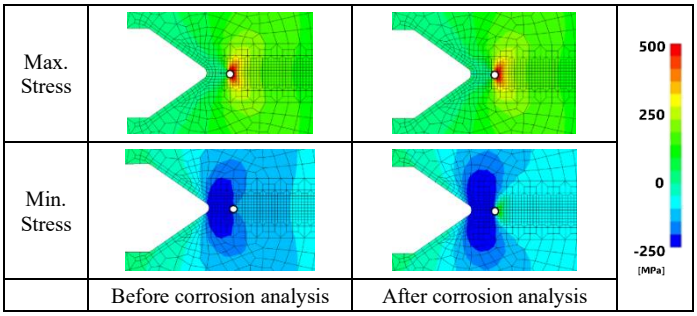


Fig. 2 Stress distributions before/after corrosion analysis

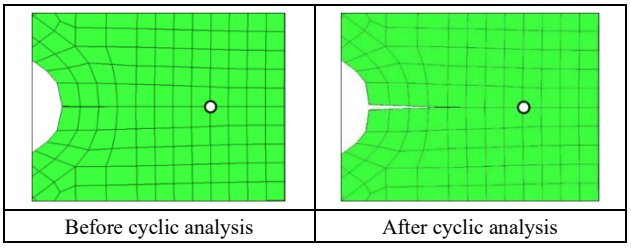


Fig. 3 Crack face elements before/after cyclic analyses at $a_{co.}$

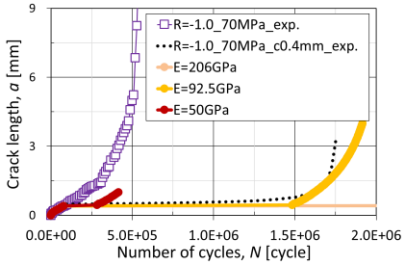


Fig. 4 Crack growth curves

５．結言

本研究は，亀裂閉口現象が促進される状況の再現解析手法確立を目的として，亀裂面腐食による疲労寿命延伸効果の再現解析に取り組んだ．その結果，以下の知見を得た．

1) 亀裂面要素を膨張させることにより実験同様の亀裂閉口現象を再現することができた．
2) 亀裂面要素に弾性係数Eを調整パラメータとした弾塑性材料モデルを適用し，実験で確認された亀裂再進展現象の再現解析を通じて，本手法の妥当性が検証された．

参考文献

1) H. Kitagawa, S. Toyohira and K. Ikeda: A new method of arresting fatigue crack growth by artificial wedge, Proceedings of an international conference on Fracture Mechanics in Engineering Application, pp.281-293, 1979.
2) I. Takahashi, C. Takahashi and N. Kotani: Restraint of fatigue crack growth by wedge effects of fine particles, Fatigue & Fracture of Engineering of Materials & Structures, Vol.23, Issue10, pp.867-877, 2001.
3) C.A. Putri, 舘石和雄, 清水優, 判治剛: 腐食促進剤注入による疲労き裂進展の遅延, 鋼構造論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
4) 柴田誉, 河野拳也, 佐藤啓介, 堤成一郎: 鋼材の硝酸腐食を活用する疲労寿命延伸技術に及ぼす応力比と亀裂長さの影響, 溶接学会論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
5) S. Tsutsumi and R. Fincato: Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, Vol.165, No.5, 107573, 2019.
6) 柴田誉, 佐藤啓介, フィンカトリカルド, 堤成一郎: 亀裂面腐食影響を考慮した弾塑性疲労亀裂伝播解析, 土木学会論文集, Vol.80, No.15, 23-15030, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SRCNN を用いたコンクリートコア CT 画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

Crack Detection of Concrete Core CT Images based on Super-Resolution using SRCNN (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

池田　弘毅（新潟大院・総）　　柴野　一真（新潟大院・自）
向井　萌華（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Koki IKEDA, Graduated School of Integrated Arts and Science, Niigata University
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Moeka MUKAI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: ikeda0995@gmail.com

Semantic segmentation of concrete X-ray CT images using deep learning is an effective means of crack detection. Since trained models operate on fixed input image dimensions, super-resolution processing is required for low-resolution images. SRCNN, a deep learning-based super-resolution approach, achieves PSNR and SSIM over bicubic interpolation, with particularly pronounced gains in image quality in crack regions. The application of SRCNN improves crack detection accuracy.

１．はじめに

深層学習を用いたコンクリートコアの X 線 CT 画像のセマンティックセグメンテーションは，ひび割れや空隙などの内部損傷を自動的に検出・定量化する有効な手段である[1]．しかし，訓練済みモデルは入力画像サイズが固定されているため，コンクリート構造物から採取されるコンクリートコアや撮影条件の制約で得られる低解像度画像をそのまま入力することができない．高解像度画像へ変換する超解像処理が必要となるが，従来のバイキュービック補間（Bicubic）ではひび割れのような微細構造の復元が困難であり，エッジのぼやけやアーチファクトが生じる問題があった[2,3]．超解像処理の課題は，1 つの低解像度ピクセルが無数の高解像度ピクセルの組み合わせから成り立つため，解が一意に定まらない不良設定問題とされている[3]．本研究では，深層学習ベースの超解像モデルである SRCNN（Super-Resolution Convolutional Neural Network）[4]をコンクリートコアの X 線 CT 画像に適用し，画質指標（PSNR・SSIM）および，学習済みのセグメンテーションモデルを用いて，ひび割れ検出性能（F1-score）の観点から有効性を検証した．

２．解析および実験方法

2.1　解析手法

CT 画像はコンクリートコア軸方向に沿ってスライスされた DICOM 形式で取得され，再構築されたボクセルデータから矢状面，冠状面，および横断面を抽出した．取得画像はすべて 512×512 画素にトリミングし，背景の割合が 75%以上を占める画像は事前に除外した．超解像モデルの訓練で使用する教師データには前処理を施した 512×512 画素の画像を使用し，対応する低解像度入力画像は最近傍補間法によって 128×128 画素に解像度を小さくして，入力画像を作成した．合計 697 枚の X 線 CT 画像を使用し，671 枚を学習用，20 枚を学習に含まれない構造物から取得したテストデータとして指定した．学習用データはホールドアウト法により訓練用と検証用に 9:1 の比率で分割した[6]．

超解像モデルには Dong et al.（2015）により提案された SRCNN[4]を採用した．SRCNN は 3 層の畳み込み層から構成され，バイキュービック補間で拡大した低解像度画像を入力とし，パッチ抽出・非線形マッピング・画像再構成の各層を通じて高解像度画像を出力する（Fig. 1）．活性化関数には ReLU を，損失関数には平均二乗誤差（MSE）を採用した．最適化には Adam を用い，学習率・バッチサイズ・重み減衰の 3 つのハイパーパラメータを Tree-structured Parzen Estimator（TPE）を用いたベイズ最適化によりチューニングした．

超解像処理の画質評価には，ピクセル単位の誤差を評価する PSNR と，輝度・コントラスト・構造の 3 要素から類似度を評価する SSIM を採用した．PSNR と SSIM はいかの式で定義される．

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{255^2}{MSE}, \tag{1}$$

$$SSIM(x,y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \tag{2}$$

ただし，これらの指標の改善が実際のひび割れ検出性能の向上を必ずしも保証しないことが指摘されており[3]，本研

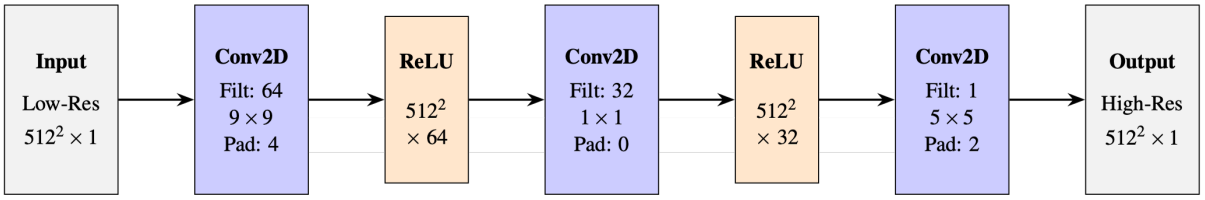
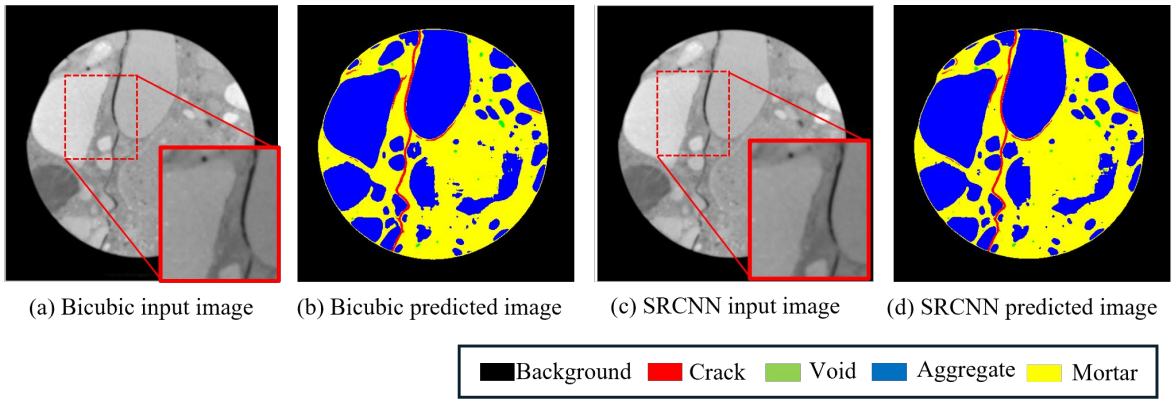


Fig. 1 SRCNN architecture.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Bicubic input image (b) Bicubic predicted image (c) SRCNN input image (d) SRCNN predicted image

Fig. 2 Results of super-resolution and segmentation of super-resolution images.

究ではひび割れ，空隙，骨材，モルタルおよび背景の 5 クラスを識別する学習済みの U-Net を用いたセグメンテーション性能の比較により，超解像処理のひび割れ検出タスクへの有効性を併せて評価した．セグメンテーション精度の評価指標には Precision，Recall および F1-score を用いた．

2.2 実験方法

コンクリートコアは，供用年数・配合・環境条件の異なる 7 基の既設鉄筋コンクリート水利施設から採取したコアと，実験室内打設のサンプルを用いた．X 線 CT 計測には Canon Medical Systems 社製 Aquilion ONE（TSX-301C/6A）を用い，ヘリカルスキャンモード（管電圧 120 kV，管電流 300 mA，スライス厚 0.5 mm）で撮影した．DICOM 形式で取得した画像から矢状面・冠状面・横断面を抽出した．

3．結果および考察

Table 1 に超解像処理の画質評価指標を示す．PSNR はバイキュービック補間の 39.90 dB に対し SRCNN は 48.85 dB と 8.95 dB 高い値を示した．SSIM についても，バイキュービック補間の 0.96 に対し SRCNN は 0.99 と高い構造的類似性を示した．このことから，SRCNN はバイキュービック補間と比較して高い精度でひび割れを復元できている．ひび割れは線状の構造を持ち，かつ境界が曖昧な領域を有する特徴がある．バイキュービック補間ではこのような曖昧性を適切に復元できなかったが，SRCNN は訓練データから原画像の特徴を学習したことにより，ひび割れの形状や境界をより正確に復元でき，指標の改善につながったと考えられる．この結果は，深層学習ベースの超解像処理が従来の補間手法では困難であったひび割れのような微細構造の復元において有効であることを示唆している．

Fig 2 に超解像処理の結果およびセグメンテーションの結果を，Table 2 にひび割れ検出に関する Precision, Recall および F1-score の結果を示す．原画像の F1-score が 0.785 であるのに対し，バイキュービック補間による超解像処理後の画像では 0.681 と 0.104 の低下が見られた．一方，SRCNN による超解像処理後の画像では 0.738 を示し，バイキュービック補間と比較して 0.057 の改善が認められた．原画像との差は F1-score で 0.047 にとどまり，SRCNN がひび割れを原画像に近い形で超解像処理を施したことにより，セグメンテーションモデルが適切に認識できる画像に改善されたと考えられる．

4．おわりに

本研究では，SRCNN をコンクリートコア X 線 CT 画像の超解像処理に適用し，以下の知見を得た．

（1）SRCNN はバイキュービック補間に対して PSNR・SSIM の両指標で顕著な改善を示した．

（2）下流タスクの評価において，SRCNN はひび割れ F1-score の低下をバイキュービック補間の 0.047 に抑え，深層学習ベースの超解像処理がひび割れ検出精度の維持に有効であることを示した．今後は，原画像と同等のセグメンテーション性能の達成に向け，モデルおよびデータセットの改善が課題である．

Table 1. Results of image quality metrics for crack area

Image quality metrics (crack)	Bicubic	SRCNN
PSNR（dB）	39.90	48.85
SSIM（-）	0.96	0.99

Table 2. Results of crack detection performance after super-resolution

Image type	Precision	Recall	F1-score
Original image	0.770	0.801	0.785
Bicubic	0.676	0.685	0.681
SRCNN	0.747	0.735	0.738

謝辞

本研究は，生研支援センター（BRAIN）「オープンイノベーション促進・実用化推進事業（助成番号：JPJ011937，プロジェクト ID：25132859）」により支援を受けて実施した．

参考文献

1) A. Nowacka, K. Schladitz, S. Grzesiak and M. Pahn: Segmentation of spatial crack structures in concrete by deep learning enabling image based characterization, Journal of Soft Computing in Civil Engineering, Vol.9, No.12, pp.56-83, 2025.
2) M. Amoros, C. Manuel and J. F. V.: Evaluating Super-Resolution Models in Biomedical Imaging: Applications and Performance in Segmentation and Classification, Journal of Imaging, Vol.11, No.4, pp.104, 2025.
3) H. Xiao, Z. Yang, T. Liu, S. Liu, X. Huang and J. Dai: Deep learning for medical imaging super-resolution: A comprehensive review, Neurocomputing, Vol.630, pp.129667, 2025.
4) C. Dong, C. C. Loy, K. He and X. Tang: Image super-resolution using deep convolutional networks, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.38, No.2, pp.295-307, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 —繰返し弾塑性 FEM 解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価— （シンポジウム講演概要）

Effects of Welding Residual Stress and Distortion on Fatigue Performance of Out-of-Plane Gusset Welded Joints -Evaluation of Crack Initiation and Propagation Life by Cyclic Elasto-plasticity FEM Analysis- (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

田中　颯人（大阪大・工）　　カン　ウンブン（JFE スチール株式会社）　　崎本　隆洋（JFE スチール株式会社）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Yunwen GUAN, JFE Steel Corporation
Takahiro SAKIMOTO, JFE Steel Corporation
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

Fatigue performance evaluation of out-of-plane gusset joints based on elasto-plastic FEM has been conducted; however, welding effects have not been considered. In this study, effects of welding residual stress and weld distortion on fatigue performance of out-of-plane gusset joints were investigated by elasto-plastic FEM. Welding residual stress and weld distortion were introduced through thermo-elasto-plastic analysis, and cyclic elasto-plastic FEM was performed using these as initial conditions. Results showed plastic deformation progressed at weld toe and crack tip, increasing fatigue crack propagation rate. In addition, predicted fatigue life shifted toward shorter-life side, improving prediction accuracy compared experiments.

１．緒言

鋼橋などの社会基盤構造物では，自動車等の繰返し荷重による疲労損傷が深刻な問題となっている [1]．鋼橋では，横部材や水平補剛材の主桁ウェブへの接合部に用いられる面外ガセット溶接継手において，溶接止端部を起点とする疲労亀裂の発生が報告 [1]されている．溶接部は一般に，形状不連続性に加え，溶接入熱に起因する溶接残留応力や溶接変形，材料組織変化および HAZ（熱影響部）強度分布等の影響が重畳するため，疲労亀裂の起点となりやすい．このような複雑な影響を適切に考慮する必要があることから，疲労性能を高精度に評価することは容易ではない．

また近年では，構造物の安全性確保や維持管理コストの低減などの観点から，構造物が要求性能を満足するかを数値解析により照査する性能規定型設計への移行が進められている．そのため，溶接継手の疲労性能を高精度に評価する手法の確立が求められている．

一方，著者らは繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な材料モデルを開発するとともに，局所的な弾塑性応答に着目した疲労性能評価手法を提案 [2]している．本手法を面外ガセット溶接継手に適用した結果，実験で得られた疲労寿命の傾向を概ね再現可能であることを示した [3]．しかしながら，本手法では溶接残留応力や溶接変形など，溶接に起因する影響が考慮されておらず，予測精度の向上には改善の余地がある．

そこで本研究では，溶接残留応力および溶接変形の影響を考慮し，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価手法の高度化を図るとともに，これらが面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．具体的には，熱弾塑性解析により溶接残留応力および溶接変形を導入し，繰返し弾塑性 FEM 解析に基づいて疲労亀裂発生寿命および進展寿命を評価し，それらの影響について検討した．

２．疲労性能評価手法

本研究で採用する疲労性能評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [4]を採用した繰返し弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [2]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さaにおける亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

ここに，Δaは疲労亀裂進展速度に関する材料関数もしくは定数である．これにより，進展速度da/dNを積分することによって，進展寿命を算出する．

３．溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価

Fig. 1 に面外ガセット溶接継手を模した 3 次元 FE モデル（要素タイプ : 6 面体，4 面体 1 次要素）を示す．疲労亀裂は，溶接止端部中央を発生点として荷重載荷直角方向に進展するものと仮定し，ビーチマーク試験結果に基づき設定した亀裂形状を持つ解析モデルを作成した．また，応力集中が予想される溶接止端部周辺および亀裂周辺には，要素サイズ 0.05mm 程度の立方体要素を配置した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では，溶接残留応力および変形を考慮しない場合と，考慮する場合（RS/WD）について検討を行った．溶接残留応力および変形を考慮しない場合には，繰返し荷重を載荷する弾塑性解析のみを実施した．繰返し荷重は応力比 R=0.1 の一定振幅の軸力として主板に載荷した．

一方，溶接残留応力および溶接変形を考慮する場合には，まず発熱率に基づく入熱と自然冷却を考慮した熱弾塑性解析により，溶接残留応力分布および溶接変形を算出した．得られた溶接残留応力分布（主板幅中央における長手方向応力分布）を Fig. 2 に示す．溶接止端部周辺に高い引張残留応力が導入されており，実際の面外ガセット溶接継手の溶接残留応力の測定結果と分布傾向が概ね一致することを確認した．また，溶接部の温度変化に伴う膨張・収縮により，溶接変形が生じていることを確認した．続いて，これらの熱弾塑性解析結果を繰返し弾塑性解析の初期条件として付与した．さらに，チャッキングによる溶接変形の強制を模擬するため主板に強制変位を与え，その状態を保持したまま繰返し荷重を載荷した．

Fig. 3 に溶接止端部および亀裂先端（亀裂長さ a=0 および 0.60mm）において得られた応力ひずみ応答を示す．溶接残留応力の影響による引張状態から，溶接変形の強制および荷重載荷によって塑性化が大きく進行した．続いて，溶接止端部および疲労亀裂先端の応力ひずみ応答に基づき，各亀裂長さにおける疲労亀裂進展速度 da/dN を算出した．溶接残留応力および溶接変形の考慮により，疲労亀裂進展速度は大きく増加することを確認した．Fig. 4 に疲労亀裂発生寿命と，得られた進展速度から算出した破断寿命の予測結果を示す．溶接残留応力および溶接変形を考慮した場合，考慮しない場合と比較して，すべての応力レベルにおいて予測結果は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度の向上が確認された．以上より，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価においては，溶接残留応力および溶接変形の影響を適切に考慮することが重要であることが示された．

4．結言

本研究では，溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価を行った．熱弾塑性解析により，溶接残留応力および変形を導入し，荷重を載荷することで溶接止端部および亀裂先端における塑性化の進行が確認された．これにより寿命予測は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度が向上した．

参考文献

1) 日本道路協会：鋼橋の疲労，丸善，1997.
2) 柴田誉，桐生泰輔，佐藤啓介，フィンカト・リカルド，堤成一郎：弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法，土木学会論文集，81 巻 15 号，24-15028，2025.
3) 田中颯人，フィンカトリカルド，高木芳史，﨑本隆洋，堤成一郎：分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究，土木学会論文集，82 巻 15 号，25-15030，2026.
4) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

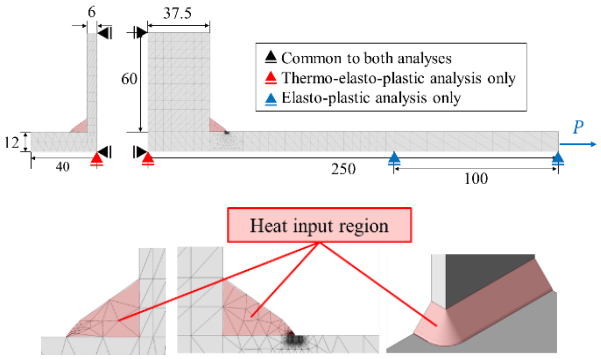


Fig. 1 FE model and boundary conditions

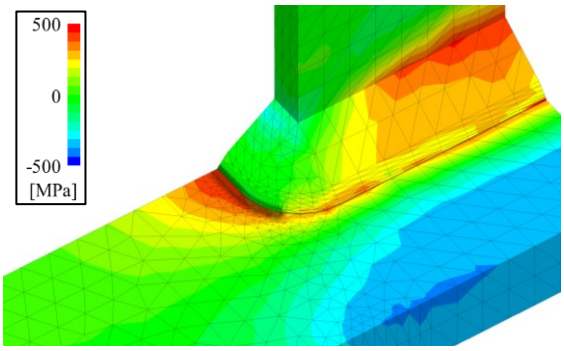


Fig. 2 Welding residual stress contours

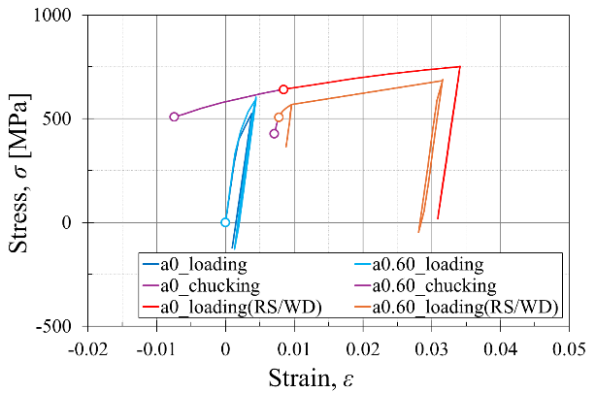


Fig.3 Stress–strain response at the weld toe and crack tip

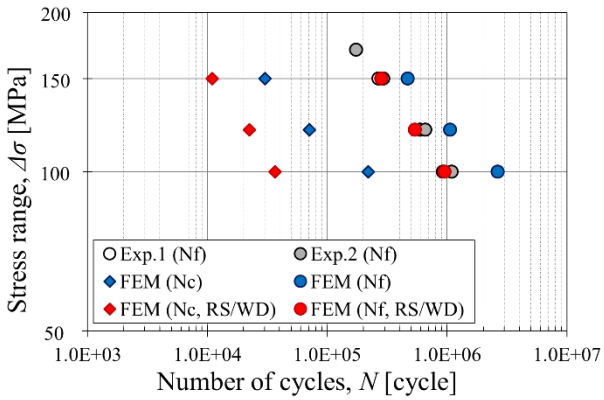


Fig. 4 Fatigue life evaluation results

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

Unified Evaluation Method of Axial and Bending Fatigue Performance of Butt Welded Joints by Automated Multi-Section Geometry Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴山　颯良（大阪大学大学院）　野田　雄也（大阪大学大学院）　濱田　柔久（株式会社小松製作所）
松尾　祐希（株式会社小松製作所）　田中　宏徳（株式会社小松製作所）　堤　成一郎（大阪大学大学院）
Sora SHIBAYAMA, The University of Osaka
Yuya NODA, The University of Osaka
Norihisa HAMADA, Komatsu Ltd.
Yuki MATSUO, Komatsu Ltd
Hironori TANAKA, Komatsu Ltd.
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The fatigue performance of welded structures shows a strong correlation with the stress concentration factor Kt at the weld zone. Although several simplified estimation formulas for Kt have been proposed, obtaining the input shape parameters is highly operator-dependent. Therefore, the authors propose a method to consistently obtain each shape parameter and establish separate fatigue performance evaluation methods for axial and bending fatigue conditions in butt welded joints. However, for actual structures, an evaluation method under combined axial and bending loading is required. This study proposes a unified evaluation method for axial and bending fatigue performance of butt welded joints by defining a new bending correction factor and validating its applicability experimentally. The results demonstrate that the proposed method significantly reduces the variation in axial and bending fatigue performance, confirming its applicability for unified evaluation.

１．緒言

金属疲労は機械・構造物の損傷原因の約 8 割を占め，特に応力集中が高くなる溶接部は破壊起点の多くを占める．応力集中係数（K_t）と疲労性能には強い相関があり，K_tの簡易推定式が複数提案されているが，入力条件となる形状パラメータの取得は計測者に強く依存し，多大な労力と時間を要することがその適用上の課題であった．

そこで近年, 3D スキャン技術を活用した形状パラメータ評価手法が提案されているが，得られた形状パラメータは限定的であり，余盛を再構成する上で，元形状と乖離を生じる可能性がある．これに対し，著者ら[1)2)]は，余盛形状全体を 3 種類の関数で一意に同定することにより，各形状パラメータを矛盾なく取得可能な手法を提案するとともに，突合せ溶接継手の軸疲労条件下および曲げ疲労条件下それぞれで個別の疲労性能評価手法を構築した．

一方，実構造物は一般に軸および曲げ荷重が重畳するため，そのような複合荷重下での疲労性能を合理的に評価可能な手法が求められる．日本鋼構造協会（JSSC）疲労設計指針では，曲げ試験の公称応力範囲に対して，曲げ補正係数（γ）として定数 0.8 を乗じた S-N 曲線に基づき評価しているが，S-N 曲線のばらつきは依然として大きく，その適用性に関して十分に明らかにされているとは言い難い．

そこで本研究では，突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能の統一評価手法を提案することを目的とする．具体的には，いずれも自動多断面形状分析により得られるK_tおよび角変形・目違いの影響係数（K_m）に基づく新たな曲げ補正係数 γ を提案するとともに，実験照査によってその適用性を明らかにする．

２．評価対象継手および自動多断面形状分析結果

板厚 16mm の SS400 鋼板を供試材とする突合せ溶接継手を Metal Active Gas（MAG）溶接により作製した．継手形状が疲労性能に与える影響を比較することを目的に，目違いを 4 段階（0,1,2,3mm），ルートギャップを 3 段階（1,2,3mm）に設定し，計 23 体の試験片を作製した．これらの試験片に対して，軸引張疲労試験および 4 点曲げ疲労試験をそれぞれ実施した．それぞれの試験結果について，公称応力範囲に基づき作成した S-N 曲線を Fig.1 (a)に示す．ここで，曲げ試験の公称応力範囲に曲げ補正係数として定数 0.8 を乗じ，軸試験結果に Walker らが提案した応力比補正式を用いて両試験の応力比を-1 に統一している．試験結果のばらつきを示す標準偏差は 0.410 であり，定数 0.8 による補正後においても，軸および曲げ疲労性能のばらつきが依然として大きいことを確認した．

全 23 体の試験片に対して，3D スキャナを用いて形状計測を実施した．3D 点群データから 2 次元断面データを取得し，自動多断面形状分析を実施した結果，得られた関数形状と実形状データが高精度で一致することを確認した．

３．軸および曲げ疲労性能の統一評価

(1) 曲げ補正係数 γ

従来用いられている曲げ補正係数（γ_1=0.8），大沢ら[3)]が提案した軸条件および曲げ条件下のK_tの比（γ_2）（Eq.(1)参照），および本研究で提案するγ_2に軸条件下のK_mを考慮した曲げ補正係数（γ_3）（Eq.(2)参照）の 3 種類を用いて比較検討を行う．

$$\gamma_2 = K_{t_b}/K_{t_a} \quad (1)$$

$$\gamma_3 = \gamma_2/K_{m_a} \quad (2)$$

ここに，K_{t_a}およびK_{t_b}はそれぞれ軸および曲げ条件下のK_t，K_{m_a}は軸条件下のK_mを表す．K_{t_a}およびK_{t_b}は Lawrence らが提案したK_t式を採用し，K_{m_a}は IIW が推奨するK_m式を採用した．

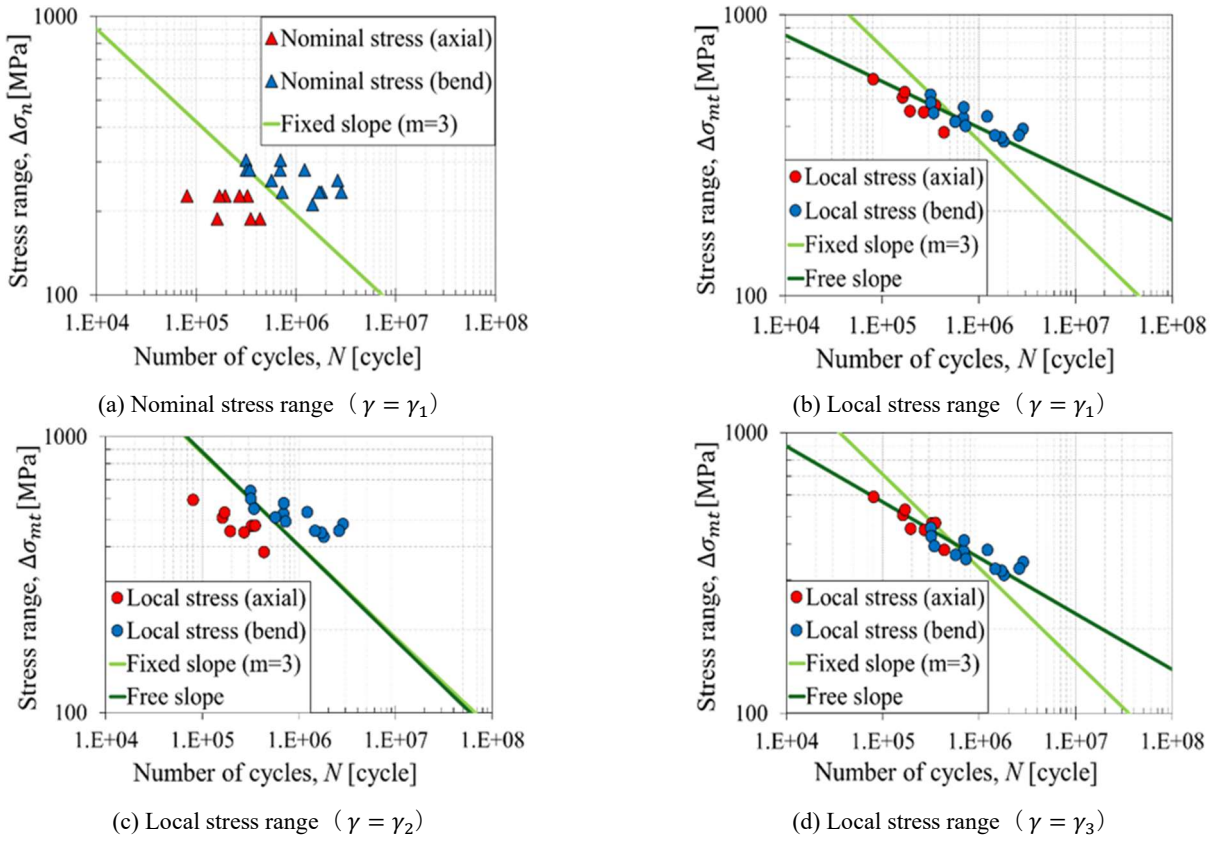
(2) 局所応力範囲による疲労性能評価

公称応力範囲にK_tおよびK_mを乗じて算出した局所応力範囲を評価する．なお，曲げ条件下において，角変形および目違いの影響は小さいことが想定されるため，$K_m = 1$と

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Bending correction factor vs. standard deviation for selected stress range

	Bending correction factor (γ)		
	γ_1	γ_2	γ_3
Nominal stress range（$\Delta\sigma_n$）	0.410	0.524	0.344
Local stress range（$\Delta\sigma_{mt} = \Delta\sigma_n \cdot K_t \cdot K_m$）	0.218	0.394	0.167



(a) Nominal stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(b) Local stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(c) Local stress range（$\gamma = \gamma_2$）

(d) Local stress range（$\gamma = \gamma_3$）

Fig. 1 S-N curve

している．曲げ試験の局所応力範囲を曲げ補正係数γ_1，γ_2，およびγ_3によってそれぞれ補正したS-N曲線をFig.1 (b)-(d)に示す．また，公称応力範囲および局所応力範囲によるS-N曲線の標準偏差をTable 1に示す．これらより，余盛と試験片の形状の影響を考慮した局所応力範囲によってS-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

加えて，3種類の曲げ補正係数γのうち，γ_3を用いた場合のS-N曲線のばらつきが最も小さいことが示された．なお，既存の複数のK_t式およびK_m式を適用した場合も同様の結果を確認した．

以上より，局所応力範囲を曲げ補正係数γ_3によって補正した評価手法が軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることが明らかになった．

4．結言

以下に，検討した自動多断面形状分析に基づく軸および曲げ疲労性能の統一評価手法とそれらを試験結果に適用して得られた知見をまとめる．

(1) 局所応力範囲による評価では，軸条件下において余盛と試験片の形状，曲げ条件下において余盛形状を考慮することで，S-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

(2) 曲げ試験結果から算出した局所応力範囲を曲げ補正係数γにより補正した評価のうち，余盛および試験片の形状の両者の影響を考慮したγ_3を用いる場合に，S-N曲線のばらつきが最も小さくなった．

(3) 曲げ補正係数γ_3を用いて補正した局所応力範囲による評価は，複数のK_t式およびK_m式でも同様の結果を示し，軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることを明らかにした．

参考文献

1) 小川 太希, Luo Pengjun, 堤 成一郎 : 溶接継手の多断面形状分析に基づく疲労性能支配因子評価技術の確立, 土木学会論文集, Vol.81, No.15, 24-15025, 2025.

2) 野田 雄也, 小川 太希, 濱田 柔久, 松尾 祐希, 田中 宏徳, 堤 成一郎 : 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の曲げ疲労性能影響因子の分離評価, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, 25-15034, 2026.

3) Toru Shiratsuchi, Naoki Osawa: Investigation of thickness and bead profile effects on fatigue strength of welded joints based on relative stress gradient, In. J. Fatigue, Vol.134, 105520, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Joint Dimensions of Patch-weld Repair on Load-bearing Performance of Thickness-reduced Steel Plates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣畑　幹人（大阪大・工）　　北村　鉄（大阪大・工）　　蒋　鋒（大阪大・工）
Mikihito HIROHATA, The University of Osaka
Tetsu KITAMURA, The University of Osaka
Feng JIANG, The University of Osaka
E-mail: hirohata@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The influence of joint dimensions of patch-weld repair on load-bearing performance of thickness-reduced steel plates was investigated. The thickness reduction and subsequent patch-weld repair processes were simulated by FE analysis. Based on the results, a design formula for recovering the load-bearing performance of the thickness-reduced steel plates by patch welding was proposed.

１．はじめに

鋼橋の桁端部付近では腐食による損傷事例が多い．腐食により減厚した鋼部材の耐荷性能を回復させる工法の一つに当て板補修がある．溶接による当て板補修は施工性，耐腐食性に優れる点などが長所として挙げられる．一方で，溶接による入熱が補修部材の力学的挙動に及ぼす影響について不明な点が多い．本研究では，減厚鋼板に対する溶接による当て板補修を想定し，溶接によるたわみと残留応力の変化を考慮したうえで，母材および当て板の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能回復効果に与える影響を明らかにすることを目的として，一連の検討を実施した．

２．当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験の再現解析

供試体の形状および寸法を Fig. 1 に示す．健全状態，減厚状態（減厚量 5 mm），補修状態（当て板厚さ 6 mm）の各状態で変化する面外変形および残留応力を測定した．また，健全状態から補修状態に至る過程を熱弾塑性解析により再現した．各種鋼材の温度依存型の材料特性は，既往の研究より参照した [1,2]．溶接の過程では，物体熱流束で入熱し瞬間熱源で再現した [3]．実験と解析の面外変形の比較を Fig. 2 に示す．実験結果と解析結果は概ね一致していることを確認した．各状態の荷重—変位関係を Fig. 3 に示す．実験値と解析値の誤差は，各状態において最大圧縮荷重は平均 8 %以内，弾性剛性は 5 %以内で再現することができた．実験値と解析値の間に多少の差は認められるものの，本解析手法により当て板溶接継手の施工過程および圧縮挙動を概ね再現できると考えられる．

３．継手の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響

周辺単純支持の境界条件のもと，Fig. 4 に示す寸法パターンで，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各パラメータが補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．健全，減厚，補修状態における各モデルに面内方向強制変位を与え，最大圧縮荷重を求めた．各モデルの最大圧縮荷重を耐荷性能として，補修状態の耐荷性能を健全状態の耐荷性能まで回復させることを目標とした．

Fig. 5 に健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，減厚量 d_c に対する当て板厚さ t_p の割合 t_p/d_c の関係を示す．Fig. 5(a)より，減厚幅 b_c = 300 mm においては，減厚量 d_c = 12 mm かつ当て板厚さ t_p = 6 mm のモデル（t_p/d_c = 0.5）を除いて，健全状態の耐荷性能を上回った．Fig. 5(b)および(c)より，減厚幅 b_c = 400 mm では $t_p/d_c \geqq 1$，減厚幅 b_c = 500 mm では $t_p/d_c \geqq 1.5$ で健全状態の耐荷性能を上回った．補修状態の耐荷性能

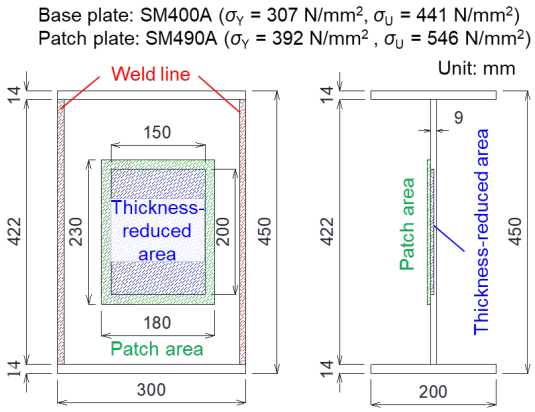


Fig. 1 Shape and dimension of specimen.

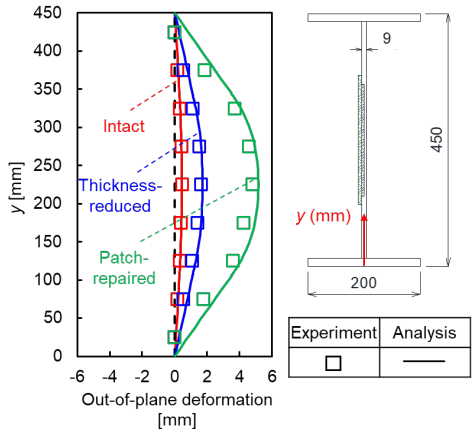


Fig. 2 Out-of-plane deformation.

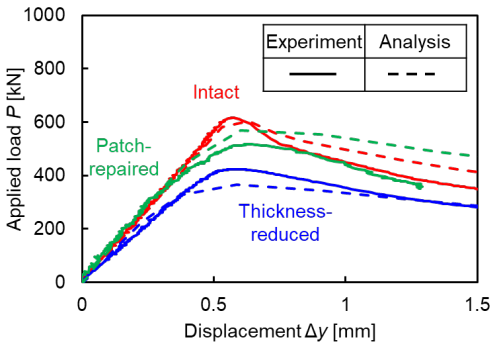


Fig. 3 Relationship between load and displacement.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を確保するのに必要な当て板厚さ t_p は，減厚幅 b_c の大きさによって異なることが分かった．

検討した全モデルにおいて，健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，式(1)により算出したパラメータ R_p の関係を Fig. 6 に示す．

$$R_p = \left(\frac{t_p + t_c}{t_b}\right)\left(\frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(1 - \frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

第 1 項は，各モデルの母板厚さ t_b に対する当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計の割合と，母板幅 b_b に対する当て板幅 b_p の割合の 1/3 乗の積である．板の座屈強度を支配する板の曲げ剛性は，板厚の 3 乗に依存する．また，軸方向圧縮荷重への抵抗には板幅が寄与する．当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計を当て板継手の板厚とみなしたうえで，板厚と板幅の圧縮強度への寄与の度合いの違いを考慮し，それぞれ母板厚さ t_b と母板幅 b_b で無次元化したものである．一方，第 2 項は，圧縮荷重の作用が進行するにつれ，降伏開始以降，当て板に覆われていない母板の健全領域が後座屈強度として最大荷重の向上に寄与することを考慮したものである．P_{max}/P_0 と R_p の間には比較的良好な対応が認められる．Fig. 6 より，すべての補修状態の耐荷性能の下限に位置する緑の点線は式(2)で表される．

$$\frac{P_{max}}{P_0} = -1.49{R_p}^2 + 4.02R_p - 1.47 \quad (2)$$

式(2)は，本研究で検討した周辺単純支持板における当て板溶接補修の耐荷性能と減厚状態および当て板の各寸法の関係を示す．P_{max}/P_0 が 1 となる R_p の値は約 0.95 である．したがって，周辺単純支持板の種々の減厚状態に対して，R_p の値が 0.95 となるように当て板溶接継手の各寸法を設定すれば，健全状態の耐荷性能を上回るように補修設計を行うことが可能になる．

4．まとめ

(1) 当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験を行い，一連の過程を熱弾塑性解析および弾塑性有限変位解析で再現した．各状態の荷重—変位関係に多少の誤差は認められたが，解析手法の妥当性を確認することができた．

(2) 周辺単純支持の境界条件で，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各寸法が補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．補修状態の耐荷性能を評価するパラメータを提案し，周辺単純支持板における当て板溶接補修の設計曲線を提示した．

謝辞

本研究の一部は，公益財団法人高速道路調査会令和 6 年度研究助成を受けて実施した．ここに記して謝意を表す．

参考文献

1) 中川弘文，鈴木弘之：鋼梁の崩壊温度，鋼構造論文集，6 巻，22 号，pp.57-65，1999.
2) 野澤修平，廣畑幹人：有限要素法によるすみ肉溶接の変形および残留応力解析におけるシェル要素の適用に関する検討，鋼構造論文集，29 巻，113 号，pp.41-54，2022.
3) 金裕哲，朴正雄，堀川浩甫：面外変形・残留応力に及ぼす溶接諸条件の影響，鋼構造論文集，5 巻，17 号，pp.85-91，1998.

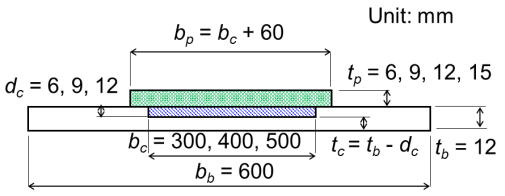
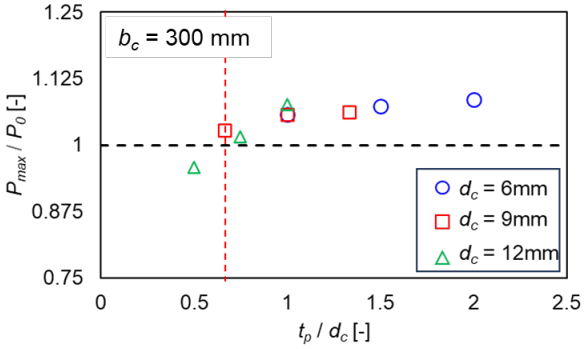
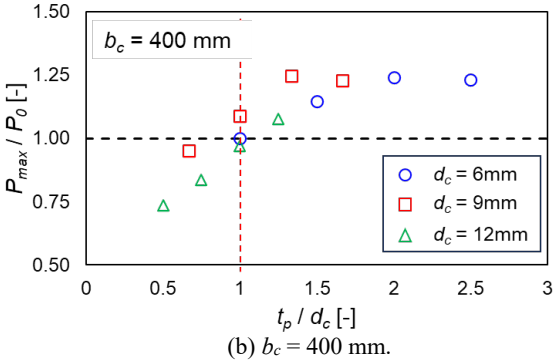


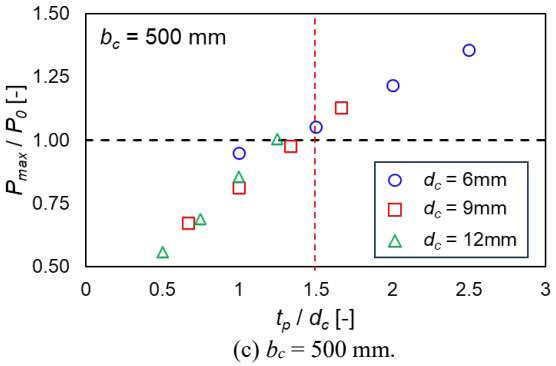
Fig. 4 Dimensions of joints.



(a) b_c = 300 mm.



(b) b_c = 400 mm.



(c) b_c = 500 mm.

Fig. 5 Repair effect by patch weld

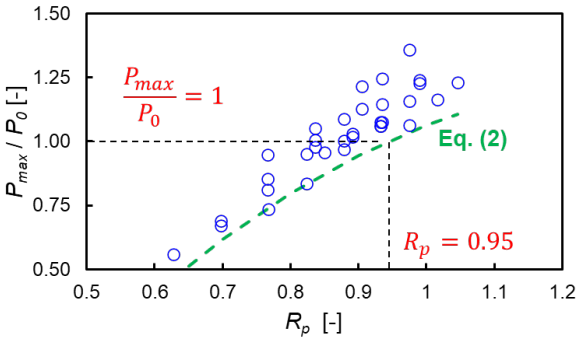


Fig. 6 Design curve of patch-weld repair.

剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

Mechanical Analysis and Design Load Evaluation of Boundary Structures Positioned Between Rigid and Flexible Structures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮原　邑太（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Yuta MIYAHARA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: ed24010@nda.ac..jp

A new classification framework for ‘boundary structures’ in debris flow flexible barriers is proposed and an experimental investigation is conducted to develop a rational load evaluation model for boundary structures. The proposed load model shows good agreement with the experimental results. These findings contribute to the establishment of a stiffness-based design methodology for flexible barriers used in debris-flow mitigation.

１．はじめに

土石流対策構造物は，主として鋼やコンクリートで構成された剛な構造である．これに加えて，ネットやワイヤで構築される柔な構造もあり，一般的に柔構造として区分されている．これらは，地形条件や設置目的等を考慮し適所に採用されてきた．剛構造と柔構造には明確な構造的な差異があるものの，共通的に従来の設計基準 [1]に基づく照査が行われている．しかし，従来手法の柔構造への適用性については十分に検討されているとは言い難い．

柔構造は本来，落石対策を主目的として発展してきた構造形式である．落石対策としての柔構造は，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを吸収することを設計思想の中心とし，エネルギー照査法が主たる評価指標となっている．一方で，土石流は極めて大きなエネルギーを有するものの，その作用は点的ではなく面的かつ持続的であり，落石と同様に大変形を前提とした設計思想を適用することは合理的でない．

そこで本研究では，土石流対策工として用いられる柔構造のうち，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも，また落石対策構造のように大変形を前提とすることも適切でない構造状態を「境界構造」と定義し，境界構造における力学的特徴を整理する．さらに，実験結果に基づき，その設計区分および荷重評価の考え方について考察するものである．

２．境界構造の定義

２．１　各構造物の区分

構造物の力学的挙動に基づき，剛構造，境界構造および柔構造の概念を Table 1 の通りに区分した．剛構造の設計においては，剛体近似に基づく安定性照査や応力照査が基本となる．一方，柔構造は落石対策として用いられてきたネット構造に代表される構造形式であり，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを散逸させることを設計思想の中心とする．これらの境界に位置する構造状態として，境界構造を導入する．境界構造は，落石衝突時に見られるような短時間・点的な衝撃作用を受ける柔構造とは本質的に異なる挙動を示す．すなわち，面的かつ比較的持続的に作用する土石流外力を捕捉面全体で受け止め，構造の変形に伴って荷重が空間的に再配分される構造状態である．境界構造では柔構造のような大変形による運動エネルギー吸収を設計の前提とすることは適切ではない．併せて，土石流の運動エネルギーを定量的に評価することは困難であり，直接適用することには課題がある．また，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも合理的ではない．

２．２　剛性比 η の導入と領域区分の定義

設計実務への適用性を考慮し，構造特性を表す無次元指標として剛性比 η を導入する．これは構造物全体の変形挙動を代表する等価剛性に基づく指標である．剛構造に比して変形が顕著となる構造物の応答を代表する等価剛性 k_{eq} を導入し，η を次式で定義する．

$$\eta = \frac{k_{eq}}{k_{ref}} \tag{1}$$

ここで，k_{eq}：剛構造以外の評価対象の剛性（等価剛性），k_{ref}：基準とする剛構造物の剛性（基準剛性）である．

なお，等価剛性は厳密値ではなく，実験・解析および既往の知見に基づく代表値として扱う．η に基づき，構造状態を以下の 3 領域に区分する（Table 1）．

1) 領域 I（剛構造）：従来の土石流設計荷重（荷重成分・分布・作用高）に準拠して評価可能な構造状態とし，剛性比 η が概ね β 以上となる領域（$\eta > \beta$）と定義する．
2) 領域 II（境界構造）：土石流作用下において，構造変形が荷重特性に無視し得ない影響を与える構造状態であり，提案する荷重分布モデルを適用できる領域とする．柔・剛構造の影響も無視できない範囲として $\alpha \le \eta \le \beta$ と定義する．
3) 領域 III（柔構造）：落石等の作用において変位およびエネルギー吸収が支配的となる構造状態であり，$\eta < \alpha$ と定義する．ただし，ここでは当該領域の詳細な検討は扱わない．

Table 1 Classification of each structure

Category I: Rigid structure ($\eta > \beta$)	Category II: Boundary structure ($\alpha \le \eta \le \beta$)	Category III: Flexible structure ($\eta < \alpha$)
・Rigid body assumption ・Load distribution across the acting surface	・Overall surface deformation ・Influence of deformation on load ・Partial rigid structural response	・Deformations occur on the flexible side ・Large deformations due to localized loads ・Rigid bodies only exert reaction forces
・Stress σ (stress verification) ・Bending, shear ・Stability verification	・Tension in flexible members and bending in rigid members ・Focused on member force evaluation	・Maximum tensile force T_{max} ・Energy verification

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

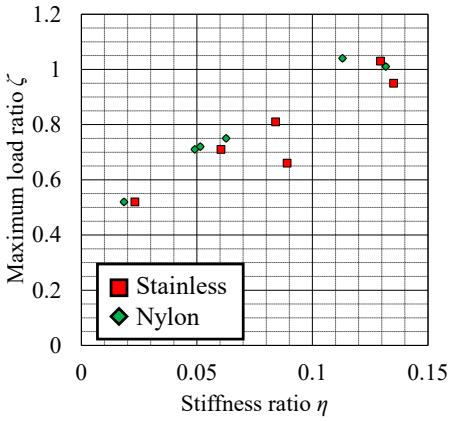


Fig. 1 Influence of stiffness ratio on maximum load ratio

なお，η は構造応答の支配無次元量であり，入力条件が一定であれば剛性比により整理可能である．

３．実験結果を基準とした境界構造の区分

３．１　実験の概要

境界構造の評価手法を検討するため，既報の結果 [2), 3)]を再整理した．本節では実験の概要を示す．実験は，長さ 4,350 mm，幅 300 mm の直線水路を用い，下流部に荷重計測装置を設置して，流下してきた土石流を捕捉した際の作用荷重を計測した．捕捉面には，変形が微小な剛構造モデルと，変形を許容するネットを設置し，これを境界構造モデルとする．ネットの材質は，ステンレスワイヤおよびナイロンの 2 種類とし，構造特性の違いが作用荷重に及ぼす影響を比較した．土石流条件としては，流速の異なる 6 種類のケースを設定し，各条件において荷重計測を行った．その結果，剛構造と境界構造に作用する荷重には明瞭な違いが確認された．特に，流速の大きい場合には，両構造に生じる最大荷重の差は小さくなる傾向が認められた．一方，多くのケースにおいて，境界構造に生じる最大荷重は剛構造よりも小さくなることが確認された．なお，境界構造の最大変形量については，柵高の半分以下であり，落石防護柵等で生じる大変形は確認されなかった．

３．２　実験結果に基づく境界構造の範囲

実験結果に基づき，構造特性を表す指標として剛性比 η を整理した．境界構造の等価剛性は，計測された最大荷重 F_{max} と最大変形量 δ_{max} との比（$k_{eq} \approx F_{max}/\delta_{max}$）により簡易的に評価した．基準剛性は，直径 ϕ 318.5 mm，板厚 t10.3 mm の片持ち梁を仮定して算出した．Fig. 1 は，境界構造と剛構造に生じた最大荷重の比率と，算出した剛性比 η との関係を整理したものである．Fig.1 より，η が概ね 0.05～0.01 付近を境に，剛構造と境界構造の作用荷重の差が拡大する傾向が確認された．この結果は，構造剛性の相対的な大きさが荷重伝達特性に影響を及ぼすことを示しており，η に基づく設計領域区分が整理指標となり得ることを示している．

３．３　境界構造の荷重評価手法の提案

現行の土石流設計荷重は，土石流流体力を構造に対して垂直に作用させるとともに，流動層以下に堆積した土砂による荷重の合力として評価されている [1)]．しかし，実験結果より，構造的特性の差異を考慮しない現状の荷重評価手法では実際に生じる荷重を過大に見積もる可能性がある．荷重計測結果と実験映像の比較検討の結果，剛構造と境界構造では以下 2 点の差異が確認された．

1)　土石流が構造物天端へ到達する際の衝突角度が，構造特性によって異なる場合がある．

2)　堆積土砂による静的荷重成分は，条件に依らず境界構造の方が剛構造より小さくなる傾向が認められた．

これらは，土石流捕捉時の流体力および堆積礫荷重に直接的に影響を与える因子となる．

以上の結果から，境界構造に対しては，衝突角度の影響および堆積土砂の荷重の低減効果を考慮した荷重評価手法が妥当と考え，Fig. 2 に示すような荷重分布モデルを提案する．本提案手法による算定値と実験値との比較結果を Fig. 3 に示す．現行設計に基づく評価では過大となる傾向が認められたのに対し，本提案手法は実験値と良好な対応を示した．これは，境界構造における適切な分布に基づく荷重による照査の可能性を示すものである．

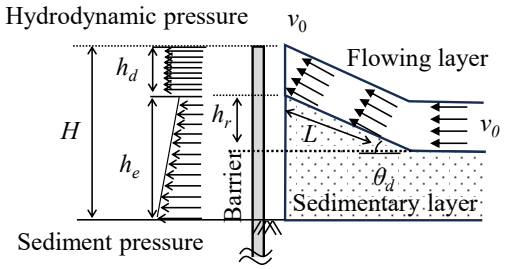


Fig. 2 Diagram of proposed debris flow load model

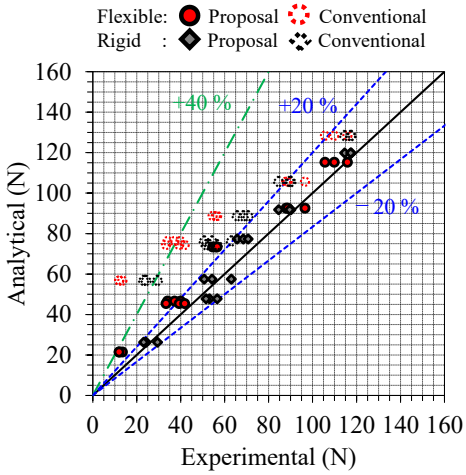


Fig. 3 Comparison of analytical and experimental values

４．まとめ

本研究では，新たな構造の評価区分として境界構造の領域について定義し，実験結果に基づく境界構造の区分を行った．また，定義された境界構造と剛構造との荷重の差異や土石流の衝突挙動について分析し，境界構造にも適用可能な新たな荷重評価手法を提案し，その妥当性についても確認した．

参考文献

1)　国土交通省 国土技術政策総合研究所：土石流・流木対策設計技術指針 解説，国総研資料 905 号, 2016.

2)　宮原邑太，堀口俊行：石礫型土石流の流速が柔構造物に及ぼす荷重緩衝効果の検討，砂防学会誌，78(5), pp.14-23, 2026.

3)　Y. Miyahara and T. Horiguchi: Study on velocity of flow velocity of bouldery debris flow on impact load on flexible barriers, Proceedings of 15th SILOS, pp.68-79, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

Effects of the Column on the Slab in Transmission Tower Foundations
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

阪村　七々郁（香川大・院）　　中泉　陽菜（奥村組）　　村上　知則（四国総研）
松島　学（香川大）　　吉田　秀典（香川大・創工）
Nanaka SAKAMURA, Kagawa University
Hina NAKAIZUMI, Okumura Corporation
Tomonori MURAKAMI, Shikoku Research Institute INC.
Manabu MATSUSHIMA, Kagawa University
Hidenori Yoshida, Kagawa University
E-mail: yoshida.hidenori@kagawa-u.ac.jp

In this study, pull-out tests simulating transmission tower foundations were conducted to investigate the influence of the column on the mechanical properties of the slab. The results confirmed that the presence of the column contributes to an increase in the bending cracking capacity up to the onset of interfacial separation between the column and the slab. In contrast, no significant influence of the presence or size of the column was observed on shear cracking capacity.

１．はじめに

近年，人口減少や省エネルギー化が進む一方で，データセンター等の普及により電力需要は増加している．わが国では，発電所と需要地が地理的に離れており，電力の安定供給には，送電施設の維持管理が重要となる．送電鉄塔の多くは 1960 年前後に建設され，無筋かつ老朽化が進行している上に，気候変動により自然外力が増大しているが [1]，材料費の高騰により，全面更新は困難であり，合理的かつ経済的な補修・補強による長寿命化が求められている．

送電鉄塔基礎は床版部と柱体部から構成されるが，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響は十分に検討されていない [2]．そこで本研究では，鉄塔基礎の合理的な補修・補強設計に資することを目的として，柱体部が床版部に及ぼす影響を明らかにする．

２．試験体概要

本研究では，実構造物の鉄塔基礎を 1/6 スケールで模擬したコンクリート試験体を作製し，引揚試験を実施した．支配的となる基礎体の破壊形態として曲げ破壊およびせん断破壊を想定し，これらに対応する試験体を計画した．

曲げ破壊対象試験体として，柱体部を有しない試験体（SPM01）および柱体部を有する試験体（SPM02）を，また，せん断破壊対象試験体として，柱体部の寸法を変化させた 2 種類の試験体（SPS01，SPS02）を作製した．これらに対して引揚試験を実施し，柱体部の有無および寸法の相違が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．

試験体は，つかみプレート，主脚材，取付板，いかり材の鋼材部とコンクリートから構成される．想定した破壊形態が支配的となるよう，配筋量および配筋配置を適切に設定した．試験体の概要を Table 1 に示す．引揚試験では，基礎体に作用する風荷重を想定した引揚力を載荷し，荷重―変位関係，ひび割れ性状および最終破壊形態を評価した．

３．試験結果および考察

各試験体の耐力の計算値と測定値を Table 2 に示す．なお，朱書の値は最終耐力を表している．

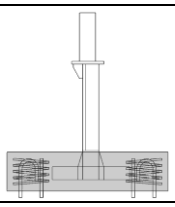
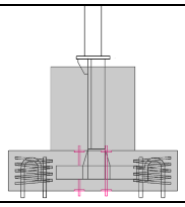
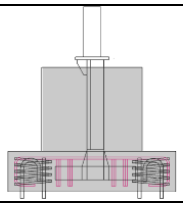
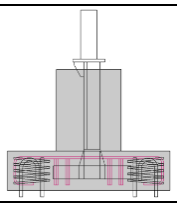
3.1　SPM01 試験体

SPM01 は，Fig.1 に示すように，34kN で十字状の曲げひび割れを生じて破壊に至った．Fig.2 より，測定値は計算値とほぼ同等で，当初想定通りの破壊挙動を示した．

3.2　SPM02 試験体

SPM02 は，まず，いかり材と取付板の接合部から柱体部の角部に向かってせん断ひび割れが発生･進展し，その後，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが発生すると想定していた．しかし，実際には，40kN で曲げに起因したひび割れが頂面に発生し，55kN で柱体部と床版部が剥離と同時に，明確な十字状の曲げひび割れが生じて破壊に至った（Fig.3，4 参照）．当初，せん断ひび割れが曲げひび割れに先行して発生し，かつ，柱体部と床版部は破壊に至るまで一体化していると想定としていたが，試験では，柱体部が剥離し，SPM01 と同様，十字状の曲げひび割れが卓越して破壊に至った．ここで，柱体部が半分程度剥離したと仮定して曲げひび割れ耐力を再計算すると，測定値に

Table 1 Overview of test specimens.

破壊モード	曲げ破壊モード		せん断破壊モード	
試験体名	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
試験体図				
柱体部	無	有	大	小
柱体幅／床版幅	―	0.5	0.6	0.4
補強筋（淡赤	―	せん断補強筋 2 本	曲げ補強筋 16 本	曲げ補強筋 16 本

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 2 Calculated and measured values.

	耐力(kN)	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
計算値	曲げひび割れ	36.9	73.7	92.2	61.4
	せん断ひび割れ	(61.0)	73.5	144.1	103.7
	最終耐力	-	-	164.6	164.6
測定値	曲げひび割れ	34.0	55.0	60.0	50.0
	せん断ひび割れ	-	×	65.0	55.0

近い 55.9kN となる．また，柱体部が無い（SPM01 試験体）場合，せん断ひび割れ耐力は 60kN 程度であることを考えると，SPM02 は，想定とは異なり，せん断ひび割れは発生せず，柱体部と床版部の剥離が生じた後，十字状の曲げひび割れが発生して破壊に至ったと類推される．

3.3 SPS01 試験体

SPS01 は，まず，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが，その後，いかり材と取付板の接合部からせん断ひび割れが発生し，破壊に至ると想定していた．しかし，実際には，60kN で柱体部と床版部の剥離および十字状の曲げひび割れが，その後，65kN で放射状のせん断ひび割れが発生し，破壊に至った（Fig,5，6 参照）．SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 60.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況より（Fig.7 参照），いかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し（灰色網掛），曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かると，その角度を低角に変えた（朱色網掛）ものと類推される．角度が低角となったことで，柱体部がない SPM01 にて想定したせん断破壊面より大きくなり，その結果，SPM01 の計算値より大きな値である 65kN でせん断ひび割れ破壊に至ったものと考える．

3.4 SPS02 試験体

SPS02 は，SPS01 と同様の破壊現象を呈し，SPS01 との違いは，SPS02 は SPS01 より柱体部が小さい分，曲げひびわれならびにせん断ひび割れに対する両耐力が低下すると想定していた．しかし，実際には，SPS01 と同様，50kN で十字状の曲げひび割れが発生・進展し，60kN で放射状のせん断ひび割れが発生して破壊に至った（Fig,8，9 参照）．ここでも，SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 50.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況（Fig.9）は，SPS01（Fig.7）と類似しており，その発生メカニズムも概ね同様であると推察される．また，SPS02 においても，せん断破壊面が曲げ補強筋位置に達すると破壊進展角度が緩やかとなり，せん断破壊面の広がりは SPM02 より大きくなった．このことから，せん断ひび割れ耐力は SPM02 より増大したと考えられる．一方で，柱体部寸法の大きい SPS01 と比較するとせん断破壊面は小さく，その結果，せん断ひび割れ耐力は SPS01 より低下したと考えられる．SPS02 については，試験後，ハンマーで砕いてせん断破壊面を露出させたところ，類推通り，せん断破壊はいかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し，曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かって，その角度を低角に変えていた．

4．まとめ

本研究では，鉄塔基礎を模擬した引揚試験により，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．その結果，柱体部は，柱体部と床版部の界面において剥離が生じるまでは曲げひび割れ耐力の向上に寄与することが確認された．一方で，せん断ひび割れ破壊に対しては，柱体部の有無および寸法の違いによる顕著な影響は認められなかった．以上より，床版部のせん断耐力の向上を目的としてせん断補強を施すことにより，せん断耐力の増大が期待できるとともに，当該補強によって柱体部と床版部の一体性が向上すれば，曲げ耐力の向上にも寄与する可能性が示唆された．

参考文献

1) 環境省：気候変動による災害激甚化に関する影響評価について 勢力を増す台風～我々はどのようなリスクに直面しているのか～，pp.11-18，2023.10.
2) 田邊成，斎藤修一，三島徹也，安雪暉：送電用鉄塔基礎の 4 本支持杭および直接支持床板における押抜きせん断耐力に関する研究，土木学会論文集，No.739/V-60，pp.1-13，2003.8.

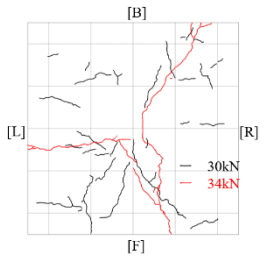


Fig.1 Crack pattern (SPM01)

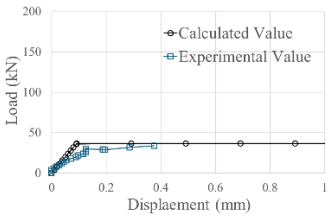


Fig.2 *P*-δ curve (SPM01)

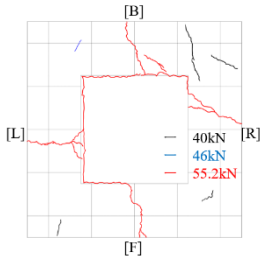


Fig.3 Crack pattern (SPM02)

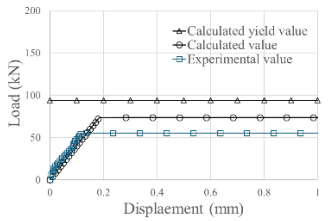


Fig.4 *P*-δ curve (SPM02)

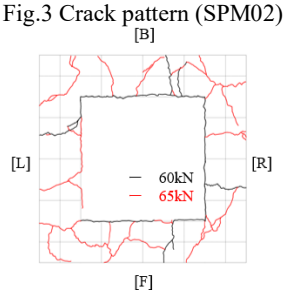


Fig.5 Crack pattern (SPS01 up)

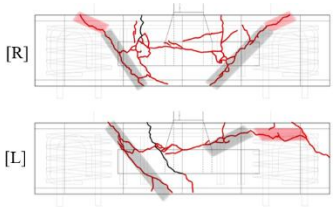


Fig.6 Crack pattern (SPS01 side)

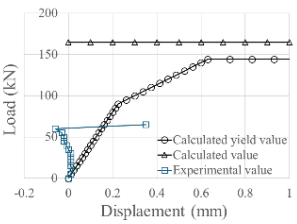


Fig.7 *P*-δ curve (SPS01)

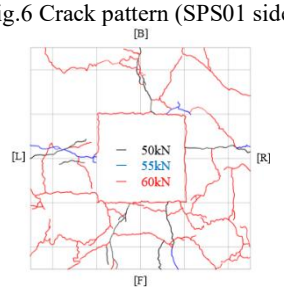


Fig.8 Crack pattern (SPS02 up)

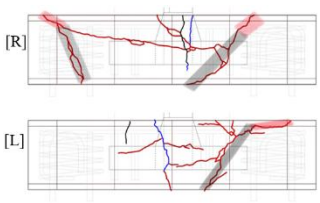


Fig.9 Crack pattern (SPS02 side)

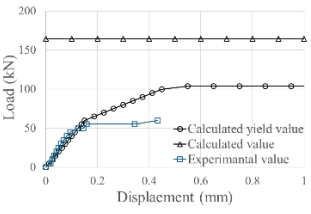


Fig.10 *P*-δ curve (SPS02)

弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法における FEM 要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

Investigation on the Dependence of FEM Element Size and Spatial Distribution in Elasto-Plastic Fatigue Crack Growth Life Evaluation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西垣　駿（大阪大・工）　桐生　泰輔（大阪大・工）　田中　颯人（大阪大・工）　中村　源太（大阪大・工）
柴田　誉（住友重機械工業（株））　フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　堤　成一郎（大阪大・工）
Shun NISHIGAKI, The University of Osaka
Taisuke KIRYU, The University of Osaka
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Genta, NAKAMURA, The University of Osaka
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

As the majority of damage in machines and structures is attributed to fatigue, there is a strong demand for establishing simulation technologies capable of predicting the life to fatigue fracture. The authors have previously proposed a unified evaluation method covering the process from fatigue crack initiation to fracture, based on elastoplastic FEM analysis. However, the crack propagation parameter used in this evaluation is dependent on the element size. Consequently, a remaining challenge is the high computational cost incurred when a small element size is specified. In this study, focusing on SENT specimens made of SM490A steel, a relational expression between the crack propagation parameter and the element size is proposed. Furthermore, the effects on prediction accuracy and analysis time were investigated using a model in which the element size was gradually increased in the crack propagation direction.

1．緒言

機械・構造物の損傷の多くは疲労に起因する [1]と言われる中，複雑な荷重履歴に対する疲労破壊までの寿命を高精度かつ簡便に予測可能なシミュレーション技術の確立が望まれる．著者らは，弾塑性 FEM シミュレーション結果から得られる局所的な弾塑性応答に基づき，疲労亀裂の発生寿命および破断までの進展寿命を統一的に評価可能な手法を提案 [2-4]している．本評価に用いる亀裂進展パラメータΔaは，亀裂先端近傍に位置する要素のサイズ（以降，要素サイズl）に依存して決定される．そのため，高精度な評価を目的として，要素サイズlを小さく設定した場合に計算コストが高くなることが課題としてあげられる．一方，先行研究 [2]では，CT 試験片を模擬した要素サイズl=0.005mm から 0.05mm の 2D モデルについて，試験結果を高精度で予測可能なΔaと要素サイズlの関係を定式化することにより，要素サイズlに非依存な疲労性能評価手法を提案している．しかしながら，計算コストの削減に有効な要素サイズlが大きな条件（l >0.05mm）に加えて，要素サイズlを不均一に配置したモデルへの適用性について検討はされていない．

そこで本研究では，SM490A からなる SENT 試験片を対象として，亀裂近傍に均一な要素サイズlのモデルを採用するとともに，疲労試験結果を再現可能な疲労亀裂進展パラメータΔaと最小評価距離a_0との関係式を提案する．次に，要素サイズlを亀裂進展方向に段階的に大きくしたモデルに対する提案手法の予測精度および解析時間に及ぼす影響について検討を行った．

2．弾塑性疲労性能評価手法の適用性検証

本研究で採用する疲労亀裂進展速度da/dNの評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し載荷に伴う弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [5]を採用した弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部の節点で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [3]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さ a における亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し回数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \qquad (1)$$

本手法の適用性検証として，SENT 試験片の疲労試験結果を対象に再現解析を行った．解析に使用した FE モデル（要素タイプ : 6 面体 1 次要素，要素サイズ : $l = 0.05mm$）を“基本モデル”と称し，Fig. 1 に示す．本解析により得られたサイクル数Nと亀裂長さaの関係を Fig. 2 に示す．これより，異なる最大応力および応力比で取得された実験結果の傾向を概ね再現可能であることが確認できる．

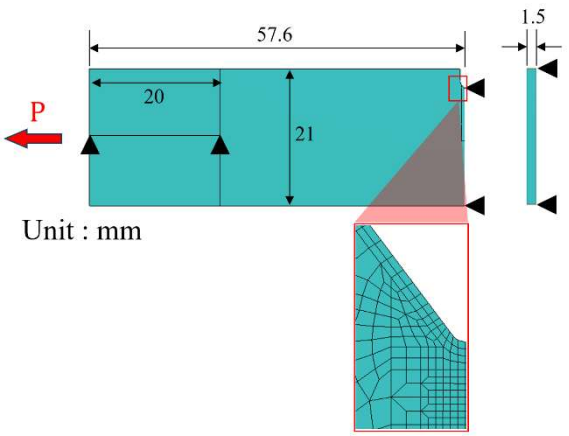


Fig.1　FE mesh and boundary conditions for SENT specimen

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

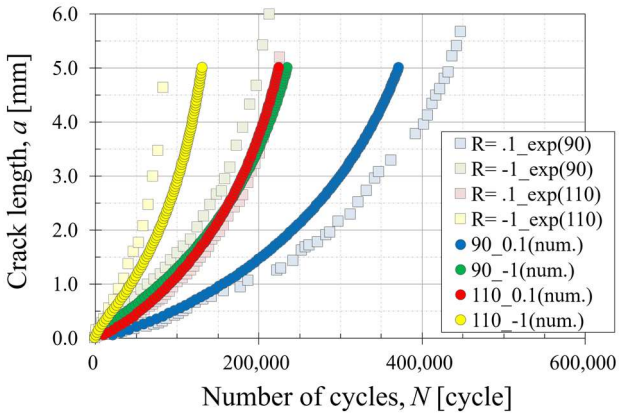


Fig. 2 Crack length vs. number of cycles

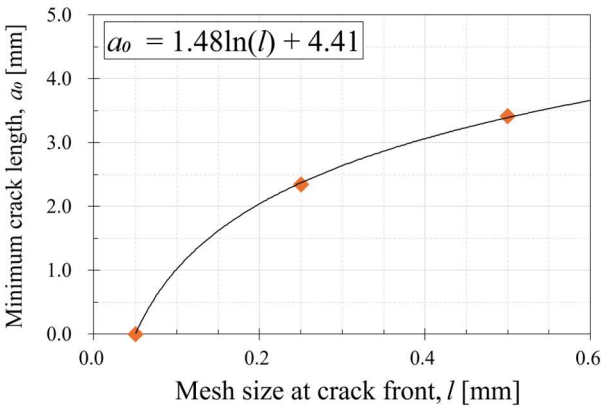


Fig. 3 Minimum crack length vs. mesh size at crack front

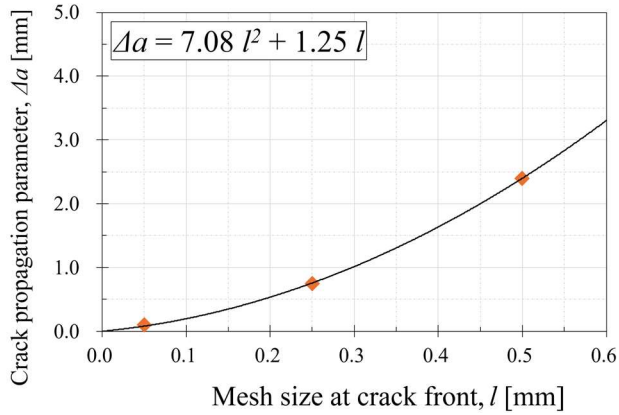


Fig. 4 Crack propagation parameter vs. mesh size at crack front

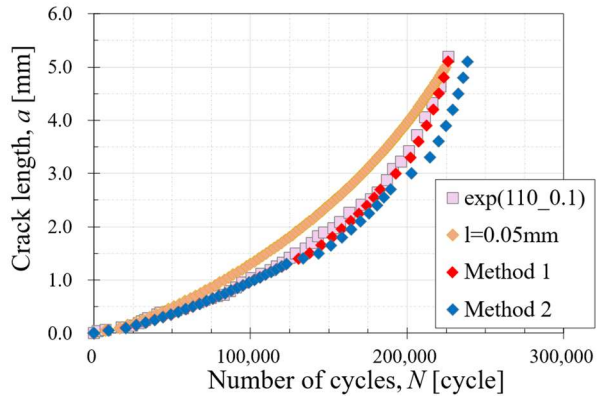


Fig. 5 Crack length a vs. number of cycles

３．要素サイズ影響に関する検討

要素サイズlを均一に設定した 3 種類（0.05/0.25/0.50 mm）の“均一要素モデル”に対する評価を実施した．ここで，疲労亀裂発生位置や発生直後の短い亀裂に関しては，切欠き部の形状再現性の影響を受けることから，適切な要素サイズlを設定する必要がある．そこで，
Δaの決定プロセスにおいて，実験結果との照査に採用する亀裂長さ(mm)の評価区間を$[a_0, 5]$と設定する．なお，基本モデルと同程度に実験結果を予測可能なa_0およびΔaを他の要素サイズlにおいても決定するとともに，得られたa_0とlの関係およびΔaとlの関係をそれぞれ$a_0 = 1.48ln(l) + 4.41$および$\Delta a = 7.08l^2 + 1.25l$として規定した（Fig. 3 および 4 参照）．

４．段階要素モデルに関する検討

要素サイズlを基本モデルと同じ 0.05mm から 0.30mm まで段階的に変化させた“段階要素モデル”に対して検討を行った．また，要素サイズlが急激に変化する領域での亀裂進展速度の評価手法として，次の 2 種類の手法について比較を行った．すなわち，亀裂進展速度の評価に採用する要素サイズlとして，Method1：亀裂先端節点の前方の要素サイズlを採用，Method2：亀裂先端節点を共有する前後の要素サイズlの平均値を採用した．基本ケースを含めた評価結果を実験結果とともに Fig. 5 に示している．これより，いずれのケースにおいても，実験結果を概ね再現可能であり，更に段階要素モデルによって，基本モデルと比較して解析時間を大幅に短縮するなど，その有用性を確認した．

５．結言

本研究では，要素サイズlやその分布に非依存な疲労性能予測手法の提案を目的として，疲労性能評価手法の要素サイズ依存性及び，段階要素モデルに対する適用性について検討を行った．その結果，任意の要素サイズ l に対してa_0およびΔaを決定可能な関係式を提案した．また，段階要素モデルに対する検討により，疲労亀裂進展挙動を高精度かつ短縮時間で評価可能であることを示した．

参考文献

1) 日本材料学会編: 疲労設計便覧, 1995,養賢堂.
2) 堤成一郎, 長濱啓和, Riccardo Fincato: 局所的弾塑性応答に基づく鋼材の疲労き裂発生および伝播寿命評価, 土木学会論文集 A2, 75, 2 (2019), I_445-O_453.
3) 柴田誉, 桐生泰輔, 佐藤啓介, フィンカト リカルド, 堤成一郎: 弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法, 土木学会論文集, 81, 15 (2025), 24-15028.
4) 田中颯人, フィンカト リカルド, 高木芳史, 崎本隆洋, 堤成一郎: 分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究, 土木学会論文集, 82, 15(2026), 25-15030.
5) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

Time-Consistent Risk Evaluation for Infrastructure Maintenance under Uncertainty of Stochastic Property (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石橋　明香里（東京大・工）　本田　利器（東京大・新領域）
Akari ISHIBASHI, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: ishibashi-akari@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study proposes a time-consistent risk evaluation framework for infrastructure maintenance under uncertainty of stochastic properties. Conventional maintenance planning relies on expected life-cycle cost (LCC) evaluation, which cannot adequately capture extreme events. Tail risk measures have therefore attracted increasing attention. To incorporate distributional uncertainty, Entropic Value-at-Risk (EVaR) with a Kullback–Leibler (KL) divergence constraint is employed. A nested risk structure is adopted to ensure time consistency in sequential decision-making problems. Numerical simulations of RC slab deterioration demonstrate that the method provides estimates closer to true risk values at the initial decision stage.

1. はじめに

インフラ維持管理では，劣化予測に基づくリスク評価が合理的な意思決定を支える基盤となる．従来の維持管理計画では，期待値に基づく LCC (Life cycle cost) 評価が広く用いられてきた．しかしながら，期待値に基づく評価は極端事象の影響を十分に反映できないという問題を有する．このため，近年ではテイルリスクに着目したリスク評価指標の研究がなされており，数学的にも優れた性質を有する代表的なものとして Conditional Value-at-Risk (CVaR) がある．

実構造物の劣化過程は本質的に不確実であり，劣化モデルにおいて仮定した確率分布が真の分布と乖離する可能性を常に含んでいる．従来のリスク評価手法では，劣化過程の確率特性は特定の確率分布によりモデル化されることが一般的である．しかしながら，実際の劣化挙動との乖離可能性を含む分布の誤差は，評価指標の中で明示的には考慮されていない[1]．さらに，インフラ維持管理は逐次的意思決定問題であるため，評価指標には時間的整合性が要求される．すなわち，将来時点から評価した場合にも，過去の意思決定と矛盾しないリスク評価が必要となる．

本研究では，確率特性の不確実性を明示的に考慮可能かつ時間的整合性を満たす動学的リスク指標の構築を行う．

2. 確率分布の不確実性を考慮した評価枠組み

確率分布の不確実性を扱うため，Entropic Value-at-Risk (EVaR)[2] に着目する．損失を表す確率変数 X に対し信頼水準 $\alpha \in (0,1)$ における EVaR は次式で定義される．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \inf_{\theta>0}\left\{\frac{1}{\theta}\left(\ln \mathbb{E}[e^{\theta X}] - \ln(1-\alpha)\right)\right\} \tag{1}$$

EVaR は，同一の信頼水準 α において，$\mathrm{VaR}_\alpha(X) \le \mathrm{CVaR}_\alpha(X) \le \mathrm{EVaR}_\alpha(X)$ の関係を満たすことが知られている．すなわち，EVaR は広く用いられているリスク指標である VaR および CVaR と比較して，より保守的なリスク評価を与える．さらに，EVaR は以下の双対表現を持つ．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \sup_{Q \ll P}\left\{\mathbb{E}_Q[X] \,\middle|\, D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) \le -\ln(1-\alpha)\right\} \tag{2}$$

ここで P は想定分布，Q は真の分布候補，$D_{\mathrm{KL}}(Q\|P)$ は Q と P の間の Kullback-Leibler (KL) 距離を表す．この双対表現は，EVaR が想定分布から一定の KL 距離内に存在する分布のうちで最大の期待損失を表すことを意味する．

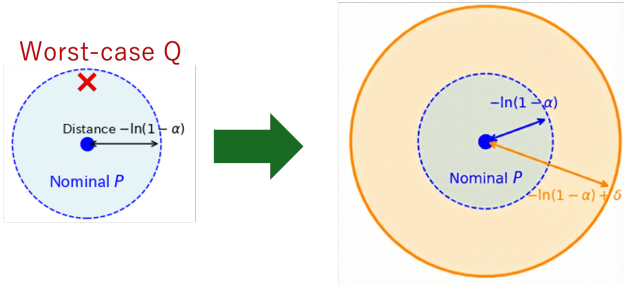


Fig. 1　Description of distributional uncertainty in EVaR

本研究では，上述の双対表現の性質に基づき，確率分布の不確実性を KL 距離として導入する．EVaR の双対表現において，信頼水準 α は，想定分布 P を中心とする KL 距離 $-\ln(1-\alpha)$ の分布集合を規定する．すなわち，リスク評価は，この分布集合内に存在する最悪分布に対する期待損失として解釈される．ここで，確率分布の不確実性を考慮するため，分布不確実性 δ を導入し，

$$-\ln(1-\alpha') = -\ln(1-\alpha) + \delta \tag{3}$$

と定義する．この関係は，**Fig.1** に示すように，KL 距離球の半径を拡張する操作に対応する．すなわち，想定分布 P から KL 距離 δ 以内に存在する追加的な分布の揺らぎを考慮することを信頼水準の引き上げ $\alpha \to \alpha'$ によって達成できることを意味する．

本枠組みにおいて δ は，想定分布と真の分布の乖離許容度を表し，モデル化誤差，環境条件の変動，およびデータ不足に起因する確率特性の不確実性などを統一的に表現する調整パラメタとして機能する．これにより，分布の誤差を明示的に考慮したロバストなリスク評価が可能となる．

ただし，KL 距離は一般的な距離とは異なり，三角不等式を満たさないため，，分布不確実性を δ 分だけ追加しても，想定分布と真の分布の乖離許容度を単純に δ だけ増加させることにはならない．つまり，信頼水準を α から α'

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

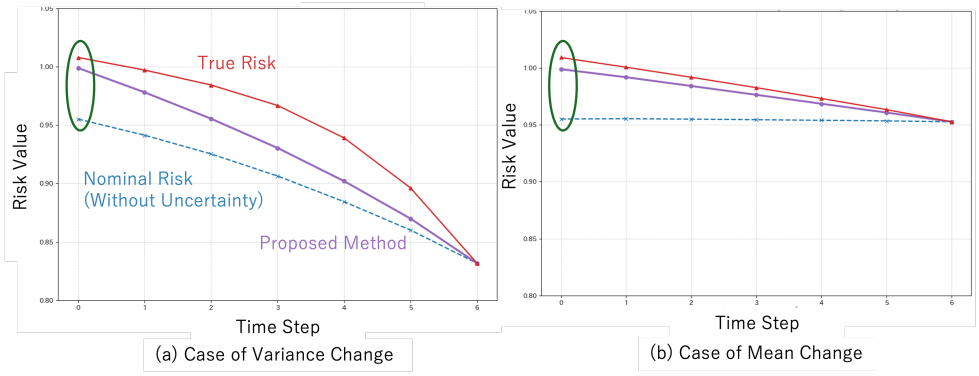


Fig. 2　Risk Trajectories for Different Stochastic Property Cases

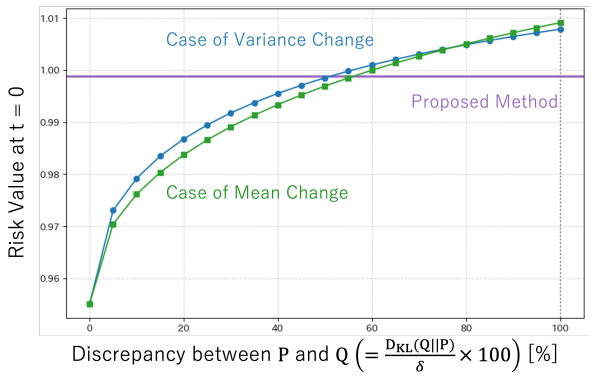


Fig. 3　分布乖離度に対する感度分析

へ調整する操作が，必ずしも全ての δ 乖離ケースを包含することを意味するものではない．本研究では，その妥当性を数値的に検証する．

3.　リスク指標における時間的整合性の獲得

一般に期待値の場合とは異なり，単期間で定義されるテイルリスク指標は，逐次的意思決定問題において時間的整合性を満たさない．時間的整合性が成立しない場合，将来時点から評価した際に，過去の意思決定との間に不整合が生じる可能性がある．

そこで本研究では，一期間リスク評価を後ろ向きに反復適用する入れ子構造[3] を導入する．

$$\rho_t(X) = \mathrm{EVaR}_{\alpha'}\left(\rho_{t+1}(X)|\mathcal{F}_t\right) \tag{4}$$

ここで，$\rho_t(\cdot)$ は時点 t における動学的リスク指標，$\mathcal{F}_t$ は時点 t までの情報集合を表す．この構造により，分布不確実性を考慮しつつ，時間的整合性を満たす動学的リスク評価が可能となる．本研究ではこの指標を信頼水準 α' における Iterated EVaR と呼ぶ．

4.　数値シミュレーション

提案手法の有効性を検証するため，RC 床版の土砂化の進行過程を対象とした数値シミュレーションを実施した[4]．本解析では，劣化進行が載荷回数に依存するものと仮定し，評価期間を 6 期間として設定した．各期間における載荷回数 N_t の想定分布を $N_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ とした．

確率特性の不確実性を表現するため，真の確率特性として $\mathcal{N}(\mu, a\sigma^2)$，$\mathcal{N}(b\mu, \sigma^2)$ を設定した．ここで，各確率特性は想定分布との乖離度が所定の KL 距離 $D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) = \delta$ を満たすようパラメタ a と b を調整した $(a = 7.68, b = 1, 32)$．

これにより，平均変動および分散変動がリスク評価へ与える影響をモンテカルロシミュレーションで比較した．

評価比較として，真の分布に基づくリスク値（True Risk: 想定分布を真の分布として信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），想定分布に基づくリスク値（Nominal Risk: 信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），および分布不確実性 δ を導入した提案手法（Proposed Method: 信頼水準 α' における Iterated EVaR で評価）によるリスク値を算出した．**Fig.2** に想定分布に対しそれぞれ平均・分散が異なる場合のリスク推移を示す．$t = 0$ 時点に着目すると，Nominal Risk は True Risk と比較して過小評価となる傾向が確認される．これに対し，Proposed Method は True Risk に近い値を与えており，初期意思決定段階におけるリスク評価の補正効果が確認された．

続いて，想定分布と真の分布との乖離度に対する感度分析を実施した．**Fig.3** に解析結果を示す．平均あるいは分散が異なるケースでは，乖離度が過度に大きくない領域において，提案手法は真のリスク値を上回る評価を与え，安全側の評価を維持することが確認された．この結果は，分布乖離度が過度に大きくない範囲において，提案手法が分布の乖離の影響を適切に反映し，ロバストなリスク評価が可能であることを示している．

5.　おわりに

本研究では，確率特性の不確実性の考慮を信頼水準の操作へ変換する評価枠組み，および時間的整合性を満たす Iterated EVaR を提案した．本手法は，分布の不確実性を明示的かつ操作可能な形でリスク評価へ組み込むことを可能とする．今後は，KL 距離の非距離性の考慮，考慮する分布不確実性の大きさが不確実性評価へ与える影響の分析，および提案手法の実務的意思決定への適用が課題である．

参考文献

1) Biondini, F. and Frangopol, D. M.: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structural Systems under Uncertainty, Journal of Structural Engineering, Vol.142, No.9, F4016001, 2016.
2) Ahmadi-Javid, A.: Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.155, No.3, pp.1105-1123, 2012.
3) Hardy, M. R. and Wirch, J. L.: The Iterated CTE: A Dynamic Risk Measure, North American Actuarial Journal, Vol.8, No.4, pp.62-75, 2004.
4) 嘉瀬由葉, 古川智也, 高橋佑弥: 実道路橋梁を対象とした床版土砂化予測に基づく予防保全的維持管理の提案, コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集, 22, pp.523-528, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

GPU スーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

Massively Parallel Bayesian Inference for Fault Slip Estimation Accelerated on GPU Supercomputer (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中尾 魁（東大・地震研）　市村 強（東大・地震研）　藤田 航平（東大・地震研）
Kai NAKAO, The University of Tokyo
Tsuyoshi ICHIMURA, The University of Tokyo
Kohei FUJITA, The University of Tokyo
E-mail: k-nakao@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a GPU-accelerated method for massively parallel Bayesian inference and used it for estimation of fault slip. Bayesian inference enables robust parameter estimation and uncertainty quantification but requires extensive Monte Carlo sampling resulting in high computational cost. Although massively parallel solutions have been proposed for CPU-based supercomputers, their computational pattern is not well suited for GPU acceleration. In this study, we developed the methodology that works efficiently on GPU-based supercomputers and evaluated its performance on the supercomputer Miyabi. It was shown that the proposed implementation achieved 42.1x speedup per node compared with the CPU version on Fugaku.

1. はじめに

観測データから観測不可能なモデルパラメータを推定する逆解析は，多くの分野に見られる重要な解析である．パラメータを確率変数として扱い，その確率分布を求めるベイズ推論は，観測データと事前情報を統合した安定な推定を可能とし，さらに不確実性定量化により信頼性の高い解を得ることができる有用な手法である．一方，パラメータ空間全体の探索にはモンテカルロサンプリングが必要であり，多数（しばしば 10 万以上）の順解析を要するため計算コストが極めて大きいという課題がある．この計算コストに対処するため，多数のサンプルの尤度評価を並列に実行する手法が提案されている．筆者らはこれまで，並列計算に適したアルゴリズムに基づき，スーパーコンピュータ富岳の高い解析能力を活用した「超並列ベイズ推論」を提案し，複雑な断層モデルのベイズ推定において，その有効性を示している[1]．

近年および次世代のスーパーコンピュータでは，CPU と比較してさらに高い演算性能を持つ GPU の採用が主流となり，GPU の性能を活用した，さらに高速なベイズ推論の実現が期待される．しかし，富岳の CPU 用に開発された超並列ベイズ推論の既往手法では，計算粒度が小さく不均一であり，GPU への単純な移植では高効率な実行が困難であった．そこで本研究では，GPU に適合した手法を設計し，GPU スーパーコンピュータ Miyabi においてその性能を検証する．

2. 手法

対象問題は，地殻変動データ $\boldsymbol{d}$ から断層ジオメトリ $\boldsymbol{\theta}$ および断層面上のすべり分布 $\boldsymbol{s}$ を推定するベイズ逆解析である．サンプリング計算は 2 層の階層構造を持ち，外側ループで $\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングを行い，$\boldsymbol{\theta}$ の尤度評価が必要な際には，内側ループで $\boldsymbol{\theta}$ を固定した $\boldsymbol{s}$ のサンプリングを行って周辺尤度を評価する．両者のサンプリングには，並列計算に適した Sequential Monte Carlo (SMC; Alg. 1) を用い，$\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングは MPI プロセス間で，$\boldsymbol{s}$ のサンプリングは GPU スレッド間で並列化する．

主な計算コストは，$\boldsymbol{s}$ の mutation において，各サンプルを Hamiltonian Monte Carlo (HMC) により更新する処理にかかる．Alg. 2 に，Ching & Chen (2007)[2] に基づく既往の CPU 実装のアルゴリズムを示す．ここで，$\boldsymbol{p}_i$ は $\boldsymbol{s}_i$ に共役な運動量ベクトル，N^i_{move} は $\boldsymbol{s}_i$ の HMC 更新回数，N_τ は 1 回の HMC 更新におけるステップ数である．N^i_{move} は，総和がサンプルサイズ N_s となるように，各サンプルの尤度に応じて割り当てられる．主要な計算カーネルは $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{s}_i$ の密行列-ベクトル積である．この方法では N^i_{move} がサンプルごとに異なるため，スレッド間の負荷不均衡により，GPU では $\boldsymbol{s}_i$ に関して並列計算を行うことが難しい．そこで GPU 向けの実装では，全サンプルで N_{move} を統一したアルゴリズム[3] を採用した．この場合，$\boldsymbol{s}_i$ のループを j,k のループの内側に移動でき，ブロック変数 $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}_1 \cdots \boldsymbol{s}_{N_s}]$，$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{p}_1 \cdots \boldsymbol{p}_{N_s}]$，$\boldsymbol{D}' = [\boldsymbol{d}' \cdots \boldsymbol{d}']$ を導入することで，Alg. 3 のように表される．この変更により負荷不均衡が解消され，主要カーネルは密行列-行列積 $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{S}$ となり，GPU に適した密な計算構造へ変換される．N_{move} の値は，実際のアプリケーション条件において，精度が既往アルゴリズムと同等であることを確認したうえで，$N_{\mathrm{move}} = 3$ に設定した．この変更により総演算回数は約 3 倍に増加するが，GPU の高い並列性を活かした実行時間の短縮が期待される．

実アプリケーションにおいて $\boldsymbol{S}$ および $\boldsymbol{G}'$ のサイズはそれぞれ (1000×200)，(200×200) 程度と比較的小さく，単一プロセスでは GPU の計算資源を十分に活用できない．そこで，複数プロセスのカーネルを同一 GPU 上で同時実行する Multi Process Service (MPS) を導入して GPU 利用率を向上させた．

Algorithm 1: Sequential Monte Carlo

input : Samples from the prior distribution
output: Samples from the posterior distribution
$\gamma \leftarrow 0$;
while $\gamma < 1$ **do**
  Resampling according to likelihood;
  for *each sample* **do**
    Mutation by MCMC (**in parallel**);
  Synchronize processes;
  $\gamma \leftarrow \gamma + \Delta\gamma$;

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Algorithm 2: Original HMC for CPU

for *each sample* $\boldsymbol{s}_i$ **do**
  for $j = 1, \ldots, N^i_{\text{move}}$ **do**
    for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
      $\boldsymbol{s}_i \leftarrow \boldsymbol{s}_i + C\boldsymbol{p}_i\Delta\tau$;
      $\boldsymbol{p}_i \leftarrow \boldsymbol{p}_i + (\boldsymbol{d}' - G'\boldsymbol{s}_i)\Delta\tau$;

Algorithm 3: Modified HMC for GPU

for $j = 1, \ldots, N_{\text{move}}$ **do**
  for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
    $\boldsymbol{S} \leftarrow \boldsymbol{S} + C\boldsymbol{P}\Delta\tau$;
    $\boldsymbol{P} \leftarrow \boldsymbol{P} + (\boldsymbol{D}' - G'\boldsymbol{S})\Delta\tau$;

3. 性能評価

提案手法の性能を評価するための数値実験について述べる．すべての数値実験はスーパーコンピュータ Miyabi で実施した．Miyabi は各ノードに NVIDIA GH200 Superchip を 1 基搭載する GPU ベースのスーパーコンピュータである．真の断層ジオメトリとすべり分布を仮定して地殻変動の合成データを生成し，その逆解析を行った．

まず，MPS による 1GPU あたりの最適なプロセス数を調べるため，Miyabi の 1 ノードを用いて，$\boldsymbol{\theta}$ に関する SMC を 10 反復だけ行う Mini application で性能評価を行った．ここで，SMC のサンプルサイズは $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960$，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$，HMC カーネルの設定は $N_{\text{move}} = 3$，$N_\tau = 50$ とした．Fig. 1 に，プロセス数を 1 から 32 まで変化させた場合の計算時間および実効性能を示す．実効性能は主要カーネル $\boldsymbol{G'S}$ の演算回数を総実行時間で除することで算出した．プロセス数 16 において最大の性能 13.40 TFLOPS が得られ，Tensor Core を用いた倍精度理論演算性能の 20.0% に相当する高性能が確認された．

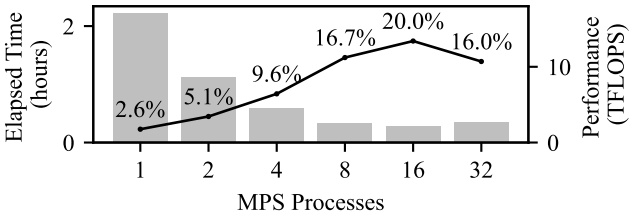


Fig. 1 Mini-application performance on one Miyabi node. Gray bars indicate the total elapsed time. Black lines indicate the effective GPU performance and its ratio to the FP64 Tensor Core peak performance.

続いて，多数ノードを用いた超並列環境で性能が維持されるかを検証するため，実アプリケーション条件において Weak scaling テストを実施した．Mini application の結果に基づき，1 ノードあたり 16 プロセスで並列化し，サンプルサイズを $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960 \times$ ノード数，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$ とした．Fig. 2 に，ノード数を 1 から 128 まで変化させた場合の計算時間と，1 ノードを基準とした並列化効率を示す．128 ノードまで 92.3% の並列化効率を維持しており，$N_{\boldsymbol{\theta}} = 122880$ に達する大規模サンプリングにおける有効性が確認された．

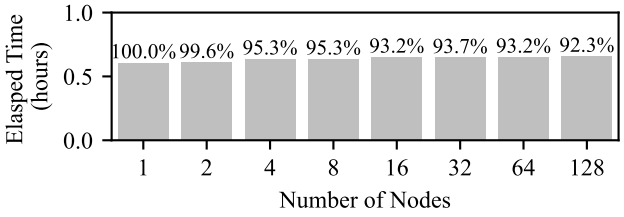


Fig. 2 Weak scaling from 1 to 128 nodes on Miyabi. Gray bars indicate the total elapsed time. The numbers above the bars indicate the parallel efficiency relative to the 1-node case.

Miyabi の 128 ノードと同条件の解析を既往の CPU 実装で行うと，富岳の 1024 ノードを用いて 3.5 時間を要した．この結果と比較すると，本 GPU 実装はノードあたり 42.1 倍の高速化を達成している．Miyabi と富岳の間で 1 ノードの倍精度理論演算性能比は 19.7 倍であり，GPU 向けの手法開発により，理論性能比を上回る高速化が実現された．

4. おわりに

本研究では，断層すべりのベイズ推定を対象に，GPU スーパーコンピュータ上で超並列ベイズ推論を行う手法を提案し，Miyabi を用いてその性能を評価した．計算が均一かつ密になるようにアルゴリズムを設計し，MPS を活用して GPU 利用率を向上させることで，富岳の CPU 実装と比較して，ノードあたり 42.1 倍の高速化を達成した．これにより，従来は GPU 計算に不向きであった超並列ベイズ推論を GPU 上で高効率に実行できることを示した．本手法は，ベイズ推論の他の応用に加え，アンサンブルデータ同化や集団的最適化など，多数の小規模な順解析を反復する解析の GPU 実行に有効であると考えられる．

謝辞：本研究は，最先端共同 HPC 基盤施設（JCAHPC）が提供するスーパーコンピュータ Miyabi の計算資源を用いて実施されました．本研究は，文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム「「富岳」による地震の大規模シミュレーションの基礎拡充と社会実装へ向けた展開」(JPMXP1020230213) の一環として実施されたものです．また，本研究の一部は，スーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け，実施しました (課題番号：hp230203, hp240217, hp250230)．本研究は JSPS 科研費 23H00213, 25K21686 の助成を受けたものです．本研究は，JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2108 の支援を受けたものです．

参考文献

1) Nakao, K., Ichimura, T., Munekane, H., Kobayashi, T., Hori, T. and Fujita, K.: Simultaneous Bayesian estimation of multisegment fault geometry and complex slip distribution: application to the 2024 Noto Peninsula earthquake, Geophysical Journal International, Vol.242, No.2, ggaf231, 2025.
2) Ching, J. and Chen, Y.-C.: Transitional Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Model Updating, Model Class Selection, and Model Averaging, Journal of Engineering Mechanics, Vol.133, No.7, pp.816-832, 2007.
3) Del Moral, P., Doucet, A. and Jasra, A.: Sequential Monte Carlo Samplers, Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, Vol.68, No.3, pp.411-436, 2006.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

Fast and Energy-efficient Multi-wavefield Analysis Method and its Application to Internal Structure Estimation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊東　秀晃（東京大・地震研）　市村　強（東京大・地震研）
藤田　航平（東京大・地震研）　Lalith Maddegedara（東京大・地震研）
堀　宗朗（海洋開発研究機構）
Hideaki ITO, The University of Tokyo
Tsuyoshi Ichimura, The University of Tokyo
Kohei Fujita, The University of Tokyo
Lalith Maddegedara, The University of Tokyo
Muneo Hori, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
E-mail: hideakiito@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a multi-wavefield analysis method for a densely coupled CPU-GPU environment, achieving 7.81 times faster than conventional methods. By training a neural network using the results, we built a surrogate model capable of evaluating 3D structural characteristics. This approach enables 3D inverse estimation 39 times faster than direct simulation, making high-resolution digital twin construction practically feasible.

1. はじめに

都市のレジリエンスと生産性を高めるため，高詳細なデジタルツイン構築が求められている．デジタルツイン構築を推進するには，地盤や社会基盤構造物のような巨大な系における 3 次元内部構造の推定が不可欠である．特に，表面加振への応答の観測値と，数値モデル上での計算値とを照査して内部構造を推定する手法が一般的である．この様な巨大かつ不均質な系の内部構造の推定には複雑形状や不均質構造の表現に優れる 3D 有限要素法 (FEM) の適用が有効である．しかし，高周波帯域まで精度を保証した波動場解析には十分な離散化が必要であり，計算コストの観点から高解像度な内部構造推定は極めて困難である．例えば，1k̇m 四方のモデルで 5Ḣz までの精度保証をする場合，数千万自由度の解析を数千タイムステップに渡って実行しなけらばならない．さらに，入力波の特性に依存しない固有の振動特性 (e.g. 卓越振動スペクトル) を抽出するためには，多数の入力ケースを用いた解析が必要となる．また，単一モデルでの解析時間が十分短縮されたとしても，逆解析において膨大な数のモデルを探索することも計算コストをさらに増大させる要因となる．これらの課題を踏まえ，本研究では以下のアプローチで解析コストの削減を図る．i) 近年の計算機の開発進展により可能になった CPU-GPU 間の高速なデータ転送を活用し，CPU と GPU の協調計算により多入力ケースに対する応答の計算を高速に行う．ii) i) により得られた解析データからニューラルネットワーク (NN) ベースのサロゲートモデルを構築し，内部構造の推定を効率的に行う．

2. 密結合 CPU-GPU 環境における高速な多ケース同時波動場解析

本研究では，以下の線形弾性体の支配方程式に対し，表面加振のパターンを変化させた多ケースの解析を効率的に実行する:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(c_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right) = f_i. \tag{1}$$

ここで，ρ は密度，u_i は変位ベクトル，t は時間，x_j は空間座標，c_{ijkl} は 4 階の弾性テンソル，f_i は外力ベクトルを表す．空間離散化には，複雑な幾何形状のモデル化や応力自由境界条件の再現に適した四面体二次要素による FEM を用いる．また，時間積分には，CFL 条件に起因する時間刻みの制約を緩和するため，Newmark の β 法を採用する．

上記の計算は，各タイムステップで線型方程式を共役勾配 (CG) 法により反復的に解くことで行われる．解析のボトルネックとなる反復ソルバーの加速には，CPU-GPU 間の高速なデータ転送が可能な計算環境を活用したアルゴリズム[1] を導入した．この計算アルゴリズムでは，CPU 上での CG 法の初期解予測と GPU 上の効率的な反復ソルバーとを同時実行することで高速かつ高エネルギー効率な解析が可能になる．特に，反復ソルバー内では Element-by-Element 法を用いてメモリアクセスを効率化し，単一入力ケースあたりの解析時間を短縮する．実際，不均質地盤を模した 3 層の地盤モデルに対してこの計算手法を適用したところ，従来手法と比較して 1 ケースあたり 7.81 倍の高速化を達成した．

3. サロゲートモデルへの応用と内部構造推定の適用例

まず前節の手法により生成した解析データを学習させ，NN ベースのサロゲートモデルを構築する方法について述べる．次いで，構築したサロゲートモデルを用いて実地盤を模した 3 次元内部構造の逆解析を行い，本手法により現実的な計算コストで内部構造推定が実行可能となることを示す．なお，内部構造を表す物理量として地表面で観測される卓越振動スペクトルを用いる．卓越振動スペクトルは，変位応答から抽出される自由振動に対応する波形を FDD 法[2] により周波数領域で特異値分解することで得られる．この際，アンサンブル平均が十分収束したスペクトルを得るため，32 ケースの入力に対する応答を評価に用いている．

3.1. NN ベースのサロゲートモデルの構築

地盤構造と卓越振動スペクトルの非線形な対応関係を学習させ，卓越振動スペクトルを高速に評価可能なサロゲートモデルを構築した．地盤の振動特性は，観測点周りの局

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

所的な地盤構造に強く依存するため，本研究では局所的な3次元地盤構造をNNの入力とする．しかし，入力となる3次元グリッド構造と出力である卓越振動スペクトルとの間には大きな次元の乖離があり，これが学習の不安定化や過学習を招く懸念がある．そこで，まずEncoder-Decoder構造を用いて入力データの再構成を行い，出力次元と同等程度の次元数をもつ潜在空間を構築した．この潜在空間上の特徴量と卓越振動スペクトルを対応付けることにより，安定的な学習と高精度な予測を両立させている．

3.2. 地盤構造逆解析への応用

実地盤を模擬して生成した水平方向の不均質性をもつ3層の地盤構造を参照モデルとし，ランダムなサンプル地点における層厚データから参照モデルを再現する地盤モデルを提案手法により推定可能であることを示す．ここでは，500 m×500 mの範囲のランダムな80地点で得られた層厚から，逆距離荷重法の補間により120の候補モデルを生成し，この中から尤もらしいモデルを選択するものとした．120のモデルから地盤構造の観点から最も異なる3つのモデルを選び，これらに対して2節のアルゴリズムを用いて32ケースの入力に対する応答を計算した．この際，5 Hzまでの精度保証を目指し，空間離散化幅は2.5 m時間離散化幅は0.005秒とし，8192ステップに渡って計算を行った．3つのモデルから一辺100 mの立方体で表される局所構造と卓越振動スペクトルのペアを取得し，62,000のデータセットを構築した．なお，入力データの立方体グリッドは2.5 mの解像度で各点の物性値が格納されている．

学習済みのNNの汎化性能を評価するために，学習データ生成には用いていないモデルからテストデータセットを構築した．図1に予測誤差が最小・最大であったケースの予測スペクトルを真値とともに示す．およそスペクトルの形状は良好に予測できていることが確認された．

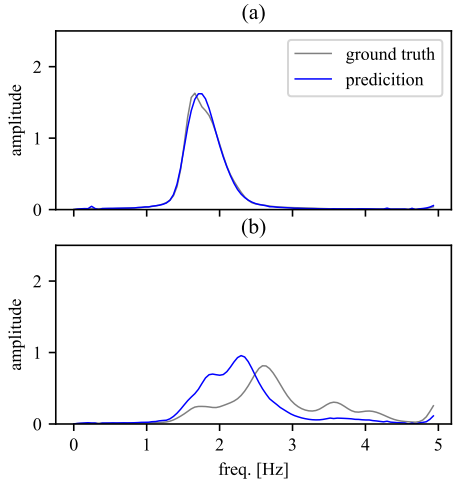


Fig. 1 Comparison of predominant frequency spectra between ground truth and NN prediction: (a) minimum error and (b) maximum error in test dataset.

図2には，サロゲートモデルにより評価されたモデルのうち卓越振動スペクトルの疑似観測値との乖離が最小，最大であったモデルと参照モデルを示す．サロゲートモデルの汎化性能により地盤モデルの振動特性の評価が可能になり，その結果参照モデルを再現する地盤モデルを選択可能であることが示された．

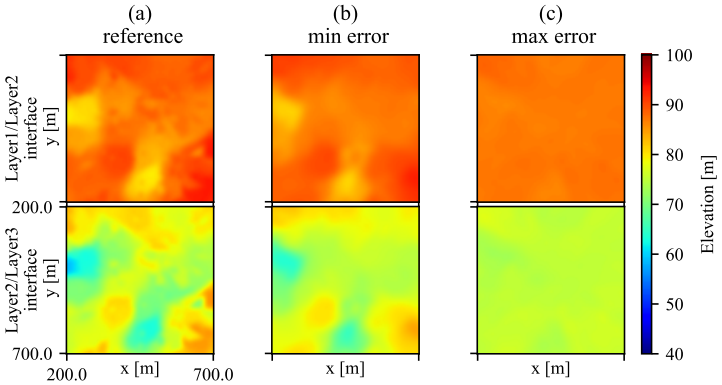


Fig. 2 Comparison of models: (a) reference model, (b) model with minimum error, and (c) model with maximum error.

最後に，本適用例での計算コストについて整理する．NVIDIA GH200 1台を用いて，2節で示した高速な波動場解析手法を適用することで学習データの生成を行った．1モデルあたり32ケース必要となる波動解析が約26時間で可能になった．結果，3モデル分で26×3 ＝約78時間所要した．NNの学習には2.5時間かかり，1つの候補モデルの卓越振動スペクトルの評価に要した時間は約0.5秒であった．よって，120の候補モデルについて観測点に対応する地点での卓越振動スペクトルを評価するのに必要な時間は，約80.5時間である．サロゲートモデルを用いていない場合には，波動解析を全モデルに対して実施することになるため，計算時間は3120時間となる．結果的に，高速解析手法と少数のモデルにおける計算結果を利用するサロゲート化手法を併用することで，3120/80.5=約39倍高速に地盤構造の逆解析が可能であることが示された．

4. 結論

本研究では，不均質性を持つ巨大系における3次元内部構造の逆推定を高速化するため，CPU-GPU協調計算による高速波動場解析手法とNNベースのサロゲートモデルを組み合わせた方法を提案した．CPU-GPU間の高速データ転送環境を活かしたアルゴリズムを用いることにより，1ケースあたりの解析を従来比約7.8倍高速化した．さらに少数の解析結果から構築したサロゲートモデルを用いることで，全モデルを直接計算する場合と比較して約39倍の効率で地盤構造の逆解析が可能であることを示した．膨大な計算コストが課題であった高詳細なデジタルツイン構築において，実用的な解析時間で高精度な推定が可能にするアプローチであることを確認した．

参考文献

1) Ichimura, Tsuyoshi, et al. ”Heterogeneous computing in a strongly-connected CPU-GPU environment: fast multiple time-evolution equation-based modeling accelerated using data-driven approach.” SC24-W: Workshops of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. IEEE, 2024.
2) Brincker, Rune, Carlos E. Ventura, and Palle Andersen. ”Damping estimation by frequency domain decomposition.” 19th International Modal Analysis Conference. Vol. 9. 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

Separation and Evaluation of Different Deterioration Factors using Latent Class Hazard Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

神前　真桜（大阪大・工）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　貝戸　清之（大阪大・工）
Mao KOZAKI, The University of Osaka
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Kiyoyuki KAITO, The University of Osaka
E-mail: m.kouzaki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

In infrastructure systems where the failure of any single component results in the loss of functionality of the entire system, the system-level failure risk follows a series structure. In such systems, understanding and managing the characteristics of rapidly deteriorating locations is particularly important. This study develops a statistical deterioration prediction method that explicitly incorporates characteristics affecting only rapidly deteriorating components as explanatory variables. Specifically, focusing on rail bonds in the railway field, two different deterioration processes are represented using a mixture exponential hazard model with latent classes, and the model parameters are estimated from inspection records.

１．はじめに

設備群全体で得られた点検データに基づく統計的劣化予測手法の高度化が進められてきた．例えば，設備の特性変数で表現しきれない劣化傾向を異質性パラメータによって表現することで，設備全体の傾向を把握しつつ，設備個々の予測精度向上が可能となっている [1]．このような方法論は設備全体の管理施策の最適化において多大な効力を発揮してきた．一方，各設備の劣化や故障で生じる設備群全体の機能喪失リスクが並列ではなく，どこか一か所でも故障すると全体の機能が喪失するような設備群では，最も劣化が速い一部の設備の特性の把握と管理が重要となる．既存モデルは劣化の一部の速い設備よりも設備全体への影響が大きい特徴を特性変数として採択するため，一部の劣化の速い設備の劣化要因がほか大多数と異なる場合，有効な特性変数を統計的に検出できない可能性が存在する．

そこで本研究では，劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築する．具体的には，鉄道分野のレールボンドを対象とし，2 つの潜在クラスを有する混合指数ハザードモデルにより異なる二つの劣化過程を表現し，これを検査記録から推定する手法を構築する．

２．分析対象の概要：レールボンド

レールボンドは隣接するレール同士を電気的に接続する鉄道設備である．列車検知の機能を担う軌道回路や電化区間における変電所への帰線など，レールを介した電気回路の構成において重要な役割を果たす．レールボンドが脱落するなどして継目部の電気的連続性が失われると，列車検知ができなくなり，運行障害に発展する．軌道回路中に複数存在するレールボンドのどこか一箇所の異常で，その軌道回路全体が機能不全に陥るため，レールボンドは代表的な直列系のリスク構造を有する部材でもある．障害を未然に防ぐため検査や修繕が実施されているが，レールボンドは数が多く検査頻度も高いため，保守業務の負担も大きい．そのため，安全性を向上させつつも，検査周期や箇所，修繕方法を合理化していくために，異常発生頻度の高い箇所に共通する特徴の把握が求められている．

筆者らは，検査記録に基づく統計分析により，異常発生までの期間やそのばらつき，影響因子の特定などを進めてきた [2]．一方，1 章でも述べた理由により，点検記録全体に対して推定した既存分析モデルは異常が生じやすい一部のレールボンドの要因を十分に説明できないといった課題があった．

３．潜在クラス混合指数ハザードモデルと推定法

レールボンドの異常発生期間が指数分布に従うと仮定する．加えて，異常発生頻度が高いレールボンド群と異常発生頻度が低いレールボンド群が存在すると仮定する．平均の異なる 2 つの指数分布kの混合モデルとして考えると，検査結果が得られたときの尤度関数は式(1)で表される．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{\delta}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\pi}) = \prod_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{2}\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n} \quad (1)$$

ここで，Iはレールボンド数，N_iは各レールボンドの検査サンプル数，t_nは検査間隔期間，δ_nは当該検査間隔で異常が発生した場合は 1，発生していない場合は 0 をとるダミー変数，π_kは指数分布kの混合比である．また，λ_{ik}は異常の発生しやすさを表すパラメータであり，特性変数ベクトル$\boldsymbol{x_i}$と未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$の線形結合で表される．

式(1)の尤度関数を用いて，未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$と混合比π_kを最尤法により検査記録から推定する．式(1)の尤度関数を対数変換しβ_{kj}とπ_kで偏微分すると，式(2)(3)が導かれる．

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\beta_{kj}} = \sum_{i=1}^{I}\left[\gamma_{ik}x_{ij}\sum_{n=1}^{N_i}\left\{\frac{\exp(-\lambda_{ik}t_n)}{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)}t_n\right\}^{\delta_n}(-t_n)^{1-\delta_n}\right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\pi_k} = \frac{1}{\pi_k}\sum_{i=1}^{I}\gamma_{ik} \quad (3)$$

ここで，γ_{ik}は負担率と呼ばれ，式(4)で表される．

$$\gamma_{ik} = \frac{\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n}}{\sum_{m=1}^{2}\pi_m\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{im}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{im}t_n)^{1-\delta_n}} \quad (4)$$

この負担率は，各レールボンドにおける尤度のうち，指数分布kが負担する成分を表したものである．

β_{kj}の最尤推定値は，式(2)が 0 となる条件下で与えられるが，式(2)は解析的に閉じた形の解を得ることができない．そこで，EM アルゴリズム [3]を用いて推計を行う．まず，π_kとβ_{kj}に対して設定された初期値を，式(4)に代入して負担

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Estimation results.

	Class 1 (high-anomaly)	Class 2 (low-anomaly)
π_k ： Mixing ratio	0.0844	0.9156
β_{k1}： Constant term	0.0399 (0.84)	0.0526 (5.56)
β_{k2}： CV55-280	0.0594 (1.26)	-0.0408 (-4.26)
β_{k3}： CV55-500	0.0484 (1.02)	-0.0458 (-4.81)
β_{k4}： CL100-1000	-0.0354 (-0.72)	-0.0447 (-4.62)
β_{k5}： CL70-1200	0.0476 (0.88)	-0.0358 (-3.62)
β_{k6}： Track irregularity	0.0290 (0.44)	0.0095 (1.01)
β_{k7}： Transition curve	-0.0444 (-1.90)	-0.0024 (-1.04)
β_{k8}： Curvature	0.1194 (3.95)	0.0222 (7.42)
AIC	9460	

Wald statistics are shown in parentheses.

率を計算する（E ステップ）．それを式(2)(3)に代入して，負担率を固定した際に求まる条件付きの最尤推定値を計算する（M ステップ）．その後，未知パラメータと混合比の推定値を用いて負担率を再計算する（E ステップ）．この E ステップと M ステップの繰り返しにより，対数尤度関数の単調増加が理論的に保証される．したがって，各ステップにおけるパラメータ変化量が 0 に収束した際のβ_{kj}とπ_kの値を最尤推定値とすることができる．

4．レールボンド点検記録への適用

Table 1 に約 14 年間 55km の路線における 2090 本のレールボンドの検査記録に提案手法を適用し，EM アルゴリズムにより推定されたパラメータの最尤推定値と赤池情報量規準（AIC）を示す．未知パラメータβ_{kj}の推定値は，特性変数x_{ij}を最大値 1 に標準化して用いているため，レールボンドの異常発生傾向に対するその特徴の感度を表す．例えば，正であれば異常が発生しやすい方向に，負であれば異常が発生しにくい方向に影響する．また，絶対値が大きいほどその影響は顕著となる．

Table 1 より，高頻度の異常発生を表現するクラス 1（以下，異常多モデル）と低頻度の異常発生を表現するクラス 2（以下，異常少モデル）の 2 つの指数分布の組み合わせでレールボンドの異常発生傾向を表現した場合，クラス 1 と 2 では特性変数の影響の仕方が異なることがわかる．例えば，β_{k2}～β_{k5}はレールボンド種別の影響力を示しているが，異常少モデルでは種別間の推定値の差が比較的小さい．また，軌道変位や緩和曲線，曲率の影響に関しても，異常少モデルでは推定値の絶対値が比較的小さい．つまり，異常少モデルでは，レールボンドの種別や軌道状態，線形などに対して異常発生頻度があまり影響を受けていないクラスであることがわかる．実際に異常少モデルは各種特性変数の中で定数項の感度がもっとも高い．これは対象レールボンドの検査記録の期間（約 14 年）の中で 1 度も脱落などの異常が生じていないレールボンドが 7 割を占めるため，今回の対象期間内では異常発生因子を十分に絞り切れなかったものと推察される．

また，β_{k2}・β_{k3}・β_{k5}の推定値は，異常多モデルと異常少モデルで正負が反対（異常多が正，異常少が負）になっており，これらの種別は高頻度で異常が生じるレールボンドにおいて，その異常発生頻度をさらに高める方向に影響している．そのほか，β_{k8}は曲線部の場合の影響度を示すが異常多モデルで特に影響が大きく，異常多モデルで表現されるレールボンドの多くが曲線部で異常が生じていることがわかる．

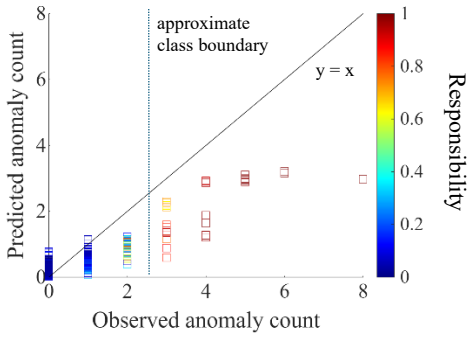


Fig. 1 Observed and predicted numbers of anomalies.

Fig.1 に各レールボンドの異常発生数の実績値と予測値の比較結果を示す．各プロットは異常多モデルの負担率に応じて色付けされている．これより，異常発生回数の実績値が 2 回以下のレールボンドに関しては主に異常少モデルで表現され，3 回以上のものに関しては主に異常多モデルで表現されていることがわかる．この境界で異常発生頻度が高いレールボンド群と頻度が低いレールボンド群に分類することで，Table 1 に示した異常発生頻度の高いレールボンド群に特有の（全体とは異なる）特性変数とその感度を評価できている．なお，負担率の計算結果より，異常多モデルに分類されるレールボンドは全体の 3%程度（全 2090 本中 65 本）であるため，当初目的とした一部の劣化の速い設備群に相当することがわかる．一方，依然として異常発生回数の実績値と予測値の間には多少の差が存在し，推定精度の面で改善の余地が残っている．実績値として 4 回以上異常が生じているレールボンドが複数あるものの，潜在クラスを用いて高頻度の異常を分類した本モデルでも，4 回以上の異常発生は予測できていない．この点は今後の課題である．

なお，異質性パラメータを用いた既存手法の推定結果についても Fig.1 と同様の図を作成し，本研究の提案手法との比較を行った．実績値として 3～4 回異常が生じているレールボンドに対しては，本研究の提案手法の方が精度が高いことを確認している．一方，5 回以上の場合は，両手法の間で明確な違いは確認できなかった．以上を踏まえ，より高頻度の異常発生をモデル化できるよう，指数分布の設定数の増加や異質性パラメータとの組み合わせを検討する必要があると考える．

5．おわりに

本研究では劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築し，レールボンドの異常発生傾向の分析への適用を通じて，提案手法の有効性と限界を示した．

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
2) 神前真桜，松岡弘大，稲場亘，高橋和樹，貝戸清之:分野横断的な設備保守データ統合による統計的劣化予測の高度化，鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.29, No.1, pp.85-92, 2025.
3) 元田浩，栗田多喜夫，樋口知之，松本裕治，村田昇:パターン認識と機械学習 下，丸善出版, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

A Study on Factors Influencing Mud Pumping Occurrence Using Logistic Regression (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

津田　悠人（鉄道総研）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　松本　麻美（鉄道総研）
Yuto TSUDA, Railway Technical Research Institute
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Mami MATSUMOTO, Railway Technical Research Institute
E-mail: tsuda.yuto.56@rtri.or.jp

The minimum of vertical track geometry data was decomposed into wavelength bands using continuous wavelet transformation to examine components related to mud pumping. The relationships between mud pumping and amplitude of vertical track geometry for each wavelength, train velocity, rank, and track alignment (tangent/curved) were examined. Logistic regression analysis was conducted to evaluate the effects of vertical geometry, train velocity, alignment, and rail joint presence on mud pumping occurrence. The minimum of vertical track geometry, train velocity for each 25 m segment, and rail joint presence were confirmed to be statistically significant for mud pumping.

１．はじめに

鉄道バラスト軌道で路盤の泥が水分とともに線路表面に吹き出る噴泥は，代表的な軌道劣化事象の一つであり，軌道の沈下による安全性の低下や乗り心地の悪化を招くため，適切な管理が求められる．現在，多くの鉄道事業者では保線係員による徒歩巡視等により噴泥有無の確認を行うほか，年数回の軌道検測車により計測される軌道変位の値から、噴泥の悪化傾向を予測し，管理を行う場合が多い．軌道変位など日常の軌道管理のために得られる計測値から噴泥発生を予測できれば，弱点箇所の抽出や今後の管理の合理化に活用できるが，軌道変位が大きい箇所で必ずしも噴泥が生じるわけではないなど，噴泥発生または悪化傾向の予測のための軌道変位の活用には課題が残っている．噴泥と軌道変位の関連は，軌道変位のうち上下方向の相対変位を示す高低変位が利用される．在来線では軌道管理の観点から高低変位の中でも波長 10m を主成分とする 10m 弦正矢値が主に利用される．また，より短波長の影響を検討する場合には 5m弦正矢値を用いる場合もある．一方，高低変位のどの波長が噴泥発生または悪化傾向に対して最も感度が高いのかは明確ではない．

以上を踏まえ，高低変位など日常の軌道管理のために取得しているデータから軌道保守において噴泥発生を予測する手法の構築を最終目標とし，本研究では，連続ウェーブレット変換（Continuous Wavelet Transform : CWT）により高低変位データを波長帯別に分解したうえで，過去の噴泥発生記録と比較し，噴泥発生に感度の高い波長帯を分析した．また，波長以外の影響因子として，列車速度，線形（直線・曲線），継目有無も含め，ロジスティック回帰による噴泥発生への影響度分析を行った．

２．CWT による波長帯別の高低変位の抽出

本研究では，既存の 10m 弦や 5m 弦などに限らず噴泥発生と関連性の高い波長帯成分を抽出することを目的として，CWT を用いて高低変位を波長成分ごとに分解した [1]．

距離軸x上で等間隔Δxでサンプリングされた位置$x_n = (n-1)\Delta x$ $(n = 1, \dots, N)$ における高低変位を$z(x_n)$とする．CWT では，この高低変位$z(x_n)$をマザーウェーブレットにより中心波長 λ_0に対応する波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$に分解する．本研究では，マザーウェーブレットとして複素モルレーウェーブレット（式(1)）を用いた．

$$\phi(n) = \frac{1}{\sqrt{a}}\pi^{-1/4}\exp\left(i\omega_0\frac{x_n - b}{a}\right)\exp\left(-\frac{(x_n - b)^2}{2a^2}\right) \quad (1)$$

ここで，iは虚数単位，ω_0は無次元中心周波数であり，本検討では DC 成分を概ね無視可能な$\omega_0 = 6$とした．また，bは中心位置，aはスケールである．このとき，スケールa，中心位置bにおける CWT 係数は式(2)で定義される．

$$W(a,b) = \Delta x \sum_{n=1}^{N} z_n \frac{1}{\sqrt{a}}\phi\left(\frac{x_n - b}{a}\right) \quad (2)$$

抽出対象の中心波長λ_0とし，対応する空間周波数の±10%帯域に含まれる CWT 係数を用いて波長成分を抽出した．選択した周波数帯域に含まれる CWT 係数を周波数方向に積分することで，中心波長 λ_0に対応する高低変位の波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$を近似的に復元した．元の高低変位との振幅の整合を図るため，スケール係数は別途計算した値を用いた．波長λ_0に対応する高低変位波形は，復元された波長帯成分$z_{\lambda_0}(x)$にスケール係数を乗じたものとして求めた．

なお，実際の適用に際しては，元の高低変位から軌道検測車の検測特性の影響を除去したうえで CWT 処理を行っている．具体的には日本の代表的な検測方式である 2 台車検測車で得られる偏心矢高低変位を波長 3m～30m の帯域で利得 1，距離遅れ 0 となるようフィルタ処理し [2]，検測車固有の周波数応答を除去することで実軌道変位を近似した波形である復元波形を求めた．この復元波形に対して CWT を適用し複数の波長帯成分に分解した．

３．波長帯別の高低変位と噴泥有無の感度分析

ここではある在来線（単線区間）全長約 126km，列車速度 0～120km/h を対象とし，2024 年度に計測された高低変位データに対して上記の CWT を用いた分析を行った．

各位置での噴泥有無に関しては，同区間・同時期に実施された道床検査の記録を整理して利用した．道床検査の記録には，噴泥の発生地点の位置（始点と終点位置），噴泥延長，ランクなどがまとめられている．ランクは，巡回および検査時の目視・目測により以下の基準で判定される．

ランク B：異常が有り，監視が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ランク C：異常が有り，計画的に処置（材料交換や軌道整備）が必要である．

また，軌道分野では路線延長を便宜的に 100m ごとに区切った 100m ロットでの評価が一般的である．本研究では，レールの単位延長が 25m であることを踏まえ，各波長帯成分z_{λ_0}の 25m ロット内での下側振幅最大値（25m ロット最小値）を指標とし，当該ロットでの噴泥有無と比較した．

Fig. 1 に波長 3m, 5m, 7m, 10m, 15m を主成分とする各波長帯成分の高低変位の 25m ロット最小値と噴泥有無の関係を示す．各ロット内において，噴泥箇所（ランク B および C）が含まれる場合を噴泥有り，そのほか（記録なし）を非噴泥とした．図中では，各波長で各点の重なりを避けるため，波長方向に微小なノイズを加えて図化している．当該線区では，ランク B および C で分布に明確な違いは確認できない．短波長帯である波長 3m や 5m，長波長帯である 波長 15m では，振幅が 0 付近の領域でも噴泥と非噴泥が混在しており，噴泥有無への感度はほぼないと考えられる．一方，波長 7m および 波長 10m の波長帯では，比較的変位振幅の大きい領域での噴泥発生が多く，逆に変位の小さい領域では非噴泥が多い．ただし，比較的感度が高い波長 7m成分でも振幅が-0.002m 程度の領域から噴泥が生じており，波長成分だけで噴泥発生を説明できるわけではないことがわかる．そこで，ほかの要因も含めた複合的な影響についても検討した．

Fig. 2 に比較的噴泥発生への感度が高かった波長 7m の波長帯成分の 25m ロット最小値と列車速度の関係を示す．また，プロットの色により噴泥有無を合わせて示す．列車速度は，当該区間を最も高速で走行する特急列車の 25m ロット内の平均値を代表値とした．列車速度が 70km/h 以下の領域では噴泥発生数は少ない． ．また，70km/h 以上の速度域におけるランク B および C の分布に明確な違いは確認できなかった．

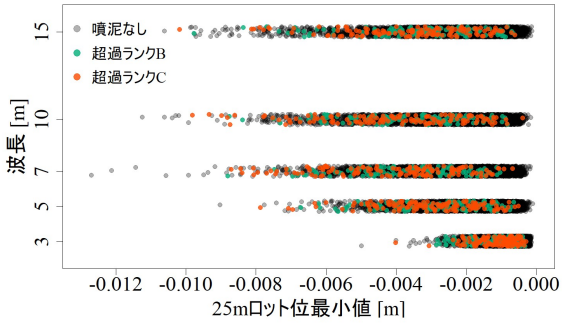


Fig. 1 Distribution of 25 m segment minimum track geometries with/without mud pumping for each wavelength.

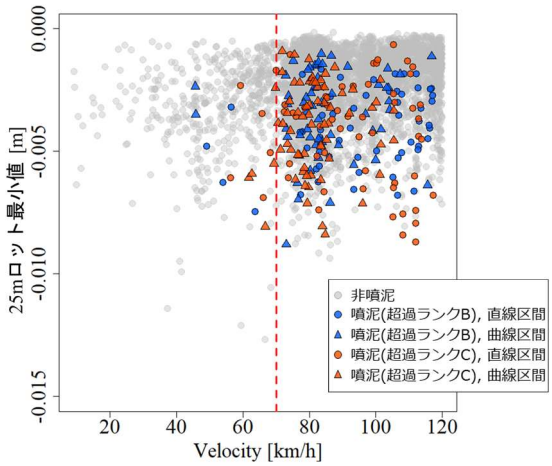


Fig. 2 Relationship between train velocity and the minimum track geometries with/without mud pumping.

4．二項ロジットモデルによる影響因子分析

高低変位や列車速度を含めて様々な因子の噴泥発生への影響度を定量的に評価するため，説明変数を含めた二値分類モデルであるロジスティック回帰による各ロットの噴泥発生率の評価を行った．25 m ロットiの噴泥発生の有無を$y_i \in \{0\ \text{非噴泥}, 1\ \text{噴泥有り}\}$，説明変数ベクトルを$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4})^{\mathrm{T}}$としたとき，噴泥発生率$p_i$を以下の二項ロジットモデルで表す．

$$p_i = \frac{U}{1 + exp\left(-(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4})\right)} \quad (3)$$

ここで，Uは上限確率であり，0.8 とした．x_{i1}は波長 7m における 25m ロット最小値，x_{i2}は 25m ロット列車速度，x_{i3}は線形ダミー（直線 0，曲線 1），x_{i4}は継目ダミー（無し 0，有り 1），$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$は重みパラメータである．各パラメータは BFGS 法を用いて推計した．

Table.1 に各パラメータの推定値，標準偏差および P 値を示す．25m ロット最小値，25m ロット列車速度，継目ダミーの P 値は 0.05 未満で統計的有意であった．噴泥発生に対して，少なくともこれらの変数（波長 7m の振幅，列車速度，継目）の影響は無視できないことを確認できる．ただし，感度として切片であるβ_0が最も大きく，噴泥発生の主要要因を捉えているとまでは言えない．この点は今後の課題である．

Table.1 Hyperparameter estimation results by maximum likelihood and p-values.

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
推定値	-2.91	-0.83	0.22	0.27	-0.65
標準偏差	0.12	0.06	0.08	0.15	0.19
P 値	0	0	0	0.07	0

5．まとめ

本研究では，高低変位を CWT により各波長成分に分解し，波長 7m および 10m の波長帯で噴泥発生に比較的感度が高いことを示した．また，ロジスティック回帰により高低変位の波長 7m 成分のほか，列車速度や継目有無が噴泥発生率に無視できない影響を及ぼすことを示した．ただし，主要な要因を特定できたとは言えず，引き続き関連情報の収集と検証を続ける予定である．

参考文献

1) Torrence, C. and Compo, G. P.: A practical guide to wavelet analysis, Bulletin of the American Meteorological Society, 79(1), pp.61-78, 1998.
2) 服部ら：軌道変位に基づく桁たわみ推定のための桁たわみ-軌道変位変換プログラムの構築，土木学会論文集, Vol.80, No.15, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on the lateral resistance characteristics of rails on Shinkansen slab tracks (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

濱崎　小太郎（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　瓦井　智貴（室工大・理工）
後藤　恵一（鉄道総研）　成田　顕次（鉄道総研）
Kotaro HAMASAKI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Keiichi GOTO, Railway Technical Research Institute
Kenji NARITA, Railway Technical Research Institute
E-mail: komuro@muroran-it.ac.jp

In this study, three-dimensional finite element analyses under horizontal loading were conducted on a Shinkansen slab track to establish a numerical analysis method capable of evaluating the lateral resistance characteristics of rails and the failure behavior of track components. In the analyses, a horizontal load was applied to the rail head of the rail, and the applicability of the proposed numerical method was examined through comparison with loading tests. The results showed that: (1) the load–displacement relationship obtained from the numerical analysis method developed based on previous studies agreed reasonably well with the experimental results in the initial loading stage; and (2) although the numerical results tended to overestimate the peak load compared with the experimental results, the displacement at peak load exhibited a similar tendency in both the analysis and the experiment.

１．はじめに

近年，2011 年東北地方太平洋沖地震や 2016 年熊本地震などの大規模地震において，新幹線車両の脱線事例が報告されている．これらの大規模地震時には，車両が軌道上に作用させる横荷重として 200 kN を想定する必要があるとされている．しかし，このような地震時の車両荷重を受ける軌道部材の耐荷性能や破壊挙動に関する検討は十分ではなく，レールの抵抗特性や破壊性状を対象とした実験的・数値解析的検討が近年進められつつあるのが現状である．そこで，本研究では新幹線スラブ軌道のレールの基礎的な水平抵抗特性および軌道部材の破壊性状を評価可能な数値解析手法の確立を目的に，実規模新幹線スラブ軌道を対象に，水平載荷による三次元有限要素解析を実施した．なお，ここでは締結されたレールの頭部に対して荷重を作用させることとし，既往の水平載荷試験 [1]との比較によって数値解析手法の適用性を検討した．本数値解析には汎用構造解析プログラム LS-DYNA（R15）を用いた．

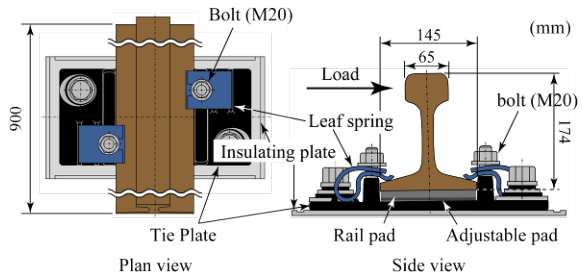


Fig. 1 Configuration of the specimen.

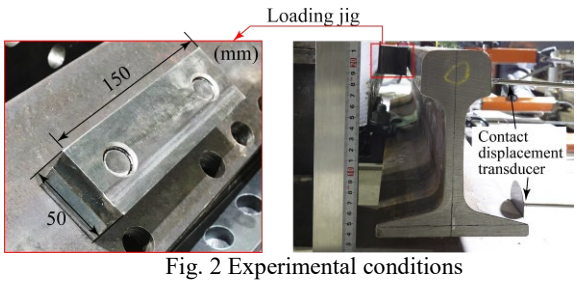


Fig. 2 Experimental conditions

２．実験概要

Fig. 1 には，本研究で対象とした 1 締結分のレール締結装置の構成図を示している．試験体は，近年の整備新幹線で主に用いられる直結 8 形レール締結装置改（低）形であり，形状寸法（頭部幅，底部幅 × 高さ × 奥行き）は 65, 145 × 174 × 900 mm（60 kg レール）である．また，レールは締結ボルトおよび板ばねによりタイプレートへ固定され，さらにアンカーボルトによりタイプレートが軌道スラブに固定される構造となっている．なお，軌道スラブは新幹線用の標準タイプである A 形軌道スラブ（A-55M）を対象とした．

Fig. 2 には実験状況を示している．載荷方法は地震時の脱線前後の車両からの横圧を想定した静的水平載荷とした．ここでは，1 締結分のみを有する軌道スラブにレールを固定した状態で，レール頭部に対して水平載荷を行った．図に示すように，50 mm 四方で長さ 150 mm のブロック状の載荷治具を用いて載荷を行うこととし，それを治具固定台に接続し，ロードセルと油圧ジャッキを介して反力フレームに固定した．

３．数値解析概要

Fig. 3 には，Fig. 1 を基に作成した数値解析モデルを示している．図より，載荷時の変形状況などを可能な限り適切に評価するため，全ての材料に 8 節点固体要素を用

Table 1 List of material properties.

Materials	Density ρ (g/cm^3)	Modulus of elasticity E (GPa)	Poisson's ratio ν
Insulating plate	0.94	5.30	0.49
Rail pad		0.23	
Adjustable pad			
Loading jig	7.85	206	0.3

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

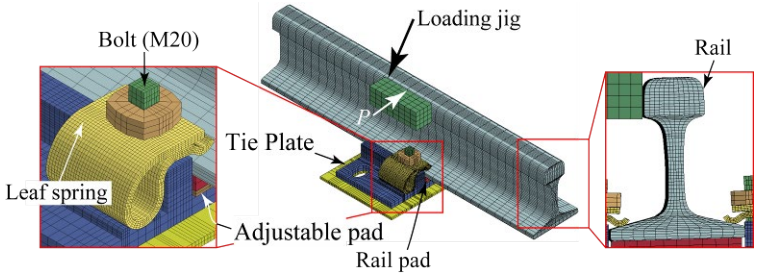


Fig. 3 FE model.

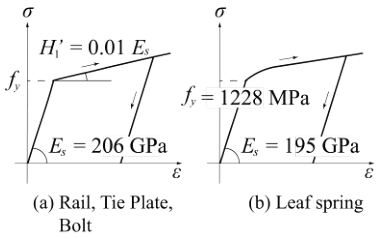


Fig. 4 Constitutive model.

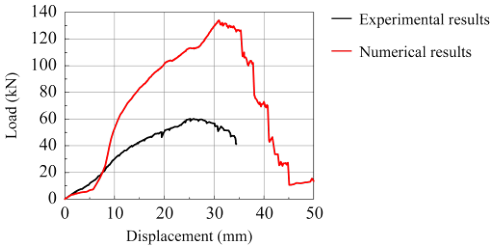
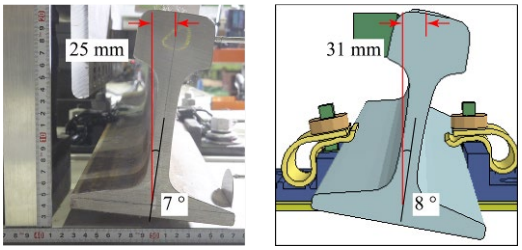


Fig. 5 Load-Displacement Relationship.



Experimental result　　Numerical result
Fig. 6 Deformation at the peak load.

いてモデル化を行った．また，本研究ではレール頭部に載荷を行うことより，スラブがレールの抵抗特性に与える影響は小さいものと判断し，モデル化は省略した．

締結ボルトに関しては公称断面積と等価な正方形断面に簡略化している．なお，いずれも 1 点積分とした． 拘束条件は，スラブのモデル化を省略していることより，絶縁版底面を完全固定とした．接触条件は，各材料間においてそれぞれ滑り・剥離を伴う面－面の接触を定義した．摩擦係数はいずれも 0.4 としている．また，板ばねに関しては載荷時の大変形を考慮して自己接触も定義した．なお，締結ボルトには実験時と同様に，約 5kN の締め付け力を導入してナットおよび板ばねを介してレールを固定している．

Table 1 には，本数値解析で弾性体と設定した各材料の物性値一覧を，Fig. 4 には弾塑性体を適用した各材料の応力－ひずみ関係を示している．表より，実験時に塑性変形が確認されていない材料に関しては弾性体でモデル化した．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比に関しては既往の文献等を参考に決定した． Fig. 4(a)にはレール，タイプレートおよび締結ボルトに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，いずれの材料も塑性硬化係数を弾性係数の 1 % とするバイリニア型の等方硬化則を適用し，降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3， $E_s = 206$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．降伏応力に関して，既往の文献等を参考にレールは 511 MPa，タイプレートおよび締結ボルトは 280 MPa と設定した．Fig. 4(b)には，板ばねに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，本研究では既往の文献 [2]を参考に曲線を定義した．降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3，$E_s = 195$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．なお，降伏応力は 1,228 MPa である．

４．数値解析結果および考察

Fig. 5 には，数値解析結果から得られた荷重－変位関係を実験結果と比較する形で示している．まず，実験結果に着目すると，載荷初期から 15 mm 程度まではほぼ線形に荷重が増加していき，その後勾配が低下していく傾向が確認できる．また，最大荷重到達後は，レールが板ばねから外れる脱離現象が発生し，締結ボルト基部およびそれを固定するタイプレートのツメ部に明らかな残留変形が確認された．次に数値解析結果に着目すると，初期勾配に関して，数値解析結果は実験結果と概ね一致しているものの，5 mm 程度から勾配が大きくなり，それに伴って載荷荷重も増大していく傾向が確認できる． ここで，最大荷重を見ると，実験結果，解析結果でそれぞれ 60 kN，134 kN であり，最大荷重時到達変位はそれぞれ 25 mm，31 mm となっている．これらより，最大荷重においては両者で 2 倍程度の差異があるものの，その到達時変位はほぼ一致していることが分かる．Fig. 6 には，最大荷重発生時の試験体の変形状況を示している． 図より，レールの回転挙動は両者で類似の傾向を示すことが確認できる．なお，最大荷重値の差異については， 1）各部材の材料特性が，必ずしも材料試験結果より直接得られた応力－ひずみ関係ではないこと，2）本解析においては締結ボルトとナットを完全固定としており，実験時よりも板バネあるいはレールの拘束力が大きく評価されていること，3）本モデルにおいては絶縁版下部を完全固定としていることより，実挙動よりも試験体全体の剛性が大きくなっている可能性があること，などが要因と推察される．今後は，上記の点を修正することにより， 更なる精度向上に努めていく予定である．

５．まとめ

1) 既往の文献を基に構築した数値解析手法を用いて，レール頭部載荷時における荷重－変位関係を数値解析的に確認した．

2) 最大荷重に関して，数値解析結果は実験結果を過大に評価する傾向にあるものの，最大荷重到達時変位は両者で類似の傾向を示す．

参考文献

1) 成田ら：地震時における車両からの著大横圧に対する新幹線スラブ軌道のレールの抵抗 特性および軌道部材の破壊性状，鉄道工学シンポジウム， 土木学会，Vol. 29, No. 1, pp. 203-210, 2025.

2) 劉斌，伊藤義人：FPC 防護柵の性能照査型設計に関する 研究，構造工学論文集，Vol. 50A, pp. 207-217, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

Dynamic Factor Estimation of Railway Bridge Girders Based on Frequency-Domain Inverse Filtering Using a Single Train Passage Test (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

徳永　宗正（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）　　朝長光（鉄道・運輸機構）
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
Hikaru TOMONAGA, Japan Railway Construction, Transport and Technology Agency

E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

In this paper, we propose a method to estimate the dynamic amplification factor (DAF) of railway bridge girders from a single train passage by reconstructing the quasi-static component using a frequency-domain inverse filter based on the bridge frequency response function (FRF) with a tapered window to suppress high-frequency noise amplification. The method is validated through numerical simulations of a simply supported beam under moving axle loads and demonstrated using field-measured displacement records from a Shinkansen bridge.

１．はじめに

鉄道橋梁のたわみは走行安全性・乗り心地 [1]に直結し，設計では静的応答に対する動的応答の比として定義される衝撃係数 (dynamic amplification factor: DAF) を静的解析結果に乗じ，動的影響を簡便に評価する枠組みが広く用いられる．一方，実橋で DAF を実測評価するには静的変位が必要であり，従来は低速の試験列車を別途走行させて準静的（静的）変位を測定する方法が一般的であった [2]．しかし維持管理段階で営業線区に同様の試験条件を設定することは容易でなく，通常運行下における DAF を定量把握することは，速度・編成・軌道条件の変動も相まって実質的に困難であり，これまでに単一列車通過時の少数変位波形のみから準静的成分と動的成分を明示的に分離し，たわみベースの DAF を直接推定する手法は十分に確立されていない．本研究は，周波数領域分離に基づく衝撃係数推定法を提案し，維持管理ツールとしての有効性を検証する．

２．単一走行試験による衝撃係数の推定手法

Fig.1 に，単一走行試験に基づく桁の衝撃係数推定フローを示す．列車通過時の観測変位 $x(t)$は準静的応答 $x_{\mathrm{st}}(t)$と動的応答 $x_{\mathrm{dyn}}(t)$の重畳として次式により表現できる．

$$x(t) = x_{\mathrm{st}}(t) + x_{\mathrm{dyn}}(t) + \varepsilon(t) \tag{1}$$

ここで，$\varepsilon(t)$は計測雑音・未モデル化成分である．

本研究では $x(t)$から $x_{\mathrm{st}}(t)$を安定に抽出し，準静的（静的）変位評価に供する．準静的成分抽出のために周波数領域の FRF 逆補正を用いる．すなわち，観測変位スペクトル $X(\omega)$に対し逆補正フィルタを適用し，動的増幅を相殺して静的応答に対応する成分を推定する．ただし，逆補正は高周波側でゲインが増大しやすく雑音を増幅して不安定となり得るため，帯域制限重み $W(f)$により遮断周波数以上を抑制する．この結果，低周波域の準静的成分を保持しつつ，高周波域の過度な増幅を抑えて安定な推定を実現する．

橋梁の卓越モード近傍を質量 m，剛性 k，減衰 cの SDOF で近似し，外力 Fに対する変位 Xの FRF を

$$H(\omega) = X/F = (k - m\omega^2 + i\,c\omega)^{-1} \tag{2}$$

とする．静的コンプライアンスは $H_0 = H(0) = 1/k$であり，入出力関係 $X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$より等価外力 $F(\omega) = X(\omega)/H(\omega)$を介して準静的成分を

$$X_{\mathrm{st}}(\omega) = G(\omega)X(\omega), G(\omega) = H_0/H(\omega) \tag{3}$$

と推定する．$G(\omega)$ は動的増幅を相殺し静的応答へ写像する FRF 逆補正フィルタである．さらに，推定の安定化のため帯域制限重み $W(f)$を導入し次式で準静的成分を与える．

$$X_{st}(\omega) = G(\omega)W(f)X(\omega) \tag{4}$$

ここで，$W(f)$ はコサインテーパ型とし，$f_{\mathrm{cut1}} = r_1 f_n$, $f_{\mathrm{cut2}} = (r_1 + 1)f_n$ により遮断帯域を定め，動的成分残留と高周波増幅抑制のトレードオフを r_1 (=2) で調整する．

Fig.2 に，逆補正フィルタ $G(\omega)$と帯域制限窓 $W(f)$を乗じた $G(\omega)W(f)$の周波数特性例を示す．低周波域では $|G| \approx 1$となり，準静的成分はほぼ減衰なく通過する．一方，$f \approx f_n$ 近傍では共振により $|H|$が増大するため $|G|$は低下し，動的共振成分を相対的に抑制する．さらに高周波域では $|G|$が増大し得るが，$W(f)$により逆補正を抑制することで雑音増幅を抑え，安定な準静的成分推定を可能とする．

３．理論解析による検証

単純支持梁に作用する移動荷重列の動的応答を算定し，提案手法を理論波形に対して検証する．橋りょうは，単純支持梁としてモデル化し，スパン L_bは 30m，減衰はモード減衰比 ξにより与え，$\xi = 0.02$，応答のモード展開では，使用モードを $j = 1$から 10まで考慮，固有振動数は経験式 $f_b = 70\,L_b^{-0.8}$(Hz)で与えた．変位の評価位置はスパン中央とした．車両は，車両数n_vは 6 両，車両長L_vは 25m，軸間隔

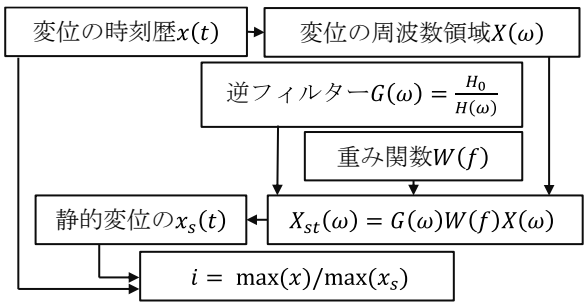


Fig.1 Estimation Procedure for the Dynamic Amplification Factor (DAF)

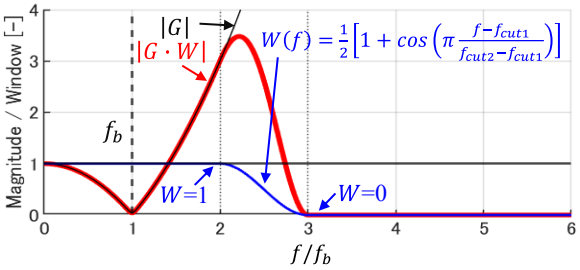


Fig.2　Inverse-Filter Characteristics

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

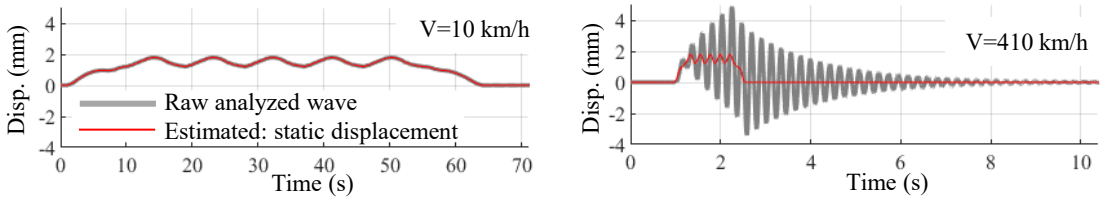


Fig.3　Verification by Numerical Analysis (Time-History Waveforms)

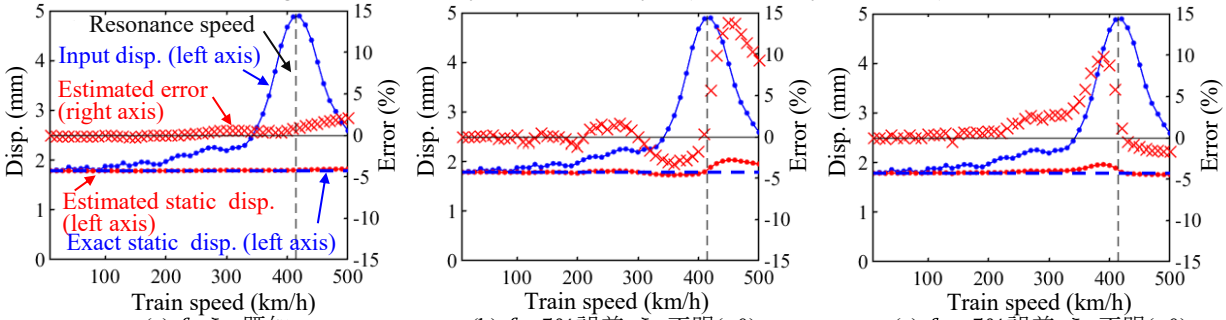


Fig.4　Verification by Numerical Analysis (Maximum Responses)

aは2.5m，台車中心間隔は $b = 17.5$ m，各車両の軸重は $p_0 = 110$ kNで一定とした．

Fig.3 に時刻歴を示す．低速（V=10 km/h）では観測波形（灰）と推定準静的変位（赤）が概ね一致した．高速（V=410 km/h）では観測波形に大きな振動が重畳する一方，推定準静的変位は緩やかな低周波の基線成分を抽出した．

Fig.4 の最大値評価では，移動荷重列による動的応答解析を用いた検証の結果，観測変位は共振速度付近でピークを示したが，提案手法により推定した準静的（静的）最大変位は速度に対して概ね一定で厳密値に近かった．固有振動数および減衰比を真値に設定した条件では，共振速度近傍においても推定静的変位に顕著な変動は生じないことを確認した．一方で，速度上昇および共振近傍では誤差が増大して，特に f_bに±5%の誤差を与えた場合にその傾向が明確となった．これは，固有振動数の設定誤差が共振速度の見積りと周波数領域の補正帯域の整合を同時に損ない，共振速度前後以上の速度域で動的成分の混入または過補正が顕在化し得るためである．また，高速域で誤差がわずかに増加する場合があるが，解析応答が複数モードの重ね合わせで構成される一方，抽出フィルタが代表モードに基づく近似であることに起因する成分分離誤差として説明できる．

4．実橋梁への適用

対象は新幹線線区の架道橋であり，橋梁種別は 8 主桁を有する単純 PPCT 桁である．橋長は 48m，径間長は 48m である．レーザードップラー式変位計によりスパン中央の桁下下面の挙動非接触で測定した．固有振動数と減衰比は列車通過後の残留振動から同定し，得られた $f_b = 2.77$ Hz, $\xi \approx 0.03$ を逆補正に用いた．

Fig.5 は，提案手法を実橋梁データに適用した結果である．上段は反対側通過と着目側通過の代表的な時刻歴を示し，列車通過に伴う変位の立上り・保持・復帰が確認できる．中段の例 $(V = 246\ \mathrm{km/h})$ では，観測波形（灰）に大きな振動成分が重畳する一方，推定準静的変位（赤）は低周波の基線成分を抽出し，通過に対応する形状を良好に再現している．下段は，左軸に変位，右軸に衝撃係数 DAF $(\max(x)\,/\,\max(x_{st}) - 1)$を示し，複数列車の結果を速度に対して整理した．最大静的変位は概ね一定範囲に分布しており，乗車率の違いによる軸重のばらつきにより，静的変位

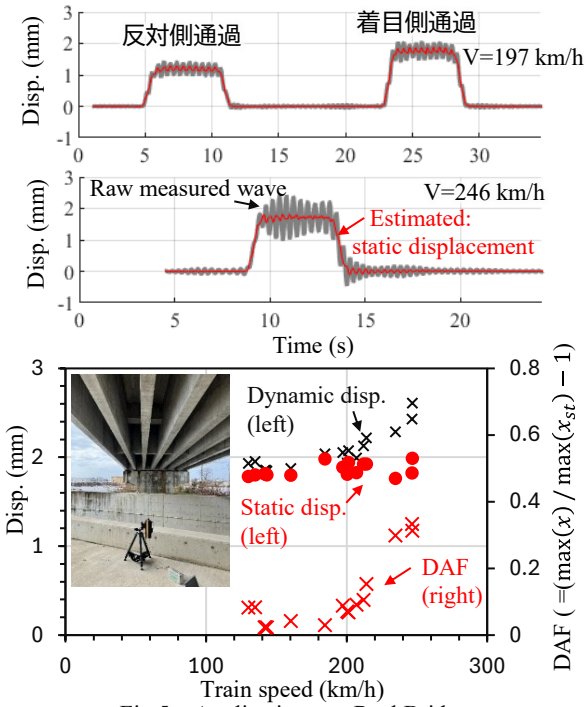


Fig.5　Application to a Real Bridge

に多少の変動が生じているものと思われる．右軸の衝撃係数は，速度条件に応じて変化し，高速域で増大する傾向が見られる．1 次の共振速度 250km/h(≒固有振動数 2.77Hz×車両長 25m×3.6) 付近や 2 次共振速度の 125km/h 付近で衝撃係数が増大していることが確認できる．

5．おわりに

本稿では，単一列車通過時の変位の実測波形から準静的成分を抽出し，静的最大たわみおよび衝撃係数を推定する手法を提案した．今後は複数モードやノイズ条件下での頑健性向上を進め，実環境における推定精度と適用性の向上を図る．

参考文献

1)　国土交通省監修・鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006.
2)　進藤良則，千葉寿，山洞晃一，石徳隆行：新幹線新規開業区間における単純 PC 桁のたわみ測定結果に関する考察，第 20 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム，2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車上計測による PC ラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

Resonance Detection of a PC Cantilever Railway Bridge by Onboard Measurement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松岡　弘大（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

The applicability of a resonant bridge detection method using on-board measurements is investigated using numerical simulation on a two-span PC cantilever bridge with a span of 65m. As with simple girders, peaks whose width roughly matches span length occur on both spans in a resonant state, however it was revealed that when the train speed differs by about 10%, anti-symmetrical peaks with opposite positive and negative values occur on both spans.

1．はじめに

近年の高速鉄道建設においては長支間が要求される区間において，中間支点部の柱と梁が一体化されたプレストレストコンクリートラーメン橋（PC ラーメン橋）が多く採用されている．多くの PC ラーメン橋は 1 支間 40m を超える長スパンを有するため，固有振動数は低く，高速鉄道における列車通過時には走行列車の規則的な加振力との共振現象が生じる場合も多い．共振が生じた場合における桁たわみ自体は数 mm 程度で大きくないが，PC ラーメン橋の共振による振動が橋りょう上の電柱の振動を生じさせ，電車線路設備の破損を招く事例も報告されている．このような観点から，PC ラーメン橋の実測および解析による列車通過時の動的応答性状に関する検討が実施されており，260km/h 以下でも，1 次モードの共振により速度効果の衝撃係数が 0.3 程度に達することも報告されている [1]．

他方で，橋りょうの共振状態を効率的に検知するため，走行列車上で計測された軌道変位や車体動揺加速度を用いた車上計測手法が提案され，単純桁についてはすでに実用化されている [2]．ただし，PC ラーメン橋を含む連続桁では，共振時以外にも隣接支間のたわみによるアップリフトが生じるなど列車通過時の応答が複雑であり，車上計測による共振検知手法の適用は限定的であった．

そこで，本研究では 2 径間 PC ラーメン橋 [1]を対象とし，これまで単純桁を対象に発展してきた車上計測された軌道変位による共振検知手法の適用性について検討した．

2．既存手法 [2]と PC ラーメン橋への拡張

ここではまず既往研究により提案された車上計測による共振橋りょう検知手法 [2]を概説し，PC ラーメン橋への適用性を整理する．共振現象は走行列車の加振振動数と橋りょうの固有振動数f_0が近接することで生じる．走行列車の加振振動数は，車両長L_cと列車速度vから定まり，共振速度v_{res}は以下の式(1)となる．

$$v_{res} = f_0 \cdot L_c \tag{1}$$

式(1)と共振時の単純桁の動的応答から，共振状態の支間長L_bの単純桁を通過する車両で計測した軌道変位に混入する橋りょう動的応答$z_{b,d}^m(x)$は，以下の式(2)となる．

$$z_{b,d}^m(x) \approx A_{res}\sin\left(2\pi\frac{x}{L_c}+\theta_{res}\right)\sin\left(2\pi\frac{x}{2L_b}\right) \tag{2}$$

ここで，x は橋りょう進入側支点を 0 とする位置，A_{res}は動的応答振幅，θ_{res}は橋りょう振動と車両上の計測位置との位相である．式(2)から橋りょう共振が波長 25m の成分として軌道変位に表れるため，先頭および最後尾車両の軌道変位

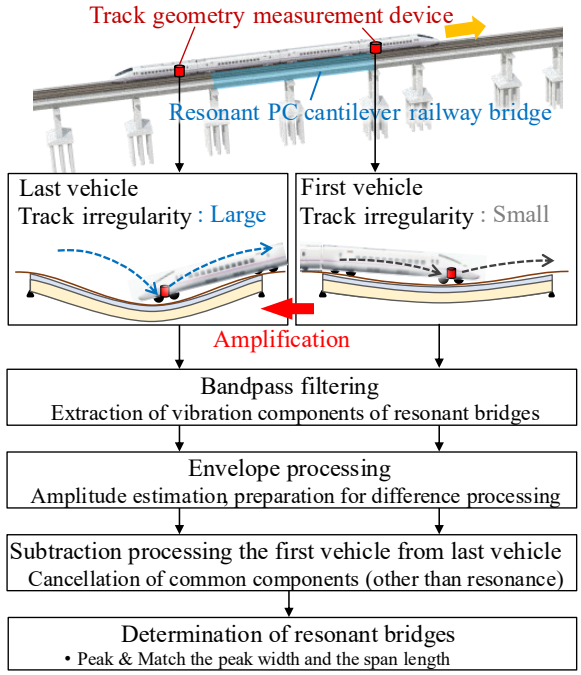


図 1　車上計測による共振橋りょうの検知手法

にそれぞれバンドパスフィルタ（BPF）処理と包絡線処理を行い差分を取ることで，単純桁モード形と同じ支間中央付近が最大で幅が支間長と一致するピークの有無から共振の有無は判定できる（図 1）．詳細は文献 [2]を参照されたい．

対象とする 2 径間 PC ラーメン橋では非共振時でもアップリフトが生じ，共振時でも 1 次モードは両支間で逆対称となるモード形を有するため，単純桁のように先頭および最後尾の差分処理で共通成分を十分に除去できない可能性，片側の支間のみにピークが生じる可能性などが存在する．

本研究ではこれらの点を明らかにするために，数値解析による検証を行った．対象は 1 支間 65m，逆対称 1 次モードの固有振動数 2.8Hz の 2 径間 PC ラーメン橋とし，数値解析はすでに検証された理論モデル [1]を利用した．

3．数値解析による検討結果

図 2 に，対象橋りょうの解析結果から算出した(a)第 1 および第 2 支間の変位応答，(b)先頭および最後尾車両位置の軌道変位，(c)25mBPF および包絡線処理後の軌道変位，(d)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

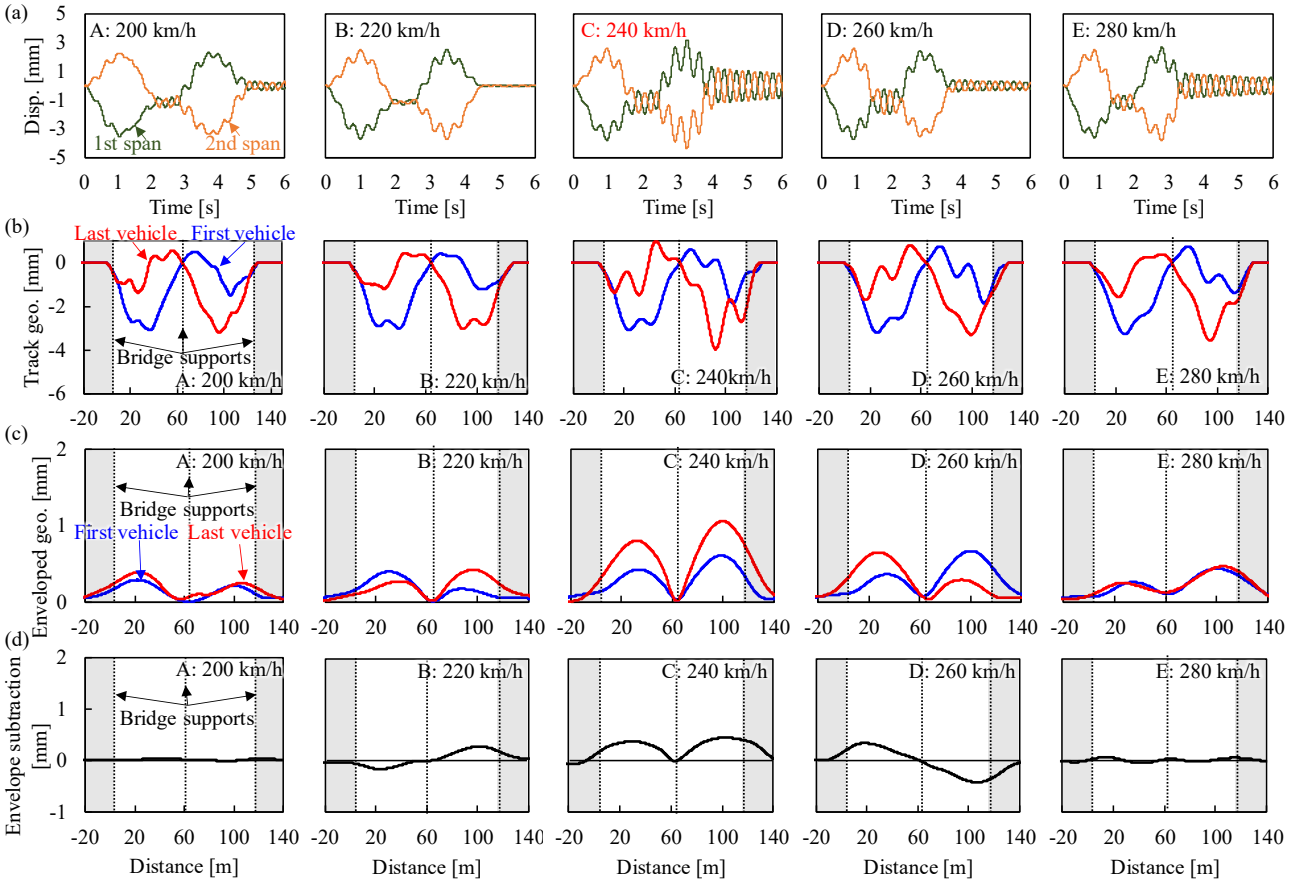


図 2　各列車速度での 2 径間 PC ラーメン橋の(a)地上変位応答，(b)～(d)軌道変位（元波形，包絡線処理，差分）の計算結果

それらの差分，をそれぞれ示す．列車速度は 200km/h から 280km/h の範囲で A～E に示す 5 ケースを実施した．

図 2(a)に示すように C：240km/h が共振速度であり，両支間で大きい動的応答増幅が生じる．B および D は共振速度から 10%程度ずれた列車速度であり，うなりを含め橋りょうでは多少の動的応答が生じる．

図 2(b)には先頭および最後尾車両位置で計測される軌道変位（の計算値）を示す．図 2(a)にも示すように列車位置により両支間でたわみの大きさが異なるため，動的応答の大きくない状態 A や E でも先頭車両では第 1 支間で，最後尾車両では第 2 支間で，それぞれ大きい下側変位が観測される．したがって，単純桁のように準静的応答が主成分の場合でも先頭および最後尾車両で軌道変位は概ね同じにはならない．ただし，共振状態である C の場合には，最後尾車両の軌道変位に波長 25m 程度の振動が重畳する．図 2(c)は 25mBPF 処理および包絡線処理を行った先頭および最後尾車両の軌道変位を示す．波長 25m 以外の成分を除去することで，両支間のたわみ性状の違いは概ね除去され，状態 A や E では先頭と最後尾車両の最大値がほぼ同様になる．

図 2(d)には共振状態であることを検知するための指標となる包絡線差分（先頭と最後尾の包絡線処理後の軌道変位の差分）を示す．動的応答の影響が小さい状態 A および E では橋りょう区間で包絡線差分がほぼ 0 となる．一方，共振状態 C では両支間で幅が概ね支間長となるピークを確認できる．この点は単純桁とほぼ同様である．単純桁と異なるのは共振速度から少しずれた状態 B および D である．これらの包絡線差分は状態 B では第 2 支間が正，状態 D では第 1 支間が正の逆対称な波形を有する．これらはうなりによる動的応答振幅の増減の影響と考えられる．以上から，2 径間 PC ラーメン橋においても単純桁と同じ車上計測による共振橋りょうの検知手法を共通して適用できるが，共振状態では両支間で正のピークが生じるのに対し，共振速度から少しずれた速度で列車通過した場合には 2 径間のうちの片側のみが正，もう片側が負の逆対称なピークが生じることを明らかにした．

4．まとめ

- 1 支間 65m の 2 径間 PC ラーメン橋を対象とし，車上計測による共振橋りょう検知手法の適用性を，数値解析により検討した．
- 単純桁の場合と同様に，共振状態では幅が支間長と概ね一致するピークが両側の支間でそれぞれ生じるが，列車速度が 10%程度ずれた場合には，両支間で正負の異なる逆対称のピークが生じることを明らかにした．

今後，得られた結果を実橋りょうでも検証するとともに，単純桁と合わせた一括での車上計測による共振橋りょう検知の構築を行っていく予定である．

参考文献

1) 松岡弘大，服部紘司：多点支持梁の閉形式解を用いた PC ラーメン鉄道橋の動的応答評価，土木学会論文集，Vol.82，No.15，p.25-15059，2026.
2) Matsuoka, K., Tanaka, H., Kawasaki, K., Somaschini, C. and Collina, A.: Drive-by methodology to identify resonant bridges using track irregularity measured by high-speed trains. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.158, No.107667, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

Development of a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

佐伯　昌之（東理大・理工）　松井　真吾（星和電機・技術）　成田　明彦（NEE・施設）
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
Shingo MATSUI, SEIWA Electric MFG Co., Ltd.
Akihiko NARITA, NEXCO-EAST Engineering Co., Ltd.
E-mail: saeki@rs.tus.ac.jp

This study presents a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign. The structure is represented by a lumped-parameter model consisting of two concentrated masses with a total of eleven degrees of freedom, connected by equivalent springs. The spring constants are determined by considering the rotational stiffness of the base, as well as the bending, torsional, and shear deformations of the supporting column and the information display box. Based on the proposed model, the natural frequencies and vibration vectors at a designated measurement point are computed for the first four vibration modes. The analytical results agree with on-site acceleration measurements.

１．はじめに

著者らは，高速道路に数多く設置されている道路情報板の異常を効率的かつ的確に検知することを目的として，加速度計測に基づく構造モニタリングシステムの開発を進めている．このシステムでは，複数の固有振動数の変化から異常を検知することを想定している．これまでに，供用中の道路情報板の加速度を計測し，安定的に低次の固有振動数を同定できることを確認している [1]．さらに，実物大模型を用いた損傷実験も実施しており，引張側アンカーボルトの軸力喪失では，固有振動数の低下を検知可能であることを示している [2]．ただし，損傷実験をすべての形状・設置環境･損傷形態に対して実施することは現実的ではなく，数値解析による検討を要する．

振動特性を再現するためには，慣性力と復元力を適切にモデルに反映させる必要がある．一方で，軽量化と補剛が考慮された実際の情報板は，薄板や補剛材で構成された複雑な形状をしている．さらに，復元力では基礎の回転剛性が重要となるが，地盤も含めてこれらを忠実にモデル化するには実務上の制約がある．

そこで，本研究では，道路情報板を 2 つの集中質量とバネでモデル化し，適切な材料パラメータを設定することで，観測された振動特性を再現することを試みた．

２．11 自由度バネ－質点系モデル

これまでに著者らが実測した道路情報板は，土工部に設置された BL2 型一基と AL2 型二基，橋梁部に設置された AL1 型三基である．本研究では，これらを同じ解析モデルで表現し，構造形式や設置環境の違いは材料パラメータの設定値で吸収する．

Fig. 1 の左側に AL1 型の俯瞰図を示す．AL1 型は，橋梁の桁張出し部に固定される形式であり，支柱の上部から表示部の背面まで，水平に 2 本の梁が伸びている．表示部は，この 2 本の梁に固定されている．その他，支柱背面には梯子や落下防止装置が，支柱と表示部の間には作業台が固定されている．

Fig.1 右側には，情報板をバネ－質点系で表現したモデルの概略図を示している．座標系の原点は支柱下端におき，x軸は道路横断方向，y軸は車両進行方向，z軸は鉛直上向きを正とする．質点 1 は支柱の上部や継手，梁左側の質量を代表し，2 本の梁の中央に配置する．質点 2 は表示部と梁右側の質量を合計し，その重心位置に配置する．支柱下端から質点 1 までの高さをl_1，質点 2 のx軸方向の偏心量をl_2，y軸の負方向の偏心量をl_3とする．質点 1 と 2 は，質量と各軸まわりの慣性モーメントを持ち，それぞれ$m_1, I_{1x}, I_{1y}, I_{1z}$と，$m_2, I_{2x}, I_{2y}, I_{2z}$で表すものとする．

基部の回転剛性は，x軸まわりをk_x，y軸まわりをk_yとする．支柱は鋼管製であり，曲げ剛性，せん断剛性，捩じり剛性をEI_1, GA_1, GJ_1とする．また，梁と表示部を合成した長さl_2の水平部材については，せん断剛性と捩り剛性をGA_2, GJ_2とし，y軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2y}，z軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2z}とする．これは，曲げ剛性の値が曲げの向きによって極端に異なるからである．

このモデルの自由度は，全部で 11 ある．質点 1 は上下に振動することがないため，水平 2 成分u_1, v_1と回転 3 成分χ_1, ϕ_1, ψ_1をもち，質点 2 は並進 3 成分u_2, v_2, w_2と回転 3 成分χ_2, ϕ_2, ψ_2をもつ．

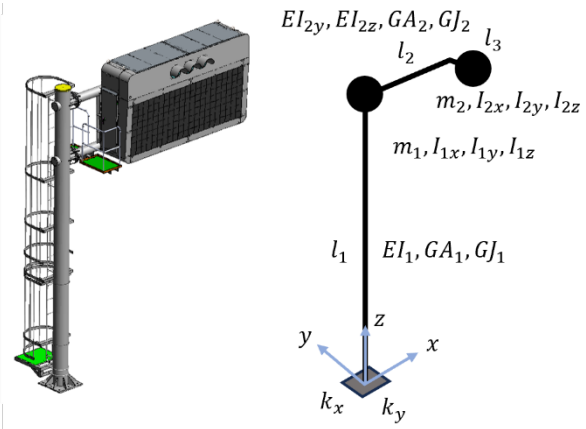


Fig. 1 Lumped-parameter model with 11 degrees of freedom.

３．柔性行列の計算と振動特性の推定

先のモデルの各自由度に，単位荷重または単位モーメント荷重を静的に作用させたときの変位および回転角を求め，柔性行列Lを生成した [3]．例えば，質点 2 のy軸方向に単位荷重を作用させたときの，質点 2 のx軸方向変位は，

$$L_{67} = l_2 l_3 \frac{l_1}{GJ_1} + \frac{{l_2}^2 l_3}{2EI_{2z}} \tag{1}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

となる．この第 1 項は，トルク$l_2 \times 1$によって発生する支柱の捩りに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値であり，第 2 項は単位荷重によって発生する水平部材の曲げに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値である．

以上の様にして 11×11 成分を全て求め，柔性行列の逆行列を計算すれば剛性行列Kを得る．そして，一般化固有値問題を解くことで，固有角振動数ωおよび固有ベクトルuを推定した．

$$K\mathrm{u} = -\omega^2 M\mathrm{u} \qquad (2)$$

ここにMは質量行列であり，各自由度の質量および慣性モーメントの値を対角項にもつ対角行列である．

４．構造パラメータの設定方法

基部の回転剛性k_x, k_yは，その発現メカニズムも不確かであることから，未知数として扱う．鋼材のヤング係数とせん断剛性は 205 GPa，78.9 GPa とする．支柱の外形は 355.6 mm，肉厚は 11.1 mm であり，JIS 規格によれば外形は±1 %の，肉厚は-12.5～15.0 %の許容誤差をもつ．初期段階では，公称値を用いてEI_1, GA_1, GJ_1の値を定めた．支柱下端の補剛材の影響は，単位荷重法により変位・回転角を計算する際に考慮し，補正係数として与えた．梁は外径 216.3 mm，肉厚 8.2 mm の鋼管であり，1 本分の剛性は支柱と同じ方法で求めた．そして，長さl_2の水平部材として考える際には，表示部の剛性も加味して算定した．ただし，2 本の梁と表示部が一体化するほど剛な造りではなく，それぞれが独立して変形するよりもやや硬い程度の様である．これについては，数値計算例を後述する．

実際の表示部は，L 型やコ型の断面をもつ部材からなるフレームに，厚さ 2.3 mm の外板が貼られた複雑な構造となっている．この剛性を精緻に計算するのは困難なことから，一様な厚さをもつ中空の箱を仮定する．剛性に寄与する部材の質量 806 kg 程度と，鋼材の密度 7850 kg/m^3 から，本研究では，表示部を長さ 3.45 m，幅 0.8 m，高さ 1.95 m，肉厚 4.6 mm の箱と考え，剛性を計算した．そして，梁 2 本と合成して$EI_{2y}, EI_{2z}, GA_2, GJ_2$を定めた．

ところで，表示部は構造部材だけでなく，LED や電子回路，ケーブルや遮熱板など剛性に寄与しない質量も持つ．我々が観測実験を行った AL1 型の場合，表示部の総質量は実測で 1420 kg 程度である．表示部の内部は広い空間となっており，前後左右のバランスを考慮しつつ質量は外側に配置されている．そのため，各軸まわりの慣性モーメントを計算する際には，厚さ 20 mm の箱を仮定した．この場合，箱の換算密度は 3130 kg/m^3 程度となる．この表示部と，同じ長さの梁右側部分を合計したものを質点 2 とし，重心位置，質量，慣性モーメントを算定した．質点 1 も同様に，質量は各部材質量の総和により求め，図面上の配置から回転中心までの距離を定め，慣性モーメントを計算した．

上記以外にも，支柱下部の質量により慣性力が発生する．これを考慮するため，適当なたわみ曲線を仮定し，水平方向の慣性力を求めた上で，質点 1 に等価換算質量として付加した．

５．モデルの妥当性を検証する 4 つの振動モード

モデルの妥当性を検証するため，2021 年 4 月に実施したフィールド試験の観測データから振動モードを推定した．この観測では，1 地点あたり 1 週間弱の連続観測を実施しており，支柱上部と表示部の加速度応答を 200 Hz のサンプリングレートで収録している．解析では，連続データから 3 分弱のデータを抽出し，相関関数を計算して ERA 法に入力した．そして，この解析を 1 週間分のデータに適用し，得られた推定結果をモード毎に分類した．橋梁部のある 1 地点のデータから推定された振動モードの平均および標準偏差を Table 1 に示す．

Table 1 Vibration modes of a bridge-mounted highway sign.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.507	$(0.09, 0.92, -0.04, 0.07, 0.37, 0.01)$
2nd	1.685	$(0.63, -0.10, -0.51, 0.57, -0.08, -0.01)$
3rd	4.494	$(0.09, -0.43, -0.08, 0.10, 0.89, 0.04)$
4th	6.259	$(0.29, 0.03, 0.87, 0.39, -0.10, 0.04)$

表の 1 行目は面外 1 次モードであり，固有振動数が 1.507 Hz であった．表中の$(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$は観測点における振動ベクトルであり，$a_x$は表示部における$x$軸方向の振幅を表し，$b_x$は支柱上部の振幅である．面外 1 次モードは，$y$軸方向（車両進行方向）に大きく揺れており，支柱上部よりも表示部の方が大きな振幅を示している．2 行目以降は，それぞれ面内 1 次，面外 2 次，面内 2 次モードを表している．

６．モデルの解析結果

本研究で開発した 11 自由度のバネ－質点系モデルを用いて，Table 1 と同じ道路情報板の振動モードを推定した．その結果を Table 2 に示す．

この解析では，固有振動数と振動ベクトルが観測結果と一致するように，基部の回転剛性k_x, k_yと水平部材の曲げ剛性EI_{2y}の 3 つのパラメータのみを未知変数として調整している．推定した曲げ剛性EI_{2y}の値は，梁と表示部が独立して変形することを仮定した場合の 3 倍程度であり，完全に一体化した場合の 1/10 以下であった．

Table 2 Vibration modes estimated using an 11-DOF model.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.508	$(0.02, 0.85, 0.01, 0.01, 0.52, 0.00)$
2nd	1.680	$(0.58, 0.00, -0.58, 0.57, -0.04, 0.00)$
3rd	4.464	$(0.07, -0.45, -0.11, 0.11, 0.88, -0.00)$
4th	6.243	$(0.38, -0.10, 0.83, 0.39, 0.03, 0.00)$

７．まとめ

本研究では，道路情報板の振動を解析するため，11 自由度の振動モデルを構築した．可能な限り設計図面に忠実に構造パラメータを定めたところ，推定された振動モードは観測結果と良い一致を示した．

参考文献

1) 佐伯昌之，松井真吾，川又忠司：道路情報板用 F 型支柱の損傷に伴う固有振動数変化，土木学会論文集特集号（応用力学），Vol. 80, No. 15, 23-15043, 2024.
2) 長井巧，石関一裕，佐伯昌之，森近翔伍，松井真吾，川又忠司，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の固有振動数変化を用いた異常検知手法の検討，AI・データサイエンス論文集，Vol. 5, No. 3, pp. 823-833, 2024.
3) 庄古朋輝，佐伯昌之，松井真吾，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の面内振動解析（シンポジウム講演概要），第 28 回応用力学シンポジウム，25010-14-05，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

横構を活用した鋼 I 桁橋の 3 次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical Study on Three-Dimensional Deformation Prediction of a Steel I-Girder Bridge Utilizing Lateral Bracing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

赤星　花奈（京都大・工）　北根　安雄（京都大・工）　松本　理佐（京都大・工）　佐藤　顕彦（京都大・工）
Kana AKAHOSHI, Kyoto University, Yasuo KITANE, Kyoto University
Risa MATSUMOTO, Kyoto University, Akihiko SATO, Kyoto University
E-mail: akahoshi.kana.22j@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigated a method for predicting the three-dimensional deformation of bridges utilizing lateral bracing. Displacements were predicted using a neural network trained on the regression relationship between axial strains in the lateral bracing and displacements of the main girders. The prediction error was found to be less than 0.3 mm. Furthermore, an approximate equation was derived that enables an estimation of the main girder cross-sectional deformation using the predicted displacements.

１．はじめに

橋梁のモニタリングにおいて，橋梁の状態を把握するため，参照点不要の鉛直変位計測手法が多く提案されている[1)など]．著者らの研究[2)]では，鉛直変位以外にも，橋軸，橋軸直角（以下，橋直）方向の変位が橋梁の損傷等の異常状態によって変化することが明らかとなった．また，主桁間に配置された横構は特に橋直変位や橋軸変位の影響を大きく影響を受けることも明らかとなっている．桁の 3 次元変形を可視化できれば，より詳細に橋梁の状態を把握することができる可能性がある．そこで本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，数値解析的検討によって，桁の変位と横構のひずみの関係を明らかにすること，横構のひずみから橋梁の 3 次元挙動を予測することを目的とする．

２．対象橋梁および解析モデル概要

Figure 1 に対象橋梁および，本論文で使用する 24 本の横構とその番号を示す．対象橋梁は平成 6 年度版の土木構造物標準設計に記載されている支間長 30m，幅員 9.5m の単純非合成 4 主桁橋である．解析には有限要素解析ソフトである Abaqus2025 を用いた．床版，主桁，横桁はシェル要素で，横構は梁要素によってモデル化し，腹板に結合した．

荷重は，床版上面に死荷重相当の等分布荷重を載荷した．また，25t の車両のタイヤ設置面を模擬した載荷版を輪荷重としてランダムに移動させ，載荷した．

３．横構のひずみと変位の関係

Figure 2 に支間中央，G1 桁直上に輪荷重を偏心載荷した際の横構（LB-1～LB-6）のひずみを示す．横構のひずみは，横構にひずみゲージを貼付することを想定し，横構の中央の軸ひずみを抽出した．Figure 3 に横構と腹板が結合された 2 点の鉛直，橋軸，橋直方向の変位差を，横構の軸方向の変位に換算した値を示す．これを見ると，横構のひずみ変化は，橋軸（x）方向と橋直（z）方向の伸びによって引き起こされていることがわかる．以下では，横構の 2 つの方向の伸縮と桁の変位との関係を説明する．

１）橋軸方向のひずみ

Figure 3 から橋軸（x）方向には横構が伸びていることがわかる．Figure 4 に桁にたわみが生じた際の曲げ変形に伴う横構の伸びを示す．横構は，中立軸よりも桁下縁側に位置するため，桁に曲げが生じると，橋軸方向に伸びΔdxが生じる．これをひずみに換算すると，

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} \qquad (1)$$

となる．これを下縁側のひずみとしてたわみを求めると，

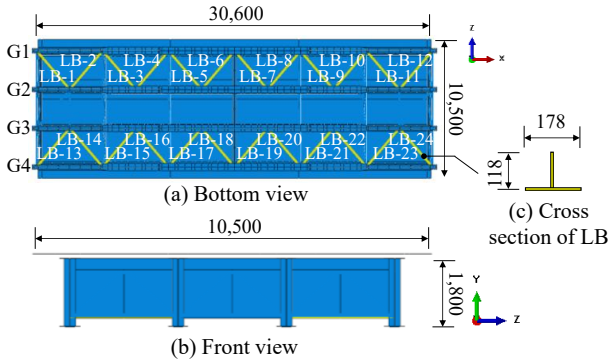


Figure 1 Target bridge (FE model)

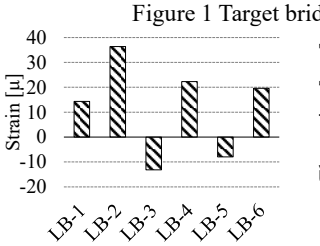


Figure 2 Axial strain of LB

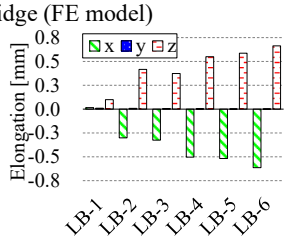


Figure 3 Extension and contraction of LB

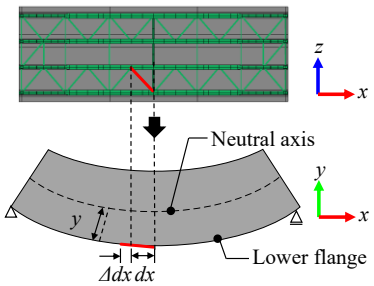


Figure 4 Relationship between girder displacement and longitudinal axis displacement of LB

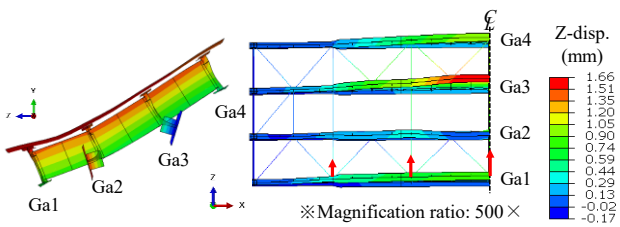


Figure 5 Displacement in the transverse direction

$$v = \int_0^{\frac{l}{2}} \theta dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{\rho} dx dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\varepsilon}{y} dx dx \qquad (2)$$

となり，横構の橋軸方向伸びから鉛直たわみが求められることがわかる．Figure 3 においてx方向の伸縮量は支間中央の LB-6 が最大となり，端部になるにつれて小さくなっているが，これは支間中央での曲げモーメントが最大となっていることを示す．

２）橋直方向のひずみ

Figure 5 には，主桁の橋直方向の変形図を示す．桁の偏心によって主桁断面が回転し，橋直変位が増加している．Figure 3 では，橋直変位によって横構が縮んでいることがわかる．これは，主桁断面の回転による G1～G4 桁の橋直変位の増加が桁ごとに異なることによって，鋼桁の橋直変位が直接横構のひずみに影響を及ぼしたと考えられる．一方で，横構は腹板に取りつけられているため，横構に軸力が作用すると，腹板に面外方向力が作用し，面外変形が生じる．そのため，横構のひずみと変位の関係を簡易的な理論式で表すことは困難である．

４．桁変位の予測

１）横構取付位置の変位予測

横構のひずみから桁変位の関係を補完するため，本研究では回帰問題としたニューラルネットワーク（以下，NN）を用いる．Figure 6 に示すように，入力データとして 24 本の横構の軸ひずみを用いる．また，鉛直変位の影響と橋直変位の影響を分類するため，G1 桁支間中央位置の G1 桁腹板の直ひずみ 1 点を入力データに加えた．出力データは，横構-腹板接続位置の鉛直，橋直方向の変位とした．なお，橋軸方向の変位ついては，ここでは鉛直方向による下縁側の伸びのみが影響すると想定し，出力しないこととした．学習させるデータは，橋のランダムな変形状態を考慮するため，輪荷重の大きさと位置，等分布荷重の大きさをランダムに変化させ，計 208 個のデータを作成し，7 割のデータを学習用，3 割のデータをテスト用とした．

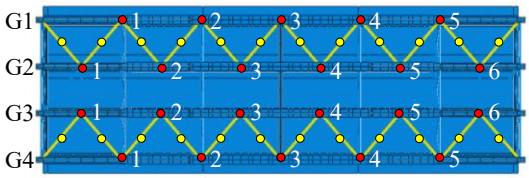
Figure 7, 8 にテストデータのうち 1 ケースの予測結果を示す．赤丸が鉛直，橋直変位の予測結果，青丸が FEM 解析から得た正しい変位を示す．鉛直変位は G1 桁から G4 桁につれて変位が増加し，それに伴って G1 桁，G2 桁に大きな橋直変位が生じた．これらの予測誤差は 1.0%以下であり，正確に予測できていることがわかる．一方で，G3 桁と G4 桁の橋直変位は 23%，11%と誤差が大きくなった．橋直変位については，変位が小さい（0.05mm 程度）場合に誤差率が急激に増加する傾向がみられた．そこで，Table 1 のようにすべてのテストデータを誤差の平均値として評価した．鉛直変位の誤差は約 0.3mm 程度，橋直変位は 0.1mm 程度であり，概ね予測が可能であるといえる．

２）支間中央断面の桁の変位予測

１）で予測された変位を使用し，支間中央断面の変形状態の予測を行う．Figure 5 から，腹板は主桁に追従して変形することがわかるため，ここでは横桁のみに着目した．G1-G2 桁，G2-G3 桁，G3-G4 桁それぞれに対し，Figure 9 のように横桁断面の変形を予測した．G1-G2 桁, G3-G4 桁間は，鉛直方向の変位から腹板がθ傾いているとして計算した．G2-G3 桁間の変形は，鉛直変位は，u_{y1}～u_{y4}から得られる 3 次近似式を用いて，橋直変位は，G2，G3 桁の変位の線形補完で算出した．Figure 10 にこれらの式を用いた桁変形の予測を示す．桁変形をおおよそ再現できたといえる．

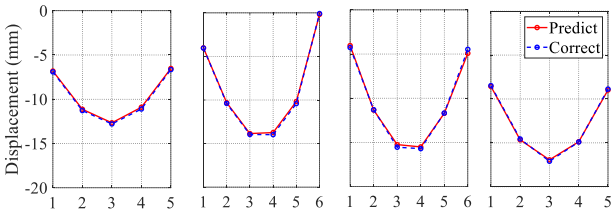
５．結論

本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，横構の軸ひずみを用いた橋梁の 3 次元挙動の予測について検討した．



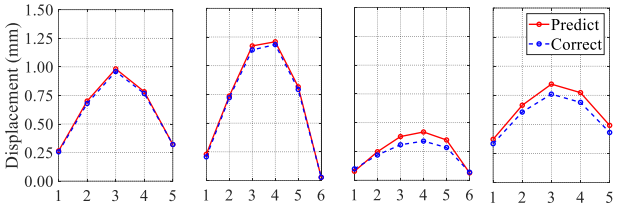
○ +strain of one point: Input ● :Output

Figure 6 Input data and output data points



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 7 Predicted displacement of vertical axis



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 8 Predicted displacement of transverse axis

Table 1 Mean prediction error (unit: mm)

Y (Vertical)				Z (Transverse)			
G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4
0.23	0.23	0.29	0.30	0.05	0.05	0.08	0.11

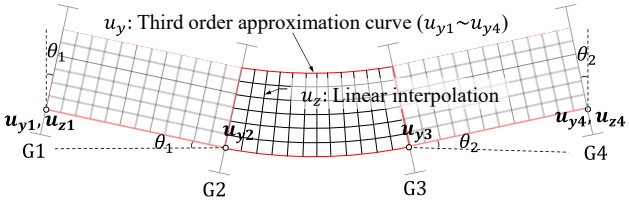
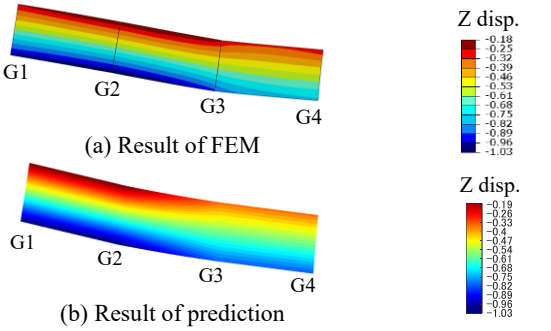


Figure 9 Caluculation method for prediction deformation of cross girder



(a) Result of FEM

(b) Result of prediction

Figure 10 Prediction of cross girder deformation

1) 横構のひずみを学習データとした NN を用いて主桁変位の予測を行った結果，鉛直変位は約 0.3mm，橋直変位は約 0.1mm の誤差で予測可能であった．

2) NN で予測した変位から断面の傾きや 2 次・3 次の変位近似式を算出することで，腹板断面の変形を予測できた．

＜参考文献＞

1) K.Helmi et.al.: Reference free method for real time monitoring of bridge deflections, Engineering Structures, vol.103, pp.116-124, 2015.

2) 赤星ら：多目的遺伝的アルゴリズムを活用した横構による鋼 I 桁橋下フランジの損傷検知，第 28 回応用力学シンポジウム，2510-14-02，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (1)

座長:松島 亘志(筑波大学)

9:10 ~ 9:25

[24001] 原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
ー新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈ー
（シンポジウム講演概要）

*川野 昂輝[1]、星 啓太郎[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[24002] 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*藤田 達大[1]、新保 泰輝[2]、福元 豊[3] (1. 五大開発株式会社、2. 石川工業高等専門学校、3. 岡山大学)

9:40 ~ 9:55

[24003] 透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

*太田 大希[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、福元 豊[1] (1. 岡山大学)

9:55 ~ 10:10

[24004] 技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

*小田 和広[1] (1. 大阪産業大学)

10:10 ~ 10:25

[24005] ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮したDrucker-Prager弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

*新保 泰輝[1]、福元 豊[2] (1. 石川工業高等専門学校、2. 岡山大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
－新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈－
（シンポジウム講演概要）

Generation Mechanism of Quaternary Ground Deformation at a Nuclear Power Plant Site
－ A Bifurcation-Based Interpretation Considering Swelling of the Neogene Formation －
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

川野　昂輝（東北大・工）　　星　啓太郎（東北大・工）　　山田　正太郎（東北大・工）
Kouki KAWANO, Tohoku University
Keitaro HOSHI, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: kawano.kouki.t6@dc.tohoku.ac.jp

Periodic undulations are observed in the Quaternary terrace deposits within the Higashidori Nuclear Power Plant site in Aomori Prefecture. While volume expansion of expansive minerals has been suggested as a cause, swelling alone cannot explain the periodicity. This study investigated the mechanism of ground deformation using finite element analysis with an expansive rock model that incorporates electro-chemical-mechanical interactions within the crystalline layers of clay minerals. The results indicate that buckling instability caused by expansion pressure generated in the Tertiary deposits can induce periodic ground deformation in the Quaternary deposits. Furthermore, the wavelength of the undulations is autonomously determined by the thickness and stiffness of the swelling layer.

１．はじめに

青森県東通原子力発電所敷地内に分布する第四系段丘堆積物（約 12～13 万年前以降）において，Fig. 1[1]に示すような地層の起伏が確認されている．原子力発電所敷地内の第四系に変状が認められた場合，その成因が断層活動などの急激な地殻変動に起因するか否かは，構造物の安全性評価上，重要な検討事項である．地質調査および X 線回折分析により，第四系直下の新第三系泊層に吸水膨潤性鉱物の存在が確認され，この層の膨潤が撓みの原因である可能性が指摘されている．一方，Fig. 2[2]に示す地中レーダー探査が示す通り，このような地中の起伏は複数確認されており，しかも周期性が認められるが，膨潤のみではこのようなパターンが発現するメカニズムまでは十分に説明できない．

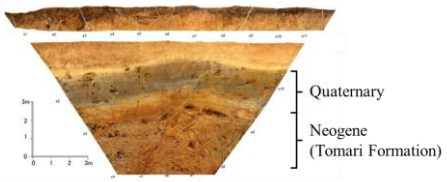


Fig. 1 Periodic undulations of the Quaternary terrace deposits confirmed by trench excavation[1)]

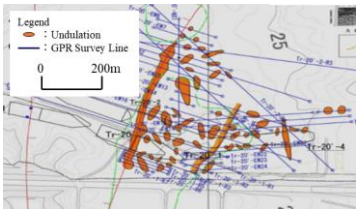


Fig. 2 Periodic undulations of the Quaternary terrace deposits confirmed by GPR (Ground-Penetrating Radar) survey[2)]

そこで本研究では，泊層が過去の沈降により形成された地層境界によって水平変位を拘束された状態で膨潤し，その結果，内部応力が蓄積され座屈が生じたとの仮説を立てた．以下では，この仮説の妥当性を，膨潤性岩盤モデルを用いた有限要素分岐解析により検証する．

２．膨潤性岩盤モデル

本研究では，Hoshi et al. (2026)[3)]による粘土鉱物の結晶層間の電気-化学-力学作用を考慮した膨潤性岩盤モデルを用いる．このモデルでは，Fig. 3 に示すように，膨潤性岩盤の間隙がマクロな岩盤骨格間隙とミクロな鉱物結晶層間間隙で構成される二重間隙構造を成すとした上で，Fig. 4 に示すように，変形勾配 $\boldsymbol{F}$ が，岩盤骨格の微小体積 dV を基準とする岩盤骨格の変形 $\boldsymbol{F}^{ss}$ と結晶層間の微小体積 dV^{il} を基準とする膨潤性粘土鉱物の変形 $\boldsymbol{F}^{il}$ に分解できると仮定する．ただし，岩盤骨格の変形 $\boldsymbol{F}^{ss}$ は膨潤性岩盤の変形 $\boldsymbol{F}$ と相似であり，膨潤性粘土鉱物はマクロな視点からは，等方的に拡大･縮小する変形 $\boldsymbol{F}^{il}$ を与えると仮定する．

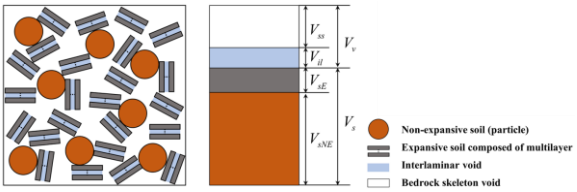


Fig. 3 Double-void structure

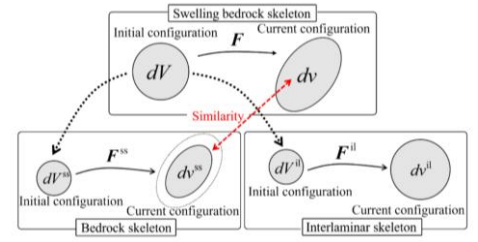


Fig. 4 Decomposition of deformation gradient

$J^{il}(=\det\boldsymbol{F}^{il})$ は初期と現在の結晶層間距離 d_0 と d の比で表されると仮定して，$\boldsymbol{F}^{il}$ を次式で与える．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{il}} = (J^{\mathrm{il}})^{1/3}\boldsymbol{I},\ J^{\mathrm{il}} = d/d_0 \tag{1}$$

結晶層間距離 d は，層間にはたらく一次元的な力のつり合いを満足するように決定する．結晶層間に作用する力として電気二重層斥力 f_r，van der Waals 力 f_a，水和力 f_h，有効応力 f_e を考える．

$$f_a(d) - f_r(c,d) - f_h(d) + f_e(\sigma) = 0 \tag{2}$$

ここで，c は間隙流体のイオン濃度であり，電気二重層斥力は間隙流体のイオン濃度によって変化する．

また，岩盤骨格の変形 $\boldsymbol{F}^{ss}$ については，変形勾配の乗算分解に基づく有限変形弾塑性理論の枠組みにおいて定式化を行うため，岩盤骨格の変形勾配 $\boldsymbol{F}^{ss}$ を弾性成分 $\boldsymbol{F}^{e}$ と塑性成分 $\boldsymbol{F}^{p}$ に乗算分解する．

$$\boldsymbol{F}^{ss} = \boldsymbol{F}^{e}\boldsymbol{F}^{p} \tag{3}$$

弾塑性構成則の具体形として，Abe et al. (2024)[4]を拡張したセメンテーションとその劣化を考慮した有限変形 Cam-clay model を適用する．さらに，本研究では，滑らかな弾塑性遷移を表現するために下負荷面を導入している．上記のマルチフィジックスな構成則を，有限変形理論に基づく有限要素解析コードに実装して解析を行った．

3．分岐・座屈解析

本研究では，剛性行列 $\boldsymbol{K}$ が対称性を有することを考慮して，Fujii and Noguchi (2002)[5]の $\boldsymbol{LDL^T}$ 分解に基づく分岐解析手法を採用した．この手法は，計算コストの高い固有値解析を行うことなく，連立一次方程式を解く際に得られる情報から分岐解析に必要なクリティカルな固有値と固有ベクトルを近似的に求める手法である．具体的には，Sylvester の慣性率より剛性行列 $\boldsymbol{K}$ の固有値の正負の個数が，分解後の対角行列 $\boldsymbol{D}$ の正負の個数と一致することを利用して分岐点を探索する．また，上三角行列 $\boldsymbol{L^T}$ から抽出可能な絶対値最小固有値に対応する固有ベクトルに近似したベクトルを全体 Newton-Raphson 法による収束計算の初期値にすることで分岐経路に誘導する．

4．解析条件

本研究では，下層(10m)と上層(0.5m)に非膨潤性岩盤モデル，中層(0.5m)に膨潤性岩盤モデルを配置した三層の水平成層地盤を仮定した．解析モデルの全体寸法は，水平方向 15m，高さ方向 11m に設定した．境界条件として，モデル両側面の水平変位および下面の鉛直変位を固定した．また，現地サイトが過去に海進・海退の履歴を受けた際に，間隙水のイオン濃度に変化が生じたと仮定して，イオン濃度を 1.0mol/L から 1.0×10^{-7}mol/L へと徐々に低下させた．

5．解析結果

Fig. 5 に解析モデルの初期状態，分岐直後，および最終ステップにおける変形状態を示す．(a)は分岐解に誘導した場合（分岐経路），(b)は誘導しなかった場合（主経路）の結果である．色の違いは，層構成を示しており，中層で膨潤を生じさせている．主経路では鉛直方向の変形のみが生じるのに対し，分岐経路では波状の変形が現れている．これは膨潤に伴う水平方向の膨潤圧により，一種の座屈現象が発生したためであると考えられる．特に，最初に出現した分岐点で分岐解に誘導したにも関わらず，2 波分の起伏が形成された．梁の座屈の場合 1 次モードで 1/2 波分の変形が現れることを考えるとこの特徴は興味深い．

次に周期的な分岐パターンの必然性を検討するため，解析領域幅を 30m に拡張して解析を行った．Fig. 6 に鉛直変位分布を示す．幅 15m では 2 波分，幅 30m では 4 波分の起伏が現れ，共にイオン濃度 7.57×10^{-7}mol/L において分岐が生じた．梁の座屈では長さの増加に伴い波長が伸び，座屈荷重が低下するが，本解析では解析領域の幅が広がっても，波長も分岐荷重に相当するイオン濃度も変化しなかった．紙幅の都合上，結果は割愛するが，膨潤層厚を大きくすると波長が大きくなることが確認された．これらの結果は，現地における起伏の周期が解析領域の大きさではなく，層厚や地盤剛性といった力学特性によって自律的に決定されることを示唆している．

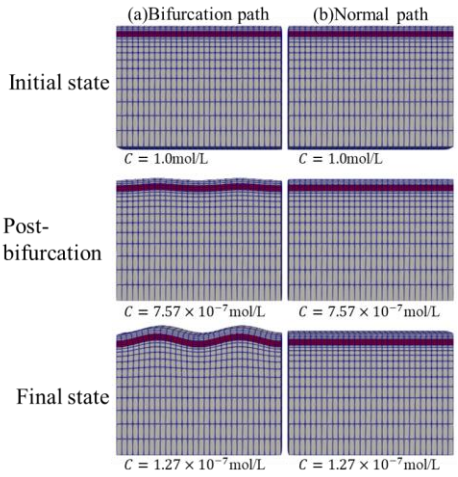


Fig. 5 Deformation diagram

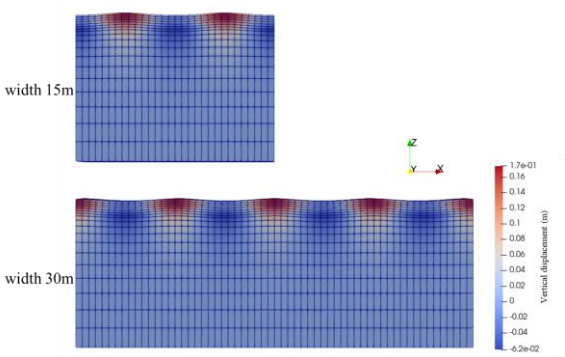


Fig. 6 Vertical displacement distribution

6．終わりに

本研究では，原子力サイトの第四系で確認された地層変状が，新第三系の膨潤に起因する分岐現象として説明可能であること，また起伏は膨潤層の厚さや剛性によって決まる一定の波長を持って現れることを数値計算により示した．

参考文献

1) 東北電力 (2014): 東通原子力発電所 敷地内断層の活動性等の評価に係る 追加地質調査報告書.
2) 中満隆博 (2025): 『見かけ活断層』の諸相-東通原子力発電所の場合-.
3) Hoshi, K., Yamada, S., Abe, Y. and Kyoya, T. (2026): Tunnel excavation and swelling analysis of expansive bedrock with multiphysics elasto-plastic model capable of describing different swelling behavior due to exchangeable cation species, *Comput. Geotech.*, 193, 107956.
4) Abe, Y., Yamada, S., Hoshi, K., Kyoya, T. (2024) Reconstruction of Cam-clay model based on multiplicative decomposition of the deformation gradient. *Comput. Geotech*, 166, 105958.
5) Fujii, F., Noguchi, H. (2002): The buckling mode extracted from the LDL$^{\mathrm{T}}$-decomposed large-order stiffness matrix, *Commun. Numer. Meth. Engng.*, 18(1), 459-467.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

Simulation of Uniaxial Compression Test Using Phase-Field Method with External Driving Force (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤田　達大（五大開発株式会社）　　新保　泰輝（石川高専）　福元　豊（岡山大）
Tatsuhiro FUJITA, GODAI KAIHATSU Corporation
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
E-mail: fujita@godai.co.jp

Numerical prediction of crack behavior in embankments is crucial for earthquake disaster prevention. This study simulated uniaxial compression tests on pre-cracked specimens using a phase-field method with external driving force. Dynamic solution of the phase-field equation controlled crack velocity, avoiding instantaneous propagation in quasi-static analysis. A cylindrical specimen (diameter 5 cm, height 10 cm) with a 45-degree inclined 2 cm crack was analyzed. Three parameters were calibrated. Load-displacement curves agreed reasonably well with experiments except plastic and residual regions. Crack propagation behavior, tensile fracture followed by shear fracture with oblique growth, was reasonably reproduced. The results demonstrate promising applicability to geomaterials.

1. はじめに

地震時の盛土では，天端・法面の開口亀裂や堤体底面まで進行する貫通亀裂，液状化による分離破壊などが報告されており，その数値予測は防災上重要である．亀裂解析手法として X-FEM やペリダイナミックスがあるが，前者は煩雑な幾何学計算を要し，後者は境界処理に課題がある．一方，FEM とフェーズフィールド法の連成解析は，亀裂の発生から進展まで統一的に扱え，幾何学計算が不要で境界条件の取り扱いも容易である．

本研究では，材料強度を考慮可能な外部駆動力（external driving forces）を導入したフェーズフィールドの定式化を採用した．準静的解析では，亀裂が瞬時に進展し試験結果と整合性が得られないため，動的解法により亀裂進展速度を制御した．フェーズフィールド法の地盤解析への適用可能性を検証するため，一軸圧縮試験の再現解析を実施した．

2．外部駆動力を導入したフェーズフィールド法

フェーズフィールド変数vを導入し，$v=1$は非破壊状態，$v=0$は破壊状態を表す．フェーズフィールド方程式は以下である．

$$\eta\frac{\partial v}{\partial t}=-2vW+\frac{3G_c}{8\epsilon}+\frac{3G_c\epsilon}{4}\Delta v+\mathcal{C}_e(I_1,J_2,\epsilon) \tag{1}$$

I_1とJ_2は Cauchy 応力の不変量，Wはエネルギ密度である．μはせん断弾性係数，κは体積弾性係数でありヤング率 E とポアソン比νから計算される．G_cは破壊エネルギ解放率，ϵは正則化パラメータである．$1/\eta$はモバリティパラメータと呼ばれ亀裂進展速度を調整する．$\mathcal{C}_e$は外部駆動力 [1),2)]であり，以下の式を用いる．

$$\mathcal{C}_e(I_1,J_2,\epsilon)=\beta_2^\epsilon\sqrt{J_2}+\beta_1^\epsilon I_1+\beta_0^\epsilon+\left(1-\frac{\sqrt{I_1^2}}{I_1}\right)\left(\frac{J_2}{2\mu}+\frac{I_1^2}{18\kappa}\right) \tag{2}$$

$$\beta_0^\epsilon=\delta^\epsilon\frac{3G_c}{8\epsilon} \tag{3}$$

$$\beta_1^\epsilon=-\frac{(1+\delta^\epsilon)(\sigma_{cs}-\sigma_{ts})}{2\sigma_{cs}\sigma_{ts}}\frac{3G_c}{8\epsilon}+\frac{\sigma_{ts}}{18\kappa}+\frac{\sigma_{ts}}{6\mu} \tag{4}$$

$$\beta_2^\epsilon=-\frac{\sqrt{3}(1+\delta^\epsilon)(\sigma_{cs}+\sigma_{ts})}{2\sigma_{cs}\sigma_{ts}}\frac{3G_c}{8\epsilon}+\frac{\sigma_{ts}}{6\sqrt{3}\kappa}+\frac{\sigma_{ts}}{2\sqrt{3}\mu} \tag{5}$$

σ_{ts}とσ_{cs}は引張・圧縮強度，δ^ϵは調整パラメータである．亀裂進展解析において，亀裂の不可逆性$\partial v/\partial t\le 0$を満たす必要がある．フェーズフィールド法において亀裂の局所化長さはϵ程度であるが，駆動力の効果が大きいと有効局所化長さ [1)]$\bar{\epsilon}=\epsilon/\sqrt{1+\delta^\epsilon}$程度となる．$\delta^\epsilon>0$ならば有効局所化長さが正則化パラメータより小さくなるため，不可逆性の制約を緩和する必要がある [1)]．そのため，亀裂と十分判断できる$v\le 0.05$に達した場合のみ不可逆性の制約を課す．

3．有限要素方程式とスタッガード法

変位場$\boldsymbol{u}$とフェーズフィールド変数vの有限要素方程式は，以下となる．

$$\mathbf{R}^u=\int_\Omega\mathbf{B}^T\boldsymbol{\sigma}\mathrm{d}\Omega-\int_\Omega\mathbf{N}^T\mathbf{b}\mathrm{d}\Omega-\int_{\partial\Omega}\mathbf{N}^T\mathbf{t}\mathrm{d}S=\mathbf{0} \tag{6}$$

$$\mathbf{R}^v=\eta\int_\Omega\mathbf{N}^T\frac{v-v_b}{\Delta t}\mathrm{d}\Omega+\int_\Omega\mathbf{N}^T\left\{2vW-\frac{3G_c}{8\epsilon}+W'_{penalty}-\mathcal{C}_e\right\}\mathrm{d}\Omega+\frac{3}{4}G_c\epsilon\int_\Omega(\nabla\mathbf{N})^T\nabla v\mathrm{d}\Omega=\mathbf{0} \tag{7}$$

ここで$\mathbf{N}$は形状関数，$\mathbf{B}$は形状関数を微分した行列である．また，$\boldsymbol{b}$は物体力，$\boldsymbol{t}$は荷重による表面応力である．応力$\boldsymbol{\sigma}$は，微小変形を仮定し，ひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$を用いて以下で定義される．

$$\boldsymbol{\sigma}=v^2\frac{\partial W}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{8}$$

上付きのプライムはvの汎関数微分を意味しており，$W_{penalty}$はペナルティー項でフェーズフィールド変数が$0\le v\le 1$となるように導入する．

$$W_{penalty}=\frac{\gamma}{2}\left[(|v|-v)^2+(|1-v|-(1-v))^2\right] \tag{9}$$

γは大きめの値に設定する．また，時間微分の離散化は，1 ステップ前のフェーズフィールド変数をv_bとして後退オイラー法$\partial v/\partial t\approx(v-v_b)/\Delta t$を用いた．

有限要素方程式の解法は，変位場とフェーズフィールド変数を交互に求めるスタッガード法を用いる．変位場の方程式を解く際は，フェーズフィールド変数を固定して求め，

$$\mathbf{K}^u|_v\,\mathbf{u}=-\mathbf{R}^u|_v \tag{10}$$

フェーズフィールド方程式を解く際は，変位場を固定して求め，

$$\mathbf{K}^v|_u\,\mathbf{v}=-\mathbf{R}^v|_u \tag{11}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$\mathbf{R}^u$と$\mathbf{R}^v$が十分小さくなるまで繰り返す．また$\mathbf{K}^u$と$\mathbf{K}^v$は剛性行列で以下である．

$$\mathbf{K}^u = \int_\Omega \mathbf{B}^T \mathbf{D}\mathbf{B} \mathrm{d}\Omega \tag{12}$$

$$\mathbf{K}^v = \frac{\eta}{\Delta t}\int_\Omega \mathbf{N}^T\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega + \int_\Omega \mathbf{N}^T\mathbf{N}\left\{2W + W''_{penalty} - \mathcal{C}'_e\right\}\mathrm{d}\Omega + \frac{3}{4}G_c\epsilon\int_\Omega (\nabla\mathbf{N})^T\nabla\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega \tag{13}$$

$\boldsymbol{D}$は弾性行列で平面ひずみ理論を用いた．行列は圧縮行格納形式で処理し，連立方程式はヤコビ前処理を実施した共役勾配法で解いた．

4．一軸圧縮試験の結果

一藤らが実施した試験[3]は，Fig.1 に示すように直径 5cm，高さ 10cm，含水比 16%，締固め度 89.89%の円柱供試体に長さ 2cm の斜め 45° 貫通亀裂を挿入した．Fig.2 に供試体の初期状態と破壊後の状態を示す．

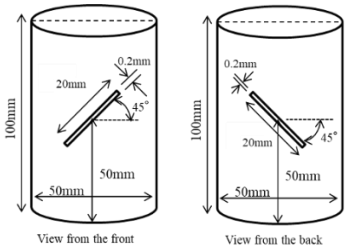


Fig. 1　Overview of Test Specimen

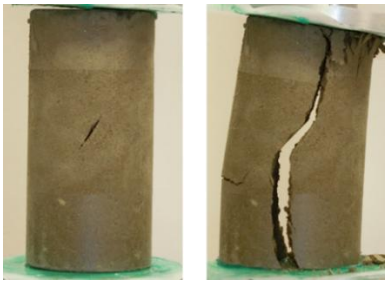


Fig. 2 Initial and fractured crack patterns

試験結果は，ヤング率E = 8.73MPa，圧縮強度σ_{cs} = 96.45KPa，破壊時の荷重$P_{critical}$ = 80Nであった．本研究の試験条件における破壊エネルギ解放率G_cは，亀裂半長をa，供試体面積をAとして式(14)から求めた．

$$G_c = \frac{(1-\nu^2)\pi a}{E}\left(\frac{P_{critical}}{2A}\right)^2 \tag{14}$$

5．解析条件

高さ 10cm，幅 5cm の平面モデルに斜め 45° ，長さ 2cm の初期亀裂を配置した．ポアソン比νは 0.25 とした．四角形 1 次要素，4 点のガウス積分とした．メッシュサイズは 2.0×10^{-4}m 程度で正則化パラメータϵは 8.0×10^{-4}m とした．境界条件は，上部鉛直固定と水平稼働，下部鉛直強制変位と水平稼働とした．強制変位は 1 ステップ毎に 1.7×10^{-6}m で与え，最終的に 2.04×10^{-3}m まで与えた．急激な亀裂進展を起こさないために，$v \leq 0.05$後は与える変位を 1.7×10^{-7}m とした．

6．解析結果

一軸圧縮試験では圧縮強度のみ測定されるため，3 つのパラメータ δ^ϵ，η，σ_{ts}を試験結果に合わせてキャリブレーションし，$\delta^\epsilon = 150$，$\eta = 9.5\times10^5$Pa·s，$\sigma_{ts} = 0.32\sigma_{cs}$とした．Fig. 3 に荷重-変位曲線の試験結果と解析結果の比較を示す．塑性部分と残留荷重部分を除き，試験結果と解析結果は概ね一致している．

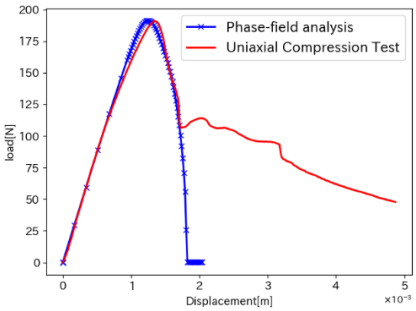


Fig. 3 Load-displacement curve

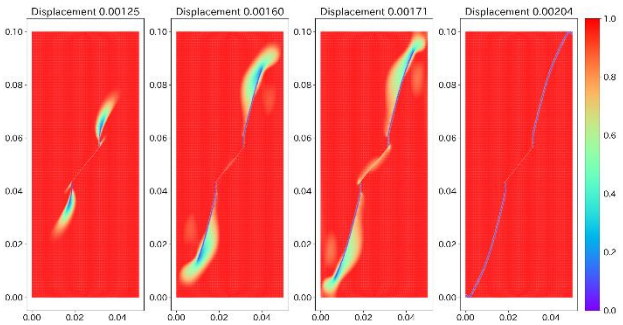


Fig. 4　Results from Crack Propagation Simulation

Fig.4 は亀裂進展解析の結果を示す．ガウス積分点の値でヒートマップを作成した．初期段階では正則化パラメータϵの影響により亀裂境界が不明瞭であるが，駆動力により有効局所化長さϵで亀裂が進展するため最終的には明瞭に局所化される．初期亀裂先端から引張破壊が生じ荷重方向に進展後，せん断破壊により斜め方向に進展し，概ね試験結果を再現できた．しかし，本研究では，接触や摩擦を考慮していないため，メッシュ同士の食い込みが生じており，残留荷重部分は再現できていない．

7．まとめ

本研究では，フェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析を実施した．3 つのパラメータをキャリブレーションすることで，塑性部分と残留荷重部分を除き荷重-変位曲線および亀裂進展挙動が概ね再現できた．今後，接触・摩擦理論を導入し残留荷重部分の再現性を向上させる．

参考文献

1) Kumar, A., Bourdin, B., Francfort, G. A. and Lopez-Pamies, O. : Revisiting nucleation in the phase-field approach to brittle fracture, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.142, 104027, 2020.
2) Kumar, A., Ravi-Chandar, K. and Lopez-Pamies, O. : The revisited phase-field approach to brittle fracture: application to indentation and notch problems, International Journal of Fracture, Vol.237, pp.83-100, 2022.
3) 一藤 亮太, 澤 知行, 花沢 大輔, 新保 泰輝, 福元 豊, : Peridynamics を用いた亀裂を有する粘性土の一軸圧縮シミュレーション, 令和 2 年度土木学会中部支部研究発表会 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

Analysis of the Effects of Permeability Random Field on Levee Piping Risk (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

太田　大希（岡山大・工）　西村　伸一（岡山大・工）　柴田　俊文（岡山大・工）　福元　豊（岡山大・工）
Taiki Ota, Okayama University
Shin-ichi Nishimura, Okayama University
Toshifumi Shibata, Okayama University
Fukumoto Yutaka, Okayama University
E-mail: o.taiki0105@icloud.com

This study constructs an integrated analytical workflow for piping risk assessment of river levees. A Gaussian Process Regression model applied to CPTu data enables efficient high-density estimation of Permeability. A three-dimensional stochastic permeability field was then constructed from the estimated values, and probabilistic seepage flow analysis demonstrated that non-negligible piping risk exists even in zones assessed as safe under conventional homogeneous assumptions, once spatial heterogeneity is accounted for. Furthermore, the erosion theory proposed by Fujisawa et al. was implemented into the Material Point Method, establishing a piping simulation capability within the MPM framework. These findings provide a foundation for development of heterogeneity-aware dynamic piping prediction.

1.　研究背景と目的

近年，河川堤防の破堤事例が増加しており，その要因の一つであるパイピング現象への対策が急務となっている．パイピングは堤防基礎地盤内で浸透流が集中し，下流側で土粒子が流出し，上流側に向かって後退侵食する現象である．危険箇所の特定には地盤の透水係数を高密度に把握することが不可欠だが，従来の透水試験は時間的・経済的に多点計測が困難であった．また，パイピング現象はいまだその進行メカニズムに不明な点があり，実地盤の不均質性を考慮した進展予測手法は十分に確立されていなかった．

そこで本研究の目的は，効率的な透水係数推定手法を確立し，不均質性を考慮したパイピングポテンシャル評価を行うことである．具体的には，電気式コーン貫入試験(CPTu)から直接透水係数を推定する手法 [1]を構築し，ガウス過程回帰(GPR)による確率場モデルに基づきパイピングポテンシャルを評価する．さらに，大変形に適した Material Point Method (MPM)に侵食理論を実装することで，従来の有限要素法では困難だった大変形を伴うパイピングシミュレーション技術を開発する．最終的に，地盤の不均質性とシミュレーション技術を総合化して，パイピングリスク評価システムの完成を目指す．

2.　CPTu に基づく透水係数推定

CPTu は円錐プローブを地盤に貫入し，先端抵抗q_t，周面摩擦f_s，間隙水圧uを連続測定する原位置試験であり，標準貫入速度 20 mm/s で数分から数十分の測定が完了するため，広範囲での多点計測に適している．本研究では，岡山県西部の小田川河川敷から採取した土質資料に対して，独自開発した室内 CPTu と透水試験の両方を実施し，CPTu パラメータと透水係数の推定式を導出した．これにより，現場では CPTu のみで透水係数を効率的に推定できる．具体的には，12 試料のデータセットに基づき，非線形関係を柔軟にモデル化できる GPR を用いて式(1)を導出した．式(1)は Matern カーネルk_{Mat}と Rational Quadratic カーネルk_{RQ}の線型結合で構成される．説明変数はq_t，f_s，とこれらから求まる土質分類指数I_cであり，スケールの違いを補正するため標準化（平均 0，分散 1）を施した．目的変数は透水試験で得られた飽和透水係数の常用対数log$k$である．

$$k(d) = c_1 k_{\mathrm{Mat}}(d; l_1, \nu) + c_2 k_{\mathrm{RQ}}(d; l_2, \alpha) \quad (1)$$

ここで，dは標準化後のq_t，f_s，I_cから計算され，$d = \sqrt{(q_t - q_t')^2 + (f_s - f_s')^2 + (I_c - I_c')^2}, c_1 = 0.084, l_1 = 1.12, l_2 = 0.001, \nu = 1.5, \alpha = 0.0097$である．交差検証の結果$R^2 = 0.704 \pm 0.177$を達成した(図-1)．本手法により，測定時間を大幅に短縮しつつ，高密度な透水係数取得が可能となった．

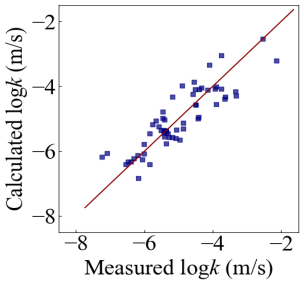


Fig. 1 Comparison between measured and predicted permeability

3.　確率論的空間分布推定

導出した式(1)に小田川堤防の基礎地盤における CPTu データを適用し，各測点の透水係数推定値を取得する．しかし，測定点は離散的であり，測定点間の透水係数は未知である．パイピングポテンシャル評価には地盤の不均質性が重要な影響を与えるため，未測定箇所を含む連続的な透水係数分布が必要となる．そこで，測定点での値を厳密に再現しつつ，未測定箇所の空間変動を表現する式(2)を GPR で構築した．式(2)は RBF カーネルk_{RBF}と指数カーネルk_{EXP}の線型結合で構成される．

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_1^2 k_{\mathrm{RBF}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \mathbf{l}_1) + \sigma_1^2 k_{\mathrm{EXP}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \mathbf{l}_2) \quad (2)$$

ここで，$\mathbf{x} = (x, y, z)$であり，σ^2は分散，$\mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z)$は水平・鉛直方向の相関距離である．また，$\sigma_1^2 = 0.048, l_{x1} = l_{y1} = 6500, l_{z1} = 10.91, \sigma_2^2 = 0.004, l_{x2} = l_{y2} = 12.7, l_{z2} = 0.42$ である．本確率場モデルは，大局的傾向を表すトレンド成分と局所的変動を表すランダム成分から成る．構築した式(2)から十分な統計量を得るため基礎地盤の透水係数分布を1000 パターン生成し，その代表例として 2 パターンを図-2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

に示す.

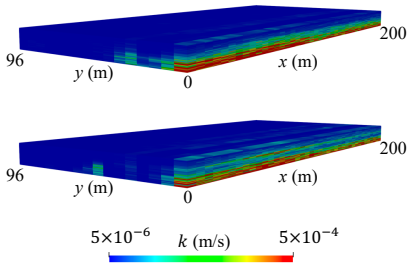


Fig. 2 Representative examples of estimated permeability distribution

4. パイピングポテンシャル評価

生成した 1000 パターンの透水係数分布に対し，小田川堤防モデルを用いて，不均質性を考慮した三次元浸透流解析を実施した．浸透流によって土粒子が流出し始める限界値である限界動水勾配（$i_c = 0.5$，河川堤防設計指針値）の超過確率を算出し，パイピングポテンシャル評価を行った．その結果，従来の均質仮定（$k = 1 \times 10^{-5}$ m/s）では安全と判定された箇所で，空間不均質性を考慮すると 8 %程度の超過確率が分布することが明らかとなった（図-3）．均質仮定では危険箇所を見逃す可能性を示し，確率論的評価の必要性を実証した．

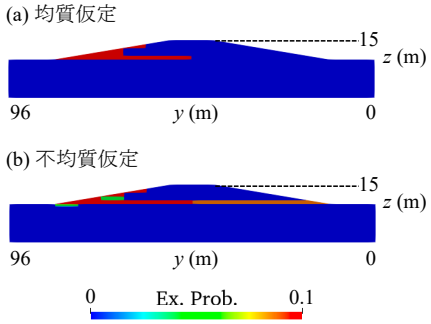


Fig. 3 Spatial distribution of exceedance probability of critical hydraulic gradient (y-z cross-section at $x = 150$ m)

5. MPM によるパイピング進展シミュレーション

動水勾配によるパイピングポテンシャルの評価結果を前提として，実際のパイピング挙動を探るため，大変形・土水連成解析が可能な MPM への侵食理論実装を行った．MPM は Lagrange-Euler 混合記述により物質点に物理量を保持させるため，パイプの進展に伴う大変形過程を追跡できる点で従来の有限要素法より優れている．また，物質点が材料の履歴情報を保持したまま移動できるため，将来的には 3 章で得られた不均質な透水係数分布を材料点ごとに割り当てることで，不均質性を考慮した三次元パイピングシミュレーションへの展開が可能となる．

Fujisawa et al. (2010) [2] が提案した侵食理論は，浸透流の掃流力に基づく侵食メカニズムを記述したが，大変形追跡が困難であった．MPM を採用することで，パイプが進展し堤体が崩壊に至るまでの大変形過程の追跡が可能となった．実装した侵食則では，浸透流による掃流力が限界値を超えた箇所で間隙率が増加し，増加した間隙率は Kozeny-Carman 式を通じて透水係数の更新に反映される．透水係数の上昇がさらなる浸透流の集中を引き起こすという正のフィードバック機構が形成され，浸透場と侵食の相互作用を動的に追跡することが可能となった．

侵食則検証のため，河川堤防断面モデル（堤体高 5 m）を対象に解析を実施した．基礎地盤の透水係数$k = 9.8 \times 10^{-4}$ m/sの条件下では，侵食は$t = 600$ sの時点で浸出面付近から侵食が開始し，堤体中央まで細いパイプが形成されていたが，$t = 2100$ sには明確なパイプ状の高間隙率領域が上流方向へ拡大し，最終的に貫通した(図-4)．図-4 は間隙率の増加によるパイプ進展を示している．貫通時の間隙率分布は，侵食が最初に開始した下流の浸出面と，パイプが貫通した上流端の両端で高間隙率領域を形成し，中間部では相対的に低い分布を示す．これは，侵食が浸出面から開始した後，上流へ伝播しながら徐々に間隙率を増加させ，最終的に上流端で貫通に至るという後退侵食の物理的メカニズムを反映している．本手法により，MPM によるパイピングシミュレーション技術の基盤を確立した．

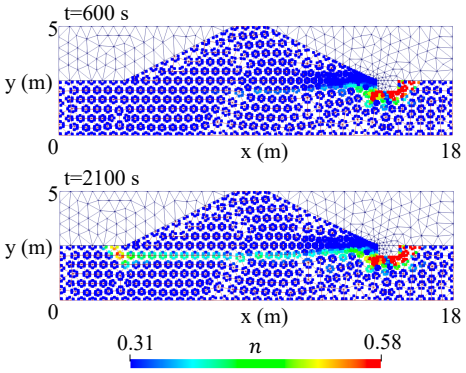


Fig. 4 Piping progression process.

6. 結論

本研究により，CPTu に基づく透水係数推定からパイピングポテンシャル評価，さらに将来的な動的進展予測に向けた解析基盤までの，一連のパイピングリスク評価フローの基盤を確立した．主な成果は以下の 3 点である：

(1) CPTu による効率的な透水係数推定手法を確立し，測定時間短縮と高密度分布取得を実現した．
(2) 透水係数確率場を考慮したパイピングポテンシャル評価を実施し，従来の均質仮定の手法では見逃される危険箇所の特定を可能にすることで，不均質性評価の重要性を実証した．
(3) Fujisawa et al. (2010)の侵食理論を MPM に実装し，パイピングシミュレーション技術の基盤を確立した．今後は，確率場モデルから得られた不均質な透水係数分布を MPM シミュレーションへ直接入力し，不均質性を考慮した動的予測への展開が期待される．

参考文献

1) 太田大希，西村伸一，柴田俊文：ガウス過程回帰を用いた CPTu に基づく地盤透水係数の空間分布推定，土木学会論文集，Vol. 81，No.10，2025.
2) K. Fujisawa, A. Murakami and S. Nishimura: Numerical analysis of the erosion and the transport of fine particles within soils leading to the piping phenomenon, Soils and Foundations, Vol. 50, No. 4, pp. 471-482, 2010.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

How would an engineer think to estimate N-Values? Proposing a thought-mimicking machine learning approach
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小田　和広（大阪産業大学）
Kazuhiro ODA, Osaka Sangyo University

Estimating N-values at uninvestigated sites is a practical challenge in geotechnical engineering. This study proposes a machine learning algorithm that mimics the empirical thought process of engineers to predict N-value depth distributions. The model utilizes 1D-CNN to extract depth features and Transformer attention mechanisms to evaluate spatial relationships from neighboring boreholes. Applied to a test site, the method reasonably predicted the overall depth trends of N-values. Although challenges remain in capturing abrupt geological changes, this approach offers a practical framework for spatial N-value estimation based on engineering reasoning.

１．はじめに

標準貫入試験のN値は，地盤に関わる構造物の設計に欠かすことのできない非常に重要な工学的指標であり，過去の膨大な試験結果がストックされている．その一方で，それらの既存データを活用し，未調査地点のN値を面的・空間的に推定しようとする試みは未だ十分とは言えない．近年，機械学習技術が急速に発展しているが，本研究では単なるブラックボックスとしてのAI適用ではなく，地盤工学の技術者が日常的に行っている「経験的な推論過程」を模倣・定式化したN値予測アルゴリズムを提案する．

２．一般的な技術者の思考過程

一般的な地盤工学技術者が未調査地点のN値分布を予測する際，概ね以下の推論過程を辿ると考えられる．

① 予測地点の近傍で行われた過去の標準貫入試験のN値データを収集する．
② 収集した各データから，N値の深度分布の傾向だけでなく，予測地点との距離や方向などの「特徴」を捉える．
③ 距離や方向といった空間情報やN値の分布形状というような異なる観点から総合的に判断し，近傍データ間の関係性を考察する．
④ 最も影響を及ぼしそうな近傍データを重視(重み付け)しながら，予測地点のN値分布を脳内で構築する．
⑤ 脳内で構築したN値分布を数値として出力する．

３．機械学習による思考過程のモデル化

図-1は，本研究で提案するN値の予測アルゴリズムを示している．このアルゴリズムは，上記２．の①～⑤過程を機械学習技術に置き換えたものである．

① **入力／前処理**:近傍ボーリングデータを収集し，計算に入力可能な形式に整える．
② **特徴抽出**：N値の深度分布の特徴を捉えるため，画像認識分野で優れた実績を持つ1D-CNN[1]（図-2）を適用し，高次元ベクトル化する．機械学習では，情報を高次元ベクトル化することにより，処理を容易にする[2]．ここでは，予測対象深度とその上下4深度を含めた計9深度の分布を一つの単位とする．また，予測地点との距離と方向（正弦・余弦）といった空間情報についてもMLPによって高次元ベクトル化する．これらを結合し，各ボーリングデータの特徴を表現する情報ブロック（近傍トークン）を作成する．
③ **Transformer Encoder**：自然言語処理や生成AIなどで用いられるTransformerの注意機構（Multi-head attention）を適用し，近傍トークン間の関係性を複数の観点から分析・関係付けを行い，スコアを計算する[3]．
④ **Attention Pooling**：③のスコアから，各近傍ボーリングデータにどれだけの重みを持たせるかを決定する．その重みを使った重み付き平均によって，予測地点における深度ごとのN値に対する高次元ベクトルを生成する．
⑤ **予測ヘッド（MLP）**：④で生成した高次元ベクトルに対し，対象となる深度情報を埋め込み，MLPを用いて最終的なN値を深度ごとに予測・出力する．



Fig. 1 Proposed N-value prediction algorithm.

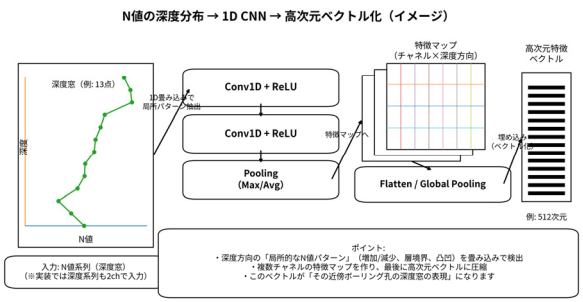


Fig. 2 Application of 1D-CNN to depth distribution of N-values.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

4． 予測地点と近傍ボーリング

図-3 は予測地点とその近傍のボーリング調査地点を示している．予測対象地点は京都府南部の旧巨椋池の南，木津川の北側に位置する．当該地は木津川の氾濫平野で（薄緑）あり，周囲に微高地（黄色）が存在し，北側は明治時代に付け替えられた旧木津川の河道（現・埋立地）（赤の破線の斜線ハッチング）に接している．予測モデルの構築あたっては，訓練用として 12 孔（●），検証用として 4 孔（●）のを用いた．

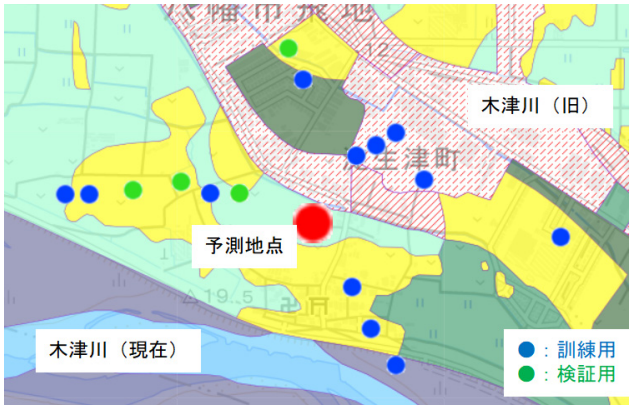


Fig. 3 Predicted point and adjacent boreholes.

5． N 値の深度分布の予測結果

図-4 は予測と実際の N 値の深度分布の比較を示している．図中には訓練に用いた 12 本のボーリング調査結果を示している．訓練用のボーリング調査における N 値の深度分布は深度約 15m まではそれぞれ異なっている．違いの大きさは深くなるにつれて大きくなっている． N 値が 28 である深度 8.6m を除き，この地点の N 値は訓練データの中での下限に近い値である．一方，深度 15m 付近ですべての訓練データは N 値が急増し，ほとんどが 50 に達している．ただし，50 を保つものもあれば，50 より小さくなるものある．なお，訓練データにおける N 値は 50 で打ち切っている．訓練データの中には N 値が 50 で打ち切られているものもあれば，そうでないものもあり，全体的に統一するため，50 での打ち切りにそろえている．

深度約 15m までは，予測値は訓練データの下限値近くを深度とともに単調に増加している．N 値が 28 である深度 8.6m を除き，予測値は実際の値とほぼ一致している．深度約 15m 以深において，予測値が 15.6m から N 値が大きくなっているのに対し，実際は 14.6m からと多少深度が浅い．また，ほぼ 50 に達する深度は，予測値が 17.6m であるのに対し，実際は 15.6m と 2m の差がある．地表面の高さが 1m 高くなれば，深度も 1m 増えることからも分かるように，地表面の高さの影響があるものと考えられる．深度の代わりに標高を使うべきであったであろう．また，予測 N 値の計算において，重み付き平均を使っている．そのため，訓練用のボーリング調査における N 値がすべて 50 でない限り N 値 50 は出現しない．この点は，重み付き平均に代わるアルゴリズムが必要となる．最後に，実際には N 値 15 に深度 23.6m で急減しているがこれは予測出来ていない．深度 8.6n 地点の N 値の急増と併せ，提案するアルゴリズムでは急激な変化には対応することが難しい．

以上のように提案した機械学習アルゴリズムにはまだまだ改良点はあるものの，概ね N 値を予測出来ている．

まとめ

本研究では，未調査地点の N 値予測に対して，一般の技術者が考える推論過程を機械学習によって再現するアルゴリズムを提案し，着目地点の深度分布を概ね予測できることを示した．今後は，予測精度の向上，地質情報の推定，他地点への適用や実務での具体的な活用方法等について検討を進めてゆきたい．

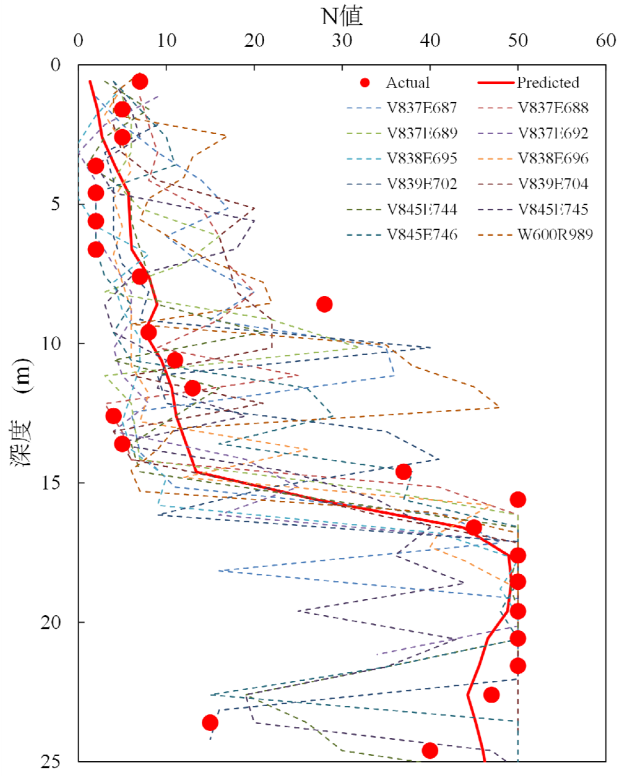


Fig. 4 Comparison of predicted and actual N-values

謝辞

本研究は（一社）関西圏地盤情報運営機構（旧 KG-NET・関西圏地盤研究会）における研究活動の一環として行われた．データ提供を含め様々なサポートに対して深甚なる謝意を表す．

参考文献

1) Kim, Y. (2014). Convolutional neural networks for sentence classification. Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP), 1746-1751.
2) Chen, W., Li, Y., Reich, B. J., and Sun, Y. (2024). Deep Kriging: spatially dependent deep neural networks for spatial prediction. Statistica Sinica, 34, 291-311.
3) Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł. and Polosukhin., I. (2017). Attention is all you need, Advances in Neural Information Processing Systems, 5998-6008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮した Drucker-Prager 弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

Asymptotic Analysis of Near-Tip Singular Fields in the Drucker-Prager Elastoplastic Model Considering Dilatancy-Induced Crack Opening (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

新保　泰輝（石川高専）　福元　豊（岡山大）
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
E-mail: shimbo@ishikawa-nct.ac.jp

To elucidate the direction of crack propagation in geomaterials, previous studies have conducted asymptotic analysis of the crack-tip singular fields using the Drucker-Prager elastoplastic model, assuming closed cracks under compressive loads. However, dilatancy can induce crack opening. This study performs an asymptotic analysis for the case where opening occurs due to this dilatancy. The problem is formulated as a two-point boundary value problem for a system of nonlinear ordinary differential equations, and the boundary conditions are determined using the shooting method. This analysis clarifies the relationship between the model parameter β and the dimensionless crack opening displacement and determines the dimensionless stress and displacement fields considering the crack opening induced by dilatancy.

1. はじめに

地盤材料に生じる亀裂の進展方向を明らかにするために，これまで Drucker-Prager 弾塑性モデルを用いた閉口亀裂に対する漸近解[1]や，Cam-Clay モデルにおける増分応力の漸近解[2]および連続転位を用いた増分近似解[3]を示してきた．ただし，これらは，通常，圧縮荷重下にある地盤材料では，形成された亀裂面が閉口していると仮定した解である．しかし，Drucker-Prager 弾塑性モデルではダイレイタンシーの影響で亀裂面が開口することもある．そこで本研究では，ダイレイタンシーによる開口を考慮した亀裂先端近傍特異場の漸近解を求めた．

2．比例負荷下における Drucker-Prager 弾塑性モデル

Drucker-Prager 弾塑性モデルの降伏関数を以下とする．

$$f=\sqrt{J_2}-\beta p-\left(H\bar{e}^{p}+\sigma_y\right) \tag{1}$$

ここで，J_2:偏差応力テンソルの第二不変量，β:平均応力に関するパラメータ，p:平均応力，H:硬化係数，σ_y:初期降伏応力，$\bar{e}^{p}$:相当偏差塑性ひずみである．関連流れ則，Consistency 条件より，全ひずみ速度に対して以下がいえる．

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}=\frac{1}{E}\left[(1+\nu)\dot{\boldsymbol{\sigma}}-\nu tr\dot{\boldsymbol{\sigma}}\mathbf{1}+\frac{1}{h}(\mathbf{Q}\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}})\mathbf{Q}\right] \tag{2}$$

ここに，比例負荷を仮定すれば，次式が得られる．

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{1}{E}\left[(1+\nu)\boldsymbol{\sigma}-\nu tr\boldsymbol{\sigma}\mathbf{1}+\frac{1}{h}(\mathbf{Q}\cdot\boldsymbol{\sigma})\mathbf{Q}\right] \tag{3}$$

3．亀裂先端近傍応力場

亀裂先端を原点とする極座標を考える．このとき，亀裂先端からの距離を r，亀裂先端延長線から反時計回りにとった角度を θ とすると力のつり合いは次式となる．

$$(r\sigma_r)_{,r}+\sigma_{r\theta,\theta}-\sigma_\theta=0 \tag{4}$$

$$(r\sigma_{r\theta})_{,r}+\sigma_{\theta,\theta}+\sigma_{r\theta}=0 \tag{5}$$

亀裂先端近傍の変位場，応力場は変数分離が成り立つものとして，次式を仮定する．

$$\begin{aligned}&u_r(r,\theta)=L\underline{r}^{x}\frac{1}{x}\underline{u}_r(\theta),\quad u_\theta(r,\theta)=L\underline{r}^{x}\frac{1}{x}\underline{u}_\theta(\theta)\\&\sigma_{r\theta}(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_{r\theta}(\theta),\quad \sigma_r(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_r(\theta)\\&\sigma_\theta(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_\theta(\theta),\quad \sigma_z(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_z(\theta)\end{aligned} \tag{6}$$

ここに，x:変位のオーダー，s:特異性のオーダー，また，$\underline{r}:=r/L$ であり，L は亀裂代表長（変位の次元）として，無次元化している．なお，全仕事が存在する条件より，$s=-1/2$ であり，$x=1/2$ である．

$$\underline{u}'_r=\frac{1}{2}\underline{u}_\theta+(1+\nu)\underline{\sigma}_{r\theta}+\Lambda Q_{r\theta} \tag{7}$$

$$\underline{u}'_\theta=-\left(1+\frac{\nu}{2}\right)\underline{\sigma}_r+\left(\frac{1}{2}+\nu\right)\underline{\sigma}_\theta+\frac{\nu}{2}\underline{\sigma}_z-\Lambda\left(Q_r-\frac{1}{2}Q_\theta\right) \tag{8}$$

$$\underline{\sigma}'_{r\theta}=-\frac{1}{2}\underline{\sigma}_r+\underline{\sigma}_\theta \tag{9}$$

$$\underline{u}_r=\underline{\sigma}_r-\nu\left(\underline{\sigma}_\theta+\underline{\sigma}_z\right)+\Lambda Q_r \tag{10}$$

$$\underline{\sigma}'_\theta=-\frac{3}{2}\underline{\sigma}_{r\theta} \tag{11}$$

$$\underline{\sigma}_z=\nu\left(\underline{\sigma}_r+\underline{\sigma}_\theta\right)-\Lambda Q_z \tag{12}$$

$\underline{u}_r$，$\underline{\sigma}_z$ は陽に記述されているが，特に $\underline{\sigma}_z$ は $\underline{u}_r$，$\underline{\sigma}_z$ の非線形方程式の解であるため，数値解析（Runge-Kutta-Gill 法）を行う際，ステップ毎に非線形方程式の解を求めることになる．よって，$\underline{\sigma}'_r$ および $\underline{\sigma}'_z$ に関する微分方程式を求めて六元連立非線形常微分方程式とする．詳細は文献を参照されたい[1]．

5．境界条件

Drucker-Prager 弾塑性モデルは等方応力の絶対値が同じでも，正負により応力が変化するため，応力の対称性を考慮した境界条件は Mode I を除いて与えられない．せん断型（Mode II）の場合，$\theta=-\pi$ と $\theta=\pi$ において，境界条件を与える必要がある．今，境界条件として $\theta=-\pi$ と $\theta=\pi$ で自由境界条件を満足すると考えると，次式となる．

$$\begin{aligned}&\theta=-\pi:\ \ \underline{\sigma}_{r\theta}(-\pi)=\underline{\sigma}_\theta(-\pi)=0\\&\theta=\pi:\ \ \underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)=\underline{\sigma}_\theta(\pi)=0\end{aligned} \tag{13}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また, せん断型 (Mode II) であることを考えて以下とする.

$$\theta=-\pi:\ \ \underline{\sigma}_r(-\pi)=p,\underline{u}_\theta(-\pi)=q \tag{14}$$

解くべき微分方程式は一次同次であるため, $\underline{\sigma}_r(-\pi)=p$ として得られる解に対して, 境界条件を正の定数倍したものは全て同様に解になる. そこで, $\underline{\sigma}_r(-\pi)=-1$ とする. $\underline{u}_\theta(-\pi)=q$ は境界条件を満足するように求める. すなわち, 二点境界値問題であり, その解法として, Shooting 法を用いた. 通常, 弾性体や von Mises 弾塑性モデルの場合には $\underline{u}_\theta(-\pi)=0$ が Mode II の解となり, $\underline{u}_\theta(-\pi)$ が 0 以外でも自由境界条件を満足する. $\underline{u}_\theta(-\pi)$ が 0 以外の場合は, いわゆる Mode I と Mode II が混合した混合モード解となる. 一方, Drucker-Prager 弾塑性モデルの場合, 次章に示すように, $\underline{u}_\theta(-\pi)=0$ とならず, かつ境界条件を満たす二つの $\underline{u}_\theta(-\pi)$ が得られる. このことは, 自由境界条件を満足する Drucker-Prager 弾塑性モデルの Mode II の解は, 開口変位を含むいわゆる混合モードのような解になることを意味する.

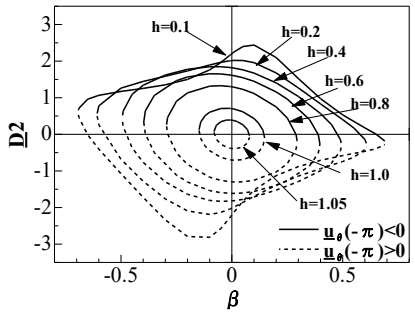


Fig. 2 β と亀裂面変位ギャップ量$\underline{D2}$の関係

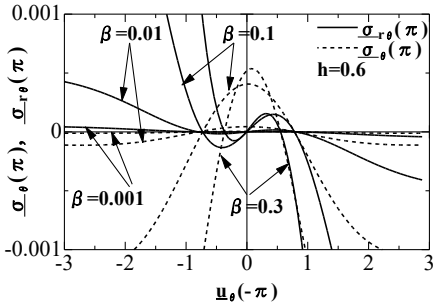


Fig. 3 $\underline{u}_\theta(-\pi)$ と $\underline{\sigma}_\theta(\pi)$, $\underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)$ の関係

５. β と亀裂面変位ギャップの関係

Shooting 法により自由境界条件を満足する $\underline{u}_\theta(-\pi)$ を求めた. 今, Fig.2 にパラメータ β と無次元化された亀裂面ギャップ量 $\underline{D}2:=\underline{u}_\theta(\pi)-\underline{u}_\theta(-\pi)$ の関係図を示す. なお, 縦軸 $\underline{D}2$ 値の正値は亀裂がめり込むことを意味し, 負値は開口していることを意味する. したがって, 物理的には $\underline{D}2>0$ と $\beta<0$ は存在しない解である. よって, Fig2 の第四象限に示す $\underline{D}2$ のみが Mode II 時に生じる解となる. ただし, β と $\underline{D}2$ の関係を分かりやすく示すために $\underline{D}2>0$ と $\beta<0$ も図示した. Fig.2 に示すように β に対して自由境界条件を満足するめり込み型と開口型の解がそれぞれ得られているのがわかる. Fig.3 に $\underline{u}_\theta(-\pi)$ と $\underline{\sigma}_\theta(\pi)$, $\underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)$ の関係を示す. 縦軸 0 が自由境界条件を満足する値であり, β が小さいと $\underline{\sigma}_\theta(\pi)$, $\underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)$ は縦軸 0 に近づき, $\beta\to0$ (von Mises) では至る所で混合モード解が得られる. 他方, $h\to0$ では弾性体となるため, 同様に至る所で解となる.

６. 応力分布と変位分布

$h=H/E$=0.2, β=0.1 とした場合の解を Fig.4, Fig.5 に示す. 亀裂先端を 0°として, 180°が上側面, -180°が下側面である. Fig. 5 に示すように, $\underline{u}_\theta$ は-180°で正値, 180°で負値を示している. これは, 下側面が下に移動し, 上側面が上側に移動する開口を意味する. このため, 開口する場合は Fig.4 に示すように Mode I の θ=0°で対称な応力分布に似た解を示す. ただし, せん断により, 周応力のピークはずれが生じており, 亀裂先端前方の上側面に向かって 30°程度の円周方向応力が大きくなり, これが破壊靭性値に達すると亀裂が進展すると推察される. ダイレイタンシーによって開口する場合には, 亀裂先端前方直進方向に近い角度で進展する可能性が高いといえる.

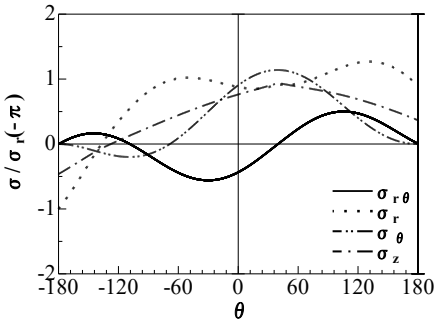


Fig. 4 無次元化された応力分布

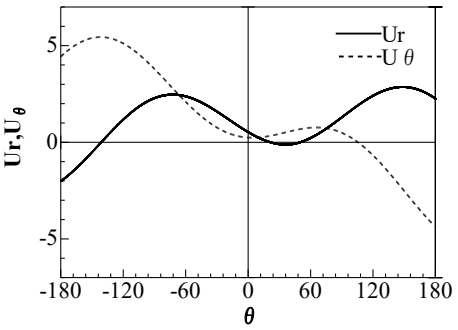


Fig. 5 無次元化された変位分布

７. まとめ

本研究では, 亀裂を有する Drucker-Prager 弾塑性モデルに対して, せん断を作用させた場合の解として亀裂面がダイレイタンシーによって開口する際の漸近解を示した.

参考文献

1) 新保泰輝, 矢富盟幸 : Drucker-Prager 弾塑性体のモード II 型き裂先端近傍特異場の漸近解析, 材料, Vol. 57, No. 9, pp. 936-943, 2008.
2) 新保泰輝, 福元豊 : 非排水条件下にある Cam-Clay モデルの モード II 型亀裂先端近傍増分応力場の漸近解解析 (シンポジウム講演概要), 第 27 回応用力学シンポジウム, 2024.
3) 新保泰輝, 福元豊 : 連続転位を用いた Cam-Clay モデルの亀裂先端近傍応力増分場の近似解 (シンポジウム講演概要), 第 28 回応用力学シンポジウム, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (2)

座長:藤澤 和謙(京都大学)

10:35 ~ 10:50

[24006] 土石流モデリングのための浅水流SPHフレームワークへの侵食および連行過程の導入（シンポジウム講演概要）

*Dolojan Nilo[1]、辻 勲平[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[24007] Binghamモデルを適用したMPS法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 俊文[1]、絹輪 太一[1]、西村 伸一[1] (1. 岡山大学)

11:05 ~ 11:20

[24008] 3次元DEM/2次元SMAC連成解析による土砂輸送における土と流体の相互作用に関する研究 (シンポジウム講演概要)

*アフメド エムディー シャミム[1]、チョウドリー ファズルルハビブ[1]、松島 高志[1] (1. 筑波大学)

11:20 ~ 11:35

[24009] 底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

*横田 直孝[1]、岩井 裕正[1]、内藤 直人[2] (1. 京都大学、2. 豊橋技術科学大学)

11:35 ~ 11:50

[24010] 細粒分に富む熱海土石流発生源土砂のレオロジー特性評価（シンポジウム講演概要）

*ファズルルハビブ チョウドリー[1]、高志 松島[1]、猛司 小高[2] (1. 構造エネルギー工学域, 筑波大学、2. 社会基盤デザイン工学科, 名城大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Incorporating erosion and entrainment into a shallow water SPH framework for debris flow modeling (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Nilo Lemuel DOLOJAN, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: dolojan.nilo.lemuel.junio.b2@tohoku.ac.jp

Debris flows are highly destructive gravity-driven mixtures that significantly increase in volume through bed-sediment erosion and entrainment. While conventional depth-integrated Shallow Water Smoothed Particle Hydrodynamics (SWSPH) models are computationally efficient for large-scale simulations, their constant-mass assumption fundamentally contradicts the physics of entrainment. This paper introduces a framework to resolve this physical inconsistency by extending the SWSPH method to allow for variable particle mass. Validated against analytical solutions, large-scale experiments, and a real-world event, the proposed method accurately reproduces large-scale flow propagation, deposition, and mass growth.

1. Introduction

Debris flows are rapid, gravity-driven mixtures of rock, sediment, and water, whose volume increase through bed-sediment erosion and entrainment. These processes significantly increase the debris flow's destructive potential, substantially enhancing its mobility and runout distance. Depth-integrated Shallow Water Equations (SWE) solved using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) provide an efficient way to simulate these events at large scales, making them valuable for hazard assessment.

Conventional shallow water SPH (SWSPH) formulations, however, enforce a constant particle mass assumption, which prevents them from representing the mass growth that occurs during erosion and entrainment. Therefore, this study introduces a method that incorporates these processes directly into the SWSPH framework, enabling more physically consistent simulations of debris flow and improving the reliability of hazard modeling.

2. Governing Equations

The physical model utilizes depth-integrated Lagrangian SWE that account for entrainment:

$$\frac{Dh}{Dt} + h\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{u}} = E \tag{1}$$

$$\frac{D\bar{\boldsymbol{u}}}{Dt} = \boldsymbol{g} - \frac{k}{h}\nabla P - \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho h} + \frac{(\boldsymbol{u}_b - \bar{\boldsymbol{u}})}{h}E \tag{2}$$

where D/Dt is the total material deriative, h is the flow depth, $\bar{\boldsymbol{u}}$ is the depth averaged velocity vector, k is the lateral earth pressure coefficient, $P = \frac{1}{2}gh^2$ is the pressure, g is the acceleration due to gravity, ρ is the density and $\boldsymbol{\tau}_b$ is the bed shear stress vector.

The framework incorporates a lateral earth pressure coefficient to address anisotropic pressure distributions common in granular-fluid flows. This coefficient adopts values derived from Rankine Theory depending on whether the flow is expanding (active state) or compressing (passive state):

$$k_a = \frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi} \tag{3}$$

$$k_p = \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \tag{4}$$

where ϕ is the internal friction angle, and k_a, k_p refers to the active or passive state of the flow, respectively.

Flow resistance is captured through a composite rheological model combining Manning's turbulent friction and Coulomb's frictional model:

$$\tau_{bt} = \frac{\bar{\rho} g_z n^2 \bar{u}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{1/3}} \tag{5}$$

$$\tau_{bf} = \bar{\rho} g_z h \tan\phi \tag{6}$$

$$\tau_b = \tau_{bt} + \tau_{bf} \tag{7}$$

where n is the Manning's friction coefficient, α is the slope gradient, and ϕ is the internal friction angle of the material.

Finally, The entrainment rate is calculated using a physics-based model based on a momentum balance at the interface between the moving flow and the static bed:

$$E = -\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{\tau_b - \tau_{yield}}{\bar{\rho}(|\boldsymbol{u}_b| - |\boldsymbol{u}_{bed}|)} \tag{8}$$

where $\tau_b, \boldsymbol{u}_b = [u_b, v_b]^T$ are the stress and velocity at the bottom of the moving flow layer, while $\tau_{yield}, \boldsymbol{u}_{bed} = [u_{bed}, v_{bed}]^T$ are the stress and velocity at the surface of the erodible bed layer. The flow basal shear stress τ_b is the combined turbulent and frictional model defined for the debris flow (Eq. 7), while the yield stress τ_{yield} is defined using the Mohr-Coulomb failure criterion for the erodible layer. Erosion initiates when the basal shear stress of the flow exceeds the yield stress of the bed.

3. SPH discretization

The above equations are solved using the mesh-free Lagrangian SPH approach. discretizing the above equations for a particle i can be written as:

$$h_i = \sum_{j=1}^{N} V_j W_{ij} + E_i \Delta t \tag{9}$$

$$\frac{D\bar{\boldsymbol{u}}_i}{Dt} = \boldsymbol{g}_i - k\sum_{j=1}^{N} V_j \left(\frac{P_i + P_j}{h_i h_j} + \Pi_{ij}\right)\nabla W_{ij} - \frac{\boldsymbol{\tau_{bi}}}{\rho h_i} + \frac{(\boldsymbol{u}_{bi} - \bar{\boldsymbol{u}}_i)E_i}{h_i} \tag{10}$$

As discussed earlier, the constant mass assumption of conventional SPH prevents the direct incorporation of entrainment. As seen in Eq. (9), the flow depth h_i is calculated using the standard SPH summation, which is subsequently increased by adding entrainment. This creates a non-physical state where the flow height artificially increases while the particle mass and volume remain unchanged, potentially violating mass and momentum conservation.

A more consistent approach is to adopt a variable-mass formulation. Rather than artificially increasing particle height, the particle volume is updated according to the entrained volume, computed as the entrained height $E_i \Delta t$ multiplied by the representative particle area A:

$$V_i^{n+1} = V_i^n + E_i^n A_i^n \Delta t = V_i^n + E_i^n \frac{V_i^n}{h_i^n} \Delta t \tag{11}$$

The flow height then evolves naturally through the conservative, summation-based continuity equation, and the entrained volume is consistently incorporated into the momentum equation.

4. Results

4.1. Analytical dam break

The framework was validated against a one-dimensional analytical solution for a dry bed granular dam break[1]. Simulated over varying bed friction angles corresponding to 0° (Case A), 15° (Case B), and 30° (Case D), the model accurately captured the propagation of the rarefaction wave and the location of the flow front.

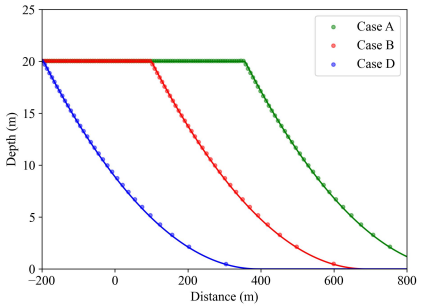


Fig. 1 Comparison of numerical and analytical results showing the effect of varying bed friction angles on the flow profiles at t = 15 s

4.2. USGS debris flow experiment

The model simulated a 6 m^3 debris flow released down a 95 m long flume. Baseline rheological parameters were calibrated using a non-erodible bed experiment, establishing a Manning's coefficient of 0.03 and an internal friction angle of 8°. Simulations incorporating a 0.12 m thick erodible bed successfully replicated the experimentally observed sustained flow front velocities, arrival times, and peak flow heights.

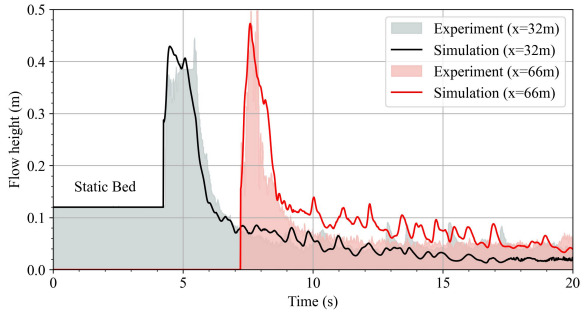


Fig. 2 Good agreement between the observed and simulated debris flow heights at different obsertvations points along the flume for the erodible bed experiment

The conservative nature of the variable mass SWSPH is illustrated by tracking the cumulative volume changes of the system. As the flow front propagates, the total debris flow volume increases significantly from an initial 5.84 m^3 to a final volume of approximately 15.96 m^3. This total entrained volume of 10.12 m^3 directly corresponds to the material lost from the erodible bed, demonstrating the strict global mass conservation achieved by the framework.

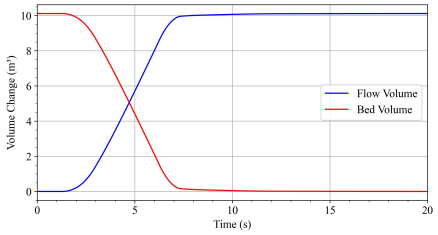


Fig. 3 Cumulative volume change for both the debris flow and the erodible bed

4.3. Marumori debris flow event

To demonstrate regional-scale applicability, the model simulated a 2019 debris flow in Marumori, Japan, utilizing a 1 m resolution digital elevation model. The initial failure volume of 3,660 m^3 expanded to 4,930 m^3 through bed entrainment. The simulated erosion patterns and final depositional geometry were spatially consistent with post-disaster field observations.

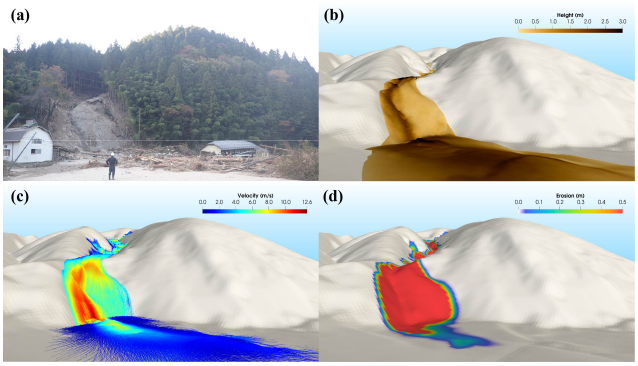


Fig. 4 Marumori debris-flow comparison: (a) Post-event photo of the eroded runout path. (b) Simulated flow height at t=30 s. (c) Simulated velocity paths from t=0-30 s. (d) Final erosion depth at t=60 s

5. Conclusion

Conventional SWSPH methods are fundamentally limited by a constant-mass assumption that fails to physically account for the mass growth of debris flows due to bed erosion and entrainment. By introducing a variable-mass SWSPH formulation that dynamically updates particle volume based on entrained height, this study resolves these inconsistencies and ensures a rigorous coupling between mass, geometry, and momentum. Validation against analytical solutions, USGS flume experiments, and actual debris flows confirms that this approach accurately captures flow heights, arrival times, and mass growth of debris flows.

References

1) Faccanoni, G., et al, (2013). Exact solution for granular flows. IJNAMG.
2) Iverson, R. M., et al, (2011). Positive feedback and momentum growth during debris-flow entrainment of wet bed sediment. Nat Geosci.

Bingham モデルを適用した MPS 法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

Evaluation of Disaster Mitigation Function of Reservoir against Debris Flow Using MPS Method with Bingham Fluid Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

絹輪　太一（岡山大）　　柴田　俊文（岡山大）　　西村　伸一（岡山大）
Taichi KINUWA, Okayama University
Toshifumi SHIBATA, Okayama University
Shin-ichi NISHIMURA, Okayama University
E-mail: tshibata@cc.okayama-u.ac.jp

In recent years, the frequency of heavy rainfall disasters has shown an increasing trend due to climate change, which is considered to be caused by global warming. Under such circumstances, there have been several reported cases in which debris flows generated during disasters are trapped within reservoirs, thereby providing a disaster mitigation function for downstream areas. However, the behavior of debris flows entering reservoirs and their mitigation effects have not yet been sufficiently clarified. In this paper, the Bingham model is incorporated into the MPS method to evaluate and examine the disaster mitigation function of reservoirs.

１．はじめに

近年，地球温暖化に起因すると考えられる急激な気候変動の影響により，局地的かつ短時間の豪雨の発生頻度が急増している．これに伴い，土砂災害の発生件数は増加傾向を示しており，土石流は周辺地域の被害拡大に大きな影響を及ぼす可能性がある．土石流がため池流入した場合，貯水池内での堆積や水位上昇，さらには越流や堤体破壊を引き起こすことが懸念され，下流域に二次的な被害をもたらす危険性がある．その一方で，土石流が流入したため池が貯水位池内で土砂を受け止め，下流に対して減災機能を発揮している事例も散見される．しかし，土石流がため池に流入した際の挙動把握や，堤体に作用する力学的影響については，十分に解明されていないのが実情である．

本論文では，MPS（Moving Particle Semi-implicit）法を用い，土石流に対して Bingham 流体でモデル化して，1)土石流の物性がため池堤体・越流量に作用する影響，2)ため池堤体の土石流捕捉率，の 2 つの観点からため池の減災機能について検討する．

２．MPS 法

MPS 法は越塚 [1]によって提案された粒子法で，その特徴は，支配方程式の勾配，発散，ラプラシアンといった微分演算子を粒子間の相互作用モデルを使って離散化する点である．この手法では，Navier-stokes 方程式に半陰的アルゴリズムを適用し，粒子の圧力勾配や速度を計算する．ラグランジュ法に基づき，粒子が流れに沿って移動するため，対流項を考慮する必要がないという特徴がある.そのため，有限要素法等と比較すると，自由表面や大変形などの変形の大きい物理現象を解く際に非常に優れているという利点がある．

本論文では，境界部にポリゴン壁モデル [2]を採用し，土石流の挙動を再現するために，非ニュートン流体の一つである Bingham モデル [3]を適用した．Bingham 流体は，降伏値を持ち，せん断応力が一定の限界値に達するまでは流動せず，せん断応力が降伏応力以上になると流動を開始するという特徴がある．式(1)に Bingham 流体の粘度を表す式を示す．

$$\eta = \frac{\tau_B}{\dot{\gamma}} + \eta_B \qquad (1)$$

ここで，τ_B は降伏応力（Pa），$\dot{\gamma}$ はせん断速度（s^{-1}），η_B は降伏後の粘度（Pa·s）である．

３．土石流の物性がため池堤体・越流量に作用する影響

Bingham 流体の物性を表す降伏応力 τ_B，降伏後の粘度 η_B を変化させ，土砂濃度および，土砂密度を算出する．そして，土砂濃度とため池堤体・越流量に作用する影響を検討する．ここで Fig. 1 に示す解析モデルおよび Table 1 の解析諸元を用い，降伏応力 τ_Bを 3，15，60Pa の 3 ケース，降伏後の粘度 η_Bを，0.01，0.3，10Pa·s の 3 ケースとした計 9 ケースについて解析を実施した．Fig. 2 に τ_B=60Pa，η_B=0.3Pa·s とした際の，ため池に流入する土石流の解析結果を示す．

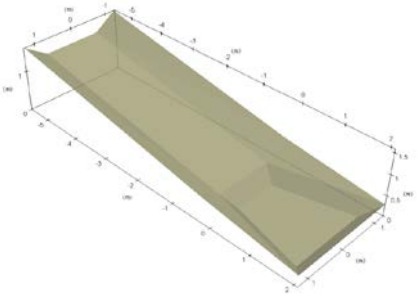


Fig.1 Numerical model.

Table 1 Simulation parameters.

Particle distance (m)	0.04
Time increment (s)	0.00025
Density of water (kg/m³)	1000
Plastic viscosity of water (Pa·s)	0.000001
Courant number	0.1
Parameter for collision condition	1

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



Fig. 2 Simulation results of the debris flow with τ=60 Pa and η=0.3 Pa·s.

Fig. 3は, 土砂濃度とため池堤体に作用する荷重に関し, 降伏後の粘度η_Bの値毎に示したものである. η_B=10Pa·s の際は, 降伏後の粘度が高いため土石流がため池堤体まで届かず, 作用荷重が小さくなったいることが確認できる. Fig. 4 に土砂濃度と越流量の関係を示す. 図より, 土砂濃度の増加に伴い, 越流量が減少傾向を示していることがわかる.

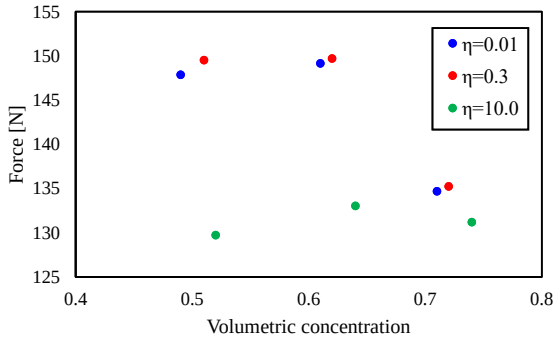


Fig. 3 Relationship between force and volumetric concentration.

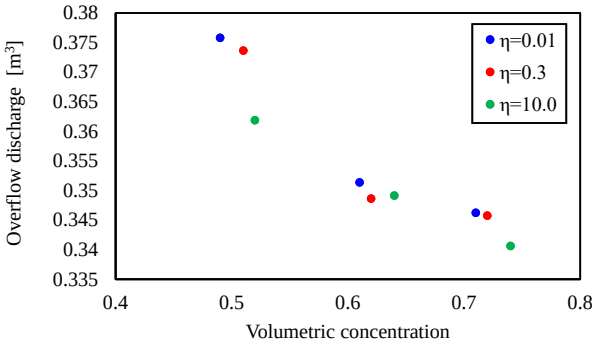


Fig. 4 Relationship between overflow discharge and volumetric concentration.

4. ため池堤体の土石流捕捉率の評価

降伏応力τ, 降伏後の粘度η, ため池に至る勾配θ, 貯水位 h を因子, 越流量を応答とし, MPS 法によって得られた解析結果を用いて応答曲面法を適用する. 貯水および土石流の両者を含む全体の越流量をQ_{OV}, 土石流のみの越流量をQ_{OV}^{df} とすると, それぞれ式(2)および式(3)が得られた.

$$Q_{OV} = -0.00122\tau - 0.00655\eta + 0.009313\theta + 0.009314h + 0.019989 \quad (2)$$

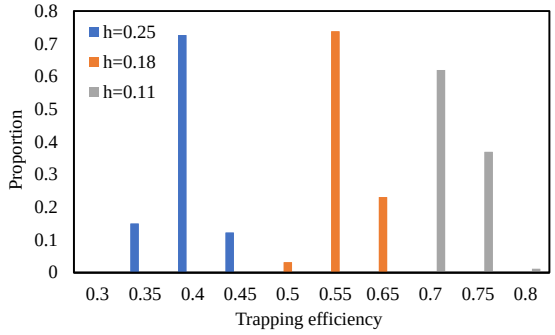
$$Q_{OV}^{df} = -0.00168\tau - 0.00898\eta + 0.01028\theta + 0.002387h + 0.126732 \quad (3)$$

ここで, 式(2), 式(3)の決定係数はそれぞれ 0.981 および 0.988 となった. また, 流下する土石流をため池が堰き止める指標を捕捉率とし, 貯水と土石流の両者に対する捕捉率をC_{cap}, 土石流の捕捉率をC_{cap}^{df} とすると, C_{cap} およびC_{cap}^{df} は, 式(4)および式(5)で表すことができる.

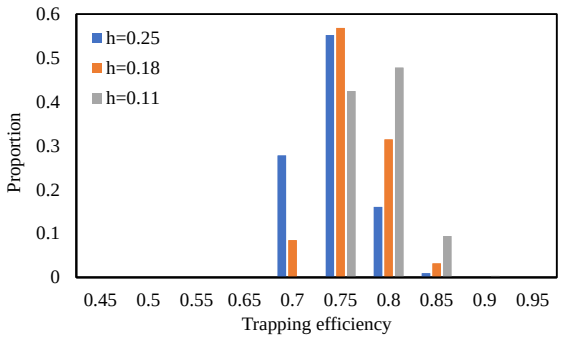
$$C_{cap} = 1 - \frac{Q_{OV}}{Q_{in}}, \quad C_{cap}^{df} = 1 - \frac{Q_{OV}^{df}}{Q_{in}} \quad (4),(5)$$

ここで, Q_{in} は土砂流入量である.

次に, 土石流の物性を確率分布で表し, 式(2)と(3)から越流量を求める. 勾配θは 10°で固定し, 貯水位は 0.11, 0.18 および 0.25m の 3 ケースについて算出する. 得られた結果から捕捉率を算定し, その分布特性を用いて捕捉率を評価する. Fig. 5(a), (b)に土石流のみと貯水と土石流全体のそれぞれの捕捉率を示す. いずれのケースも貯水位が高いほど土石流の越流量は大きくなっていることが確認できる.



(a) Debris flow



(b) Debris flow and water

Fig. 5 Distribution of trapping efficiency at different water level.

5. おわりに

土石流のモデルに Bingham 流体を採用し, MPS 法で解析を行った. ため池の土石流に対する減災機能について, 土石流の物性により変化する作用荷重, 越流量を評価することができた. また, 捕捉率について, 貯水位が低い条件ほど土石流の捕捉率が高くなる傾向が示された.

参考文献

1) 越塚誠一 : 計算力学レクチャーシリーズ 5 粒子法, 丸善出版, 2005.
2) 原田隆宏, 越塚誠一, 島崎克教 : MPS 法における壁境界計算モデルの改良, 日本計算工学会論文集, Vol. 2008, P 20080006, 2008.
3) 五十里洋行, 後藤仁志, 新井智之 : 粒子法型非ニュートン流体モデルによる地滑り津波解析, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.68, No.2, p. I_66-I_70, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Coupled 3D-DEM/2D-SMAC Analysis of Soil-Fluid Interactions in Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Md Shamim AHMED, University of Tsukuba
Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: msahmed.ce@gmail.com

This study examines sediment transport mechanics using a coupled three-dimensional Discrete Element Method (DEM) and two-dimensional Simplified Marker and Cell (SMAC) numerical framework. Pressure-driven flow over a granular bed of uniform spherical particles of 2 mm diameter is simulated at varying pressure gradients per unit density (g_f = 200–1000 cm/s²) and computational domain sizes. The resulting fluid velocity and particle concentration profiles are analyzed and compared with established sediment transport theories to evaluate the model's capability to describe the fundamental mechanics of sediment transport at the particle scale.

1 Introduction

Debris flows are a critical concern in geotechnical engineering, and predicting these hazards remains challenging due to the complex soil–fluid interactions during erosion and sedimentation. The erosion, transport, and deposition of sediment are largely governed by the balance between gravitational settling and turbulent drag, as reflected in the vertical distribution of particle concentration. This distribution can be described by the Rouse equation (Rouse[1]), which characterizes the transport regime by Rouse number Z.

While these theoretical and experiential approaches provide a macroscopic framework, understanding the microscale mechanics of soil-fluid interactions requires particle-scale computational techniques. To this end, numerical modeling such as the discrete element method (DEM) coupled with computational fluid dynamics (CFD) has become an increasingly practical tool for studying soil-fluid interactions at the particle scale (Nguyen and Indraratna[2], Ramezanzad et al.[3]). In coupled models, DEM tracks the behavior of individual soil particles within granular assemblies, accounting for their mutual interactions and external forces, while CFD simulates the fluid field's response.

In this study, a Fortran-based computational approach that couples a three-dimensional Discrete Element Method (3D-DEM) with a two-dimensional Simplified Marker and Cell (2D-SMAC) numerical framework is employed to simulate pressure-driven flow over a sediment bed at varying flow intensities. Simulation results are systematically evaluated against established erosion and sedimentation theories to examine whether the model can predict the settling–diffusion equilibrium. By integrating the microscale particle-level insights with theoretical sediment transport frameworks, this research contributes to a more comprehensive understanding of soil–fluid interactions in natural erosion and sedimentation processes.

2 Numerical Method

2.1. 3D-DEM/2D-SMAC Coupling

The coupled model integrates a 3D-DEM for granular particle mechanics with a 2D-SMAC fluid solver through a two-way momentum-exchange scheme. The DEM (Cundall and Strack[4]) tracks the motion and interaction of individual particles, incorporating the fluid drag using Newton's law, as described by the following governing equations:

$$m_i \ddot{x}_i = \sum_j F_{ij}^c + m_i g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) + F_i^{drag} \quad (1)$$

Where m_i is the particle mass, $\ddot{x}_i$ is the acceleration, F_{ij}^c is the contact force, g is the gravitational acceleration, ρ_f and ρ_s are the fluid and solid densities, and F_i^{drag} is the fluid drag force. The contact force is calculated using a linear spring–dashpot model (Fig. 1), and the fluid–particle interaction is modeled using the Di Felice (1994) drag correlation (Di Felice[5]).

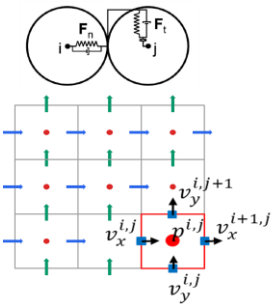


Fig. 1 DEM and SMAC

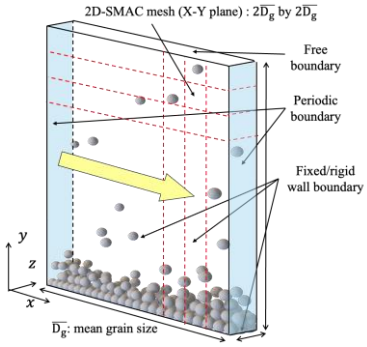


Fig. 2 Model schematic

The fluid phase is solved on a two-dimensional staggered grid (Fig. 1) using the SMAC method. The governing equations are the continuity equation and the simplified momentum equation for the fluid phase:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\varepsilon v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i + \frac{F_{pi}}{\rho_f \varepsilon} + g_f \quad (3)$$

Where ε is the local porosity, v_i is the fluid velocity component, ρ_f is the fluid density, p is the pressure, ν is the kinematic viscosity, g_f is the pressure gradient per unit density, and $\frac{F_{pi}}{\rho_f \varepsilon}$ is the grain–fluid interaction force per unit mass.

2.2. Simulation Setup

Simulations are performed across multiple computational domain sizes with streamwise lengths L = 8, 12, 16, and 32 cm, a fixed vertical height H = 10 cm, and a spanwise width of 1 cm, containing uniform-sized spherical particles (diameter D_g = 2 mm and density ρ_s = 2.5 g/cm³) maintaining the same solid volume fraction at the sediment bed. The fluid has density ρ_f = 1.0 g/cm³ and kinematic viscosity ν = 1.0 × 10⁻² cm²/s. Fluid flow is driven by a pressure gradient per unit fluid density, g_f = 200, 400, 600, 800, and 1000 cm/s². Boundary conditions are shown in Fig. 2, periodic in x and z (streamwise and spanwise), with a rigid no-slip bottom wall and a free surface (zero shear stress) at the top. Fig. 3 shows a snapshot of the particle distribution in the 32x10x1 cm domain at g_f = 600 cm/s², illustrating the particle suspension under stronger flow. Each simulation runs for 16 s, with results time-averaged over t = 14–16 s after the steady state is reached.

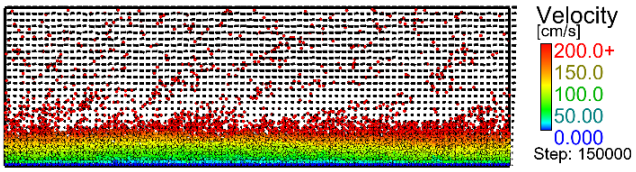


Fig. 3 32x10x1 cm, $n = 8000$, $g_f = 600$ cm/s^2

3 Results and Discussion

3.1. Velocity Profile

Fig. 4 shows the time-averaged horizontal fluid velocity profiles for varying streamwise domain sizes (L) as a function of normalized height y/H for $g_f = 200$–800 cm/s². The profiles show the expected flow structure over a sediment bed, near-zero seepage velocity within the packed bed ($y/H < 0.2$), a transition zone at the bed–fluid interface where the velocity increases rapidly and reaches a maximum in the suspension zone near the free surface. The maximum velocity ranges from ~600 cm/s at $g_f = 200$ to ~1400 cm/s at $g_f = 800$ cm/s². Also, the obtained velocity profiles show a less significant effect of L if the flow is homogeneous. The flow structure is consistent with experimental results reported by Itoh and Egashira[6].

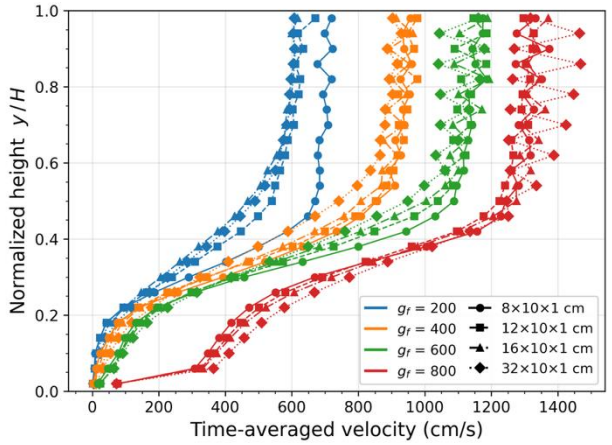


Fig. 4: Time-averaged velocity profiles

3.2. Concentration Profiles and Rouse Fitting

The time-averaged concentration profiles are shown in Fig. 5 on a semi-logarithmic scale as a function of normalized height y/H. The concentration remains nearly constant within the packed bed, decreases above the bed–fluid interface. Higher g_f values result in greater particle suspension into the upper flow region due to the stronger driving forces.

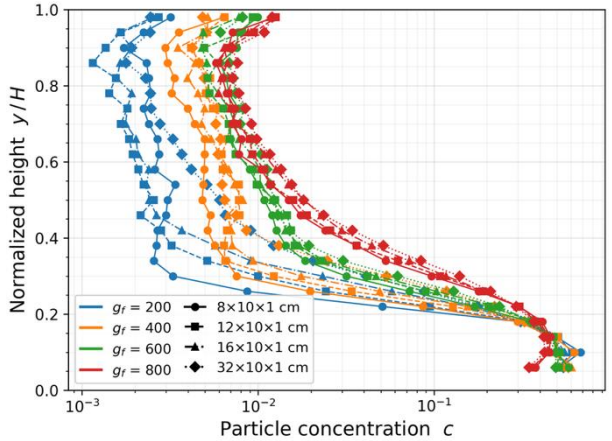


Fig. 5: Particle concentration profiles

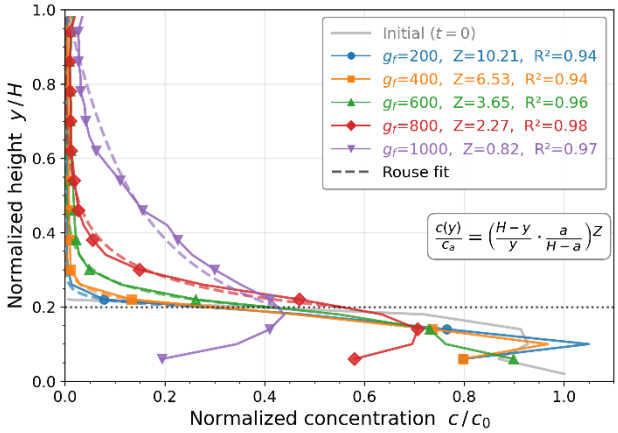


Fig. 6: Concentration profiles and Rouse fitting (8x10x1 cm)

The Rouse equation:

$$\frac{c(y)}{c_a} = \left(\frac{H-y}{y} \cdot \frac{a}{H-a}\right)^Z \tag{4}$$

where a is the reference height (considered at $y/H = 0.2$), $c(y)$ is the concentration at each vertical position y, c_a is the concentration at $y = a$, and Z is the Rouse number. This equation is fitted to the suspension zone shown in Fig. 6 for $g_f = 200$–1000 cm/s² in the 8x10x1 cm domain. Notably, the fitted Z values classify the flow conditions into bed load ($Z = 10.21, 6.53, 3.65$ at $g_f = 200, 400, 600$ cm/s²), 50% suspended ($Z = 2.27$ at $g_f = 800$ cm/s²), and fully suspended ($Z = 0.82$ at $g_f = 1000$ cm/s²), with Z decreasing as flow intensity increases. Furthermore, this classification is also consistent with the visual particle distribution shown in Fig. 3.

4 Conclusion

This study demonstrated the capability of the coupled model to predict sediment transport under pressure-driven flow. The simulated fluid velocity profiles show an expected flow structure consistent with previous experimental results. The particle concentration profiles show the expected transition from the bed load to suspended load for different flow intensities and are consistent with the Rouse model. These results confirm that the coupled 3D-DEM/2D-SMAC numerical model can resolve the fundamental behavior of both erosion and particle suspension at the grain scale. The effects of domain size and particle size distribution will be evaluated in a future study.

References

1) Rouse, H.: Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence, Trans. ASCE, 102, 463-505, 1937.
2) Nguyen, T. T., and Indraratna, B.: Fluidization of soil under increasing seepage flow: an energy perspective through CFD-DEM coupling. Granular Matter, 24(3), 80, 2022.
3) Ramezanzad, A., Jaradat, K., and Abdelaziz, S.: Coupled CFD-DEM simulations: A review of applications and modeling limitations. IFCEE 2024, 216-226, 2024.
4) Cundall, P. A., and Strack, O. D.: A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique, 29(1), 47-65, 1979.
5) Di Felice, R.: The voidage function for fluid-particle interaction systems. Int. J. Multiphase Flow, 20(1), 153-159, 1994.
6) Itoh, T., & Egashira, S.: Critical condition of sediment entrainment by sediment-water mixture flow. Proc. of the 5th IAHR Symp. RCEM, Vol. 1. CRC Press, 2019.

底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

Discrete Element Method Analysis and Micropolar Fluid Modeling of Granular Flow Down an Inclined Plane with Basal Roughness (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

横田　直孝（京都大・都市社会工学専攻）　岩井　裕正（京都大・都市社会工学専攻）
内藤　直人（豊橋技科大・建築 都市システム学系）
Naotaka YOKOTA, Kyoto University
Hiromasa IWAI, Kyoto University
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
E-mail: yokota.naotaka.52y@st.kyoto-u.ac.jp

A granular flow model based on micropolar fluid theory formulated by Kano was examined under basal roughness conditions. DEM simulations of unidirectional granular flow down an inclined plane were conducted to determine model parameters. The results show that the steady flow can be reproduced by applying a Dirichlet boundary condition for rough surfaces and a Navier slip boundary condition for smooth surfaces.

1. はじめに

土石流やがけ崩れをはじめとする粒状体流れは，構成粒子が大きく流れに対して粒子同士の相互作用の影響が無視できない．連続体理論である極性流体理論 (Micropolar Fluid Theory)[1] を用いた粒状体の流動モデルは，巨視的な流れと粒子の微視的な運動を結びつけて記述できる．既往の研究においては，個別要素法（以下，DEM と記す）[2] を用いた粒状体流れの数値実験と比較して，流速分布を表現できた一方で，底面粗度のない極端に理想化された条件での検討に限られていた．実際の斜面流れは，崩壊面に土粒子や礫が存在し，底面は粗度を有するため，工学的な議論には底面境界条件の検討が必要となる．

そこで本研究では，加納ら[3] の極性流体理論に基づく粒状体流動モデルの工学的利用に向けて，DEM を用いて底面粗度を有する斜面流れの解析を行った．得られた結果から粒状体流れを特徴づけるパラメータを決定し，極性流体理論モデルに適用した．また，底面境界条件としてディリクレ境界条件および Navier すべり境界条件を導入した．

2. 極性流体理論による粒状体流れの支配方程式

加納ら[3] が提案した極性流体理論に基づく粒状体流れの連続式，運動方程式，角運動方程式は次式で与えられる．以下では，添え字の総和規約を用いる．

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}+\rho\frac{\partial v^k}{\partial x_k}=0 \tag{1}$$

$$\rho\frac{\mathrm{d}v^i}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\sigma^{ji}}{\partial x_j}+\rho b^i \tag{2}$$

$$\frac{2}{5}\rho a^2\frac{\mathrm{d}\omega_{ji}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\mu^{kji}}{\partial x_k}+2\sigma^{[ji]} \tag{3}$$

ここに，ρ は粒状体流れの密度，v^i は速度，ω_{ji} は回転速度を表す．σ_{ji} は通常の応力であり，μ^{kji} は物体を回転させる作用を持つ偶応力を表す．b^i は単位質量当たりの外力である．また，$\sigma^{[ji]}$ は添え字の反対称化を表し，$\sigma^{[ji]}=(1/2)(\sigma^{ji}-\sigma^{ij})$ である．

この支配方程式を，Fig.1 のような傾斜角度 θ の斜面上一方向流れに適用すると，次式のようになる．

$$\rho\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=C(\rho)\frac{\partial}{\partial y}\left\{\hat{\omega}\left(\frac{2}{5}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{1}{2}\omega\right)\right\}+\rho g\sin\theta \tag{4}$$

$$\rho\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{5C(\rho)}{2a^2}\left\{-\hat{\omega}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y}+\omega\right)+\frac{a^2}{10}\frac{\partial}{\partial y}\left(\hat{\omega}\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)\right\} \tag{5}$$

$$\hat{\omega}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y}+\omega\right)^2+\frac{3}{20}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\frac{2a^2}{5}\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)^2} \tag{6}$$

$$C(\rho)=\frac{2\sqrt{6}}{15}\frac{\mu eTa^3\rho}{r-r_0}+\frac{\sqrt{10}}{50}\frac{T\sqrt{T}a^3\rho}{r-r_0}\frac{e(1-e)^2}{(1+e)\sin\zeta} \tag{7}$$

u は流下方向の粒子速度，ω は粒子の回転速度で，逆回転を正としている．また T はエネルギー比であり，平均流速からの各粒子速度ずれである微視的偏差速度により定まる微視的な運動エネルギー E_k と粒子の回転エネルギー E_r の比であり，$T=E_k/E_r$ で定義される．

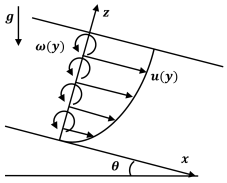


Fig. 1　Slope granular flow

3. 粒状体流れ解析条件

斜面上一方向の粒状体流れの一例として，傾斜角度 25[°] の斜面における単一粒子から構成される粒状体流れを対象とした．粒子半径 a を 0.010[m]，粒子密度は 2.65×10^3[kg/m^3]，粒子の反発係数 e を 0.10，動摩擦係数 μ を 1.00 とした．粒子は Fig.2 に示すほぼ球形な多面体であり，回転抵抗は数値としては与えず，粒子形状に起因する回転抵抗のみを考慮した．流動前の粒状体のかさ密度 ρ_0 は 1.515×10^3[kg/m^3]，層厚 h は 0.3[m] であった．DEM 解析には，Ansys 社の DEM パッケージソフトウエアである Rocky を用い，周期境界条件で解析を実施した．初期状態は粒状体が静止した状態とし，流動速度が定常になるまで計算を実施した．

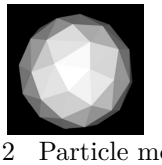


Fig. 2　Particle model

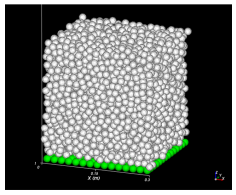


Fig. 3　DEM Slope flow

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

4. 境界条件

底面境界条件として，粗面条件と滑面条件の 2 ケースを検討した．DEM 解析では，滑面条件では底面の動摩擦係数を 1.00 とし，粗面条件では Fig.3 に示すように底面に流動粒子と同じ粒子を固定配置した．固定粒子は流動せず，回転も拘束されている．極性流体理論を用いた流動モデルでは，粗面条件について流動粒子と同じ粒子が固定されていることを考慮し，$u(0) = 0$，$\omega(0) = 0$ のディリクレ境界条件を課した．一方，滑面条件については，Wang らの Navier すべり境界条件[4] を用いた．Wang らは DEM 解析に基づき，底面すべり速度 u_b が底面のせん断速度 $\dot{\gamma}_b$ に比例し，すべり長さ l_s，粒径 d を用いて $u_b = l_s \dot{\gamma}_b d$ と表されることを示した．本研究では，この条件を極性流体理論を用いた流動モデルに適用した．回転速度については，滑面は回転を妨げる抵抗が働かないと仮定し，$\partial\omega(0)/\partial y = 0$ を用いた．$y = h$ の自由表面境界では，DEM 解析と同様に拘束のない自由境界と仮定した．極性流体理論のモデルではせん断応力が 0 となる条件から $\partial u(h)/\partial y = -5\omega/4$ を与え，また回転に対する抵抗がないとして $\partial\omega(h)/\partial y = 0$ を課した．

5. エネルギー比 T の決定方法

粒状体流れは，粒子運動の集合体であり，定常状態において平均値を取っても粒子乱れの影響により一定値とはならない．既往研究[5] では，定常状態のある瞬間における議論に留まり，粒子乱れを考慮した代表値の取得方法については言及されていない．一方で，エネルギー比 T は分母に粒子の回転速度エネルギー E_r を持つため，回転速度がほぼ 0 となる粒子が存在すると極端に大きな値を取る．そこで，Fig.4 のようにエネルギー比 T の累積分布を用いて評価を行い，極端に値の大きな値を除外した．本研究では，T を小さい値から累積した 96% 分位の値を代表値として採用した．その結果，底面境界が滑面の場合，$T = 299.4$，粗度がある場合は $T = 364.4$ となった．

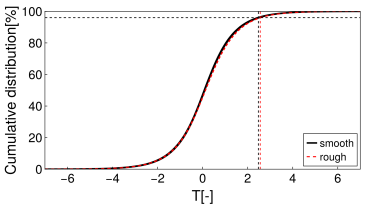


Fig. 4 Cumulative distribution of T

6. DEM 解析および極性流体理論を用いた流動モデルの数値計算結果

2 通りの境界条件について，DEM 解析を実施し，得られた諸パラメータを用いて極性流体理論を用いた流動モデルの数値計算を行った．底面が粗度条件での結果を Fig.5 と Fig.6 に，滑面条件の結果を Fig.7 と Fig.8 に示す．

DEM 解析について，底面境界に粗度がある条件では，底

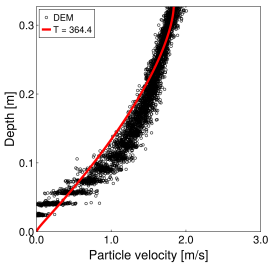


Fig. 5 Particle velocity

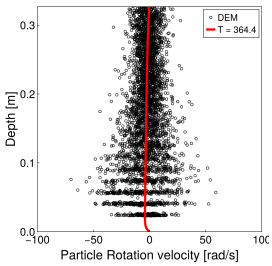


Fig. 6 Rotation velocity

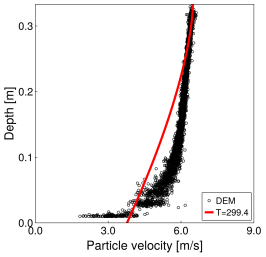


Fig. 7 Particle velocity

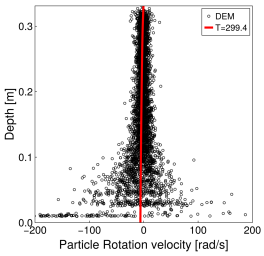


Fig. 8 Rotation velocity

面付近の粒子はほとんど流下方向に速度を持たなかった一方で，底面が滑面の条件では，底面境界付近で 3.0[m/s] 程度の粒子速度を持った．しかしながら，底面から約 0.1m 以上の高さにおける速度分布は，底面境界条件によらず類似した形状となった．これらの結果から，底面近傍には粒子約 5 個分の厚さをもつ領域が境界条件の影響を受け，流れの最大速度の大きさを決定する要因となっていると考えられる．加えて本解析では，粒子の回転抵抗として多面体形状に起因する抵抗のみを考慮しているため，滑面では粒子の回転が卓越しやすく，回転する粒子の上を滑るように粒子速度が増大した可能性が考えられる．したがって，滑面においては Navier すべり境界を適用し，連続体モデルにおいても底面すべりを適切に表現する必要がある．

極性流体理論に基づく流動モデルでは，粗面での速度分布および回転速度分布について，DEM 解析結果と良好な一致が確認できた．一方で底面が滑面の場合，底面から 0.1～0.2m 付近において速度分布にずれが生じた．これは，滑面では底面近傍の回転速度が大きく，その増大が速度分布の形状に影響を与えたためと考えられる．

7. 結論

底面境界の異なる 2 通りの斜面上一方向の粒状体流れについて，3 次元 DEM 解析と極性流体理論を用いたモデルとの比較を通じて検証を行った．極性流体理論に基づく粒状体の流動モデルについては，底面境界条件として Navier すべり境界条件とディリクレ境界条件を導入した．その結果，得られた知見を以下に示す．

- DEM 解析より，底面境界の影響は底面から粒子約 5 個分の厚さの領域に現れることが確認された．
- 極性流体理論モデルでは，粗面にディリクレ境界条件，滑面に Navier すべり境界条件を適用することで，いずれの場合も定常状態を良好に再現できた．

今後は，2 次元流れへ拡張して数値計算を行っていく．

参考文献

1) A Cemal Eringen. Theory of micropolar fluids. *Journal of mathematics and Mechanics*, pp. 1–18, 1966.
2) P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–65, 1979.
3) 加納純也, 下坂厚子, 日高重助. 流動粒子群の構成関係に関する一考察. 粉体工学会誌, Vol. 33, No. 2, pp. 95–101, 1996.
4) Teng Wang, Lu Jing, CY Kwok, Yuri D Sobral, Thomas Weinhart, and Anthony R Thornton. Basal layer of granular flow down smooth and rough inclines: kinematics, slip laws and rheology. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 1025, p. A27, 2025.
5) 横田直孝, 岩井裕正, 内藤直人. 極性流体理論および個別要素法解析に基づいた粒状体流れの定常状態の数値解析. 土木学会論文集, Vol. 82, No. 15, pp. 25–15025, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Rheological Characterization of Fines-Enriched Atami Debris-Flow Source Material (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
Takeshi KODAKA, Meijo University
E-mail: chowdhury.fazlul.fn@u.tsukuba.ac.jp

The rheological behavior of debris-flow source materials is influenced by solid concentration and fines content, yet laboratory-constrained parameters remain limited for field-relevant conditions. In this study Rotational viscometry was conducted on fines-enriched sand–silt–clay mixtures derived from the < 425 μm fraction of debris-flow source material. Mixtures contained 50%, 65%, and 80% fines at water contents of 50–60%, corresponding to volumetric solid fraction C_v= 0.386-0.430. All tested mixtures exhibit non-Newtonian behavior with pronounced shear-thinning response. Yield stress determined from Herschel–Bulkley and Bingham model fitting ranges from 6.8 Pa to 133.3 Pa across the tested compositions and concentration interval. Despite the relatively narrow C_v range, yield resistance increases markedly with increasing C_v. Mixtures with lower fines content show greater sensitivity to changes in volumetric solid fraction (C_v), whereas fines-enriched mixtures exhibit more moderate yield variation. These results indicate that both $C_v$and fines proportion control rheological behavior under debris-flow-relevant conditions and provide experimentally constrained parameters for debris-flow mobility analyses.

1 Introduction

Debris-flow mobility is governed by the rheological response of soil–water mixtures, which depends primarily on volumetric solid fraction and particle interactions. Experimental studies demonstrate that yield stress increases strongly with solid concentration and that mechanical transitions may occur within concentration ranges relevant to natural debris flows (Sosio & Crosta[1], Jeong et al.[2]). Despite these findings, laboratory-constrained evaluation of sand–silt–clay mixtures within narrow, field-relevant concentration intervals remains limited.

This study investigates the rheological behavior of fines-enriched sand–silt–clay mixtures derived from the <425 μm fraction of material collected from the collapse area of the 2021 Atami debris flow. Laboratory mixtures containing 50%, 65%, and 80% fines (silt + clay fraction) were prepared at water contents corresponding to solid volume fractions $C_v = 0.386–0.430$. The objective is to quantify shear stress–shear rate behavior, determine yield stress, and evaluate its dependence on solid volume fraction within this concentration range.

2 Materials and Experimental Methods

2.1 Material description

The tested material was collected from the remaining embankment on the southern slope of the 2021 Atami debris flow source valley, which remained intact after the collapse. The particle-size distribution consists of 14.9% (0.425–1 mm), 8.7% (0.25–0.425 mm), 12.7% (0.15–0.25 mm), 6.2% (0.106–0.15 mm), 3.3% (0.075–0.106 mm), and 20.0% fines (<0.075 mm). Including the coarse fraction greater than 1 mm (34.2%), the material contains 45.8% sand (0.075–1 mm) and 20.0% fines (<0.075 mm), with the remaining 34.2% comprising particles larger than 1 mm. The soil index properties are summarized in Table 1.

2.2 Testing procedure

Rheological measurements were conducted using a rotational viscometer (Atago Visco B 695) equipped with a concentric-cylinder system (Table 2). Samples were pre-sheared at 30 rpm to minimize structural history effects (Barnes, 1997), followed by stepwise shear over approximately 1–60 s^{-1} (5–250 rpm). Steady shear stress was recorded at each step, and yield stress was obtained from fitting the shear stress–shear rate data to constitutive models.

Table 1 Index properties of testing material

Property	Index parameter	Value
Specific gravity	G_s	2.62
Atterberg limits	Liquid limit, LL(%)	41
	Plastic limit, PL(%)	30
	Plasticity index, PI(%)	11
Soil Classification (USCS)	ML	

Table 2 Geometrical parameters of measuring system

Parameter	Definition	Value
Gap distance	$\Delta = R_c - R_s$(mm)	7.5
Gap ratio	$\delta = R_c/R_s$	2.9
Radius ratio	$r = 1/\delta$	0.33
Maximum particle size	$d_{max} = \Delta/10$(mm)	0.75

Note: R_c= radius of standard beaker, R_s= radius of spindle.

2.3 Volumetric solid fraction

The volumetric solid fraction $C_v$was determined from measured water content assuming a two-phase soil–water system with incompressible constituents. Water content is defined as $w = M_w/M_s$, where M_w and M_s denote the mass of water and solids, respectively. Using the standard mass–volume relationship and the specific gravity of solids G_s, the volumetric solid fraction is expressed as $C_v = 1/(1 + wG_s)$ with $G_s = 2.62$, the tested water contents of 50–60% correspond to $C_v = 0.430$ (50%), 0.407 (55%), and 0.386 (60%). This range defines the concentration interval investigated in the rheological analysis.

2.4 Shear rate calculation

Shear rate was evaluated using the concentric-cylinder (Couette) formulation appropriate for rotational viscometry. Angular velocity ω was calculated from the rotational speed N(rpm) as $\omega = 2\pi N/60$. For a concentric-cylinder system, with R_s and R_c denoted as the spindle and cup radii, the general shear-rate expression $\dot{\gamma}$, is given as

$$\dot{\gamma} = \frac{2\omega R_c^2}{R_c^2 - R_s^2} \qquad (1)$$

3 Results and Discussion

3.1 Flow curves and Bingham fits

Fig. 1 shows the shear stress–shear rate relationships for the eight mixtures with Bingham fits, where W and F denote water content and fines percentage, respectively. Apparent yield stresses range

from 6.3 to 133.3 Pa despite the narrow concentration interval. The Bingham fits yield coefficients of determination of $R^2 =$ 0.77–0.94, indicating that the model provides a reasonable first-order approximation of the observed viscoplastic behavior. Higher R^2 values from power-law fitting (0.91– 0.98) confirm measurable shear-thinning, particularly in fines-enriched mixtures. Within $C_v = 0.386$–0.430, yield stress varies by more than one order of magnitude, with sand-rich mixtures showing stronger concentration sensitivity than fines-enriched mixtures.

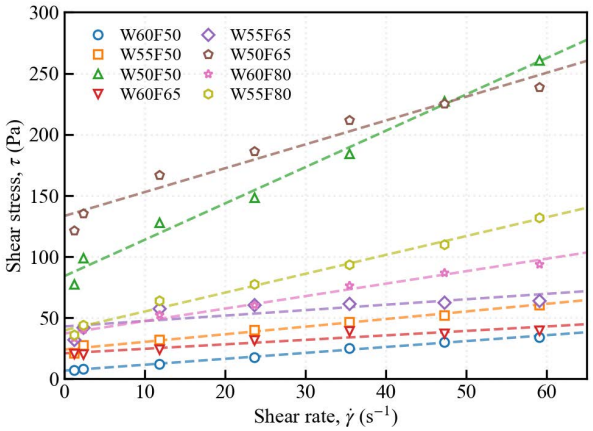


Fig. 1 Shear stress- shear rate relationship with Bingham fitting.

3.2 Stress dependence on volumetric solid fraction

Fig. 2 shows the variation of yield stress with volumetric solid fraction together with the exponential regression fit. A clear exponential dependence is observed, which can be expressed as

$$\tau_y = \alpha \cdot 10^{\beta C_v} \quad (2)$$

Fitting this relationship to the experimental dataset yields a concentration coefficient of β = 17.8 (R^2 = 0.901), indicating strong sensitivity of yield stress to changes in solid fraction. The magnitude of β implies that a 0.01 increase in C_v results in approximately a 50% increase in yield stress within the tested range. Across $C_v = 0.386$–0.430, yield stress increases from approximately 6 Pa to over 100 Pa, corresponding to more than one order of magnitude variation. This pronounced concentration dependence exceeds values reported for typical clays and soils (β ≈ 7–10; Zarch et al.[4]), suggesting enhanced mechanical sensitivity of the tested material to modest changes in water content. Such concentration sensitivity implies that small changes in water content may substantially modify mixture resistance under field conditions. The July 2021 Atami event was preceded by approximately 589 mm of rainfall (Shizuoka Prefecture, 2021[5]), illustrating how hydrological variation may induce substantial reductions in mechanical resistance.

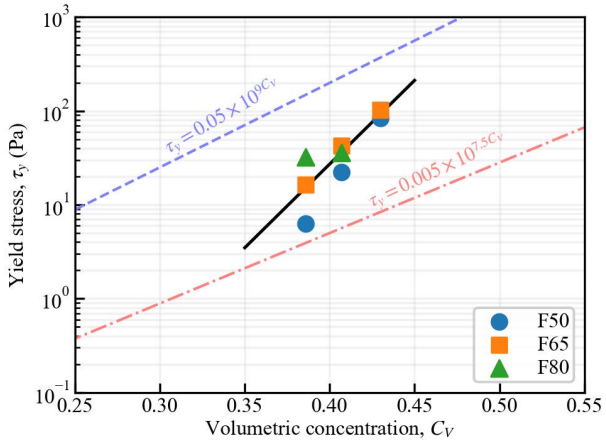


Fig. 2 Yield stress as a function of volumetric solid fraction.

3.3 Apparent viscosity and shear-thinning behavior

Fig. 3 shows the apparent viscosity as a function of shear rate. All mixtures exhibit shear-thinning behavior, with viscosity decreasing systematically as shear rate increases. The greatest separation among mixtures occurs at low shear rates (≤ 5 s^{-1}), where structural resistance dominates and viscosity varies by more than one order of magnitude. At higher shear rates, the curves converge, indicating progressive breakdown of particle networks. Sand-rich mixtures show stronger viscosity amplification with increasing solid fraction, consistent with the yield– C_v trends. This rate-dependent reduction in viscosity implies that assuming constant viscosity may underestimate mobility in debris-flow modeling.

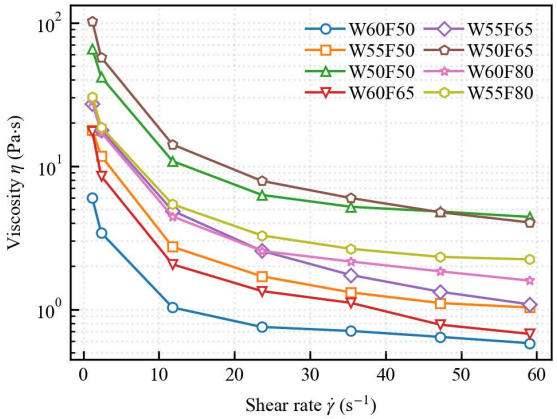


Fig. 3 Apparent viscosity versus shear rate.

4 Conclusions

Rotational rheometry of sand–silt–clay mixtures at water contents of 50–60%, ($C_v = 0.386$–0.430) demonstrates strong concentration dependent viscoplastic behavior. Bingham fitting yields apparent yield stresses of approximately 6–133.3 Pa within this narrow C_v interval. Yield stress increases exponentially with solid volume fraction (β = 17.8, R^2 = 0.901), indicating high mechanical sensitivity to small concentration changes. All mixtures exhibit shear-thinning behavior, with viscosity decreasing systematically with shear rate. Within the tested interval, a 0.01 increase in C_v corresponds to approximately a 1.5-fold increase in yield stress, underscoring exponential sensitivity of resistance. These findings, limited to the investigated concentration range and fines-enriched mixtures, confirm that volumetric concentration is the primary control on matrix resistance and should be explicitly considered in debris-flow rheological modeling.

References

1) Sosio, R., & Crosta, G.B.: Rheology of concentrated granular suspensions and implications for debris flows. Eng. Geol., 109, 81–92, 2009

2) Jeong, S. W., Lee, S., Oh, H.J, et al. Determining the debris flow yield strength of weathered soils: a case study of the Miryang debris flow in the Republic of Korea. Sci Rep 14, 20975, 2024

3) Barnes, H. A.: Thixotropy — a review. J. non-Newton. Fluid Mech., 70, 1–33, 1997

4) Zach, K. M., Zhang, L., Haeri, S. M., and He, J.: Classic, modern, and physics-based rheological laws for geophysical granular flows in landslide hazard chain. Earth-Science Reviews, 269, 105204, 2025

5) Shizuoka Prefecture. Geotechnical Investigation Results (Preliminary Report) on the Atami City Izusan District Debris Flow. River and Sabo Bureau, Shizuoka, Japan, 2021.

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (3)

座長:山川 優樹(東北大学)

14:45 ~ 15:00

[24011] 組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

*外山 翔吾[1]、高 子蒙[1]、小林 俊一[1] (1. 金沢大学)

15:00 ~ 15:15

[24012] *u-w-p* formulationに基づく土構造物～地盤系における液状化対策工法としてのグラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

*豊田 智大[1]、蜂須賀 有哉[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

15:15 ~ 15:30

[24013] 弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

*清水 紫媛[1]、藤澤 和謙[1]、シャルマ ヴィカス[1]、竹中 一真[1] (1. 京都大学)

15:30 ~ 15:45

[24014] 鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

*山栗 祐樹[1]、鹿倉 瑠斗[2]、小林 俊一[3]、西岡 英俊[1] (1. 中央大学、2. 中央大学大学院、3. 金沢大学)

15:45 ~ 16:00

[24015] 上下負荷面摩擦モデルを搭載する動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

*安池 亮[1]、豊田 智大[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

Bearing Capacity of a Circular Footing Subject to Combined Loads (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

外山　翔吾（金沢大・自然研）　高　子蒙（金沢大・自然研）　小林　俊一（金沢大・理工）
Shogo TOYAMA, Kanazawa University
Zimeng GAO, Kanazawa University
Shun-ichi KOBAYASHI, Kanazawa University
E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp

This study investigates the bearing capacity characteristics of a shallow circular footing using a three-dimensional rigid-plastic finite element method. Systematic analyses were conducted to examine the effects of load combinations. Owing to the geometric symmetry of a circular footing, the loads acting on the foundation can be represented by five degrees of freedom. The concept of the failure envelope for a two-dimensional strip footing was extended to evaluate the influence of these load combinations. The results show that, without torsion, the envelope forms a spheroidal surface, while the principal axes of the elliptical sections depend on the combination of horizontal load and moment. With torsion, the surface exhibits a twisted configuration depending on the vertical load level.

1. はじめに

ほぼすべての土木・建築構造物は地盤によって支持されており，地盤の支持力および安定性の適切な評価は地盤工学における最も基礎的かつ本質的な課題である．浅い基礎の支持力問題は古くから理論的研究の対象とされ，Terzaghi による極限支持力理論に代表される鉛直中心載荷問題に始まり，偏心載荷や傾斜載荷へと発展してきた．さらに，2 次元問題として扱われる帯基礎の支持特性は，鉛直荷重，水平荷重，モーメント荷重の計 3 自由度における組合せ載荷条件下での解析結果を支持力曲面として整理し，外力の相互作用を簡潔に表現できることが示されている．また近年では，ねじりの影響を考慮した 4 自由度の荷重空間における支持力問題も対象とされてきている．実務では，2 次元の Terzaghi の支持力式に形状係数や傾斜係数などを導入した拡張式が用いられている．

一方，実際の支持力問題は本質的には 3 次元であり，6 自由度の荷重条件への拡張や基礎形状の多様性により，解析条件は 2 次元問題に比べて著しく複雑となる．そのため，3 次元支持力問題においては，個別の数値解を求めるだけでなく，支持特性の全体像を体系的かつ簡潔に表現する手法の確立が重要となる．また，実務における拡張式では基礎形状に焦点が置かれる反面，外力の組合せへの考慮が不足しており，得られる支持特性が 3 次元支持力問題の本質的特性を適切に反映しているかについて議論の余地がある．

本研究では，もっとも単純な 3 次元形状である円形基礎を対象とし，組合せ荷重条件下における 3 次元支持特性について検討する．円形基礎は形状の対称性から，荷重自由度を 5 自由度に減らせるので，3 次元支持力問題の本質的特性を明らかにする上で適した対象である．また，従来の 2 次元支持力曲面の概念を拡張し，3 次元問題における支持特性の体系的表現方法についても考察する．

2. 解析手法

本研究では Drucker-Prager の破壊規準に従う水平地盤上の円形剛基礎の支持力問題を剛塑性有限要素法[1] により評価する．偏心荷重作用時の基礎と地盤の分離挙動に対応するため，制約条件として地盤材料の引張破壊条件を追加する．予備解析として，引張破壊条件に関する 2 つのモデル化，応力テンソルの第 1 不変量（平均応力）が圧縮側になる制約条件（I_1 制約）とゲルシュゴリン定理に基づく最大主応力が圧縮側となる制約条件（t 制約）を検討する．ここで，t は引張応力の許容上限を表す tension cutoff パラメータである．ここでは引張応力状態を許容しない条件を想定し，$I_1 \le 0$ あるいは $t = 0$ を課した．支持特性を荷重空間 $(V/V_m, H/V_m, M/BV_m)$ 内の支持力曲面として整理した結果を Fig.1 に示す．ここで，V, H, M はそれぞれ荷重の鉛直成分，水平成分およびモーメント成分を表し，また V_m は鉛直極限支持力，B は基礎幅を表す．支持力曲面の形状を比較すると，I_1 制約は t 制約に比べて支持力を大きく評価する傾向が確認された．特に鉛直荷重レベルが原点に近い領域において支持特性の差が顕著であり，I_1 制約では局所的な引張応力が許容され得るため，地盤の分離挙動を十分に反映できない可能性がある．以上の結果を踏まえ，以降の解析では引張応力を直接制限する t 制約を組み込んで支持特性を評価する．

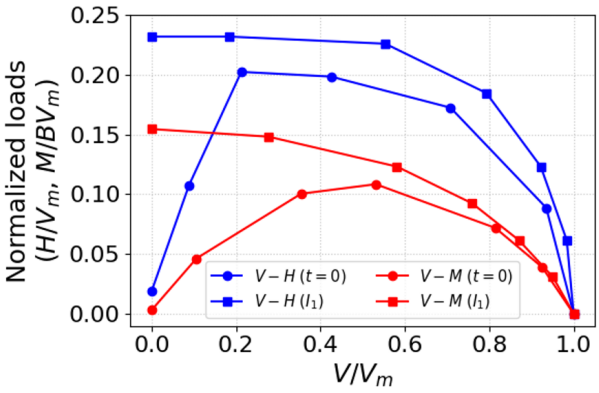


Fig. 1　Comparison of Failure Envelopes under $t = 0$ and I_1 Constraints ($\gamma = 16\,\mathrm{kN/m^3}$, $c = 1\,\mathrm{kPa}$, $\phi = 0°$)

3. 解析条件

3 次元の一般的な構造物における荷重空間は 6 自由度で

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表される．一方，円形基礎では，任意の方向に一定のモーメントが作用したとき，モーメントがゼロとなる AA′ 断面と水平荷重とのずれ角を θ と定義することで，計 5 自由度で表現できる．3 次元における面外の組合せ載荷は複雑であるため，本解析では右手系の一般化荷重空間を 3 次元に拡張して Fig.2 のように各荷重，パラメータの符号を定める．

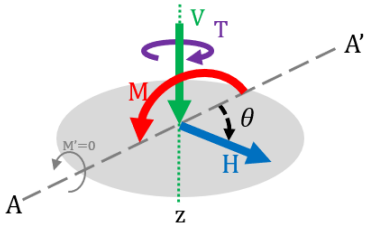


Fig. 2　Definition of generalized loads (V, H, M, T) and misalignment angle θ

数値解析では，半径 $R = 1$ m の円形基礎を対象に，平面寸法 20 m × 20 m，高さ 5 m の 3 次元地盤解析領域を設定した．有限要素による空間離散化には 20 節点 6 面体 2 次要素を用い，総節点数は 54357，要素数は 12960 とした．数値積分には各要素内に 2 × 2 × 2 の積分点を配置し，各要素 8 点の積分点で応力を評価した．境界条件として，側面にスライダー支点，底面に固定支点を与えた．AA′ 断面と水平荷重とのずれ角 θ は 0° から 180° まで 45° 刻みで変化させた．極限荷重は，荷重の鉛直成分およびモーメント成分を一定とした条件下で水平成分を最大化する場合，あるいは水平成分を一定とした条件下でモーメント成分を最大化する場合として求めた．解析結果を Fig.3 に示す無次元支持力曲面の V/V_m = constant 断面形状に着目して整理し，ずれ角 θ およびねじり荷重 T との相互作用が支持特性に及ぼす影響について議論する．

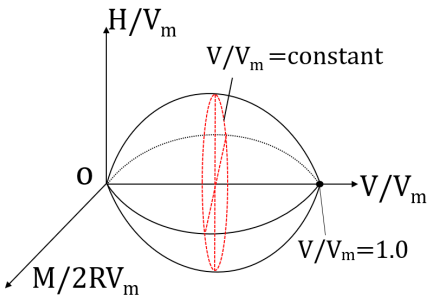


Fig. 3　Failure envelope

4.　解析結果

ここでは砂質地盤を想定し，単位体積重量を $\gamma = 16\,\mathrm{kN/m^3}$，粘着力を $c = 1$ kPa，内部摩擦角を $\phi = 30°$ とした場合の結果を示す．DP 破壊規準と MC 破壊規準の換算は内接条件（平面ひずみ試験によるパラメータ）を用いた．ねじり荷重がない場合は，Fig.4 に示すように，水平荷重 H とモーメント荷重 M の載荷方向のずれ角 θ に応じて，V/V_m 一定の断面形状は楕円となり，断面位置 V/V_m によらず長軸・短軸の方向が荷重空間の軸から一定値だけずれる．特に，面内組合せ載荷 ($\theta = 0°$) では，縦軸と長軸とのずれ角 ω が最も大きくなる．一方，$\theta = 90°$ では，$\omega = 0$ となり，横軸および縦軸に対して対称な楕円形状を示す．

さらに，各 V/V_m 一定断面において，一定のねじり荷重 T が作用した状態で同様の支持力解析を行い，断面形状の長軸・短軸の方向について整理した結果を Fig.5 に示す．ねじり荷重が作用すると，V/V_m 断面ごとに楕円の長軸・短軸の方向が変化することが確認できる．2 次元帯基礎やねじれ荷重が作用しない円形基礎の支持力曲面が，V 軸回りの回転楕円体形状で表現できるのに対し，ねじり荷重作用時には，回転楕円体がさらに V/V_m に沿ってねじれた形状となることが明らかになった．

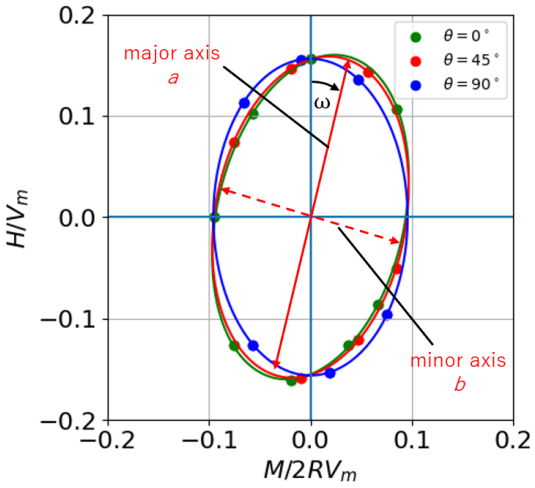


Fig. 4　Failure envelope in the M–H plane at $V/V_m = 1/2$

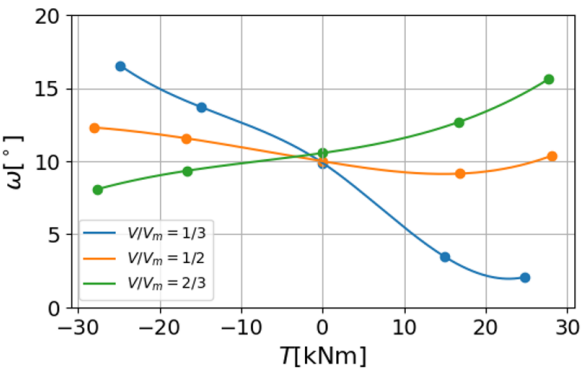


Fig. 5　T − ω relationship at each section for $\theta = 45°$

5.　おわりに

本研究では，砂質地盤上の剛な円形基礎の支持特性を把握するため剛塑性有限要素法[1] による系統的な数値実験を実施した．その結果，ねじり荷重が作用しない場合には支持力曲面は回転楕円体形状を示すが，楕円断面の長軸・短軸方向はモーメント荷重と水平荷重の組合せに依存して変化することが確認された．また，ねじり荷重が作用する場合には，支持力曲面は単純な回転楕円体では表現できず，鉛直荷重レベルに応じてねじれる形状を示すことが明らかとなった．

参考文献

1) Zimeng Gao, Shun-ichi Kobayashi, Yuki Yamakuri and Xi Xiong. A novel rigid-plastic finite element method for slope stability analysis incorporating tensile failure. 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

u-w-p formulation に基づく 土構造物～地盤系における液状化対策工法としての グラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

Elucidation of the improvement mechanism of the gravel drain method as a liquefaction countermeasure in soil structure-ground systems using the *u-w-p* formulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

豊田　智大（名大・工）　　蜂須賀　有哉（名大・工）　　野田　利弘（名大・工）
Tomohiro TOYODA, Nagoya University
Yuya HACHISUKA, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: toyoda@civil.nagoya-u.ac.jp

In this study, dynamic elasto-plastic analyses of a ground–soil structure system were conducted based on the *u-w-p* formulation. First, the permeabilities of both the drain and the liquefiable layer were varied to identify the effective range of permeability. Next, the effect of the replaced material was examined, demonstrating that selecting a stiffer material for gravel drain helps to reduce settlement.

1.　はじめに

2011 年東日本大震災以降，大規模地震に対する河川堤防の液状化対策工として「グラベルドレーン工法」が注目を集めているが，その有効な地震時変形予測手法は確立されていない [1]．著者らは，ドレーン工を有する砂地盤～盛土系の地震応答が，間隙水の動的浸透を考慮した *u-w-p* formulation（以下，単に *u-w-p* と記す）に基づく動的水～土連成解析 [2]でなければ適切に評価できないことを示してきた [3]．

本稿では，*u-w-p* に基づき，以下の 2 つの着眼点から，液状化対策工としてのグラベルドレーン工法の原理解明を目指す．

① 透水性の影響：基礎地盤とドレーン材の透水係数のコントラストに応じてドレーン工の効き方はどう変化するか？
　粘性土地盤における圧密促進工法としての「サンドドレーン」の場合，有効な透水係数の範囲が明確に整理されているが [4]，液状化対策工としての「グラベルドレーン」に対しては系統的に整理した知見は無い．本稿では，ドレーン材と周辺地盤の透水係数の組合せに応じたドレーンの効き方の変化を系統的に整理する．

② 置換材料の影響：周辺地盤と力学特性が異なる材料で置換したことの影響は？
　ドレーン工は，第一義的には地震時の過剰水圧消散を期待して導入されるが，置換材料の礫質土が周辺地盤と異なる力学特性を有することによる沈下低減効果も副次的に期待される．本稿では，既往研究で同定された複数種類の礫質土の材料定数を用いた解析結果の比較から，どのような力学的性質を有するドレーン材であれば，沈下抑制効果を期待できるかを明らかにする．

2.　透水性の影響に関する検討

2.1.　解析条件

【有限要素メッシュ・境界条件】土木研究所による剛土槽を用いた砂地盤～盛土系の 50G 遠心力模型実験 [1]を参考に，Fig. 1 に示す実規模の有限要素メッシュを作成した．模型底面および側面は非排水条件とした．

【入力地震動】入力波は模型実験に準拠し，新晩翠橋 NS 成分の地表面加速度の振幅を 0.8 倍したもの（Fig. 2，L2 地震動を想定，継続時間 240 sec，t=100sec 近傍で最大加速度 550gal 程度）を模型底面・側面に水平方向に入力した．

【材料定数・初期状態】本章では，透水性の影響のみに着目し，ドレーンと周辺地盤の力学特性の差異の影響を排するため，材料定数は模型全域で Table 1 の江戸崎砂の材料定数を与えた．透水係数は液状化層で k_L = 1.5×10^{-4}, 1.5×10^{-3}, 1.5×10^{-2} cm/s（シルト～砂相当）とし，ドレーン部では k_D = k_L ~ 1.5×10^{1} cm/s（礫相当）の範囲で変化させた．

2.2.　解析結果

地震終了時点（t = 240s）での天端中央における沈下量 ρ_0 を Fig. 3 に実線で示す．液状化層の透水係数が大きい場合（k_L = 1.50×10^{-2} cm/s, 緑線）では，ドレーンの透水係数 k_D = 10^{-1}~10^{1} cm/s の範囲で明確な S 字曲線を描く（部分排水効果）．すなわち，ドレーンの透水係数が大きくなるほど過剰水圧消散の促進により液状化層での有効応力減少・側方流動が抑制され沈下量が明確に低減される．事実，k_D = 1.50×10^{1} cm/s の

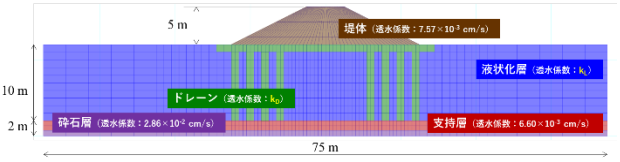


Fig. 1 Finite element mesh and material constitution.

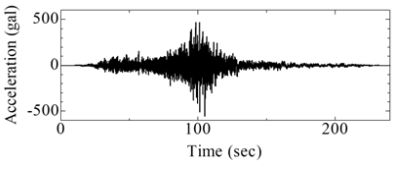
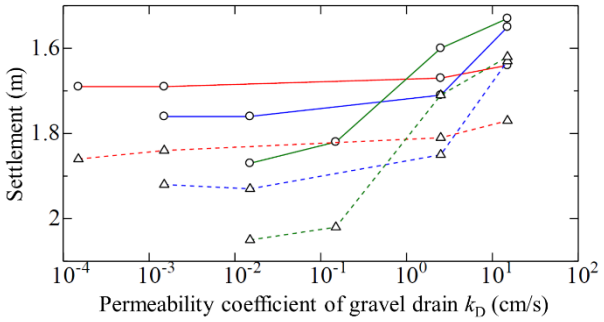


Fig. 2 Input wave.

Table 1 Material constants of the SYS Cam-clay model.

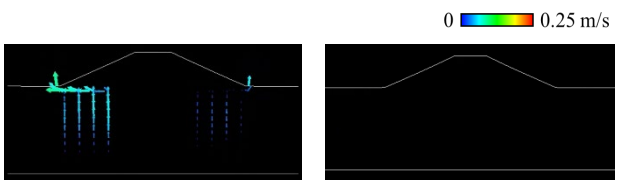
	江戸崎砂 (Case A)	宇部珪砂 1 号 (Case B)	能登栗石 (Case C)	PI 捨石 (Case D)
土粒子密度 ρ_s (g/cm³)	2.65	2.66	2.593	2.593
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.050	0.030	0.105	0.105
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012	0.015	0.005	0.0005
限界状態定数 M	1.20	1.00	1.700	1.70
正規圧密線の切片 N	1.98	1.89	1.895	1.895
ポアソン比 ν	0.30	0.30	0.300	0.30
正規圧密土化指数 m	0.080	0.040	1.200	0.12
構造劣化指数 a	1.00	1.00	2.000	2.000
回転硬化指数 b_r	3.50	3.50	1.000	1.000
回転硬化限界定数 m_b	0.70	1.00	0.001	0.001
初期過圧密比 $1/R_0$	分布	分布	分布	分布
初期構造の程度 $1/R_0^*$	2.00	1.00	1.00	1.00
初期土圧係数 K_0	0.60	0.60	0.60	0.60
初期間隙比 e_0	0.90	0.90	0.593	0.593

ケースでは, Fig. 4(a)のようにドレーン材を介して地震中に基礎地盤から排水を生じる様子が確認される. これに対し, 液状化層の透水係数が比較的小さい場合（$k_L = 1.50\times10^{-4}$ cm/s，赤線）では，明瞭な S 字カーブとならず，ドレーンの透水係数 k_D を大きくしてゆくことによる沈下低減効果は極めて限定的である．これは，如何にドレーンの透水係数を $k_D = 10^1$ cm/s 程度まで大きくしても，基礎地盤からの排水をほとんど生じず（Fig. 4(b)），液状化が抑制されないことによる．なお，以上の傾向は，地震終了後十分に時間が経過した後の沈下量 ρ_f（Fig. 3，破線）でも同様に確認されるが，液状化層の透水係数が大きい場合（$k_L = 1.50\times10^{-2}$ cm/s）には，地震終了以降の圧密沈下量 $\rho_f-\rho_0$ は，k_D が大きくなるほど小さくなっている．これは，k_D が大きいケースでは，地震終了時点で既に過剰水圧消散が概ね完了していることによる．



Permeability coefficient of liquefiable layer k_L (cm/s)	Settlement	
	ρ_0 (t = 240 sec)	ρ_f (final)
1.50×10^{-2} cm/s	——○——	----△----
1.50×10^{-3} cm/s	——○——	----△----
1.50×10^{-4} cm/s	——○——	----△----

Fig. 3 Settlement at the center of embankment top.



(a) $k_L = 1.50\times10^{-2}$ cm/s　(b) $k_L = 1.50\times10^{-4}$ cm/s

Fig. 4 Distribution of averaged relative flow rate of pore water (around t = 111 s, $k_D = 1.50\times10^1$ cm/s).

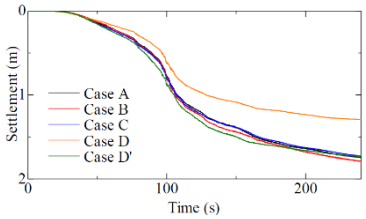


Fig. 5 Settlement – Time curve during earthquake.

3. 置換材料の影響に関する検討

透水係数は模型実験 [1]に準拠し（液状化層：$k_L = 1.50\times10^{-2}$ cm/s，ドレーン部礫質土：$k_G = 2.50\times10^0$ cm/s），ドレーン部の材料定数として Table 1 の江戸崎砂（Case A，周辺地盤と同一），または 3 種類の礫質土（Case B~D）を設定した場合の地震中の沈下～時間関係を Fig. 4 に示す．膨潤指数$\tilde{\kappa}$の値が他材料に較べ明確に小さい Case D のみ，置換材料の影響のない Case A に対し 25%程度の沈下低減効果が確認された．さらに Case D の膨潤指数のみを Case B に統一した Case D'では有意な沈下低減が認められなかった．以上より，置換材料による強度増加が期待できるのは膨潤指数$\tilde{\kappa}$が大きい（弾性剛性の大きい）礫質土であることを確認した．一方，紙幅の都合上割愛するが，礫質土の間隙比（ドレーン材の締固めの程度）の影響は限定的であった．

4. 結論

土構造物～地盤系の ***u-w-p*** 動的変形解析により，(1)グラベルドレーンは透水係数 10^{-2} cm/s 程度の地盤であれば（ドレーンの透水係数 10^{-1}～10^1 cm/s の範囲で）十分に効くが，周辺地盤の透水係数が 10^{-4} cm/s 程度と小さければほとんど効かないこと，(2)弾性的に硬い（膨潤指数が小さい）ドレーン材を採用すれば，ドレーン材の透水性と剛性の相乗効果で，更なる沈下抑制が期待できることを示した．

謝辞

（一財）国土技術研究センターの「河川堤防耐震対策高度化研究会」を通じて，土木研究所石原上席研究員から資料 [5]記載データおよび礫質土の要素試験データ（Case B）をご提供いただいた．また，科学研究費補助金（若手研究：課題番号 25K17682）の補助を受けた．

参考文献

1) 青柳悠大，田川央，石原雅規，佐々木哲也: 河川堤防の地震時変形とグラベルドレーン工法を施した液状化地盤内の過剰間隙水圧分布に着目した遠心力模型実験，第 56 回地盤工学研究発表会, 12-6-3-05, 2021.
2) T. Toyoda and T. Noda: Development and verification of a soil–water coupled finite deformation analysis based on ***u–w–p*** formulation with fluid convective nonlinearity, Soils and Foundations, 59(4), pp.888-904, 2019.
3) 豊田智大，野田利弘: ドレーン工を有する砂地盤～盛土系の地震応答解析における ***u-w-p*** formulation の優位性，第 59 回地盤工学研究会, 24-10-3-06, 2024.
4) A. Asaoka, M. Nakano, G.S.K. Fernando and M. Nozu: Mass Permeability Concept in the Analysis of Treated Ground with Sand Drains, Soils and Foundations, 35(3), pp.43-53, 1995.
5) 国土技術研究センター (2002): 河川堤防の地震時変形量の解析手法, JICE 資料第 102001 号, A1-A2.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

Influence of Numerical Dispersion Error on Elasto-Perfectly Plastic Dynamic Response Analysis and Determination of Damping Coefficient (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

清水　紫媛（京都大学農学研究科）　藤澤　和謙（京都大学農学研究科）
シャルマ　ヴィカス（京都大学農学研究科）　竹中　一真（京都大学農学研究科）
Shion Shimizu, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
Kazunori Fujisawa, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
Sharma Vikas, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
Kazuma Takenaka, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
E-mail: shimizu.shion.23z@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigates the over- and underestimation of accelerations that arise in dynamic elasto-perfectly-plastic analysis of dams using finite element method (FEM). A one-dimensional model, consisting of a foundation and an dam body, is considered. The nondimensionalized shear wave equation is solved by FEM and Newmark-β method. The numerical dispersion errors introduced by this discretization is examined in advance through the relative phase speed error. Based on the pre-evaluated error, the mechanism of numerical oscillations, which cause the overestimation of accelerations, is elucidated with showing the results of numerical experiments. Finally, the discussion of stiffness-proportional damping to suppress the numerical oscillations is presented.

1. はじめに

ため池や農業用ダムといった農業用水利施設を対象に，レベル 2 地震動を想定した地震応答解析が継続的に実施されている．近年，構造物の応答が弾性限界を上回る際に生じる塑性変形量を，地震応答と共に一貫して評価できる弾塑性地震応答解析の活用が期待されている．

弾塑性地震応答解析を解く際には，一般的に有限要素法（以下 FEM）と Newmark-β 法に代表される時間積分法が用いられる．これら空間と時間の離散化によって，数値解に生じる数値誤差は実際とは異なる応答結果を招き，耐震性評価の信頼性を損う可能性がある．また弾塑性解析では，その非線形性によって弾性波解析では現れなかった数値誤差の発生が予想されるため，数値モデルが有す離散化誤差とその数値解への影響を整理することが重要となる．

本論では波動解析で特に重要となる数値分散誤差に着目し，弾完全塑性動的応答解析におけるその影響について調査する．簡単のため堤体（弾完全塑性）と基礎地盤（弾性）を模した一次元モデルにおけるせん断波応答を，FEM と Newmark-β 法によって離散化した時を対象とする．数値解に現われる数値振動の発生メカニズムを数値分散誤差の観点から説明し，またそれを踏まえて数値振動を抑制する剛性比例減衰の設定方法について考察を加える．

2. 一次元モデルと支配方程式の無次元化

基礎地盤上にダム堤体が存在するモデルを想定する (図 1)．今回は数値誤差の影響を議論するため，図 1 の破線領域に当たる一次元モデルを考える．ここで H_d は堤高，H_f は考慮する基礎地盤の深さ，$H = H_d + H_f$ である．また堤体内と基礎内ではそれぞれ物性が一様であると仮定する．この一次元モデルを伝播するせん断波を，以下のような無次元化された運動方程式により考える．

$$\bar{\rho}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}} = 0,\ \bar{x} = \frac{x}{H_d}, \bar{t} = \frac{V_d t}{H_d}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_d}, \bar{v} = \frac{v}{V_d}, \bar{\tau} = \frac{\tau}{G_d} \quad (1)$$

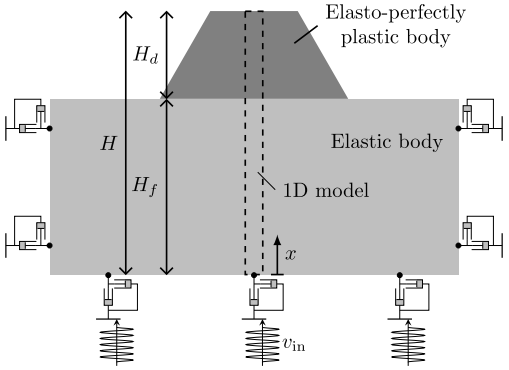


Fig. 1　Foundation-Dam model

ここで ¯ 付きは無次元化を表し，ρ，v，V，τ，G はそれぞれ密度，速度，弾性せん断波速度，せん断応力，せん断弾性係数である．下付添字 d はその変数が堤体のものであることを指す．式 (1) を FEM と Newmark-β 法により離散化する．弾完全塑性体である堤体に対してはさらに降伏応力を設定する必要がある．本論では Mohr-Coulomb の破壊基準に基づいて，堤体底面部での降伏応力を代表値として採用し無次元化した．

3. 数値モデルが有す数値分散誤差

波動解析の数値解では，波の伝播速度のずれが観測される（数値分散誤差）．この数値誤差は，時間と空間の離散化に起因し，数値振動を引き起こす．Eq. (1) は弾性変形を仮定すれば，波速を $c = V$ とした一次元波動方程式に相当する．線形有限要素と Newmark-β 法 ($\gamma = 1/2, \beta = 1/4$) を使用した際に発生する分散誤差を事前評価し，[1] 相対誤差 (RPSE) を図 2 に示す．x 軸，y 軸は，それぞれある波の周期 T と波長 λ に対する，要素幅 Δx と時間分割幅 Δt の比となる．RPSE の正 (負) は，厳密な波と比較した際に数値波

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

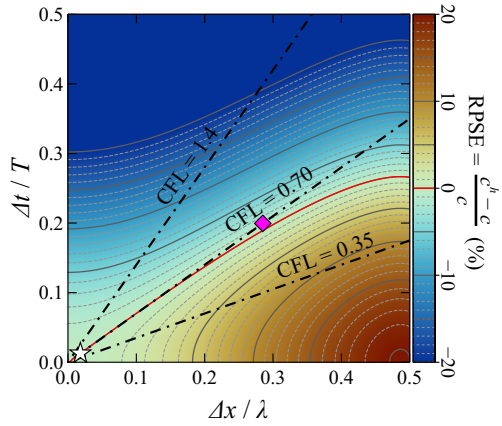


Fig. 2 Relative phase speed error for linear FEM and Newmark-β method

が速く (遅く) 伝わること意味する．同図から Δx と Δt の組合せによって，ある波の伝播速度は大きく変化することが分かる．また CFL(:= $c\Delta t/\Delta x$) 数が 0.7 付近となるように設定すると，低周波領域ではほぼ分散誤差のない解析ができる (RPSE ≈ 0).

4. 正弦波入力波に対する加速度応答

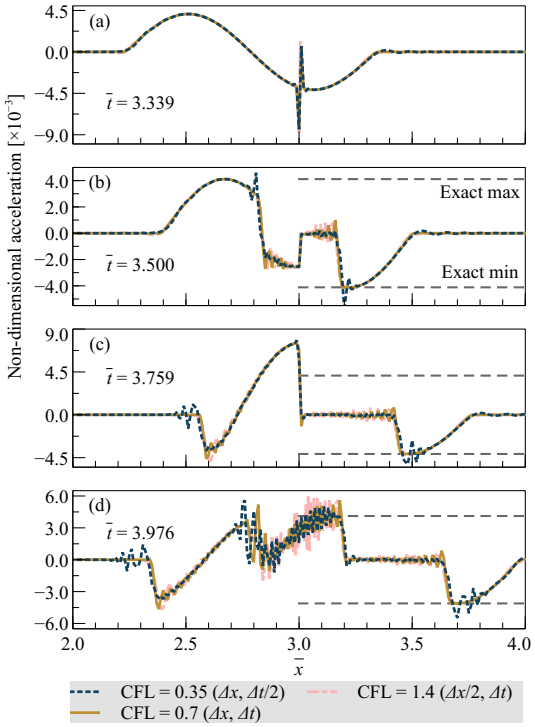


Fig. 3 Nondimensional acceleration fields calculated by FEM and Newmark-β method

周期が 0.1 s，最大振幅が 8.0π m/s^2 である正弦波加速度を基礎底面より一周期分入力し解析した．$H_d = H_f/3 = 50$ m とした．堤体の降伏応力は粘着力なし，内部摩擦角 30 度により設定し，$\bar{\rho}$ と $\bar{G}$ は簡単のため 1 とした．CFL 数が 0.70 となる，無次元分割幅 $\Delta\bar{x} = 1.0\times10^{-2}$，$\Delta\bar{t} = 7.0\times10^{-3}$ を基準とし，それぞれ一方を半分にすることで複数の CFL 数における結果を比較した．

図 3 に，堤体底面での降伏発生直後 (a) から降伏中 (b)，降伏終了時 (c)，降伏後 (d)，4 つの段階における加速度分布を示す．どの CFL 数においても降伏に伴うパルス状の加速度の発生後に数値振動が顕著になる．このパルス状の加速度は入力波には有意に含まれない高周波成分を有す．図 2 から分かるように，高周波成分の分散誤差は一般的に大きくなる．これ降伏後に数値振動が卓越する原因である．実際数値振動の現れ方に着目すると，CFL 数が 0.7, 1.4 の時には主に波頭後方で，CFL 数が 0.35 の時には波頭前方でも数値振動がそれぞれ目立つ．これは図 2 において，それぞれの CFL 数が高周波領域で負 (CFL = 0.7, 1.4), 正 (CFL = 0.35) を有すことと対応している．また同図より数値振動の発生によって堤体内では，厳密解よりも大きな加速度が伝わることが分かる (図 4 の灰色破線を参照).

5. 分散誤差を基にした剛性比例減衰係数の設定

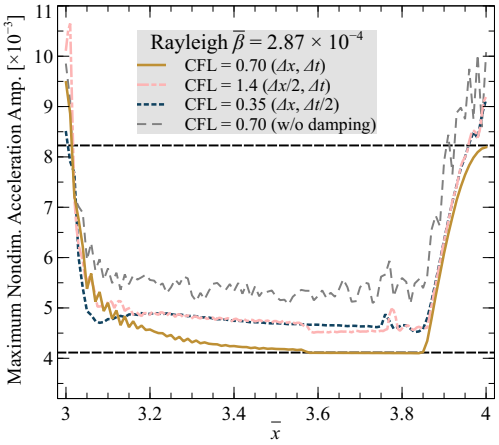


Fig. 4 Maximum absolute nondimensional acceleration observed in the dam

前節で確認したような数値振動への対抗策として，Rayleigh 減衰に基づいた減衰項を導入することが一般的である．本論では，剛性比例減衰によって数値振動を取り除くことを検討した．

上記で明らかにしたように，数値振動の原因は高周波成分が有する大きな数値分散誤差である．そこで詳細は割愛するが本論では，まず CFL 数が 0.7 のケースにおいて分散誤差 (RPSE) が −1%となる周波数 (図 2 の ◇) を基準とし求めた．次にこの基準値を有す波が，天端に到達するまでに十分に減衰される剛性比例減衰係数を設定した．

設定した減衰係数を用いて同様の解析を行った際に，堤体内で観測された絶対無次元最大加速度を図 4 に示す．同図には減衰なしの結果 (前節参照) と同じ減衰係数で CFL 数を変化させた際の結果も示している．この図から CFL 数が 0.7 においては設定した減衰が有効に作用し，天端付近では厳密解と一致する加速度が得られている．その一方，CFL 数が異なる時には同じ減衰係数を用いても，数値振動を完全に取り除くことはできず加速度を過大評価している．

参考文献

1) S-B. Kwon, K-J. Bathe and G. Noh: An analysis of implicit time integration schemes for wave propagations, Comput. Struct., 230, 106188, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

Validation of Rigid Plastic Finite Element Analysis for Spread Foundation combined with Sheet piles (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山栗　祐樹（中央大・理工）　鹿倉　瑠斗（中央大学大学院・理工）　小林　俊一（金沢大・理工）
西岡　英俊（中央大・理工）
Yuki Yamakuri, Chuo University
Ryuto Shikakura, Chuo University Graduate School
Shun-ichi Kobayashi, Kanazawa University
Hidetoshi Nishioka, Chuo University
E-mail: yyamakuri340@g.chuo-u.ac.jp

The rigid–plastic finite element method (RPFEM) is a numerical analysis method that enables direct evaluation of the ultimate limit state of the ground. In this study, RPFEM was used to conduct a reproduction analysis of two-dimensional model experiments on a spread foundation combined with sheet piles. The results demonstrated that the model experiments can be reproduced by incorporating the bending strength of the sheet piles and, the interaction between the ground and the sheet piles.

１．はじめに

鋼矢板併用型直接基礎（以下，SP 基礎と記す）とは，直接基礎のフーチングの掘削に用いた仮土留め用の鋼矢板（以下，SP と記す）を用いた複合基礎形式である [1]．直接基礎よりも適用できる地盤条件が広く，高い支持力や耐震性を有している．

SP 基礎を建設する際には，直接基礎と同様，極限支持力を適切に評価することが重要である．そこで著者らは，地盤の終局限界状態を直接評価できる剛塑性有限要素法（RPFEM）に着目し，SP 基礎の支持力を評価するためのモデル化について検討してきた [2]．しかし，数値実験による検証にとどまっており，模型実験等の比較による RPFEM の妥当性については検討していない．

そこで本研究では，アルミ棒積層体を用いた二次元模型実験とその再現解析を実施し，RPFEM の適用性について検討した結果を報告する．

２．実験概要

本研究で用いた実験装置を Fig. 1 に示す．土槽には，長さ 150 mm のアルミ棒を幅 1000 mm，高さ 250 mm に積み上げたアルミ棒積層体を用いた．アルミ棒は直径 1.5 mm, 2.0 mm, 3.0 mm を重量比 1:1:1 で混合し，地盤を作製する際には，過度な突き固めは行わず，単位体積重量γは 21.2 kN/m^3 程度であった．Terzaghi の支持力公式から内部摩擦角を逆算した結果，$\phi = 27.8$ 度と推定された．

直接基礎模型（以下，基礎と記す）は，幅 $B = 100$ mm で，重量は約 24.3 N である．模型 SP は，SP の相似則として曲げ剛性βL に着目し，III 型鋼矢板を想定した板厚 0.5 mm のばね用リン青銅板（C5210, $EI = 1.14 \times 10^5$ N・mm^2）を用いた．抑え板を用いて，基礎側面に模型 SP をねじ止めすることで，SP 基礎を作製した．

荷重の載荷については，2 mm 径のワイヤーを用いて，基礎の前面と背面の変位がほぼ同一となるように載荷試験を行った [3]．ワイヤーは，土槽下に取り付けた滑車を介してジャッキに取り付けた．ジャッキを変位制御により上昇させることで，引張力による載荷を行った．

変位の計測については，レーザー変位計を用いて基礎の鉛直変位を，ワイヤー式変位計を用いて基礎の水平変位を計測した．荷重を計測するために，基礎底面と左右側面の各面に，受圧板を介して二方向ロードセルを 2 個ずつ（計 6 個）取り付けた．底面に設置したロードセルで基礎底面の地盤反力を，左右側面に設置したロードセルで SP の断面力を計測した．

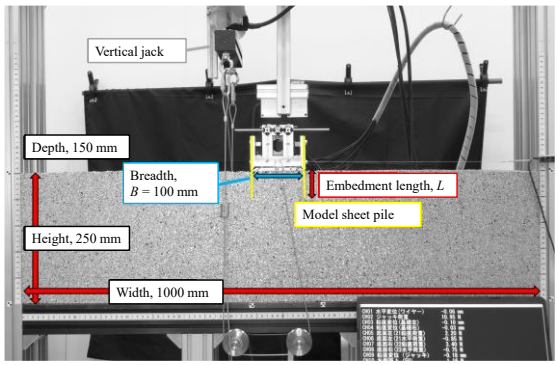


Fig. 1 Experimental apparatus.

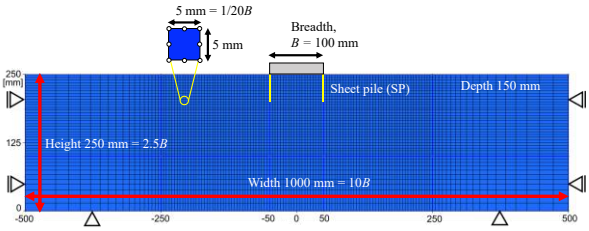


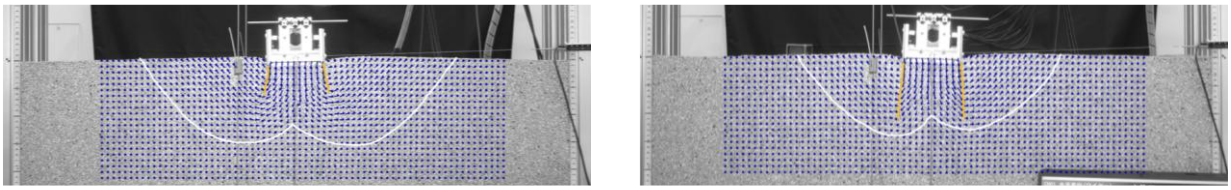
Fig. 2 Finite element mesh and boundary conditions.

３．数値解析手法

剛塑性有限要素法（RPFEM）は，有限要素による空間離散化と極限定理に基づく最適化問題を組み合わせた，剛塑性境界値問題を解く数値解析手法である．材料を剛完全塑性体と仮定するため，必要な材料パラメータ（c, ϕ, γのみ）が少なく，終局限界状態（崩壊荷重と破壊モード）を直接求めることができる．

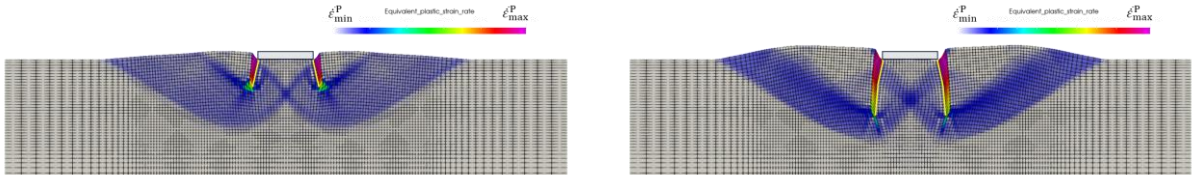
下界法に基づき RPFEM を定式化する．また，直接基礎と SP をモデル化するために，地盤メッシュの節点変位速度場に対して線形制約条件（2 点間の距離不変条件と 3 点間の曲率不変条件）を課した [2]．さらに，SP の曲げ破壊を表現するために，曲率不変条件に対する変形拘束力につい

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) $L/B = 0.5$ (b) $L/B = 1.0$

Fig. 4 Image analysis results.



(a) $L/B = 0.5$, $M_m = 340.6$ N・mm (b) $L/B = 1.0$, $M_m = 469.4$ N・mm

Fig. 5 Failure modes obtained from RPFEM (Both-sides weak layers).

Table 1 Ultimate bearing capacity.

Embedment ratio, L/B	RPFEM				Experimental
	Without weak layer, $M_m = \infty$	Without weak layer	One-sided weak layer	Both-sided weak layers	
0	191.6 N				160.0 N
0.5	551.8 N	391.7 N	358.6 N	341.7 N	353.2 N
1.0	858.3 N	530.3 N	420.7 N	350.9 N	383.9 N

て，両側不等式制約を与えた[2]．以上より，RPFEM は以下の非線形最適化問題として表される．

$$\text{Find } \max \alpha \tag{1a}$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\sigma} = \alpha\boldsymbol{\Gamma}_0 + \boldsymbol{\Gamma}_c + \boldsymbol{D}_d^T\boldsymbol{p} + \boldsymbol{D}_r^T\boldsymbol{q}_r + \boldsymbol{D}_s^T\boldsymbol{M}_s + \boldsymbol{D}_p^T\boldsymbol{q}_p \tag{1b}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}) \le \boldsymbol{0} \tag{1c}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{M}_s) \le \boldsymbol{0} \tag{1d}$$

紙面幅の都合上，各変数の説明は割愛するが，式(1a)は荷重係数の最大化，式(1b)は空間離散化した力の釣合い式の弱形式，式(1c)は地盤の破壊条件，式(1d)は SP の曲げ破壊に関する制約条件を示す．

本研究で用いた 3 次元の有限要素メッシュ（節点数：39,920，要素数：5,576）と境界条件を Fig. 2 に示す．解析対象領域は模型実験と同じ寸法であり，奥行き方向の分割数は 1 である．奥行き方向を拘束することで，平面ひずみ条件で 2 次元解析を実施した．

地盤材料の破壊規準には，Drucker-Prager モデルを使用し，材料パラメータは模型地盤に合わせて，$c = 0.01$ kN/m^2, $\phi = 27.8$ 度，$\gamma = 21.2$ kN/m^3 とした．SP の曲げ強度 M_m については，極限支持力時に側面ロードセルで計測された SP 上端（固定端）の曲げモーメントを与えた．また，SP と周辺地盤の間に生じるずれをモデル化するために，SP 表面の要素の内部摩擦角の値を下げた弱層を SP の外側または両側に配置した．弱層における内部摩擦角は，アルミ板～アルミ棒間での摩擦角に相当する値として $\phi = 14$ 度を用いた．

４．模型実験結果および数値解析結果

模型実験と RPFEM で得られた極限支持力を Table 1 に示す．模型実験結果について，SP を用いることにより，直接基礎よりも大きな極限支持力が得られることが分かる．また，根入れ比の増加とともに極限支持力もわずかに増大する傾向が確認できる．

数値解析結果でも，SP を用いることで極限支持力が増大することが分かる．しかし，$M_m = \infty$で弱層を配置しない場合（地盤と SP は完全固着）は，極限支持力を過大に評価していることが分かる．一方，M_m を考慮し，かつ SP 表面の弱層を配置することで，模型実験結果に近い極限支持力が得られたことが分かる．

画像解析結果を Fig. 4 に，RPFEM で求めた破壊モードを Fig. 5 にそれぞれ示す．画像解析結果より，$L/B = 0.5$ では，SP が基礎端部を起点にハの字型に開くのに対し，$L/B = 1.0$ では，根入れ深さ中央付近で，SP が開く様子が確認できる．この傾向は，RPFEM で求めた破壊モードにおいても確認できる．

以上より，SP の弾性的な変形が支配的なケースであっても，便宜的に SP を剛塑性体としてモデル化することで模型実験の再現ができたと言える．

５．おわりに

本研究では，SP 基礎の支持性能を評価するための数値解析手法として，剛塑性有限要素法（RPFEM）に着目し，アルミ棒積層体を用いた模型実験の再現解析を行うことで，RPFEM の妥当性を検証した．その結果，RPFEM の枠組みで SP の曲げ強度および，SP と周辺地盤の間に生じるずれを弱層としてモデル化することで模型実験結果を再現できることを確認した．

参考文献

1) H. Nishioka: Development of sheet pile foundation. IPA News Letter, 2(4), pp. 13-16, 2017.
2) Y. Yamakuri et al.: Bearing capacity analysis of a shallow foundation with sheet piles under inclined loads by rigid-plastic finite element method, Proceedings of the 3rd International Conference on Press-in Engineering 2024, pp.233-241, 2024.
3) 山栗祐樹ら：偏心荷重を受ける斜面上直接基礎に関する二次元模型実験，土木学会論文集，Vol. 82, No. 15, 25-15020, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

上下負荷面摩擦モデルを搭載する 動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

Development of Dynamic Infinitesimal Deformation Elastic Finite Element Analysis Incorporating Super/Subloading Surface Friction Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

安池　亮（名古屋大・工）　豊田　智大（名古屋大・工）　野田　利弘（名古屋大・工）
Ryo YASUIKE, Nagoya University
Tomohiro TOYODA, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: yasuike.ryo.z9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In this study, a dynamic deformation analysis considering boundary non-linearity was developed by incorporating the super/subloading surface friction model on a contact force boundary. The proposed analysis was applied to a compressional field of horizontally layered sediments. The results demonstrated capability to reproduce the non-uniform slip behavior along the décollement surface with the transient of contact force.

１．はじめに

固体変形解析における境界条件は，変位を既知とするDirichlet境界と荷重を既知とするNeumann境界条件のいずれかが二者択一で与えられる場合が大半である．例えば，供試体の変形問題や支持力問題においても，物体間の接触面は固定条件（変位一定），または摩擦なし条件／定応力条件（完全塑性すべり条件）が仮定されている．しかし，現実の接触面は，固着状態とすべり状態を連続的に遷移する「境界非線形性」を有しており，たとえ物体が微小変形弾性体であっても系全体では強非線形性を呈することとなる．

著者らはこれまで地盤力学における自然堆積土の軟化現象と，静止摩擦力から動摩擦力への強度低下過程にアナロジーを見出し，Ozaki et al.[1] の下負荷面摩擦モデルを拡張する形で新たな摩擦構成則（上下負荷面摩擦モデル）を開発してきた[2]．本モデルは，静止摩擦係数が動摩擦係数より大きい状態を接触面の「構造」（凝着作用）としてモデル化し，その発展則によってすべり状態と固着状態の連続的遷移を表現している．すなわち，静止摩擦力から動摩擦力への強度低下を接触面の塑性すべりに伴う凝着の喪失として，動摩擦力から静止摩擦力への強度増加を時間経過に伴う凝着の回復としてそれぞれモデル化している．本稿では，同モデルを速度型動的微小変形弾性解析の境界条件として導入することで摩擦を考慮可能な解析手法を開発するとともに，同手法を水平堆積層の圧縮場に適用し，断層面（デコルマ面）上の非一様かつ過渡的なすべり現象を端緒的に捉えられることを示す．

２．上下負荷面摩擦モデルを搭載した速度型動的微小変形弾性解析の要諦

本研究で用いた摩擦を考慮した速度型動的有限要素解析では，連続体の境界条件として新たに接触力境界を設定することで境界非線形性を考慮している(Fig. 1).

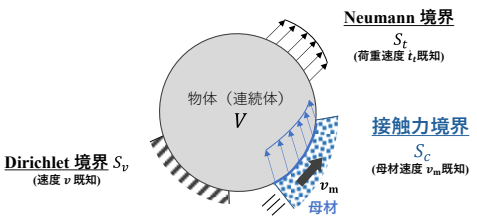


Fig. 1 Boundary condition considering contact force

本稿では，摩擦由来の境界非線形挙動のみに着目するため，本稿では物体の弾塑性（材料非線形）と有限変形（幾何学的非線形）を無視した動的微小変形弾性解析として定式化した．この場合，速度型運動方程式の弱形式は以下の通りである．

$$\int_V \rho\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dV+\int_V \dot{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\,dV = \int_V \dot{\boldsymbol{b}}\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dV+\int_{S_t}\dot{\boldsymbol{t}}_t\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dS+\int_{S_c}\dot{\boldsymbol{f}}_c\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dS \tag{1}$$

ここに，ρは物体の密度，$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$は応力速度テンソル，$\dot{\boldsymbol{b}}$は単位体積あたりの物体力速度，$\dot{\boldsymbol{t}}_t$は既知の荷重速度，$\dot{\boldsymbol{f}}_c$は接触力境界上での接触応力速度を表している．$\boldsymbol{v}$は物体の変位速度，$\delta\boldsymbol{v}$は変位速度境界$S_v$上で$\delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$を満たす仮想変位速度，$\delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$は仮想ひずみ速度である．本研究では式(1)の右辺第3項に対して，上下負荷面摩擦モデルを適用し，定式化を行った．同モデルの詳細はToyoda et al.[2]に譲るが，接触力境界面上の接触応力速度$\{\dot{\boldsymbol{f}}_c\}$は次式で記述できる．

$$\{\dot{\boldsymbol{f}}_c\}=\begin{cases}[\mathbf{C}^{ep}]\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}+\mathrm{C}^c\{\boldsymbol{t}\} & \cdots \text{Loading}\\ [\mathbf{C}^{e}]\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\} & \cdots \text{Unloading}\end{cases} \tag{2}$$

ここに，$[\mathbf{C}^{ep}]$，$[\mathbf{C}^{e}]$，C^cは上下負荷面摩擦モデルに基づく接触力境界面上のマトリクスおよびスカラーであり，$\{\boldsymbol{t}\}$は接触力境界面における接単位ベクトルである．また，接触力境界面上の節点相対すべり速度$\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}$は未知の物体変位速度$\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}$と既知の母材変位速度$\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}$を用いて，$\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}=\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}-\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}$と表される．したがって，式(1)を有限要素離散化した際の右辺第3項は次式で記述できる．

$$\int_{S_{c(e)}}\dot{\boldsymbol{f}}_c\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dS = \begin{cases}\{\delta\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}^{\mathrm{T}}\displaystyle\int_{S_{c(e)}}\begin{Bmatrix}[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{ep}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}\\ -[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{ep}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}\\ +C^c[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}\{\boldsymbol{t}\}\end{Bmatrix}dS & \cdots \text{負荷}\\ \{\delta\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}^{\mathrm{T}}\displaystyle\int_{S_{c(e)}}\begin{Bmatrix}[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{e}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}\\ -[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{e}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}\end{Bmatrix}dS & \cdots \text{除荷}\end{cases} \tag{3}$$

$[\widetilde{N}]$は有限要素法の形状関数マトリクスである．$\delta\boldsymbol{v}$の任意性を考慮し，アセンブリングすると，運動方程式の有限要素離散式は，次式で表現される．

$$M\{\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}+(K-K_c)\{\boldsymbol{v}^{\mathrm{N}}\}=\{\dot{\boldsymbol{f}}^{0}\}+\{\dot{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{c}}\} \tag{4}$$

ここに，$M,K,\{\dot{\boldsymbol{f}}^{0}\}$はそれぞれ縮約された全体質量マトリクス，全体剛性マトリクス，全体節点力速度ベクトルである．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，$K_c, \{\dot{f}^c\}$は上下負荷面摩擦モデル（式(3)）に基づくマトリクス，荷重速度ベクトルである．さらに，式(4)を躍度（加加速度）の線形性を仮定した Wilson-θ 法 [3]により離散化し，陰的に状態更新を行う．接触応力および接触面の内部状態変数（構造の程度，過圧密比，負荷状態）は接触面上の Gauss 点で定義し，台形公式により陰的に時間積分することで，接触応力変動を接触面の状態変化とともに考慮可能な動的変形解析を実現している．

３．圧縮作用を受ける水平堆積層のデコルマ面上での非一様なすべり伝播過程の再現解析（動的平面ひずみ解析）

Fig. 2 に示すように，沈み込み帯上に堆積したデコルマ面上の堆積物を幅 100m×高さ 10m の等方線形弾性体（2m 四方の要素 50×5 の計 250 要素）でモデル化し，その左面を水平変位固定，右面を定応力境界，底面を接触力境界として，底面における一定の母材水平速度 $v_{m,x} = 10^{-4}$ m/s を与えた．接触面ははじめ固着状態にあるが，やがて左端からすべり領域が発生・右方へ進展してゆき，デコルマ面での非線形な剥離現象が解かれることとなる．右面に作用する定応力および底面における初期の接触応力は， Fig. 3 に示すような境界条件のもとで自重解析を行い決定した．物体および接触面の材料定数は既報 [2] および既往研究 [4] を一部参考に Table. 1 に示す値を用いた．また，本稿では端緒的に接触面における摩擦係数の変化のない条件としている点に留意されたい．

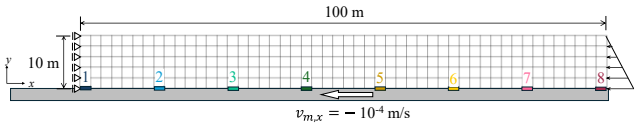


Fig. 2 Finite element mesh and boundary conditions

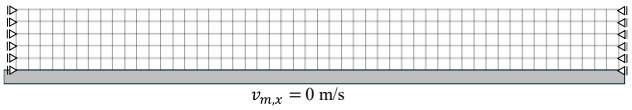


Fig. 3 Finite element mesh and boundary conditions (Deadweight analysis)

Table. 1 Parameters of the super/subloading surface friction model and elastic body

接触面の物性値	
静止摩擦係数 μ_s	0.4
動摩擦係数 μ_k	0.2
接線方向ペナルティ係数α_t (kPa/m)	1000
法線方向ペナルティ係数α_n (kPa/m)	1000
発展則パラメータ	
正規圧密度化指数 r	100
軟化速度を規定する材料定数 κ (1/m)	0
硬化速度を規定する材料定数 ξ (s)	0
弾性体パラメータ	
弾性係数 E (N/m^2)	1.0×10^6
ポアソン比 ν	0.3
密度 ρ (g/cm^3)	2.8

Fig. 2 に示した各接触力境界面上の摩擦力（接触応力水平成分の面積分値）の時刻歴を Fig. 4 に示す．ただし，縦軸が対数軸であることに留意されたい．この結果からまず，母材との相対変位の卓越する Segment 1 において，載荷後すぐに摩擦力が急増し，すべり状態となる（降伏する）ことが確認される．一方，接触力境界の左側（Segment 2~4）では，40000s 付近まで物体の左側は一様な圧縮変形を起こすことによって母材との相対変位の著しい Segment 2 から順に摩擦力が増加していく過程が解かれた．その後は，すべり領域が右方に進展することで，右側領域（Segment 5~8）でも摩擦力が非線形に増加していく過程が解かれた．以上のように，接触力境界を導入した本解析手法によって，境界非線形性に由来する接触応力の再配置や接触面上のすべり伝播過程が再現可能であることが確認された．

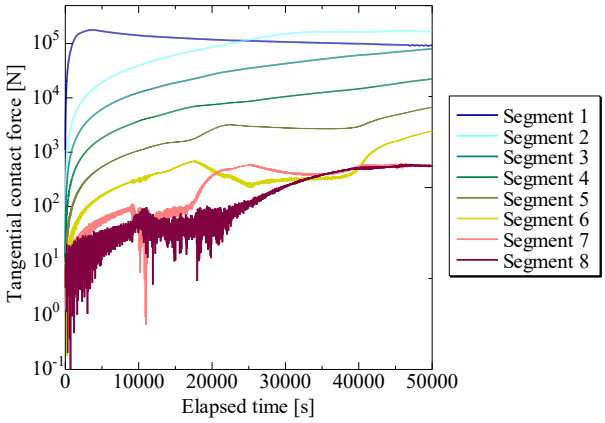


Fig.4 The time histories of the tangential contact force

４．おわりに

本研究では，境界非線形性を表現するために連続体の境界条件として接触力境界を新たに設け，そこに著者らが開発した上下負荷面摩擦モデルを適用した動的微小変形弾性解析を開発した．同手法を水平堆積層の圧縮場に適用したところ，端緒的に断層面（デコルマ面）上の端点からの非一様なすべり現象および接触応力の再配置過程が確認され，境界非線形由来の現象が再現された．今後は，材料非線形性，幾何的非線形性を考慮した動的な水～土連成有限変形解析を開発することで地盤と構造物の相互作用問題からデコルマ面上における複雑な地殻変動過程の理解に向けた研究を行っていく予定である．

謝辞

本研究は，科学研究費補助金（基盤研究(B)：課題番号 25K17682 および JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2125（東海国立大学機構メイク・ニュー・スタンダード次世代研究事業）の助成を受けた．

参考文献

1) S. Ozaki, K. Hashiguchi and D-H. Chen: Study on stability of stick-slip motion by the time-dependent constitutive equation for friction. Journal of applied mechanics, 10, pp. 445-455, 2007.
2) T. Toyoda, R. Yasuike and T. Noda: Super/sub-loading surface model for constitutive equation of friction, Tribology International, 191, 109080, 2024.
3) T. Noda, A. Asaoka and M. Nakano: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation incorporating the SYS Cam-clay model, Soils and foundations, 48(6), pp.771-790, 2008.
4) T. Morishita and D. Hayashi: Simulation of role of decollement slope and surface slope angles to the stress field in accretionary wedge, Bulletin of the College of Science. University of the Ryukyus, 76, pp.75-93, 2003.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:40 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (4)

座長:岩井 裕正(京都大学)

16:10 ~ 16:25

[24016] 土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

*江城 静順[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

16:25 ~ 16:40

[24017] 模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

*菊池 彬大[1]、山栗 祐樹[2]、西岡 英俊[2]、岡本 道孝[3]、井上 直史[3]、中島 悠介[3]、内藤 直人[4] (1. 中央大学大学院、2. 中央大学、3. 鹿島建設（株）、4. 豊橋技術科学大学)

16:40 ~ 16:55

[24018] DEM計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察（シンポジウム講演概要）

*福元 豊[1]、桐山 貴俊[2]、井戸口 将大[1]、樺 真緒[2] (1. 岡山大学、2. 清水建設株式会社 技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[24019] 粒状体系に対するボンドベース型近接場動力学とインパルス接触動力学のハイブリッド計算手法（シンポジウム講演概要）

*李 広治[1]、朱 凡[2]、松島 亘志[1] (1. 筑波大学、2. 京都大学)

17:10 ~ 17:25

[24020] MPMと極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1] (1. 防衛大学校)

17:25 ~ 17:40

[24021] 拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

*中村 陽斗[1]、菊本 統[2]、Previtali Marco[3]、Ciantia Matteo[4,5]、崔 瑛[1] (1. 横浜国立大学、2. 京都大学、3. 西湖大学、4. Dundee大学、5. ﾐﾗﾉ･ﾋﾞｺｯｶ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

Effect of Kinematic Viscosity on Drainage Behavior in a Unit Structure Composed of Soil Particles (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

江城　静順（京都大・工）　　肥後　陽介（京都大・工）
Shizuka ESHIRO, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: eshiro.shizuka.72m@st.kyoto-u.ac.jp

The influence of kinematic viscosity on interfacial advancement is investigated in pore-scale two-phase flow simulations using the lattice Boltzmann method. Equilibrium saturation and gas–liquid interface were nearly identical even at higher viscosity. Interface tracking during drainage showed that increasing packing density changes the direction of air invasion from vertical to a more horizontal advance along the pore geometry.

1．はじめに

不飽和地盤の解析には保水性を数理モデルで表した水分保持曲線モデルが必要であることが多い．この水分保持曲線モデルには，広く一般に使われるものの保水性試験結果によるフィッティングが必要な経験的モデル(e. g., van Genuchten モデル) のほか，土粒子や間隙を簡単な幾何（例えば規則充填）で表現し，粒度分布などから保水性試験なしに水分保持曲線を推定する理論的モデル[1),2)]がある．理論的モデルでは，あるサクションで各間隙から突発的な排水・吸水が生じるとし，そのサクションをモデル化することで，各間隙が飽和しているかどうかを分別してサクションと飽和度の関係を計算する．既往研究の排水・吸水サクションモデルは実際の排水・吸水挙動を観察してモデル化したものではなく，より精緻な理論的モデル構築には間隙スケールでの観察とそれに基づいたモデル化が必要である．

このような間隙スケールの排水・吸水を観察する手法として，格子ボルツマン法(LBM)がある．この手法は複雑な間隙形状をもつ多孔質媒体内の気液界面移動を比較的自然に表現できるという利点を持つ．しかし，局所平衡に戻る速さを決め粘性などの散逸を設定する緩和モデルに，最も簡単で広く使われる BGK (Bhatnagar-Gross-Krook)モデルを用いると，動粘性係数を低く設定したときに数値的不安定性が顕在化しやすいという課題がある．

そこで本研究では，LBM（BGK モデル）を用いた間隙スケール二相流解析において，動粘性係数の設定が気液界面の進展挙動に与える影響を検討する．具体的には，動粘性係数を水よりも高く設定した条件でも，平衡状態が水と概ね同等の挙動を示すかを確認し，間隙内の排水・吸水サクションを議論する妥当性を評価する．さらに，異なる密度における単位構造内の排水挙動を再現し，間隙内での界面進展を追跡することで，間隙スケールの排水・吸水挙動の理解に資する知見を得ることを目的とする．

2．数値解析手法

本研究では，気液界面の進展と固体表面の濡れ性を非平衡熱力学の理論に基づいて統一的に表現可能な phase-field 型二相 LBM を用いて単位構造内の排水挙動を再現する．支配方程式には連続式，Navier-Stokes 方程式，保存型 Allen-Cahn 方程式の 3 つを用い，Younes et al. (2022)[3)]を参考に 3 次元 19 方向に離散化し，以下の 2 つの格子ボルツマン方程式を用いて計算を行った．

$$f_k(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c_k},\,t+1) = f_k(\boldsymbol{x},\,t) - \frac{1}{\tau_f}\left(f_k(\boldsymbol{x},\,t) - f_k^{eq}(\boldsymbol{x},t)\right) + F_k \qquad (1)$$

$$g_k(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c_k},\,t+1) = g_k(\boldsymbol{x},\,t) - \frac{1}{\tau_g}\left(g_k(\boldsymbol{x},\,t) - g_k^{eq}(\boldsymbol{x},t)\right) + G_k \qquad (2)$$

ここで，f_k, g_k: 分布関数，f_k^{eq}, g_k^{eq}: 平衡分布関数，$\boldsymbol{x}$: 座標，$\boldsymbol{c_k}$: 粒子速度，t: 時刻，$\tau_f = \tau_g = 1$: 緩和時間である．各項は以下のように計算される．

$$f_k^{eq}(\boldsymbol{x},t) = \begin{cases} 3p(\omega_k - 1) + \rho\omega_k\left[3\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u} + \dfrac{9(\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u})^2}{2} - \dfrac{3\boldsymbol{u}^2}{2}\right] (k=0) \\ 3p\omega_k + \rho\omega_k\left[3\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u} + \dfrac{9(\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u})^2}{2} - \dfrac{3\boldsymbol{u}^2}{2}\right] (k\neq 0) \end{cases} \qquad (3)$$

$$g_k^{eq}(\boldsymbol{x},t) = \omega_k\phi(1 + 3\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u}) \qquad (4)$$

$$F_k = \left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right)\omega_k\left(3\boldsymbol{c_k}\cdot\left(\mu_\phi\nabla\phi + \boldsymbol{G}\right) + 3\left(\rho_l - \rho_g\right)\boldsymbol{u}\nabla\phi\colon\boldsymbol{c_k}\boldsymbol{c_k}\right) \qquad (5)$$

$$G_k = \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right)\omega_k\boldsymbol{c_k}\cdot\left(3\partial_t(\phi\boldsymbol{u}) + \frac{4\phi(1-\phi)}{W}\frac{\boldsymbol{\nabla\phi}}{|\boldsymbol{\nabla\phi}|}\right) \qquad (6)$$

ここでω_k:重み係数，p:圧力，$\boldsymbol{u}$:流速，ϕ:オーダーパラメータ μ_ϕ:化学ポテンシャル，$\boldsymbol{G}$:体積力，W:界面幅,ρ_l, ρ_g: 液体・気体の密度である．ここでは$W = 5$とした．

本研究では，境界条件として固体壁にハーフウェイバウンスバックスキームと濡れ性境界条件，計算領域の境界に周期境界条件と圧力境界を用いる．ハーフウェイバウンスバックスキームと濡れ性境界条件，周期境界条件は Younes et al. (2022)[3)]の定式化を用い，圧力境界は LBM で広く用いられる Guo et al. (2002)[4)] の定式化を導入した．解析モデルには Fig. 1 に示す菱面体構造を用い，間隙が飽和した状態から底面液相の圧力水頭を 200 万ステップごとに粒子半径分低下させることで排水挙動を再現した．上面は 0 kPa の圧力で維持した．

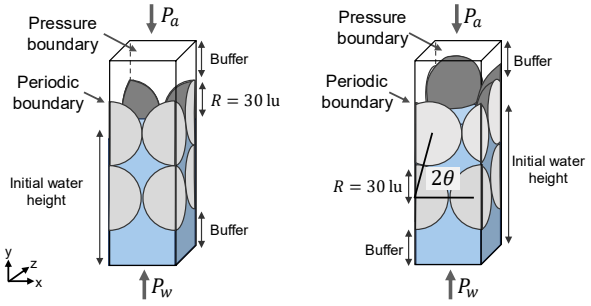


Fig. 1 Simulation model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．排水挙動と動粘性係数の影響

動粘性係数はせん断に対する抵抗を特徴づけるものであり，理論上平衡状態における挙動には影響しない．したがって，十分平衡まで待てば，動粘性係数を変化させても本質的に同じ平衡界面が得られると考えられる．そこで，Table 1 に示す 6 つのケースを$2\theta = 90°$の菱面体構造（単純立方構造）のモデルで解析し，動粘性係数と平衡待機時間が排水挙動に与える影響を調べる．ここで，ν_wは 20℃における水の動粘性係数である．

Table 1: Number of steps per one pressure stage and kinematic viscosity in each case

Case	1	2	3	4	5	6
Steps/ pressure stage	1000000			2000000		
Kinematic viscosity ($\times \nu_w$)	914	548	365	914	548	365

Fig. 2 に各圧力段階で与えた底面圧力と，その最終ステップにおける飽和度の関係を示す．ここで飽和度は計算領域内での液相ノード数と流体相ノード数の比で定義される．最初の５段階目まではどのケースもほぼ同じ飽和度であり，十分平衡に至っていると考えられる．６段階目－８段階目の飽和度が急激に低下する段階ではケースごとに飽和度に違いがあり，動粘性係数が高く，圧力段階ごとの時間ステップ数が少ないケースほど飽和度が高くなっている．これは，突発的な排水に対して挙動が非平衡になっていることを示している．したがって，十分平衡に至っている状況では動粘性係数は飽和度には影響せず，急激に排水が生じる直前の平衡時の圧力や気液界面形状を取得することで，理論的モデルで重要な排水サクションを議論できる可能性が示唆される．

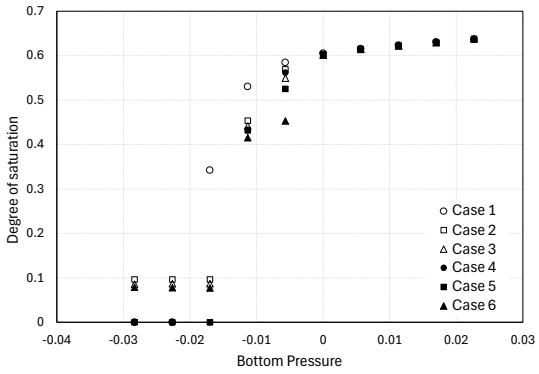


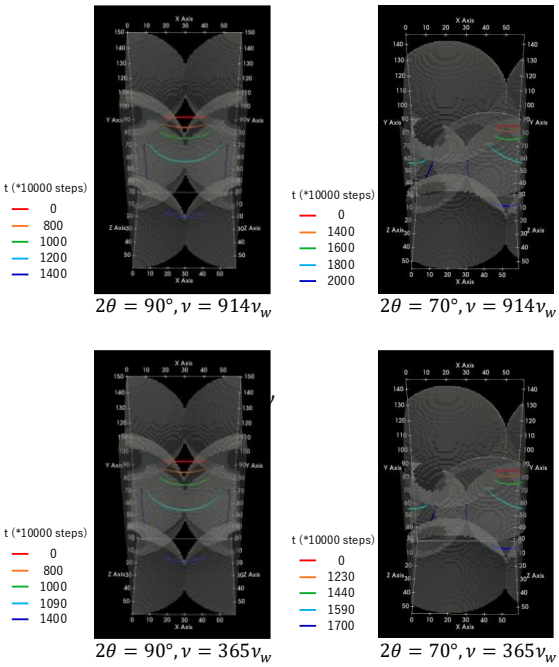
Fig. 2 Relationship between the bottom pressure and the degree of saturation with different kinematic viscosities and number of steps per pressure stage

４． 突発排水中の気液界面の進展

Fig. 3 に z=35 の断面における気液界面の進展状況を示す．本検討では単位構造角を$2\theta = 70°, 90°$，動粘性係数を$\nu = 914\nu_w, 365\nu_w$とそれぞれ変化させた 4 ケースを比較する．

まず，θが同じで動粘性係数が異なるケースを比較すると，各色の曲線形状はほぼ一致しており，界面の形状については動粘性係数がほとんど影響しないことが分かる．一方で各色の曲線の時刻は異なっており，特に突発的な排水が生じている間の界面進展速度は動粘性係数が小さい方が大きいことが分かる．

次に動粘性係数が同じで単位構造角θが異なるケースを比較すると，$2\theta = 90°$の構造では気液界面の進展が常に鉛直方向であるのに対し，$2\theta = 70°$の構造では初め鉛直下向きに界面が進展しているものの，徐々にその向きが水平方向に変化している．これは$2\theta = 70°$の単位構造では$2\theta = 90°$の単位構造とは粒子配置が異なっており，間隙の形状に沿って気液界面が進展しているためと考えられる．



$2\theta = 90°, \nu = 914\nu_w$　$2\theta = 70°, \nu = 914\nu_w$

$2\theta = 90°, \nu = 365\nu_w$　$2\theta = 70°, \nu = 365\nu_w$

Fig. 3 Air-water interface advancement during drainage

５．結論

本研究では，LBM（BGK モデル）を用いた間隙スケール二相流解析において，動粘性係数を変化させて排水挙動を観察した．その結果，動粘性係数によらず平衡時はほぼ同じ挙動・気液界面を示すことが分かった．さらに異なる密度の単位構造内の排水挙動を再現し，間隙内での気液界面の進展を観察することで，菱面体構造の密度が大きくなると界面進展方向が間隙形状に沿って鉛直下向きから水平向きに変化することが分かった．

以上の知見は，理論的水分保持曲線モデルの構築に向けた排水・吸水挙動の理解においては，数値解析の安定性を重視した高粘性条件でも議論が可能であることを示唆している．また，本モデルは異なる間隙での排水・吸水挙動を再現可能であり，理論的モデルにおいて重要な突発的な排水・吸水サクションを定量評価しうることが示された．

今後は様々な密度・粒径の単位構造について排水・吸水が生じるサクションを取得することで，理論的水分保持曲線モデルの改良を目指す

参考文献

1) Alves, R. D., et al.: *Computers and Geotechnics*, **127**, 2020.
2) Likos, W. J. and Jaafar, R.: *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, **139**(5), 724-737, 2013.
3) Younes, N., et al.: *Powder Technology*, **411**, 117942, 2022.
4) Guo, Z.-L., et al.: *Chinese Physics*, **11**(4), 366, 2002.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

Assessment of Lateral Earth Pressure Distribution of a Self-Supporting Earth Retaining Work Using Model Experiments and the DEM Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

菊池　彬大（中央大大学院・理工）　　山栗　祐樹　　西岡　英俊（中央大・社会理工）
岡本　道孝　　井上　直史　　中島　悠介（鹿島建設）
内藤　直人（豊橋技科大・建築都市システム学系）
Akihiro KIKUCHI, Chuo University Graduate School
Yuki YAMAKURI and Hidetoshi NISHIOKA, Chuo University
Michitaka OKAMOTO, Naoshi INOUE and Yusuke NAKAJIMA, Kajima Corporation
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
E-mail: yyamakuri340@g.chuo-u.ac.jp

Previous two-dimensional model excavation experiments using aluminium rod model ground, which can simulate granular material behaviour in 2D, were unable to evaluate lateral earth pressure distribution. This study therefore combined such experiments with the two-dimensional Distinct Element Method (DEM) to achieve continuous and high-accuracy assessment of lateral pressure distribution. In this study, the measured displacement of the model retaining wall from model experiment were applied as a forced displacement in the DEM analysis. The results confirmed that this approach can be used to evaluate the continuous lateral pressure distribution on both sides of a deflecting retaining wall with highly accurate ground deformation distribution.

1．はじめに

掘削土留め工の掘削面及び背面の各側圧の連続的な分布状況は，一般的には離散的に配置された土圧計及びひずみ計の測定結果を逆解析して推定される．しかしながら，土留め壁のたわみに伴って土圧計の設置条件が変化すること等に起因した測定誤差が生じるため，実現場だけでなく模型実験であっても側圧分布を高精度に推定することが難しいのが現状である．掘削土留め工の側圧の高精度な評価技術の確立は，土留め工の変形メカニズムを理解する上での応用力学上の重要な課題の一つである．

これまで自立式土留め工に関する 2 次元模型実験として，粒状体の挙動を 2 次元的に模擬できるアルミ棒積層地盤での模型掘削実験 [1]が実施されているが，側圧分布を評価することはできていなかった．そこで本報では 2 次元個別要素法を組み合わせることで，連続的かつ高精度な側圧分布の評価を試みた結果について報告する．

2．アルミ棒積層地盤での模型掘削実験の概要と結果

既往研究 [1]と同様に 2 次元模型掘削実験（Fig. 1）を行った．模型地盤は，直径 1.5，2.0，3.0 mm のアルミ棒（長さ 150mm）を重量比 1:1:1 で混合して向きを揃えて積み重ねた幅 1000 mm，深さ 300 mm のアルミ棒積層地盤（単位体積重量 21.5 kN/m^3）である．

模型土留め壁には，弾性変形を示す土槽奥行方向の幅 150 mm，厚さ 1.0 mm のアルミ合金板（A5052，ヤング率 E = 70 GPa）を使用し，初期根入れ長 L_0 = 250 mm とした．また，模型土留め壁には画像解析により掘削時の変位量を高精度に測定するための標点を約 10 mm 間隔で設置した．土留め壁前面側のアルミ棒を深さ約 5 mm ずつ取り出すことで段階的な掘削作業を模擬し，掘削段階毎に写真撮影を行って模型土留め壁の変位を求めた．

掘削深さと掘削前の地表面高さ位置での模型土留め壁の水平変位 δ の関係を Fig. 2 に示し，掘削深さ $H \approx 30$，60，90，120 mm の各時点での模型土留め壁の水平変位 δ の深度分布をスプライン近似した結果を Fig. 3 に示す．

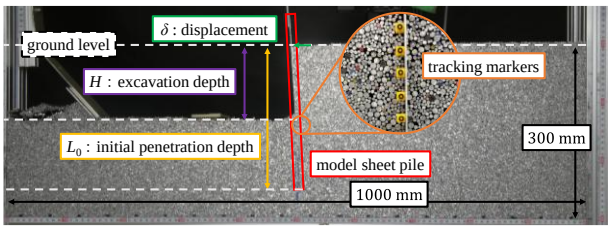


Fig. 1　Excavation experiment using aluminium rods

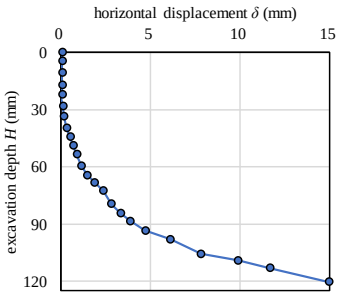


Fig. 2　Excavation－displacement relationship

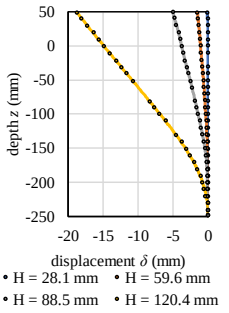


Fig.3　Displacement distribution

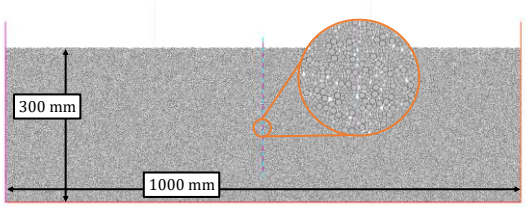


Fig. 4　Model ground in DEM analysis

3．DEM 土圧計測解析の概要

Itasca 社製 PFC2D ver7.0 を用いた個別要素法での解析では，Fig. 4 に示すように掘削模型実験を粒径と粒径分布も含めて同一寸法で直接模擬することとした．アルミ棒のモデル化には，要素の回転運動に対する抵抗力が考慮可能な Rolling Resistance Linear Model を採用し，アルミ棒の安息角試験で同定したパラメータ [2]を用いた（Table 1）．模型土留め壁は 10 mm 間隔で分割した壁要素で模擬し，側圧の抽出

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を容易にするために微小（0.02 mm）間隔で 2 枚の壁要素を配置した．粒子－壁間のパラメータは，アルミ棒の擁壁土圧実験の再現解析 [3]と同じ値を用いた．

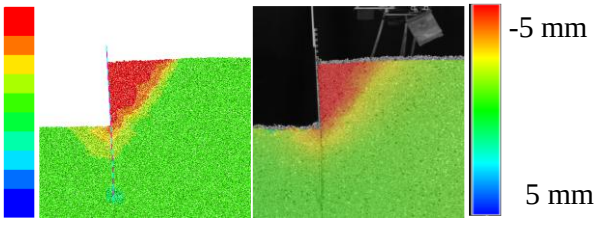
粒子パッキングは，自由落下により行った．パッキング時は粒子－壁間摩擦係数 μ を 0.0 に，粒子間摩擦係数 μ と転がり摩擦係数 μ_r を 0.06 に設定することで，模型実験と同一の単位体積重量 21.5 kN/m^3 が得られた．粒子降下後，地盤高さ 300 mm を上回る粒子を削除し，粒子間及び粒子－壁間の各摩擦係数を Table. 1 の値に設定した．最終的な粒子数は計 84831 個である．

本解析では，掘削深さ $H \approx 120$ mm までの土留め壁挙動を再現するため，掘削深さ $H \approx 30$，60，90，120 mm の 4 段階で掘削状況を再現した．具体的には，各段階で掘削面側から地盤粒子を削除した後に，模型実験で求めた模型土留め壁の変位（Fig. 3 のスプライン近似結果）に一致するように壁要素を強制的に 10 秒間で変位させ，5 秒間静止させた後に次の掘削段階の解析に移行した．

側圧分布は，各壁要素（長さ 10 mm）単位で法線方向の粒子反力を集計し，各面積で除して単位面積当たりの地盤反力度として算出した．ただし，本解析では壁要素を強制変位させる力に対するつり合いを取っていないため，壁要素全体での剛体つり合いが取れた側圧分布となるように補正した．具体的には，地表面からの深さ z（掘削面側では掘削底面からの深さ）の 2 次関数として補正土圧 $p_c = az^2+bz$ を仮定し，補正土圧を含めた両面の全壁要素の粒子反力の合計及び粒子反力による模型土留め壁下端回りのモーメントの合計の二乗和がゼロになるように，最小二乗法で係数 a，b を求めた．また，窓長が概ね土留め壁の特性長 $1/\beta \approx 70$ mm となる 7 点の移動窓を用い，5 次多項式による Savitzky-Golay 法で平滑化した．

Table. 1　Parameters for earth pressure measurement analysis

parameters	value	
	ball－ball	ball－wall
density ρ	2650 kg/m^3	
normal stiffness k_n	1.0 × 10^7 N/m	
shear stiffness k_s	2.5 × 10^6 N/m	
friction coefficient μ	0.464	0.25
rolling friction coefficient μ_r	0.169	0.20
viscous damping coefficient h	0.20	



a) DEM　　b) Model experiment

Fig. 5　Distribution of horizontal displacement (Positive: right direction)

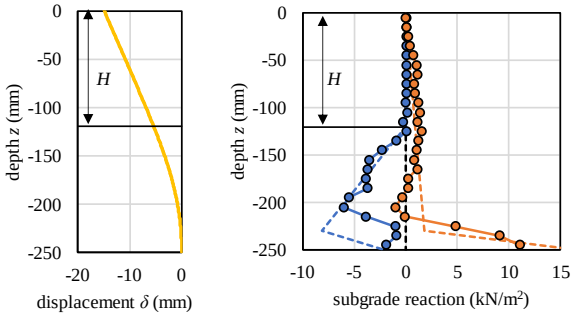


Fig. 6　Distribution of subgrade reaction

4．DEM 解析結果（掘削深さ 120 mm 時）

DEM 解析で得られた各粒子の変位コンター図と，模型実験で画像解析（DIC 法）により得られた地盤の変位コンター図の比較結果を Fig. 5 に示す．個別要素法が模型実験での地盤変位分布を精度よく再現できていることがわかる．

個別要素法で得られた側圧分布（補正後の地盤反力度分布）を Fig. 6 に示す．また，同図中には，トンネル標準示方書での転倒照査に用いられる側圧分布 [4]を破線で示している．このトンネル標準示方書の側圧分布は，土留め壁根入れ部の途中で主働土圧と受働土圧が反転して作用する状態を仮定したものであり，アルミ棒積層体での擁壁土圧実験で実測された土圧係数（$K_a = 0.36$，$K_p = 3.14$）[1]を用いて算定している．

個別要素法で得られた側圧分布は，定性的にはトンネル標準示方書と同様の傾向（背面側は主働土圧，掘削面側は受働土圧となり，途中で反転する）となることが確認できる．ただし，掘削面側では土圧の反転が GL-200 mm 付近から生じていることや，背面側では GL-170～210 mm 付近で土圧がほぼゼロとなっているなど，比較的深部でトンネル標準示方書での仮定との乖離が見られた．これらは同示方書では土留め壁を剛体と仮定として側圧分布を求めているのに対して，本実験では実際に模型土留め壁のたわみが生じているためと考えられる．

5．おわりに

本報では，アルミ棒積層地盤での模型掘削実験の個別要素法による土圧計測解析として，模型実験で取得した模型土留め壁の変位を強制変位として与えることで，地盤変位分布を精度よく再現できるとともに，たわみ変形が生じた土留め壁両側の連続的な側圧分布が評価可能であることを確認した．

なお，本解析（粒子パッキングと掘削 4 段階）の計算時間は，4.2GHz・24 コア・48 スレッド・64GB メモリの PC で約 1 日を要しており，模型実験の準備・実施時間よりも解析時間の方が長くなった．両者を相互に補完的に実施することで，より信頼性が高い多くの情報を把握することが可能になると考えられる．

現在，著者らの研究グループでは，二重土留め工法の開発と設計手法の合理化に取り組んでおり，模型実験と個別要素法による土圧計測解析を組み合わせた本技術を活用して，その変形メカニズムの解明に役立てていきたい．

参考文献

1)　西岡英俊，松本尚也，福田文香，小野慶一朗：壁体剛性の高い自立式土留め工の崩壊を模擬した模型掘削実験と合理的な根入れ長の簡易算定法の提案，地盤工学ジャーナル，Vol.17, No.3, pp.401-420，2022.
2)　亀ヶ谷江梨，西岡英俊，山栗祐樹：安息角の密度依存性に着目した 2 次元個別要素法に用いる粒子間摩擦係数と転がり摩擦係数の決定法，土木学会論文集，Vol.82, No.15, 25-15022, 2026.
3)　牧野聖，高橋広大，山栗祐樹，西岡英俊：一体橋梁温度伸縮に伴う土圧増加現象の再現解析（シンポジウム講演概要），第 27 回応用力学シンポジウム，23006-11-01，2024.
4)　土木学会：トンネル標準示方書［開削工法編］・同解説，p.362, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DEM 計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察
（シンポジウム講演概要）
Observation of soil deformation behavior during pullout of belled piles by using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福元　豊（岡山大）　桐山貴俊（清水建設株式会社 技術研究所）　井戸口将大（岡山大）
樺　真緒（清水建設株式会社 技術研究所）
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
Takatoshi KIRIYAMA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
Shota IDOGUCHI, Okayama University
Mao KAMBA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
E-mail: yutakafukumoto@okayama-u.ac.jp

During the pullout of piles, specific areas of the soil surrounding the foundation of the pile form resistance zones that resist external forces in the vertical direction. Understanding the mechanism behind the formation of these zones is important for practical applications in the construction process. This study focused on belled piles and used DEM (discrete element method) simulations to evaluate these zones. Prior to the numerical analysis, centrifugal model tests were conducted to provide detailed information on the resistance zones in sandy soil when the edged shapes of belled piles were varied. This report discusses an investigative approach that combines high-resolution, two-dimensional DEM simulations with centrifuge model experiments.

１．はじめに

杭基礎の引抜き抵抗は，地震や暴風時に生じる建物のロッキング，地下および海洋構造物に作用する浮力，さらに膨張土による押し上げ力など，鉛直上向きに作用する外力に対して重要な抵抗機構となる．杭が引き抜かれる際には，杭周辺地盤の特定領域が抵抗土塊を形成し，引抜き方向の外力に抵抗するが，この地盤抵抗領域の発現機構を理解することは実務上極めて重要である．

本研究では，とくに拡底杭に着目し，地盤抵抗領域を評価するための DEM 計算を実施した．数値計算に先立って実施されたアルミ棒積層体実験 [1]および遠心模型実験 [2, 3] では，拡底比を変化させた際の地盤抵抗領域に関する詳細な知見が得られている．これらの実験結果を踏まえ，高解像度 2 次元 DEM 計算と模型実験を組み合わせた検討方法について考察した．

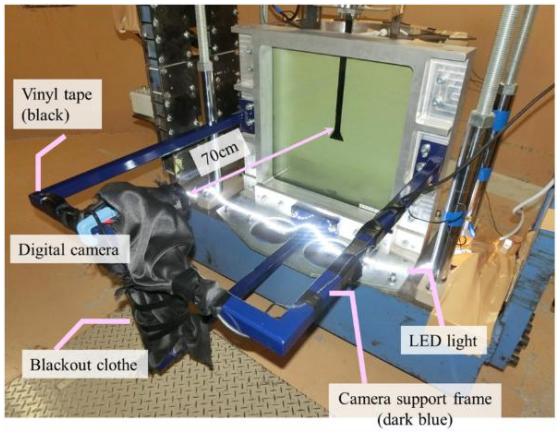


Fig.1 Centrifuge model test for pullout of belled piles with 60G [2, 3]

２．２次元 DEM による実験の再現計算

今回参照する遠心模型実験 [2, 3]は，杭先端深度における遠心加速度 60G 場で実施された．装置概要を模型寸（換算寸）で示すと，模型杭は軸幅 2cm（1.2m），拡底幅 5cm（3m）である．拡底角度（α）は 10，20，30，45，90 度を用いた．模型杭は側方から観察するため，Fig. 1 のように半断面に切断されている．杭先端の抵抗力に着目するため軸部はテフロンシートで被覆し摩擦を除去し，場所打ち杭を想定するため，拡底部には豊浦砂（D_{50} =0.2mm）が貼り付けられている．地盤部の条件は，乾燥豊浦砂であり，目標相対密度は 90%（ρ_d=1.63 g/cm^3）以上として作成された．

DEM による再現計算では，換算寸を使用した．Fig. 2 において，粒子が堆積した地盤部は横 30m，地盤層厚 18m である．用いた DEM 粒子は円形で平均粒径は 12mm で，粒子数は約 400 万である．これは，遠心模型実験の土槽を側面から観察したときの粒径の大きさが一致する条件である．この他，平均粒径 25mm（粒子数 100 万），平均粒径 55mm（粒子数 20 万）の条件でも検討した．今回は，拡底角度が 90 度の場合の結果を報告する．拡底杭は複数の線分要素で構成され，これらの線分要素を鉛直上向きに一定速度で制御することで引抜き計算を実施した．DEM の接触計算で

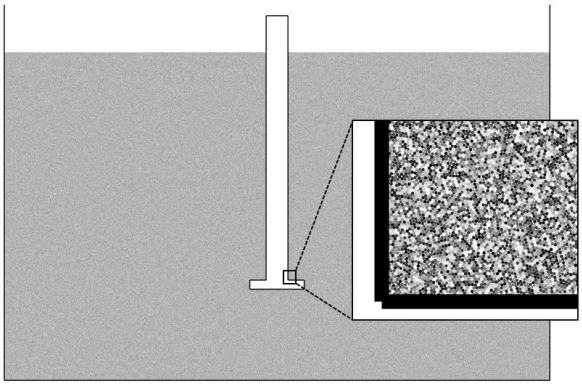


Fig.2 Initial configuration of 2-D DEM simulation with 4 million circular particles

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

は，通常の滑り摩擦の計算に加えて，砂粒子の形状に起因する回転抵抗を表現するための転がり摩擦 [4]も考慮した．引抜き距離は 1m，粒子数 400 万の場合の計算ステップ数は 2×10^7 であり，A100 GPU を用いて計算を実行した [5]．

3．再現計算の結果

Fig. 3 では，各粒子数の条件における，引抜き距離に対する引抜き抵抗力の変化を示した．グラフの横軸は，引抜き距離 D を有効拡底幅（拡底幅と軸幅の差）b で除した値である．グラフの縦軸の引抜き抵抗力 Q は，拡底部に作用する鉛直方向力を合計することで求めた．得られた Q-D/b 曲線は，遠心模型実験 [2,3]よりもアルミ棒積層体実験 [1]の結果に近くなった．また，粒子数が多い条件ほど，$D/b=0.1$ 付近における Q の最大値が小さくなり，計算中の Q の変動幅も小さくなる傾向が見られた．

Fig. 4 は，D/b = 0.13（引抜き距離 0.25m）の時点における杭先端周辺の粒子変位分布図である．Fig. 4 (a)は水平変位，Fig. 4 (b)は鉛直変位を示している．水平変位の分布からは，拡径部の先端を起点として斜め鉛直上方に地盤変形が生じている様子が確認できた．鉛直変位の分布からは，拡径部の近傍で最も大きな変位が見られ，地表面に向かう広い範囲で地盤変形が生じていることがわかる．このような 2 つの変形モードは，1G 場におけるリブ付き補強材の引抜き挙動を X 線 CT 観察した研究 [6]においても確認されている．

次に，実験との比較について述べる．遠心模型実験 [2,3]で砂粒子に大きな変位が生じた範囲は杭先端の周辺に限定されており，DEM 計算結果での変形範囲よりも小さい傾向を示した．一方で，2 次元的な変形挙動が計測されるアルミ棒積層体実験 [1]と比較すると，Fig. 4 (b)の鉛直変位分布は良好な一致を示した．今回の計算結果では，杭の下部領域においてリバウンドによる変形領域が確認されたが，この点は実験では見られず，今後の改善が必要である．

最後に，Fig. 5 は Fig. 4 の結果を基に作成したせん断ひずみ分布図である．せん断ひずみの算出には，Hori and Sakaguchi[7]の方法を用いた．遠心模型実験 [2,3]の画像解析では，複数の輪郭が重なり合うような分布が得られたが，Fig. 5 ではそのような特徴は明確に確認されなかった．

4．おわりに

遠心模型実験の断面における粒径スケールと一致する高解像度条件にて，2 次元 DEM による再現計算を実施した．本報告で示した結果に加えて，拡径角度，初期間隙比，引抜き速度を変化させた検討も行っている．これらの計算結果を踏まえ，今後は 3 次元での再現計算を実施することで，今回明らかになった問題点の検証を進めていく予定である．

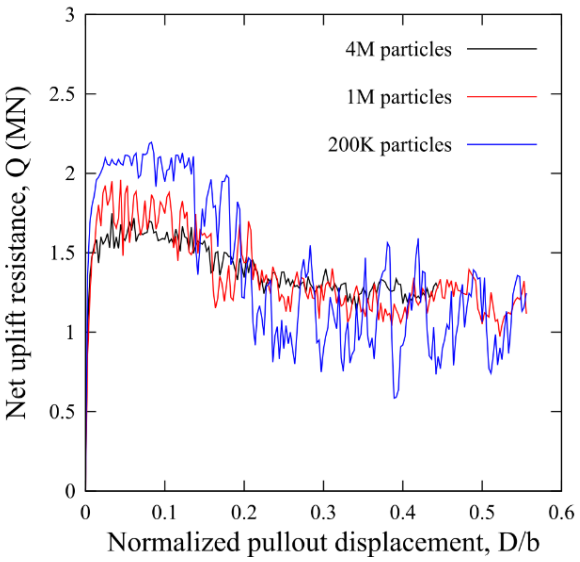


Fig.3 Uplift resistance, Q (MN) vs. Normalized pullout displacement, D/b

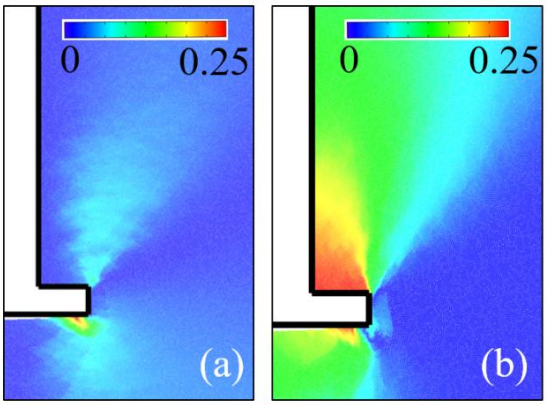


Fig.4 Distributions of particle displacement in case of 4M particles. (a) Horizonal and (b) Vertical directions

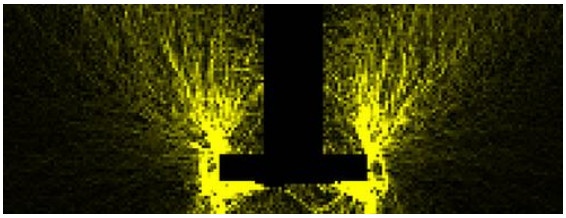


Fig.5 Distribution of shear strain in case of 4M particles.

参考文献

1) 桐山 貴俊，大竹 浩太，赤木 寛一：拡底杭引抜き時における低拘束圧地盤の変形挙動－実験および数値解析－，土木学会論文集 A2，76(2)，I_269-I_278，2020.
2) 桐山貴俊，周友昊，浅香美治：画像相関法を用いた拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察，第 58 回地盤工学研究発表会，12-9-3-05，2023.
3) 桐山貴俊，周友昊，浅香美治：異なる拡底比を有する拡底杭引抜き時の地盤抵抗領域の観察，2023 年度日本建築学会大会， 20208，415-416，2023.
4) Y. Fukumoto, H. Sakaguchi, A. Murakami: The role of rolling friction in granular packing, Granular Matter, 15, 175-182, 2013.
5) 福元 豊，西浦泰介：DEM の高速化，地盤工学会誌（技術手帳），70(1), 62-65, 2022.
6) R. Kido, Y. Sawamura, K. Kimura, M. Kimura: Investigation of soil deformation characteristics during pullout of a ribbed reinforcement using X-ray micro CT, Soils and Foundations, 61(3), 642-657, 2021.
7) T. Hori and H. Sakaguchi: Mechanism of décollement formation in subduction zones. Geophysical Journal International, 187(3), 1089-1100, 2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

A hybrid computational method: coupling bond-based peridynamics with impulse contact dynamics for granular systems
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Guangzhi Li, Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba
Fan Zhu, Department of Urban Management, Kyoto University
Takashi Matsushima, Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba
E-mail: s2530209@u.tsukuba.ac.jp

Efficient simulation of crushing in granular systems remains challenging due to the high cost of resolving internal crushing and evolving contact topology. This study proposes a hybrid computational method coupling a bond-based peridynamics solver with impulse-based contact dynamics. A virtual mass scaling strategy improves stability during rapid bond rupture. A system state transition framework manages grain motion, reconstruction, and identity across crushing events. A boundary transformation scheme converts contact forces into equivalent radial loading for peridynamics computation. Together, these components enable efficient and physically consistent granular crushing simulation.

1. Introduction

Granular systems are widely encountered in natural and engineered environments, where grain crushing governs macroscopic mechanical behaviors. Crushing alters contact topology and force transmission pathways, making it difficult to accurately capture the transition from intact grains to crushing fragments and the evolution of contact interactions. While contact dynamics methods efficiently resolve rigid-body interactions, modeling grain crushing requires physically consistent continuum-based formulations to capture internal fracture processes.

Peridynamics, introduced by Silling[1] as a nonlocal continuum mechanics formulation, provides a natural framework for modeling crushing initiation and propagation without requiring predefined crack paths. The development of open-source implementations, such as Peridigm, has enabled systematic investigation of crushing behaviors in a wide range of materials. However, despite its strong theoretical foundation, peridynamics has not been widely adopted for large-scale granular systems, primarily due to its substantial computational cost. Even in coupled frameworks that integrate peridynamics with rigid-body dynamics engines, such as the coupling between Peridigm and Chrono[2], the computational expense associated with resolving internal fracture within individual grains remains a significant bottleneck, limiting its applicability to large granular systems.

To overcome this limitation, this work proposes a hybrid computational method coupling bond-based peridynamics with impulse contact dynamics for granular systems. Instead of relying on general-purpose peridynamics solvers, a specialized bond-based peridynamics solver is developed to resolve crushing behaviors at the individual grain level. The solver is designed with a highly parallel and computationally efficient structure, tailored specifically for grain-scale crushing simulation within large granular systems. In addition, the contact dynamics formulation is extended to explicitly incorporate the transition from parent grains to child grains, enabling consistent tracking of crushing-induced topology changes and contact interactions. The resulting hybrid framework enables efficient and physically consistent simulation of grain crushing and post-fracture contact dynamics, providing a scalable computational approach for large scale granular systems.

2. Computational Methods

2.1. Bond-based peridynamics

Bond-based peridynamics describes the motion of a material point through pairwise force interactions within a finite horizon. The governing equation of motion is expressed as:

$$\rho(x)\cdot\ddot{u}(x,t)=\int_{H_x} f\left[u(x')-u(x),(x'-x)\right]\mathrm{d}V_{x'}+b(x,t) \quad (1)$$

Where $\rho(x)$ is the mass density of the material point, $\ddot{u}$ is the acceleration of the material point, f is the bond force in horizon H_x, u is deformed relative displacement, and b is body force.

However, Rapid bond rupture during dynamic fragmentation may produce excessive acceleration due to sudden force imbalance, leading to unstable velocity growth and nonphysical bond breakage cascades under explicit integration. This issue is particularly critical in grain crushing, where high bond stiffness and abrupt topology changes amplify inertial effects. To ensure numerical stability while preserving the original bond-based force formulation, a virtual mass scaling strategy is introduced in the velocity update:

$$v_{t+\Delta t}=v_t+\frac{f_t}{m_p+\alpha m_p}\Delta t \quad (2)$$

Where f_t is the resultant peridynamics force, m is the mass of material point, and α is a stabilization coefficient. This approach locally increases the effective inertia of material points during rapid bond failure events, suppressing excessive velocity increments while maintaining physically consistent crushing evolution.

2.2. Impulse contact dynamics

After bond breakage, child grains are treated as discrete rigid bodies whose interactions are governed by impulse-based contact dynamics. Instead of resolving contact forces through continuous force integration, this approach updates the velocity of each body directly using contact impulses, ensuring robust handling of collision and separation. The velocity update is expressed as:

$$v_{t+\Delta t}=v_t+\frac{J}{m_c} \quad (3)$$

Where J is the contact impulse and m_c is the mass of the rigid body. This formulation ensures momentum conservation and stable contact resolution, even under highly dynamic crushing conditions. It enables efficient simulation of post-fracture grain interactions and naturally captures the

transition from bonded material points to independent rigid fragments.

3. Framework Implementation Methods

3.1. System state representation and transition

To enable consistent coupling between peridynamics crushing computation and rigid body contact dynamics, the granular system is represented as a sequence of discrete system states. Each system state provides a complete description of all objects, including both grains and containers, and serves as the unified interface between successive Chrono simulation systems. For each object, the state includes a tag identifying its type and a unique lineage code preserving its identity across crushing events. The physical configuration is defined by its position and orientation in the world coordinate system, while its inertial properties include mass and inertia tensor in the local frame. The dynamic motion is characterized by linear velocity in the world frame and angular velocity in the local frame. This representation ensures consistent tracking of object identity, physical properties, and motion during crushing generation and reconstruction.

During simulation, the system state is injected into a Chrono system to instantiate rigid bodies and initialize their dynamic variables. As shown in Fig. 1, the Chrono solver advances the system under impulse-based contact dynamics, updating object motion and interactions. Grains satisfying the crushing criterion are converted into material point systems, and the bond-based peridynamics solver resolves internal deformation and bond failure. Newly formed child grains are identified, reconstructed as rigid bodies, and assigned updated lineage codes. These reconstructed objects form a new system state, which is injected into the next Chrono system, enabling seamless transition between crushing computation and contact dynamics.

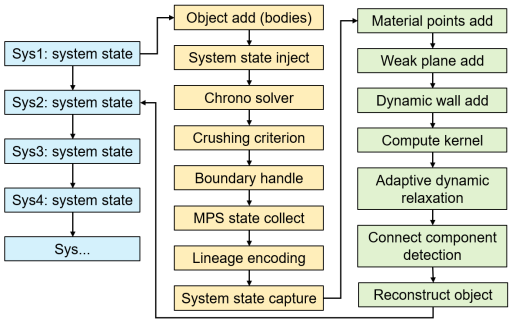


Fig. 1 System state transition framework.

3.2. Boundary condition transformation

To efficiently transfer contact dynamics information into the peridynamics solver, the grain surface is partitioned into 16 angular regions using uniform divisions in spherical coordinates. Contact forces acting within each region are grouped and converted into a representative force to reduce complexity while preserving dominant loading characteristics. For region k, the representative force F_k is defined as a magnitude-weighted average of all contact forces within that region:

$$F_k = \frac{\sum_{m=1}^{m} \|f_m\| f_m}{\|f_m\|} \tag{4}$$

Where f_m denotes the individual contact force acting within region k, m enumerates all contact forces belonging to region k. As illustrated in Fig. 2, the magnitude-weighted representative force F_k obtained for each region is further decomposed relative to the grain centroid. Specifically, a unit vector u_k is defined from the centroid to the contact region, and the representative force F_k is projected onto this direction. The resulting radial component, denoted as F_k^{rad}, represents the effective compressive loading transmitted through the grain surface and is responsible for driving internal deformation and fracture. This radial force F_k^{rad} is subsequently applied as the equivalent boundary condition in the peridynamics solver. The tangential component $F_k^{\tan}$, which primarily contributes to rigid body rotation and sliding, is not directly involved in crushing computation. Through this procedure, discrete contact forces are first consolidated into regional representative forces and then converted into physically consistent radial boundary conditions suitable for peridynamics analysis.

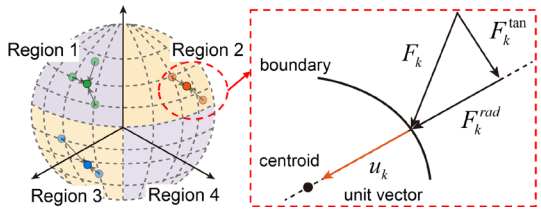


Fig. 2 Radial decomposition of regional representative force.

3.3. Lineage encoding for crushing tracking

To preserve the crushing history and ensure consistent object identity across successive system states, a lineage encoding scheme is introduced. Each grain is assigned a unique lineage code that reflects its hierarchical fragmentation origin. As illustrated in Fig. 3, the initial grain is assigned a base code (e.g., 0001). When crushing occurs, each newly formed child grain inherits the parent code with an appended identifier (e.g., 000101, 000102, 000103, 000104), establishing a direct parent–child relationship. This encoding mechanism allows all fragments to be uniquely identified while retaining their connection to the original grain.

When further crushing occurs, the lineage code is extended recursively by appending additional digits to the parent fragment code (e.g., 000102 → 00010201, 00010202). This hierarchical encoding enables efficient tracking of multi-stage crushing behaviors and ensures consistency between peridynamics crushing computation and rigid body reconstruction. The lineage code is stored within the system state and propagated across simulation stages, providing a robust and scalable mechanism for managing dynamically evolving granular systems.

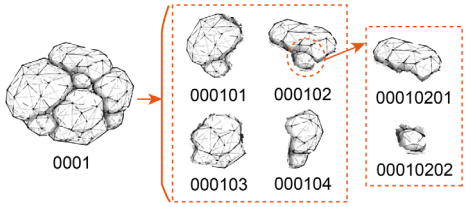


Fig. 3 Lineage encoding of grain crushing tracking

References

1) Littlewood, D. J., Parks, M. L., Foster, J. T., et al.: The peridigm meshfree peridynamics code, J. Peridyn. Nonlocal Model., 6, pp. 118–148, 2024.
2) Zhu, F. and Zhao, J.: Modeling continuous grain crushing in granular media: a hybrid peridynamics and physics engine approach, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 348, pp. 334–355, 2019.

MPM と極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

Comparison of Limit State Evaluations between the Material Point Method and the Limit Equilibrium Method for Soil Structures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野々山　栄人（防衛大・システム工）　　宮田　喜壽（防衛大・システム工）
Hideto NONOYAMA, National Defense Academy of Japan
Yoshihisa MIYATA, National Defense Academy of Japan
E-mail: nonoyama@nda.ac.jp

This study uses the Material Point Method implemented in Anura3D to investigate the effects of groundwater conditions on the deformation and stability of soil structures. Parametric analyses that vary the groundwater level and soil strength demonstrate clear correlations between the limit state index and slope displacements. The vertical and horizontal slope displacements exhibit an approximately linear relationship, indicating the potential for displacement-based limit state assessments under groundwater conditions.

１．はじめに

土構造物の防災・減災リスクおける取組みの重要性が高まっている．この要求に対し，数値解析手法の活用は有効と考えられ，大変形を伴う地盤挙動を精度よく再現できる解析手法の整備や，力学的根拠に基づく変状レベルの判定法の構築への応用が期待されている．

本研究では，粒子法の 1 種で，計算格子と格子内に配置した粒子（マテリアルポイント）を併用するハイブリッド型解析手法である MPM（Material Point Method）に着目し，MPM と極限つりあい法を用いて，土構造物の限界状態評価の比較を実施した．解析には，オープンソースコード Anura3D（Version 2025）[1]を用い，c-ϕ材で構成される盛土の限界状態について，強度定数と地下水位条件を変えて検討した．

２．Anura3D の概要

本研究で用いた Anura3D は，固相と液相の運動方程式と固相－液相の連続式から構成される Biot 型連成方程式を基礎とする解析コードである．固相の挙動は，有効応力をベースに，有効応力勾配，水圧勾配，重力項を含む運動方程式で表される．一方，液相の挙動は，水圧勾配および透水性に依存する Darcy 抵抗を含む運動方程式によって表される．さらに，固相の体積変化と液相の水圧変化を考慮した連続式により，固相の圧縮・膨張に伴う間隙水圧の上昇・減少と，その水圧が固相の応力・変形へ与える影響が連成して表現される．

Anura3D では，これらの支配方程式を MPM により陽的に時間積分して解く．マテリアルポイントは質量，応力，水圧，体積などの内部状態量を保持し，計算格子へのマッピングを通じて運動方程式が解かれる．計算格子は各タイムステップで再初期化されるため，有限要素法で問題となる大変形時のメッシュの歪みや数値不安定を回避できる．

本研究で使用した Anura3D の主な特徴は以下のとおりである [1]．

- 質量マトリックスの対角化による計算効率向上
- Courant-Friedrichs-Lewy 条件に基づく時間刻みの設定（今回の計算ではクーラン数 0.98 を使用）
- MPM 特有の cell-crossing instability を抑制するため，2 種類の速度場を混合して用いる MPM-Mixed 手法を採用

３．数値解析

計算は，二次元平面ひずみ条件で実施した．地下水位の影響を考慮するため，本研究では Anura3D の 2 相 1 点完全連成モデルを用い，地盤は飽和材料としてモデル化した．地下水位より上側については水圧を常にゼロとした．

解析モデルと材料パラメータを図-1，表-1 にそれぞれ示す．解析対象は文献 [2]を参考に設定した斜面角度 33.7° の片盛土である．土の構成モデルには，非関連流れ則に基づく Mohr-Coulomb モデルを用いた．

計算は初期応力解析と安定・変形解析の 2 段階で実施した．初期応力解析の境界条件は，盛土の側面を x 方向固定，y 方向をフリーとし，底面および地表面の x 方向・y 方向ともに固定した．初期応力は，鉛直方向は土被り圧，水平方向はそれに静止土圧係数（K_0=0.5）をかけたものとした．安定・変形解析では，地表面の拘束を解除して計算を行った．

初期地下水位 $h(x)$は，図-1 中の赤線で示した最大地下水位 $h_{max}(x)$を基準として，次式で設定した．

$$h(x) = \alpha h_{\max}(x) \qquad (1)$$

ここで，検討した初期地下水位条件はα = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 の 6 通りである．水理境界条件として解析領域左右の側方境界には，静水圧分布に基づく線形の水圧を節点に与える境界条件を設定した．具体的には，図-1 中の左側境界に対しては，地表面基準の静水圧を，右側境界に対しては，各ケースで設定した初期地下水位に対応する静水圧を作用させた．強度定数は 3 ケースを設定し，地下水位条件と組み合わせて計 18 ケースの解析を実施した．透水係数 k は 0.0001m/s に統一した．解析メッシュは，三角形の非構造格子（要素サイズ：1.0m）を用い，各要素には 3 つのマテリアルポイントを配置した．計算の安定化を目的として，局所ダンピング（安定・変形解析ではダンピング係数 β= 0.02）を適用し，MPM 特有の数値振動を抑制するために，ひずみおよび水圧増分の平滑化も併せて行った．計算は，変形が収束するまで実施した．

各ケースで得らえた解析結果の一例として，法肩の鉛直変位量 D_v（図-1 中の D_v の矢印の向きを正）と限界状態指数 z=1–Fs（Fs: 安全率）の関係を図-2 に示す．各ケースの安全率 Fs は代表的な極限つりあい法である Bishop 法より算出した．図の横軸は，原点より左側が安全側，右側が危険側に相当する．z が正（Fs>1）の場合は白抜き，z が負の場合(Fs<1)は塗りつぶしのプロットとして表示した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

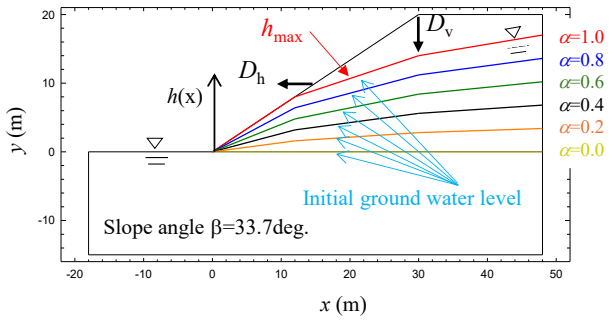


Fig. 1 Analysis cross section.

Table 1 Material parameters.

Case			1	2	3
Bulk unit weight	γ	kN/m³	18.82		
Unit weight of water	γ_w	kN/m³	9.81		
Elastic Modulus	E	MPa	100		
Poisson's ratio	ν	–	0.3		
Initial porosity	n		0.44		
Hydraulic conductivity	k	m/s	0.0001		
Cohesion	c	kPa	35.4	33.0	30.6
Friction angle	ϕ	deg.	12.8	12.1	11.4
Dilatancy angle	ψ	deg.	0		

計算結果より，z が大きい条件ほど，鉛直変位量 D_v が大きく計算された．このことから，MPM による変形量評価と極限つりあい法による安全率照査の結果が整合的であることが示された．盛土高さ H の 1/2 の高さでの水平変位量 D_h（図-1 中の D_h の矢印の向きを正）についても，法肩の鉛直変位量 D_v と同様の傾向が得られた．なお，MPM によって計算された斜面の変位量は盛土の築造解析の結果ではなく，先に述べた方法で初期応力を計算し，変位拘束を外した結果として得られていることに注意が必要である．

次に，法肩の鉛直変位量 D_v と盛土高さ H の 1/2 の高さでの水平変位量 D_h の関係を図-3 に示す．図より，今回の結果では強度定数および地下水位条件によらず，両者の関係は概ね線形関係を示すことが確認された．このことから，限界状態指数の許容値から，法肩の鉛直変位・斜面の中央高さの水平変位に関して限界値を設定する，逆に変位で規定される使用限界から限界状態指数の許容値を設定するなどの MPM の適用方法の可能性が示唆された．

4．まとめ

本研究では，オープンソースコード Anura3D を用いて，地下水位を有する盛土の安定性および変形挙動に与える影響を検討した．

得られた結果より，初期地下水位の位置が盛土の変形量や限界状態指数に影響を及ぼすことが確認された．法肩の鉛直変位・斜面の中央高さの水平変位を指標とした安定性評価の可能性を示唆するものであり，変位モニタリングと連携した実務的評価手法の構築に向けて有益な知見である．

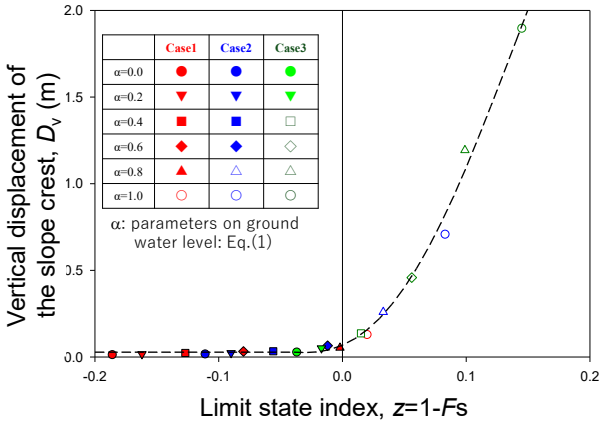


Fig. 2 Vertical displacement obtained from MPM versus the LEM-based limit state index.

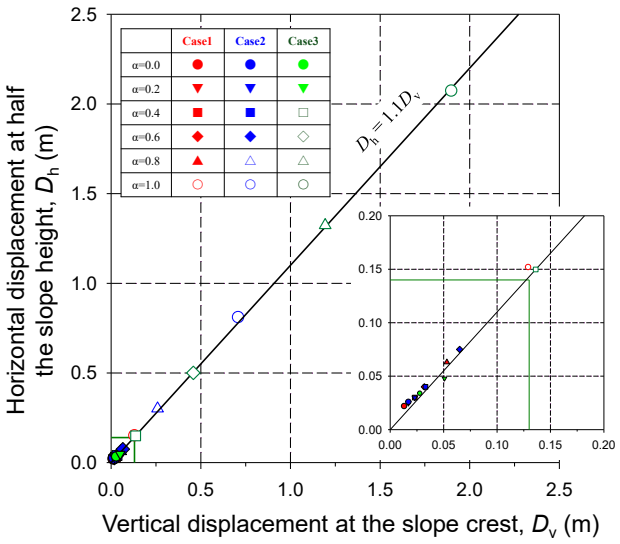


Fig. 3 Relationship between vertical and horizontal displacements of the slope from MPM.

謝辞

本研究は科学研究費補助金（23K26201）の支援を得て行われたものである．文末ながらここに記して深く謝意を申し上げます．

参考文献

1) Anura3D MPM Research Community: Anura3D MPM Software Scientific Manual version 2022, 2022.
2) Arai, K., and Tagyo, K.: Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, Soils and Foundations, Vol.25, No.1, pp.43-51, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis of Influence of Confining Pressure on the Initiation and Progression of Suffusion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中村 陽斗（横浜国立大・都市ｲﾉﾍﾞｰｼｮﾝ学府） 菊本 統（京都大・学術情報ﾒﾃﾞｨｱｾﾝﾀｰ） Marco Previtali （西湖大学）
Matteo Oryem Ciantia（ダンディ大学 & ﾐﾗﾉ・ﾋﾞｯｺｶ大学） 崔 瑛（横浜国立大・都市ｲﾉﾍﾞｰｼｮﾝ研究院）
Haruto NAKAMURA, Yokohama National University Mamoru KIKUMOTO, Kyoto University
Marco PREVITALI, Westlake University Matteo Oryem CIANTIA, University of Dundee & University of Milano-Bicocca
Ying CUI, Yokohama National University
E-mail: sai-ei-mx@ynu.ac.jp

In this study, an un-resolved CFD–DEM coupled analysis was conducted to investigate the influence of confining pressure on suffusion from the viewpoint of skeletal structure evolution. The structural state was examined by calculating the skeleton porosity during internal erosion. The results confirmed that a higher confining pressure leads to a smaller amount of eroded fine particles, although the reduction tends to become limited beyond a certain level of confining pressure. In addition, the skeleton porosity remained nearly constant in all cases, indicating that there was almost no deformation of the skeletal structure throughout the analysis and that internal erosion predominantly occurred as a result of the migration of fine particles through pores. It is considered that a higher confining pressure causes the shrinkage of pore channels available for fine particle migration, thereby tending to reduce the amount of fine particles that are eroded.

1. はじめに

地盤内部から土粒子が流出する内部侵食は，河川堤防，ダム，トンネルなどあらゆる地盤構造物において発生し得る現象であり，構造物の安全性および長期耐久性に重大な影響を及ぼすことが知られている．内部侵食の一形態であるサフィージョンは，粗粒分によって形成された骨格構造の間隙を通じて，その間隙径よりも小さな細粒分が流出する現象であり，地盤材料の力学特性に大きな影響を及ぼす[1, 2]．しかしながら，既往研究では，サフィージョンは試験条件に応じて相反する結果を示すとの知見が報告されている[3]．また，サフィージョン過程において粗粒分によって形成される骨格構造の変化など微視的な検討は十分に行われていない．そこで本研究では，数値流体力学(CFD)との個別要素法(DEM)連成解析を実施し，拘束圧がサフィージョンの発生および進展過程に及ぼす影響について検討した．

2. 数値解析の概要

本研究では，非解像型 CFD-DEM連成解析を用いた．DEM解析には Itasca 社の DEM ソフト PFC3D を用いた．流体解析には有限体積法に基づくオープンソースソルバ FiPy[4]を適用し，流体の挙動はダルシー則に基づきモデル化した．

本解析対象は，Ke らの実験[1]でサフィージョンが確認された珪砂 3 号と 8 号の混合材料を想定し，その粒度分布を簡略化したもの（Fig. 1）を用いた．接触モデルは珪砂の複雑な形状に起因する回転抵抗を模擬できる Rolling Resistance Linear Model[5]を採用し，Table 1 に示すパラメータを用いた．Fig. 2 に解析モデルの概要を示す．立方体内に粒子を充填し，底面の wall 材は目開き 1mm のフィルター状とした．フィルター状の底面を除く 5 面に拘束圧 p を付与することで等方応力状態を再現し，その条件下で内部侵食を生じさせた．

流体場は，一辺 3mm の立方体状 CFD セルを x，y，z 軸方向にそれぞれ 7 個，7 個，6 個の計 294 個で構成した．上面 49 個のセルの上部と底面 49 個のセル底部にそれぞれ指定の過剰間隙水圧値を与えることで動水勾配を作用させた．本報では，動水勾配は 2 で固定し，Table 2 に示す拘束圧が異なる 3 ケースについて検討した．

Table 1 Parameters used in numerical simulation

壁－粒子間摩擦係数	0.0
滑り摩擦係数	0.60
回転摩擦係数	0.60
有効弾性係数(N/m²)	2.0×10^8
垂直－せん断剛性比	2
反発係数	0.20
土粒子密度(kg/m³)	2645
細粒分含有率(%)	25
間隙率	0.42

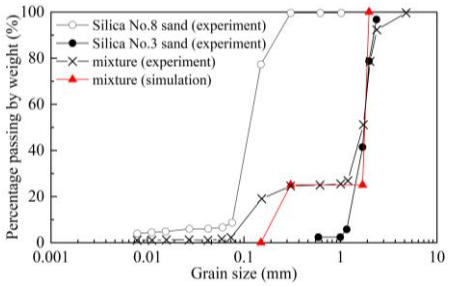


Fig. 1 Grainsize distribution curves

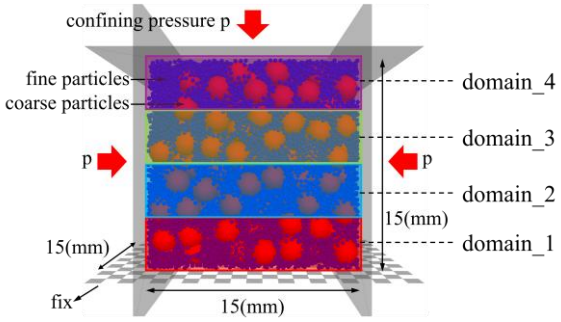


Fig. 2 The numerical model of internal erosion

Table 2： Summary of simulation conditions.

ケース名	拘束圧(kPa)	動水勾配
case_p1i2	1	2
case_p50i2	50	2
case_p200i2	200	2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

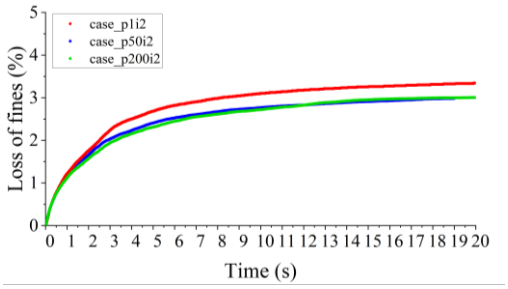


Fig. 3 Temporal evolution of loss of fines

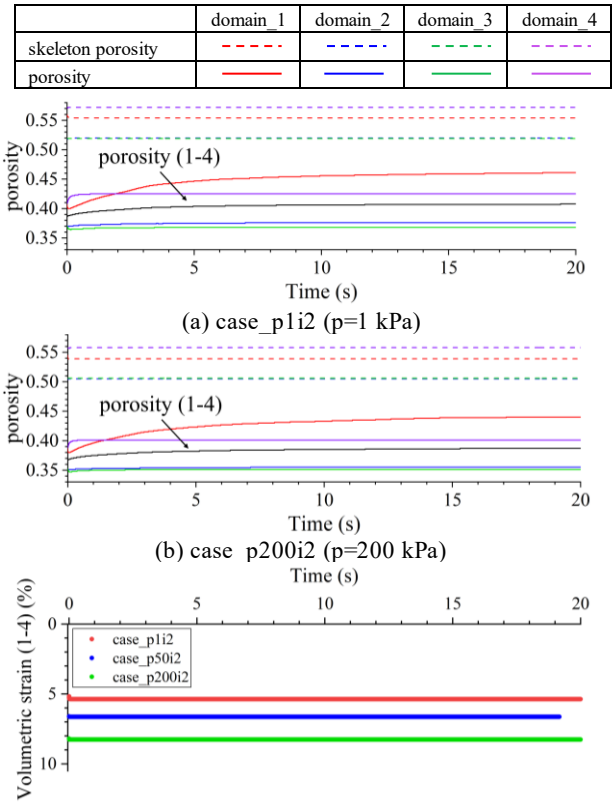


Fig. 4 Skeleton porosity, porosity and volumetric strain

3. 数値解析結果

Fig. 3 に細粒分流出量の時間変化を示す．流出質量は，流出細粒分質量の初期供試体質量に対する百分率(%)として整理した．いずれのケースにおいても流出量は初期に急増し，その後増加率が徐々に低下して漸近的に一定値に近づく傾向を示している．拘束圧が最も小さい case_p1i2 では流出量が最も大きく，他の 2 ケースはほぼ同程度の値で推移している．すなわち，拘束圧の増加は流出量を抑制する傾向を示すものの，その効果は一定以上で頭打ちとなる．

Fig. 4 に間隙率・骨格間隙率，体積ひずみの推移を示す．骨格間隙率は，粗粒分のみを骨格粒子とみなし，細粒分は間隙の一部と見なして算出した間隙率であり，Fig. 2 に示す 4 つの領域で評価した(間隙率も同様)．Fig. 4(a), (b)より，骨格間隙率は全ケースでほぼ一定に維持されていることが分かる．一方，間隙率は流出口に近い domain_1 において顕著な増加を示し，時間の経過とともに増加率が次第に低下している．他の領域でも初期には増加が見られ，その後安定する傾向を示すが，変化は比較的小さい．Fig. 4(c)より，拘束圧に応じて体積ひずみが大きくなるが，いずれのケースも時間的変化はほとんど認められない．

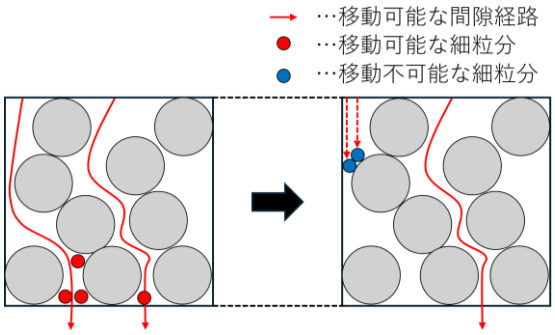


Fig. 5 Schematic diagram of the evolution of pore structure over time (Left: Initial state, Right: over tim)

上述結果より，(1) 骨格間隙率はほぼ一定であること，(2) 体積ひずみは時間的にほぼ変化しないこと，(3) 流出口近傍の間隙率のみが増加し，その増加率が次第に低下することが確認された．Fig. 5 に結果から推定できる，時間経過に伴う間隙構造変化の模式図を示す．浸透初期には複数の間隙経路を通じて細粒分が移動可能であるが，時間経過とともに細粒分の閉塞が進行し，移動可能な経路が徐々に限定される．その結果，骨格構造および体積は維持されたまま，局所的な間隙率は次第に安定に向かうと考えられる．

この構造変化を踏まえると，拘束圧の影響も説明できる．拘束圧が大きいほど等方圧密により間隙径が縮小し，細粒分の移動経路が制限されるため，細粒分流出量は抑制される傾向にあると考えられる．本解析では浸透過程において骨格間隙率がほとんど変化しなかったことから，拘束圧の影響は骨格構造の変形よりも主として流出経路の大きさに現れた可能性が高い．粒度分布や初期間隙率が異なる条件では骨格構造の変化が生じる可能性もあり，拘束圧の影響がより顕著に現れる可能性がある．

4. まとめ

本研究では，非解像型 CFD-DEM 連成解析により，骨格構造の観点から拘束圧が内部侵食に与える影響を調べた．その結果，本解析対象では，解析全体にわたり骨格構造が維持されたまま，間隙を通じて細粒分が流出している結果が得られた．また時間経過に伴う間隙構造の変化が考察され，拘束圧の効果について間隙経路の縮小を引き起こすことで流出を抑制する傾向が得られた．本研究では細粒分含有率や動水勾配などの条件を限定して解析を行っているため，粒度分布や初期間隙率が異なる条件における拘束圧の影響については，今後さらなる検討が必要である．

参考文献

1) Ke, Lin, and Akihiro Takahashi. "Experimental investigations on suffusion characteristics and its mechanical consequences on saturated cohesionless soil." Soils and Foundations 54.4 (2014): 713-730.
2) Li, Mao-Wen, Sheng-Liang Hu, and Chen-Xi Tong. "Numerical Simulation of Mechanical Properties of Soil Considering the Effect of Internal Erosion." *Mathematics* 11.13 (2023): 2959.
3) Liu, Yajing, et al. "A coupled CFD‐DEM investigation of suffusion of gap graded soil: Coupling effect of confining pressure and fines content." International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 44.18 (2020): 2473-2500.
4) Guyer, Jonathan E., Daniel Wheeler, and James A. Warren. "FiPy: Partial differential equations with Python." *Computing in Science & Engineering* 11.3 (2009): 6-15.
5) Iwashita, Kazuyoshi, and Masanobu Oda. "Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM." *Journal of engineering mechanics* 124.3 (1998): 285-292.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (1)

座長:栗田 玲(東京都立大学)

9:10 ~ 9:25

[25001] シミュレーションによる血流中の酸素濃度分布の解析

*山本 哲也[1,2]、野口 博司[2]、Fedosov Dmitry[3] (1. 慶應義塾大学、2. 東京大学物性研究所、3. Forschungszentrum Jülich)

9:25 ~ 9:40

[25002] 無重力環境下にある非平衡流体の揺らぐ流体シミュレーション

*中野 裕義[1] (1. 東大物性研)

9:40 ~ 9:55

[25003] 三次元流体応力場を再構成する教師なし学習モデルの提案

*牛奥 隆博[1]、熊谷 俊亮[1]、宮武 駿[1]、長 龍佑[1]、ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、内藤 正教[1]、堀江 正信[2]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. 株式会社RICOS)

9:55 ~ 10:10

[25004] レオメトリックせん断流動下における CNC 懸濁液の応力光学計測

*ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、横山 裕杜[2]、川口 美沙[3]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. アブドラ国王立科学技術大学、3. 信州大学)

10:10 ~ 10:25

[25005] 粘弾性流体乱流における反変型・共変型高分子の集合体形成

*堀内 潔[1]、Carlos Silva[1] (1. リスボン大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

シミュレーションによる血流中の酸素濃度分布の解析
Simulation-based analysis of oxygen concentration distribution in blood flow

山本　哲也（慶應大・理、東大・物性研）　　野口　博司（東大・物性研）　　Dmitry Fedosov（ユーリッヒ研究センター）
Tetsuya YAMAMOTO, Keio University and The University of Tokyo
Hiroshi NOGUCHI, The University of Tokyo
Dmitry FEDOSOV, Forschungszentrum Jülich
E-mail: tyamamoto-st@keio.jp

Oxygen transport has been studied extensively using theoretical models, starting with the Krogh Model devised in the early 20th century. However, the incorporation of red blood cell (RBC) dynamics has been limited in past models. To address this issue, we employed a coarse-grained, particle-based model of RBCs to investigate diffusion-driven oxygen transport from RBCs to the tissue surrounding the capillary. We observed a decrease in the oxygen concentration along the flow. By comparing the computationally heavy particle-based model with a computationally inexpensive model solving the advection-diffusion equation, we verified that the oxygen concentration distribution agrees quantitatively between the two models.

１．背景

体内で必要とされる酸素は肺で血液に取り込まれ、血液中の赤血球によって細胞組織まで運搬される。この際、赤血球内部に溶解していた酸素が拡散によって赤血球の外に移動し、血管壁に吸収されたのち細胞組織に至る。血液の酸素濃度を実験で直接測定することは難しいため、これまで様々なモデルで酸素運搬の解明が進められてきた。1919年に Krogh モデルが考案されて以来 [1]、このモデルにおける制約条件や近似の精度を向上させた modified Krogh モデルというものが多数考案された [2]。また、近年では理論モデルに限らず、赤血球が一定の形・速度を維持しながら流れていき、そこから酸素が拡散する数値モデルも実現している [3]。しかし、これらのモデルは、赤血球が変形しながら流れるという血液の特徴を十分に捉えられていない。そこで、本研究では、赤血球および血液の動的なモデルを用い、赤血球の中に溶解した酸素が血管周辺の細胞組織に至るまでのシミュレーションを実施した。

２．手法

本研究で用いたモデルは、SDPD (smoothed dissipative particle dynamics)という数値計算手法をもとにしたモデルである [4]。図 1 に示すように、シミュレーションは細胞組織 (tissue)と血管壁 (wall)、血しょう (plasma)、赤血球の細胞膜 (membrane)、細胞質 (cytoplasm)の 5 つの領域に分けられている。全ての領域は多数の粒子で構成されているが、細胞組織と血管壁の粒子は固定されている一方、血しょうと細胞質の粒子は自由に運動する粒子である。また、赤血球膜の粒子は非線形ばねで互いに結合している。赤血球と血しょうの粒子が圧力勾配のもとで運動することで流れが発生する。これらの粒子の運動を SDPD によって実現したうえで、隣接粒子間で酸素濃度に関する拡散方程式を解くことにより、移流と拡散によって酸素が移動する様子を再現した。また、細胞組織では酸素が消費されるため、同項を拡散方程式に導入した。このモデルは現実の赤血球のダイナミクスと酸素拡散を捉えた包括的なものであるが、計算コストが高い。そこで、このモデルを簡略化したものとして、図 1 の各領域における拡散係数および血流の速度分布が対応する形で、円筒座標系において酸素濃度の移流拡散方程式を数値的に解くモデルも併用した。さらに、両モデルにおいて細胞組織における酸素消費を血管壁における境界条件に置き換えたシミュレーションも実施した。

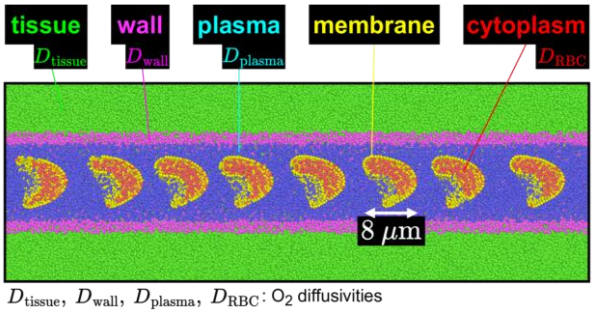


Fig. 1 Snapshot of an SDPD simulation of red blood cells flowing inside a narrow capillary. All five regions are composed of SDPD particles, each with different oxygen diffusivities.

３．結果

図 1 に示すように、シミュレーションでは、赤血球が平衡状態における円盤型から、血液中で一般に観測されるパラシュート型の形状に収束する様子が確認された。また、酸素の濃度分布から、酸素が赤血球の細胞質から細胞組織に向かって拡散する様子が確認された。特に、細胞組織で酸素が消費されるに従って酸素濃度が減少していく様子を示す濃度分布が得られた。また、血流の速さや酸素の消費速度、赤血球の密度に対する濃度分布の依存性も確認された。これらの濃度分布を、前節で説明した複数の手法で比較することで、最も複雑かつ計算コストの高い「細胞組織を含めた血液の粒子モデル」を、最も単純かつ計算コストの低い「細胞組織を境界条件で置換した血液の格子モデル」に簡略化しても、血液中における酸素運搬が正しく再現されることを示した。

４．まとめ

本研究では、血液中の酸素拡散に関する従来モデルの制約を解決するため、血流の粒子モデルを用い、酸素拡散のシミュレーションを行った。種々のパラメータに対する酸素の濃度分布の依存性が確認されたほか、粒子モデルを簡略化しても濃度分布が正しく再現されることが示された。

参考文献

1) A. Krogh. *J. Physiol.* **52**, 409-415 (1919).
2) D. Goldman. *Microcirculation* **15**, 795-811 (2008).
3) A. Lücker et al. *Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol.* **308**, H206-H216 (2015).
4) K. Müller et al. *J. Comput. Phys.* **281**, 301-315 (2015).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

無重力環境下にある非平衡流体の揺らぐ流体シミュレーション

Direct Numerical Simulation of Non-Equilibrium Long-Range Correlations in Microgravity

中野　裕義（東大・物性研）
Hiroyoshi NAKANO, The University of Tokyo,
E-mail: nakano.hiroyoshi.7n@issp.u-tokyo.ac.jp

Space experiments have revealed that fluids in microgravity exhibit macroscopic "giant concentration fluctuations" under uniform gradients, contradicting the expectation of a perfectly quiescent environment. Despite theoretical predictions, numerical reproductions of these non-equilibrium long-range correlations remain scarce. Here, we performed direct numerical simulations (DNS) of fluctuating hydrodynamic equations to fully reproduce these gradient-driven giant fluctuations. Through comprehensive parameter-space investigations, we quantitatively validated theoretical approximations, including mode-coupling theory (MCT). These results bridge the theory-simulation gap, providing a robust foundation for future soft matter research.

1．背景

複雑流体やソフトマターの分野では、濃度勾配や温度勾配を印加し、非平衡下における物質の振る舞いを調べることがよくある。では、この液体を重力のない宇宙空間へ持っていき、地上と同じように勾配をかけたら何が起こるだろうか？一つの可能性として、宇宙空間はとても静寂だと期待するかもしれない。つまり、微小重力によって対流が排除され、純粋な物質の拡散プロセスだけが進行する、完璧に”静かな”実験系が実現するという期待である。しかし、Vailati らの研究チームによって行われた精力的な微小重力下での実験[1,2]は、我々のこの直感を鮮やかに否定した。彼らが微小重力下でポリスチレン・トルエン溶液に対し、静かに濃度勾配を印加したところ、そこには静寂とは程遠い、ミリメートルサイズにまで成長した「巨大な濃度ゆらぎ」が観測されたのだ。彼らの論文から引用した画像が図 1 である。下段は地上での実験結果である。ここでは対流を防ぐために上から加熱して系を力学的に安定化させており、マクロな濃度ゆらぎはほとんど観測されない。一方、上段の宇宙空間での結果では、地上では隠れていた巨大な濃度ゆらぎが確かに発生し、大きくうねっている様子が見てとれるだろう。

宇宙実験によって鮮やかに可視化されたこの巨大なゆらぎは、物理学において「非平衡長距離相関（Non-equilibrium long-range correlations）」と呼ばれる現象である。実は、この現象に対する理論的な研究は 1980 年代から精力的に進められてきた。その理論的解析の主役となったのが、「揺らぐ流体力学（Fluctuating Hydrodynamics）」という枠組みである。これは、従来の決定論的な流体力学の方程式に、熱ゆらぎに由来するランダムノイズ項を組み込んだものだ。この理論から、非平衡下における揺らぎの構造因子が$S(\boldsymbol{q}) \propto |\boldsymbol{q}|^{-4}$という強いべき乗則に従うことが予言された。臨界現象における平衡ゆらぎの構造因子が $S(\boldsymbol{q}) \propto |\boldsymbol{q}|^{-2}$であることと比較すれば、非平衡ゆらぎがいかに空間的・振幅的に巨大化するポテンシャルを秘めているかがわかるだろう。先述の Vailati らの宇宙実験は、この 1980 年代からの理論的予言を極めて明確に（explicit に）実証した画期的な成果であった。

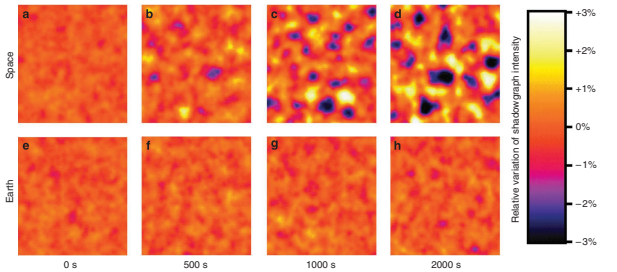


図 1 Vailati らによって行われた宇宙実験（上段）と地上実験（下段）の比較。宇宙空間において一様勾配を加えると、マクロスケールの大きな揺らぎが発生することがわかる。文献(1)から転載。

理論と宇宙実験の両輪によって、非平衡長距離相関は確固たる物理現象として確立された。我々の次なる目標は、この巨大な背景ゆらぎが、より複雑なソフトマター現象や微小重力下での生命科学実験にどのような影響を及ぼすのかを解明することである。しかし、ここで一つの大きな壁が立ち塞がっている。それは「数値シミュレーションによる検証の圧倒的な不足」である。現在に至るまで、この現象を計算機上で再現した報告例は極めて少ない。唯一の代表的な例が、Garcia らのグループによる揺らぐ流体方程式の直接数値シミュレーション（DNS）に留まっているのが現状だ[3]。

2. 本研究の目的

こうした背景のもと、本研究では「大規模分子動力学（MD）シミュレーション」[4]と「揺らぐ流体方程式の直接数値シミュレーション（DNS）」[5]という、ミクロとメゾの異なる 2 つのスケールから独立してアプローチし、非平衡長距離相関の完全な再現に挑んだ。

特筆すべきは、第一原理に基づく分子動力学シミュレーションによってこのマクロな長距離相関を再現した点は、本研究が世界初の報告例となることである。また、揺らぐ流体力学の DNS においては、先行する Garcia らの手法をベースにしつつ、より広範なパラメータ空間での網羅的な調査を実施した。これにより、既存の理論モデルを構築する際に用いられてきた「近似」の妥当性を定量的に確認するなど、理論とシミュレーションを橋渡しする新たな知見を得ることに成功した。

本発表では、この非平衡長距離相関現象に関する簡単なレビューを行いつつ、我々が新たに取り組んだ揺らぐ流体シミュレーションの成果を中心に報告したい[5]。

3. 手法と結果

本研究の DNS において我々が直接数値的に解いたのは、非圧縮性速度場$\boldsymbol{v}(\mathbf{r},t)$によって移流されるスカラー場

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

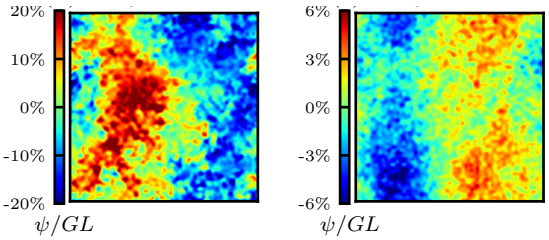


図 2 揺らぐ流体方程式の直接数値シミュレーションによって得られた非平衡流体の典型的なスナップショット。さまざまなパラメータ領域で、大きな非平衡揺らぎを観測することに成功した。

ψ(**r**,t)（濃度など）のダイナミクスを記述する以下の「揺らぐ流体方程式系」である。

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + \upsilon_0 \Delta \boldsymbol{v} - \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\Pi}_{ran}$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla\cdot(\psi \boldsymbol{v}) = D_0 \Delta\psi - \boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{J}_{ran}$$

ここで、ρ_0は質量密度、υ_0は動粘性係数、D_0は拡散係数である。また、右辺の$\boldsymbol{\Pi}_{ran}$と$\mathbf{J}_{ran}$は熱ゆらぎを表現する確率的フラックスであり、揺動散逸定理を満たすガウシアンホワイトノイズとして与えられる。なお、今回は簡単のため Navier-Stokes 方程式の非線形移流項は無視した。

この系に対して、一方向（y方向）に一定の平均勾配Gを印加した状態（ψ(**r**,t)=Gy+$\delta\psi$(**r**,t)）を考える。この時の非平衡揺らぎの直接数値シミュレーションを行った。なお、右辺の$\boldsymbol{\Pi}_{ran}$と$\mathbf{J}_{ran}$がない場合、このモデルは単純な決定論的移流拡散方程式となる。

図 2 にシミュレーションで得られた典型的なスナップショットを示す。右図はD_0が小さい場合、左図はD_0が大きい場合である。どちらに対しても非常に大きな揺らぎの発生が見てとれる。本発表では、より詳しくこのシミュレーション結果について紹介したい。

4. まとめ

本発表では、一様勾配下の非平衡系で生じる長距離相関（巨大ゆらぎ）について、数値シミュレーションを用いた解析結果を報告した。Vailati らの微小重力実験で観測されたマクロなゆらぎ現象に対し、本研究では「揺らぐ流体力学」の枠組みに基づく直接数値シミュレーション（DNS）から検証を行った。

結果として、網羅的なパラメータ調査により非平衡長距離相関の再現に成功するとともに、モード結合理論（MCT）などの既存理論で用いられてきた近似の妥当性を定量的に確認した。

今後は、この非平衡背景ゆらぎが、タンパク質の結晶化や細胞内の物質輸送といった、より複雑なソフトマター現象に与える影響について解析を進める予定である。

参考文献

1) A. Vailati, et al., Nature Communications, 2:290 (2011)
2) A. Vailati, et al., J. Phys.: Condens. Matter **24**, 284134 (2012)
3) I. Srivastava, D. R. Ladiges, A. J. Nonaka, A. L. Garcia, and J. B. Bell, Physical review E **107**, 015305 (2023).
4) H. Nakano and K. Yokota, Physical review E **111**, L063401 (2025)
5) H. Nakano, and Y. Minami, arXiv:2511:17851 (2025)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

三次元流体応力場を再構成する教師なし学習モデルの提案
Unsupervised neural network model for reconstruction of a three-dimensional fluid stress field

牛奥　隆博（農工大・工）　熊谷　俊亮（農工大・工）　宮武　駿（農工大・工）　長　龍佑（農工大・工）
ウォービー　ウィリアム海アレクサンダー（農工大・工）　内藤　正教（農工大・工）
堀江　正信（株式会社 RICOS）　田川　義之（農工大・工）

Takahiro USHIOKU, Tokyo University of Agriculture and Technology
Shunsuke KUMAGAI, Tokyo University of Agriculture and Technology
Shun MIYATAKE, Tokyo University of Agriculture and Technology
Ryusuke CHO, Tokyo University of Agriculture and Technology
William Kai Alexander WORBY, Tokyo University of Agriculture and Technology
Masanori NAITO, Tokyo University of Agriculture and Technology
Masanobu HORIE, RICOS Co. Ltd.
Yoshiyuki TAGAWA, Tokyo University of Agriculture and Technology

E-mail: ushioku@go.tuat.ac.jp

This study proposes a novel method, “U-FlowPET,” for reconstructing a three-dimensional fluid stress field from optical measurement data. In this method, the stress field is determined using an unsupervised physics-informed neural network designed to ensure consistency with measured photoelastic parameters, momentum balance, and continuity equation. Our results demonstrate that U-FlowPET accurately reconstructs the three-dimensional stress field in rectangular pipe flow without relying on constitutive assumptions, geometric symmetry, or labeled training data, potentially impacting biological flows and functional material design.

１．諸言

流体の応力場を明らかにすることは，結果として得られる流体の運動の理解のみならず，ソフトマターの設計 [1]や心血管診断 [2]においても極めて重要である．流体中の応力場を推定する試みとして，PIV 法等により得られた流速ベクトル場と構成方程式に基づく方法 [3]が提案されているが，流速ベクトル場の空間微分に伴う精度の低下や構成方程式が不明な流体への適用が不可能という問題がある．

近年では，積分光弾性法により得られる光学パラメータを利用して流体応力場を再構成する試みが行われている．直交座標系を考え，光路がz軸に平行であるとすると，三次元応力テンソル場 $\boldsymbol{\sigma}(x,y,z)$ と二次元の位相差 $\Delta(x,y)$ 及び方位角 $\phi(x,y)$ の場の関係は次のようになる [4].

$$\Delta\cos 2\phi = \int [C_1(\sigma_{yy}-\sigma_{xx}) + C_2(\sigma_{yy}^2-\sigma_{xx}^2+\sigma_{yz}^2-\sigma_{xz}^2)]\,dz, \quad (1)$$

$$\Delta\sin 2\phi = \int [C_1\sigma_{xy} + C_2\{2(\sigma_{yy}+\sigma_{xx})\sigma_{xy}+2\sigma_{yz}\sigma_{xz}\}]\,dz. \quad (2)$$

ただし，C_1 と C_2 は応力光学係数である．つまり，光学パラメータは応力場と直接的な関係にあり，積分光弾性法に基づく手法において前述の問題は生じない．しかし，本手法で応力場の各成分を求めることは劣問題であり，従来の手法は流れ場の二次元性や軸対称性の仮定を必要 [5]とする，あるいは実験ノイズに対して弱い [6]という問題がある．

そこで，本研究では，光学パラメータから 3 次元応力場を再構成するための教師なし深層学習フレームワークとして，Unsupervised Flow-integrated PhotoElastic Tomography (U-FlowPET) を提案する．本手法は，先行研究 [7]で構築した三次元畳み込みニューラルネットワークを基盤とする学習モデル [8]であり，損失関数に複数の測定方向から取得した光学パラメータと流体の物理法則が考慮されている．重要な点として，これは流れ場の対称性や構成方程式の仮定，及び正解データ無しで三次元応力場を再構成する初の試みであり，ここでは定常な矩形管流れを例に有用性を示す．

２．U-Flow PET の概要

U-Flow PET では，二次元空間中の光学パラメータから三次応力場の再構成をするモデルとして，3D-CNN を基盤とする Encoder-Decoder アーキテクチャを採用する（図 1）．

具体的には，測定方向 θ を変化させ，正規化された位相差 $\hat{\Delta}_{\mathrm{in},\theta}$，及び方位角 $\hat{\phi}_{\mathrm{in},\theta}$を測定し，$(\sin\theta, \cos\theta, \hat{\Delta}_{\mathrm{in},\theta}, \hat{\phi}_{\mathrm{in},\theta})$ の四層を各 θ について積層した二次元画像群を入力として与える．Encoder 部では，各測定角度における光学パラメータに現れる空間的な特徴を優先的に抽出し，潜在変数空間へと写像する．そして，Decoder 部において，奥行き（光路）方向への拡張を優先したアップサンプリングと等方的な畳み込み演算を実行することで，三次元空間中の無次元化せん断応力場，圧力場，及び流速場の各成分を出力する．

損失関数は以下の通りである．ただし，各項は，予測値と入力または目標値との最小二乗誤差を計算している．

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{opt}} + \mathcal{L}_{\mathrm{phys}}. \quad (3)$$

光学パラメータに関する損失関数 $\mathcal{L}_{\mathrm{opt}}$ は，位相差と方位角に関する損失（$\mathcal{L}_{\Delta}, \mathcal{L}_{\phi}$）の和として次のように設計した．

$$\mathcal{L}_{\mathrm{opt}} = \mathcal{L}_{\Delta} + \omega_{\phi}\mathcal{L}_{\phi}. \quad (4)$$

ω_{ϕ} はエポック数に応じて変化する重み係数である．一方，流体の物理法則に関する損失 $\mathcal{L}_{\mathrm{phys}}$ は次の通りである．

$$\mathcal{L}_{\mathrm{phys}} = \mathcal{L}_{\mathrm{PDE}} + \mathcal{L}_{\mathrm{BC}} + \mathcal{L}_{\mathrm{Global}} + \mathcal{L}_{\mathrm{align.}} \quad (4)$$

特に，$\mathcal{L}_{\mathrm{PDE}}$ は非圧縮性流体に関する連続の式と次の Cauchy の運動量バランスの式に基づく損失を表しており，これらの式を満たす解を探索するよう設計している．

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \quad (6)$$

また，$\mathcal{L}_{\mathrm{BC}}$ は境界条件を，$\mathcal{L}_{\mathrm{Global}}$ は計測領域の巨視的な力の釣り合いを，$\mathcal{L}_{\mathrm{align}}$ はひずみ速度と応力の方向整合性を満たすために加えた損失である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

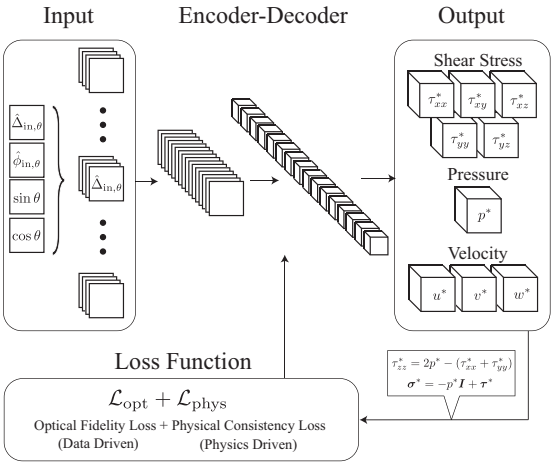


Fig. 1 Architecture of U-FlowPET

3．結果と考察

入力データとして用いた位相差と方位角の場の一部を図 2 に示す．用意した位相差と方位角のデータセットは測定角度を 15 度ずつ変化させた計 12 個あり，これらは定常ナヴィエ・ストークス方程式を COMSOL Multiphysics により計算した応力場に基づいて生成した．流体の物性やレオロジー特性は CNC (0.3 wt%) と NaI (57.6 wt%) を含む懸濁液を想定し，境界条件として流入流量を 50 ml/min，流出側の圧力を 0 Pa，壁面を非滑りとした．学習条件として，深層学習フレームワークに TensorFlow 2.14.1，GPU 高速化ライブラリとして CUDA 11.8 及び cuDNN 8 を採用した．ネットワークの学習の最適化アルゴリズムには Adam （$\beta_1 = 0.9, \beta_2 = 0.999$）を使用し，ハイパーパラメータは学習率を 1×10^{-4}，バッチサイズを 1，エポック数を 5000 とした．

図 3 に矩形管流れの真値と提案手法により再構成された無次元化応力場の $\hat{\sigma}_{xy}, \hat{\sigma}_{yz}$ 成分をそれぞれ示す．ただし，これらの値は真値の最大値により無次元化されている．図 3 より，再構成された応力場の各成分は，入力データとして与えた位相差・方位角の場を構成する応力場と同様の特徴を再現できていることが分かる．また，各成分の平均絶対誤差は 0.052 以下であり，先行研究 [7]で提案された教師あり学習と比較しても遜色の無い精度であることがわかった．したがって，U-FlowPET は流れ場の対称性や構成方程式の仮定，及び応力場の正解データが無くとも，応力場を高精度に再構成できることが示された．

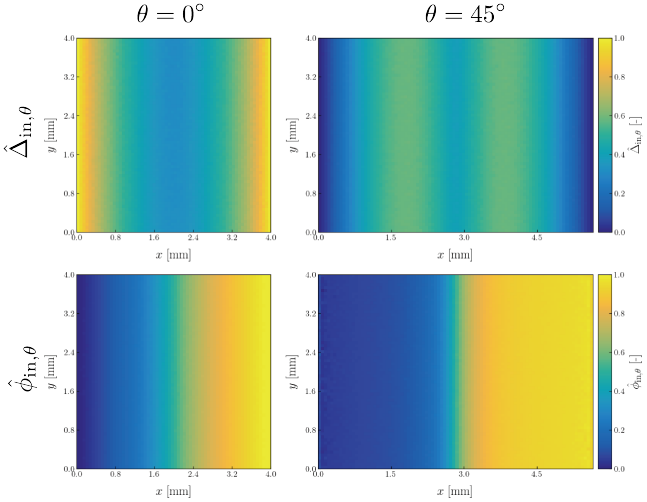


Fig. 2 Simulation-based dataset

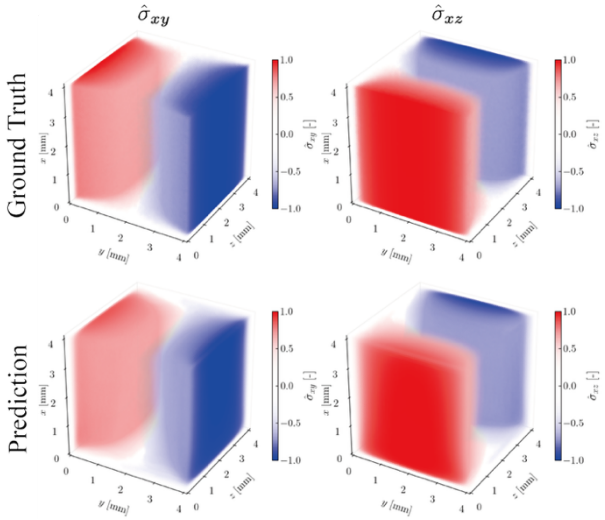


Fig. 3 Ground truth and reconstruction results of 3D stress field

5．結言

本研究では，二次元空間中の位相差と方位角の場から三次元空間中の流体応力場を再構成するための深層学習フレームワークとして U-FlowPET を提案した．そして，提案手法を用いて定常な矩形管流れの数値計算データに基づく学習を行ったところ，流れ場の対称性や構成方程式の仮定，及び応力場の正解データが無くとも応力場を精度良く再構成することができた．紙面の都合により掲載できなかったが，講演ではさらに定常な矩形管流れを対象とした光弾性法による実験データに基づく学習例を示し，入力データに実験ノイズが含まれる場合でも応力場を再構成できることを述べる．本研究により，複雑流体・非対称流れでも応力場再構成する基盤が構築され，ソフトマターの設計や心血管診断において有効な応力場推定法として期待できる．

参考文献

1) A. Blaeser, D. F. Duarte Campos, and U. Puster et al.: Controlling Shear Stress in 3D Bioprinting is a Key Factor to Balance Printing Resolution and Stem Cell Integrity, Advanced Healthcare Materials, 5, pp.326-333, 2016.
2) D. Rus and M. Tolley: Design, Fabrication and Control of Soft Robots, Nature, 571, pp.467-475, 2015.
3) N. A. Buchmann, C. Atkinson, M. C. Jeremy et al.: Tomographic Particle Image Velocimetry Investigation of the Flow in a Modeled Human Carotid Artery Bifurcation, Experiments in Fluids, 50, pp.1131-1151, 2011.
4) K. Nakamine, Y. Yokoyama, and W. K. A. Worby et al.: Flow Birefringence of Cellulose Nanocrystal Suspensions in Three-Dimensional Flow Fields: Revisiting the Stress-Optic Law, Cellulose, 31, pp.7405-7420, 2024.
5) H. Aben and A. Puro: Photoelastic Tomography for Three-Dimensional flow Birefringence Studies, Inverse Problems, 13, pp.215-221, 1997.
6) S. G. Abrego Hernández: Experimental Assessment and Implementation of Photoelastic Tomography, Ph.D. thesis, University of Sheffield, 2019.
7) D. Igarashi, S. Kumagai, and Y. Yokoyama et al.: Reconstruction of Three-Dimensional Fluid Stress Field via Photoelasticity Using Physics-Informed Convolutional Encoder-Decoder, arXiv preprint arXiv:2504.15952, 2025.
8) 熊谷俊亮，五十嵐大地，横山裕杜　他：PICED と光弾性計測を用いた三次元流体応力場構築，日本流体力学会年会 2024 講演論文集，2FH105-09-04.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

レオメトリックせん断流動下における CNC 懸濁液の応力光学計測
Stress-optical measurements of CNC suspensions under rheometric shear flow

ウォービー　ウィリアム海アレクサンダー（農工大・工）　横山　裕杜（KAUST）
川口　美沙（信州大・工）　田川　義之（農工大・工）
William Kai Alexander Worby, Tokyo University of Agriculture and Technology
Yuto Yokoyama, King Abdullah University of Science and Technology
Misa Kawaguchi, Shinshu University
Yoshiyuki Tagawa, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: wka-worby@st.go.tuat.ac.jp

This study investigates the stress-optic response of rigid cellulose nanocrystal suspensions using rheo-optical measurements and theoretical analysis. At high Péclet numbers, a significant decrease in the stress-optic coefficient was observed. By theoretically decomposing the bulk stress, we clarified that this decrease is not caused by structural breakdown, but by the increasing dominance of non-optical stress contributions, such as solvent viscosity. Consequently, the simple linear stress-optic law is strictly valid only in the low-shear regime.

1．緒言

複雑流体は，せん断などの外力により内部の粒子や高分子が配向することで光学的異方性(複屈折)を示す．主屈折率テンソル $\mathbf{n}$ と応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ の比例関係を仮定したものは，応力光学則(Stress–Optic Law: SOL)として知られる [1]．

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{C}\mathbf{R}(\chi)\,\mathbf{n}\,\mathbf{R}(\chi)^{\mathrm{T}} \qquad (1)$$

ここで，C [Pa^{-1}]，$\mathbf{R}(\chi)$はそれぞれ応力光学係数と回転テンソルを表す．χ [deg]は配向角である．近年，SOL は流動場における応力を可視化する非接触計測技術として，工学的な応用が期待されている [2]．特に粒子懸濁液を可視化流体とする試みがなされているが，この場合，SOL が全応力に対して成立するという暗黙の前提に依存しており，その適用限界が不明瞭なまま経験的な検量線に頼らざるを得ないのが現状である．そのため，汎用的な計測手法としては未だ確立されていない．

この課題の本質は，微視的な粒子配向ダイナミクスと，巨視的な力学応答の間の成分的な分断にある．複屈折は分散質の配向に伴う粒子応力のみを反映する [1,3].これに対し，流動場全体の力学応答である全応力は，光学的に不活性な溶媒応力を内包している．この両者の構成比が流動条件に応じて変遷する事実は理論上予見され得るが，高せん断下での SOL 破綻に対し，微視的動態に基づいた明快な解釈は与えられてこなかった．我々の先報で確認された応力係数の著しい低下は，この理論と計測の分断が顕在化した例とも言える [4]．この低下要因を特定し，単純な比例関係としての SOL の有効範囲を明らかにすることが，本手法の精度および適用限界を再考する上で重要である．

本研究では，微視的な配向統計理論と巨視的な応力計測を統合し，懸濁液系における応力光学応答と粒子配向状態の定量的な相関を明らかにすることを目的とした．特に応力光学係数の流動依存性を実験的および理論的に検証し，単純な比例関係を前提とする SOL の適用範囲を評価した．

2．実験

・懸濁液調製

Cellulose Lab 社製の Cellulose nanocrystal(CNC)を分散質として用いた．AFM 観察により円柱状粒子と仮定して寸法を評価した(Fig.1(a))．CNC の多分散性が及ぼす影響を考慮するため，Reddy ら [6]に倣い，長さ L については体積平均を採用し，L = 282±82 nm と評価した．平均直径は d = 4.8±2.2 nm として特徴付けた．CNC をグリセリン/水からなるニュートン溶媒(体積比 90:10，粘度 η_s = 204 mPa·s)に分散させ，質量濃度ϕ = 0.05–0.3 wt.%となるように懸濁液を調製した．

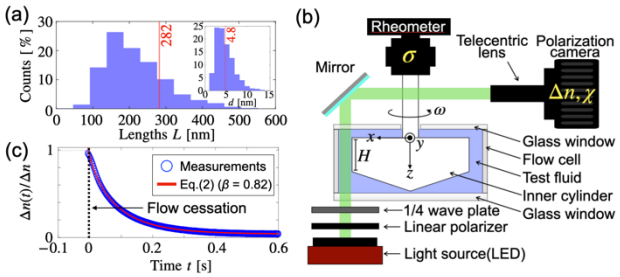


Fig.1 (a) Length L and diameter d distributions from AFM analysis of 1,604 isolated CNCs. (b) Schematic of the rheo-optical experimental setup. (c) Transient birefringence normalized by the steady-state value after flow cessation.

・Rheo-optical 計測

Fig.1(b)に Rheo–optical 実験系の概略を示す．共軸二重円筒型レオメータ(MCR302, Anton Paar)に自作の Taylor-Couette 流路セル(内筒径 36 mm，外筒径 38 mm，長さ 10 mm)を用いた．せん断速度$\dot{\gamma}$ = 0.1–100 s^{-1} における応力全 σ を計測すると同時に，偏光カメラ(CRYSTA PI-5WP, Photron)により複屈折 Δn [–]および配向角 χ を取得した．定常流動における Δn, χ および C の評価に先立ち，流動停止実験における複屈折の緩和挙動から CNC の実効回転拡散係数D_r^{eff} [s^{-1}]を評価した．流動停止後，Δn は CNC のブラウン運動により指数関数的に減衰する [5]．

$$\Delta n(t)/\Delta n = \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)^{\beta}\right],\ \text{where } 0<\beta\leq 1 \qquad (2)$$

ここで，$\tau = 1/(6D_r^{\mathrm{eff}})$は緩和時間 [1]，$\beta$ は粒子長さ分布の広がりを示すパラメータである．式(2)に基づくフィッティングよりD_r^{eff}を算出し(Fig.1(c))，移流と回転拡散の比を示す無次元数である Péclet 数($Pe = \dot{\gamma}/D_r^{\mathrm{eff}}$)を定義した．

3．実験結果と考察

Fig.2(a)に CNC 懸濁液の濃度で正規化した平均複屈折$\langle\Delta n\rangle/\phi$を Pe 数の関数として示す．$Pe < O(10^0)$の領域では，Δn は Pe に比例する．一方，Pe の増加に伴い，Δn は次第に飽和する傾向を示した．さらに，Fig.2(b)に示す平均配向角$\langle\chi\rangle$は，せん断の強化に伴い 45°から 0°へと単調に減少し，流れ方向へと配向が進行する様子が確認された．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

CNC の寸法を用い，実験結果を Lang ら [6]が提唱した剛性・単分散ロッドに対する Revised Doi–Edwards 理論と比較した．懸濁液中の粒子配向状態は 3×3 の配向テンソル **S** によって記述され，Smoluchowski 方程式として定式化される．

$$\frac{d\mathbf{S}}{d\tau} = -(\mathbf{S}-\frac{1}{3}\mathbf{I}) - \frac{L}{d}\varphi(\mathbf{S}^{(4)}:\mathbf{S}-\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}) + \frac{1}{6}Pe[\hat{\mathbf{\Gamma}}\cdot\mathbf{S}+\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{\Gamma}}^{\mathrm{T}}-2\mathbf{S}^{(4)}:\hat{\mathbf{E}}] \quad (3)$$

ここで，φ は体積分率，**I** は単位テンソル，**Γ** は速度勾配テンソル，**E** は変形速度テンソルである．なお，各テンソル量に付されたハット記号(^)は，それらのテンソル量を代表せん断速度により規格化した無次元化操作を表す．式(3)の数値解に対して固有値解析を行い，最大・最小固有値の差から平均配向度$\langle S\rangle$を，固有ベクトルから主軸方向をそれぞれ決定した．理論的に予測される配向度と実験で得られた複屈折の測定値とは$\langle S\rangle\Delta n_0 = \langle\Delta n\rangle/\phi$の関係により対応付けた．ここで Δn_0 は CNC が流れ方向に全て配向した場合の複屈折を表し，文献値 [7]を参考に $\Delta n_0 = 0.052$ を用いた．

予測結果は Fig.2 の黒実線として描画した．複屈折は実験値と定量的に良い一致を示した．配向角は低 *Pe* 数領域($Pe < O(10^0)$)では実験値と整合するものの，$Pe > 10$ において差異が顕著に現れた．この乖離の原因は現在検証中である．しかしながら，式(3)に基づく理論モデルが Δn および χ の挙動を広い *Pe* 数範囲にわたり良好に再現していることから，本研究で扱ったせん断条件下においては，CNC の粒子構造そのものの破壊や顕著な凝集状態の変化は生じていないことが示唆される．

Fig.3(a)に，応力光学係数 *C* の実験値，および式(3)に基づく理論的予測(黒実線)を示す．*C* の挙動は *Pe* 数に対して 2 つの領域に大別された．すなわち，低 *Pe* 数領域では *Pe* 数に依存せず一定値を示し，高 *Pe* 数領域($Pe \geq O(10^0)$)に移行すると指数関数的に減少した．この物理的背景を明らかにするため，全応力が物理的起源の異なる成分の和で構成される Lang ら [7]の構成方程式に基づき解析を行った．本解析では，式(3)から得られた配向テンソル **S** を同モデルに適用することで，全応力を以下の 4 項へと展開し，各寄与の *Pe* 数依存性を算出した(Fig. 3(b))．

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_p + \sigma_h + \sigma_e \quad (4)$$

ここで，σ_s は溶媒応力，σ_p は粒子応力，σ_h は剛体粒子の回転に由来する流体力学的相互作用，σ_e は排除体積効果である．なお，本研究の濃度・せん断条件においては σ_e の寄与は他の項に比べて十分に小さいため，図示を省略した．

複屈折に直接寄与するのは，これらの中で粒子の配向エントロピーに由来する σ_p のみである [1,3]．したがって，実験的に観測される応力光学係数 *C* は，全応力 σ に占める粒子

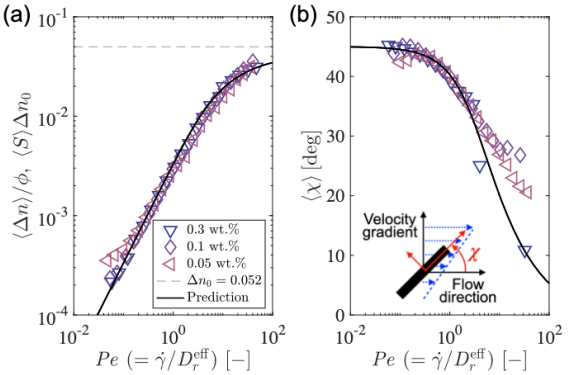


Fig.2 (a) Normalized birefringence $\langle\Delta n\rangle/\phi$ and (b) orientation $\langle\chi\rangle$ as a function of *Pe*. The solid-black lines represent theoretical predictions based on Eq.(3).

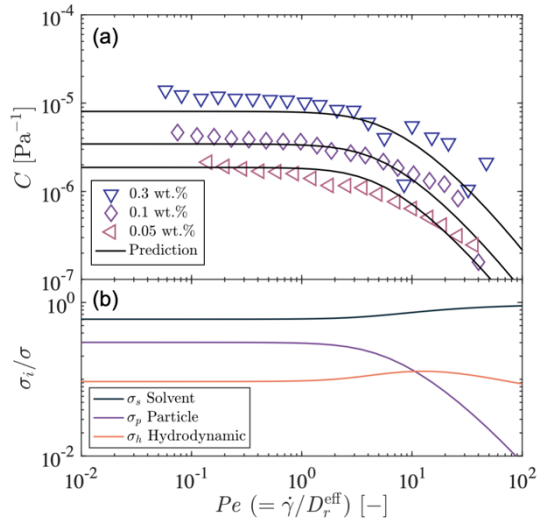


Fig.3 (a) Experimentally determined stress-optic coefficients compared with theoretical predictions. (b) Contribution of each stress component to the total stress in a 0.3 wt.% suspension.

応力 σ_p の割合に直接依存することになる．Fig.3(b)から低 *Pe* 数領域では複屈折に直結する粒子応力 σ_p が全応力に対して一定の割合を保つため，*C* は定数となる．しかし高 *Pe* 数領域に入ると，粒子配向が飽和に達し，σ_p の増加が鈍化する一方で，複屈折に寄与しない σ_s の割合が増大し，全応力を支配するようになる．この応力寄与の変化は，Fig. 3(a)における *C* の急激な減少領域と対応している．すなわち，高応力(高 *Pe* 数)下で観測される *C* の低下は，粒子配向の飽和と，それに伴う光学的に有効な応力成分(σ_p)の相対的な低下によって説明される．

4. 結言

CNC 懸濁液の Rheo–optical 計測および理論解析により，配向の進展に伴う応力光学係数の変化とその微視的メカニズムが示された．高せん断領域での係数の急激な減少は，全応力に占める粒子応力の寄与が相対的に減少することに起因すると定量的に説明される．すなわち，単純な比例関係としての SOL はその寄与率が一定となる流動強度($Pe < O(10^0)$)において有効であることが示された．今後は，配向飽和と溶媒寄与の競合関係を理論モデルに反映させることで，従来の比例則の限界を超えて全応力を定量評価する枠組みを構築する．並行して，本手法をより複雑な三次元流動場へと展開していく．

参考文献

1) G. Fuller, Optical Rheometry of Complex Fluids, Oxford University Press, 1995.
2) C. Lane et al., Two-dimensional strain rate imaging study using a polarization camera and birefringent aqueous cellulose nanocrystal suspensions, Experiments in Fluids, 65, 1, 2023.
3) J. Bender and N. Wagner, Reversible shear thickening in monodisperse and bidisperse colloidal dispersions, Journal of Rheology, 40, 5, pp.899–916, 1996.
4) W. Worby et al., Examination of flow birefringence induced by the shear components along the optical axis using a parallel-plate-type rheometer, Scientific Reports, 14, 1, 2024.
5) N. Reddy et al., Rheo-optical Analysis of Functionalized Graphene Suspensions, Langmuir, 34, 26, pp.8877–7851, 2018.
6) C. Lang et al., Microstructural Understanding of the Length- and Stiffness-Dependent Shear Thinning in Semidilute Colloidal Rods, Macromolecules, 52, pp.9604–9612, 2019.
7) M. Khan et al., Birefringence of cellulose: review, measurement techniques, dispersion models, biomedical applications and future perspectives, Wood Science and Technology, 58, 1, pp.5–22, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粘弾性流体乱流における反変型・共変型高分子の集合体形成
Aggregate formation of contravariant and covariant polymers in viscoelastic turbulent flows

堀内　潔（リスボン大・工）　　Carlos B. da Silva（リスボン大・工）
Kiyosi Horiuti, Carlos B. da Silva, Universidade de Lisboa
E-mail: kiyosi.horiuti@tecnico.ulisboa.pt

A multi-scale numerical analysis is conducted on homogeneous isotropic turbulent flow of diluted polymer solutions to elucidate the conformation of the aggregates formed by the polymers and reveal its relevance to solvent dissipation reduction (SDR). Morphology of the polymers was examined and representation of the polymers using the elastic dumbbell model was adopted. Conventional constraint on the affinity in the motion of the bead-spring configuration with the deformation of the solvent fluid is relaxed together with a variable slip parameter. The dumbbells adopt both affine contravariant mode and maximumly non-affine covariant mode of configurations depending on their dynamics. It was shown that the constitutive element of the covariant dumbbell is a set of two hyperplanes. A scalar potential which defines these hyperplanes was given by the invariant of the vortex sheet tensor (VST). The reference vectors with which the dumbbells align were identified in both modes. The covariant dumbbell aligns with the gradient of this scalar. Prevalence of the vortex sheets in viscoelastic flow was shown. Using this model, the flow suitable for our analysis, in which bimodal contravariant and covariant states coexist and dynamically evolve, was attained. Classification of SDR achieved by the contravariant and covariant dumbbells into Types A and B was shown. The largest elastic energy production was achieved while the dumbbell was in Type B of an elongated covariant mode and SDR was enhanced in comparison to Type A of the complete contravariant case. A parameter which collectively governs the evolutions of the polymer stress, polymer pressure, solvent pressure and solvent dissipation was identified as the strain skewness. Depending on the local strength of this parameter, the dumbbells adopt contravariant or covariant configurations. The aggregates formed by the highly elongated dumbbells were decomposed into four groups with different modes, orientations, strain states and locations relative to the vortex sheets. Mechanism of elastic energy production in each group was shown together with the role of the time-history effect. A new type of Weissenberg effect caused by the covariant dumbbells was identified. Covariance of villi intestinal was discussed.

１．はじめに

微量の高分子を流体中に添加した場合抵抗低減が得られが、この低減は Type A と Type B に類別される [1]．流体の静止時において、Type A の高分子は coil した状態になるが、Type B では収縮はするものの伸長状態は維持され低減の度合は Type B の方が顕著である．Type A の代表例としては、PEO、PAM があり、Type B の例には XG と二重螺旋の DNA がある．DNA は一重螺旋に邂逅した場合は Type A となる [2]．高分子の流動解析では、高分子応力の構成方程式が汎用されているが、代表例として Oldroyd-B 方程式があり、高分子の始点と終点に beads を配して非線形ばねで結合した dumbbell モデルに基づいている．Oldroyd-B では、beads の溶媒の流動に対する追随性が仮定されたが、非追随を導入した Johnson-Seagalman (JS) 方程式に拡張された [3]．Slip を表すパラメータをα ($0 \leqq \alpha \leqq 1$)とすると、slip が最大の$\alpha = 1$ の時、JS 方程式は Oldroyd-A 方程式となる [4]．Horiuti *et al.* [5] は、一様等方乱流と管内流において、Oldroyd-A が Type B であるのに対し Oldroyd-B が Type A である事を示した．しかしながら、構成方程式では、高分子が形成する集合体の配向の解明は困難である．本研究は、dumbbell を流体中に分散する多重スケールの BDS-DNS 法を用いた dumbbell 個々の挙動と弾性エネルギー生成機構の解明を目的とする．

２．Dumbbell connector vector の reference vector

Dumbbell の運動方程式は、下式 (1) となる．

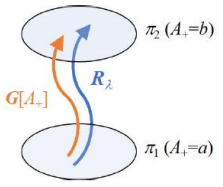
$$d_t R^i = (1-\alpha)(R^j \partial_j u^i) - \alpha (R_j \partial_i u^j) - f_d(|\boldsymbol{R}|_L) R^i/(2\tau_r) \quad (1)$$

ここに、R は dumbbell の connector vector、d_t は実質微分、τ_r は緩和時間、f_d は FENE の減衰関数、$|R|_L$ は dumbbell の最大長で正規化した dumbbell 長を表す．$\alpha = 0$ では、(1) は Oldroyd-B を記述する upper-convective derivative (UCD) となるが、この方程式の解は反変ベクトル R^i である．同じ UCD で移流されるベクトルとしては渦度、微小線要素があり、反変型の dumbbell は、渦度ベクトルに凍結して移流する．$\alpha = 1$ では、Oldroyd-A の lower-convective derivative (LCD) となるが、その解は共変ベクトル R_i である．

高分子を添加した乱流場では、渦層が支配的な構造となるが [5]、渦層は、vortex sheet tensor (VST)、$A^i_j \equiv (S^i_k \Omega^k_j + S^i_k \Omega^k_i)$ を用いて同定され [5]、スカラー変数 $A_+ = (A^i_j A^j_i/2)^{1/2}$ の等値面として抽出される．ここに、S^i_j は歪み速度テンソル、Ω^i_j は渦度テンソルである．$A^2 = A^i_j A^j_i$ とすると、$d_t A^2 = P_V$ となり、P_V は圧力項と渦度伸長項から成る項である．P_V が小さな領域では、$d_t A^2 = 0$ となり、A_+ の勾配ベクトル $\boldsymbol{G}[A_+] (\equiv -\text{grad}(A_+))$ の支配方程式は LCD の式(2)となる．

$$d_t(G_i) = -G_j \partial_i u^j, \quad (2)$$

A_+ が R_i の scalar potential となるが、$\boldsymbol{G}[A_+]$は渦層に対して外向き直交に配向し、初期に $\boldsymbol{G}[A_+]$に沿って配置された共変型 dumbbell R_i は $\boldsymbol{G}[A_+]$に凍結して運動する．



共変ベクトル $\boldsymbol{R}_\lambda$ は、図 1 に示す一対の向き付けされた超平面 π_1、π_2 によって表される．この超平面は渦層に対応し、$\boldsymbol{G}[A_+]$は、この超平面に垂直に配向する．

Fig. 1 Sketch of $\boldsymbol{R}_\lambda$ (not straight black arrow) and $\boldsymbol{G}[A_+]$ (orange).

３．BDS-DNS データ

BDS-DNS の計算は、(2)式に Brown 運動の拡散を附加して dumbbell の運動を追跡し、溶媒の流動には DNS を適用した (BDS-DNS [6])．Dumbbell が追随から非追随な方向に回転した場合、新規の配向に適合するようにα 値を再設定する方法を用いた (variable-α model)．高分子応力 τ_{ij} は、dumbbell の R から成る conformation stress $R_i R_j$ の DNS の計

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

算セル内での平均から算出し、DNS へのフィードバックを施した．流れ場は一様等方乱流とし、長さ 2π の周期 Box で格子点数を 3 方向に各 128、total の viscosity を 0.033、Re_λ =25.1、τ_r =2.8、Weissenberg 数を 10 とした．分散した dumbbell の個数は 10^9 個とし、レプリカ法 [6]を併用した．

４．高分子応力による弾性エネルギー生成

(1)式を用いて導出された高分子応力 τ_{ij} の方程式は、JS 方程式と同一になる．この方程式の近似解を逐次代入法により求めると時間履歴による time-retarded 展開の解 [5]を得る．この解の定常解は (3) 式となる．

$$\tau_j^i \approx 2\nu^{[p]} S_j^i + \nu^{[p]}\tau_r\{4(1-2\overline{\alpha})S_k^i S_j^k - 2A_j^i\}/\hat{f}_d \quad (3)$$

(3)式右辺の初項は粘性散逸を表すが、全弾性エネルギー生成項 $Pe=\tau_j^i S_i^j$ から散逸分 $\varepsilon^{[p]}$ を差し引いた $Pe^{[p]}$ 項は、

$$P_e^{[p]} \equiv P_e - \varepsilon^{[p]} \approx -4\nu^{[p]}\tau_r(1-2\overline{\alpha})S_{S|G}/\hat{f}_d. \quad (4)$$

となる [5]．ここに、$\overline{\alpha}$ は DNS 格子で平均した slip parameter、$S_{S|G}$ は DNS 格子上での strain skewness $-S_p^i S_q^p S_i^q$ を示す．$S_{S|G}$ は正値が卓越するため、反変の $\overline{\alpha}$=0 では $Pe^{[p]}<0$ となり、$S_{S|G}<0$ の場合のみ $Pe^{[p]}>0$ となる．(3)式右辺第 3 項の VST は Pe 中では消去されるが、(3)式に含まれる、記載を省略した時間履歴による VST の項は消去されず Pe に寄与する．$S_{S|G}>0$ の場合、この VST 項が Pe の生成を担う．

最大の Pe は、共変の $\overline{\alpha}$=1 の場合に得られた．

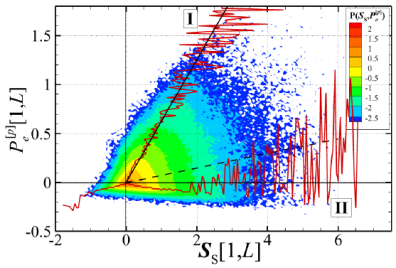


Fig. 2 Joint PDF between $S_{S|G}$ and $Pe^{[p]}$ due to the elongated covariant dumbbells. Two branches I and II of the maximum probability are shown using the red lines. The black solid line denotes y=8.4(4 $\nu^{[p]}\tau_r$) x, the black dashed line is y= (4 $\nu^{[p]}\tau_r$) x.

図 2 は、共変の $\overline{\alpha}$=1 における $S_{S|G}$ と $Pe^{[p]}$の joint pdf を示すが、$S_{S|G}>0$ での $Pe^{[p]}>0$ が支配的となる．高分子応力の導出では、conformation stress R_iR_j の正規化に dumbbell の二乗平衡長(r_{eq}^2)を用いたが、対応する $S_{S|G}$ と $Pe^{[p]}$の関係式は黒色の破線となり、赤線の最大確率 branch I と合致しないのに対して、8.4 r_{eq}^2 と設定し直して正規化した黒色の実線の予測式は branch I と一致する．したがって、共変性の dumbbell では、収縮時の長さが平衡長の 2.9 倍となっており、Type B に属する事が判る．本研究の dumbbell モデルでは、二重と一重螺旋の微細構造は考慮されていないが、α=1 と設定した場合、Type B の実効的な再現が可能となる．

５．集合体の形態

図 3 の透視図に、共変型 dumbbell の分布を青色の線分で示す．2 節で見たように、共変型 dumbbell は灰色で示した渦層(A_+)の等値面に直交して配向する．オレンジの矢印は $G[A_+]$の一例を示すが、共変型 dumbbell と整列する．図 3 には最も伸長された 250 個の dumbbell のみを示したが、総数は 10^5 個程度となる．緑色で示された溶媒圧力(p_s)はドームを形成し、集合体を包含する．$S_{S|G}$ はこのドーム内で大きな正値を取り、dumbbell の伸長と p_s の増加を導く．図 3 中の黄色と水色の線分は反変型の dumbbell を示すが、渦度が集中する渦層中心部に埋め込まれている．共変型 dumbbell は渦層中心部から離脱しており、P_V 項は小さい．

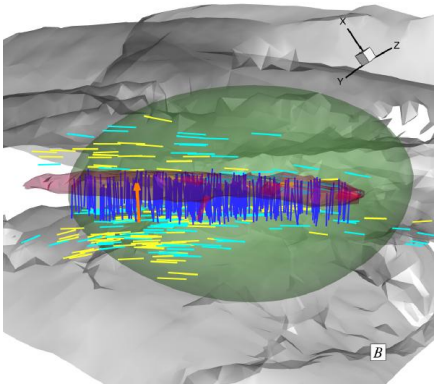


Fig. 3 Perspective display of the distribution of the dumbbell connector vectors. Covariant dumbbells are shown using blue bars, yellow and cyan bars show contravariant dumbbells. Gray scale isosurface shows the vortex sheet, thin green isosurface p_s, thin red isosurface p_τ, $G[A_+]$ vector plotted using the orange arrow.

６．Weissenburg 効果

図 3 中の赤色の等値面は、高分子応力による圧力(p_τ)を示すが、p_τ は負値となる．大きな正値の $S_{S|G}$ によって p_τ は下降し高分子応力は p_s の低減として機能する．式(3)右辺の第 2 項から、高分子応力の主応力は、反変の $\overline{\alpha}$=0 の場合は正値、共変の $\overline{\alpha}$=1 の場合は負値を取る事が判る．そのため、反変では rod-climbing 効果を起こす張力が発生するのに対し、共変では圧力が発生する．そのため、図 3 中の共変型の dumbbel は、渦層に対して圧力を及ぼし、集合体は渦層外縁部に圧着される．p_τ による p_s の低減によって、渦層の圧力が低下して Kelvin-Helmholz 不安定性の発生による小スケール渦の生成が抑制され、抵抗の低減が得られる．

７．小腸絨毛における共変性

5 節で示した共変型 dumbbell の集合体の実例として、小腸を取り上げる．小腸では、管腔側に突出する絨毛の突起構造と突起上の微絨毛の形成が観察されるが、腸液の流動がこの形成に大きく寄与する事が明らかにされた [7]．そこでは、小腸のオルガノイドをシート状に培養し、細胞を平面的に広げた状態で培養液を人工的に攪拌して流れを作る実験が行われた．流体が静止している場合は、突起構造と微絨毛の双方が形成されないのに対し、流動がある場合では両者共の形成が起きる事が示された．微絨毛は図 3 の共変性 dumbbell のように集合体を形成するが、流動が無い場合も coil した状態までは収縮せず、伸長した状態が保持される．この特性は、Type B の高分子と同一であり、微絨毛が、その蛋白質が持つ α - helices 構造に由来する共変性を有している可能性が考えられる．

８．謝辞

本研究におけるデータ解析は、横浜国立大学工学研究院の Intel Xeon PC Cluster により行われた．

参考文献

1) P. S. Virk, D. C. Sherman and D. L. Wagger, AIChE Journal, 43, 3257-3259, 1997.
2) H. J. Choi, S. T. Lim, Lai Pik-Yin and C. K. Chan, Phys. Rev. Lett., 89, 088302, 2002.
3) M. W. Johnson Jr. and D. Segalman, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 2, 255-270, 1977.
4) J.G. Oldroyd, Proc. R. Soc. A, 200, 523-541, 1950.
5) K. Horiuti, K. Matsumoto and K. Fujiwara, Phys. Fluids, 25, 015106, 2013.
6) T. Watanabe and T. Gotoh, J. Fluid Mech., 717, 535-575, 2013.
7) S. Sugimoto *et al*., Nature, 592, 99-104, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (2)

座長:大槻 道夫(島根大学)

10:35 ~ 10:50

[25006] 泡沫の毛管上昇の時間発展と物理的考察

*塩野 宏太[1]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大)

10:50 ~ 11:05

[25007] 泡沫構造の動的応答が制御する液体浸透挙動

*玉木 健登[1]、柳沢 直也[2]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大学、2. 東京大学)

11:05 ~ 11:20

[25008] ジャミングした気泡間隙の流体輸送の定量化

*王 鈺博[1]、足立 友哉[2]、大家 広平[1]、鈴木 洋[2]、玲 栗田[3]、石神 徹[4]、日出間 るり[1] (1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 東京都立大学、4. 広島大学)

11:20 ~ 11:35

[25009] ジェット挙動に基づく粉体流動性評価および初期形状依存性

*小玉 凜空[1]、神保 孔明[1]、武藤 真和[2]、栗田 玲[3]、小林 和也[1] (1. 日本工業大学、2. 名古屋工業大学、3. 東京都立大学)

11:35 ~ 11:50

[25010] 位相シフトエリプソメトリ計測とスパースモデリングによるナノフルイド超拡張濡れの物理因子抽出

*庄司 衛太[1]、深見 開[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

泡沫の毛管上昇の時間発展と物理的考察
Time Evolution and Physical Analysis of Capillary Rise in Foams

塩野　宏太（都立大・理）、栗田　玲（都立大・理）
Kota Shiono, Tokyo Metropolitan University
Rei Kurita, Tokyo Metropolitan University
E-mail: kota9271@gmail.com

本研究では泡沫の毛管上昇における上昇高さの時間発展を観察し，メカニズムの解明と一般的条件下での挙動を評価した。実験では，容器内に充填した泡沫に対して中空円筒を一定周期で抜き差しし，各周期における上昇量を測定した。得られた上昇挙動を解析した結果，上昇過程には異なる二つのメカニズムが存在することが明らかとなった。

液体中に気泡が発生し，それらが安定化されることで泡沫が形成される。泡沫は気泡を主成分とするため，液体や気体の透過率および熱伝導率が低いという特徴をもつ[1]。そのため，食品製造や化学産業など多様な生産プロセスにおいて発生しやすく，生産効率の低下を引き起こす要因となっている。泡沫は準安定に残留するため，現在は脱泡剤による対策が一般的であるが，純度や品質の低下といった課題が残されている。このことから，脱泡剤に依存しない物理的脱泡技術の確立が強く求められている。

泡沫を破壊するためには，泡沫中の液体分率を低下させることが不可欠であり，単位面積あたりの高さを増加させることが重要となる。そこで本研究では，泡沫の**毛管上昇現象**に着目した。泡沫は単純液体とは異なり，毛管を挿入するだけでは上昇しないが，毛管の抜き差しを周期的に繰り返すことで，毛管内を泡沫が上昇する現象が我々の研究室により発見されている[2]。本研究では，この毛管上昇のメカニズム解明と，液相を含むより一般的な条件下での挙動の観察を目的とした。

実験では，容器内に充填した泡沫に対して中空円筒を一定周期で抜き差しし，周期ごとの上昇量を測定した。

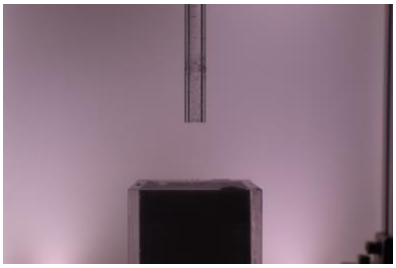


Figure. 1 Experimental setup for foam capillary rise.

その結果，毛管上昇には二つの異なるメカニズムが存在することが明らかになった。一つは円筒内への**詰め込み効果**であり，もう一つは円筒引き抜き後に管下部に形成される円錐状構造が管内部へ流入する現象である。前者は管内部に泡沫を保持する役割を果たし，後者は管内部への注入量を増加させる役割を担っていることが分かった。これらの挙動には，泡沫の弾性的性質と流動的性質の両方が深く関与していることが示唆された。さらに，液相を含む条件下においても，同様のメカニズムにより毛管上昇が生じることが確認された。

（参考文献）

1) I.Cantat『ムースの物理学:構造とダイナミクス』吉岡書店(2016)p. 10

2) 遠田幸斗，『泡沫の毛管上昇を誘起するピンチオフダイナミクス』修士論文，　東京都立大学大学院理学研究科物理学専攻，2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

泡沫構造の動的応答が制御する液体浸透挙動
Imbibition dynamics controlled by dynamical coupling of foam structure

玉木 健登（都立大・理）　　栗田　玲（都立大・理）
Kento Tamaki, Tokyo Metropolitan University
Rei Kurita, Tokyo Metropolitan University
E-mail: Takami-kento@ed.tmu.ac.jp

泡沫は気体が高密度に詰まったソフトジャミング系であり、負の浸透圧により液体や微粒子を取り込む機能をもつ。従来、泡沫内の液体浸透は固定多孔質中の毛管現象として理解されてきたが、実験的にはその理論からのずれが報告されている。本研究では、開放・半開放・密閉の三種の境界条件下で浸透と気泡変位を同時測定し、構造変化が浸透ダイナミクスを修正する隠れた機構を明らかにした。

１．はじめに

泡沫とは、液体中に気体が高密度に詰まった状態のものを指す。泡沫は気体と液体で構成されているのにも関わらず、固体としても液体としても振る舞うことが知られており、遮断性、衝撃抑制、軽量性などといった多くの機能を持つ。中でも泡沫は負の浸透圧を持つため、油や微粒子を泡沫内部に取り込むことができる。この性質を利用して、日常的に使われる化粧品や洗浄剤から、浮遊選鉱の産業用途まで、泡沫は多くの場面で活用されている。

コロイドや乳濁液などのソフトジャミング系における液体の浸透に関しては、従来、固定された多孔質構造内を流体が移動する純粋な毛管現象（Lucas-Washburn 則）として理解されてきた。特に泡沫のジャミングが強い状態においては構造の再配置が抑制され、この考え方は妥当と考えられてきた。しかし実際の浸透ではこの従来の理論からのずれや浸透の減速現象が報告されているが、その物理的起源については十分に解明されていない。

本研究では、泡沫を上下からアクリル板で挟み、端から液体をゆっくり注入し、液体が泡沫に浸透していく様子を観察した。今回、開放・半開放・密閉の 3 種類の境界条件における液体浸透と気泡変位を測定することで、泡沫内における構造の変化が浸透に与える影響を調べ、浸透ダイナミクスを支配する隠れたメカニズムを明らかにした [1]。

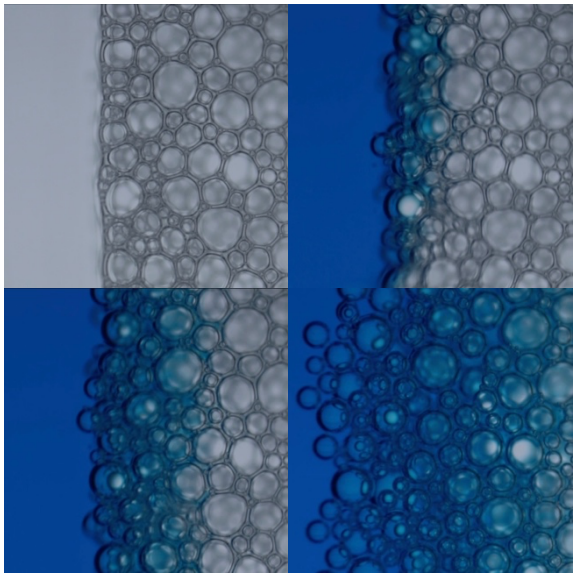


Fig. 1 Time evolution of liquid imbibition to the foam.

参考文献

1)　Kento Tamaki, Naoya Yanagisawa, Rei Kurita, submitted.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ジャミングした気泡間隙の流体輸送の定量化
Quantification of fluid transport in jammed bubble gaps

王鈺博（名大院工），足立友哉（神戸大院工），大家広平（名大院工），鈴木洋（神戸大院工），
栗田玲（首都大理），石神徹（広島大院工），日出間るり*（名大院工）
Yubo WANG, Nagoya University
Tomoya ADACHI, Kobe University
Kohei OHIE, Nagoya University
Hiroshi SUZUKI, Kobe University
Rei KURITA, Tokyo Metropolitan University
Toru ISHIGAMI, Hiroshima University
Ruri HIDEMA*, Nagoya University
E-mail: hidema@nagoya-u.jp

In microfluidic systems, the jamming of deformable particles such as bubbles strongly influences fluid transport through channels. Conventional permeability models, including Darcy's law, generally assume rigid and static porous structures and therefore do not account for particle deformability. In this study, fluid transport through jammed bubble gaps in a microchannel is experimentally investigated. The pressure drops across the jammed region, and the interstitial flow velocity are measured to evaluate the effective permeability of the deformable system.

1．はじめに

泡（気泡が水に分散した系）やエマルション（油滴が水に分散した系，またはその逆）は，微生物を使った物質生成プロセスや，原油回収精製プラントなど，多くの化学プロセスのタンク中に発生する．この際，タンクの中でジャミングしがちな泡やエマルションの隙間を，流体が効率よく流れれば，生成した物質の効率的な回収や，原油の効率的な分離が可能となる（Fig.1）．堅い粒子間隙の流体輸送は，これまで，土木や粉体工学の分野で定式化されてきた [1]．一方，泡やエマルションなど柔らかい粒子の間隙の流体輸送は，定式化されてこなかった．柔らかい粒子は時間とともに変形する．この変形の度合いは，粒子の弾性に依存する．本研究は，粒子の変形能，流体との相互作用の観点から，柔らかい粒子間隙の流体輸送を定量化することを目的とする．本研究ではまず，泡に着目する．

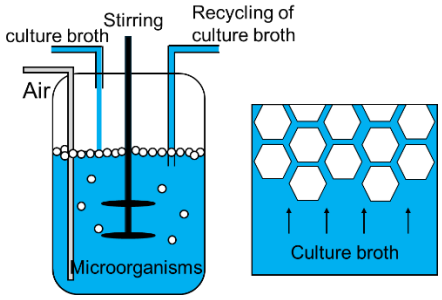


Fig. 1 Schematic of a bioreactor and bubbles jammed in the tank.

2．試料と実験

2 つの入口を持つマイクロ流路に，ドデシルベンゼンスルホン酸ナトリウム（Sodium dodecylbenzenesulfonate, SDBS）2wt%水溶液と，空気を注入し，流路内で気泡を発生させた．気泡のサイズは直径約 120 μm であった．SDBS 水溶液の界面張力γ [N/m]は 28 mN/m，流路内での気泡の変形しやすさを表すキャピラリー数 Ca は約 3.08×10^{-4} であった [2]．Ca は以下の式から計算し，ここで，μ，u，γはそれぞれ，SDBS 水溶液の粘度，平均流速，表面張力である．

$$Ca = \frac{\mu u}{\gamma} \quad (1)$$

さらに，気泡がジャミングした流路の圧力損失を測定し，堅い粒子がジャミングした場合との圧力損失を比較した．

3．結果と考察

Fig.2 は流路内でジャミングした気泡の画像を示す．流路内には，気泡を閉じ込めるバスケットがあり，気泡の間を流れた流体は，下流の隙間から出口へと排出される．

顕微鏡観察の結果，溶液の流動に伴い，バスケット内において気泡が変形する様子が確認された．特に出口付近の気泡が優先的に変形する傾向が見られた．さらに，時間の経過とともに，出口付近の気泡は徐々に合一し，より大きな気泡へと成長する様子が観察された．ジャミング状態では流路の有効断面積が減少するため，流動抵抗が増大した．この時の圧力損失を計測すると，ジャミングの進行とともに圧力の上昇が確認された．

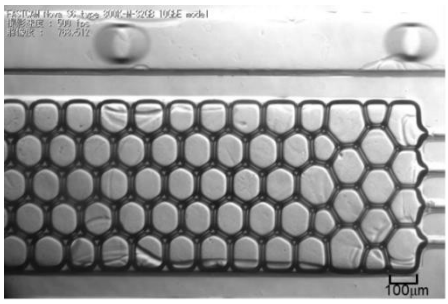


Fig. 2 Bubble jammed in the microchannel.

参考文献

1) Julián Montero; Luis A. Pugnaloni; Ryan Kozlowski. Dimensional analysis for clogging of grains in two and three dimensions. *Phys. Review. E*. 112, 065411, 2025
2) Brian Dincau; Emilie Dressaire; Alban Sauret. Clogging: The self-sabotage of suspensions. *Physics Today*. 76(2), pp.24-30,2023.

謝辞

本研究の一部は，JST 創発的研究支援事業，JPFMR203O の支援を受けたものである．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ジェット挙動に基づく粉体流動性評価および初期形状依存性
Jet-Based Evaluation of Powder Flowability and Dependence on Initial Surface Geometry

小玉　凜空（日工大・工）　　神保　孔明（日工大・工）　　武藤　真和（名工大・工）
栗田　玲（都立大・理）　　小林　和也（日工大・工）
Riku KODAMA, Nippon Institute of Technology
Komei JINBO, Nippon Institute of Technology
Masakazu MUTO, Nagoya Institute of Technology
Rei KURITA, Tokyo Metropolitan University
Kazuya U. KOBAYASHI, Nippon Institute of Technology
E-mail: kobayashi.kazuya@nit.ac.jp

The dynamic behavior of powder jets generated by impact is strongly influenced by particle adhesion and flowability, particularly under high-humidity conditions. In this study, powders under relative humidity conditions of 70–90% were investigated to clarify how particle adhesion and agglomeration affect the dynamic behavior of impact-induced powder jets. Specifically, by independently controlling the humidity conditions and the initial concave radius of the powder bed surface, variations in jet velocity, maximum jet height, and jet diameter were analyzed in detail. The results show that, regardless of the concave radius, both the jet velocity and the maximum jet height decrease significantly with increasing relative humidity. This behavior is attributed to the increase in interparticle adhesion and agglomeration caused by moisture absorption, which reduces the flowability of the powder. Furthermore, it was found that an increase in the concave radius leads to a larger jet diameter, accompanied by decreases in both the jet velocity and the maximum jet height. These results suggest that the initial concave geometry is related to the amount of energy dissipation associated with surface flow of the powder during jet formation.

１．緒言

粉体は，医薬品や化粧品などをはじめ，様々な分野で利用されており，重要な材料系として広く位置付けられている．特に微粒子材料を扱う際には，粉体の流動性を理解することは，原料の供給，混合，成形，充填といった各工程の安定性を制御する上で重要である．そのため，粉体の流動性制御に関する研究も活発に行われており，粒径や形状，粉体間の相互作用が粉体の性質を大きく左右することが明らかにされている [1]．

粉体の相互作用は，ファンデルワールス力，静電気力，液架橋力などによって支配される．特に高湿度環境下では，吸湿により付着性が増大し，不均一な凝集が生じやすくなることが知られている．また粉体の材料特性によっても挙動は大きく異なり，特に粉体の凝集・付着性は環境変化に対して即時に均一化せず，材料特性に応じた緩和時間を伴う [2]．そのため，粉体粒子の吸湿状態に関する周辺環境への適応有無については，個別的なその場評価が重要になると考えられる．粉体の凝集・付着性の評価には，走査型電子顕微鏡（SEM）や原子間力顕微鏡（AFM），粉体レオメータ（FT4）などの精密測定装置が用いられてきた [3-4]．これらは高い測定結果を有するが，大型でありその場観察に適した手法とは呼べない．また，砂山の角度から評価を行う安息角手法 [5]は，簡易的ではあるが，高湿度であるほど測定誤差が大きく，また多量の試料を必要とするため，少量粉体の評価には不向きである．このことから，多量の試料粉体を必要とせず，粉体の吸湿状態を高精度にその場評価が可能な手法の検討が必要である．

本研究では，撃力によって粉体をジェットとして射出する手法に着目し，その挙動の変化を通した粉体の流動性評価手法の確立に向けた検討を行った．本手法は充填した粉体を金属床材に自由落下させ，その衝撃力によって，ジェットを射出させるものである．これまでに，この手法を用いて粉体をジェットとして射出可能であることを報告し，生成されるジェットの再現性および制御性が高いことを示した [6]．本研究では上記手法を用いて，特に湿度環境変化および初期表面形状変化に対するジェット挙動を，ジェットの形状や速度，到達高さなどを指標に評価を行い，初期の凹面形状とエネルギー散逸量についても検討を行った結果について報告する．

２．実験方法・解析

本実験における実験の模式図を Fig. 1 に示す．実験はホウケイ酸ガラス製の試験管（外径 30 mm，内径 27 mm）を用いて内部の粉体挙動を詳細に観察できるようにした．試験管は金属フックを取り付けたシリコンキャップで密閉し，電磁石を用いて試験管全体を静止させる．その後，電磁石を切ることによって試験管を自由落下させ，金属床材に衝突させることで撃力を付与した．試験管の落下高さ H は 10 mm – 110 mm の範囲で制御した．試験管内には粉体を試験管底部から高さ $L = 25$ mm まで充填し，粉体の初期充填率が変わらないように，実験開始前に試験管を複数回タッピングし，粉体層の高さが常に一定になるように調整した．

本手法でジェットを生成するには粉体表面に予め凹面形状を付与することが必要であり，表面が平らな場合ではジェットが生成されない．そのため，凹面形状は半径 $r = 5$ mm, 7.5 mm, 10.5 mm, 12 mm の半球形状とし，粉体表面から凹面深さ h は $r / h = 1$ となるように調整した．

ジェット生成過程は高速度カメラ（FASTCAM SA5, Photron Co.）を用い，撮影速度 30,000fps で記録した．各実験条件について 5 回測定を行い，得られたデータの平均値および標準偏差を代表値およびエラーバーとして用いた．

本研究では粉体粒子および実験環境の湿度条件を制御した．粉体は目標湿度と水分平衡に達するように，実験開始の 24 時間前から相対湿度 70 %，80 %，90 %に制御した湿度制御庫内に静置した．粉体質量を設定した相対湿度条件下で定期的に測定した結果，全ての条件において粉体の質量変化 Δm が 24 時間以上にわたり $\Delta m < 0.001$ g の条件に収束したことから，24 時間の静置で十分に平衡状態に達したと判断した．温度環境は 23℃で統一した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究で用いる粉体は，形状が均一で表面特性が制御しやすい球形のガラスビーズ（Fuji Manufacturing Co.）を用いた．本実験ではメーカーカタログ値を参考に粒径範囲 38〜53 μm（本文中では平均値として 45 μm として表記）のガラスビーズ（密度 2.5 g/cm^3）を採用した．これによって湿度変化による繊細な粒子間付着性の影響を評価した．

実験結果の解析にあたり，本研究では，試験管が金属床材に衝突した時刻（0 ms）における粉体表面を基準位置とし，衝突後 $\Delta t = 10$ ms までに飛翔したジェット先端と基準位置との距離 L_{jet}, ならびに衝突に伴って跳ね上がった試験管底部と金属床材との距離 ΔH を計測した．これらを用いて，平均ジェット速度 $V_{jet} = (L_{jet} - \Delta H)/\Delta t$ と定義することで評価を行った．

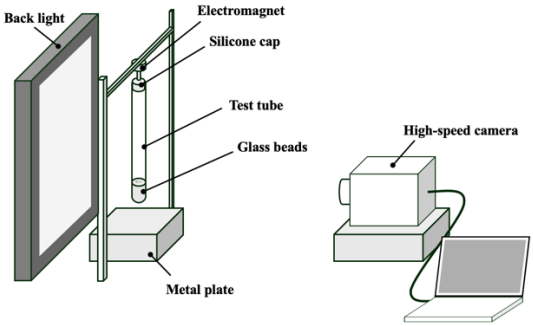


Fig. 1　Schematic diagrams of the experimental setup.

3．実験結果

粉体ジェットの射出挙動を Fig. 2 およびジェット速度解析結果を Fig. 3(a)に示す（ここで例として，凹面形状半径は r = 12 mm に関して示している）．Fig. 2 (a)~(c)の各湿度変化に対してジェット速度や到達距離に依存性が見られることがわかる．これは，吸湿による付着力および凝集性の増大により，粉体の流動性が低下し，与えられたエネルギーの散逸が増大するためでもあると考えられる．さらに，湿度条件 70 %における凹面形状変化に対するジェット速度の変化を Fig. 3(b)に示す．同湿度条件であることから，粉体の流動性は同一であるが，凹面形状が変化することによって，生成されるジェット速度も変化することが明らかとなった．また，ジェット径は凹面半径が増加することで太くなり，ジェット速度と最大到達距離は次第に低下することも明らかになった．湿度増加に対しても，いずれの凹面半径形状においても，Fig. 3(a)と同様にジェット速度および最高到達距離が顕著に低下することが明らかになった．これらの結果より，初期の凹面形状がジェット生成時に粉体の表面流動において発生するエネルギー散逸量に関連していることが示唆された．

4．おわりに

本研究では，相対湿度 70–90 %の環境下において，粒子の付着・凝集性および初期凹面形状が粉体ジェットの動的挙動に及ぼす影響を調査した．その結果，いずれの凹面半径においても，相対湿度の上昇に伴いジェット速度と最高飛翔距離が低下した．これは吸湿により粒子間付着力と凝集性が増大し，粉体の流動性低下とエネルギー散逸の増大を引き起こすためと考えられる．さらに，同一撃力条件下でも凹面半径の増加によりジェット速度と最高飛翔距離が低下することが示され，崩壊・流動に関与する粉体量の増加に伴う粒子間衝突・摩擦によるエネルギー散逸の増大が示唆された．

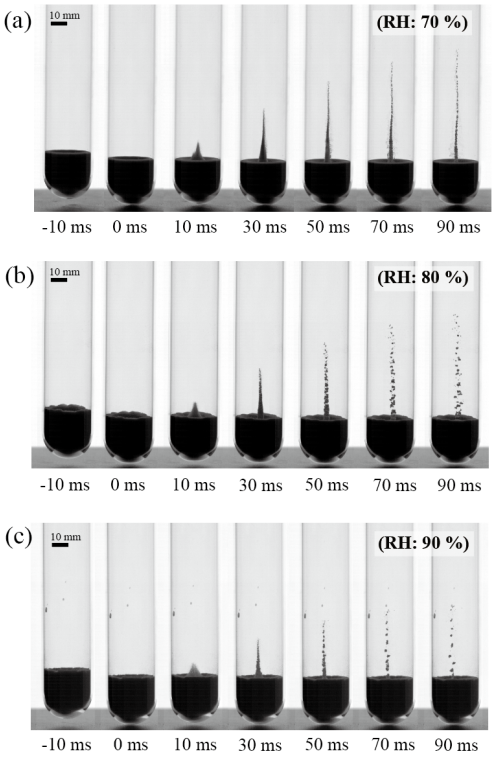


Fig. 2　Representative jetting behaviors for r = 12 mm under relative humidities of 70–90 %.

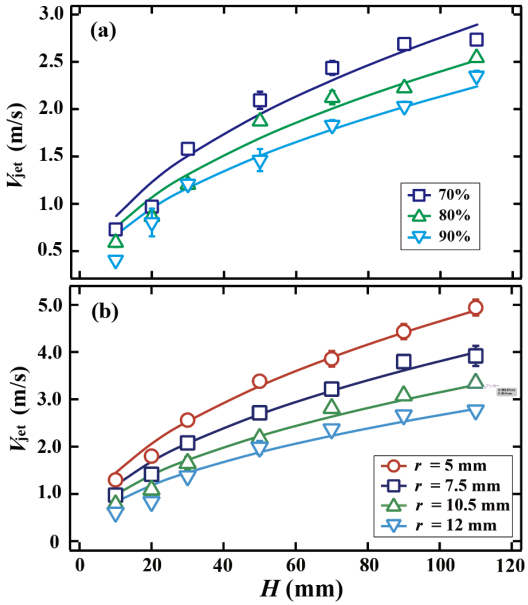


Fig. 3　Jet velocity as a function of drop height H: (a) for r = 12 mm at relative humidities of 70%, 80%, and 90%; (b) for different concave radii at 70% relative humidity.

参考文献

1) J. Duran, “Sands, Powders and Grains”, Springer Science & Business Media (2012).
2) F. Podczeck, J. M. Newton, *et al., Int. J. Pharm.* **149**, 2 (1997).
3) C. Hare, U. Zafar, *et al., Powder Technol.*, **285** (2015).
4) M. Paajanen, J. Katainen, *et al., J. Colloid Interface Sci*. **304**, 2 (2006).
5) H. M. B. Al-Hashemi and O. S. B. Al-Amoudi, *Powder Technol*. **330** (2018).
6) K. U. Kobayashi, K. Jinbo, *et al., Mater. Des*, **260**, 114951 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

位相シフトエリプソメトリ計測とスパースモデリングによるナノフルイド超拡張濡れの物理因子抽出

Extraction of physical factors in nanofluid superspreading wetting via phase-shifting ellipsometry and sparse modeling

庄司　衛太（東北大・工）　　深見　開（東北大・工）
Eita SHOJI, Tohoku University
Kai FUKAMI, Tohoku University
E-mail: eita.shoji@tohoku.ac.jp

Superspreading wetting of surfactant-free nanofluids defies standard theoretical explanations. This study employs a data-driven sparse modeling approach, PDE-FIND, to identify the governing equations of droplet dynamics directly from nanometer-scale spatiotemporal film-thickness profiles measured by phase-shifting ellipsometry. While the identified equation for a pure solvent recovers classical lubrication physics, the nanofluid dynamics necessitates a unique transport term. Our findings suggest that this term represents nanoparticle-induced capillary wicking, providing a mathematical signature for superspreading behavior.

１．はじめに

固体表面上の液滴の濡れ現象は、塗装、コーティング、潤滑、洗浄、相変化伝熱など、多岐にわたる工学プロセスにおいて重要な物理現象である。一般に、液滴の接触半径 R の時間変化 t は $R \propto t^{0.1}$ に従うことが知られており、これは Tanner 則 [1]と呼ばれる。しかし、特定の液滴においては、この時間指数が 0.1 を上回り拡張する超拡張濡れ現象が報告されている。界面活性剤水溶液で初めて観測 [2]されたこの濡れ現象は、その発見から半世紀以上が経過しているが、そのメカニズム、特に気液界面の表面張力勾配（マランゴニ効果）や液滴内の溶質ナノ構造がどのように寄与しているかについては、依然として議論が続いている [3]。

さらに著者らは、界面活性剤を含まないナノ粒子分散系（ナノフルイド）においても、超拡張濡れが発生することを見出した [4]。ナノフルイドの特性評価の結果、この現象は界面活性剤水溶液で議論されてきた従来メカニズムだけでなく、接触線近傍液膜内での構造的分離圧、あるいは液体の非ニュートン特性でも説明できないことが示された。この未解明ダイナミクスを解明するため、本研究ではナノメートルからマイクロメートルの厚さスケールで計測された高精度な時空間膜厚プロファイルに対し、データ駆動型スパースモデリング（PDE-FIND [5]）を適用した。これにより、ナノフルイドの超拡張濡れを支配する未知の支配方程式を抽出し、その物理的解釈を試みることを目的とする [6]。

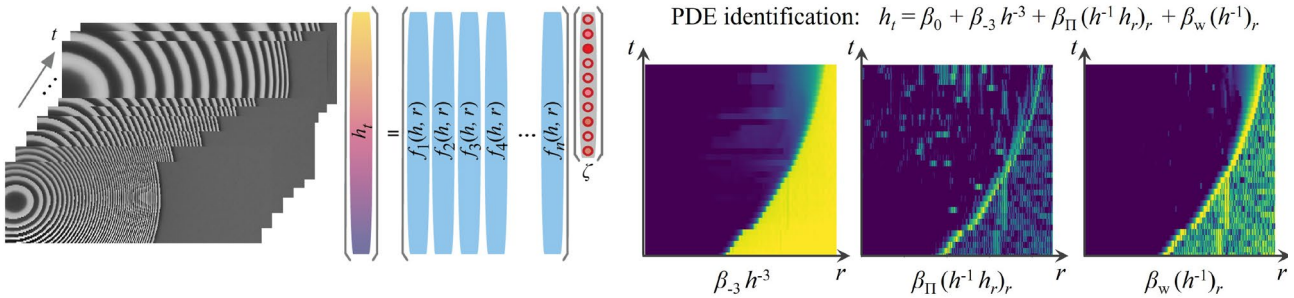
２．実験および解析手法

Figure 1 に本研究の概要を示す。本アプローチでは、計測された膜厚分布に対し PDE-FIND を適用することで、支配方程式の同定とその右辺各項の寄与を分解して評価することが可能である。本稿では、同定された方程式とその係数の物理的妥当性の検証に焦点を絞り、各項の時空間分布の詳細な議論については割愛する。

試料には、純液体としてノルマルヘプタン、およびナノフルイドとしてノルマルヘプタン中にデカン酸修飾 CeO_2 ナノ粒子（平均粒径 5.8 nm）[7]を 5 wt%分散させた液体を用いた。当該ナノ粒子は表面が高密度の有機分子で修飾されており、界面活性剤なしで安定分散する。これにより、界面活性剤の影響を排除し、流動や濡れへのナノ粒子そのものの寄与を純粋な評価が可能となる。

Figure 2 に実験系の概略を示す。基板上に滴下された各液滴の液膜厚さの時空間分布 $h(r, t)$は、位相シフトエリプソメータ [8]を用いてナノメートルオーダーの分解能で計測した。基板には平滑 Si 基板を用いた。また、大気開放環境下では、ノルマルヘプタンは容易に蒸発し、毛管流やマランゴニ対流といった液滴内流動が生じる [9]。純粋な濡れ現象を観測するために、ベース液体で飽和させた密閉セル内で計測を行うことで、液体蒸発の影響を最小限とした。

膜厚の時空間分布データ $h(r, t)$から支配方程式を抽出するため、スパースモデリングアルゴリズムである PDE-FIND を適用した。先行研究 [4, 9]において、接触線近傍のナ



i. Data curation from from the ellipsometer　　ii. Sparse dynamical modeling　　iii. Data-driven decomposition for liquid film thickness $h(r, t)$

Fig. 1 Overview of the present analysis.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

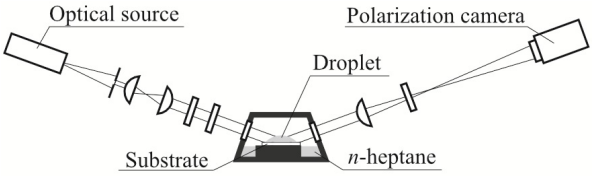


Fig. 2 Experimental setup.

ノメートル厚さ領域の挙動の重要性が示されたため、本研究では当該領域について解析を行った。具体的には、ライブラリ行列$\boldsymbol{\Theta}(h)$には、従来の潤滑理論に基づく表面張力項hh_{rrr}や分離圧項$(h^{-1}h_r)_r$、蒸発項に加え、ナノ粒子輸送の影響を想定したhの項（$h^{-1}{}_r, h^{-2}{}_r$など）を広く含めた。結果として得られるライブラリ行列は次で表される。

$$\boldsymbol{\Theta}(h) = \left[1, h^{-3}, \left(h^{-1}h_r\right)_r, \left(h^{-1}\right)_r, \left(h^{-2}\right)_r, \cdots, h^{-1}h_r\right] \quad (1)$$

ライブラリ行列が定義されると、反復最適化を通じてライブラリ内の各項目の係数が求められる。

$$\boldsymbol{\beta}^* = \mathrm{argmin}_{\beta}\|\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{H}_t\|_2 + \alpha\|\boldsymbol{\beta}\|_1 \quad (2)$$

ここで$(\cdot)^*$は最適化された変数を表す。係数の決定には、計算負荷を抑えつつスパースな解を効率的に探索可能な逐次しきい値最小二乗法[10]を用い、候補項の中から実験データを記述する支配的な項のみを抽出した。

３．結果および考察

抽出された支配方程式の妥当性を検証するため、比較対象となる標準的な薄膜潤滑理論の式を定義する。平面状の薄膜流体における高さの時間変化h_tは、以下で表される。

$$h_t = -\frac{1}{\rho_l}(j_0 + \Lambda p) + \left(\frac{h^3}{3\mu}p_r\right)_r \quad (3)$$

ρ_lは液体の密度、μは粘度、j_0は一様な蒸発流束、pは圧力、Λは圧力依存の蒸発係数である。圧力pには、分離圧$\Pi(h) = -A/(6\pi h^3)$と毛管圧σh_{rr}を考える（A：Hamaker定数、σ：表面張力）。ただし、本研究の解析対象であるナノメートルスケールの液膜領域では、毛管圧σh_{rr}よりも分離圧$\Pi(h)$が支配的となる。

純液体およびナノフルイドのそれぞれについて、PDE-FINDにより同定された支配方程式を以下に示す。

・純液体

$$h_t = -4.29\times10^{-16} - 5.18\times10^{-31}h^{-3} - 2.68\times10^{-19}\left(h^{-1}h_r\right)_r \quad (4)$$

・ナノフルイド

$$h_t = -8.23\times10^{-16} - 1.17\times10^{-31}h^{-3} - 7.26\times10^{-19}\left(h^{-1}h_r\right)_r + 2.63\times10^{-19}\left(h^{-1}\right)_r \quad (5)$$

純液体およびナノフルイドの両方程式において、従来の潤滑理論と整合する各項、すなわち定数蒸発項β_0、圧力由来の蒸発項$\beta_{-3}h^{-3}$および分離圧流束項$\beta_\Pi(h^{-1}h_r)_r$が同定された。一方、ナノフルイドにおいては、これらに加えて新しい輸送項$\beta_w(h^{-1})_r$が抽出された。次に、これら係数βが物理的に妥当なオーダーであるかを検証する。

・定数蒸発項β_0

蒸発による一様な膜厚減少$-j_0/\rho_l$に対応する。$O(10^{-16})$ m/sは実験時間10^4 sを通して膜厚変化が10^{-12} m程度であることを意味する。本系では蒸発抑制環境としていることから、妥当なオーダーであると考える。

・$\beta_{-3}h^{-3}$項

分離圧による局所的な蒸発効果を表す。係数β^{-3}に対して、Hertz-Knudsenの式[11]から見積った有効凝縮係数は$\alpha \sim 10^{-2}$であった。これは蒸気拡散抵抗や粒子による表面被覆を考慮すると、妥当なオーダーである。

・$\beta_\Pi(h^{-1}h_r)_r$項

分離圧勾配を駆動力とする輸送を表す。同定された係数β_Πは、ノルマルヘプタンの粘度μおよびLifshitz理論によるHamaker定数$A \sim 10^{-21}$–10^{-20} Jから見積もられる理論範囲$O(10^{-19}$–$10^{-18})$ m^3/sと良好に一致しており、本項についても物理的妥当性が裏付けられた。

・$\beta_w(h^{-1})_r$項

ナノフルイドにおいてのみ抽出された本項は、粒子存在下でのみ発現する特有の輸送メカニズムを示唆する。一つの物理的解釈として、接触線近傍の粒子堆積層によるウィック作用を想定すると、ダルシーの法則から理論吸引量$O(10^{-19}$–$10^{-16})$ m^3/sが見積もられる。同定された係数は同オーダーであり、粒子誘起の構造的効果が超拡張濡れの駆動源である可能性を示す結果となった。

４．おわりに

本研究では、時空間膜厚分布の高精度データとデータ駆動型アプローチを組み合わせることで、ナノフルイドの超拡張濡れを記述する支配方程式の導出を試みた。結果、純溶媒では従来の潤滑理論と整合する項が同定され、手法の物理的妥当性が確認された。さらにナノフルイドにおいては、超拡張を駆動する要因として、新たな輸送項が特定された。これら成果は、複雑流体の未知の濡れダイナミクス解明における本アプローチの有効性を実証するものである。

参考文献

1. L. H. Tanner: The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces. J. Phys. D: Appl. Phys., 12, pp.1473, 1979.
2. E. G. Schwarz,W. G. Reid: Surface-active agents-their behavior and industrial use. Ind. Eng. Chem., 56, pp.26-31, 1964.
3. J. Venzmer: Superspreading – Has the mystery been unraveled? Adv. Colloid Interface Sci., 288, pp.102343-102343, 2021.
4. E. Shoji, A. Hoshino, T. Biwa, M. Kubo, T. Tsukada, T. Tomai,T. Adschiri: Superspreading wetting of nanofluid droplet laden with highly dispersed nanoparticles. Langmuir, 40, pp.26509-26516, 2024.
5. S. H. Rudy, S. L. Brunton, J. L. Proctor,J. N. Kutz: Data-driven discovery of partial differential equations. Science Advances, 3, pp.e1602614, 2017.
6. K. Fukami,E. Shoji: Data-driven sparse modeling and decomposition for superspreading-wetting dynamics of a droplet. arXiv preprint arXiv:2601.01776, 2026.
7. A. Yoko, Y. Omura, K. Ninomiya, M. Nishibori, T. Fujita, H. Kasai, E. Nishibori, N. Chiba, G. Seong, T. Tomai,T. Adschiri: Fusion Growth and Extraordinary Distortion of Ultrasmall Metal Oxide Nanoparticles. Journal of the American Chemical Society, 146, pp.16324-16331, 2024.
8. E. Shoji, A. Komiya, J. Okajima, M. Kubo,T. Tsukada: Three-step phase-shifting imaging ellipsometry to measure nanofilm thickness profiles. Opt. Lasers Eng., 112, pp.145-150, 2019.
9. E. Shoji, T. Saito, T. Biwa, M. Kubo, T. Tsukada, T. Tomai,T. Adschiri: Transitions in intra-droplet flow and wetting governing nanoparticle deposition patterns in inkjet-printed nanofluids. J. Colloid Interface Sci., 699, pp.138246, 2025.
10. S. L. Brunton, J. L. Proctor,J. N. Kutz: Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems. Proceedings of the National Academy of Sciences, 113, pp.3932-3937, 2016.
11. A. Oron, S. H. Davis,S. G. Bankoff: Long-scale evolution of thin liquid films. Rev. Mod. Phys., 69, pp.931-980, 1997.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

2026年5月17日(日) 13:20 ~ 14:35 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (3)

座長:庄司 衛太(東北大学)

13:20 ~ 13:35

[25011] 回転円板上での液膜に形成されるRivulets挙動に関する数値的研究

*川口 祐司[1]、石丸 瑛[2]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、松田 健[1,2]、松井 則政[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学、2. SCREENホールディングス)

13:35 ~ 13:50

[25012] ピエゾ駆動型伸長レオメーターにおける極低濃度高分子溶液の伸長挙動に関する数値計算

*石川 大貴[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学)

13:50 ~ 14:05

[25013] ステントリトリーバーの引き抜き過程における模擬血管内応力場の定量評価を目的とした高速度光弾性計測システムの開発

*六厩 賢星[1]、武藤 真和[1]、小林 和也[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学 大学院、2. 日本工業大学 大学院)

14:05 ~ 14:20

[25014] 濡れた粉体円柱の自重による崩壊条件の定量評価理論

*井上 隆介[1]、大槻 道夫[2,1] (1. 大阪大学、2. 島根大学)

14:20 ~ 14:35

[25015] 付着力を持つ粉体のジャミング転移

*大槻 道夫[1]、吉井 究[2]、水野 英如[3] (1. 島根大学、2. 東京理科大学、3. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

回転円板上での液膜に形成される Rivulets 挙動に関する数値的研究
Numerical study on rivulet dynamics in a liquid film on a rotating disk

川口　祐司（名工大院）　石丸　瑛（SCREEN HD）　仁村　友洋（名工大院）　武藤　真和（名工大院）
松田　健（名工大院，SCREEN HD）　松井　則政（SCREEN HD）　玉野　真司（名工大院）
Yuji KAWAGUCHI, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Akira ISHIMARU, SCREEN HD
Tomohiro NIMURA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Takeshi MATSUDA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, SCREEN HD
Norimasa MATSUI, SCREEN HD
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: y.kawaguchi.805@stn.nitech.ac.jp

In this study, the behavior of rivulets formed during the spreading of a liquid film on a rotating disk is reproduced through numerical simulations. By incorporating a dynamic contact angle model, the accuracy of the simulated spreading behavior of the liquid film is significantly improved. Comparison with the corresponding experimental results suggests that rivulets formed during the spreading process may originate from circumferential variations in the liquid film thickness.

1．はじめに

半導体製造における半導体ウエハーの表面処理の過程では，ウエハー表面上に金属微粒子等の異物が付着することが知られている [1]．そのような異物がウエハー表面上に残ると，半導体の性能が低下する．そのため，異物を除去する「洗浄」が繰り返されており，ウエハー洗浄は全製造工程の 3 割を占めるとされている [2]．

近年では，「枚葉式洗浄」と呼ばれる洗浄方法が広く用いられている [2]．枚葉式洗浄では，回転するウエハーの中心にノズルから液体を供給し，ウエハー表面上に液膜流れを形成することで，ウエハー表面上の異物を除去する．異物の除去力を向上させるためには，ウエハー表面上の液膜流れを制御する必要があり，液膜流れの流動メカニズムの解明が求められる．

本研究では，回転ウエハー表面上の液膜流れを数値計算で再現し，その流動メカニズムを解明することを目指す．具体的には，液膜が回転ウエハー表面上を濡れ拡がる過程で放射状に分裂して形成される筋状液流 [3] (rivulets) の挙動を，「動的接触角モデル」を用いた数値計算で再現する．対応する実験結果との比較により，動的接触角モデルの有効性を確認し，rivulets の形成メカニズムを調査する．

2．計算手法および計算条件

本研究では，OpenFOAM®に標準搭載されている気液二相流ソルバーおよび独自に実装した動的接触角モデルを用いた．流体運動は，質量保存則 (式(1)) および運動量保存則 (式(2)) により記述される．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{U}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (\rho \boldsymbol{U})}{\partial t} + \rho \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{U}\boldsymbol{U}) + 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{U} + \rho \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r} = -\boldsymbol{\nabla} p + \mu \boldsymbol{\nabla}^2 \boldsymbol{U} + \boldsymbol{F} \tag{2}$$

ここで，ρ は密度，t は時間，$\boldsymbol{U}$ は速度ベクトル，$\boldsymbol{\Omega}$ は回転角速度ベクトル，$\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，p は圧力，μ は粘性係数，$\boldsymbol{F}$ は体積力である．運動量保存則 (式(2)) の左辺第 4 項および第 5 項はコリオリ力および遠心力であり，回転の効果を再現する．また，気液界面の捕獲には，volume-of-fluid(VOF) 法 [4]を用いた．VOF 法での密度 ρ および粘性係数 μ は，気体，液体の密度 ρ_G，ρ_L および気体，液体の粘性係数 μ_G，μ_L を用いて，式(3)および式(4)で表される．

$$\rho = \rho_G (1 - \alpha) + \rho_L \alpha \tag{3}$$

$$\mu = \mu_G (1 - \alpha) + \mu_L \alpha \tag{4}$$

α は計算メッシュに占める液体の体積比 (液体率) である．さらに，体積力 $\boldsymbol{F}$ は式(5)で表される．

$$\boldsymbol{F} = \rho \boldsymbol{g} + \sigma \kappa \boldsymbol{\nabla} \alpha \tag{5}$$

式(5)の右辺第 1 項は流体に作用する重力であり，$\boldsymbol{g}$は重力加速度である．右辺第 2 項は気液界面に作用する表面張力を continuum surface force (CSF) モデル [5]によりモデル化したものであり，σ は表面張力係数，κ は界面曲率である．

本数値計算で用いた計算領域およびメッシュを Fig. 1 に示す．計算領域の中心角は 90º とした．ノズルから流量 Q で液体を供給し，回転角速度 Ω で回転するウエハー表面を液膜が濡れ拡がる挙動を再現した．ウエハーの半径 R は 150 mm，ウエハー表面の静的接触角 θ_0 は 5.2º とした．ウエハー表面近傍には，境界層の計算精度を向上するためにレイヤーメッシュを用いた．壁面に最も近いメッシュの z 方向厚さは 14 μm とし，z 方

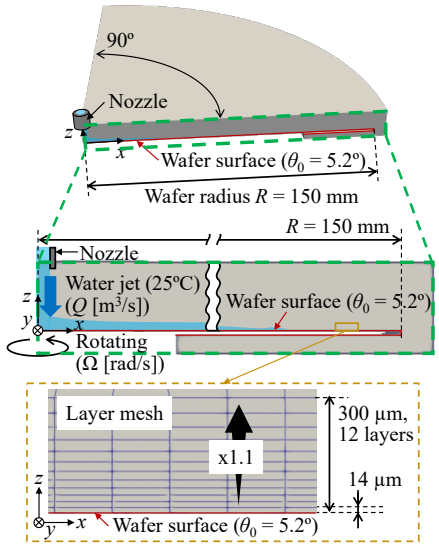


Fig. 1 Schematic diagram of computational domain and mesh.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Physical properties and numerical conditions.

Gas	Air (25ºC)
Density ρ_G [kg/m^3]	1.2
Viscosity μ_G [Pa·s]	1.8×10^{-5}
Liquid	Water (25ºC)
Density ρ_L [kg/m^3]	1.0×10^{3}
Viscosity μ_L [Pa·s]	8.9×10^{-4}
Surface tension σ [N/m]	7.2×10^{-2}
Liquid flow rate Q [m^3/s]	1.667×10^{-5}
Wafer angular velocity Ω [rad/s]	104.7

向のメッシュ厚さ拡大率は 1.1 倍に設定して，レイヤーメッシュの厚みの合計が 300 μm となるようにレイヤーメッシュを生成した．気体・液体の種類や物性値，液体の流量 Q，およびウエハーの回転角速度 Ω を Table 1 に示す．

ウエハー表面上での濡れ拡がり挙動において，液膜の動的接触角 θ_d はその濡れ拡がり速度 U_C に応じて変化する [6]．本数値計算では，ウエハー表面での θ_d と U_C の関係を再現するため，Kistler[7]が提案した動的接触角モデル (Kistler モデル，式(6)および式(7)) を用いた．

$$\theta_d = f_H\left\{\frac{\mu U_C}{\sigma} + f_H^{-1}(\theta_a)\right\} \tag{6}$$

$$f_H(x) = \arccos\left[1 - 2\tanh\left\{5.16\left(\frac{x}{1+1.31x^{0.99}}\right)^{0.706}\right\}\right] \tag{7}$$

ここで，$f_H^{-1}(x)$ は $f_H(x)$ の逆関数である．Kistler モデルでは，モデルパラメータとして液体が固体表面上を濡れ拡がり始める瞬間の θ_d (すなわち，前進接触角 θ_a) を用いる．静的接触角 $\theta_0 \approx 5$º のウエハー表面において，動的接触角 θ_d を実験的に計測し，$\theta_a = 10$º を得た．Kistler モデルにより計算される θ_d と U_C の関係を Fig. 2 に示す．Figure 2 に示すように，$\theta_d = \theta_a$ を与えることで $U_C > 0$ における θ_d が計算される．Kistler モデルにより，θ_d が U_C によって変化し，式(5)の気液界面曲率 κ および液体率 α の勾配$\nabla\alpha$ の計算を通して，θ_d の変化が数値計算結果に反映される．本研究では，動的接触角モデルおよび静的接触角モデル (静的接触角 θ_0 一定) を用いた数値計算を実施した．

3．計算結果および考察

静的接触角モデル，動的接触角モデルを用いた数値計算および対応する実験 [8]における濡れ拡がり挙動を Fig. 3 に示す．数値計算結果 (Figs. 3(a), (b)) において，灰色の部分はウエハー表面を，コンターは液膜厚さを表す．また，実験結果 (Fig. 3(c)) において，暗い部分はウエハー表面を，明るい部分は液膜を表す．数値計算結果および実験結果ともに，液膜がウエハー表面を濡れ拡がる過程で形成される rivulets が見て取れる．動的接触角モデルを用いた場合 (Fig. 3(b)) は，静的接触角モデルを用いた場合 (Fig. 3(a)) より

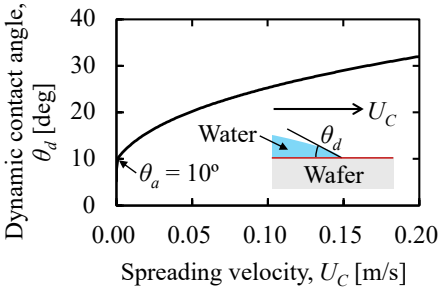


Fig. 2 Relationship between the dynamic contact angle θ_d and the spreading velocity U_C on the wafer surface calculated by Kistler model (Eqs. (6) and (7)).

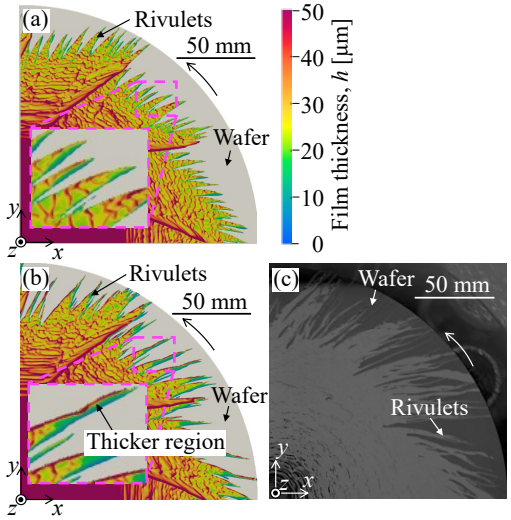


Fig. 3 Comparison of spreading behavior between simulations and experiment at $Q = 1.667\times10^{-5}$ m^3/s and Ω = 104.7 rad/s: (a) static contact angle model (static contact angle $\theta_0 = 5.2$º), (b) dynamic contact angle model (Kistler model, $\theta_0 = 5.2$º, advancing contact angle $\theta_a = 10$º), and (c) experimental result[8] ($\theta_0 \approx 5$º, $\theta_a \approx 10$º).

も rivulets が大きく伸長し，実験結果 (Fig. 3(c)) の再現性が向上している．また，静的接触角モデルを用いた場合には，rivulets における液膜厚さがほぼ一様であるのに対して，動的接触角モデルを用いた場合には，rivulets の液膜厚さの周方向変化が大きいことがわかる．よって，rivulets の液膜厚さの変化が rivulets の伸長を促進させると考えられる．

4．結言

本研究では，回転ウエハー表面上の液膜の濡れ拡がり挙動を数値計算で再現した．動的接触角モデルの適用により，実験で確認された濡れ拡がり挙動の再現性が向上することを示した．これは，濡れ拡がる過程で形成された rivulets の周方向の液膜厚さの変化に起因する可能性が示唆された．

参考文献

1) 服部毅: 先端半導体洗浄技術の課題と展望，表面技術，59, 8, pp. 526–533, 2008.
2) 真田俊之，神保佳典: 半導体製造工程における枚葉式洗浄技術，ながれ，42, 3, pp. 187–192, 2023.
3) A. S. Ylitalo, D. J. Walls, D. S. L. Mui, J. M. Frostad, and G. G. Fuller: Spreading of rinsing liquids across a horizontal rotating substrate, Phys. Fluids, 31, 082104, 2019.
4) C. W. Hirt and B. D. Nichols: Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, J. Comput. Phys., 39, 1, pp. 201–225, 1981.
5) J. U. Brackbill, D. B. Kothe, and C. Zemach: A continuum method for modeling surface tension, J. Comput. Phys., 100, 2, pp. 335–354, 1992.
6) K. Yokoi, D. Vadillo, J. Hinch, and I. Hutchings: Numerical studies of the influence of the dynamic contact angle on a drop impacting on a dry surface, Phys. Fluids, 21, 072102, 2009.
7) S. F. Kistler: Hydrodynamics of wetting, Wettability, 6, pp. 311–430, 1993.
8) A. Ishimaru, S. Aihara, T. Matsuda, M. Muto, S. Tamano, and N. Matsui: Numerical and experimental investigation of atomized droplets ejected from the edge of a rotating disk, Proceedings of ICFD2025, 22, pp. 422–425, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ピエゾ駆動型伸長レオメーターにおける極低濃度高分子溶液の伸長挙動に関する数値計算

Numerical Simulation of Extensional Behavior of Extremely Dilute Polymer Solutions in Piezo-Driven Extensional Rheometer

石川　大貴（名工大院）　仁村　友洋（名工大院）　武藤　真和（名工大院）　玉野　真司（名工大院）
Haruki ISHIKAWA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Tomohiro NIMURA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: h.ishikawa.667@stn.nitech.ac.jp

This study numerically investigates the extensional behavior of extremely dilute polymer solutions at two different concentrations in a piezo-driven extensional rheometer equipped with a drop-on-demand (DOD) head, using OpenFOAM with the VOF method and the FENE-P model. The higher polymer concentration promotes filament extension and suppresses the satellite droplet formation, whereas lower concentration leads to earlier breakup and the formation of beads-on-a-string structures.

１．緒言

インクジェット技術は非接触で吐出量を精密制御できる印刷手法であり，紙媒体への印刷に留まらず幅広い分野で利用されている．インクジェットでは，吐出された液体が伸長して細長い液柱 (フィラメント) を形成し，その後分裂して液滴が形成される．フィラメントの伸長挙動は液滴形成に影響を及ぼし，印刷品質に寄与するため，伸長メカニズムの理解および液滴形成の制御が求められている．

フィラメントの伸長挙動は，液体の物性や吐出条件によって変化する．特に，高分子の添加により，フィラメントの分裂が遅延し，副次液滴 (サテライト液滴) の形成が抑制されることが報告されている [1]．伸長特性の評価には伸長レオメーターである CaBER[2]や DoS[3]等が用いられてきたが，これらの手法はインクに代表される数 mPa·s 程度の低粘度液体への適用が困難であった．著者らの研究室では，drop-on-demand (DOD) ヘッドを搭載した「ピエゾ駆動型伸長レオメーター」を提案し，実際のインクジェットに近い吐出条件での液体の伸長特性評価を実現した [1]．しかし，低粘度液体の伸長メカニズムは十分に解明されていない．

本研究では，代表的な高分子である polyethylene oxide (PEO) の希薄水溶液を対象に，ピエゾ駆動型伸長レオメーターの数値計算を実施する．数値計算結果と実験結果との比較を通して，低粘度液体のフィラメントの伸長メカニズムおよびその溶液濃度依存性を評価する．

２．計算条件

本研究では，OpenFOAM®および RheoTool®を用いて粘弾性流体の気液二相流計算を行った．気液界面の捕獲には VOF 法を用い，粘弾性流体の再現には FENE-P モデルを採用した．モデルパラメータ L^2 (高分子の最大伸長の程度を表すパラメータ) は先行研究 [3]に基づき $L^2 = 3720$ とした．

計算領域には，ノズルからの一軸伸長流を仮定した 2 次元軸対称モデルを用い，ノズル半径 $R_0 = 20$ μm とした．対象流体は分子量 1×10^6 g/mol の PEO 水溶液であり，水と同程度のゼロせん断粘度を有する極低濃度範囲 $c = 5.0\times10^{-5}$–5.0×10^{-3} wt.%を扱った．溶媒の粘度は $\eta_s = 1.0$ mPa·s とした．溶液の密度 $\rho_l = 998$ kg/m^3，表面張力 $\Gamma = 72$ mN/m，ゼロせん断粘度 $\eta_0 = 1.0$ mPa·s, および伸長緩和時間 $\lambda_{E,Exp} = 0.0236$–0.199 ms は実験値 [1]に基づいて設定した．

液体の吐出は，領域上部境界に時間依存の速度境界条件を与えて模擬した．ピエゾ駆動の入力速度波形は，実験 [1]の高速度撮影から得た液体体積の時間変化から逆算して設定された．

３．数値計算結果および考察

PEO 濃度 $c = 5.0\times10^{-5}$, 5.0×10^{-3} wt.% (極低濃度条件) における数値計算の時系列可視化結果を Fig. 1 に示す．図中の赤色は液相，青色は気相を示す．$c = 5.0\times10^{-3}$ wt.% (Fig. 1(b)) では，$c = 5.0\times10^{-5}$ wt.% (Fig. 1(a)) と比較してフィラメントが著しく伸長し，サテライト液滴の形成が抑制された．$c = 5.0\times10^{-5}$ wt.%ではノズル近傍で早期破断が生じ，液滴が数珠状に連結する beads-on-a-string (BOAS) 構造 [2]が形成された．これらの傾向は実験結果 [1]とも一致する．以上より，極低濃度溶液においても，高分子伸長に起因する粘弾性効果がフィラメント挙動に影響することが示された．

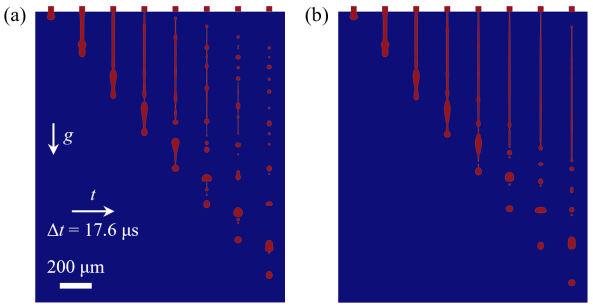


Fig.1 Temporal evlolution of filament dynamics for different concentrations c of (a) 5.0×10^{-5} wt.% and (b) 5.0×10^{-3} wt.%.

４．結言

本研究では，極低濃度 PEO 溶液を対象としたピエゾ駆動型伸長レオメーターにおけるフィラメント伸長挙動を数値計算により再現した．その濃度依存性を明らかにし，濃度の増加に伴うフィラメント伸長の促進およびサテライト液滴の抑制を再現した．これにより，吐出溶液の極低濃度領域における粘弾性効果の重要性を示した．

謝辞

本研究は，NEDO の官民による若手研究者発掘支援事業の補助を受けている．ここに記して感謝の意を表す．

参考文献

1) Matsuda, T. *et al.*: J. Non-Newtonian Fluid Mech., 341, 105422, 2025.
2) Clasen, C. *et al.*: J. Rheol., 50, 6, pp.849–881, 2006.
3) Dinic, J. *et al.*: Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., 116, 18, pp.8766–8774, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ステントリトリーバーの引き抜き過程における模擬血管内応力場の定量評価を目的とした高速度光弾性計測システムの開発

Development of High-Speed Photoelastic Measurement System for Quantitative Evaluation of Stress Fields during Stent Retriever Withdrawal in Vascular Phantom

六厩　賢星（名工大院）　武藤　真和（名工大院）　小林　和也（日工大院）　玉野　真司（名工大院）
Kensei MUMAI, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Kazuya KOBAYASHI, Graduate School of Engineering, Nippon Institute of Technology
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: k.mumai.676@stn.nitech.ac.jp

In this study, we have developed a synchronized measurement system combining a high-speed polarization camera and a load cell to simultaneously measure the phase retardation field and retrieval force during stent retriever withdrawal in a gel-based vascular phantom. The results showed that the phase retardation correlates with the retrieval force. Furthermore, the internal birefringence distribution of the vascular phantom was visualized by the reconstruction via the inverse Abel transformation.

1．緒言

脳梗塞に対する治療法の一つにステントリトリーバーを用いた血管内治療があるが [1]，一度の挿入・引き抜き操作で完全な血管再開通を達成することは困難である．その結果，複数回の操作が行われることで，血管壁には機械的接触および摩擦が作用し，合併症のリスクが増大する可能性が指摘されている [1]．我々は，ステントと血管壁の力学的相互作用の定量評価に向けて，応力可視化手法である高速度光弾性法 [2]に着目した．本手法では，高速度偏光カメラにより，応力負荷に生じる位相差を非定常に可視化する．位相差 δ は複屈折δnの光軸 (z 軸) 方向の積算量であり ($\delta = \int \delta n \mathrm{d}z$)，また，複屈折 δn と主応力差 σ_d の間には比例関係を示す応力光学則 ($\delta n = C\sigma_\mathrm{d}$) が成立する．

本研究では，模擬血管内においてステントの引き抜き操作を行い，その際の位相差場を高速度光弾性法により計測した．あわせて，引き抜き力を同期計測し，位相差との関係を調査した．さらに，位相差データに三次元再構成処理を施し，主応力差に比例する複屈折に変換することを試みた．以上より，引き抜き動作が血管壁に与える応力場の定量評価を行った．

2．実験方法

模擬血管は，内径 2 mm の直円管を有するゲル (ポリウレタン) 製の直方体流路である．模擬血管内部にステントリトリーバーを留置し，アクチュエータ (ZSHM6H040AZAC, オリエンタルモーター株式会社) により，引き抜き速度 10 mm/s で引き抜いた．ステントには，ステント径 3 mm の SFR4-3-40-10 (Solitaire X, メドトロニック株式会社) を使用した．引き抜き力は，ロードセルおよびロードセルアンプ (eDPU-5N および eFA-Plus 2, イマダ株式会社) を用いて計測した．高速度光弾性計測には高速度偏光カメラ (PI-5WP, 株式会社フォトニックラティス) および円偏光光源を用い，撮影条件は，フレームレート 60 fps, シャッター速度 1/60 s, 画素数 848 × 680 pixels, 空間解像度 46 μm/pixel とした．

3．実験結果

ステントの引き抜き時に得られた，位相差および主軸方位 (主応力方向) の分布画像を Fig. 1(a) に示す．カラーコンターが位相差を，黒線が主軸方位を表している．引き抜きの進行に伴い，位相差は応力集中部の位置変化に追従し，当該位置における主軸方位が±45 度に近づく傾向が確認された．このことから，モールの応力円理論 [2]より，せん断応力成分が支配的となることが示唆された．また，ステントが模擬血管から引き抜かれる過程において，位相差および引き抜き力はいずれも減少する傾向が確認された．この結果より，両者の対応関係が示された．

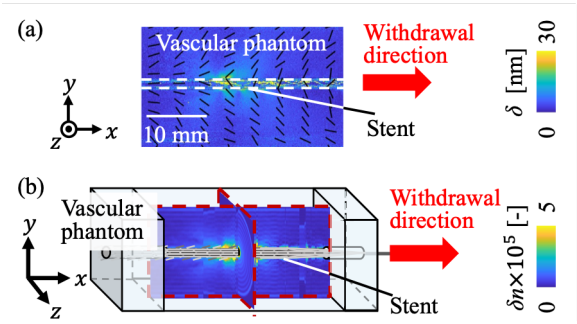


Fig. 1 (a) Phase retardation and principal axis fields during stent retriever withdrawal in a vascular phantom, and (b) birefringence distribution reconstructed by the inverse Abel transformation.

Fig. 1(b)では，位相差および主軸方位の計測データに逆アーベル変換を適用して再構成した複屈折分布の可視化結果を示す．複屈折の集中部は位相差の集中部と一致した．応力光学則より，複屈折分布は主応力差分布に比例すると考えられるが，本結果の妥当性の検証については今後の課題とする．

4．結言

ステントを模擬血管から引き抜く際に生じる応力 (位相差) 分布と引き抜き力の同期計測システムを，高速度偏光カメラとロードセルを用いて構築し，両者の関係を調査した．結果として，位相差が引き抜き力に対応すること，せん断応力成分が支配的であることが示された．さらに，計測データに三次元再構成処理を施し，模擬血管内の三次元複屈折分布を可視化した．

5．謝辞

本実験装置の一部提供に対し，名古屋市立大学脳神経外科の西川祐介講師と名古屋工業大学の前川覚准教授に感謝する．

6．参考文献

1) Campbell, B. C. V. *et al.*: Ischaemic Stroke, Nature Reviews Disease Primers, 5, 1, pp. 1–22, 2019.
2) 武藤真和, 他: 感圧ゲル内部のせん断応力場の可視化に向けた高速度光弾性法の開発, 日本機械学会論文集, 91, 942, pp. 1–17, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

濡れた粉体円柱の自重による崩壊条件の定量評価理論
A Quantitative Evaluation Theory for Collapse Conditions of Wet Granular Columns under Gravity

井上　隆介（大阪大・基礎工）　　大槻　道夫（島根大・総合理工，大阪大・基礎工）
Ryusuke INOUE, The University of Osaka
Michio OTSUKI, Shimane University
E-mail: r_inoue@fm.me.es.osaka-u.ac.jp

Wet granular columns collapse under their own weight when their height exceeds a critical height H_c. We performed numerical simulations of wet granular columns to examine the dependence of the critical height H_c on various parameters. The critical height H_c is proportional to inverse of the particle diameter $1/d$ which is consistent with the theoretical prediction based on the Mohr-Coulomb yield criterion.

１．緒言

砂や粉などの粉体に少量の液体を添加すると，粒子間に液架橋が形成されて粒子間に引力がはたらくことにより凝集性を獲得する [1]．このような凝集性により，濡れた粉体を成形することで，砂の城に代表されるような複雑な形状の構造物を作ることができる [1]．これらの構造物は条件によっては自重で崩壊することが知られている [2]．このような構造物の崩壊は，粉体粒子の直径dなどの物性値に依存することが予想されるが，これらの物性値をもとに崩壊条件を記述する理論は未だに確立されていない．

本研究では，濡れた粉体で構成された円柱形状の構造物が自重で崩壊する臨界高さH_cに着目し，離散要素法を用いた数値計算を実行することでH_cを計測した．粒子直径dをパラメータにとった数値計算を行うことで，H_cのdに対する依存性を調べた．さらに，円柱内部の応力場に着目した理論解析を行うことで，H_cを理論的に予測し，数値計算の結果と比較することで妥当性を検証した．

２．数値計算手法

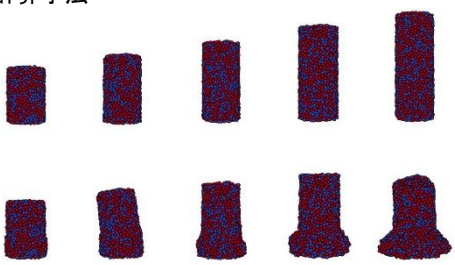


Fig. 1 The snapshots of wet granular columns with various heights H. (a) represents the initial states, and (b) represents the finite states.

我々は，離散要素法を用いることで濡れた粉体の数値計算を実行した．離散要素法では各粒子間の接触で生じる弾性力と減衰力をばねとダンパでモデル化して計算することで，系の挙動を計算する．本研究では先行研究にならい，粒子間に生じる液架橋力を粒子間距離に依存する相互作用力として取り入れる [3]．

Fig. 1 (a)のように円筒容器を模したポテンシャル壁内部に粉体粒子を堆積させて圧縮することで円柱形状の構造物を成形する．その後，円筒容器を取り除くことで水平面上に円柱を静置し，Fig. 1 (b)に見られるような重力による変形を観察する．

３．結果

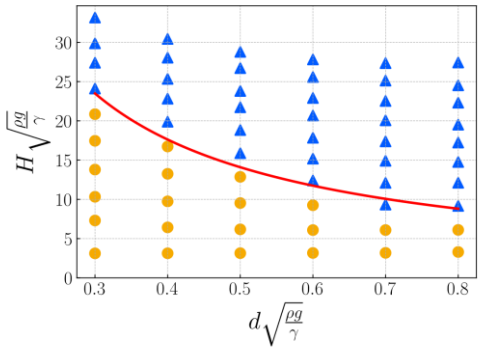


Fig. 2 Phase diagram for the stability of a wet granular column on the plane of d and H. Circles and triangle represent stable and unstable, respectively. A solid line represents the theoretical prediction of critical height H_c.

粒子直径dと円柱の初期高さHをパラメータにとり，様々な条件での安定性を調べた結果を Fig. 2 に示す．それぞれのdにおいて崩壊が生じる臨界高さH_cが存在しており，dの増加に伴ってH_cが減少していることが確認できる．

４．理論解析

本研究では，円柱の内部応力場がモールクーロンの破壊基準によって与えられる降伏条件を超える際に崩壊が生じると仮定し，理論解析によって臨界高さH_cを定量的に予測した．Fig. 2 にその理論予測を実線で示した．その結果，数値的に求めたH_cと理論予測が定量的に一致することが明らかになった．

５．結言

数値計算結果と理論予測が定量的に一致したことから，我々が行った理論解析の妥当性が検証された．講演では粒子の摩擦係数μや円柱半径Rについても検証を行った結果についても報告する．

参考文献

1) S. Herminghaus: Dynamics of wet granular matter, Adv. in Phys., 54, pp.221-261, 2005.
2) M. Pakpour et al.: How to construct the perfect sandcastle, Sci. Rep., 2, 549, 2012.
3) G. Lian et al.: A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies, J. Coll. Interf. Sci., 161, pp.138-147, 1993.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

付着力を持つ粉体のジャミング転移
Jamming transition of cohesive granular materials

大槻　道夫（島根大・総理）　　吉井　究（東理大・先進工）　　水野　英如（東大・総文）
Michio OTSUKI, Shimane University
Kiwamu YOSHII, Tokyo University of Science
Hideyuki MIZUNO, The University of Tokyo
E-mail: otsuki@riko.shimane-u.ac.jp

We numerically and theoretically investigate the elasticity of a cohesive granular material near the jamming transition. Discrete element method simulations reveal pronounced hysteresis: the shear modulus measured at a given pressure depends on the loading protocol. Based on effective medium theory, we analytically derive an expression for the shear modulus. The theory indicates that the hysteresis originates from the breakdown of marginal stability, which is known to hold for granular materials interacting only through repulsive forces. The theoretical predictions are quantitatively confirmed by numerical simulations.

１．はじめに

粉体などのマクロ粒子集合体では，充填率ϕの増大によって剛性が現れるジャミング転移が発生する．このようなジャミング系では，剛性率Gを充填率ϕ の関数としてみると，同じϕでも生成過程（圧縮・膨張）により Gが異なる履歴依存性が現れる．しかし，粒子間に単純な斥力のみが働く理想的な系では，Gを充填率ϕではなく圧力 pの関数として整理すると，この見かけの履歴依存性が消え，普遍的なスケーリング則が成立することが知られている [1]．このスケーリング則の起源は，粒子配置の安定性に関する Marginal stability にあると理論的に示されている [2]．

しかし，上記の結果は斥力粒子系だけで確認されており，液架橋による引力相互作用などの付着力を持つ粒子で発生するジャミング転移にも適用できるかは未解明であった．本研究では，単純な引力相互作用を付与した粒子系のシミュレーションを行い，その結果を斥力粒子系で発展している Effective Medium Theory の拡張によって検討した．

２．手法

我々は離散要素法を用いて，３次元の直径dの摩擦のない付着力を持った粉体に対して，充填率ϕを徐々に増大させて系を圧縮した後に，再び充填率ϕを減少させることで系を膨張させるシミュレーションを実行した．特に付着力については，粒子間の相対距離に対して区分線形的な依存性を持つ簡略化したモデルを採用した [3]．この計算で，それぞれの過程の各状態における剛性率G，圧力 p，接触点数Zを測定する．

３．剛性率の履歴依存性

Fig. 1 には付着力を持つ粒子系における，圧縮過程と膨張過程での剛性率Gを$p^{1/2}$の関数として示した．斥力粒子系の場合，剛性率Gは圧縮過程と膨張過程で同じ値を取り，圧力pに対して$G \propto p^{1/2}$というスケーリング則が成立する．しかし，Fig. 1 は付着力を持つ粒子において，そのような単純なpに対するスケーリング則が破れ，同じpの状態であっても圧縮過程と膨張過程においてGの値が異なるという履歴依存性が発生していることを示している．また，斥力粒子系ではGだけでなく，粒子の接触点数Zについても別のスケーリング則が成立するが，付着力を持つ粒子においてはその法則も破れる．

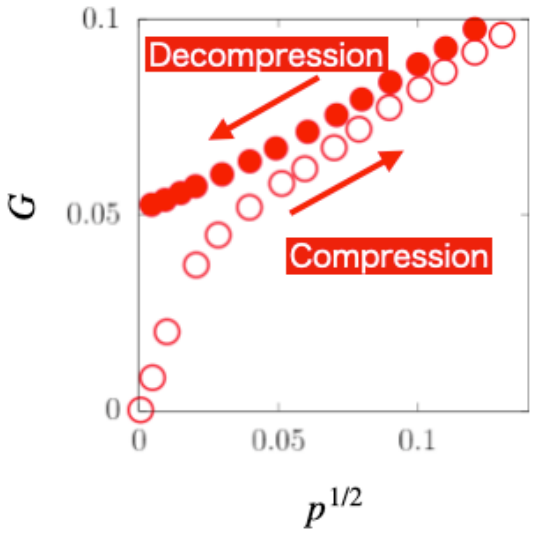


Fig. 1 Shear modulus G as a function of $p^{1/2}$. The open and closed symbols represent the compression and decompression processes, respectively.

４．Effective Medium Theory

Fig. 1 に示したスケーリング則の破れを解析するために，Effective Medium Theory[2]を付着力を持つ粒子系に拡張し，剛性率Gの理論的な計算を行った．設定に幾つかの違いはあるが，実効的には斥力粒子系と同様に剛性率GがpとZの関数として

$$G(Z,p) = G_0(Z)\left(1+\sqrt{\frac{p-p_c(Z)}{p_c(Z)}}\right) \quad (1)$$

と書けることを解析的に導出した．ここで，$G_0(Z)$はEを定数として

$$G_0(Z) = E\,(Z - Z_{\mathrm{iso}}) \quad (2)$$

で与えられる bare な剛性率である．ここでZ_{iso}は剛性が発生するのに必要な接触点数Zの最小値である．また，$p_c(Z)$は粒子配置の安定性に関する臨界圧力で，Πを定数として

$$p_c(Z) = \Pi(Z - Z_{\mathrm{iso}})^2 \quad (3)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で与えられる．

斥力粒子系では Marginal stability によって$p = p_c(Z)$が成立し，圧力pと接触点数Zの間に 1 対 1 の対応関係が成立する．そのため，式(2)と(3)を$p = p_c(Z)$と併せて式(1)に代入することで，斥力粒子でよく知られている$G \propto p^{\frac{1}{2}}$の圧力$p$のみによるスケーリング則が導出される．しかし，付着粒子系に関しては Marginal stability は検証されておらず，圧力に関する不等式$p < p_c(Z)$のように Marginal stability が破れる可能性がある．その場合，剛性率をpのみの単純な関数で表すことができなくなり，指定したpにおいても接触点数Zの値の違いで剛性率に履歴依存性が発生しても良いことが理論的に予言される．また，不等式$p < p_c(Z)$が成立する場合，式(1)と併せて$G > G_0(Z)$のように剛性率Gが bare な剛性率$G_0(Z)$とずれて大きくなることも予言される．

6．理論の検証

我々は上記の Effective medium theory の理論的な予言を検証するために，まず付着力を持つ粒子系における Marginal stability の破れを検証した．Fig. 2 には付着粒子における圧力pの$Z - Z_{\mathrm{iso}}$に対する依存性を示している．実線は式(3)で与えられる臨界圧力$p_c(Z)$を表している．この図で圧力pが常に臨界圧力$p_c(Z)$の下にあることから，$p = p_c(Z)$で与えられる Marginal stability の条件が確かに破れて$p < p_c(Z)$となっていることが示されている．

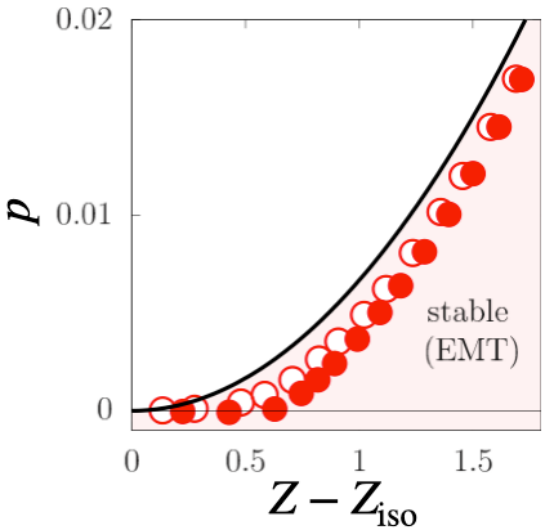


Fig. 2 Pressure p as a function of $Z - Z_{\mathrm{iso}}$. The solid line represents the critical pressure $p_c(Z)$.

また，Effective medium theory と Marginal stability の破れから導かれる bare な剛性率の破れである$G > G_0(Z)$を検証するために，Fig. 3 に付着粒子における剛性率Gの$Z - Z_{\mathrm{iso}}$に対する依存性を示している．実線は式(2)で与えられる bare な剛性率$G_0(Z)$を表している．この図で剛性率Gが実線の上にあることから，$G > G_0(Z)$が確かに成立していることがわかる．

さらに，Effective medium theory の理論式である式(1)自体の成立を独立に検証するために，その式を変形して以下の一般化スケーリング則を導出した．

$$\frac{G - G_0(Z)}{G_0(Z)} = \sqrt{\frac{p - p_c(Z)}{p_c(Z)}} \qquad (4)$$

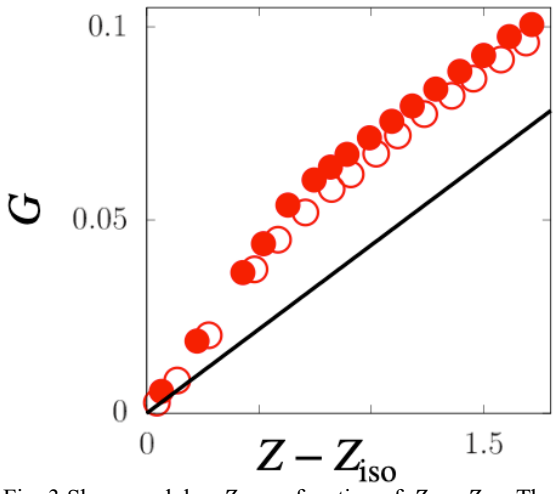


Fig. 3 Shear modulus Z as a function of $Z - Z_{\mathrm{iso}}$. The solid line represents the bare shear modulus $G_0(Z)$.

この式の左辺は bare な剛性率からのずれを表しており，右辺は Marginal stability の破れを表している．Fig. 4 には付着粒子における式(4)に基づいたスケーリングプロットを示している．数値計算により得られたデータ点が，ごく少数の点を除いて式(4)で与えられる実線と重なっていることから，Effective medium theory の解析結果である式(1)自体も付着力を持つ粒子系において成立することを確認した．

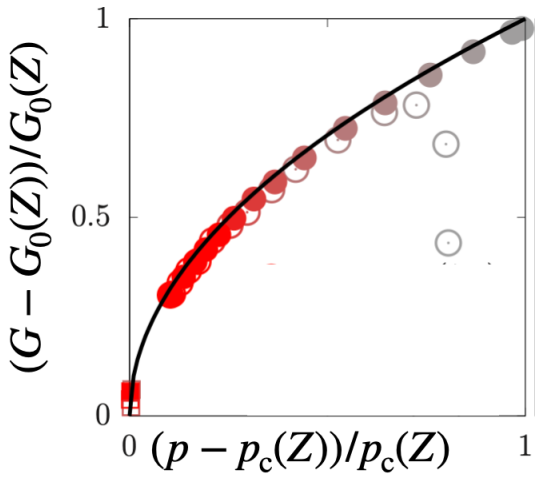


Fig. 4 Scaling plot based on Eq. (4). Open and closed circles represent the compression and decompression processes, respectively. The solid line represents Eq. (4).

これらの結果を合わせると，Fig. 1 に示した付着力を持つ粒子系でのスケーリング則の破れは，Marginal stability の破れが原因であると結論づけられる．講演では理論や数値計算の結果についてさらに詳細な報告を行う予定である．

参考文献

1) T. Kawasaki and K. Miyazaki, Phys. Rev. Lett. **132**, 268201 (2024).
2) H. Mizuno and A. Ikeda, EPL **148**, 36001 (2024).
3) D. J. Koeze and B. P. Tighe, Phys. Rev. Lett. **121**, 188002 (2018).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 15:45 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (1)

座長:崎野 良比呂(近畿大学)

14:45 ~ 15:00

[25016] 飛翔体衝突を受けるナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性に関する実験的研究

*別府 万寿博[1]、内山 拓也[1]、長友 法樹[2]、木村 辰也[3]、原田 智嘉[4]、小浪 岳治[4] (1. 防衛大学校、2. AOB&DAVINCI、3. 日本ランテック、4. 岡三リビック)

15:00 ~ 15:15

[25017] 爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する数値解析的検討

*チンミン チエン[1]、永射 響[1]、別府 万寿博[1] (1. 防衛大学校)

15:15 ~ 15:30

[25018] 揚重部材落下時の斜め衝突を対象とした鉄筋コンクリート床スラブの損傷予測手法の研究

*藤井 晴寛[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

15:30 ~ 15:45

[25019] 火災時の高温状態下におけるRCスラブへの実大落下衝突実験及びFEM解析に関する研究

*中西 卓都[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受けるナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性に関する実験的研究

Experimental Study on Impact-resistance of Nylon Fiber Reinforced Concrete Plates Subjected to Projectile Impact

別府　万寿博（防衛大・建設）　内山　拓也（防衛大・理工）　長友法樹（AOB&DAVINCI）
木村辰也（日本ランテック）　原田智嘉（岡三リビック）　小浪岳治（岡三リビック）
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Takuya UCHIYAMA, National Defense Academy
Houjyu NAGATOMO, AOB & DAVINCI Intl.
Tatsuya KIMURA, Japan Landcare Technologies
Tomoyoshi HARADA, Okasan Livic
Takeharu KONAMI, Okasan Livic
E-mail: beppu@nda.ac.jp

This study experimentally investigated impact resistant performance of nylon fiber reinforced concrete plates subjected to a projectile impact. Nylon fibers with 12mm and 36mm were mixed with conventional concrete at volumetric percentages of 0.15 and 0.30 %, respectively. Impact test revealed that the nylon fiber reinforced concrete plate exhibited high impact resistance against the projectile impact.

１．緒言

飛翔体が高速でコンクリート部材へ衝突すると，表面破壊･貫入, 裏面剥離および貫通などの局部破壊が発生する．これまでに，鋼および合成繊維をコンクリートへ混入した繊維補強コンクリートを適用する研究が行われており [1]，繊維補強コンクリートは高い耐衝撃性を有していることが報告されている．既往の研究では，繊維混入率が 1.0%以上の材料が多く，施工性を考慮すると繊維混入率がより低い繊維補強コンクリートの開発や性能評価が望まれる．本研究は，接触爆発に対して高い耐爆性が確認されているナイロン繊維補強コンクリート板 [2]に対する飛翔体の衝突実験を行い，ナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性について検討を行ったものである．

２．実験の概要

Fig. 1 に，高圧空気式飛翔体発射装置の模式図を示す．本装置は空気圧縮器，エアチャンバー，発射管および速度計測センサーで構成されている．発射速度は空気圧を調節することによって，質量 50g～1000g の飛翔体を速度約 100～500m/s で発射することができる．飛翔体の衝突速度は，発射管に設置されたレーザー式速度計測センサーにより計測している．このセンサーは 2 箇所の飛翔体通過時間を検知し，その時間差から速度を求めるものである．

Fig.2 に，本実験で使用した飛翔体を示す．飛翔体の質量は 300g，先端形状は半球型であり，直径は 25mm，長さは 90mm である．コンクリート板試験体の寸法は縦 500mm，横 500mm，厚さ 80mm である．実験では，以下に示すナイロン繊維補強コンクリート板に対して衝突速度を約 130，140 および 150m/s に変化させて，板状試験体の耐衝撃性を調べた．

Table 1 に使用材料を，Fig. 3 にナイロン繊維の外観を示す．補強用繊維として用いたナイロン繊維は，アスペクト比が 800～1000 と非常に大きく，繊維分散性を向上させるための特殊な表面処理が施されたものである．ベースコンクリートは，設計基準強度 30MPa，目標スランプ 18cm の条件で調合設計した．ナイロン繊維の長さを 12mm および 36mm とし，繊維体積率をそれぞれ 0.15 および 0.30%の 2 水準で変化させた．混練には容量 55L の強制 2 軸攪拌型ミキサを用いた. ベースコンクリートの製造にあたっては，

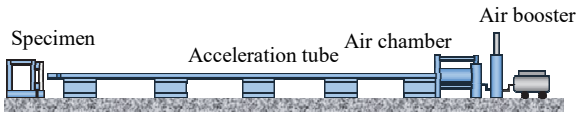


Fig. 1 Projectile launching apparatus

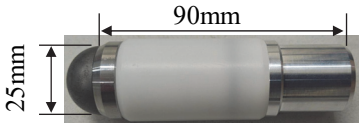


Fig. 2 Projectile

Table 1 Materials used in FRC

Cement	Normal Portland cement
Fine aggregate	Mountain sand and crushed sand Density in saturated surface dry condition: 2.70 g/cm^3, Water absorption: 2.32 % Maximum size: 2.5 mm, Finess modulus：2.57
Coarse aggregate	Crushed stone2005 Density in saturated surface dry condition:3.05 g/cm^3, Water absorption: 0.41 % Maximum size:20 mm , Solid volume percentage：57.1 %
Chemical admixture	High performance AE water reducing admixture Polycarboxylic acid-based ether compound
	Superplasticizer（Thickener single component） Polycarboxylic acid-based ether compound and detergent-based special thickener
Reinforced fiber	Nylon fiber Material: Nylon66, Density: 1.16 g/cm^3 Diameter×length: 12-15 μm×12 mm, 36 mm Tensile strength: 550 MPa, Young's modulus：4200 MPa

最初にセメントと骨材を 30 秒間空練りした後，水および高性能 AE 減水剤を投入して 90 秒間練り混ぜた．ベースコンクリートに流動化剤を添加して 90 秒間練り混ぜた後，繊維を投入して 3 分間練り混ぜた．無補強コンクリートの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧縮強度は 39N/mm^2 であった．繊維長 12mm のナイロン繊維補強コンクリートの圧縮強度は，繊維体積率 0.15%および0.30%に対してそれぞれ 33N/mm^2 および47N/mm^2 であった．繊維長 36mm のナイロン繊維補強コンクリートの圧縮強度は，繊維体積率 0.15%および 0.30%に対してそれぞれ 37N/mm^2 および 41N/mm^2 であった．

３．実験結果および考察

破壊モードについては，裏面において剥離片が飛散したケースを裏面剥離，剥離片が飛散しない限界状態を裏面剥離限界，剥離片が発生せず裏面に放射状のひび割れが生じている状態を裏面損傷とした．

Fig. 4 に破壊性状の一例として，衝突速度 140m/s のケースを示す．Fig. 4 (a)に示す無補強コンクリート板では，貫入深さ 30mm を伴う表面破壊が生じるとともに，明瞭な裏面剥離が生じた．また，試験体の表面および裏面ともに試験体中央から放射状のひび割れが発生した．裏面剥離の直径は約 240mm であり，裏面剥離深さは 30mm であった．

Fig. 4 (b)および(c)に示す繊維長 12mm のナイロン繊維補強コンクリート板では，繊維体積率 0.15%では表面破壊および裏面剥離が発生した．無補強コンクリート板で生じた放射状のひび割れについては，ナイロン繊維の架橋効果によって開口がやや抑制されていることがわかる．これは，以降のケースでも同じであった．繊維体積率 0.30%では，裏面剥離は発生しなかった．なお，貫入深さは，繊維体積率 0.15 および 0.30%でそれぞれ 28 および 30mm であり，無補強コンクリート板と同等であった．すなわち，繊維の混入が表面破壊へ与える影響は小さいが裏面剥離の抑制に効果があり，特に繊維体積率が大きいほど効果が高い結果となった．

Fig. 4 (d)および(e)に示す繊維長 36mm のナイロン繊維補強コンクリート板でも，繊維長 12mm のケースと同様の効果を示し，繊維体積率 0.15%では裏面剥離が生じ，繊維体積率 0.30%で裏面剥離を抑制した．繊維体積率 0.15 および 0.30%の貫入深さは，いずれも 27mm であった．

以上から，繊維混入率が 0.15 および 0.30%と非常に小さくても，ナイロン繊維を混入することで裏面剥離抑制に効果があることわかる．なお，衝突速度 130m/s のケースでは繊維長や繊維体積率の影響が明瞭ではない一方で，衝突速度 150m/s のケースでは繊維長 36mm の方が補強効果はやや高い結果を示しており，今後，これらのパラメータの影響については検討する必要がある．

４．結言

本研究は飛翔体の衝突実験を行い，繊維長が 12 および 36mm で，繊維体積率 0.15 および 0.30%のナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性について検討を行ったものである．実験の結果，比較的少量のナイロン短繊維で補強したコンクリート板でも高い衝撃性を示すことがわかった．

参考文献

1) 防衛施設学会，衝突作用を受ける構造物の局部破壊に関する評価ガイドライン，2018.
2) 米田ひかり，山口信，北村塔子，長友法樹，少量のナイロン繊維をあと添加したコンクリートの接触爆発に対する耐爆性能，日本コンクリート工学年次論文集，Vol.47，No.2，pp.751-756，2025.



Fig. 3 Appearance of Nylon short fibers

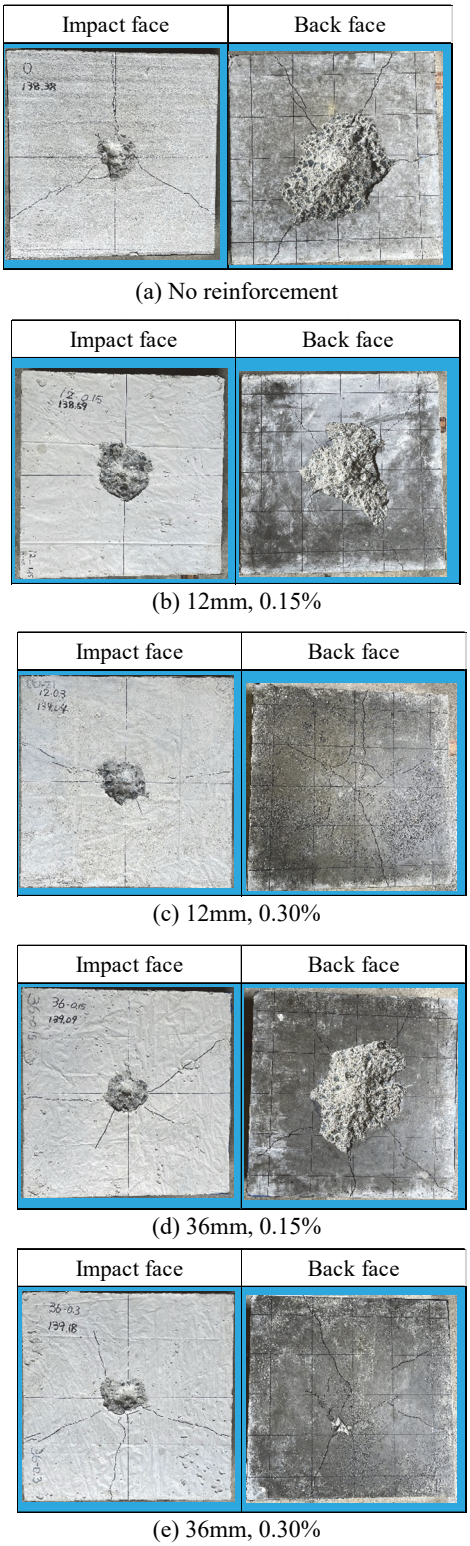


Fig. 4 Example of failure status at impact velocity of 140 m/s

爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する数値解析的検討
Numerical Investigation on the Blast Mitigation Effect of Honeycomb Panel

チン ミン チエン（防衛大・理工）　永射　響（防衛大・建設）　別府　万寿博（防衛大・建設）
Chien TRINH MINH, Hibiki NAGAI, Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
E-mail: beppu@nda.ac.jp

This study investigated the blast mitigation effect of the honeycomb panel by conducting numerical analysis. First, the behavior of a hexagonal honeycomb cell under compression was investigated. Then, the deflection of a four-side clamped SS400 plate under blast loading was investigated without and with a honeycomb panel combined with an upper plate. The deflection of the SS400 plate was significantly reduced by the honeycomb panel and the upper plate. Furthermore, to examine the mitigation effect by the upper plate of the honeycomb panel, an aluminum plate and a high-strength steel plate were compared. The honeycomb panel with the high-strength plate was more effective in blast mitigation than the aluminum plate.

1．緒言

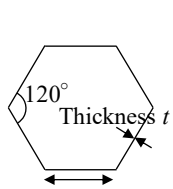
近年，爆破テロが多発しており，重要構造物における耐爆性能向上が課題となっている．爆発荷重に対する緩衝材として，軽量かつ比剛性が高いハニカムパネルが広く利用されているが，爆風圧に対する変形挙動やエネルギー吸収メカニズムについては未解明な点が多い．既往の研究によると，等分布の爆風圧に対する構造部材の挙動に関する検討は行われているが，爆破テロのような不均一な圧力分布を考慮した検討は十分ではない．本研究は，爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果について数値解析的な検討を行ったものである．

2．ハニカムパネル基本構造の座屈挙動に関する検討

Fig.1 に，ハニカムパネルの概要を示す．ハニカムパネルの基本構造は幅 a，箔厚 t，高さ H の正六角柱であり，ハニカムセル（セル）と呼ばれる．ハニカムコア（コア）は複数のセルを連結したものであり，ハニカムパネル（パネル）はコアの上下部に平板を接合したものである．セルの圧縮挙動を確認するために数値解析ソフト ANSYS LS-DYNA（Version 4.11）を用いて一軸圧縮解析を行った．Fig.2 に，解析モデルの概要を示す．本解析は幅 11mm，箔厚 0.076mm，高さ 50mm のセルを対象とした．コアが圧縮される際，各セルが隣接するセルに拘束されることを考慮し，六角形断面の角部に幅 5.5mm の板を接合し，その自由辺において対称面の境界条件を設定した．セル上下部に寸法 36mm×36mm，厚み 2mm の板を接合した．セルおよび上下板はアルミニウムと設定し，ヤング係数 71GPa，ポアソン比 0.33，降伏応力 190MPa の弾塑性体とした．セルは格子寸法 0.59mm のシェル要素，上下板は格子寸法 12mm のソリッド要素でモデル化した．下部板の全自由度を固定し，上部板を下方向に速度 0.9m/s を与え，動的な一軸圧縮解析を行った．

Fig.3 に，時刻 1，25，50ms におけるセルの変形性状を示す．時刻 1ms ではセル上下部においてセルの各面が折り畳まれる局部座屈挙動を示すことがわかる．この際，座屈領域の幅（等価座屈長）は約 5.6mm であった．時刻 25ms において塑性ヒンジが高さ方向に複数発生し，セルが座屈している様子が確認できる．この際，セルの角辺にひずみが集中した．座屈が終了した時刻 50ms において，セル全体が圧縮され，全体的に塑性化していることがわかる．

解析モデルの妥当性を検証するために座屈応力を弾性および塑性理論と比較した．弾性座屈限界応力 σ_e は幅 a，厚み t のセルの一面に対して，次式により求まる [1]．



(a) Cell suface　(b) Honeycomb cell

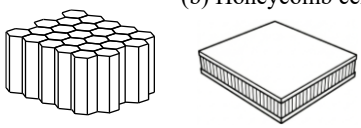

(c) Honeycomb core (d) Honeycomb panel

Fig.1 Outline of a honeycomb panel

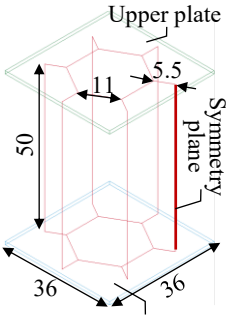


Fig.2 Outline of the compression model (Unit: mm)

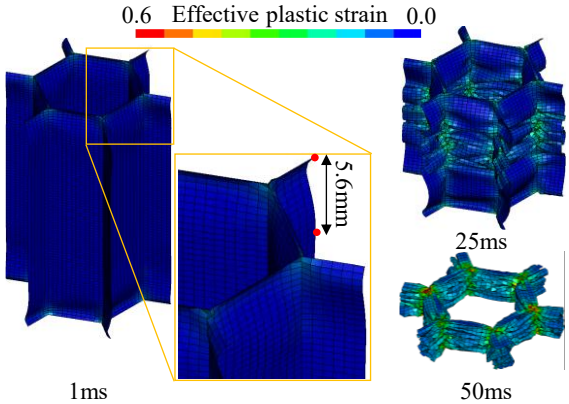


Fig.3 Deformation of honeycomb cell under compression

$$\sigma_e = k\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{a}\right)^2 \tag{1}$$

ここに，E はヤング係数，ν はポアソン比，k は座屈係数である．

セルが座屈する過程において内側および外側に同時に折り畳まれ，発生する塑性ヒンジのみでエネルギーを吸収すると仮定する．これにより塑性座屈限界応力 σ_p は次式で求まる [2]．

$$\sigma_p = \frac{3\pi}{8}\sigma_y\left(\frac{t}{d}\right) \tag{2}$$

ここに，σ_y は降伏応力，d は座屈領域の幅である．

セルと下部板の接触力から求まる応力－変位関係を理論値と比較して Fig.4 に示す．なお，座屈領域の幅は数値解析の結果を参照して 5.6mm と設定した．座屈係数 k は一般

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

的に 4 とされるが，セルの幾何学的な非線形性および境界条件によって変化する可能性が考えられる．そこで，k=3 の場合も参考値として示している．図から，応力が最初に最大値に達した際の座屈限界応力は弾性と塑性座屈限界応力の間にあることがわかる．座屈限界応力に達した後，応力は低下し，一定値を示す座屈棚や座屈終了後，セル全体が圧縮され，応力が増加することがわかる．

3．爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する検討

Fig.5 に，前章で示した単位セルに基づいて作成したパネルの概要を示す．起爆点を中心に寸法 200mm×200mm の 1/4 モデルを対象とした．モデルではパネルの下にパネルと同寸法の SS400 鋼板を，パネルの上に 6.7mm アルミニウム板（アルミ板）または 6.3mm の高強度鋼板（高強度板）を設置した．対称性を考慮するため，XZ および YZ 平面に対称面の境界条件を設定した．SS400 鋼板の自由辺に全自由度固定の境界条件を設置した．また，コアの自己接触，各層間の面接触を設定した．SS400 鋼板および上部板の平面内の要素寸法は 1.5mm とした．アルミ板の物性値はセルと同様である．SS400 鋼板はヤング係数 200GPa，ポアソン比 0.3，降伏応力 323MPa のものであり，ひずみ速度効果を考慮するために Johnson-Cook の降伏基準を適用した．高強度板はヤング係数 200GPa，ポアソン比 0.3，降伏応力 793MPa の弾塑性体である．数値解析は SS400 鋼板のみの場合（ケース 1），パネルおよびアルミ板を設置した場合（ケース 2），パネルおよび高強度板を設置した場合（ケース 3）を検討した．爆発荷重を考慮するため，爆薬量および起爆点からの離隔距離を用いて爆風圧特性を算出できるソフト CONWEP[3]を用いた．各ケースの起爆条件は，TNT 爆薬量 151g，起爆点からモデルの最上面までの離隔距離を 50mm とした．

Fig.6 に各ケースの最上面および断面の変形性状を示す．解析結果から，ケース 1，2 および 3 では，SS400 鋼板に約 64.3，2.0 および 0.25mm の最大残留たわみが生じ，パネルを設置することにより，SS400 鋼板のたわみを 97～99%低減する緩衝効果が確認された．また，ケース 2 と比べて，ケース 3 の最大たわみが 87.5%小さく，非常に高い緩衝効果が得られた．パネルがない場合，SS400 が局部的に変形していることがわかる．一方で，パネルとアルミ板を設置した場合，アルミ板中央に局部的な領域に変形が生じ，パネルの中央には局部的な座屈が発生している．パネルと高強度板を設置した場合，高強度板の変形はアルミ板より小さく，パネルには全体的な座屈が発生している．アルミ板の場合，中央部が大きく座屈することによってコアの座屈終了後に大きい応力が発生し，SS400 鋼板に座屈応力より大きい荷重が作用した．一方，高強度板の場合，パネル全体に荷重が分散され，パネルの座屈領域が小さく，座屈応力が SS400 鋼板に作用したと考えられる．これにより，高強度板を用いた場合に緩衝効果が高くなったと考えられる．

4．結言

本研究は，爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果について数値解析的な検討を行った．ハニカムパネルおよびアルミニウム板または高強度鋼板を設置した場合，SS400 鋼板の残留たわみが 97～99%低下した．高強度板を設置した場合，爆発荷重が分散され，ハニカムパネルが全体的に座屈することにより，高い緩衝効果を示すことがわかった．

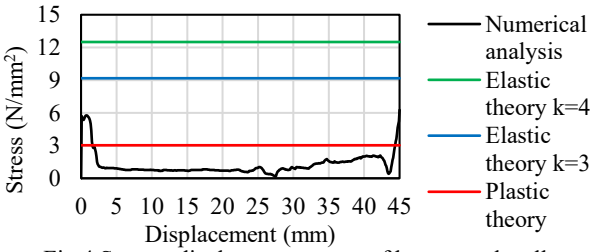


Fig.4 Stress - displacement curve of honeycomb cell

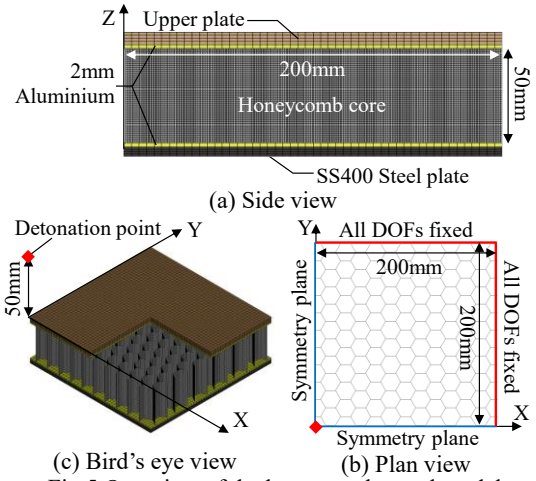


Fig.5 Overview of the honeycomb panel model

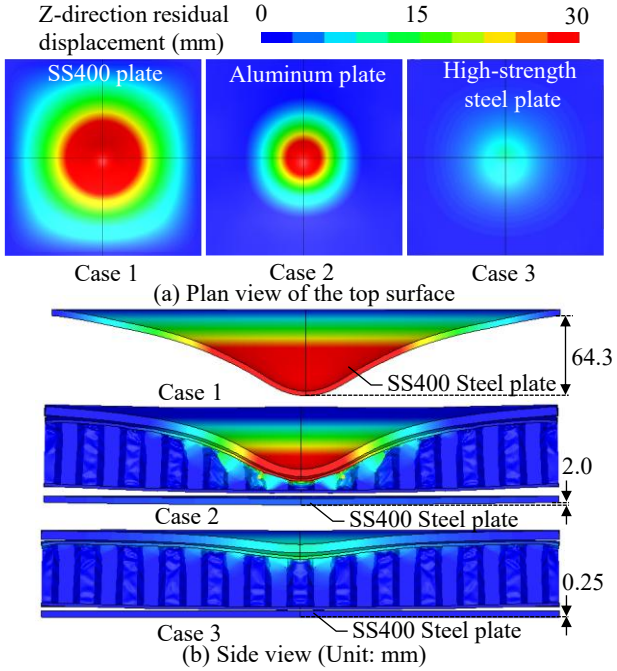


Fig.6 Residual displacement contour in Z-direction

参考文献

1) S.P. Timoshenko and J.M. Gere: Theory of elastic stability, Courier Corporation, 2012.
2) L. Guoxing and T.X. Yu: Energy absorption of structures and materials, Elsevier, 2003.
3) H.W. Hyde: User's guide for microcomputer program CONWEP, Instruction report SL-88-1, Department of the Army, 1988.

謝辞

本研究の一部は，JSPS 科研費 24K01141 および 24K21664 の助成を受けたものです．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

揚重部材落下時の斜め衝突を対象とした鉄筋コンクリート床スラブの損傷予測手法の研究

Study on a Damage Prediction Method for Reinforced Concrete Floor Slabs Subjected to Oblique Impact of Accidentally Falling Objects During Construction

藤井　晴寛（神戸大・工）　　水島　靖典（神戸大・工）
Haruhiro FUJII, Kobe University
Yasunori MIZUSHIMA, Kobe University
2224043t@stu.kobe-u.ac.jp

This study aims to develop a damage prediction method for reinforced concrete (RC) floor slabs subjected to oblique impact caused by falling lifted members. Previous research has demonstrated that damage under vertical drop impact can be predicted using the empirical Degen formula. To apply the Degen formula to oblique impact, it is necessary to define an equivalent parameter that represents the impact severity of oblique impact in terms of an equivalent vertical drop condition. In this study, equivalent mass and velocity, which predominantly contribute to damage, were identified through theoretical investigations and numerical analysis.

1. はじめに

建築現場における揚重中の部材が落下し下部スラブに衝突した場合，スラブを貫通すればスラブ下の人員に危害を加える可能性がある．RC スラブの損傷予測に関して，水島らは建築現場における衝突について部材の鉛直落下を想定した実大実験 [1),2)]を行った．ただし，実際の揚重物の落下時挙動を考慮すると，二本のケーブルによる固定のうち片方が外れることにより，残存するケーブルは上部の拘束点を，部材はケーブルとの固定点をそれぞれ回転中心とした振り子運動をなし，部材は斜めに衝突すると考えられる．なお，飛来方向が斜めである衝突研究 [3)]もいくつか存在するが，衝突物の直線運動により衝突する実験であり，本研究で考慮する挙動とは異なる．本研究では揚重部材の衝突挙動を斜め衝突と呼び，この挙動を考慮した損傷予測方法を構築する．

本研究は，水島らの衝突研究 [1),2)]により損傷予測が可能であることが示された既往の実験式の一つである Degen 式 [4)]において質量と速さがパラメータであることを踏まえ，質量と速さについて斜め衝突における衝突規模を鉛直落下で表現可能な等価なパラメータを記述することを目的とする．本研究では損傷の程度が質量と速さの積である力積に依存すると仮定し，理論解の導出および数値解析により斜め衝突時の力積を求め等価質量 M'および等価速さ V'の積を記述する．また個別にパラメータを記述するために，適当な分配率を決定し，斜め衝突時とその分配率における鉛直落下での損傷の比較を行う．

2. 等価パラメータの記述方法

以下では水島らにより作成された実大実験 [1),2)]を参照し，まず質量 9.5 t および長さ 5 m の衝突物における斜め衝突を対象とした検討を行う．

2. 1. 近似衝突の検討による力積の記述

Fig.1 のような本研究で想定する斜め衝突では力積の理論解が記述できないことを考慮して，ケーブルを排除した二つの簡易衝突による近似を検討し，その理論解を用いて力積を記述する．Fig.1 に示す斜め衝突を振り子衝突と定義し，Fig.2 のケーブル要素を排除して衝突物端部を常に固定した単純固定衝突と，Fig.3 に示す，振り子衝突においてケーブルが圧縮力を負担しないことを考慮して衝突直前に固定を解放する支持解放衝突の二つを近似衝突として導入する．以下では近似衝突における理論解の導出と，5 m の衝突物を用いた剛体モデルの数値解析結果が一致することを確認したのち，振り子衝突の数値解析結果と近似衝突の理論解を比較することで近似衝突を決定する．比較には，式(1)に示す鉛直落下時の力積I_{ver}を分母とした力積比αを導入する．

$$\alpha = I/I_{ver} \tag{1}$$

また，力積の値は落下高さに依存するため，本研究では式(2)に示す落下高さl'を衝突物長さlで割った落下高さ比sをパラメータとし，一般化を図る．

$$s = l'/l \tag{2}$$

それぞれの衝突状況を Fig.1 および Fig.2，Fig.3 に示し，単純固定衝突および支持解放衝突の力積比の理論解を導出する．力積比の分母となる鉛直落下時の力積I_{ver}は反発係数eを用いて式(3)のように記述でき，両衝突挙動における衝突直前の角速度Ωは式(4)に示す運動エネルギー保存則を解いて求めた．なお，iは端点まわりの慣性モーメントを表す．

$$I_{ver} = (e+1)mv = (e+1)m\sqrt{2gls} \tag{3}$$

$$mg \cdot \frac{ls}{2} = i \cdot \Omega^2 \tag{4}$$

単純固定衝突では，衝突前後で常に固定点を回転中心とするため，角運動量変化量Δωは$(e+1)\Omega$と記述できる．したがって，式(5)に示す A 点まわりの角運動量保存則を解いて，I_{pinned}は式(6)のように記述できる．

$$i \cdot \Delta\omega = I_{pinned} \cdot l\sqrt{1-s^2} \tag{5}$$

$$I_{pinned} = \frac{(e+1)m\sqrt{lgs}}{\sqrt{3(1-s^2)}} \tag{6}$$

力積比α_{pinned}を記述すると式(7)のようになる．

$$\alpha_{pinned}(s) = \frac{I_{pinned}}{I_{ver}} = \frac{1}{\sqrt{6(1-s^2)}} \tag{7}$$

次に支持解放衝突では，衝突直後に回転中心が重心となることに注意し，i_Gを重心まわりの慣性モーメント，ω_2を衝突直後の角速度，v_{G1}を衝突直前の重心速度，v_{G2}を衝突直後の重心速度，v_1を衝突直前の衝突点の速度，v_2を衝突直後の衝突点の速度，θを衝突時の剛体棒と剛体床のなす角と定義する．式(8)の重心周りの角運動量保存則，式(9)の衝突物の重心速度の運動量保存則，式(10)の反発の式を連立することで$I_{release}$を式(11)のように求められる．

$$i_G(\omega_2 - \Omega) = -I_{release} \times \frac{l}{2}\cos\theta \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$m(v_{G2} - v_{G1}) = I_{release} \quad (9)$$

$$v_2 = -ev_1 \quad (10)$$

$$I_{free} = \frac{(e+1)m\Omega l \cos\theta}{1 + 3(\cos\theta)^2} \quad (11)$$

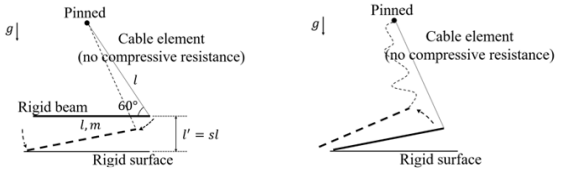
$I_{release}$から力積比$\alpha_{release}$を求め，sの関数として記述しなおすと式(12)のようになる．

$$\alpha_{release}(s) = \frac{I_{release}}{I_{ver}} = \frac{\sqrt{6(1-s^2)}}{2(4-3s^2)} \quad (12)$$

どちらの衝突挙動においても力積比は衝突物の長さと質量には依存せず，落下高さ比のみの関数として記述できた．

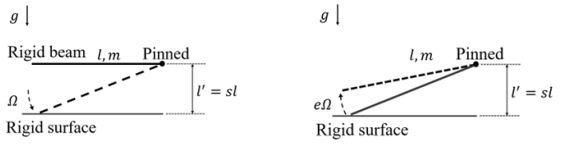
導出した理論解と，剛体モデルの数値解析結果の比較をFig.4 に示す．近似衝突では値が概ね一致しており，モデルの妥当性を確認した．それぞれの力積比グラフに注目すると，振り子衝突では力積比は常に 1 より小さく，鉛直落下よりも衝突規模が小さいことが分かった．単純固定衝突では落下高さ比が 1 に近づくほど力積比は発散した．支持解放衝突においても落下高さ比が 0.8 付近で最大値をとったが，常に力積比は 1 より小さな値をとった．

数値解析結果の比較により，本研究では振り子衝突を$s \leq 0.8$において支持解放衝突として近似し，力積の記述には支持解放衝突の力積比の理論解を用いることとする．ただし$s > 0.8$における近似方法や異なる衝突物を用いた振り子衝突における力積比については再検討が必要である．



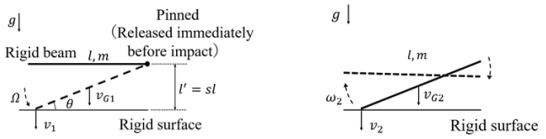
(a) before impact (b) after impact

Fig.1 Pendulum impact configuration



(a) before impact (b) after impact

Fig.2 Pinned support impact configuration



(a) before impact (b) after impact

Fig.3 Release support impact configuration

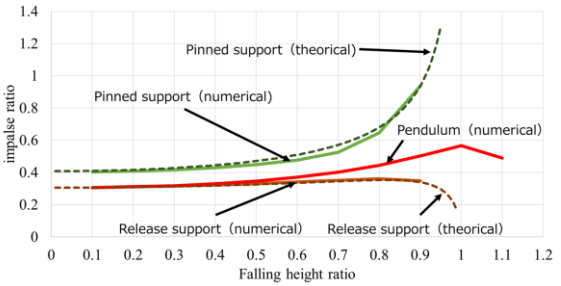


Fig.4 Comparison of numerical and theoretical results

2. 2. 分配率の検討

分配率kを式(13)のように定義し，$k = 10$ m/s･tの時の鉛直落下モデルの解析結果と，斜め衝突を再現したモデルの数値解析結果における最大貫入深さを比較すると Fig.4 のようになる．各落下高さ比で概ね一致しているため，分配率kを10 m/s･tとすることで，質量 9.5 t・長さ 5 m の衝突物による斜め衝突における等価質量および等価速さが記述できる．ただし，より適当な分配率の値や異なる衝突物における分配率については検討が必要である．

$$M' : V' = 1 : k \quad (13)$$

M':等価質量(t), V':等価速さ(m/s), k:分配率(m/s･t)

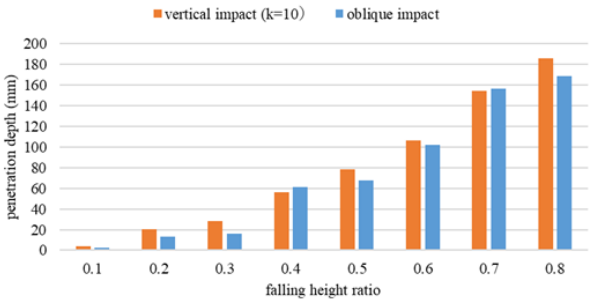


Fig.4 Comparison of Penetration depth

3. まとめ

本研究により得られた知見を以下に示す．

- 単純固定衝突および支持解放衝突における力積比の理論解を落下高さ比sのみの関数として記述した．
- 斜め衝突は同じ落下高さにおける鉛直落下と比較して衝突規模が小さい．
- $s > 0.8$における近似方法や異なる衝突物を用いた振り子衝突における力積比の値は再検討が必要である．
- 本研究で記述したパラメータを用いて，衝突物質量 9.5 t・長さ 5 m の場合に斜め衝突時の損傷を鉛直落下で表現できた．
- より適当な分配率の値や異なる衝突物における分配率については検討が必要である．

謝辞

本研究は JR 西日本との共同研究として実施されたものであり，研究の遂行にあたって多大なるご協力と有益なご意見を頂きました関係各位に深く御礼申し上げます．

参考文献

1)水島ら: 施工中の吊荷落下を受ける鉄筋コンクリート床スラブの損傷性状に関する研究，日本建築学会構造系論文集,83(751), 1239-1249, 2018.
2)水島ら: 鉄筋コンクリート製床スラブに対する柱部材の実大落下実験に関する研究，日本建築学会大会学術講演便概集,構造 I , 259-260, 2019.
3) Okuda, Y., et.al: Experimental study on scabbing limit of local damage to reinforced concrete panels subjected to oblique impact by projectile with semispherical nose, Mechanical Engineering Journal, 10(3), 22_00370_1-12, 2023.
4)Degen. P. P.: Perforation of Reinforced Concrete Slabs by Rigid Missiles, Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE106(ST7), 1980.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

火災時の高温状態下における RC スラブへの実大落下衝突実験及び FEM 解析に関する研究

Full-Scale Low-Velocity Impact Experiments and Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs in a High-Temperature State During Fire

中西　卓都（神戸大・工）水島　靖典（神戸大・工）
Takuto Nakanishi, Kobe University
Yasunori Mizusima, Kobe University
E-mail: takuto.na0114@gmail.com

Full-scale impact experiments and FEM analyses were conducted to investigate the behavior of reinforced concrete (RC) slabs subjected to the low-velocity impact during fire. A 180 mm thick RC slab with a 30 mm fire protection layer was heated and impacted by a dropped impactor. The results showed that heating reduced significantly the impact resistance of the slab. Numerical analyses considering material strength degradation and thermal expansion indicated that thermal expansion had influence on the structural response.

1.　はじめに

建築基準法第 2 条第 9 号の 2 では，大規模建築において部分的な木造化が認められている．しかし，火災時に木造化された構造部材が耐力を失い，上部の部材が下部の RC スラブへ落下し貫通または破片飛散することで，下階で避難している人々に被害が及ぶ可能性がある．そこで，本研究では火災時に上部から部材が落下し，下部のスラブに衝突する現象を想定し，実大実験および FEM 解析を行った．

2.　実大衝突実験

2.1　実験計画および試験体概要

本実験では火災時に上部から部材が落下し，下部の RC スラブに衝突する現象を想定した．Fig.1 に実験概略図，Fig.2 に試験装置全体写真を示す．RC スラブは鉄骨梁により支持され，鉄骨梁は端部をピン支持された条件で実験している．RC スラブは加熱箱に覆われた状態で上部から加熱し，加熱後に加熱箱をスラブ上から移動させ，揚重した衝突物をスラブ中央に落下させた．落下高さはスラブ上面から衝突物底面までとし，2.8 m の高さから落下させた．

RC スラブは支持スパンを 2600 mm として鉄骨によって支持される一方向スラブとした．支持スパン内側では，スラブ底面にデッキプレートを捨て型枠として用いた．150 mm の構造スラブに耐火層 30 mm を打ち増し，計 180 mm のスラブを使用した．コンクリートの設計基準強度は 21MPa で，鉄筋は上端が主筋 D13@150，配力筋 D13@200 とし，下端が主筋 D10・13@150，配力筋 D10・13@200 とした．衝突物は長さ 1.5 m の角形鋼管□750×750×25 にコンクリートを充填しており，全質量は約 2.3 t となる．

架台上に設置した RC スラブを覆うように加熱箱を移動し，加熱箱内部でバーナーを使用して RC スラブを上面から加熱した．加熱箱は下部に車輪を設け，架台上のレールに乗せることで 2 つの架台上を自由に動かせる機構とした．

2.2　実験結果

衝突前のコンクリート内部の最大温度分布は表面から底面へ温度が概ね単調に減少した．スラブが熱膨張することで，スラブの側面，表面で支持点方向に向かってひび割れが生じた．衝突直前にはスラブ裏面で約 100 ℃，表面で最大約 800 ℃になった．Fig.3 に実験後の破壊状況を示す．衝突物は RC スラブを貫通せず局所破壊となったが，デッキプレートが脱落し，破片が下部に飛散した．衝突位置のコンクリート断面では押し抜きせん断の破壊形状が見られた．

本研究では，貫入が生じている部分の角部で，貫入部と周辺部スラブ表面までの距離を測定し，その平均値として算出される値を貫入深さとし，170 mm の貫入深さが測定された．常温時の 150 mm 厚の RC スラブに対して同様の試験装置で行った既往実験 [1]では，10.9 m で 180 mm の貫入深さが測定された．貫入深さの比較より，火災時は常温時より損傷が大きくなることがわかる．

3.　FEM 解析

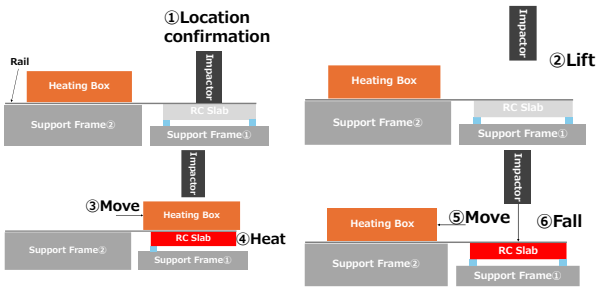


Fig.1 Experimental diagram



Fig.2 Test Setup



Fig.3 Slab Destruction

3.1　解析モデル概要

実大実験を再現したモデルを作成し，落下衝突解析を行った．本研究の解析には汎用有限要素解析ソフト LS-DYNA(R15.0.2)を用い，全ケース解析終了時間を 0.12 秒とした．コンクリートの材料モデルは Winfrith コンクリートモデル [2]を使用している．また，要素削除基準として最大主ひずみを 0.035, 最大せん断ひずみを 0.04375 と設定した．以上の要素削除基準は，常温時の 150 mm スラブに対する既往実験 [1]を解析で良好に再現できた要素削除基準を採用している．解析ケースは，温度影響による材料の強度低減のみを考慮したケース，強度低減と熱膨張を考慮したケースの 2 ケースである．RC スラブは板厚方向に 11 層でメッシュ分割し，コンクリートは中心一点積分要素を用いた．

3.2　温度影響考慮手法

RC スラブに各層の要素中心温度に応じた温度影響を材料定数に与えた．コンクリートはヤング係数，一軸圧縮強度，引張強度，完全開口ひび割れ幅，圧縮強度後の応力ひ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ずみ曲線について温度影響を考慮している．

Eurocode[3]内では コンクリートの応力―ひずみ関係に対して，Fig.4 に示す石灰質系骨材を用いたコンクリートの熱影響下での低減係数を適用する．一軸圧縮強度，引張強度は Fig.4 内の$f_{c,\theta}/f_{ck}$欄の数値を低減係数とし，実験で測定した温度を線形補間して算出した各層の温度を参照した．式(1)にヤング係数の低減係数を算出するための式を示す．コンクリート温度が摂氏 20 度の時の最大強度時ひずみを基準値として，各温度での最大強度時ひずみの増大率を計算し，その逆数によってヤング係数の低減率を求める．本研究では Fig.5 に示すようにコンクリートの圧縮強度後の応力ひずみ関係を定義した．式(2)にコンクリートの完全開口ひび割れ幅 wを算出するための式を示す．d_{max}は最大骨材計径である．本研究では破壊エネルギーG_fは温度の関数とし，火災時に強度低減したコンクリートの引張強度f_tに応じて完全開口ひび割れ幅 wを求める．破壊エネルギーはコンクリート標準示方書 [4]を参照した．コンクリートの各深さにおける低減係数を Fig. 6 に示す．

θ (℃)	$f_{c,\theta}/f_{ck}$	$\varepsilon_{c1,\theta}$	$\varepsilon_{cu1,\theta}$
20	1.00	0.0025	0.0200
100	1.00	0.0040	0.0225
200	0.97	0.0055	0.0250
400	0.85	0.0100	0.0300
600	0.60	0.0250	0.0350
800	0.27	0.0250	0.0400

Fig.4 Reduction factor

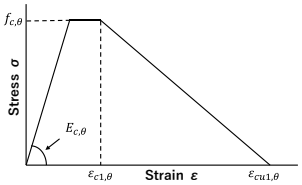


Fig.5 Stress-Strain Relationship

$$\frac{E_{c,\theta=20℃}}{E_{c,\theta}} = \frac{\varepsilon_{c1,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta=20℃}} \quad (1)$$

$$w = \frac{2G_f}{f_t}, \qquad G_f = 10 f_c^{1/3} \cdot d_{max}^{1/3} \quad (2)$$

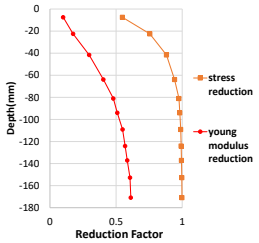


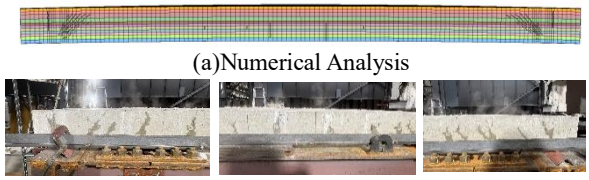
Fig. 6 Calculated Reduction Factor (Concrete)

実験で測定した鉄筋位置での温度はいずれも 200℃を下回っているため，鉄筋の強度低減係数は 1.0 とした．

熱膨張は，スラブ内節点温度を線形補間によって求め，温度荷重を与えることで加熱後のスラブの形状変化や初期応力，ひび割れを含む応力変化を解析上で再現した．要素削除基準を最大主ひずみ，最大せん断ひずみで設定しているため，加熱後の熱ひずみによって要素削除が発生しないように，ひずみを除く損傷状態を衝突解析用のモデルにインポートし，熱膨張した RC スラブに対して落下衝突解析を実施した．

3.3 解析結果

Fig.7 にスラブ加熱後の実験写真と解析結果の比較を示す．解析では，中央部でスラブ面に垂直にひび割れが発生し，端部では鉄骨梁による支持辺へ向かってひび割れが発生した．ひび割れの数に相違はあるが，概ね良好に加熱後の熱膨張状況を再現できた．衝突後のスラブ破壊状況を Fig.8 に示す．強度低減と熱膨張を考慮したケースは，スラブ表面，側面，鉄筋の破壊状況において，強度低減のみを考慮したケースに比べて実験結果に近い結果となった．ただし，デッキプレートの脱落には至らず，解析モデル改善の余地がある．Fig.9 に貫入深さの時刻歴を示す．いずれの落下高さにおいても解析結果は実験値の 1/2 程度の貫入にとなり，解析ケースを比較すると強度低減と熱膨張を考慮したケースのほうが実験結果に近い結果となった．以上より，熱膨張が RC スラブの耐衝撃性能低下に大きく寄与していることは明らかである．温度影響による強度低減，熱膨張以外にも火災による影響を考慮する必要があると判明し，今後スラブ中の水蒸気移動の影響の考慮等の改良が必要だと考えられる．また，応力ひずみ関係の改善，温度分布の詳細化についても検討する．



(a)Numerical Analysis

(b)experiment

Fig.7 Cracks After Heating

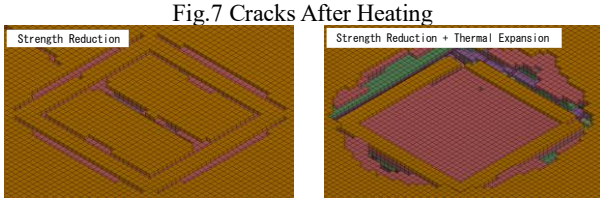


Fig.8 Impact Surface Destruction

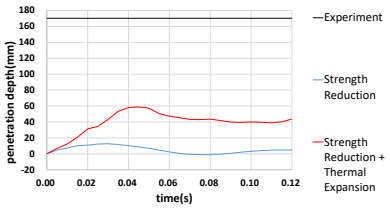


Fig.9 Penetration Depth

4. まとめ

デッキプレートの脱落，破片飛散が発生した．既往実験の貫入深さ，最大支点反力と比較した結果，火災により RC スラブの損傷は顕著に大きくなることが明らかになった．数値解析では，破壊形態や相対的な耐力低下傾向は再現できた．今後，スラブ中の水蒸気移動の影響の考慮等の改良で定量的な評価が可能な解析手法の構築を目指す．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP 25K01369 の助成を受けた．また，本研究は基準整備事業（F30）の一環として実施された．

参考文献

1)水島ら：施工中の吊荷落下を受ける鉄筋コンクリート床スラブの損傷性状に関する研究，日本建築学会構造系論文集, 83(751), pp.1239-1249, 2018.9
2)Sturt, R., Montalbini, G. & Jung, H-I., “Developments in *MAT_WINFRITH_CONCRETE and Appli cation to Modelling Tunnel Linings”, 14th European LS-DYNA Conference, 2023.
3)T. Lennon, D.B. Moore, Y. C. Wang and C. G. Bailey, Eurocode Designers’ guide to EN 1991-1-2, 1992-1-2, 1993-1-2 and 1994-1-2, Chapter 6. Thermal and mechanical properties of material
4)公益社団法人土木学会:コンクリート標準示方書・設計編・2012, 公益社団法人土木学会, 2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 16:55 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (2)

座長:別府 万寿博(防衛大学校)

16:10 ~ 16:25

[25020] 既存計器室の耐爆風性能評価

*浅川 宏[1]、大嶋 昌巳[1] (1. 千代田化工建設株式会社)

16:25 ~ 16:40

[25021] 人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法
（IAEA Safety Reports Series 86–88 の概要）

*西田 明美[1] (1. 日本原子力研究開発機構)

16:40 ~ 16:55

[25022] 衝撃荷重を受ける曲げ破壊型RC梁の最大たわみ簡易推定と適用範囲

*栗橋 祐介[1]、桝谷 浩 (1. 金沢大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

既存計器室の耐爆風性能評価
Blast Resistance Performance Evaluation of An Existing Control Building

浅川　宏（千代田化工建設株式会社）　　大嶋　昌巳（同左）
Hiroshi Asakawa, Chiyoda Corporation
Masami Oshima, Chiyoda Corporation
E-mail: asakawa.hiroshi@chiyodacorp.com

In industrial facilities such as refineries, many hazardous materials are handled that can cause explosions if leaked. If these substances leak and explode near a building, there is a possibility of physical damage to the building and potential injuries to people inside. Therefore, to examine these risks, we established the blast pressure acting on the existing control building and conducted an evaluation of the resulting damage. Furthermore, by utilizing this result, it will be possible to formulate measures to reduce the damage.

１．はじめに

製油所等の産業施設内にある計器室の新棟建設計画に伴い，多数ある既存計器室と新棟との組み合わせを性能面・経済面の観点から最適化を図るための１つの要因として既存計器室の耐爆風性能を把握する必要があった．検討対象は複数であるがここでは１棟（以降，建物という）の検討結果を紹介する．本検討は「建築物の耐衝撃設計の考え方」[1] に基づき行った．建物には非常に大きな爆風圧（70kPa）が係るものと仮定し，物的被害について検討し評価した．

２．外部爆発荷重

1）事故シナリオの想定

事故シナリオは，鉄筋コンクリート（RC）造の建物の左側の約 12.9m，高さ約 2.5m の位置（爆発源）においてプロピレンの VCE（Vapor Cloud Explosion）による爆発が発生し，外壁面に爆風圧 70kPa が作用する場合を想定する．

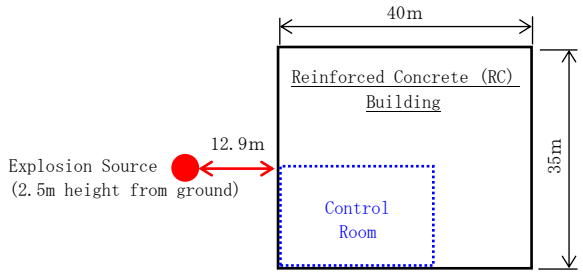


Fig.1　Layout of a building and an explosion source

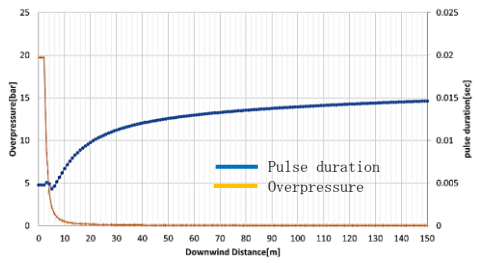


Fig.2　The result of explosion analysis

2）外部爆発荷重の算定

外部爆発による荷重は図１に示す位置関係を想定し，解析ソフト Phast（爆発等の解析ソフト，DNV）を用いた爆発シミュレーションから入射波のピーク圧力およびその作用時間と距離の関係を算定（図２に示す）し，以下（1）～（2）式を用いて建物の外壁面に作用する入射波と反射波を考慮したピーク圧力（P_{load}）を算出する．

$$P_{load} = P_r \times \cos^2\theta + P_s \times (1+\cos^2\theta - 2\cos\theta) \quad (1)$$

$$P_r = 2P_s \times (7P_0 + 4P_s) / (7P_0 + P_s) \quad (2)$$

ここで，P_s は入射波のピーク圧力（kPa），P_r は反射波のピーク圧力（kPa），P_{load} は入射波と反射波を考慮したピーク圧力（kPa），P_o は大気圧（kPa），θ は入射角（°）とする．外部爆発による荷重は，入射波と反射波を考慮したピーク圧力 P_{load}（以下，ピーク圧力という）を 70kPa と設定する．

算定の結果，建物の直近の外壁面に作用するピーク圧力，その作用時間および到達時間は，70kPa，38ms，7.9ms となった．

3）外部爆発荷重と地震荷重との比較

地震荷重は既設計算書から１階の層せん断力が 12580kN であるが，ピーク圧力 70kPa 作用時の層せん断力が 15097kN となり後者が大きくなり，建物全体の応答解析が必要となった．

３．建物全体の応答評価

1）解析モデル作成

建物全体の応答評価は，建物の層間変形角が，その許容値を満足するか否かによって判断する．そのため，建物全体の解析モデルは，主要構造部である柱，梁，耐震壁，および荷重（固定荷重，積載荷重）を反映した３次元モデル（図３に示す）を作成する．到達時間を考慮した柱と梁の各々の交点に作用する三角波を動荷重（外部爆発荷重，例を図４に示す）とした非線形時刻歴応答解析（汎用 FEM，Midas iGen を使用，㈱マイダスアイティジャパン）を行い，建物の最大層間変位値を求める．

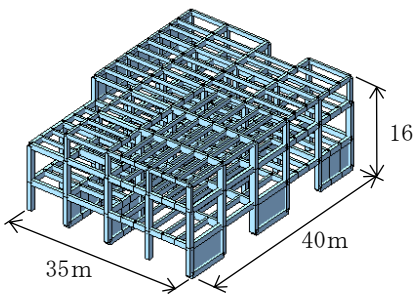


Fig.3　3D analysis model of the RC building

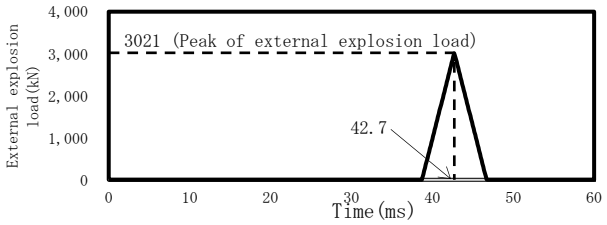


Fig.4 Example of external explosion load at outer wall acting on column-girder junction

2) 応答解析結果

建物全体の解析結果を図5に示す.

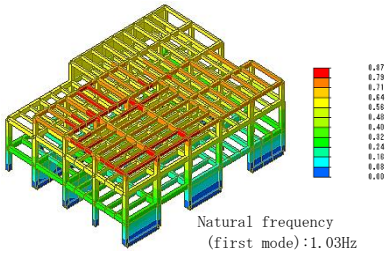


Fig.5 Maximum response displacement in 3D analysis model

3) 応答の評価結果

応答解析結果から得られた建物の各層の最大層間変位値を表1に示す. これら結果から各層で算出した層間変形角がその許容値の1/200以内に収まることが確認できた.

また, 表2に示すのは, 既設計算書（地震力作用時）の層間変位値である. 表1と表2を比較すると, 解析結果の最大層間変位値は 0.48mm であるのに対して, 既設計算書（地震力作用時）に記載の最大層間変位値は 4.04mm である. 層せん断力は今回の解析結果の方が大きいものの, 層間変位については, 今回の解析結果の方が小さくなっている. これは, 構造計算では地震力を静的に作用させているのに対し, 今回の検討の爆発荷重は動的に作用させたためである. その結果, 建物の固有周期と比較しても動的荷重の作用時間が非常に短く, 動的応答が非常に小さくなることが判った.

Table1 Maximum inter-story displacement acting on external explosion load in 3D analysis model

Target floor	Inter-story displacement (mm)	Inter-story drift angle	Allowable inter-story drift angle	Judgement
Third floor	0.24	1/18595	1/200	Suitable
Second floor	0.48	1/13570	1/200	Suitable
First floor	0.15	1/34932	1/200	Suitable

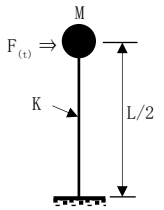
Table2 Inter-story displacement acting on static seismic load in existing calculation sheets

Target floor	Inter-story displacement (mm)	Inter-story drift angle
Third floor	1.91	1/2408
Second floor	4.04	1/1609
First floor	2.96	1/1774

4. 個材の応答評価（鉄筋コンクリート(RC)壁:8m×5m)

1) 解析モデル作成

個材の応答評価は, 外部爆発荷重が最も大きく作用するRC壁を対象に行う. RC壁の応答評価は, そこへ外部爆発荷重が作用しているときの, その応答変位値がコンクリートのひび割れ限界または鉄筋の降伏限界を超えるか否かを確認し, RC壁の損傷状況を推定することにより行う. そのため, RC壁の解析モデルは, 4辺固定平板の壁（壁厚：200mm）の剛性および荷重(固定荷重)を反映した1自由度解析モデル（図6に示す）を作成する. その解析モデルに, 三角波とした動荷重（図4同様にRC壁に作用する三角波とし, ピーク時の外部爆発荷重2856kN, 作用時間38msとした）を作用させ非線形時刻歴応答解析を行い, RC壁の最大応答変位値を求める.



L:壁の高さ

Fig.6 one-degree-of-freedom analysis model

2) 応答解析結果

RC壁の解析結果を図7に示す.

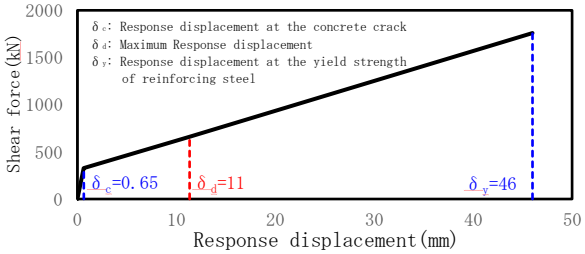


Fig.7 Result of response analysis of RC wall

3) 応答の評価結果

非線形時刻歴の応答解析結果から最大応答変位値は, 11mm となる. RC壁にはコンクリート部分にクラックが入る可能性はあるが, 内部の鉄筋の降伏には至らない.

5. まとめ

建物全体およびRC壁の被害予想を含め以下にまとめる。

1) 建物全体（主要構造部）としての被害予想

建物は元々の地震荷重に対して十分な強度を持つ構造物であり, 想定した爆風荷重が作用しても, 主要構造部は短期許容耐力以下に収まることが確認できた. よって, 主要構造部（柱, 梁）は, 無損傷（ひび割れなし）に収まると予想される.

2) RC壁の被害予想

RC壁の被害予想としては, 微損傷（コンクリートにわずかなひび割れ, 鉄筋は弾性範囲）が予想される.

以上から, 製油所等の産業施設内においては, 本検討のように危険物の漏洩による爆発のリスクを把握するためには, 事前に建物の性能を評価し, 建物の弱点を把握することが必要であり, これらを活用することにより建物の物的被害および人的被害の低減策の立案が可能になる.

参考文献

1) 日本建築学会：建築物の耐衝撃設計の考え方, 2015

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法
—IAEA Safety Reports Series 86-88 の概要—
Safety Assessment Methods for Nuclear Power Plants Against Human-Induced External Events
—Summary of IAEA Safety Reports Series 86–88—

西田　明美（原子力機構）
Akemi Nishida, Japan Atomic Energy Agency
E-mail: nishida.akemi@jaea.go.jp

External events affecting nuclear power plants include not only natural hazards such as earthquakes and tsunamis but also human-induced external events (HIEE)、 such as aircraft crashes、 explosions、 and fires、 which are important targets for safety assessment. The International Atomic Energy Agency (IAEA) has published Safety Reports Series No. 86, 87, and 88, which provide a systematic methodology for the safety assessment of nuclear installations against such events. This paper outlines the safety assessment framework for nuclear power plants based on these reports. In particular, the five-phase analytical process for evaluating human-induced external events—event identification, hazard evaluation, stWructural assessment, plant performance evaluation, and implementation of countermeasures—is reviewed, and the evaluation procedure is explained using an aircraft crash scenario as an example. In addition, the assessment of local structural failure modes and the evaluation of plant-level safety function preservation are discussed. This methodology provides an important framework for quantitatively evaluating safety margins for design-basis events and design-extension events and for identifying necessary safety improvements.

１．はじめに

近年、原子力発電所の安全性評価において、人為起因外部事象への対応が重要な課題となっている。航空機衝突、爆発事故、輸送事故などの外部事象は、発生頻度は低いものの、施設に大きな影響を及ぼす可能性がある。このため国際原子力機関（IAEA）は、人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法を整理し、Safety Reports Series No.86[1]、87[2]、88[3] として公表した。本稿では、これらの報告書で提示されている評価手法の概要について説明する。

２．人為起因外部事象の分類

人為起因外部事象は大きく以下の二つに分類される。

(1) 偶発事象（Accidental Events）

輸送事故や産業事故など、発生頻度を統計的に評価できる事象。

(2) 想定事象（Postulated Events）

発生頻度に依存せず、安全評価のために仮定する極端な事象。

偶発事象については確率論的手法によるスクリーニングが可能である一方、想定事象については決定論的評価が必要となる。

３．人為起因外部事象評価の 5 段階手法

IAEA の報告書では、人為起因外部事象に対する評価を以下の 5 段階のプロセスで実施する。

(1) 事象同定

まずサイト周辺の環境や施設配置を考慮し、発生し得る人為起因外部事象をリストアップする。航空機衝突、爆発、火災などの事象について、原子力施設に影響を与える可能性を検討する。

(2) ハザード評価と荷重設定

選定された事象について、構造物に作用する荷重を定義する。例えば航空機衝突では、機体質量、速度、衝突角度などから衝撃荷重を評価する。また爆発では過圧荷重、火災では熱荷重が評価対象となる。

(3) 構造物・機器の評価

次に、設定した荷重に対する構造物および機器の応答を評価する。解析手法としては、簡易モデルによる解析から有限要素法による詳細解析まで、事象の規模に応じた手法が用いられる。航空機衝突では、エンジンなどの硬い部材による局所衝撃と、機体全体による全体荷重の両方を考慮する。

衝撃荷重を受けた鉄筋コンクリート構造では以下のような局所破壊モードが発生する可能性がある。

・貫入
・貫通
・パンチングせん断
・剥離
・スポーリング

設計基準事象では構造物の弾性挙動を維持することが要求されるが、設計想定外事象では一定の損傷を許容しつつも安全機能の維持が求められる。

(4) プラントレベル評価

構造物・機器の評価の結果を踏まえ、プラント全体としての安全機能を評価する。特に以下の機能の維持が重要である。

・原子炉停止機能
・崩壊熱除去機能
・放射性物質閉じ込め機能

航空機衝突などの外部事象では、影響範囲（Zone of Influence）を設定し、その外側に重要安全機器が存在するかを確認する。また確率論的リスク評価（PRA）を用いて炉心損傷確率などのリスク指標を評価する。

(5) 対策および安全余裕の評価

最終段階では、評価結果に基づき必要な対策を検討する。例えば以下の対策が挙げられる。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

・構造物の補強
・危険物輸送の制限
・緊急対応設備の整備
・非常用設備の冗長化

これらの対策により、原子力発電所が極端な外部事象に対しても安全機能を維持できることを確認する。

４．おわりに

本稿では、IAEA Safety Reports Series 86-88 に基づく人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法について概説した。本手法は、外部事象の同定から構造評価、プラント性能評価、対策検討までを体系的に整理したものであり、原子力施設の安全余裕を定量的に評価するための重要な枠組みを提供している。今後も新たな知見やリスク評価手法を取り入れながら、原子力施設の安全性向上に活用されることが期待される。

参考文献

1) IAEA: Safety Reports Series No.86, Safety Aspects of Nuclear Power Plants in Human Induced External Events – General Considerations, 2017.
2) IAEA: Safety Reports Series No.87, Safety Aspects of Nuclear Power Plants in Human Induced External Events – Assessment of Structures, 2018.
3) IAEA: Safety Reports Series No.88, Safety Aspects of Nuclear Power Plants in Human Induced External Events – Margin Assessment, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

衝撃荷重を受ける曲げ破壊型 RC 梁の最大たわみ簡易推定と適用範囲

Simplified Estimation of Maximum Deflection for Bending-Failure-Type RC Beams Subjected to Impact Load and Its Application Range

栗橋 祐介（金沢大・理工）　　桝谷 浩（プロテックエンジニアリング）
Yusuke KURIHASHI, Kanazawa University
Hiroshi MASUYA, PROTEC Engineering Co., Ltd.
E-mail: kuri@se.kanazawa-u.ac.jp

The purpose of this study is to establish a method for estimating the maximum response deflection of a bending-failure-type RC beam subjected to a collision action based on the energy conservation concept. In this concept, the transmitted energy acting on the beam by the weight collision is equivalent to the absorbed energy of the beam. The validity and applicable range of this method were examined using 134 past test results. It was clarified that the maximum response deflection can be accurately estimated when the plasticity ratio R_p is less than or equal to 10.

1．はじめに

近年、気候変動による局地的な豪雨等により、落石や土砂崩れなどの斜面災害が激甚化している。道路防災対策としてロックシェッドなどの防護構造物が建設されているが、これらの構造物の耐衝撃性能は、屋根等の部材のたわみを用いて評価され、性能設計法への移行が進められている。

本研究の目的は、衝突作用を受ける曲げ破壊型の鉄筋コンクリート（RC）梁を対象に、最大応答たわみの簡易推定手法を確立することである。完全塑性衝突を仮定して得られる重錘から RC 梁への伝達エネルギーと、RC 梁の吸収エネルギーが等価であるとする「エネルギー保存則」に基づく推定法を提案し、過去の 134 ケースの実験結果を用いてその妥当性と適用範囲を検証した。

2．RC 梁の応答たわみ推定手順

提案する推定法は、重錘の衝突によって梁に作用する伝達エネルギー E_t と、梁の吸収エネルギー E_a が等価であるという仮定に基づいている。

$$E_t = E_a \tag{1}$$

重錘と梁との間の完全塑性衝突を仮定すると、伝達エネルギー E_t は次式で計算される。

$$E_t = (M_w /(M_{be} + M_w))\, E_k \tag{2}$$

ここで、E_k は衝突前の重錘の運動エネルギー（入力エネルギー）、M_w は重錘の質量である。M_{be} は梁の等価質量であり、一次曲げモードと等価な振動モードを仮定し、純スパン内の梁の質量に 17/35 を乗じて求める。一方、RC 梁の吸収エネルギー E_a は、平面保持の仮定に基づくファイバーモデルから得られる荷重-たわみ曲線の面積として算出する。E_a が E_t と等しくなるときのたわみ量を、最大応答たわみの推定値 δ_u とする。

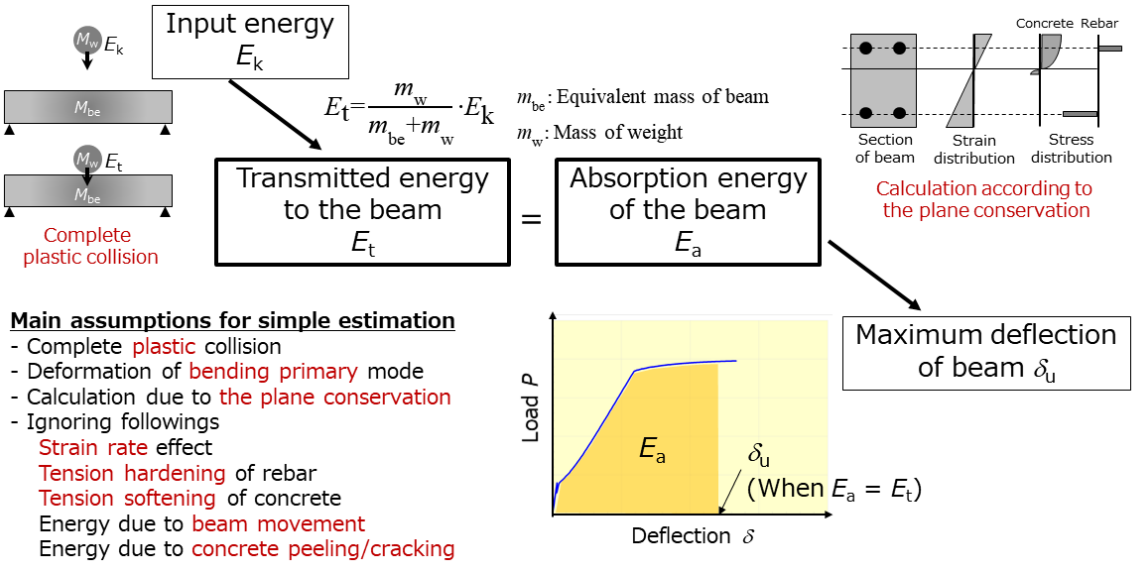


図-1　最大変位推定の基本概念

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表-1　RC はりの諸元と適用範囲の一覧 (134 ケース)

Item of specification	Sym-bol	Unit	Range of value	
			Min.	Max.
Size of section		mm	60 × 100	1,000 × 1,000
Clear span length	L	m	0.9	8.0
Main rebar ratio	p_t	(%)	0.26	1.26
Compressive strength of concrete	f'_c	MPa	25.2	52.0
Yield strength of the main rebar	f_y	MPa	235	520
Calculated bending capacity	P_u	kN	4.10	881
Shear-bending capacity ratio	α	-	1.19	8.78
Mass of beam	M_b	t	0.014	20.0
Mass of weight	M_w	t	0.020	10.0
Impact velocity of weight	V	m/s	0.007	19.8
The kinetic energy of weight (Input energy)	E_k	kJ	0.05	392.2

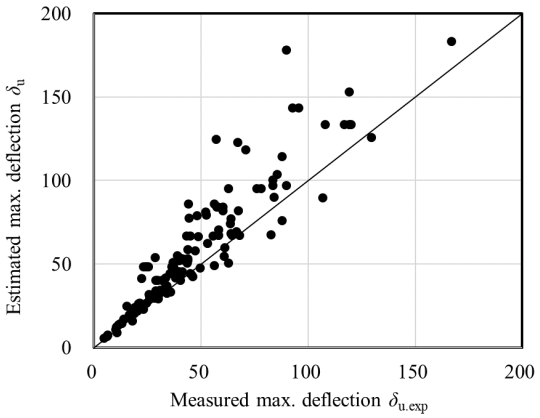


図-2 最大変位による比較 (δ_u vs $\delta_{u.exp}$)

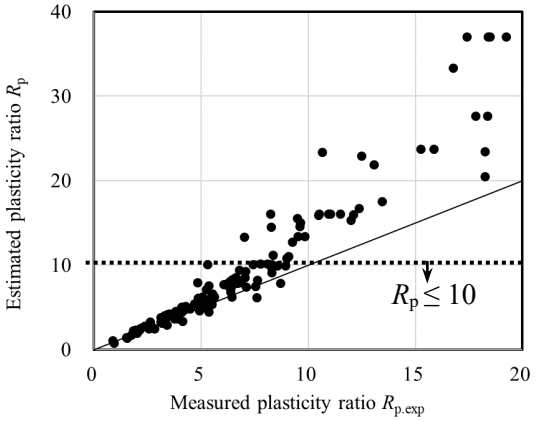


図-3 塑性率による比較(R_p vs $R_{p.exp}$)

３．最大応答たわみの推定と適用範囲

過去に行われた 134 ケースの重錘落下衝撃実験のデータを用いて、提案手法の検証を行った (表-1)。対象としたのは、計算上のせん断耐力を曲げ耐力で除したせん断・曲げ耐力比 α が 1.0 以上の曲げ破壊型 RC 梁である。 完全塑性衝突を仮定して算出した推定最大たわみ δ_u は、エネルギー損失を考慮しない推定値に比べて実験値 $\delta_{u.exp}$ に近く、実用上安全側（保守的）かつ精度良く推定できることが確認された。しかし、変形量が大きくなるにつれて、推定値が実験値を大きく上回る傾向がみられた (図-2)。

この推定精度の適用範囲を明確にするため、最大応答たわみ δ_u を主鉄筋の降伏たわみ δ_y で除した「塑性率 R_p」を用いた評価を行った。

$$R_p = \delta_u / \delta_y \tag{3}$$

推定された塑性率 R_p と実験値との比較を行った結果、R_p が大きい（梁の損傷度が高い）領域では、推定値が過大評価となる傾向が確認された。これは計算上、全ての伝達エネルギーが曲げ変形によって消費されると仮定（平面保持の仮定）しているのに対し、実際の高塑性領域では衝突部のコンクリートの損傷や鉄筋の抜け出し、せん断ひび割れの開口など、曲げ以外の要因でエネルギーが消費されるためである。精度評価指標（推定値／実験値）を検証した結果、弾性範囲を超える $1< R_p \leq 10$ の範囲において、最大応答たわみ δ_u を平均 1.15 程度の精度で良好に推定できることが明らかとなった。

４．結論

衝突作用を受ける曲げ破壊型 RC 梁の最大応答たわみについて、エネルギー保存則に基づく推定法の妥当性と適用範囲を検討した。重錘の運動エネルギーから伝達エネルギーを算出し、RC 梁の吸収エネルギーと等価とする手法により、最大応答たわみを安全側に推定できる。特に、塑性率 $R_p \leq 10$ の範囲において、高精度な推定が可能であることが明らかとなった。

参考文献

(1) Yusuke Kurihashi, Hiroshi Masuya: Simplified Estimation Method for Maximum Deflection in Bending-Failure-Type Reinforced Concrete Beams Subjected to Collision Action and Its Application Range, Applied Sciences, 10, 6941, 2020.
(2) Yusuke Kurihashi, Hiroshi Masuya: RESPONSE DEFLECTION OF REINFORCED CONCRETE BEAM SUBJECTED TO COLLISION ACTION BASED ON ENERGY CONSERVATION CONCEPT, 7th Interdisciplinary Workshop on Rockfall Protection (RocExs), 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:10 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (1)

座長:山口 康隆(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[26001] 有限レイノルズ数の壁面-気泡相互作用問題に対する収束制御摂動法の導入

*尾花 諒大[1]、渡村 友昭[1]、高木 周[1] (1. 東京大学)

9:25 ~ 9:40

[26002] 鉛直線上に列をなすクリーン球形気泡の分散挙動

*鈴木 里依[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:40 ~ 9:55

[26003] クリーンな球形気泡の列が誘起する流れ場に及ぼす気泡間距離の影響

*鈴木 蓮[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:55 ~ 10:10

[26004] アガロースゲル中でのレーザ誘起気泡成長時の界面不安定性

*高比良 裕之[1]、大島 諒也[1] (1. 大阪公立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限レイノルズ数の壁面-気泡相互作用問題に対する収束制御摂動法の導入

Introduction of Convergence-Control Perturbation Method for Wall-Bubble Interaction Problem at Finite Reynolds Numbers

尾花　諒大（東大・工）　　渡村　友昭（東大・工）　　高木　周（東大・工）
Ryota OBANA, The University of Tokyo
Tomoaki WATMURA, The University of Tokyo
Shu TAKAGI, The University of Tokyo
E-mail: takagi@mech.t.u-tokyo.ac.jp

The inertial lift force exerted on a spherical bubble ascending along a vertical wall in steady, finite-Reynolds-number flow is examined analytically using the approximation method of Yagi et al.(2023), which is a singular perturbation approach based on the Reynolds number expansion from Stokes flow. As a starting point, the leading-order inertial lift force is evaluated using a 1st-order expansion in the Reynolds number. The logarithmic functions produced by Yagi et al.'s method make the calculation technique proposed in regular perturbation theory partly ineffective, rendering the problem difficult to solve. It is also found that the lift force obtained using Yagi et al.'s method includes terms of logarithmic orders in the distance from the wall.

１．緒言

鉛直壁面に沿って上昇する気泡の運動は多くの自然現象・工業応用に関連する一方，無限流体中の単一気泡と比較して解析的な扱いが一層複雑になる．Stokes 流の周囲流かつ真球界面を仮定すると，運動学的可逆性より壁面に垂直な方向の力（揚力）は働かないが，慣性作用と界面変形いずれかを認めたとき対称性が破れ，揚力が生じる．本研究では，微小な慣性と変形の影響を各々Reynolds 数（$\mathrm{Re} \equiv \rho V_\mathrm{B} R_0/\mu$），キャピラリ数（$\mathrm{Ca} \equiv \mu V_\mathrm{B}/\gamma$）による摂動展開で記述する手法に着目し，特に前者を詳細に述べる．

無限流体中気泡との相違点として，Reによる正則摂動展開が無限遠で破綻する問題（Whitehead の逆説）が壁面-気泡系では部分的に解消され，揚力第一項の$O(\mathrm{Re}^1)$に限り正則摂動法で妥当な値を得られる [1]．これに従った正則摂動法による液滴（剛体球，free-slip 気泡を含む）[2]の解析や，Stokes 流と Oseen 流の接合漸近展開による剛体球 [3]及び free-slip 気泡 [4]の解析などが行われてきた．文献 [2–4]では壁面-気泡間距離dの逆数κ（$\kappa \equiv R_0/d$）による Taylor 展開を利用する．dが十分大きい（$\kappa \ll 1$）仮定で導かれているが，文献 [2]で得られた free-slip 気泡の$O(\mathrm{Re}^1)$揚力は$O(\mathrm{Re}) < \kappa$なら$d \simeq 1.1R_0$まで数値計算による終端速度を良く予測する [5]．

例として重力下の純水中で球形を保つ半径$R_0 = O(10^{-4})$ m の空気泡の浮力による上昇を扱う場合，$\mathrm{Re} > O(10^1)$での解析が必要となるが，上述の手法は$\mathrm{Re} < 1$を仮定しているため合理的には適用できない．そこで，本研究では Yagi et al.[6]が提案した特異摂動法の一種を導入する．当該手法では，無次元の定常 Navier-Stokes 方程式（N-S 式）

$$\nabla^2 \mathbf{U} - \nabla P = \mathrm{Re}(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U} \tag{1}$$

を任意パラメータh $(0 < h < 1)$を含む形で

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{U} - \nabla P &= \left[1 - \lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{h}{r}\right)^n\right]\mathrm{Re}(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U} \\ &= h\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r}\left(1-\frac{h}{r}\right)^n(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U}\end{aligned} \tag{2}$$

と修正し，式(2)に対してReで摂動展開する．Whitehead の逆説を任意の次数で回避できる上，$\mathrm{Re} \geq 1$でもhを調整して$h\mathrm{Re} < 1$とすれば解の収束を担保できるため，Reのみを用いる摂動法と抜本的に異なる．パラメータhはホモトピー解析と呼ばれる数理手法における収束制御パラメータ（convergence-control parameter）に相当し，Yagi et al.の手法はホモトピー解析で得られる修正方程式 [7]をより物理的解釈性の高い形に再修正したものと捉えることもできる．そのため，本研究では Yagi et al.の手法を収束制御摂動法（Convergence-Control Perturbation method, CCP 法）と呼ぶ．

本研究の目的は，静止流体中を剛体壁面に沿って上昇する球形気泡の慣性由来定常揚力をより高い Reynolds 数で解析することである．CCP 法の導入による従来の摂動解析の拡張を試み，基礎段階として文献 [2]における$O(\mathrm{Re}^1)$の解析で正則摂動法を CCP 法で代用した場合の結果を得る．

２．問題設定と解くべき方程式

まず近似を含まない問題設定を述べる．Fig. 1 に示すように，鉛直壁面から距離d離れた所を壁面に平行な速度V_Bで移動する気泡を考える．Free-slip 界面を仮定し，周囲流体のみについて定常な非圧縮粘性層流を扱う．気泡は浮力でなく重心に与える外力で駆動し，抗力・揚力と外力がつりあった状態を気泡の重心を原点とする相対座標系で考える．無次元化した支配方程式は N-S 式(1)及び連続の式

$$\nabla\cdot\mathbf{U} = 0 \tag{3}$$

と与え，境界条件は気泡界面上（$r = 1 + \hat{R}(\theta,\varphi)$），壁面上（$z = -\kappa^{-1}$），無限遠（$r \to \infty$）で各々下式のように与える．

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{U}\cdot\mathbf{n} &= 0 \\ \boldsymbol{\Sigma}\cdot\mathbf{n} &= \mathrm{Ca}^{-1}(\nabla\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}\end{aligned}\right\} \quad \text{on} \quad r = 1 + \hat{R} \tag{4}$$

$$\mathbf{U} = -\mathbf{e}_x \quad \text{on} \quad z = -\kappa^{-1} \tag{5}$$

$$\mathbf{U} \to -\mathbf{e}_x \quad \text{as} \quad r \to \infty \tag{6}$$

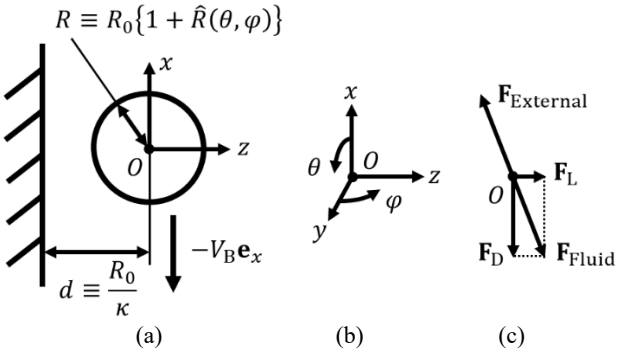


Fig. 1 Schematic figure of the problem.
(a) x-z plane section (b) 3-D coordinates (c) Force balance

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

次に, CCP 法を適用した場合の式展開を述べる. 流速$\mathbf{U}$, 圧力P, 界面形状$\hat{R}$などをパラメータ$\mathrm{Re}, \mathrm{Ca}, h$で

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^{(1)} + h\mathrm{Re}\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} + \mathrm{Ca}\mathbf{U}^{(\mathrm{Ca})} + (h\mathrm{Re})^2\mathbf{U}^{(\mathrm{Re}^2)} + \mathrm{Ca}^2\mathbf{U}^{(\mathrm{Ca}^2)} + h\mathrm{ReCa}\mathbf{U}^{(\mathrm{ReCa})} + \cdots \tag{7}$$

と展開したとき，0 次の流れ場$\mathbf{U}^{(1)}$は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}^{(1)} - \boldsymbol{\nabla}P^{(1)} = \mathbf{0} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{U}^{(1)} = 0 \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{U}^{(1)}\cdot\mathbf{e}_r &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(1)}\cdot\mathbf{e}_\theta &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(1)}\cdot\mathbf{e}_\varphi &= 0\end{aligned}\right\} \quad \text{on} \quad r = 1 \tag{10}$$

$$\mathbf{U}^{(1)} = -\mathbf{e}_x \quad \text{on} \quad z = -\kappa^{-1} \tag{11}$$

$$\mathbf{U}^{(1)} \to -\mathbf{e}_x \quad \text{as} \quad r \to \infty \tag{12}$$

Reynolds 数 1 次の流れ場$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} - \boldsymbol{\nabla}P^{(\mathrm{Re})} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r}\left(1-\frac{h}{r}\right)^n\left(\mathbf{U}^{(1)}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\mathbf{U}^{(1)} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} = 0 \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}\cdot\mathbf{e}_r &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(\mathrm{Re})}\cdot\mathbf{e}_\theta &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(\mathrm{Re})}\cdot\mathbf{e}_\varphi &= 0\end{aligned}\right\} \quad \text{on} \quad r = 1 \tag{15}$$

$$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} = \mathbf{0} \quad \text{on} \quad z = -\kappa^{-1} \tag{16}$$

$$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} \to \mathbf{0} \quad \text{as} \quad r \to \infty \tag{17}$$

という式を満たす. 変形について, $\hat{R}^{(1)} = \hat{R}^{(\mathrm{Re})} = 0$であり, $\hat{R}^{(\mathrm{Ca})}, \hat{R}^{(\mathrm{ReCa})}$の条件が式(10)(15)で法線方向応力の式から得られる．本研究の範囲では省略する．

３．求解手法・部分的な結果

壁面-気泡系は，境界の記述が直交・球どちらの座標系でも複雑になる．$\kappa \ll 1$を仮定し，0 次解$\mathbf{U}^{(1)}$を気泡界面近傍（$\kappa r \ll 1$）と遠方で 2 様式の近似解$\mathbf{U}_{\mathrm{I}}^{(1)}, \mathbf{U}_{\mathrm{O}}^{(1)}$として与えて

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_{\mathrm{I}}^{(1)} = {}& \left(1+\frac{3}{8}\kappa+\frac{9}{64}\kappa^2\right)\left\{-\mathbf{e}_x+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{e}_x}{r}+\frac{x\mathbf{r}}{r^3}\right)\right\}\\ &+\frac{3}{16}\kappa^2\left\{(z\mathbf{e}_x+x\mathbf{e}_z)-2\frac{xz\mathbf{r}}{r^5}\right\}\\ &+O(\kappa^3)\quad(\kappa r \ll 1)\end{aligned} \tag{18}$$

を得る [2]（$\mathbf{U}_{\mathrm{O}}^{(1)}$の表記は省略）．従って抗力第一項$F_{\mathrm{D}}^{(1)}$は Stokes 流と同一であり, 揚力は$F_{\mathrm{L}}^{(1)} = 0$となる [2]. 1 次解$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$に由来する揚力第一項$F_{\mathrm{L}}^{(\mathrm{Re})}$は Lorentz の相反定理を活用して$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$を直接計算せず導出できる [2]ため，まず同手法で結果のみ得る．試算の結果, CCP 法を適用すると$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$に対数関数$\ln r$を含む項が現れ, 手法の完全な再現が不可能と分かった．該当箇所のみ流れ場を直接計算する．具体的には文献 [2]の Appendix D における係数J_1, J_3に相当する項が関与し, J_1に関連する非斉次項を含む N-S 式

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}_{\mathrm{I},J1}^{(\mathrm{Re})} - \boldsymbol{\nabla}P_{\mathrm{I},J1}^{(\mathrm{Re})} = \frac{1}{r}\left[-\frac{x}{4r^4}\mathbf{e}_x+\left(\frac{1}{4r^4}-\frac{x^2}{r^6}\right)\mathbf{r}\right] \tag{19}$$

から以下の揚力成分を得た（係数J_1との直接比較は不可）.

$$F_{\mathrm{L},J1}^{(\mathrm{Re})} = \frac{13}{80}\pi\kappa^2\ln\kappa + \frac{169}{4800}\pi\kappa^2 + O(\kappa^3\ln\kappa) \tag{20}$$

現時点の結果から，式(20)で示す通り揚力や流れ場がκの対数次の項を含むと分かる．これは Stokes 近似領域で得られた$O(r^{-1})$の被積分関数を遠方（$r \simeq \kappa^{-1}$）で断ち切る操作に由来し，無限流体中剛体球における接合漸近展開での近似 [8]でReの対数次が現れる現象と本質的に同じである．CCP 法は Stokes 近似領域をh^{-1-n}倍拡張して遠方を近似する手法であり, κの対数オーダ項は遠方の壁面作用を Stokes 近似のみで合理的に与えようとした結果と説明できる．

４．結言

鉛直壁面に沿って上昇する気泡に働く慣性由来定常揚力の収束制御摂動法 [6]による近似を試みた．計算過程において，$O(\mathrm{Re}^1)$での流れ場や揚力に正則摂動法では得られないκの対数オーダの項が現れることが分かっている．

Nomenclature (ND: Nondimensionalized parameter)

Ca	: capillary number ($\equiv \mu V_{\mathrm{B}}/\gamma$)	[–]
d	: distance between the wall and the bubble	[m]
F_{D}	: drag force exerted on the bubble (ND)	[–]
F_{L}	: lift force exerted on the bubble (ND)	[–]
h	: convergence-control parameter	[–]
$\mathbf{n}$	: normal vector to the bubble surface	[–]
P	: pressure field of the surrounding fluid (ND)	[–]
$\mathbf{r}$	: position vector (ND)	[–]
r, θ, φ	: spherical coordinates (ND)	[–]
$\hat{R}$	: relative radial deformation	[–]
R_0	: radius of the bubble without deformation	[m]
Re	: radius-based Reynolds number ($\equiv \rho V_{\mathrm{B}} R_0/\mu$)	[–]
$\mathbf{U}$	: velocity field of the surrounding fluid (ND)	[–]
V_{B}	: translational velocity of the bubble	[m/s]
x, y, z	: Cartesian coordinates (ND)	[–]
γ	: surface tension of the bubble surface	[N/m]
κ	: inverse of distance (ND) ($\equiv R_0/d$)	[–]
μ	: viscosity of the surrounding fluid	[Pa·s]
ρ	: density of the surrounding fluid	[kg/m^3]
$\boldsymbol{\Sigma}$	: stress tensor ($\equiv -P\mathbf{I} + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{U} + \boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}$)	[–]

参考文献

1) R. G. Cox and H. Brenner: The Lateral Migration of Solid Particles in Poiseuille Flow-I Theory, Chem. Eng. Sci., 23, pp.147-73, 1968.
2) J. Magnaudet, S. Takagi and D. Legendre: Drag, Deformation and Lateral Migration of a Buoyant Drop Moving Near a Wall, J. Fluid Mech., 476, pp.115-57, 2003.
3) P. Vasseur and R. G. Cox: The Lateral Migration of Spherical Particles Sedimenting in a Stagnant Bounded Fluid, J. Fluid Mech., 80, pp.561-91, 1977.
4) 竹村文男，高木周，松本洋一郎:壁面近傍を上昇する球形ガス気泡に働く揚力，日本機械学会論文集(B 編), 66(649), pp.2320-6, 2000.
5) K. Sugiyama and F. Takemura: On the Lateral Migration of a Slightly Deformed Bubble Rising Near a Vertical Plane Wall, J. Fluid Mech., 662, pp.209-31, 2010.
6) Y. Yagi, K. Yabushita and H. Suzuki: An Analytic Solution of Navier–Stokes Flow Past a Sphere in the Region of Intermediate Reynolds Number, Fluid Dyn. Res., 55, 045508, 2023.
7) S. Liao: An Analytic Approximation of the Drag Coefficient for the Viscous Flow Past a Sphere, Int. J. Non-Linear Mech., 37, pp.1-18, 2002.
8) I. Proudman and J. R. A. Pearson: Expansions at Small Reynolds Numbers for the Flow Past a Sphere and a Circular Cylinder, J. Fluid Mech., 2, pp.237-62, 1957.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉛直線上に列をなすクリーン球形気泡の分散挙動
The dispersion of clean spherical bubbles in a vertical chain

鈴木　里依（静岡大・工）　　真田　俊之（静岡大・工）
Satoi SUZUKI, Shizuoka University
Toshiyuki SANADA, Shizuoka University
E-mail: suzuki.satoi.21@shizuoka.ac.jp

To gain insight into the dispersion mechanism of bubbles rising in chain, we study the clean spherical bubble chain through a combination of the experiment and the model. In the experiments, we observed bubble chains composed of spherical bubbles rising in a clean liquid, thereby neglecting bubble deformation and interfacial contamination. Experimental observation identifies that spherical bubble chain develops a relatively large-scale V-shape dispersion compared with the wake region of spherical bubble at $Re=O(50)$ for a long bubble distance $S>19$. We expected that the formation of a V-shaped bubble-chain requires not only wake-induced lift but also shear-induced lift generated by an upward flow produced by the repeated passage of bubbles. We examined the effects of bubble–bubble interactions and the upward flow using the Lagrangian bubble chain model. The model including only bubble–bubble interactions predicted a U-shaped dispersion due to transient lateral migration. The model incorporating upward flow predicted large-scale V-shaped dispersion and a frequency dependence. These results indicate that wake-induced lift acts as the trigger of dispersion, while the sustained shear-induced lift of upward flow forms the large-scale V-shaped dispersion.

１．緒言

液体中を上昇する気泡列は身近に観察され，様々な挙動を示す．例えば，シャンパン中の気泡は直線的に上昇し，安定した気泡列を形成する [1]．一方で，炭酸水中の気泡は分散しながら上昇し，不安定な気泡列を形成する．

Atasi ら [2]は気泡列の安定性に関して，実験および数値解析により調査した．その結果，気泡列は，気泡発生周波数 f, 気泡径 d, 界面汚染の影響により分散することを示した．また，気泡列の不安定化の原因を気泡発生周波数 f の増加，気泡間距離 S の減少に伴う，気泡間相互作用の増大で説明した．一方で，気泡変形，界面汚染の影響が無視できるクリーン球形気泡において，気泡間相互作用に寄与する後流領域は，幅 $O(Re^{-1/4})$, 長さ $O(Re^{1/2})$と限定的である [3]．そのため，本実験条件 $Re=O(50)$, 気泡間距離 $S>19$ のクリーン球形気泡列において大規模な分散が生じることを気泡間相互作用のみで説明することは難しい．さらに，一般的に用いられる流量による気泡発生制御法では，気泡発生周波数 f と気泡径 d を独立に制御することが難しく，気泡列分散における気泡間相互作用の定量的な評価には至っていない．

本研究では，音波を用いた独自の気泡発生法により，気泡径を固定したクリーン球形気泡列を生成，気泡間相互作用が分散に及ぼす影響について調査した．さらに，気泡間相互作用により分散を生じる気泡列モデルを作成，分散機構について検討した．

２．実験概要

実験装置の概略図を Fig. 1 に示す．本実験では，気泡発生周波数 f と気泡径 d を独立に制御するため，音波を用いて気泡の発生を制御した．まず，気泡発生部となる細孔を設けたナイロンチューブを液体中に設置した．チューブ内の空気はコンプレッサー及び圧力コントローラで加圧される．ファンクションジェネレータで矩形波を生成，アンプにより増幅，スピーカーを介して音波として出力した．音波がチューブ内を伝播し，ナイロンチューブに設けた細孔より気泡を押し出す．音波の周波数及び振幅を調整することで，気泡の発生を制御した．

本実験では，液体に動粘度 $\nu=1$ mm^2/s のシリコーンオイルを使用し，実験条件を気泡発生周波数 $f=4, 8, 12$, および 20 Hz ，気泡径 $d=0.4, 0.5$, および 0.6 mm に設定した．発生開始後十分時間が経過した気泡列を 2 台の高速度カメラで互いに垂直な方向から撮影する．高速度カメラの撮影条件はフレームレートを 250 fps, 解像度 0.058 mm／pixel である．座標系については，気泡発生位置を原点 O として，水平方向に x, y 軸，鉛直方向に z 軸をとる．

また，本実験では，気泡列の分散に注目して議論を進める．分散量を定量的に評価するため，分散角 α を導入する．分散角 α は気泡列の軌跡に対して，分散開始位置と画像上端における軌跡の左端と右端のなす角で定義する．

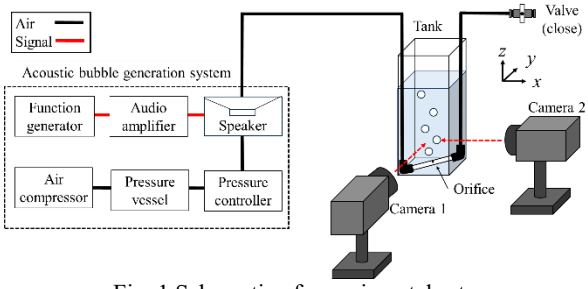


Fig. 1 Schematic of experimental setup.

３．実験結果

次に気泡列の分散の周波数依存性について述べる．Fig. 2 に $\nu=1$ mm^2/s のシリコーンオイル中での気泡径 $d=0.5$ mm の気泡列について，x - z 面から撮影した上昇軌跡を示す．一例として，気泡発生周波数 f が 4, および 20 Hz の気泡列を示す．周波数 f の増加に伴い，気泡列の分散は増大，高周波数において大規模な V 字型分散を示した．Fig. 3 に分散角 α と気泡発生周波数 f の関係を示す．気泡径 d ごとに色分けしてプロットした．いずれの気泡径 d においても，周波数の増加に伴い分散が増大する傾向を示した．

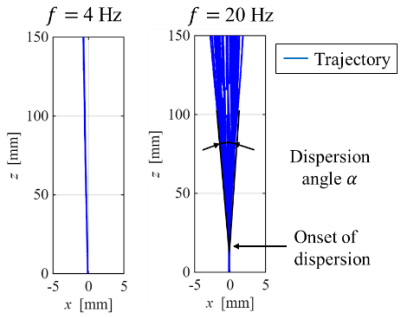


Fig. 2 Experimental trajectories of bubble chains

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

気泡を完全に球形に固定し，気泡同士が S >15 程度離れる条件においても，気泡列は気泡径と比較して大規模な分散構造を形成し，周波数依存性を示した．これは，効果が限定的な後流による揚力のみでは説明できない．気泡間相互作用以外の気泡列分散の原因として，気泡列が形成する上昇流による効果を予想する．気泡列の周囲には，気泡の繰り返しの通過により上昇流が形成される．この上昇流のせん断より気泡は追加の揚力を受け，分散が増大したと考察する．

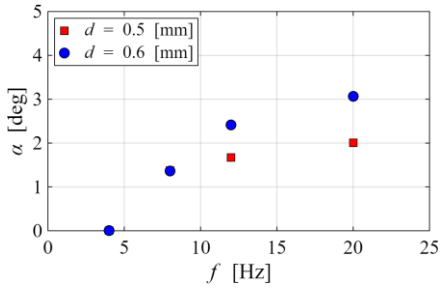


Fig. 3 Relationship between dispersion angle α and generation frequency f.

4．考察

気泡間相互作用，上昇流による気泡列の分散について検証するため，気泡列モデルを作成した．このモデルは各気泡の運動方程式を連立して解くことで，気泡列の分散をラグランジュ的に再現する．追跡する気泡を発生順に，気泡 1, 気泡 2, …, 気泡 i, …と呼ぶとき，気泡 i に関する運動方程式は次式で表わされる [4]．

$$\frac{\pi}{6}\rho_G d^3 \frac{d\boldsymbol{U}_i}{dt} = \boldsymbol{F}_{Bi} + \boldsymbol{F}_{QSi} + \boldsymbol{F}_{AMi} + \boldsymbol{F}_{int\,i,(i-1)} + \boldsymbol{F}_{int\,i,(i+1)} + \boldsymbol{F}_{UFLi}, \quad (1)$$

ここで，ρ_Gは空気の密度，$\boldsymbol{U}_i$は気泡iの速度である．また，$\boldsymbol{F}_{Bi}$, $\boldsymbol{F}_{QSi}$, $\boldsymbol{F}_{AMi}$, $\boldsymbol{F}_{int\,i,j}$, および$\boldsymbol{F}_{UFLi}$は気泡$i$に働く力であり，それぞれ浮力，定常抗力，付加質量力，気泡jとの相互作用力，および上昇流による揚力である．相互作用力$\boldsymbol{F}_{int\,i,j}$については， Hallez & Legendre[5]が提案した半解析解を用いる．この相互作用力により後流による揚力が発生，分散を再現する．本モデルでは，離れた気泡との相互作用は十分小さいと考え，隣り合う気泡との相互作用のみを考慮した．気泡は原点付近から周波数fで発生する．気泡列の分散を誘起するため，各気泡の初期x座標は，$0 \le x \le 0.01$ mm の範囲でランダムに設定した．上昇流のせん断による揚力は次式で表される [6]．

$$\boldsymbol{F}_{LUFi} = C_{LUF}\rho_L \frac{\pi d^3}{6}(\boldsymbol{V}_L - \boldsymbol{U}_i) \times (\nabla \times \boldsymbol{V}_L), \quad (2)$$

ここで，C_{LUF}は揚力係数，$\boldsymbol{V}_L$は上昇流の速度分布である．周波数fごとに，計算領域に最大流速が気泡上昇速度の 1/10 程度の小規模な上昇流を設定した．気泡の位置に応じた$\boldsymbol{F}_{LUFi}$を算出，式(1)に代入することで，上昇流による揚力を導入する．

気泡径 d = 0.5 mm の気泡列モデルの計算結果について述べる．Fig. 4 (a)は上昇流の効果を含まず，気泡間相互作用のみにより分散する気泡列の軌跡，Fig. 4 (b)は，気泡間相互作用と上昇流により分散する気泡列の軌跡である．一例として，f = 20 Hzでの計算結果をそれぞれ示した． 気泡間相互作用のみを含むモデルでは，$f \ge 8$ Hzにおいて，各気泡は発生後，後流より揚力を受け分散，その後は揚力を受けず直線的に上昇，U 字型の気泡列を形成する．また，$f \ge 8$ Hzにおいて分散に明らかな周波数依存性は見られなかった．一方，上昇流の効果を含むモデルでは，$f \ge 8$ Hzにおいて，各気泡が後流により分散後，V 字型に分散領域を拡大する傾向を示した．また，周波数 f ごとに上昇流の速度分布を調整することで，f の増加に伴い分散が拡大する傾向を再現した．

実験において，気泡列が示した大規模な V 字型分散，周波数依存性は，気泡自身が形成する上昇流の効果により生じると考える．気泡間相互作用は不安定化の起点として作用する．

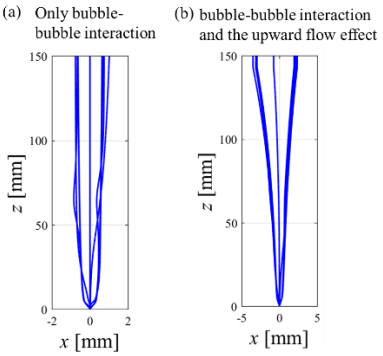


Fig. 4 Bubble chain model dispersed by (a) only wake-induced lift and (b) wake-induced lift and upward flow.

5．結言

本研究では，クリーン球形気泡列について気泡径 d を固定した条件で，分散の周波数依存性を調査した．また，分散機構についてモデルを用いて考察した．気泡列の分散には気泡間相互作用だけでなく，気泡列が形成する上昇流の効果が影響する．気泡間相互作用が分散の起点として作用する一方で，上昇流による揚力が気泡列の大規模分散構造を形成し，周波数依存性を発現させると考える．

6．著作権

講演論文集の著作権は，土木学会が保有します．

参考文献

1) J. F. Harper: Bubbles rising in line: Champagne, lager, cider, Bubbles in Food 2. AACC International Press, pp. 147-152, 2008.
2) O. Atasi, M. Ravisankar, D. Legendre and R. Zenit: Presence of surfactants controls the stability of bubble chains in carbonated drinks, Physical Review Fluids, 8(5), 053601, 2023.
3) D. W. Moore: The boundary layer on a spherical gas bubble, J. Fluid Mech. 16, 161, 1963.
4) K. Maeda, M. Date, K. Sugiyama, S. Takagi and Y. Matsumoto: Viscid–inviscid interactions of pairwise bubbles in a turbulent channel flow and their implications for bubble clustering, Journal of Fluid Mechanics. 919, A30, 2021.
5) Y. Hallez and D. Legendre: Interaction between two spherical bubbles rising in a viscous liquid, J. Fluid Mech. 673, 406, 2011.
6) D. Legendre and J. Magnaudet: The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow, J. Fluid Mech. 368, 81, 1998.

クリーンな球形気泡の列が誘起する流れ場に及ぼす気泡間距離の影響
Bubble spacing effects on the flow field induced by a chain of clean spherical bubbles

鈴木　蓮（静岡大）　　真田　俊之（静岡大）
Ren SUZUKI, Shizuoka University
Toshiyuki SANADA, Shizuoka University
E-mail: suzuki.ren.22@shizuoka.ac.jp

We visualized the flow field induced by a chain of clean spherical bubbles using two-dimensional particle image velocimetry (PIV) and evaluated the mean vertical velocity profile. We confirmed the presence of an upward flow, and observed flattening of the velocity profile far downstream of the bubble generation point. This flattening is attributed to the lateral dispersion of the bubbles rising in a chain and the viscous diffusion of wake velocity. The maximum upward velocity decreases when the bubble spacing exceeds a characteristic wake length estimated from the representative wake velocity of a single bubble.

1．緒　　言

液体中を上昇する気泡列は，微視的な気泡界面の性質から気泡間相互作用，そして流れ場という巨視的なスケールまでが互いに影響し合うマルチスケール構造を有す．そのため，気泡表面の汚染を無視できるクリーンな気泡の場合，気泡間相互作用と流れ場全体の影響を調査する必要がある．Moore[1]は単一球形気泡の境界層を支配する方程式の導出過程で，球形気泡の後流モデルとして，長さ$O(RRe_\mathrm{b}^{1/2})$，幅$O(RRe_\mathrm{b}^{-1/4})$の細長い後流モデルを提案した．Suzuki ら[2]は，気泡間相互作用のスケールに着目し，気泡列の分散現象を調査するため，クリーンな球形気泡列の観察とモデル化をした．観察より，気泡発生周波数が増加すると気泡列が分散するという結果を得た．また，気泡間相互作用のみを考慮したモデルでは実験結果を再現できないことから，気泡列の分散を説明するために考慮すべき現象として，気泡列が誘起した上昇流を挙げた．しかし，クリーンな球形気泡では表面渦度生成は限られており，気泡列が定常的に上昇流を誘起するかは非自明である．

本研究では，気泡列が誘起する流れ場を実験的に調査した．具体的には，粒子画像流速測定法（PIV）を用いて流れ場を可視化し，平均流速分布を算出した．さらに，単一気泡の形成する後流の長さを用いて，平均流速分布に及ぼす気泡間距離の影響を評価した．

2．実験概要

2．1．実験装置及び実験条件

Fig. 1 に実験装置の概略図を示す．アクリルタンクを動粘度$\nu = 1$ cSt のシリコーンオイル（以下，K1）で満たし，その中に，気泡発生部となる細孔を開けたナイロンチューブを設置した．本実験では，音波を用いた微細気泡生成装置を使用した．本装置は，スピーカーでチューブ内の空気を振動させることで，気泡発生周波数fと気泡径$d(=2R)$を独立に制御して気泡の生成が可能である．流れ場の可視化のために，二次元 PIV を用いた．トレーサー粒子として，ローダミン B 蛍光ポリスチレン粒子を使用し，波長 532 nm のレーザーシートを照射した．画像の取得には，高速度カメラを使用し，レーザー光による気泡表面の反射光を遮断するために，カメラの前方にロングパスフィルターを設置した．Fig. 1(b)に高速度カメラの撮影範囲の模式図を示す．気泡発生部を原点Oとし，水平方向にx軸，鉛直方向にz軸をとる．気泡発生部に近い領域を領域 A，気泡発生部から離れた領域を領域 B とし，二つの領域で画像を撮影した．

本実験では，$d =$ 0.5 mm，$f = 4$, 8, 12 及び 20 Hz とした．気泡レイノルズ数$Re_\mathrm{b} = 42$~50，ボンド数$Bo = 0.11$~0.13より，Clift ら[3]の図に基づき球形気泡である．また，K1 は無極性のため，気泡表面の汚染リスクは低いとした．各f，各領域において，高速度カメラのフレームレートを 125 fps，解像度を 2048×2048 pixel とした．

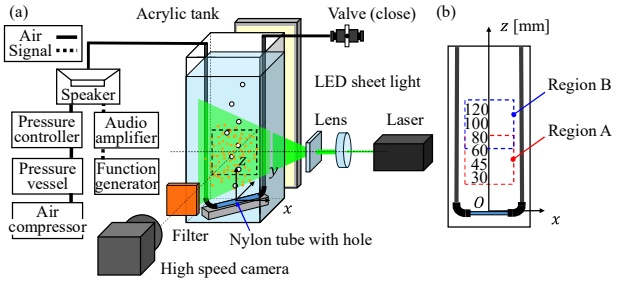


Fig. 1 Schematics of the experimental setup, (a) overview with the two-phase particle image velocimetry setup, (b) camera field of view and definition of field of view.

2．2．二次元 PIV 解析

MATLAB の PIVlab を使用し，液相のみを解析対象として PIV 解析を行った．トレーサー粒子の蛍光のみを抽出するため，生画像に対して，LoG フィルタ，適応的ヒストグラム平坦化，High-pass フィルタを順に適用した．速度ベクトルは，画像 250 枚（1 sec 分）を用いて FFT ウィンドウ変形法（最終検査領域 32×32 pixel，50%オーバーラップ）により算出した．解析の結果生じた外れ値は，標準偏差フィルタ及び局所中央値フィルタを適用し，除外した．高さzごとに速度の鉛直方向成分$\overline{w}_{\mathrm{l,z}}$を算出した．領域 A では$z =$ 30，45，60 mm，領域 B では$z =$ 80，100，120 mm とした．

なお，トレーサー粒子は慣性を有すため，トレーサー粒子の速度と流体の速度は厳密には一致しない．よって，実験結果の妥当性を確認するために不確かさ解析を行った．本実験の合成標準不確かさは 0.62~0.63 mm/s，相対合成標準不確かさは 4.2~11.5 %である．

3．実験結果及び考察

3．1．気泡列の誘起した上昇流の可視化と平均流速分布

Fig. 2 は，気泡列が誘起した流れの速度ベクトル$\vec{u}_\mathrm{l} = (u_{\mathrm{l,x}}, w_{\mathrm{l,z}})$の一例を示す．$\vec{u}_l$の絶対値を$u_\mathrm{l}$とした．気泡は原点付近から発生し，$\vec{u}_l$は主に$z$軸正方向，つまり，気泡の上昇方向を向いている．よって，気泡列が誘起した上昇流を実験的に確認できた．

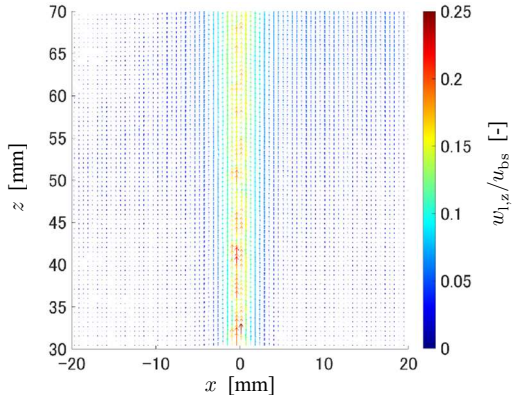


Fig. 2 Velocity field for $f = 20$ Hz in Region A, excluding interpolation vectors. For better visibility, vectors are scaled.

Fig. 3 は，気泡列が誘起した上昇流の平均流速$\overline{w}_{l,z}$の分布を示す．縦軸は単一気泡の速度ベクトル$\vec{u}_{bs}$の絶対値u_{bs}で除した無次元速度$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$とした．

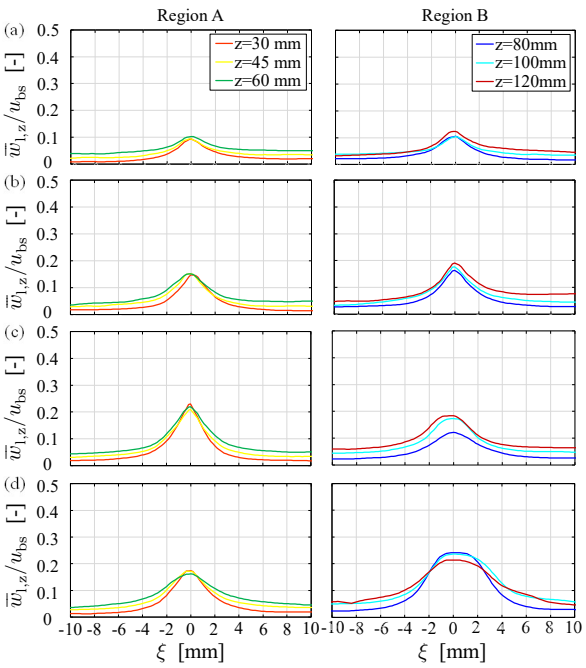


Fig. 3 Mean upward flow vertical velocity profiles, (a) $f = 4$ Hz, (b) 8 Hz, (c) 12 Hz, (d) 20 Hz.

f及び領域 A，B による$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値と分布形状の違いを述べる．画像撮影領域の都合上，横軸はx軸と同一方向で，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$が最大となる点を$\xi = 0$ mm としたξ軸に変更した．Fig. 3 より，領域 A では，fの増加に伴い$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値は増加し，$f \geq 12$ Hz で，おおよそ一定（約 0.2）に達した．一方，領域 B では，$f = 4$ Hz における$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値は領域 A と同程度（約 0.1）だが，$f \geq 8$ Hz では，最大値が約 0.2 に増加した．さらに，$f \geq 12$ Hz では，領域 B における$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$は領域 A と比べて平坦化した．

3．2．上昇流の平均流速分布の考察

まず，領域 B では，$f > 12$ Hz の場合に$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の分布が平坦化した理由を検討する．Suzuki ら [2]は，本実験の領域において，$f \geq 12$ Hz で気泡列が分散することを報告した．領域 A では，各気泡が同一径路をたどるため流速分布にピークができる．領域 B では気泡列が分散し，気泡は異なる径路を通過し，気泡の後流が特定の径路に集中することが妨げられる．更に，上昇流のレイノルズ数$Re_l = \overline{w}_{l,z\,max} d/\nu$を定義し，$Re_l \cong 8.5$より上昇流は粘性拡散の支配的な流れとなる．以上から，速度分布が平坦化すると予想される．

次に，領域 A において，$f = 4$ Hz の場合に$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値が小さくなることを議論する．気泡列が誘起する上昇流は，各気泡が形成する後流の重ね合わせと考えることができる．Moore[1]は球形気泡の後流の長さを$O(RRe_b^{1/2})$と算出したが，これは，Ramírezら [4) 5)]が near wake という気泡近傍の後流を示し，後流全体の長さを表わすものではない．よって，単一球形気泡の形成する後流全体の長さl_wの算出及び気泡間距離との比較をし，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$への影響を評価する．

気泡固定座標系(r, s)を定める．気泡中心を原点，r軸はx軸と同一方向を正，s軸はz軸反対方向を正とする．Ramírezら [4) 5)]が far wake という気泡から離れた後流の基準速度$\overline{w}_z^*$に，Ruzicka[6)]が提案した，時間スケールL^{*2}/νより大きい流れに対する粘性補正を組み合わせると次のようになる．

$$\frac{\overline{w}_z^*}{u_{bs}} = \frac{1}{8}\left(\frac{d}{s}\right)^3 + \gamma\frac{C_D}{2}\left[1 - \exp\left(-\frac{Re_b}{16}\frac{d}{s}\right)\right]\exp\left(-\frac{4}{Re_b}\frac{s}{d}\right) \quad (1)$$

ここで，$L^* = R$とし，C_Dには，Moore が算出した抗力係数を用いる．また，γは補正係数である．l_wを$s = RRe_b^{1/2} + R$における$\overline{w}_z^*/u_{bs}$が 1%以下に減衰するまでに要す長さと定義した．本実験条件では，$l_w/R = 64$~74となる．一方，無次元気泡間距離$S(= u_b/(fR))$: u_bは領域 A の各fにおける気泡の速さ)は，$f = 4$ Hz のとき$S = 89$, $f \geq 8$ Hz のとき$S \leq 45$である．よって，$f = 4$ Hz のみ$S > l_w/R$が成立し，後続気泡は前方気泡の形成する後流の有効範囲に入らないため，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値が他の条件より小さくなると説明できる．

4．結　　言

二次元 PIV を用いて，気泡列が誘起した上昇流を可視化した．領域 A では，fの増加に伴い$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値は増加し，$f \geq 12$ Hz の場合，おおよそ一定となる．$f = 4$ Hz の場合，後続気泡が前方気泡の後流の有効範囲に入らないため，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値が他の条件と比較して小さくなる．領域Bでは，$f \geq 12$ Hzの場合，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の分布は平坦化した．これは，気泡の後流が特定の径路に集中することが妨げられたこと及び上昇流が粘性拡散の支配的な流れであることと予想する．

参考文献

1) D. W. Moore: The boundary layer on a spherical gas bubble, Journal of Fluid Mechanics, 16(2), pp. 161-176, 1963.
2) S. Suzuki and T. Sanada: Generation frequency effects on the stability of a single spherical bubble chain in viscous liquids, ICMF 2025, 2025.
3) R. Clift, J. R. Grace and M. E. Weber: Bubbes, drops and particles, Academic Press, New York, 1978.
4) J. Ramírez-Muñoz, E. Salinas-Rodríguez, A. Solia and A. Gama-Goicochea: Hydrodynamic interaction on large-Reynolds-number aligned bubbles: Drag effects, Nuclear Engineering and Design, 241, pp. 2371-2377, 2011.
5) J. Ramírez-Muñoz, A. Gama-Goicochea and E. Salinas-Rodríguez: Drag force on interacting spherical bubbles rising in-line at large Reynolds number, International Journal of Multiphase Flow, 37, pp. 983-986, 2011.
6) M. C. Ruzicka: On bubbles rising in line, International Journal of Multiphase Flow, 26, pp. 1141-1181, 2000.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アガロースゲル中でのレーザ誘起気泡成長時の界面不安定性

Surface Instability of a Growing Laser-induced Bubble in Agarose Gels

高比良 裕之（阪公大・工）　　大島 諒也（阪公大・工）
Hiroyuki TAKAHIRA, Osaka Metropolitan University
Ryoya OSHIMA, Osaka Metropolitan University
E-mail: takahira@omu.jp

The instability of a laser-induced bubble in agarose gels during its growth phase was studied using the stability analysis method by Yang et al. (2021). The agarose gel was modeled with the qKV model for viscoelastic fluids. Initially, the gel's shear modulus G and viscosity μ were determined by matching the bubble radius evolution from experiments with simulations based on the Rayleigh-Plesset equation. Using these parameters and experimental data on bubble radius, velocity, and acceleration, two instability parameters were calculated for each surface oscillation mode expanded in spherical harmonics. The analysis predicted instabilities for low-degree modes but was less precise for higher degrees. Results also showed that higher shear modulus and viscosity generally stabilized surface oscillation modes, especially for high-degree modes.

１．はじめに

アガロースゲルのヤング率はアガロース濃度によって変化し，生体軟組織に類似の音響的・機械的特性を持つことから，高強度集束超音波（HIFU）などの医療応用実験において，生体組織を模擬するためによく用いられる [1]. Kishimoto ら [2]は，アガロースゲル内で生成されたレーザ誘起気泡が成長する際に，その界面にしわ状の形状不安定を生じることを示した．また，Yangら[3]は，粘弾性流体中での気泡形状を球面調和関数で摂動展開し，弾性に関するパラメータξと粘性に関するパラメータηを用いて，展開された各振動モードが気泡崩壊に伴い増大する時間域を計算し，界面の不安定性を議論した．水中では，気泡崩壊時に界面不安定が増大し，逆に気泡成長時に気泡界面が安定化することは，理論的に明らかになっているが，アガロース中での気泡成長時の界面不安定の要因は明らかとなっていない．そこで本研究では，まずアガロースゲル中でのレーザ誘起気泡の成長崩壊実験を行い，気泡の界面形状を観察し，気泡半径の時間履歴と qKV モデルを用いた解析結果との比較から，アガロースのせん断弾性係数Gと粘性係数μを推定した．さらに，得られたアガロースの物性値等を用いて，Yangらの粘弾性流体中での界面の安定性理論を用いて，気泡成長時の界面不安定の要因を検討した [4].

２．レーザ誘起気泡の界面不安定性の実験

気泡界面不安定を観測するため，以下の実験を行った．純水で満たした水槽中に濃度 0.5 w/v%のアガロースゲル（30 mm×30 mm×30 mm）を設置した．Q-switched Nd:YAG レーザをゲル中に集光し，レーザ誘起気泡を生成した．気泡生成時を$t = 0$ s とし，気泡が収縮・膨張を繰り返した後，気泡が静止し平衡状態に至るまでの様子を高速度ビデオカメラで撮影した．平衡状態での気泡半径をR_{eq}と定義した．

Fig. 1 は気泡成長時の各時刻におけるアガロースゲル中での気泡の形状である（R_{eq}=0.23 mm）．気泡成長時に表面振動が現れ，それが時間とともに進展している様子が見てとれる．特に Fig. 1 の時刻$t = 90$ μs には，突起状の表面振動が表れている．

Fig. 2 に Fig. 1 の実験における体積等価半径の時間履歴を示す．体積等価半径は画像解析により算出した．なお，時間tを$t^* = t/\left(R_{\mathrm{eq}}/\sqrt{P_\infty/\rho}\right)$，半径$R$を$R^* = R/R_{\mathrm{eq}}$と無次元化している．ここで，$P_\infty$は無限遠方圧力，$\rho$はアガロース密度である．Fig. 2 から気泡は膨張，収縮した後，再膨張する．微小振動を繰り返した後，概ね平衡半径に達していることがわかる．

Fig. 3 は後述する粘弾性流体中での気泡半径の運動方程式(2)において，せん断弾性係数Gと粘度μをフィッティングパラメータとして，実験の半径履歴と比較したものである．図中の実験データは Fig. 2 と同じであり，気泡が最大半径に達した後の収縮・再膨張過程を式(2)を用いて予測した．その結果，濃度 0.5 w/v%アガロースのG，μはそれぞれG=4.986 kPa，μ=1.005 Pa·s と推定された．

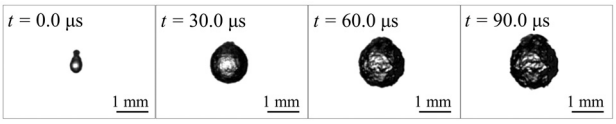


Fig. 1 Successive bubble shapes (R_{eq}=0.23 mm).

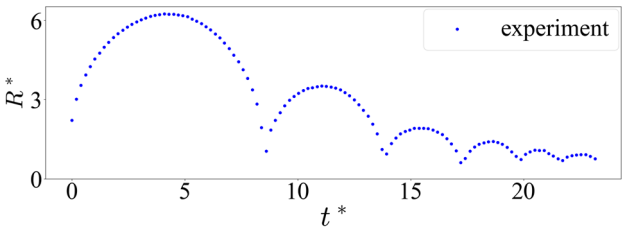


Fig. 2 Time history of the volume equivalent radius of the bubble in Fig. 1 (R_{eq}=0.23 mm).

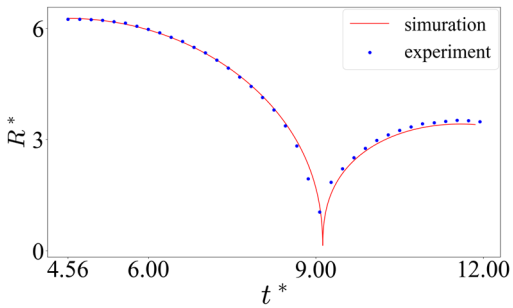


Fig. 3 Comparison of time histories of bubble radius between simulations (red line) and experiments (blue dots).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3．界面不安定性の解析

アガロースの物性を表す構成方程式として，以下に示す粘弾性流体のモデル：qKV モデルを用いた [3]．

$$\boldsymbol{\sigma} = G[1+\alpha(I_1-3)]\boldsymbol{B} + 2\mu\boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$はコーシー応力，Gはせん断弾性係数，μは粘度である．I_1は$\boldsymbol{B}$の第一不変量，$\boldsymbol{B}$は左コーシー・グリーン・ひずみテンソル，αはひずみ硬化のパラメータ，$\boldsymbol{D}$はひずみ速度テンソル，$\boldsymbol{I}$は単位行列であり，pは圧力に相当する量である．qKV モデルによる気泡半径の運動方程式は以下のように与えられる [3]．

$$R^*R^{*\prime\prime} + \frac{3}{2}\{R^{*\prime}\}^2 = \frac{P_b}{P_\infty} - 1 + S^* - \frac{2}{\mathrm{We}\,R^*} \tag{2}$$

$$S^* = \frac{3\alpha-1}{2}\Gamma\left[5 - \frac{1}{R^{*4}} - \frac{4}{R^*}\right] - \frac{4R^{*\prime}}{\mathrm{Re}\,R^*} + 2\alpha\Gamma\left[\frac{27}{40} + \frac{1}{8R^{*8}} + \frac{1}{5R^{*5}} + \frac{1}{R^{*2}} - 2R^*\right]$$

プライムは無次元時間t^*による微分を表している．P_bは気泡内圧力，$\mathrm{We} = P_\infty R_\mathrm{eq}/\gamma$，$\gamma$は水の表面張力係数を表している．$G$，$\mu$の無次元化量として，$\Gamma = G/P_\infty$，$\mathrm{Re} = R_\mathrm{eq}\sqrt{P_\infty\rho}/\mu$ と定義した．

Yang らは，極座標で表現した気泡形状を，球面調和関数を用いて次式のように展開し，

$$r(\theta,\phi,t) = R(t) + \sum_l\sum_m a_{lm}(t)Y_l^m(\theta,\phi) \tag{3}$$

次数 m に依らない l 次の球面調和関数の係数a_lの支配方程式(4)-(6)を導出した．なお，式(4)-(6)は無次元化されており，式(4)における$a_l^{*\prime}$およびa_l^*の係数η^*，ξ^*が界面不安定を示すパラメータである [3]．

$$a_l^{*\prime\prime} + \eta^* a_l^{*\prime} - \xi^* a_l^* = 0 \tag{4}$$

$$\eta^* = \frac{3R^{*\prime}}{R^*} + \frac{4}{\mathrm{Re}\,R^{*2}} + \frac{l(l+1)}{3\mathrm{Re}\,R^{*2}} \tag{5}$$

$$\xi^* = -\frac{R^{*\prime\prime}}{R^*} + \frac{4R^{*\prime}}{\mathrm{Re}\,R^{*3}} - \frac{2l(l+1)R^{*\prime}}{3\mathrm{Re}\,R^{*3}} - \frac{(l+1)(l-2)}{\mathrm{We}\,R^{*3}} + \Gamma\left[-\frac{2}{R^{*3}}\left(1+\frac{1}{R^{*3}}\right) - \frac{l(l+1)}{R^{*2}+R^*+1}\right.$$
$$\left. - \frac{2\alpha(R^*-1)^2}{R^{*3}}\left(1+\frac{1}{R^*}\right)^3\left(2-\frac{2}{R^*}+\frac{3}{R^{*2}}-\frac{1}{R^{*3}}+\frac{1}{R^{*4}}\right) - \frac{\alpha l(l+1)(R^*-1)^2}{5R^*(R^{*2}+R^*+1)}\left(10+\frac{6}{R^*}+\frac{3}{R^{*2}}+\frac{1}{R^{*3}}\right)\right] \tag{6}$$

界面形状の不安定条件は$\eta^* < 0 \cup \xi^* > 0$である．$\eta^* > 0$は本実験条件範囲では成り立つことが確認されたため，界面不安定の条件を$\xi^* > 0$と設定し，この条件を満たす振動モードの次数について調査した．

平衡気泡半径$R_\mathrm{eq} = 0.240 \pm 0.01$ mmの範囲の実験 6 例の体積等価半径の時間履歴を平均して得られた平均気泡半径時間履歴を算出し，得られた平均気泡半径の時間履歴と物性値G，μを用いて，式(4)-(6)から計算された 8 次の振動モードξ_8^*の時間履歴を Fig. 4 に示す．気泡成長時において$\xi^* > 0$となる時間域の長さをT_i^*と定義した（Fig. 4 に色付きで示した無次元時間域）． 図より，8 次振動モードについては，気泡成長時（$t^* = 0$~4.56）に$\xi^* > 0$となっている時間域が存在していることがわかる．このことから，8 次振動モードは気泡成長時に不安定となることがわかる．

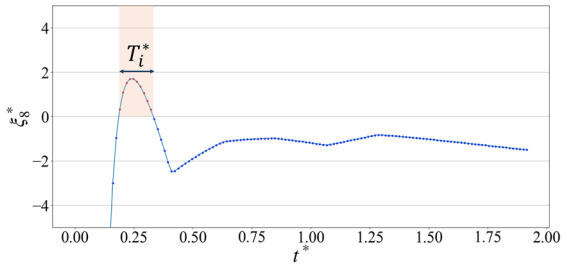


Fig. 4 Time histories of ξ^* for the modes of degree 8. T_i^* indicates a time duration with the instability during bubble growth.

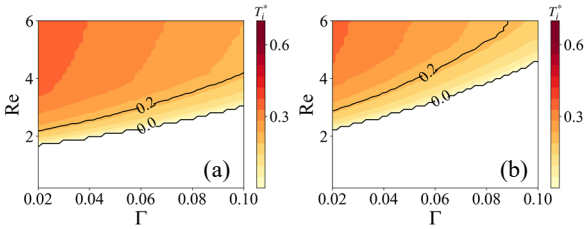


Fig. 5 Instability map for surface oscillations: (a) l = 8 and (b) l = 9.

Γ，Reを変化させたときの各振動モードに対するξ^*およびT_i^*を計算した．Figs. 5(a), (b)にそれぞれ，l = 8, 9 次の振動モードに対するΓ，Re平面上のT_i^*の分布図を示す．このΓ，Re平面上のT_i^*の分布図において，色のついた領域が$T_i^* > 0$となるΓ，Reに対する不安定領域である．実験におけるR_eq，G，μから算出されるΓ，ReはΓ = 0.0492，Re = 2.41 であることから，この実験において 8 次の表面振動が気泡成長時に増大すること，9 次の表面振動は増大しないことがわかる．また，Fig. 5 からわかるように，全般に不安定領域は，Reが大きく，Γが小さい場所に分布している．このことは，気泡径が大きく粘性の影響が小さいほど，また弾性の影響が小さいほど気泡成長時に界面が不安定となる，という傾向を意味する．また高次の振動モードに対して不安定領域が狭くなる傾向がみられる．実験では，気泡の平衡半径が大きいほど，またアガロースの弾性率が大きいほど，気泡表面が不安定になる傾向が見られた．このことから，本安定性理論では，低次の表面振動ならびに気泡径の影響は予測できるが，高次の表面振動ならびに弾性率の影響の予測は困難と考えられる．

4．おわりに

アガロースゲル中に生成したレーザ誘起気泡の時間履歴と球形気泡の運動方程式の解との比較から，ゲルのせん断弾性係数と粘度を算出するとともに，Yang らの安定性理論を用いて，気泡成長時の界面形状の安定性解析を行った．

謝　辞

本研究は科学研究費補助金（No. 24K07327）による援助の下に行われた． ここに深く謝意を示す．

参考文献

1) Hall, T. J. et al.: IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 44, pp. 1355-1365, 1997.
2) Kishimoto, K. et al.: Multiphase Sci. Tech., 35, pp. 1-17, 2023.
3) Yang, J. et al.: Phys. Rev. E., 104, 045108, 2021.
4) 大島・他 2 名: 混相流, 2026, 掲載決定.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:35 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (2)

座長:真田 俊之(静岡大学)

10:35 ~ 10:50

[26005] 非等温環境における気流剪断液膜の界面不安定性：実験と理論

*井上 智博[1] (1. 九州大学)

10:50 ~ 11:05

[26006] テイラー気泡の動的メニスカスにおける速度境界層と液膜厚さの関係

*常岡 大修[1]、岡島 淳之介[2] (1. 東北大学、2. 東北大学 流体科学研究所)

11:05 ~ 11:20

[26007] 液体を封入したフラスコへの単発打撃によって生じる微粒化現象

*渡部 裕也[1]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学)

11:20 ~ 11:35

[26008] 短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動

*田川 義之[1]、栗原 千尋[1]、木山 景仁[2] (1. 東京農工大学、2. 埼玉大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非等温環境における気流剪断液膜の界面不安定性：実験と理論
Interfacial Instabilities of Gas-Sheared Liquid Films under Non-Isothermal Conditions: Experiments and Theory

井上　智博（九州大・工）
Chihiro INOUE, Kyushu University
E-mail: inoue.chihiro@aero.kyushu-u.ac.jp

We show experimental results that a thin liquid wall film destabilizes sheared by a fast gas stream under non-isothermal conditions. Convective heat transfer between the hot gas and cold film leads to the formation of cooled thermal boundary layer inside the gas phase. As a result, the gaseous velocity boundary layer thins, which enhances destabilization of liquid film. We successfully formulate the promoted shear instabilities, well reproducing the experimental results of wavelengths.

１．緒言

気流にさらされた壁面上の薄い液膜は，剪断不安定によって三次元的に波立つ．平滑な液膜と比べて，波状液膜では，気液の接触面積が格段に増加するため，圧力損失や伝熱特性が促進されることが知られている．しかし，従来の液膜不安定理論は，気液が等温の条件で構築されており [1-3]，気液が非等温で熱伝達を無視できない条件において，波状液膜の波長や位相速度を記述できない問題があった．そこで本研究では，まず，同一の流れ条件において，気液が等温の場合と非等温の場合で，液膜形状が大きく変化することを実験的に示す．次に，非等温環境における液膜不安的理論を構築し，実験結果を良好に記述できることを示す．

２．実験装置

図 1 に示す実験装置において，ヒーターで加熱した空気を十分に発達させてアクリル円管でできたテストセクション部に導く．テストセクション入口の速度分布が 1/7 乗則に従うことを確認している．他方，常温の液膜は，円管内壁に均一な厚さで流入し，中央を流れる気流から剪断力を受ける．同実験装置は，気流と液膜の速度および温度の境界条件を明確に管理できる優れた特徴を有する．初期の気流温度 T_g と液膜温度 T_l の差を$\Delta T=T_g-T_l$ と定義し，T_g を変化させることでΔT =0~150K の範囲で実験を行った．

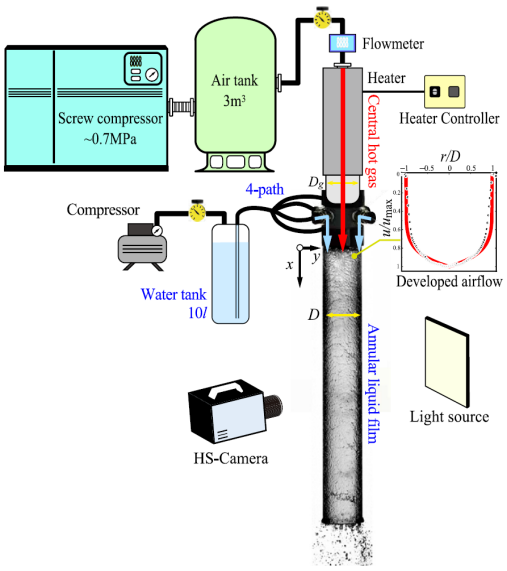


図 1　実験装置 [4]

３．結果と考察

等温条件のΔT=0K において，気液の速度差に起因する軸方向の不安定波長λは，気流の渦度境界層厚さδと気液のバルク密度比ρ_l/ρ_g を用いて次式で表せる [1,2]．

$$\lambda \approx \delta\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \qquad (1)$$

同一のλの条件下で，ΔT=0~150K における可視化結果を図 2 に示す．ΔT が増加するほど，波長が短く，明らかに不安定化が促進されている．しかし，従来理論の式(1)によれば，ΔT によらず波長は等しいはずで，図 2 の実験結果を説明できない．

本研究では，熱容量の小さい高温気流が，低温液膜によって冷却される効果を新たに考える．気相側に発達する温度境界層内部は，ほぼ液温にまで冷却され，速度境界層が薄くなる．この時の渦度境界層厚さをδ^c で表す．同時に，気流の温度境界層内部の密度がρ_g^c に増加する．これらを用いて，非等温場での軸方向波長λ^c を次式で表す [3]．

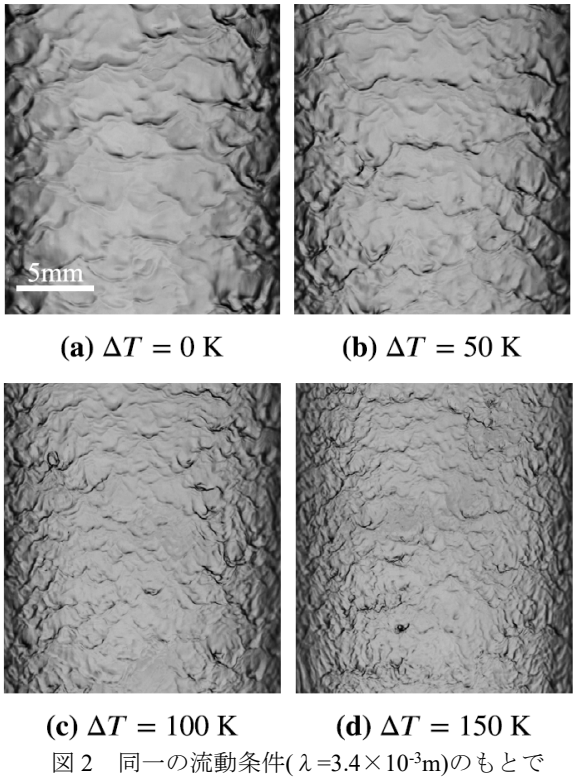
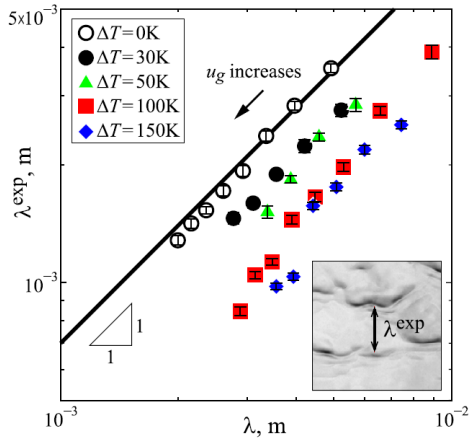


図 2　同一の流動条件(λ=3.4×10^{-3}m)のもとで気液温度差が液膜の波状特性与える影響

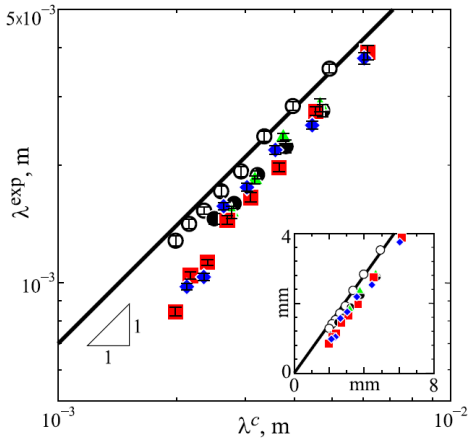
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\lambda^c \approx \delta^c \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g{}^c}} \qquad (2)$$

液膜の軸方向波長の実験結果λ^{exp}と式(1)の計算結果の関係を図 3(a)に，実験結果と式(2)の結果を図 3(b)に示す．従来の等温モデルは$\Delta T > 0$K の実験結果を再現できない(図 3(a))のに対して，気流の冷却効果を考慮した非等温モデルは，全てのΔT 条件における実験結果を統一的に再現する(図 3(b))．従って，式(2)が妥当であることを確認した．すなわち，気流が高温の場合，液膜によって気流が冷やされる結果，気流の速度境界層が薄くなることが，液膜不安定化促進の本質的な機構であると明らかになった．



(a) 従来モデル(熱伝達未考慮)



(b) 本モデル(熱伝達考慮)

図 3　軸方向波長の実験結果λ^{exp}と理論解析結果の関係

4．結言

高温の乱流気流によって液膜の不安定化が促進されることを実験的に明らかにした．その機構は，液膜によって気相が冷やされ，気流の速度境界層が薄くなることであることを明らかにした．逆に，液膜温度が高い場合には，液膜の不安定性は抑制される．気液間の熱伝達の効果を考慮した数理モデルを新たに定式化し，実験結果を再現することに成功した．

参考文献

1) L. Rayleigh, “On the stability, or instability, of certain fluid motions”, Proc. London Mathematical Society, 11(1), 57-72 (1880).
2) P. Marmottant, E. Villermaux, “On spray formation”, Journal of Fluid Mechanics, 498, 73-111 (2004).
3) Y. Kamada, Z. Wang, C. Inoue, “Dynamics of gas-liquid annular flow: from wall-film instability to fragmentation”, Journal of Fluid Mechanics, 1023, A43 (2025).
4) K. Murakami, Y. Kamada, Z. Wang, C. Inoue, “Hot shear flows promote instabilities of liquid wall films”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 255, 127783 (2026).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テイラー気泡の動的メニスカスにおける速度境界層と液膜厚さの関係
On the Relationship Between the Velocity Boundary Layer and the Liquid Film Thickness in the Dynamic Meniscus of a Taylor Bubble

常岡　大修（東北大・工）　　岡島　淳之介（東北大・流体研）
Daisuke TSUNEOKA, Mechanical Engineering Division, Tohoku University
Junnosuke OKAJIMA, Institute of Fluid Science, Tohoku University
E-mail: tsuneoka.daisuke.s1@dc.tohoku.ac.jp

The liquid film thickness around a Taylor bubble flowing in a microchannel at high Reynolds numbers is investigated using direct numerical simulations (DNS). The averaged liquid film thickness decreases with the bulk Reynolds number and agrees with the experimental results of Han and Shikazono. A scaling analysis suggests that the film thickness follows a $Re_m^{-1/2}$law governed by the turbulent velocity boundary layer.

１．緒言

マイクロチャネル内を移動するテイラー気泡の周囲には，壁面と気泡界面の間に薄い液膜が形成される．この液膜厚さは圧力損失や熱・物質移動を支配し，気液二相デバイスの設計において重要なパラメータである．慣性力が無視できる条件では Landau-Levich-Derjaguin 理論 [1]を基礎として Bretherton により液膜厚さの理論式が提案されており [2]，表面張力と粘性力の比であるキャピラリー数Ca_bで液膜厚さh_0が整理できることが示されている．

$$h_0 \sim 1.34 {Ca_b}^{2/3}, \quad Ca_b = \frac{\mu_l U_b}{\sigma} \tag{1}$$

ここでμ_lは液体の粘性係数，U_bは気泡先端の移動速度，σは表面張力である．一方，慣性力の影響が無視できない流動条件では，Han と Shikazono [3]や Tsuneoka と Okajima[4] による慣性力を考慮した相関式が提案されている．これらの提案式では，気泡先端の移動速度で定義した気泡レイノルズを用いて液膜厚さを整理している．

$$Re_b = \frac{2\rho_l U_b R}{\mu_l} \tag{2}$$

ここでρ_lは液体の密度，Rは管内半径である．気泡がさらに高速で移動するとバルク液の流れは乱流へ遷移するため，速度境界層の厚さが液膜厚さに影響を及ぼす可能性が指摘されているが [5]，乱流が液膜厚さに及ぼす影響については体系的に整理されておらず，その物理的理解は十分ではない．近年，低粘性流体を用いる流体デバイスでは高レイノルズ数条件のテイラー気泡流がよく見られ，二相冷却，化学反応器，医療機器表面の洗浄，汚染物質輸送など多くの応用との関連から，その流動機構の理解が求められている．そこで本研究では，マイクロチャネル内を高速で流れるテイラー気泡流を対象とし，三次元直接数値計算（DNS）を用いて乱流を直接解像することで，乱流に伴う速度境界層が液膜厚さに及ぼす影響を調べることを目的とする．

２．計算方法

支配方程式には非圧縮性流体の連続の式および運動量保存式，界面追跡には VOF 関数の輸送方程式を用いた．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \boldsymbol{u} + \frac{\sigma \kappa \nabla F}{\rho} \tag{4}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)F + \nabla \cdot \big(\boldsymbol{u}_r F(1-F)\big) = 0 \tag{5}$$

表面張力は CSF モデルにより体積力として導入し，気液界面は VOF 法により追跡した．数値計算には OpenFOAM 2.1.1 を用い，時間積分には二次精度後退差分法，移流項には二次精度中心差分スキーム，VOF 輸送には van Leer スキームを適用した．

計算モデルの概略図を Fig. 1 に示す．本研究では半径$R = 0.5,\ 0.65$ mm の円形マイクロチャネルを対象とし，入口と出口を周期境界条件で接続し，両端に一定圧力差を与えることでテイラー気泡流を駆動した．格子解像度の影響を評価するため，長さ $4\pi R$の円管において単相乱流計算を行い，周期境界条件のもとで流れを十分時間発展させ完全発達乱流状態を得た．格子解像度は Table 1 に示す Coarse, Medium, Fine の三種類を用いた．Fig. 2 に示す平均速度分布 U_z^+と壁座標 y^+の関係は Patel らの実験結果 [6]と良好に一致しており，一次統計量が適切に再現されていることを確認した．さらに Fine 格子で得られた平均速度分布および乱流せん断応力分布を円管乱流 DNS（Durst ら [7]，Eggels ら [8]）と比較したところ，レイノルズ数条件は異なるものの分布形状および値の範囲は良好に一致し，二次統計量も適切に再現されていることを確認した．

３．計算結果

Fig. 3 に一例として，$R = 0.65$ mmのマイクロチャネル内を流れるエタノール気泡の形状と速度分布を示す．気泡後端付近では乱流が発生しており，気泡はその乱流構造の中を進行していることが分かる．液膜厚さは乱流の影響により局所的に変動し分布を持つため，本研究では乱流が十分

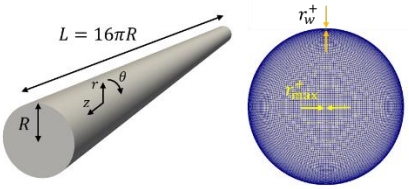


Fig. 1 Schematic diagram of the calculation model

Table 1 Details of mesh size and spacing for each condition

Mesh Resolution	Coarse	Medium	Fine
Number of cells (million)	1.7	3.1	4.6
$r_w^+, r_{max}^+, (r\theta)^+$ and z^+	0.50, 4.0, 5.7, 6.4	0.45, 3.7, 5.2, 4.3	0.37, 3.0, 4.3, 4.1

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

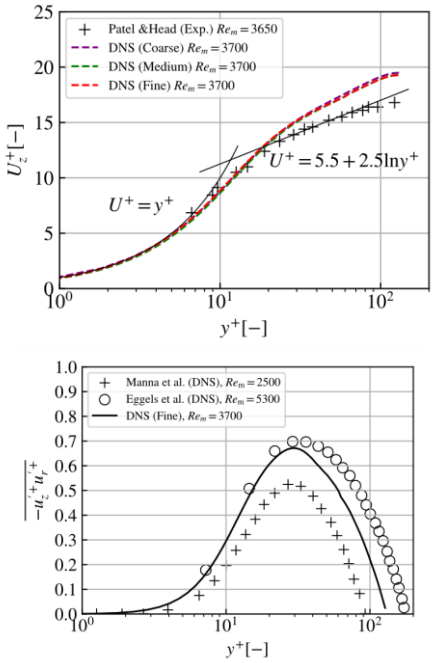


Fig. 2 The mean velocity profiles and Reynolds shear stress calculated for different resolutions (see Table 1).

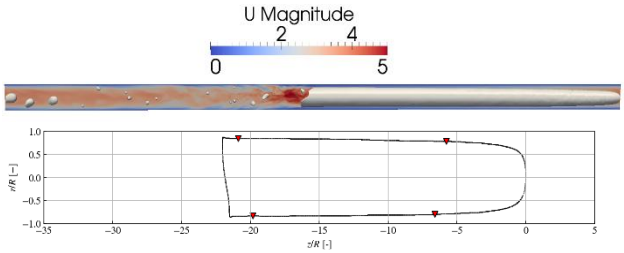


Fig. 3 Bubble shape, velocity field of ethanol (D = 1.3 mm) and definition of the flat film region.

発達した領域において液膜厚さの時空間平均を評価した．具体的には 準定常状態で平坦液膜 に相当する領域を対象とし，その開始点および終点は Fig. 3 に示す方法により判定した．すなわち，気泡先端側から液膜厚さの傾きが 0.01 に達する位置を開始点とし，気泡後端側から同様に傾きが 0.01 に達する位置を終点とした．

4．考察

従来の研究では，液膜厚さは気泡速度を代表速度とするレイノルズ数により整理されてきた．しかし本研究では，バルク液に発達する乱流のせん断が液膜形成に影響を与えると考え，バルク平均流速で定義したレイノルズ数 Re_m により液膜厚さを整理した．その結果，Fig. 4 に示すように，管内半径で無次元化した液膜厚さの時空間平均値は Re_m の増加に伴い減少し，Han& Shikazono の実験結果とも一致したこれは Re_m の増加に伴い速度境界層厚さが減少し，そのせん断応力が気泡先端の動的メニスカスに作用するラプラス圧と釣り合うことで液膜厚さが決定されるためと考えられる．この傾向を説明するため，スケーリング解析を行う．バルク液体では慣性力と粘性力の釣り合いが支配的であると考え，流れの発達距離を気泡間距離 L_m とすると，

$$\frac{\rho_l U_{\mathrm{m}}^2}{L_{\mathrm{m}}} \sim \frac{\mu_l U_{\mathrm{m}}}{\delta^2} \tag{6}$$

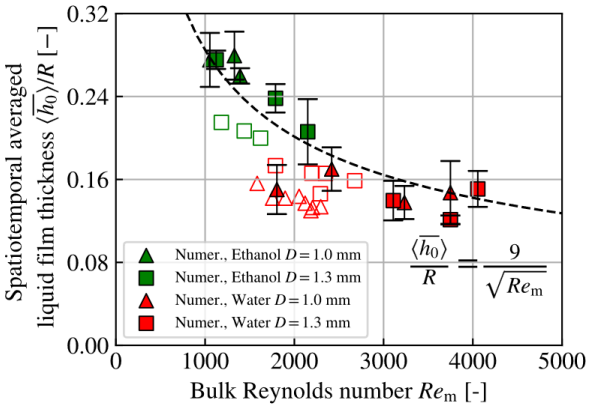


Fig. 4 Comparison of the averaged liquid film thickness with the proposed $1/\sqrt{Re_{\mathrm{m}}}$ scaling. The open symbols indicate the experimental data of Han& Shikazono[3].

と表される．ここで，δは乱流速度境界層厚さである．この関係から，

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\mu_l L_{\mathrm{m}}}{\rho_l U_{\mathrm{m}}}} \tag{7}$$

が得られる．さらに，時空間平均を取った液膜厚さ$\langle\overline{h_0}\rangle$が速度境界層厚さに比例すると仮定すると，

$$\frac{\langle\overline{h_0}\rangle}{R} \sim C\sqrt{\frac{L_{\mathrm{m}}}{R}\frac{1}{Re_{\mathrm{m}}}} \tag{8}$$

で整理される．本研究では気泡間距離がおよそ $L_m/R \approx 7\pi$ であり，C は定数であるため，平均液膜厚さが $Re_m^{-1/2}$ に比例するスケーリングで整理できる．数値解析結果を用いて係数を決定すると，$C\sqrt{L_m/R} \approx 9$ となった Fig. 4 にはこのスケーリングと数値計算により得られた液膜厚さの時空間平均値を併せて示している．式(8)は液膜厚さの減少傾向を適切に説明できており，平均液膜厚さが速度境界層厚さでスケーリングできることを示唆している．

4．結言

本研究では，マイクロチャネル内を高速で流れるテイラー気泡周囲の流れを三次元 DNS により解析し，高レイノルズ数条件における液膜厚さの特性を調べた．その結果，液膜厚さはバルク液の平均流速で定義したレイノルズ数 Re_m に対して減少し，乱流速度境界層厚さに基づくスケーリングにより液膜厚さが $Re_m^{-1/2}$ で整理できることを示した．以上の結果は，高レイノルズ数条件では液膜厚さがキャピラリー数ではなく，乱流速度境界層厚さによって支配される可能性を示唆している．今後は気泡間距離を変化させた計算を行い，その影響を詳細に検討する予定である．

参考文献

1) L. Landau, B. Levich, *Acta Physicochim USSR*, 17, 1942.
2) F. P. Bretherton, *J. Fluid Mech*., 10, 1961.
3) Y. Han, N. Shikazono, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 30, 2009.
4) D. Tsuneoka. J. Okajima, *J. Fluid Sci. Technol.*, 18, 2023.
5) P. Aussillous, D. Quere, *Phys. Fluids*, 12, 2000.
6) V.C. Patel, M.R. Head, *J. Fluid Mech.*, 38, 1969.
7) F. Durst, J. Jovanovic, J. Sender., *J. Fluid Mech.*, 295, 1995.
8) J.G.M Eggels et al., *J. Fluid Mech.*, 268, 1994.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

液体を封入したフラスコへの単発打撃によって生じる微粒化現象
Atomization triggered by a single impact on a liquid-filled flask

渡部　裕也（農工大・工）　　田川　義之（農工大・工）
Hiroya WATANABE, Tokyo University of Agriculture and Technology
Yoshiyuki TAGAWA, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: 246847t@st.go.tuat.ac.jp

We investigate atomization induced by a single mechanical impact on a liquid-filled flask. Upon collision with a rigid substrate, vertical oscillations of the liquid column are excited without continuous forcing, leading to the generation of surface waves and droplet formation. High-speed imaging reveals that atomization occurs through the elongation and breakup of surface waves, whose intensity depends non-monotonically on the liquid column height. Direct numerical simulations show that the surface oscillations occur at half the excitation frequency, indicating Faraday wave excitation. A simple mechanical model based on impact-induced pressure variations successfully predicts the observed oscillation frequency.

１．緒言

微粒化現象は液体の総表面積を増大させ，熱輸送や化学反応を促進させるため，乾燥粉末の製造，液体燃料の蒸発，噴霧冷却など多分野で用いられる．微粒化を促進するために，気液界面に擾乱を与え流体力学的不安定性を誘起する手法が広く知られている．一例として，液体を鉛直方向に加振し，ファラデー波と呼ばれる表面波を誘起・破砕して微粒化する手法がある．具体的には，液体を入れた容器[1]，液滴を静置した板[2]あるいはノズルを強制振動させることで液面に周期的な表面波（ファラデー波）が生成する．加振周波数や振幅が十分に大きく，与えられる加振加速度が閾値を超えると，ファラデー波の波頭部が伸長して液糸を生成し，そのピンチオフにより微小液滴が生成する．

本研究では，液体を封入したフラスコを金属床材に落下させ打撃を与えた際にも，表面波の生成，波頭部の伸長，および微粒化が起こり得ることを発見した．液体に触れる容器や板を連続で強制振動させた従来の研究に対し，本研究では容器に単発の打撃のみを与えている．それにもかかわらず，打撃後に気液界面の鉛直方向振動が観測され，打撃によって容器内の液体振動が励起されたと考えられる．

本稿では，液体を封入したフラスコへの打撃によって生じる微粒化現象を報告し，容器への単発打撃，気液界面の振動，および微粒化の三者の関係を明らかにする．まず，気液界面の振動と微粒化について実験結果を報告する．次に，観察された微粒化現象が液体振動により誘起されたファラデー波の破砕に起因することを数値計算を用いて示す．さらに，容器への単発の打撃から誘起される首部の液柱振動を記述する簡単なモデルを提示し実験結果と比較する．

２．実験：液体を封入したフラスコの打撃に伴う現象

図 1(a)に示すようにケルダールフラスコに封入するエタノール量を変え中間部の液柱高さ l_{neck} を 0-100 mm と変化させ，容器を自由落下させて打撃を与えた際の気液界面を観察した．図 1(b)に各首部液柱高さ条件における容器衝突後 30 ms 時点の気液界面挙動を示す．液柱高さによらず，容器衝突後に気液界面中心から先端の集束した液体ジェットが生成した．一方，微粒化強度は首部液柱高さに依存し非単調な変化を示した．l_{neck} = 0 mm では微粒化は観察されず，l_{neck} = 5 mm で最も激しい微粒化が生じた．液柱高さの増加に伴い微粒化強度は低下し，l_{neck} = 60 mm では液滴生成は確認されないが，さらに l_{neck} を増加させた l_{neck} > 80 mm では再び微粒化が観察された．特に激しい微粒化が観察された l_{neck} = 5 mm の条件における気液界面挙動を図 2(a)に示す．容器衝突の 3.3 ms 後には，容器壁近傍で同心円状の波が形成され，ジェット根元では円周方向にも窪みが現れた．その後，窪みから液糸が伸長し千切れ微粒化が生じた．

さらに，ジェット伸長時には気液界面底部の鉛直振動が観測され，容器に対する打撃により少なくとも気液界面付近の液体が鉛直方向に振動したと言える．気液界面底部位置の時間変化を FFT 周波数解析することで，気液界面の振動周波数および振幅を評価した．図 4 に示すように，振動周波数および振幅はいずれも液柱高さに依存して変化した．ファラデー波の波長や振幅は，加振周波数・振幅により変化する．首部液柱高さによって変化する振動周波数や振幅が微粒化強度の変化を誘起している可能性がある．

３．数値計算：液柱の鉛直振動と微粒化

3.1. BLUE[3]を用いた三次元直接数値計算

表面波の生成メカニズムや構造を明らかにするため，三次元多相流を対象とした大規模並列計算ソルバ BLUE[3]を用い，非圧縮流れの直接数値計算を行った．BLUE の流体界面ソルバではハイブリッド型フロントトラッキング/レベルセット法（LCRM）が用いられている．Navier-Stokes ソルバでは一様なオイラー格子上で Chorin の射影法を用い速度と圧力を計算する．時間積分には GEAR 法（2 次精度，陰解法）を，空間離散化には MAC 法を用いた．

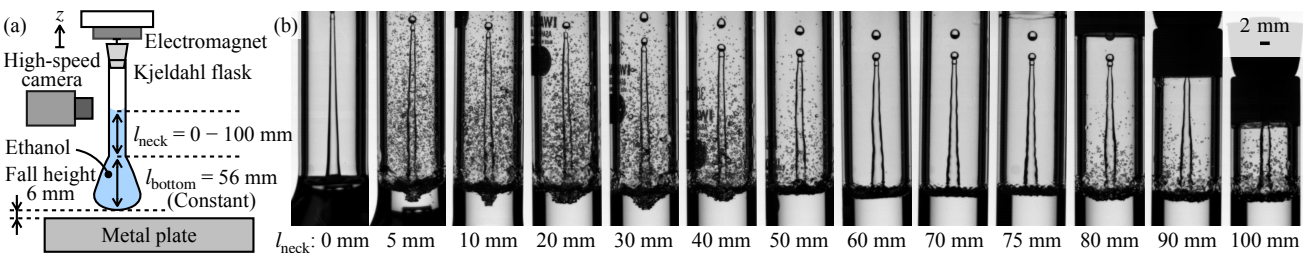


Fig.1 (a) Experimental setup. (b) Gas–liquid interface 30 ms after container impact for different liquid column heights.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

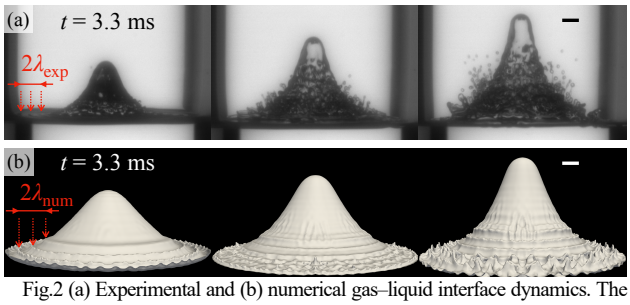


Fig.2 (a) Experimental and (b) numerical gas–liquid interface dynamics. The time interval between images is 0.7 ms, and the scale bar indicates 1 mm.

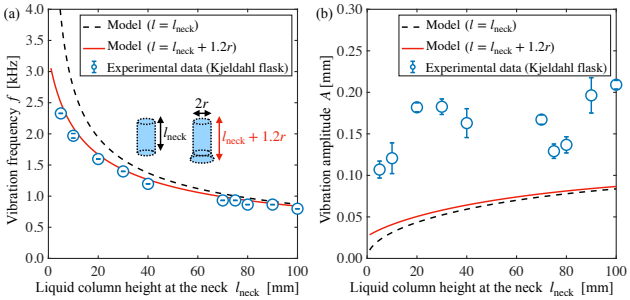


Fig.3 Comparison of the (a) frequency and (b) amplitude of gas–liquid interface oscillations observed in the experiments for different liquid column heights with the model predictions.

数値計算上で，気液界面付近の流体を鉛直方向に振動させ，表面波や微小液滴が生成するか確かめた．計算領域は気液界面付近の 13.4 ×13.4 ×31 mm（首部内径 12.4 mm）に限定した（空間解像度は，x: 0.070, y: 0.070, z: 0.069 mm/cell）．空気とエタノールの密度，粘度はそれぞれ，1.2041 kg/m^3 と 790 kg/m^3，1.813×10^{-5} kg/(m･s)と 1.2×10^{-2} kg/(m･s)，表面張力は 0.0224 kg/s^2 と設定した．加速度を定めることで外力を与え計算領域全体の流体を駆動する．まず，容器の衝突時に与えられる速度変化を模擬するため，鉛直下向きに振幅 10,000 m/s^2，周波数 5 kHz の正弦波加速度を半周期分(0.1 ms)与えた．0.1 ms 以降は，周波数を 2 kHz にした同振幅の正弦波加速度を与え続け液柱を鉛直方向に振動させた．この周波数は実験の l_{neck} =5 mm で計測された気液界面振動の周波数(2.3 kHz)を参考に設定した．

3.2. 数値計算結果

数値計算で得られた気液界面挙動を図 2(b)に示す．t = 3.3 ms では，実験と同様に容器壁付近で同心円状の波の生成が確認された．この時，波長は λ_{num}= 0.83 mm で，実験から観察された波長は λ_{exp} = 0.61 mm と同オーダーである．さらに図 2(b)より，数値計算においてもジェット根元における円周方向の山と谷の生成，窪みから生成する液糸，微小液滴が確認され，複雑な構造を有する三次元気液界面現象が概ね再現された．表面波の周波数を評価するため，気液界面上の一点（気液界面中心を原点にとった時の x = -4.84 mm，y = 0.00 mm）における気液界面位置の時間変化（t =11-18 ms）を解析した．気液界面は，強制振動周波数(2 kHz)の半分である 1kHz（周期 1.0 ms）で振動し，これは典型的なファラデー波 [4]の特徴である．以上より，打撃後のフラスコでは液柱の振動により気液界面にファラデー波が誘起され，その破砕によって微粒化が起こったと結論づける．

4. モデル：首部の液柱の鉛直方向振動

4.1. 首部の液柱の運動方程式

フラスコ衝突後の液柱運動をモデル化する．簡単のため，首部の液柱を剛体とみなし壁面との摩擦は無視できるものとする．フラスコが自由落下し衝突すると，首部の液柱は慣性によってフラスコ球状部に沈む．この時，球状部の液体は圧縮され，衝突前より高い圧力状態となる．球状部における圧力上昇は復元力として首部の液柱下面に働く．鉛直上向きを z 軸とし，液柱の運動方程式は次式で表す．

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = S\Delta p \tag{1}$$

ここで m は液柱の質量，S は液柱下面の断面積，Δp はフラスコ球状部での圧力増分である．この時のフラスコ球状部での液体の体積変化は球状部の液体および，容器球状部のコンプライアンス（圧力増分に対する体積変化のしやすさ）C を用いて以下のように表せる．

$$-Sz = C_{\mathrm{liquid}}\,\Delta p + C_{\mathrm{container}}\,\Delta p \tag{2}$$

なお，球状部の初期体積を V_0，液柱の音速を c とすると C_{liquid}=$V_0/\rho c^2$ である．また，球状部を閉じた薄肉球殻と仮定すると，$C_{container}$=$3V_0R(1\text{-}\nu)/2tY$ となる．R は球状容器の半径，ν，t，Y はそれぞれ容器壁のポアソン比，厚さ，ヤング率である．式(1)(2)からΔp を消去し，首部の液柱高さ l を用いて m=ρSl と変形すれば次式が得られる．

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{S}{\rho_l\,(C_{\mathrm{liquid}} + C_{\mathrm{container}})}z \tag{3}$$

4.2. 実験結果との比較（液柱の振動周波数・振幅）

式(3)より液柱の固有振動周波数は$f = \sqrt{S/\rho_l\,(C_{\mathrm{liquid}} + C_{\mathrm{container}})}/2\pi$ と表される．図 3(a)にこのモデルから得られた周波数と実験で観察された気液界面の振動周波数とを比較した．振動液柱の高さ l に有効液柱高さ l_{neck}+1.2r（r:首部半径）を用いたモデルは実験値との良い一致を示した．フラスコ球状部の液体の圧力増分が復元力となり，液柱振動が誘起されたと結論づける．

式(3)に初期条件(t = 0 で，z = 0，dz/dt = -(V_{impact}+$V_{rebound}$))を与えると液柱振動の振幅のモデル式が得られる．V_{impact}，$V_{rebound}$ はそれぞれ容器の衝突および跳ね返り速度である．図 3(b)にモデル式と実験値との比較を示す．実験値はモデル予測より高い振幅を示した．差異の要因として撮影空間解像度（0.09 mm/pixel）による測定誤差が考えられる．また，振動周波数が一致していることから，同一周波数において首部の液柱振動を増幅させる機構の存在も示唆された．

5．結論および今後の予定

本稿では，液体を封入したフラスコの衝突によって生じる微粒化現象について，観察結果を報告した．容器への打撃によって首部の液柱が慣性により球状部へ沈み込み，球状部で生じる圧力増分を復元力として液柱が振動するモデルは，実験で観察された気液界面の振動周波数を良好に説明できる．また，数値計算により，首部液柱の振動によって気液界面にファラデー波が生成され，その破砕を通じて微粒化が生じることを確認した．

今後は，より高い空間解像度で気液界面振動を撮影・解析し，振動振幅がモデルによって説明可能かを検証する．また，微粒化の発生条件について，先行研究で示された加振加速度の閾値との比較を行う．さらに，数値計算で得られた気液界面形状に対してモード解析を行い，液柱高さによる界面モードの変化や，集束液体ジェットの有無によるモード構造の違いを調査する．

参考文献

1) Hashimoto, H., Sudo, S., AIAA Journal, Vol.25, No.5, pp.727-732, 1987.
2) James, A. J. et al., J. Fluid Mech., Vol. 476, pp.1-28, 2003.
3) Shin, S. et al., J., Mech. Sci. Technol., Vol. 31, pp.1739-1751, 2017.
4) Faraday, M. Phil. Trans. R. Soc. Lond. Vol. 121, pp.299–340, 1831.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動
Pressure development of liquids under short-time acceleration

田川　義之（農工大・工）　栗原　千尋（農工大・工）　木山　景仁（埼玉大・工）
Yoshiyuki TAGAWA, Tokyo University of Agriculture and Technology
Chihiro KURIHARA, Tokyo University of Agriculture and Technology
Akihito KIYAMA, Saitama University
E-mail: tagawayo@cc.tuat.ac.jp

Short-time acceleration of liquids generates pressure fluctuations that strongly influence phenomena such as jet formation and cavitation. While classical incompressible models predict negligible pressure change and water hammer theory predicts a pressure jump proportional to the acoustic impedance, the intermediate regime between these limits has not been systematically investigated. In this study, we experimentally investigate pressure fluctuations in a liquid column subjected to short-time acceleration. By varying the liquid depth, acceleration duration, and fluid properties, we demonstrate that the pressure fluctuation is governed by the Strouhal number defined as $St=L/(c\,\Delta t)$, where L is the liquid column length, c is the speed of sound, and Δt is the acceleration duration. The experimental results collapse onto a single curve when expressed in terms of this parameter. Furthermore, the onset of cavitation is observed around St≈0.2. A simple one-dimensional model considering a finite pressure-wavefront thickness reproduces the observed trend. These results indicate that the Strouhal number provides a useful scaling parameter for pressure fluctuations in rapidly accelerated liquid systems.

１．はじめに

液体が急激な加速を受けると，液体内部には圧力変動が生じ，ジェット形成やキャビテーションなどの複雑な流動現象を引き起こす．例えば液体を満たした容器が落下後に床へ衝突する場合，液体柱内部には圧力波が発生し，液面近傍において高速ジェットやキャビテーションが発生することが知られている [1]．このような現象は衝突流れ，キャビテーション，医療応用など多くの分野に関連しており，その力学的理解は重要である．

従来，この問題は二つの極限的な理論により説明されてきた．一つは非圧縮流体仮定に基づく圧力力積理論であり，この理論では圧力場は瞬時に形成され，圧力変動はほぼ無視できる [2]．もう一つは水撃理論であり，圧力上昇は

$$P \sim \rho c U$$

で与えられる [3]．ただし ρ は流体の密度，c は流体中の音速，U は流体の速度である．

しかし実際の衝突現象では，加速時間は有限であり，上記二つの極限の中間領域が存在する．この領域では液体の圧縮性の影響が部分的に現れると考えられるが，その体系的理解は十分ではない．

本研究では，短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動に注目し，そのスケーリング則を明らかにする．特に，加速時間と音波伝播時間の比として定義される無次元数 Strouhal 数に着目し，圧力変動の統一的記述を試みる．

２．実験方法

図 1 に実験装置の概略を示す．液体を部分的に満たしたガラス管を自由落下させ床面に衝突させることで短時間加速を与える．容器上部には加速度計を取り付け，衝突時の加速度履歴を測定した．

主要な制御パラメータは液柱長さ L，衝突速度 u_0，加速時間 Δt，液体物性である．加速時間 Δt は床材料を変更することで制御し，約 0.1–2 ms の範囲で変化させた．また水，シリコーンオイル，エタノールなど複数の液体を用いることで音速および密度の異なる条件を実現した．

図 2 に衝突時の加速度履歴の例を示す．床材料を変えることで加速時間が変化する一方，ピーク加速度はほぼ同程度である．このように加速時間のみを独立に変化させることで，圧力発達過程に対する影響を調べることができる．

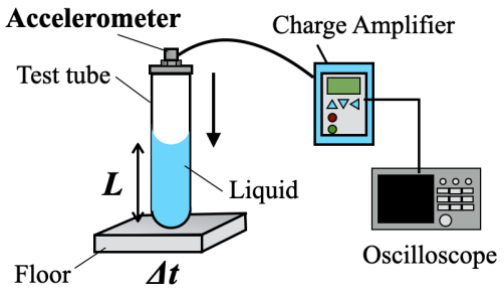


Fig. 1 Experimental setup for measuring pressure fluctuations in a liquid column subjected to short-time acceleration. A test tube partially filled with liquid is dropped onto a rigid floor. The acceleration of the container is measured using an accelerometer attached to the tube top. The acceleration signal is recorded via a charge amplifier and an oscilloscope. The liquid column height is denoted by L, and the acceleration duration by Δt.

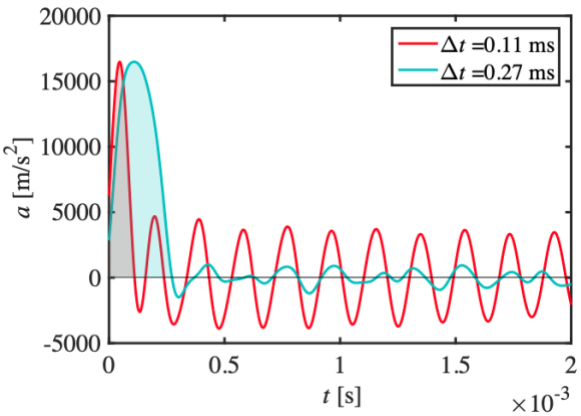


Fig. 2 Typical acceleration histories measured during impact for two different acceleration durations. Although the peak acceleration is comparable in both cases, the duration of the acceleration pulse differs depending on the floor material. This difference in Δt leads to distinct pressure development in the liquid column.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．結果及び考察

短時間加速問題において重要な無次元数として

$St = L/(c\,\Delta t)$

で定義される Strouhal 数を導入する．ここで L は液柱長さ，c は液中の音速，Δt は加速時間を表す．この無次元数は，加速時間中に音波が伝播する距離 $c\,\Delta t$ と液柱長さ L の比を表しており，液体内部における圧力波の発達過程を特徴付ける指標となる．すなわち St は，加速時間が音波伝播時間に対して十分長いか，あるいは短いかを示す物理量として解釈できる．

図 3 に無次元化した圧力変動 $P/\rho c u_0$ を Strouhal 数の関数として整理した結果を示す．ここで ρ は液体密度，u_0 は衝突によって生じる代表速度である．異なる液体（水，シリコーンオイル，エタノールなど）や異なる加速条件で得られたデータを同一の座標系にプロットすると，それらは Strouhal 数によって良く整理されることが分かる．すなわち，圧力変動の大きさは個々の実験条件ではなく，無次元数 St によって支配されていることが示唆される．

非常に小さな Strouhal 数（$St \ll 1$）では，音波が液体柱全体に伝播する時間に比べて加速時間が十分長く，液体内部の圧力場はほぼ瞬時に平衡状態へ到達する．この場合，液体は非圧縮流体として振る舞い，圧力変動はほとんど観測されない．一方 Strouhal 数が増加すると，加速時間が音波伝播時間と同程度となり，液体内部では圧力波の伝播が支配的になる．その結果，圧力変動は急激に増大する傾向を示す．特に St~O(1) の領域では，圧力変動はウォーターハンマー圧力 $\rho c u_0$ に近づくことが確認された．

図 3 に示される実験結果の特徴は，異なる液体や実験条件にもかかわらず，圧力変動が Strouhal 数によって単一のトレンドに収束する点である．この結果は，短時間加速を受ける液体の圧力発達過程が Strouhal 数によって統一的にスケーリングされることを示している．

さらにキャビテーション発生条件を調べた結果，$St \approx 0.2$ 付近でキャビテーションが発生し始めることが確認された．この結果は Strouhal 数が増加するにつれて液体内部の負圧が増大し，蒸気圧以下に達する条件が形成されることを示唆している．したがって Strouhal 数は，圧力変動だけでなくキャビテーション発生の指標としても有効であると考えられる．

これらの結果を説明するため，本研究では圧力波面の有限厚さを考慮した一次元波動モデルを導入した．このモデルでは，加速時間に対応する厚さを持つ圧力波が液体柱内を伝播すると仮定する．圧力波は液柱の境界で反射を繰り返しながら圧力場を形成するため，圧力発達過程は Strouhal 数に依存して変化する．モデル計算の結果，Strouhal 数の増加に伴い圧力変動が増大する傾向が再現され，実験結果の全体的な挙動を良好に説明できることが確認された．すなわち，本研究で導入した Strouhal 数は，非圧縮流体仮定と水撃理論の間を連続的に結びつける支配パラメータとして機能する．

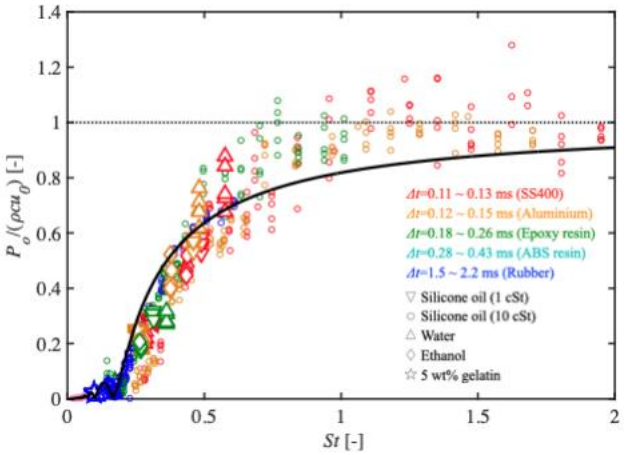


Fig. 3 Dimensionless pressure fluctuation $P/(\rho c u_0)$ as a function of the Strouhal number $St=L/(c\Delta t)$. Experimental data obtained for various liquids and impact conditions collapse onto a single scaling curve when expressed using the Strouhal number, indicating that St governs the pressure development in rapidly accelerated liquid columns.

４．結言

短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動を実験的に調べ，Strouhal 数 $St=L/(ct)$によって整理できることを示した．

実験結果は広い条件範囲において単一のスケーリング曲線に従い，液体の圧縮性の影響が Strouhal 数によって特徴づけられることが明らかとなった．またキャビテーション発生の閾値は $St\approx0.2$ 付近に存在することが示された．本研究は，短時間加速を受ける液体の圧力発達過程を記述する統一的スケーリングを提示するものであり，衝突流れやキャビテーション現象の理解に新たな視点を与えるものである．

参考文献

1) Antkowiak, A., Bremond, N., Le Dizès, S., and Villermaux, E., Short-term dynamics of a density interface following an impact, J. Fluid Mech., 577, pp.241–250, 2007.
2) Pan, Z., Kiyama, A., Tagawa, Y., Daily, J., Thomson, S., Hurd, R., and Truscott, T., Cavitation onset caused by acceleration, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 114, pp.8470–8474, 2017.
3) Ghidaoui, M. S., Zhao, M., McInnis, D., and Axworthy, D., A review of water hammer theory and practice, Appl. Mech. Rev., 58, pp.49–76, 2005.
4) Reijers, S. A., Snoeijer, J. H., and Gelderblom, H., Droplet deformation by short laser-induced pressure pulses, J. Fluid Mech., 828, pp.374–394, 2017.
5) Batchelor, G. K., An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press, 1967.
6) Kurihara, C., Kiyama, A., and Tagawa, Y., Pressure fluctuations of liquids under short-time acceleration, J. Fluid Mech., 1003, A20, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

2026年5月17日(日) 13:20 ~ 14:20 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (3)

座長:井上 智博(九州大学)

13:20 ~ 13:35

[26009] 単純流体の液槽に水平または垂直に浸したナノスケールの円柱の濡れに関する解析

多田 翔太[1]、*山口 康隆[1] (1. 大阪大学)

13:35 ~ 13:50

[26010] O(2)対称性を有する熱対流場中を運動する低St数粒子群のコヒーレント構造形成

*野口 信[1] (1. 東京理科大学　創域理工学部　機械航空宇宙工学科)

13:50 ~ 14:05

[26011] 極低温流体を想定した均質気泡核生成のエネルギー障壁に関する一考察

*津田 伸一[1]、森 隆典[1] (1. 九州大学)

14:05 ~ 14:20

[26012] せん断流れにおけるキャビテーションの発生条件に関する一考察

*伊賀 由佳[1]、芳川 雄飛[1]、原田 颯大[1]、守谷 修一[1]、石原 知明[2]、奈倉 悠人[2]、田村 悠太[2]、震明 克眞[2] (1. 東北大学、2. 日立三菱水力（株）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単純流体の液槽に水平または垂直に浸したナノスケールの円柱の濡れに関する解析
Wetting of nanoscale pillar parallelly or vertically immersed in a liquid pool of a simple fluid

多田　翔太（大阪大・工）　　山口　康隆（大阪大・工）
Shota TADA, The University of Osaka
Yasutaka YAMAGUCHI, The University of Osaka
E-mail: yamaguchi@mech.eng.osaka-u.ac.jp

In this study, wetting on a nanoscale solid cylinder with a diameter up to about 3 nm was investigated by using molecular dynamics (MD), where the cylinder was immersed in a liquid pool of a simple Lennard-Jones liquid. The contact angle in MD depended on the radius of the cylinder. In addition, through the evaluation of the interfacial tensions based on the stress anisotropy around the solid, we theoretically derived Young's equation as the torque balance exerted on a control volume surrounding the contact line, and showed that Young's equation indeed held in the present MD systems.

１．はじめに

近年のナノテクノロジーの発展に伴い，微小な固体の濡れ現象の解明が重要となっている．マクロな濡れは Young の式によってモデル化されているが，界面の幅が無視できないナノスケールとの接続には課題が残されている．そこで本研究では，分子動力学法(MD)を用い，ナノスケールの濡れを解析する．著者らの先行研究において，今泉ら [1]は固体平板を用いて界面張力の算出手法を確立し，渡部ら [2]はこれを円筒形状に拡張することで，界面張力が固体の曲率に依存することを示した．これを踏まえ，本研究では固体円筒を液面に対して水平に浸す系を対象とする．円筒を水平に浸す場合，先行研究と同様に曲率の影響を受ける可能性に加え，固気および固液界面張力が接線方向に作用するため，これらを同一平面上の力の釣り合いとして単純に定義できないことに留意して解析する．

２．計算系と理論系

２．１．計算系

解析に用いたシミュレーション系を図 1 に示す．流体分子には，アルゴンの物性値を有する単原子分子を用いた．また，炭素の物性値を有する原子を，カーボンナノチューブ(CNT)の幾何学構造を模すように空間に固定することで，固体円筒を再現した．流体分子間と流体-固体原子間のポテンシャル関数には，Lennard-Jones (LJ) ポテンシャルを用いた．流体-固体原子間のポテンシャルに，濡れ性パラメータηを挿入し，この値をη = 0.06, 0.09, 0.12 と変化させることで，濡れ性を操作した．

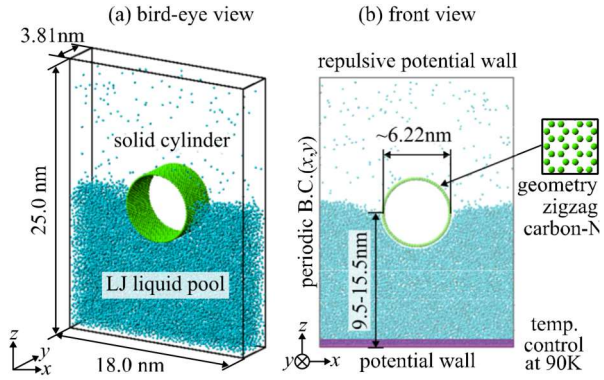


Fig. 1 Equilibrium molecular dynamics (MD) simulation system of quasi-2D meniscus formed on a hollow solid cylinder (CNT) immersed into a liquid pool of a simple Lennard-Jones (LJ) fluid.

固体円筒は y 軸に平行とし，その中心位置 z_S は 0, ±1, ± 2, ± 3 の 7 通り，半径 R_S は 0.777, 1.55, 3.11 nm の 3 通りの系を扱った．境界条件として x, y 方向に周期境界，上下面に壁面ポテンシャルを課すことで，液槽に固体円筒を浸した準 2 次元系を構築した．運動方程式の数値積分には速度 Verlet 法を用い，時間刻みは 5 fs とした．

温度制御は，系の下面近傍の流体分子の速度の水平成分に対し，速度スケーリング法により 90 K に設定した．平衡状態に至るまで 5 ns 以上の十分な緩和を行った後，60 ns の時間平均により物理量を求めた．系の中心断面 $x = 0$ で，円筒の上側と下側に検査面を設定し，Method of Plane によって応力分布を取得した．

２．２．液面と水平な固体円筒に対する Bakker の式

界面付近の応力分布をもとに界面張力を求める際，拡張した Bakker の式が使用されるが，本研究では固体円筒を液面に水平に配置するため，曲率を考慮した式の拡張が必要となる．図 2 において，等温準静的にピストン(piston)N を押し下げ，同時にピストンθを界面の接線方向に$\Delta\theta$ だけ移動させる過程を考える．この操作による Helmholtz の自由エネルギー変化ΔF は，系に加えられた仕事ΔW に等しく，次式で表される．

$$\Delta F = \Delta W = p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} \Delta V + l \int_{r_{SF}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \tau_{\theta\theta}(r) r \, \Delta\theta \mathrm{d}r$$
$$= l \Delta\theta \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \left(\tau_{\theta\theta}(r) + p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right) r \mathrm{d}r \qquad (1)$$

ここで，l は系の奥行き長さ，r_{SF} は固液界面の位置，$r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}$は液体バルクの位置である．この自由エネルギー変化と固液界面の増加に伴う界面エネルギー変化が等しいため，固液界面張力をγ_{SL}, 真空に対する固体の界面張力をγ_{S0} とすると，

$$\Delta F = (\gamma_{\mathrm{SL}} - \gamma_{\mathrm{S0}}) l r_{\mathrm{SF}} \Delta\theta \qquad (2)$$

となる．式(1), (2)より，液面と水平な固体円筒に対する固液界面の Bakker の式は次のように導出される．

$$\gamma_{\mathrm{SL}} - \gamma_{\mathrm{S0}} = \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \frac{r}{r_{\mathrm{SF}}} \left(\tau_{\theta\theta}(r) + p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right) \mathrm{d}r \qquad (3)$$

固気界面張力も同様に求められる．

２．３．液面と水平な固体円筒に対する Young の式

前項で拡張した Bakker の式と，固体円筒周りのモーメントのつり合いを用いることで，本系における接触角と界面

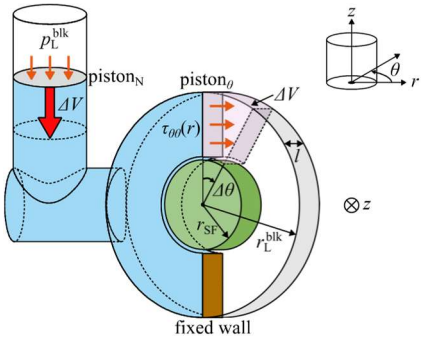


Fig. 2 Thought experiment of the extended Bakker's equation for a cylindrical solid-liquid interface regarding the angular direction.

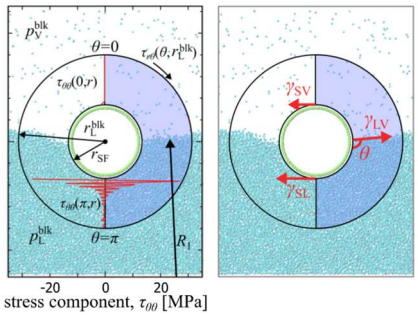


Fig. 3 Schematic illustration used for the derivation of Young's equation on a cylindrical surface.

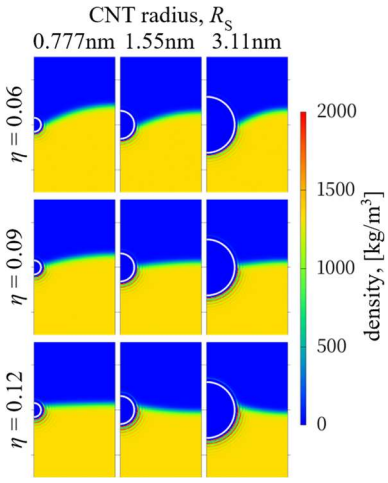


Fig. 4 Equilibrium density distributions of fluid around solid cylinders of radius r_S = 0.777, 1.55, 3.11 nm with various fluid-solid interaction coefficient η.

張力の関係式を導出する．図 3 に示すように，固体円筒の右側に検査体積を設定する．この検査体積に対し，円筒中心周りのモーメントのつり合いを考えると次式が成立する．

$$\int_0^{\pi} \tau_{r\theta}\left(\theta, r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)\left(r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)^2 \mathrm{d}\theta - \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \tau_{\theta\theta}(0,r) r \,\mathrm{d}r + \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \tau_{\theta\theta}(\pi,r) r \,\mathrm{d}r = 0 \quad (4)$$

ただし，本来は流体分子が固体壁から受ける外力によるモーメントが加わるが，本研究で扱う平滑な固体では流体分子がθ方向に受ける外力はゼロとなることを用いた[1,2]．まず第 1 項は，検査体積の外周面に作用するせん断応力の寄与である．この面においてせん断応力が作用するのは気液界面近傍のみであり，その大きさは気液界面張力γ_{LV}と，外周面における接触角θ^{blk}を用いて次式のように表せる．

$$\int_0^{\pi} \tau_{r\theta}\left(\theta, r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)\left(r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)^2 \mathrm{d}\theta = r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} \gamma_{\mathrm{LV}} \cos\theta^{\mathrm{blk}} \quad (5)$$

ここで，幾何学的関係を用いてθ^{blk}を接触角θ_{SF}に関連付け，さらに Young-Laplace の式を使用して変形すると，

$$r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} \gamma_{\mathrm{LV}} \cos\theta^{\mathrm{blk}} = \gamma_{\mathrm{SF}} \cos\theta_{\mathrm{SF}} + \left(p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} - p_{\mathrm{V}}^{\mathrm{blk}}\right) \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} r \,\mathrm{d}r \quad (6)$$

となる．式(4)を，式(3), (5) ,(6)を用いて整理すると，次式の Young の式に帰着する．

$$\gamma_{\mathrm{SL}} - \gamma_{\mathrm{SV}} + \gamma_{\mathrm{LV}} \cos\theta = 0 \quad (7)$$

3．計算結果

固体円筒の半径と濡れ性パラメータを変化させた際の流体分子の密度分布を図 4 に示す．このうち，気液界面付近で，密度 1100 kg/m^3 の等高線を抽出し，円弧でフィッティングした．これを気液界面とし，固体と流体の界面を示す円弧との交点における接線同士のなす角を接触角とした．また，固体円筒の上部と下部で応力分布を取得し，式(3)によって界面張力を求めた．

図 5 に，式(4)の左辺と各項の，円筒の半径による変化を示す．固液界面張力は，円筒の半径が大きいほど小さく，接触角の余弦は円筒の半径が大きいほど大きくなる傾向が見られた．また，いずれの系でも，Young の式(7)が満たされた．円筒の鉛直方向位置 z_S を変えた場合も Young の式が満たされたが，界面張力と接触角は，キャピラリが不安定になる限界など極端な場合を除いてz_Sに依存しないことが分かった．

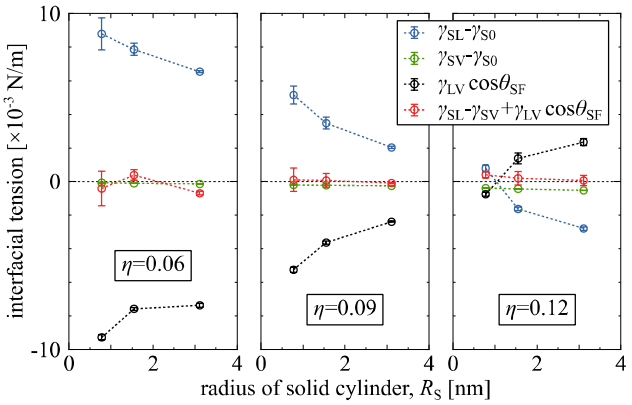


Fig. 5 Comparison of interfacial tension terms in Young's equation for cylinders with various radius and fluid-solid interaction parameters η.

4．結言

本研究では，液面に水平に浸したナノスケールの固体円筒の濡れ現象および界面張力について，分子動力学法を用いた数値解析を行った．まず理論的検討として，液面と水平な固体円筒およびその周囲の液膜を対象とし，Helmholtz の自由エネルギー変化およびモーメントのつり合いを考慮することで，本系における Bakker の式および Young の式を導出した．次に，固体円筒の半径および濡れ性パラメータを変化させて分子動力学シミュレーションを行った．その結果，いずれの条件においても，Young の式が成立することを確認した．また，円筒の半径が大きいほど固液界面張力γ_{SL}は小さくなり，接触角の余弦 $\cos\theta_{\mathrm{SF}}$ は大きくなることが明らかとなった．さらに，固体円筒の鉛直方向位置 z_S を変化させた場合においても Young の式は満たされ，かつ界面張力と接触角は z_S に依存しないことが確認された．

参考文献

1) Y. Imaizumi, et al., J. Chem. Phys., 153, 034701, 2020.
2) K. Watanabe, et al., J. Chem. Phys., 156, 054701, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

O(2)対称性を有する熱対流場中を運動する低 St 数粒子群のコヒーレント構造形成

Formation of Coherent Structures by Low Stokes Number Particles in Thermal Convection Fields with O(2) Symmetry

野口　信（東京理科大・創域理工）　　上野　一郎（東京理科大・創域理工）
Shin NOGUCHI, Tokyo University of Science
Ichiro UENO, Tokyo University of Science
E-mail: shin@rs.tus.ac.jp

Microscopic particles often exhibit inhomogeneous spatial distributions in confined convective flows such as lid-driven cavities, rotating drums, and—of particular interest here—thermocapillary liquid bridges. In liquid bridges, low-Stokes-number particles can form a particle accumulation structure (PAS), yet most prior studies have considered only a single particle type. Here, we experimentally examine PAS control in liquid bridges containing a binary mixture of 15 μm and 30 μm particles. By independently controlling (i) the free-surface shape via the volume ratio and (ii) the thermocapillary forcing via an imposed temperature difference, we show how the particle composition within the coherent structure can be manipulated. These findings provide insights into size-selective particle organization in closed-space convection and offer design guidelines for separation and sorting based on flow-induced coherent structures.

1．　はじめに

閉空間における流れは，多層的な時空間構造を持つことが報告されている．Cavity 系 [1,2]や Rotating drum 系 [3]では，カオティックな振る舞いに加えて，KAM（Kolmogorov-Arnold-Moser）構造と呼ばれる秩序だった流れの領域が共存することが知られている．さらに，この KAM 構造上に粒子が自発的に集合し，コヒーレントな構造を形成する現象が確認されている．この種の粒子集積は産業プロセスとも密接に関係している．例えば，スプレー缶内部におけるコーティング剤の分布や，ワクチン製剤中における抗体凝集体の除去といった課題は，いずれも閉空間内の微視的な流れの構造に依存している．

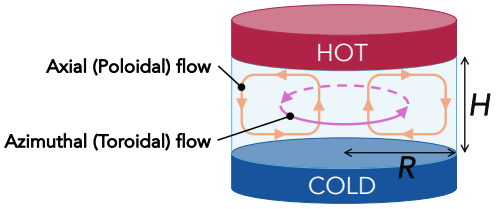


Fig. 1. Schematic of a half-zone liquid bridge.

我々が注目する「液柱」系（図 1 参照）は，cavity や rotating drum のような一方向に主流な流れを持つ系とは異なり，軸方向および周方向の二つの主流成分を併せ持つため，自由度が高い流れ場を形成する．両者が直交することで，内部により多様な運動と秩序が生まれる．このような流れを安定して実現するには，対象とする系が O(2) 対称性（回転対称性と鏡面対称性）を有していることが望ましい．本研究では，この条件を満たす円筒形状の対流場である「液柱」を選定した．液柱における「軸方向の流れ」は，自由表面に沿う上下ロッド間の温度差に起因するマランゴニ対流により駆動される．上下ロッドの各温度を$T_{\mathrm{H}}, T_{\mathrm{C}}$として温度差を設定した．

$$\mathrm{Ma} = \frac{|\sigma_{\mathrm{T}}|\Delta T L}{\rho_{\mathrm{f}} \nu \kappa} \qquad (1)$$

液柱において対流による熱輸送と熱伝導による熱輸送の比を表す無次元数として，マランゴニ数：Ma があり式（1）で定義される．ここで，$\sigma_{\mathrm{T}}(\equiv \partial\sigma/\partial T)$は表面張力温度係数，$\Delta T\ (= T_{\mathrm{H}} - T_{\mathrm{C}})$ は上下ロッドの温度差，代表長さ：Lは上下ロッド間の距離：H，ρ, f, ν, κ はそれぞれ液柱を形成する試験流体の密度，動粘度，温度拡散係数である．Ma は，液柱における対流の強さを特徴づけ，さらに Ma 数はレイノルズ数：Re とプラントル数：Pr の積で表すことができる．また，本実験では高 Pr 数流体を採用しており，ロッド間の温度差：ΔTがある閾値（臨界マランゴニ数：Ma_{c}）を超えると Hopf 分岐が生じる．これは Hydrothermal wave (HTW)[4]不安定性と呼ばれ，回転振動流と呼ばれる「周方向の流れ」を形成する．液柱内部では，この「軸方向の流れ」と「周方向の流れ」の作用により，形成される KAM 構造は複雑化し，その時空間構造は多層的な性質を示す．一方で，複合的流れ場における KAM 構造の体系的理解は十分に進んでおらず，知見の蓄積は依然として乏しい．

2．　粒子集合現象

通常，系内対流の可視化にはトレーサー粒子が用いられる．トレーサーは流体運動に十分追従するように設計されており，圧力・速度・せん断などの“場”の情報を可視化する手段として広く利用されている．しかし本研究では，回転振動流の条件下において，トレーサー粒子が期待される追従挙動から逸脱し，流体の運動とは異なる特異なパターンを示すことが確認された．時間の経過とともに粒子は特定の軌道に沿って自己組織化し，最終的には紐状のコヒーレントな構造を形成する [5]．Schwabe et al.[6]は，この現象を粒子集合現象（Particle Accumulation Structure, PAS）と名付けた．しかし，この現象は，結果的に粒子が空間的に不均一な分布を示す事で，可視化ツールとしては適さない状況が生じた．一方で我々は，この現象自体が，閉空間対流に内在する秩序構造を反映した現象であり，学術的関心に加えて工学的意義（粒子の分離・集積制御）を有すると捉え，本研究の主対象とする．

3．　実験概要

図 2 に実験装置の概略を示す．液柱は，同径・同軸上に配置された上下ロッド間へ，シリンジポンプにより試験流体を注入することで形成する．上部ロッドは透明人工サファイア，下部ロッドは黒アルマイト加工を施したアルミニウム製である．上部ロッドは温度コントローラによりフィードバック制御し，下部ロッドは恒温槽により温度を一定

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

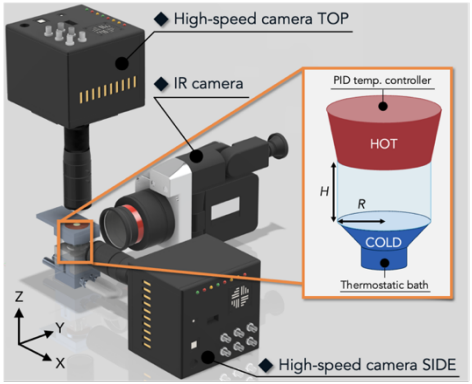


Fig. 2. Schematic diagram of the experimental apparatus.

に保持した．観測系は，上部に高速度カメラを，側部に高速度カメラおよび赤外線カメラを設置し，光源にはLEDライトを用いた．試験流体には高Pr数流体である2-cStのシリコンオイルを用いた．トレーサー粒子には金コーティングアクリル粒子（粒径：15, 30 μm）を用いた．本研究の主眼は，異種条件粒子の混合系における PAS の発現にある．そこで，15 μmの粒子のみを用いる実験1と，15 μmおよび30 μmの粒子を混合する実験2を実施した．上下のロッドはいずれも直径0.75 mmとし，ロッド間距離：Hを可変とすることで，液柱のアスペクト比を任意に設定可能とした．また，液柱内の対流に大きな影響を与えるパラメータとして，液柱の体積比：V/V_0を導入する．ここでVは実際に形成された液柱の体積，V_0はロッド間距離とロッド径に基づく直円筒形状の体積を表す．体積比は，液柱形状が理想形からの乖離度を表し，自由表面の湾曲や変形の程度を特徴づける指標である．粒子運動の再構築には，Particle Tracking Velocimetry (PTV)法を用い，追跡粒子は任意に選択した．なお，自由表面変形が大きい条件では光学的屈折による観測誤作が無視できない．そのため，スネルの法則に基づく補正処理を行い，再構築精度を担保している．

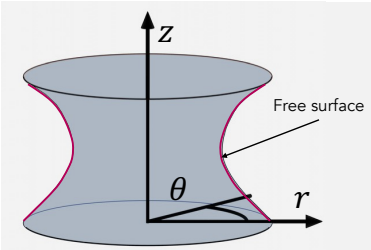


Fig. 3. Schematic of concave liquid bridge used in this study.

図3に本実験で対象とした液柱形状を示す．$V/V_0 < 1$の条件であり，側面から見ると大きくくびれた三日月形の輪郭を呈している．これを“concave liquid bridge”と定義する．

4． 結果および考察

図4に(a)実験1および(b)実験2で得られた粒子集合構造の画像と，各構造から4粒子ずつ選定して追跡した軌道を重ね合わせた可視化結果を示す．実験1および実験2では，条件の異なる粒子群の軌道の色を2種類（緑，オレンジ）に分けて表示した．注目すべき点は，実験1では本来15 μmの粒子のみを添加しているにもかかわらず，液柱内を運動する過程で，一部の粒子が二両体を形成し，単一粒子とは異なるコヒーレント構造を構成する挙動が観測されたことである．そこで，二両体粒子を個別に追跡対象として扱い，単一粒子とは色を区別して可視化した．実験1・2共通して，オレンジ色の構造は，15 μm単一粒子によって構成され，緑の構造は30 μm，および15 μmが形成する二量体によって構成される．各条件粒子の構成比率を図5に示す．以上より，本研究で観測された粒子集合構造は粒子が単一粒子か二量体かといった形状の違いよりも，実効的な粒径に応じて異なる空間位置へ集積していることが示唆される．この結果は，Noguchi and Ueno[7]にて発表済みである．

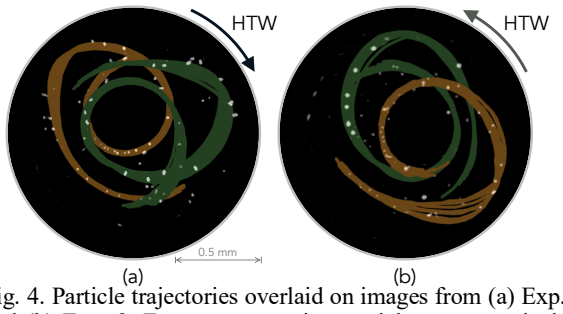


Fig. 4. Particle trajectories overlaid on images from (a) Exp. 1 and (b) Exp. 2. Four representative particles were tracked in each case to illustrate the characteristic motion of the structure.

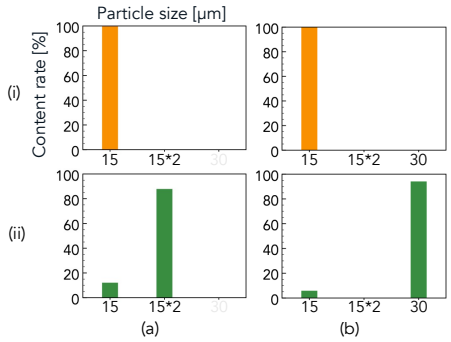


Fig. 5. Composition ratios of particles forming coherent structures in (a) Exp. 1 and (b) Exp. 2. The color scheme corresponds to the structures shown in Fig. 4.

5． まとめ

本研究では，液柱内に形成される KAM 構造が，混合粒子系に対して粒子集積位置の選択性を示すことを実験的に確認した．その結果，粒子の集積挙動は単一粒子か二量体かといった形状差よりも，実効的な粒径に強く支配され，粒径に応じて異なる空間位置へ分類されることが示唆された．今後は，粒子の選択性がどのような条件の変化に応答するのか，より詳細な KAM 構造の持つ能力を解明するため，実験に加えて，高精度な数値解析を行う必要がある．

参考文献

1) H. Wu, F. Romanò, H. C. Kuhlmann, PAMM 17 (2017) 669–670.
2) H. Wu, F. Romanò, H. C. Kuhlmann, J. Fluid Mech., 955 (2023) A16.
3) F. Romanò, A. Hajisharifi, H. C. Kuhlmann, J. Fluid Mech., 825 (2017) 631 – 650.
4) M. K. Smith and S. H. Davis, J. Fluid Mech., 132(1–2):119–144, 1983.
5) S. Tanaka, H. Kawamura, I. Ueno, D. Schwabe, Phys. Fluids 18 (2006) 067103.
6) D. Schwabe, P. Hintz, and S. Frank, Microgravity sci. technol., 9(1–2):163–168, 1996.
7) S. Noguchi and I. Ueno, J. Colloid Interface Sci, 8:114002, 684:29-42, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

極低温流体を想定した均質気泡核生成のエネルギー障壁に関する一考察
A Discussion on the Energy Barrier of Homogeneous Bubble Nucleation in Cryogenic Fluids

津田　伸一（九州大・工），森　隆典（九州大院・工）
Shin-ichi TSUDA, Kyushu University
Takanori Mori, Graduate School of Kyushu University
E-mail: tsudashin@mech.kyushu-u.ac.jp

This study compared previous experimental results with a representative theoretical analysis of expected energy barriers for bubble nucleation in multiple cryogenic fluids. To our knowledge, such a systematic comparison has not been conducted. The comparison suggests that, under higher superheat conditions where homogeneous nucleation can realistically occur, we should consider the influence of thermodynamic effects that may manifest in cryogenic fluids.

1．緒言

気泡の初生は，沸騰やキャビテーションに代表される気液相変化を伴う混相流のダイナミクスの議論において，その最初期を担う素過程である．また，気泡初生を扱ううえで重要となる微小な気泡核の生成過程については，バルク液相中から気泡核が形成される均質核生成や（主として）固液界面から気泡核が生じる不均質核生成を中心に，実験・理論の両面から研究が進められてきた経緯がある．しかしながら，自発核生成については特に 21 世紀以降，実験データとの比較を十分に議論せず，理論解析や分子シミュレーションが独立して進められてきた面は否定できない．以上の背景を踏まえ，本研究では密度汎関数理論（Density Functional Theory，略して DFT）による解析 [1]と，既往の実験結果の比較を整理した．これにより，今後の理論・実験の双方に対して，あるべき研究の方向性を模索するのが本整理の狙いである．

2．手法

核生成を対象とする DFT[1]においては，球形の気泡核を想定したうえで，指定された周囲液相の温度および化学ポテンシャルのもとで気泡核の生成に必要な最小仕事（エネルギー障壁）が最大化する密度分布を求める手法となっている．本研究では，均質核生成が生じ得る代表例の一つとして複数の極低温流体を取り上げ，これらのエネルギー障壁を DFT により評価した．一方，比較対象とする実験データについては，Avedesian が纏めた文献値 [2]を参照した．

理論および実験の比較においては，推定される各エネルギー障壁 W_c を臨界サイズ r_c と表面張力 γ により無次元化したうえで，その過熱度 S に対する依存性に注目することとした [1]．ここで，過熱度 S は液圧が飽和蒸気圧に相当する（気泡核生成が生じない）条件にて S=0，スピノーダルと呼ばれる核生成が速やかに生じる液圧条件にて S=1 となるように規格化されている．

3．結果および考察

図 1 に，既往の実験と本 DFT 解析の比較結果を示す．なお，DFT については窒素のみの結果を 3 つの温度（T は温度，T_c は臨界温度）に対して示す一方，図中の Scaling Form は，十分低温において成り立つと考えられる DFT 結果の推定式 [1]となっている．なお，古典核生成理論（Classical Nucleation Theory，略して CNT）の数値（4π/3）も水色の破線にて示す．さて，S<0.2 の条件では，実験値に対応する無次元エネルギー障壁 $W_c/(\gamma r_c^2)$ が CNT や DFT の結果に比べて小さくなっていることがわかる．これは実験において，低過熱度になるほど実は均質核生成ではなく，既存気泡核からの初生が生じていることを示唆していると考えられる．一方，0.2<S<0.3 の範囲では実験と各理論が比較的良い一致を示すのに対し，S>0.4 になると，実験については水素しかプロットがないものの，実験的に推定される無次元エネルギー障壁の方が CNT や DFT よりも大きくなる傾向にあることがわかる．この最たる理由としては，特に水素の場合に顕在化する現象としてよく知られている“熱力学的効果”による気泡成長抑制の影響が考えられる．つまり，高過熱度条件における実験の初生判定は，臨界サイズに相当する気泡核ではなく，気泡核よりも大きな気泡の成長速度により推定されており，熱力学的効果による成長抑制のために見かけ上，実験に対応するエネルギー障壁が大きくなっているのではないかと考えられる．

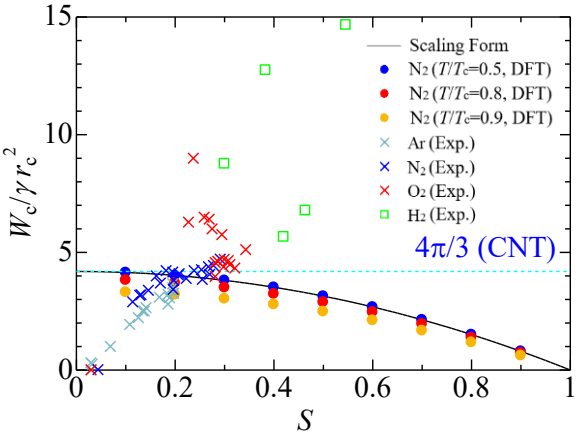


Fig. 1 Comparison of the non-dimensional energy barrier between previous experiments[2] and DFT analysis.

4．結言

本研究では，複数の極低温流体を想定したうえで，既往の実験結果と代表的な理論解析との比較を実施した．その結果，特に均質核生成が現実的に生じ得る高過熱度条件においては，極低温流体で顕在化し得る熱力学的効果の影響を踏まえた比較が必要なことが示唆された．

なお，本研究の一部は JSPS 科研費 23K26300 の助成を受けて実施したものである．

参考文献

1) T. Mori, H. Nagashima, T. Tokumasu, S. Watanabe, S. Tsuda, Proc. 9th Micro and Nano Flows Conference, 2025.
2) C. T. Avedesian, J. Phys. Chem. Ref. Data, 14, pp. 695-729, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

せん断流れにおけるキャビテーションの発生条件に関する一考察
A Consideration on the Occurrence Conditions for Cavitation in Shear Flows

伊賀　由佳（東北大・流体研）芳川　雄飛（東北大・院）原田　颯大（東北大・院）守谷　修一（東北大・流体研）
石原　知明(日立三菱水力(株)) 奈倉　悠人(日立三菱水力(株)) 田村　悠太(日立三菱水力(株))
震明　克眞（日立三菱水力(株)）

Yuka IGA, Yuhi YOSHIKAWA, Sota HARADA, Syuichi MORIYA, Tohoku University
TomoakiI SHIHARA, Yuto NAKURA, Yuta TAMURA, Katsumasa SHINMEI, Hitachi Mitsubishi Hydro Corporation
E-mail: yuka.iga.b4@tohoku.ac.jp

In this study, we use hydraulic oil, which has a sufficiently low saturated vapor pressure and a large amount of dissolved gas, so the cavitation that occurs is thought to be gaseous cavitation, and water, which has a relatively large amount of dissolved gas, so it is thought that gaseous cavitation and vapor cavitation coexist. The cavitation onset pressure in the Taylor-Couette flow between concentric rotating cylinders for each were experimentally measured, and compare the changes in flow pattern due to changes in the rotation speed of the inner cylinder and the changes in onset pressure relative to the amount of dissolved oxygen in water. We formulate the characteristics of the onset pressure of cavitation in water for use in a cavitation numerical analysis model, and attempt to numerically reproduce the scale effect of underwater cavitation.

１．緒言

均質モデルの概念に基づくキャビテーションの数値解析手法のほぼ全てでは，圧力が飽和蒸気圧まで低下すると蒸発が起こるようにモデリングされている．しかし，飽和蒸気圧は，蒸発が終了し，液相と気相が相平衡となった際の圧力であり，キャビテーションが発生する際の圧力の閾値ではない．実際の水の流れでは，飽和蒸気圧以上でキャビテーションが発生し，またその条件は流れの形態に応じて変化することが知られている [1]．また，水中の発達したキャビテーションでは，キャビテーションの発生のし易さを表すキャビテーション数が同じでも，レイノルズ数が大きいとキャビティも大きくなることが知られている．これらは，キャビテーションの寸法効果と呼ばれている．キャビテーションの寸法効果とは，水中に溶存する不凝縮気体や残留気泡核，物体の表面粗度（表面気泡核），流れの乱れ度（溶存気体の拡散係数）などの，キャビテーション数に含まれない要素の影響によって，キャビテーション数と流れの幾何形状がそれぞれ等しい 2 つの流れ場でも，発生するキャビティの大きさが等しくならない状況のことを指す．また言い換えると，キャビテーションの寸効効果は溶存気体の析出の影響を受けて引き起こされると言える．この溶存気体の析出によるキャビテーションは気体性キャビテーション，一方，液体の蒸発によるキャビテーションは蒸気性キャビテーションと呼ばれている．

本研究では，飽和蒸気圧が十分低く，溶存気体量が大きいため，発生するキャビテーションは気体性キャビテーションであると考えられる油圧作動油と，飽和蒸気圧が比較的高く，溶存気体量も比較的多い，気体性キャビテーションと蒸気性キャビテーションが混在すると考えられる水を用い，同心二重回転円筒間のテイラークエット流れにおけるキャビテーションの発生圧力をそれぞれで求め，内筒回転速度の変化による流れの形態の変化や溶存酸素量に対する発生圧力の変化について比較する．水におけるキャビテーションの発生圧力の特性を，キャビテーション数値解析モデル用に定式化し，水中キャビテーションの寸法効果の数値的再現を試みる．

２．実験装置

実験装置を図 1 に示す．試験部は 2 つの回転する同心円筒からなる．外側の円筒はキャビティの発生を可視化できるようにアクリル製で，内側の回転円筒は真鍮製で、直径 110 mm，長さ 120 mm である．モータとインバータは内側の円筒の回転軸に接続されており，回転速度は可変であり実験パラメータとした．2 つの円筒間の圧力は、真空ポンプによって徐々に低下する．温度は、回転軸の支持板外側の水冷板によって 23 ° C の一定値に固定される．2 つの円筒間のクリアランスは 5 mm で，作動油 （出光興産株式会社、ダフニー油圧作動油 46)）または水道水が充填されている．作動油の密度は 862.1 kg/m3，動粘度は 23 °C で 1.082 × 10⁻4 m2/s であり，実験開始時の作動油中の溶存酸素は 30 %飽和度とした．一方，水道水の実験開始時の溶存酸素量は，25 %, 60%, 98 %と変化させ，実験パラメータとした．

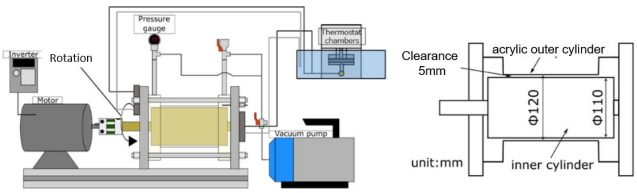


Fig.1 Experimental apparatus; rotating concentric two cylinders with hydraulic oil between the clearance

３．結果と考察

本実験では，気泡径が 100 μm になった瞬間の円筒間の流体圧力をキャビティの発生圧力とした．この 100 μm はキャビティの真の初生ではなく，あくまで 1 つの指標である．気泡の撮影条件は，内筒回転速度 100～900 rpm，減圧速度-0.2～-30 kPa/min，実験回数は同一条件で 3 回，気泡発生の観察はホームビデオカメラ（Sony，FDR-AX100）で行い，フレームレート 30 fps，露光時間：1/10,000 s とした．

まず，溶存気体の析出によりキャビティが発生すると考えられる作動油の実験結果を示す．図 2 に内筒回転数 300, 600, 900 rpm での各減圧速度における気泡発生圧力の変化を示す．回転数と減圧速度によって，発生圧力が変化していることがわかる．このうち 300 rpm の結果を取り出し，図 3 に示す．ここでは横軸が時間，縦軸が圧力であり，直線が減圧履歴，直線上の赤丸がキャビティの発生した瞬間

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

である．このように，減圧速度が低いときは発生圧力は一定値を取るが，減圧速度が-2.5 kPa/min 以上になると減圧速度の上昇に伴い発生圧力が低下していくことが見て取れ，これは他の回転速度でも同様の傾向があった．

一方，発生圧力が一定となる低い減圧条件-0.2 kPa/min において，回転数を変化させた際の発生圧力の変化を図 4 に示す．ここでは横軸の内筒回転数をテイラー数 Ta に変換している．このように，回転数の増加に伴い，キャビティ発生圧力は不連続的に上昇することがわかる．この際の Ta と円筒間のテイラークエット流れの形態の変化を図に色分けして示す．このように，層流クエット，テイラー渦，波状テイラー渦と流れの形態が遷移する際に発生圧力が不連続的に変化していることがわかる．

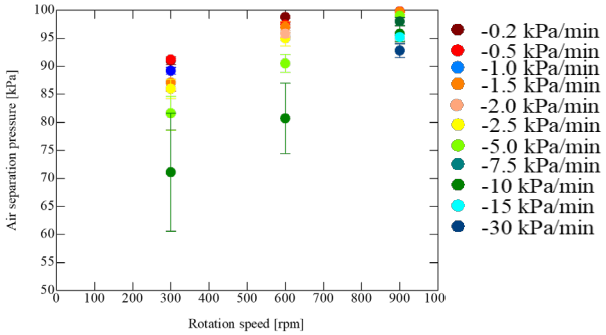


Fig. 2 Occurrence pressures of bubble in each decompression speed in 300, 600, 900 rpm in hydraulic oil.

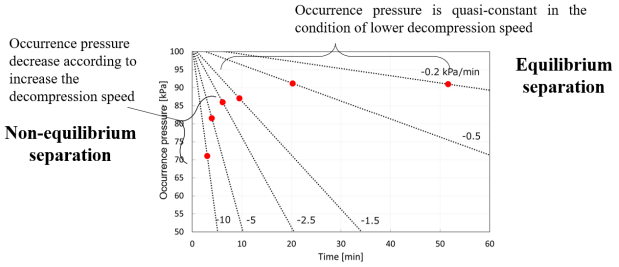


Fig. 3 Pressure history and the occurrence pressure at constant rotating speed 300 rpm in hydraulic oil.

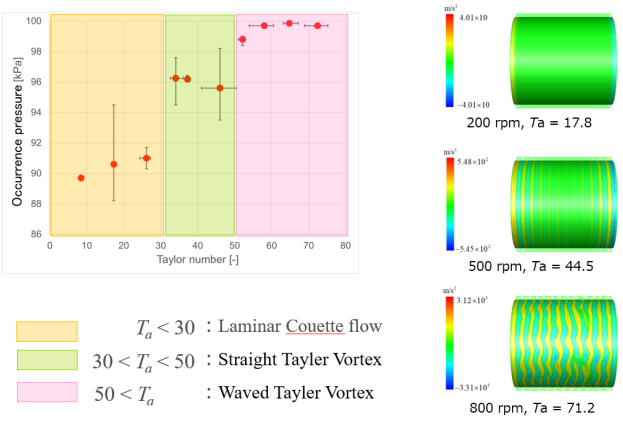


Fig.4 Relation between occurrence pressure and rotating speed in equilibrium separation at constant decompression speed -0.2 kPa/min in hydraulic oil

次に，飽和蒸気圧が比較的高く，溶存気体量も比較的多い，気体性キャビテーションと蒸気性キャビテーションが混在すると考えられる水での実験結果を示す．図 5 には，回転数 120 rpm, 210 rpm, 300 rpm において溶存酸素量 DO を 25 %, 60 %, 98 % と変化させた際のキャビティ発生圧力を示す．この回転数ではそれぞれテイラー数は Ta = 1167～2917 となり，円筒間の流れは乱流状態となっている．作動油と同じ Ta の領域で実験できてはいないため，直接的な比較はできなかった．しかし，本実験からは，溶存酸素量の増加に伴い，キャビティ発生圧力は高くなり，また，溶存酸素量に対するキャビティ発生圧力の増加率は，回転数が高いほど大きくなることが示された．この発生圧力の増加率と，同心回転円筒間の流れを数値解析した結果から得られた円筒間の平均乱流エネルギとの関係を調べると，そこには比例関係があることがわかった．この関係を A とし，キャビティの発生圧力を定式化すると，式 (1) のようになる．

$$p_i = [(1 - \alpha_{local}) A\, DO_{inf} + p_v)] \qquad (1)$$
$$A = B\, k + C$$

ここで，DO_{inf} [%], p_v, α_{local}, k はそれぞれ，溶存酸素量，飽和蒸気圧，局所ボイド率，乱流エネルギである．この式は局所ボイド率が 1 すなわち，蒸発が完了した際には圧力は飽和蒸気圧に帰着し，十分発達したキャビティ内部圧力が飽和蒸気圧で一定となるという事実に一致している．さらにこの式は，キャビテーションの数値解析モデルのキャビティ発生の閾値として用いることができる．

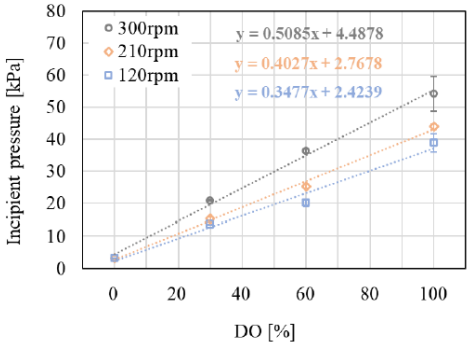


Fig. 5 Occurrence pressures of bubble in tap water.

4．結言

本研究では，作動油と水道水をそれぞれ充填した 2 つの回転同心円筒を用いた減圧実験を行い，キャビティの発生特性について考察した．得られた結果は以下のように要約される．

・気体キャビテーションの発生特性は、ある体積の気泡が発生する瞬間の圧力である発生圧力が減圧速度に対して一定となる平衡析出領域と，減圧速度の増加に伴い発生圧力が低下していく非平衡析出領域の 2 つの領域に分けられることが分かった．

・平衡析出圧力は、テイラークエット流れの形態変化に応じて不連続的に変化することが示された．

・一方，水のキャビテーションでは，溶存酸素量の増加に伴いキャビティ発生圧力は高くなり，また，溶存酸素量に対するキャビティ発生圧力の増加率は，回転数が高いほど大きくなることが示された．

・以上の水の結果を用い，溶存酸素量と局所の乱流エネルギに対するキャビティの発生圧力の変化を定式化した．

参考文献

1) Arndt, R. E. A, “Pressure Fields and Cavitation,” Proc. 7th IAHR Symp. Vienna (1974), pp.1-20.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 15:30 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (1)

座長:巽 和也(京都工芸繊維大学)

14:45 ~ 15:00

[26013] 霜層初期における霜結晶

*松本 亮介[1]、小田 豊[1] (1. 関西大学)

15:00 ~ 15:15

[26014] 冷却面の温度変化が霜層微細構造に与える影響のX線CT可視化と数値解析

*勝永 恭平[1]、前原 諒太[1]、荒木 拓人[1]、松本 亮介[2]、大久保 英敏[3] (1. 横浜国立大学、2. 関西大学、3. 玉川大学)

15:15 ~ 15:30

[26015] ナノ構造の形態が固液界面における熱伝導に与える影響

*芝原 正彦[1]、安保 遼平[1]、藤原 邦夫[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

霜層初期における霜結晶
Frost Crystal in the Early Stage of Frost Layer

松本　亮介（関西大・シス理）　　小田　豊（関西大・シス理）
Ryosuke MATSUMOTO, Kansai University
Yutaka ODA, Kansai University
E-mail: matumoto@kansai-u.ac.jp

In the early stage of frost formation, supercooled droplets formed by dropwise condensation freeze and generate frost crystals. In this study, the microstructure of frost crystals in the early stage of a frost layer was investigated using X-ray micro-computed tomography (μCT). Three-dimensional CT images of the frost layer were obtained during the frosting process. The results show that a small crystal initially forms on a frozen droplet and then grows into either columnar or plate-type crystals.

１．はじめに

熱交換器に発生する霜層は，冷却面温度が-20℃程度であれば，滴状凝縮により過冷却液滴を冷却面に形成し，その後過冷却状態を解消して凍結して微小氷滴となり，氷滴頂点から霜結晶が成長することが知られている[1]．近年，X 線 μCT 撮影を用いた霜層の 3 次元微細構造の測定が著者ら[1]により実施された．本報では，X 線μCT による霜結晶の分析結果を報告する．

２．実験装置と方法

着霜部はアルミニウム板であり，上面中央に直径 6 mm，高さ 3 mm の凸部を設け，着霜面とした．凸部以外を厚さ 2 mm の発泡スチロール板で覆うことにより，着霜面以外での着霜を防止する．着霜部は空気ダクト内に設置した．アルミニウム板の温度およびダクト内空気温度は，K 型シース熱電対により測定した．バブリング式加湿器と熱交換器により調節された湿り空気は，50 L/min の流量でダクト上部から供給される．空気温度と湿度は 14.0 °C，0.0043 kg/kg’である．ペルチェ設定温度を 17.0 °C から-15.0 °C へ変更し，実験を開始する．

X 線 CT 撮影は SPring-8 の BL20B2 ビームラインで実施した．着霜は 90 分間行い，2 分毎に霜層の CT 撮影を繰り返し行った．ポリイミドフィルム及び霜層を透過した X 線はシンチレータにより可視光線へ変換された後，CMOS カメラで記録される．X 線のエネルギーは 15 keV である．回転ステージが 180 度回転する間に 600 枚の X 線透過画像を撮影する．要した時間は約 45 秒である．撮影範囲は 5.6 mm × 5.6 mm × 5.6 mm，空間分解能は 2.74 μm/pixel である．

３．結果と考察

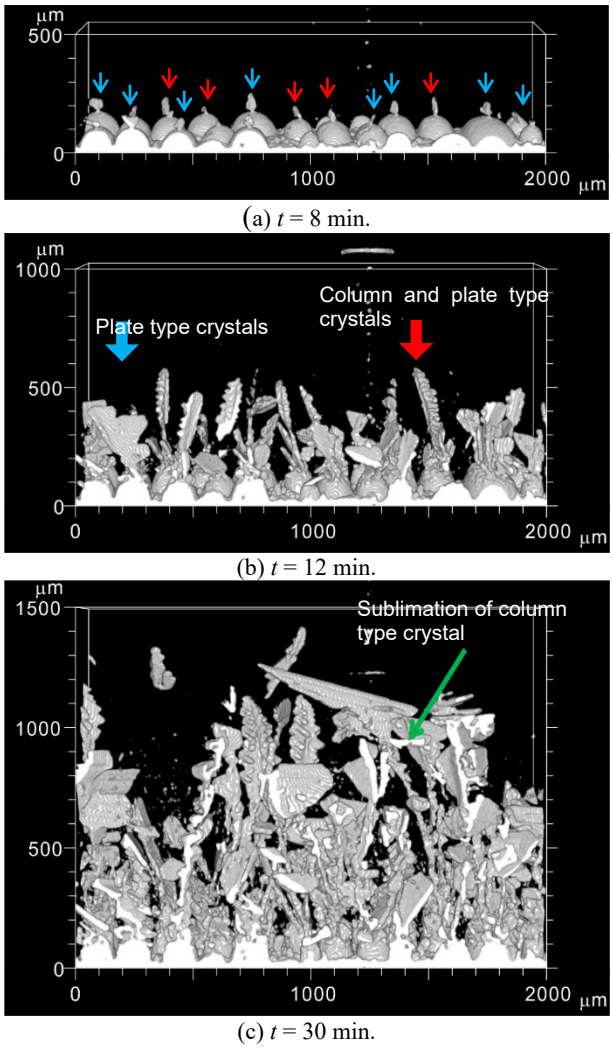
ペルチェ素子による冷却開始後 t = 8 min，12 min，30 min での，着霜面中央の 2000μm×241μm の領域の霜層の微細構造を Fig. 1 に示す．冷却開始後，滴状凝縮が発生し，過冷却を解消後，氷滴頂部から霜結晶が成長した．Fig.1(a) t = 8min では氷滴から単一の微小な結晶が発生しており，(b) t = 12min での柱状結晶と板状結晶の 2 種類の結晶のみに成長することが確認できる．結晶形状を比較すると，t = 8min の時点の最初に発生する微小な結晶で，すでに板状もしくは柱状結晶の形状を示している．

雪の結晶においては[2]，大気中の微小六角柱を氷核として，成長速度の速い結晶方位に成長する．成長速度は温度と水蒸気の過飽和度に支配されることより，雪の結晶形状は大気の状態に依存する．

霜の場合においては，凝縮液滴が冷却面から凍結が伝播し，凍結完了する氷滴頂点で体積膨張のため突起が生成され，その突起を核として空気中の水蒸気が集まり霜結晶が成長する．空気中にさらされる突起の氷結晶の方位が，成長する結晶の形状を支配している可能性がある．

参考文献

1) Ryosuke Matsumoto, et al., Three-dimensional Microstructure of Frost Layer Measured by Using X-ray μCT, JTST, 13(1), (2018), p.JTST0014.
2) Ukichiro Nakaya, "Snow Crystals: Natural and Artificial", Harvard University Press, (1954).



(a) t = 8 min.
(b) t = 12 min.
(c) t = 30 min.
Fig.5 Three dimensional frost structure

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

冷却面の温度変化が霜層微細構造に与える影響の X 線 CT 可視化と数値解析

X-ray CT Visualization and Numerical Analysis of the Influence of Cooling Surface Temperature on Frost Microstructure

勝永　恭平（横国大・理工）　　前原　諒太（横国大・理工）　　荒木　拓人（横国大・工）
松本　亮介（関西大・システム理工）　　大久保　英敏（玉川大・工）
Kyohei KATSUNAGA, Yokohama National University
Ryota MAEHARA, Yokohama National University
Takuto ARAKI, Yokohama National University
Ryosuke Matsumoto, Kansai University
Hidetoshi Okubo, Tamagawa University
E-mail: katsunaga-kyohei-tg@ynu.jp

This study investigates the influence of cooling surface temperature on frost microstructure using X-ray CT and numerical modeling. A 1-D non-homogeneous model was improved by introducing a temperature-dependent tip density function based on 3-D visualization results. The proposed model effectively reproduced the high-density layer near the substrate and the spatial density distribution. While initial growth stages require further refinement, the model shows better agreement with experimental data than conventional fixed-density models.

１．はじめに

熱交換器表面への着霜は熱抵抗の増大や流路閉塞を引き起こし，システム性能を著しく低下させる深刻な問題である．機器の最適設計や除霜制御の効率化には，様々な環境条件下での霜成長を理解し高精度に予測することが必要である．これまで，霜層の可視光による観察や高さ測定，総重量・密度の推移などからの検討はされてきたが，成長中の内部構造については不明な点が多かった．

そこで本研究では，X 線 CT スキャンを用い，特に今回は基板温度の違いに着目し非破壊かつ非定常に霜層内部の微視的構造とその成長を測定した．その知見に基づいて，１次元非均質を仮定した数値解析モデルの改良とその妥当性確認を実施したので報告する．

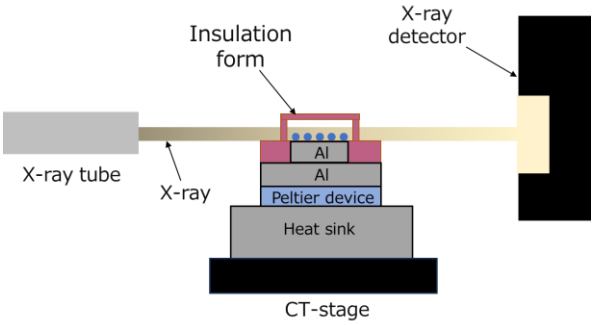


Fig. 1 Schematic of the measurement and visualization setup for X-ray CT imaging

２．霜 CT 可視化実験装置の概要と撮影結果

図 1 に装置の概要を示す．ペルチェ素子によって冷却面であるアルミ板を－5℃に冷却し，露点約 15℃の加湿空気を 500 mL/min 供給することでまず冷却面上に凝縮液滴を 10 分間成長させた．その後，冷却面温度を－6～－18℃に下げることで液滴を凍結させ，その上に成長した霜層の内部状態・構造の変化を X 線マイクロ CT 装置（ヤマト科学 DM1000H-II（2K））によって可視化した．測定の際には霜が成長しないようカバーをしながら CT ステージを回転させ，約 7 分間撮影した画像から 1 枚の 3 次元構造を PC 上で再構成した．撮影された 3 次元画像の各ボクセルサイズはおよそ各辺 6.4 um である．

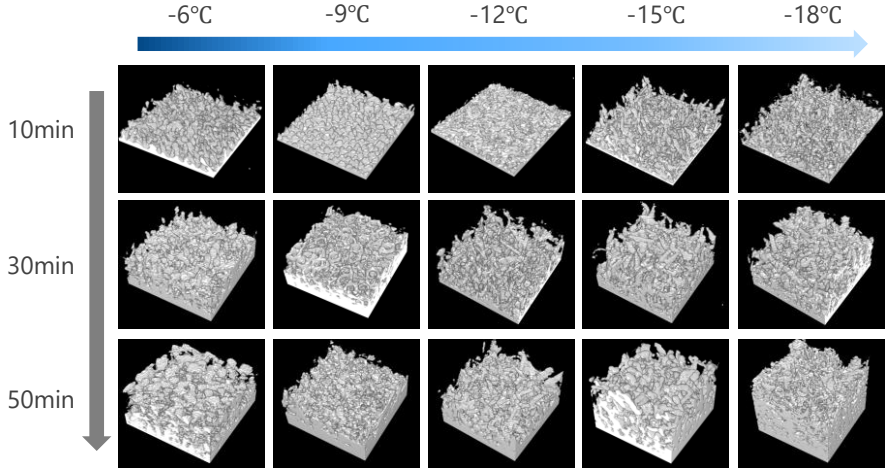


Fig. 2 Comparison of frost formation at substrate temperatures of －6, －9, －12, －15, and －18°C at 10, 30 and 50 min after the start of growth

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

図 2 に X 線マイクロ CT 装置で撮影した霜層の画像を凍結開始後の時間と冷却面温度ごとに示した．特に冷却面温度が−15℃近辺では，冷却時間が短い場合には針状の構造が目立ち，冷却時間が長くなることで板状の結晶が見受けられるようになった．これは水蒸気飽和度が高い場合に先端温度が−4～−10℃程度で針状結晶が優位になるとの結晶論的な報告 [1]や中谷ダイアグラム [2]的な観察と概ね整合している．また，図 3 に例として冷却面温度−12℃の場合の霜層の平均密度分布の時間変化を示した．これを見ると，20 分までの初期段階では特に先端が鋭く成長している様子が見て取れる．

3．数値解析手法と結果

霜層表面の水蒸気が過飽和状態にあると仮定し，図 4 のように霜層を氷結晶骨格と湿り空気からなる多孔質媒体とみなし，熱伝導方程式および水蒸気の拡散方程式を連立するモデル [3]をベースとした数値解析を実施した．前節の CT 観察等に基づき，先端生成霜密度ρ_{tip}が霜層表面温度T_{surf}の関数として動的に決定した．

$$\rho_{\mathrm{tip}}(T_{\mathrm{surf}}) = \rho_{\mathrm{min}} + (\rho_{\mathrm{f},0} - \rho_{\mathrm{min}}) \exp\left(-\frac{T_{\mathrm{surf}} - T_p}{T_{\mathrm{decay}}}\right) \quad (1)$$

ここで，$\rho_{\mathrm{f},0}$は初期霜密度（550 kg/m³），ρ_{min}は十分に成長した針状霜の密度（50 kg/m³）とした．具体的には，霜層先端の温度が$T_p = -10$℃以下の場合には高密度な平板状結晶を想定した高い密度の霜が生成され，表面温度の上昇に伴って低密度な針状結晶へと連続的に遷移するプロセスを簡易的に表現している．

このモデルの妥当性を確認するために，基板温度-12℃，着霜開始 40 分後における霜層内部の密度・分率分布の比較を図 5 に示す．ρ_{tip}を 50 kg/m³ 固定としたモデル（青点線）では，壁面直上から急激に密度が低下し壁面から 0.1 mm 付近で下に凸な形状となり CT によって測定された滑らかな分布（白丸）と大きく乖離している．一方，提案モデル（緑線）では，壁面近傍の高密度層が維持され，表面に向かって緩やかに減少する実験の傾向を良好に再現している．これは，壁面温度に近い領域での高密度な結晶生成を適切に考慮できたためである．

また図 6 に今回提案したモデルによる霜密度の時間変化を示した．これを測定された図 3 と比較すると，図 6 では成長初期の先端の成長と壁面から 0.5 mm 以内の高密度層の再現はできているものの，整合しない部分も多く他の温度帯を含め，今後のさらなる検討が必要である．

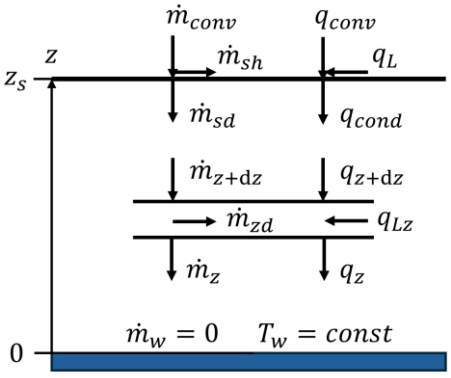


Fig. 4 Control volume for energy and mass balances in the 1-D non-homogeneous model

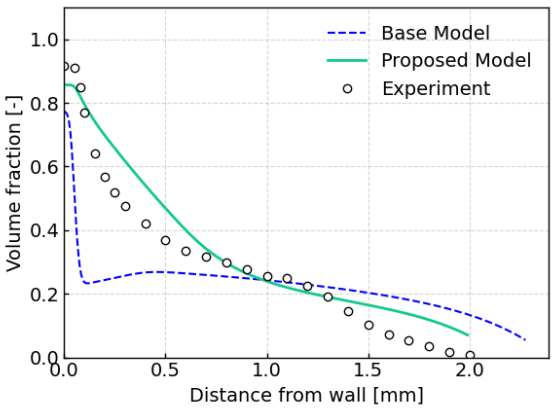


Fig. 5 Comparison of volume fraction distribution between experiment and simulations (t = 40 min).

参考文献

1) T. Kuroda, R. Lacmann: Growth kinetics of ice from the vapour phase and its growth forms, J. Crystal Growth, 56(1), 99. 189-205, 1982.
2) Y. Furukawa and John S. Wettlaufer: Snow and ice crystals, Physics Today, 60, pp. 70-71, 2007.
3) A. E. Cheikh and A. M. Jacobi: A mathematical model for frost growth and densification on flat surfaces, Int. J. Heat and Mass Transfer, 77, pp. 604-611, 2014.

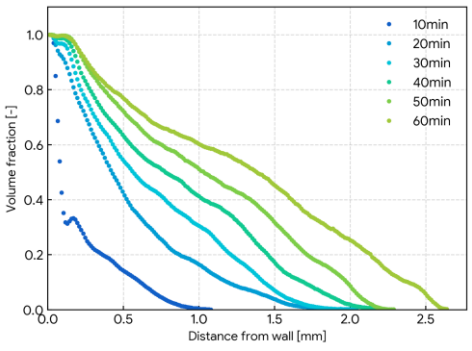


Fig. 3 Measured time evolution of the spatial distribution of frost volume fraction at T = -15℃

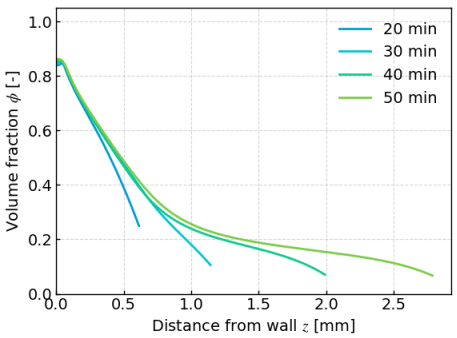


Fig. 6 Simulated time evolution of the spatial distribution of frost volume fraction at T = -15℃

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ナノ構造の形態が固液界面における熱伝導に与える影響
Influences of Nanostructure Morphology on Heat Conduction over Solid-Liquid Interfaces

芝原　正彦（大阪大・工）　安保　遼平（大阪大・工）　藤原　邦夫（大阪大・工）
Masahiko SHIBAHARA, The University of Osaka
Ryohei ABO, The University of Osaka
Kunio FUJIWARA, The University of Osaka
E-mail: siba@mech.eng.osaka-u.ac.jp

Heat transfer over solid–liquid interfaces is essential in various engineering fields, such as liquid cooling and thermal interface materials. The significance of interfacial thermal resistance (ITR) increases in overall heat transfer generally when we manage heat transfer at small scales. We aim to systematically understand the influences of nanostructure morphology on the ITR over solid-liquid interfaces in the present study. Non-equilibrium molecular dynamics simulations were performed employing platinum surfaces with particle-like and slit-like nanostructures. We employed the solvent accessible surface area to quantify the solid–liquid contact area. The predictions of overall ITRs via the parallel thermal circuit model with local ITRs showed agreement with those calculated using molecular dynamics simulations. The present results revealed that the reduction of the overall solid-liquid ITR was primarily caused by the magnification contact area in addition to lower local ITR of nanostructures.

１．序論

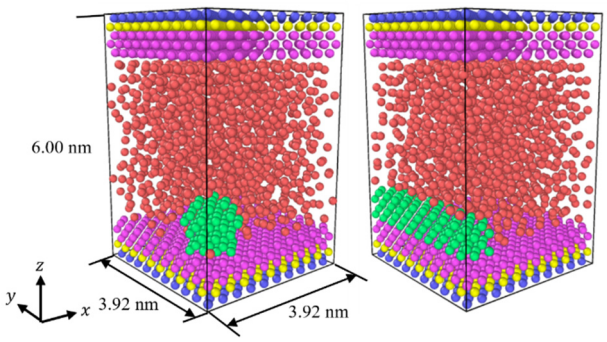
コンピュータを含む電子機器の発熱密度の増加に伴い，液体や相変化を利用したさまざまな冷却方法が開発されている．また，半導体デバイスの小型化や高集積化により，多様で複雑な界面が形成されることから，界面における熱抵抗（ITR: interfacial thermal resistance）の予測や制御が重要となっている．このような背景から，固液界面熱抵抗に関するさまざまな研究が実施されてきているが，近年では，分子シミュレーションを利用して固液界面熱抵抗の予測が行われるようになってきた．適用範囲は，基礎的な現象理解を目的としたモデル系から TIM のような実用的な系までさまざまである．さらに，固液界面熱輸送の詳細な理解を目的として，局所界面熱抵抗を求める試み[1,2,3]や単原子スケールの熱流の描像[4,5]などが分子動力学解析によって明らかにされている．また，界面熱輸送の工学的制御を目的として，矩形ナノ構造の影響[1,2,3]や原子の幾何配置による界面熱輸送の変化[6]も明らかにされている．これらの先行研究は，固液界面におけるナノ構造の形態，すなわち，形状や特性長さによって，固液界面における熱輸送を制御できる可能性を強く示唆しているが，系統的な理解はなされていない．

以上より，本研究では，任意のナノ構造の形態が，固液界面の熱伝導，すなわち，固液界面熱抵抗に与える影響を理解すること目的とした．そのためには，任意のナノ構造の固液界面を設定して表面積を評価する必要があるが，本研究では溶媒接触可能表面積 (SASA: solvent-accessible surface area)[7]を用いて規定することを試みた．本稿では，SASA で規定したナノ構造界面とナノ構造を構成する原子と液体分子間で輸送される熱流束を用いて，ナノ構造だけに起因する局所界面熱抵抗を抽出し，ナノ構造の形態に依存した固液界面全体の熱抵抗変化の主要因について議論する．

２．計算方法

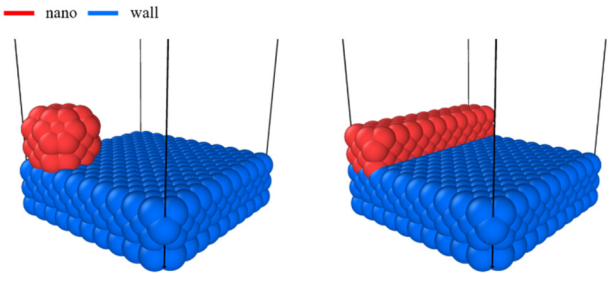
図 1 に示す平行な完全結晶面(100)の下面に任意のナノ構造が付着した計算モデルを用いた．壁面は Pt 原子，液体は Ar 分子を用いるとし，相互作用は 12-6Lennard-Jones ポテンシャルで計算した．本研究ではさまざまな形態のナノ構造について調査を行ったが，本稿では図 1 に示す粒子状またはスリット状構造の場合の結果についてのみ説明する．計算手順や計算方法は先行研究[1,2]とほぼ同様であるが，上下壁面を Langevin 法によってそれぞれ 130K, 80K に温度制御することで，系内に温度勾配を形成し，定常状態における固液界面における温度差，熱流束から界面熱抵抗を計算した．なお，Lennard-Jones ポテンシャルで表現される単純な液体分子では一般的な議論はできないが，Ar-Pt 界面[1,2]で観察された構造による局所的な熱輸送の変化が，H_2O-Pt 界面[3]や H_2O-Si 界面[6]でも観察されている．

次に下面をナノ構造とそれ以外の壁面に分離して，それぞれの局所熱抵抗を計算する方法とナノ構造を含む下壁面全体の熱抵抗の計算方法を説明する．本研究では複雑な



(a) Particle　　(b) Slit

Fig. 1 Calculation systems for nanostructured surfaces : (a) Particle and (b) Slit.



(a) Particle　　(b) Slit

Fig. 2 Schematic illustrations of SASA for nanostructured surfaces: (a) Particle and (b) Slit.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

形態をもつナノ構造によって形成される固液接触面積を統一的に計測するために，SASA を用いた．Ar 分子と Pt 原子の van der Waals 半径の和を用いて SASA を図 2 のように定義し，そのうち液体領域に露呈された領域を固液界面と定義した．本研究では，ナノ構造またはそれ以外の壁面を構成する固体原子が形成する界面をそれぞれ nano，wall の添え字で表現することした．このような方法で求めたナノ構造ならびにそれ以外の壁面の局所界面積をそれぞれ A_{nano}, A_{wall} と表現する．次に，２つの局所界面を通過する単位時間あたりのエネルギーは，ナノ構造を構成する原子とそれ以外の壁面を構成する原子にはたらく液体分子からの作用力と原子速度の内積の和から近似的に求めることができる．これらのエネルギー流束を局所界面積で除することで局所熱流束を求め，各局所界面近傍の固体原子と液体領域の温度差を局所熱流束で割ることで，局所界面熱抵抗 r_{nano}，r_{wall} をそれぞれ求めた．

ナノ構造を含む下面全体の有効界面熱抵抗の計算方法はいくつか提案されている．本研究では先行研究[1,2]を参考にして，ナノ構造を除く下壁面の最上部の固体原子位置に xy 平面に平行な検査面を設定し，ナノ構造を除いた液体領域の一次元温度分布を線形的に外挿して交点を求めることで液体界面温度を求めた．この液体界面温度と検査面における固体原子層との温度差を，系の xy 断面を定常的に通過する熱流束で除することで，固液界面全体の有効熱抵抗（R_{overall}: overall ITR）を求めた．また，熱工学で用いられている熱回路網法を用いて，局所界面熱抵抗 r_{nano}，r_{wall} が並列熱回路を形成していることを仮定すると，次式により界面全体の有効熱抵抗の予測値（R_{TCM}）を見積もることができるため，本研究ではそれを求めて R_{overall} と比較した．ここで，A_{overall} は計算領域の xy 断面積である．

$$R_{\mathrm{TCM}} = \frac{A_{\mathrm{overall}}}{A_{\mathrm{nano}}/r_{\mathrm{nano}} + A_{\mathrm{wall}}/r_{\mathrm{wall}}} \qquad (1)$$

３．計算結果と考察

図 1 に示す粒子状構造系とスリット状構造系における局所界面熱抵抗の分子動力学シミュレーションによる計算値を表 1 に示す．ナノ構造の形状によって，局所 ITR に差異があること，ならびに，ナノ構造部以外の下壁面と比べてナノ構造の局所 ITR が有意に低下していることが分かる．これは先行研究[1,2,3]において，矩形スリット構造の上角部で有意に局所 ITR が低下することが報告されており，同様の現象が生じていると考えられる．このような局所 ITR の低下は，ナノ構造を構成する固体原子の幾何学的拘束条件が完全結晶面とは異なり，その振動特性が低周波側にシフトすることで説明されているが，図 1 に示す２つの付与構造でも同様の現象が生じていると考えられる．

次に，界面全体の有効熱抵抗について，分子動力学シミュレーションによる計算値 R_{overall} と熱回路網法による予測値 R_{TCM} を表 2 に示す．ナノ構造の形態によらず，R_{overall} と R_{TCM} は 4%以下の誤差で一致することが分かる．式(1)において，任意形態のナノ構造付与の影響は右辺の分母の第 1 項のみに集約されることから，界面全体熱抵抗の低減は，ナノ構造の形態によらず，より低い局所 ITR を有するナノ構造の付与と界面積の増大に起因すると考えられる．

４．結論

任意のナノ構造の形態が, 固液界面の熱伝導, すなわち, 固液界面熱抵抗に与える影響を理解すること目的とし，簡易なポテンシャルで表現された固液界面系において，任意のナノ構造を付与した場合の界面熱輸送の変化を調べた．本研究では任意のナノ構造の固液界面を溶媒接触可能表面積 (SASA)を用いて規定し，ナノ構造界面積と構造を構成する原子から輸送される熱流束を用いて，ナノ構造のみの局所界面熱抵抗を抽出した．その結果と並列熱回路モデルから算出された固液界面全体の有効熱抵抗は分子動力学シミュレーションによる計算値とよく一致することから，ナノ構造が固液界面熱抵抗に与える影響は，ナノ構造近傍の局所 ITR の変化とその付与による界面積の増大に起因すると考えられる．

SASA を用いた場合の局所熱流束の厳密な算出方法の検討やナノ構造の形態によって近傍の固体原子や液体分子の振動特性がどのように変化するか，さらに最適なナノ構造の形態はどのようなものかについては，今後，詳細に検討する必要がある．

Table 1 Local interfacial thermal resistances for various nanostructured surfaces.

	r_{nano} (10^{-7}Km^2/W)	r_{wall} (10^{-7}Km^2/W)
(a) Particle	2.09	2.65
(b) Slit	1.99	2.58

Table 2 Overall interfacial thermal resistances for various nanostructured surfaces.

	R_{overall} (10^{-7}Km^2/W)	R_{TCM} (10^{-7}Km^2/W)
(a) Particle	1.56	1.62
(b) Slit	1.40	1.45

謝辞

本研究は, 科学研究費補助金(No.23K26050)の助成を受けた. ここに記し, 謝意を表する.

参考文献

1) T. Omori, M. Shibahara, “Molecular dynamics study on the effects of cuboid nanostructure on the distribution of local thermal resistance at a solid‑liquid interface”, *Int. J. Therm. Sci.*, 215, 110019, (2025).
2) Y. Oki, K. Fujiwara, M. Shibahara, “Molecular dynamics study of the distribution of local thermal resistances at a nanostructured solid-liquid interface”, *J. Therm. Sci. Technol.*, 19 (1) (2024).
3) Y. Ueki, S. Matsuo, M. Shibahara, “Molecular dynamic study of local interfacial thermal resistance of solid-liquid and solid-solid interfaces: water and nanotextured surface”, *Int. Commun. Heat Mass Transfer,* 137 (2022) 106232.
4) K. Fujiwara, M. Shibahara, “Atomic–scale thermal manipulation with adsorbed atoms on a solid surface at a liquid–solid interface”, *Sci. Rep.*, 9 (2019) 13202.
5) K. Fujiwara, M. Shibahara, “Detection of heat flux at single-atom scale in a liquid-solid interfacial region based on classical molecular dynamics”, *Appl. Phys. Lett.*, 114, (2019) 011601.
6) Y. Motokawa, K. Fujiwara, M. Shibahara, “Thermal transport across liquid-solid interface with a single atomic structure based on the radial density depletion length at a surface solid atom”, *J. Phys. Chem.* C, 128 (20) (2024) 8440–8448.
7) A. Shrake and J. A. Rupley, “Environment and exposure to solvent of protein atoms. Lysozyme and Insulin”, *J. Mol. Biol.*, 79(2), (1973) 351–371.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 16:55 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (2)

座長:松本 亮介(関西大学)

16:10 ~ 16:25

[26016] 上皮組織の形態形成におけるパターン選択と熱対流との数理的対応

*井上 康博[1] (1. 京都大学)

16:25 ~ 16:40

[26017] 銀ナノワイヤネットワークの接続形態に基づく電気伝導特性

* 博文[1]、若松 勇希[2]、巽 和也[1] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学)

16:40 ~ 16:55

[26018] マイクロ流路における血栓形成時のフィブリン形成形態

*巽 和也[1]、太田 茂[1]、平方 秀男[2]、杉田 尚子[3] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学、3. 京都医療センター)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

上皮組織の形態形成におけるパターン選択と熱対流との数理的対応

Mathematical analogy between pattern selection in epithelial morphogenesis and thermal convection

井上　康博（京都大・工）
Yasuhiro INOUE, Kyoto University
E-mail: inoue.yasuhiro.4n@kyoto-u.ac.jp

Epithelial folding is a morphogenetic phenomenon that underpins biological function, observed in contexts such as cortical gyrification, intestinal villi, and developing organ primordia. In this talk, we demonstrate how asymmetry in the environmental constraints surrounding a tissue influences buckling-pattern selection in an epithelial sheet and show that the governing equation obtained from variation with respect to the out-of-plane displacement has the same algebraic structure as the Swift–Hohenberg equation. Noting that this equation was originally introduced to describe Rayleigh–Bénard convection, we discuss the relationship between the two systems in terms of shared mathematical structures underlying critical phenomena.

１．はじめに

上皮組織は，体表面や内臓表面を覆う単層あるいは多層のシート状細胞集団であり，発生過程において複雑な折りたたみ構造を形成する[1,2,3,4]．上皮は周囲の物理環境による拘束を受け，一般に，上皮の apical 側と basal 側で拘束条件は非対称である．この非対称性が折りたたみパターンの選択に本質的な役割を果たす可能性がある．一方で人工物に目を向けると，球面上の弾性二層膜における皺形成では，内層厚と薄膜厚の比が labyrinth パターンと六角パターンの遷移を決定することが実験的に示されており，その理論解析には Swift-Hohenberg（SH）型方程式が用いられている[5]．SH 方程式は元来，Rayleigh-Bénard（RB）対流の近臨界表現として提案されたものであり[6]，有限波数不安定性に基づくパターン選択の数理モデルとして広く知られている[7]．

本講演では，環境拘束の非対称性が上皮折りたたみパターンに与える影響を，3 次元バーテックスモデルによるシミュレーションおよびエネルギー汎関数に基づく連続体力学モデルにより明らかにした研究成果を紹介する．とくにエネルギー汎関数の変分から得られる方程式は SH 方程式と同様の代数構造をしており，これをもとに RB 対流との数理的対応について議論する．

２．多細胞力学の数理モデル

上皮組織を構成する上皮細胞を多面体として表現し，上皮シートを多面体の頂点・辺ネットワークとしてモデル化する[8,9]．これら多面体に対して，細胞のエネルギーを定義し，頂点におけるエネルギー勾配を駆動力として頂点位置を更新する．これにより，多細胞スケールの変形を表すことができ，この手法を 3 次元バーテックスモデルと呼ぶ．詳細は参考文献[8,9]を参照されたい．次に，3 次元バーテックスモデルの結果をエネルギーの観点から議論するため，上皮シートの連続体エネルギー汎関数を構成した．細胞増殖による面内圧縮を受けるシートの無次元面外変位 $\tilde{w}(t,x,y)$ に対し，変分原理から過減衰緩和方程式を導くと，

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\Delta}^2\tilde{w} - \tilde{\Delta}\tilde{w} - N(\tilde{w}) \qquad (1)$$

ここで $\tilde{\Delta}$ は無次元ラプラシアンであり，非線形項は

$$N(\tilde{w}) = \alpha\{R(\tilde{w} - (1-\Lambda)) - R(-\tilde{w} - \Lambda)\} \qquad (2)$$

で与えられる．$R(x)$ はランプ関数（$R(x) = x$ for $x \geq 0$, $R(x) = 0$ for $x < 0$）であり，上下壁との接触拘束を表す．

３．結果

まず，上皮組織を挟む環境拘束の影響を調べるため，その拘束がどの程度 apical/basal 側に偏っているかを表す非対称度 Λを導入した．3 次元バーテックスモデルによる多細胞力学シミュレーションで，Λを 0 から 1 まで変化させると，折りたたみパターンは系統的に遷移した．$\Lambda = 0$（basal 側が壁に近い）では apical 側に突出する点状隆起(dot)が形成され，Λの増加とともに隆起が伸長して迷路状パターン(labyrinth)へ遷移し，$\Lambda = 0.5$で最も長い畝状の折りたたみとなった．さらにΛが増加すると，basal 側への陥没が卓越する穴状パターン(hole)へ移行した．連続体モデル（式(1)）を周期境界条件下で数値積分したところ，Λ の変化に伴う dot→labyrinth→hole の遷移が再現された．

４．考察・まとめ

連続体モデルの線形部 $-\tilde{\Delta}^2\tilde{w} - \tilde{\Delta}\tilde{w}$ は，平面波 e^{ikx} に対して成長率$\sigma(k) = -k^4 + k^2$を与え，$0 < k < 1$ の帯域で不安定化する有限波数不安定性を示す．これは，SH 方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -a\Delta^2 u - b\Delta u - ru + N(u) \qquad (3)$$

と同じ代数構造を持つ．SH 方程式は元来，RB 対流の近臨界表現として導入されたものであり[6]，有限波数不安定性に基づくパターン選択のモデルとして広く知られている[7]．

上皮組織の座屈パターン選択を表す本モデルの非線形項は，壁接触拘束に由来するランプ関数型であり，SH 方程式で一般に用いられる多項式型（例：$-cu^3$）とは異なる．ただし，拘束体をコラーゲンなどの細胞外マトリクスを非線形弾性体として記述する場合には，エネルギーを面外変位の偶数次（$u^2, u^4, \ldots$）で展開でき，その変分から多項式型の非線形項が現れるため，標準 SH 型に帰着する．したがって，本研究で得られた上皮座屈のパターン選択は，有限波数不安定性という普遍的な数理構造のもとで理解でき，熱対流との関係は，機構臨界現象における数理構造の共通性として位置づけられる．

参考文献

1) T. Tallinen et al., Nat. Phys., 12, 588–593 (2016).
2) A.E. Shyer et al., Science, 342, 212–218 (2013).
3) M.J. Milnor et al., Wilehm Roux Arch. Dev. Biol., 193, 180–186 (1984).
4) K. Matsuda et al., Sci. Rep., 7, 13939 (2017).
5) N. Stoop et al., Nat. Mater., 14, 337–342 (2015).
6) J. Swift and P.C. Hohenberg, Phys. Rev. A, 15, 319–328 (1977).
7) M.C. Cross and P.C. Hohenberg, Rev. Mod. Phys., 65, 851–1112 (1993).
8) Y. Inoue et al., Biomech. Model. Mechanobiol., 15, 1733–1746 (2016).
9) K. Morikawa, D. Kuroda, and Y. Inoue, Sci. Rep. (2022). DOI:10.1038/s41598-022-15343-y.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

銀ナノワイヤネットワークの接続形態に基づく電気伝導特性
Electrical Transport in Silver Nanowire Networks Based on Network Morphology and Connectivity

Gu Bowen（京都工繊大・工）　　若松　勇希（京都大・工）
巽　和也（京都工繊大・工）
Bowen GU, Kyoto Institute of Technology
Yuki WAKAMATSU, Kyoto University
Kazuya TATSUMI, Kyoto Institute of Technology
E-mail: ktatsumi@kit.ac.jp

Silver nanowire (Ag-NW) network films are promising materials for transparent electronic devices owing to their high conductivity and mechanical flexibility. We investigated how nanowire orientation and number density affect current distribution, contact resistance, sheet resistance, and Joule heating. The two-dimensional temperature field under current flow was visualized by thermoreflectance imaging, and inverse analysis combined with numerical simulations was used to estimate current distribution and junction resistance. The results show that sheet resistance and the number of current paths exhibit a minimum and a maximum, respectively, with orientation. This behavior arises from a trade-off between reduced junction-numbers per path and changes in network connectivity. Aligned networks concentrate current into fewer paths, enhancing Joule heating and hot-spot formation. A stochastic model reproducing these dependencies was also developed.

１．はじめに

線径約 100 nm, 長さ 10～100 μm の銀ナノワイヤ（Ag-NW）を数層の厚みで散布して形成したネットワーク薄膜は，高い電気伝導性，光学的透明性，および機械的柔軟性を兼ね備えた多機能材料として広く研究されている[1,2]．その Ag-NW 膜の電気的性能の向上には，電気抵抗の低減が不可欠であり，一方で電気的・熱的特性のばらつきが小さく温度分布が均一であることが，高い信頼性の実現に重要である[3]．このような高性能かつ高信頼な Ag-NW 膜を実現するためには，電流分布，Ag-NW 同士の接点の接触電気抵抗，発熱と温度分布を含む電気的・熱的特性を明らかにすることが求められる．そして，Ag-NW 膜のマクロな電気的・機械的・熱的特性は，微視的な物性に加え[4]，Ag-NW の散布様式や接点抵抗分布などのネットワーク接続形態に強く支配される[5,6]．

本研究では，サーモリフレクタンスイメージング（TRI）により Ag-NW ネットワークの温度分布を計測し，数値計算および逆解析を組み合わせることで電流分布および接点抵抗を推定する[7]．さらに，シート抵抗を測定する．これらの結果に基づき，Ag-NW の数密度，配向，接点抵抗などの接続形態がシート抵抗および電流・発熱分布に及ぼす影響を明らかにし，接続形態が電流経路形成およびシート抵抗に与える影響を明示的に組み込んだ確率モデル（コンパクトモデル）を構築することを目的とする．

２．実験および計算手法

試料は，平行配置 Au 電極を形成したガラス基板上に，直径約 120 nm, 長さ 10～30 μm の Ag-NW を真空ろ過法により転写し，電極間に数層厚で堆積させたネットワーク薄膜である．サーモリフレクタンスイメージング（TRI），数値計算，逆問題解析，およびシート抵抗測定を実施した．TRI は，温度依存反射率変化を利用して表面の二次元温度分布を取得する手法であり，Ag-NW への通電により生じるジュール発熱に起因する温度分布を，1 μs の時間分解能で計測した．数値計算では，ナノワイヤを接点で離散化し，オームの法則およびキルヒホッフの法則に基づく行列方程式を解いて電流分布を求め，エネルギー保存式から温度分布を算出した．得られた温度分布と計算結果が一致するよう逆解析を行い，Ag-NW の接点抵抗および Ag-NW と基板の熱コンダクタンスを同定した．さらに，電極間抵抗を測定し，試料寸法からシート抵抗を算出した．

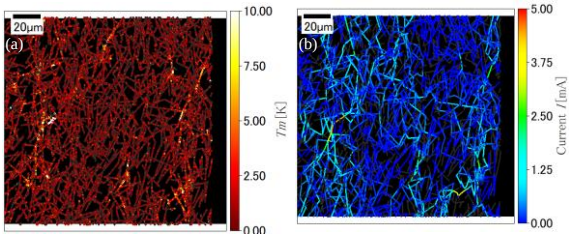


Fig. 1 (a) Temperature distribution of oriented Ag-NW network obtained by TRI measurement, and (b) Current distribution of the Ag-NW network obtained by inverse analysis.

３．数理モデル

Ag-NW ネットワークのシート抵抗および配向の影響を表現するため，数理モデルを構築した．本モデルでは，配向度が電流経路形成確率に与える影響を考慮した．電極間抵抗 R_{E} は，ナノワイヤ内部抵抗と接点抵抗の寄与を含めて次式で表される．

$$R_{\mathrm{E}} = \left(R_{\mathrm{nw}} \frac{L_{\mathrm{E}}}{\sin\theta_{\mathrm{nw}}} + R_j\left(n_{\mathrm{edge}} - 1\right) \right) \frac{1}{n_{\mathrm{path}}} \qquad (1)$$

ここで，R_{nw} は単位長さ当たりのナノワイヤ抵抗，R_{j} は接点抵抗，L_{E} は電極間距離，θ_{nw} は Ag-NW の配向角である．n_{path} は電極間を結ぶ電流経路数であり，配向および数密度に依存し，次式で表される．

$$n_{\mathrm{path}} = \tilde{n} P_{\mathrm{edge}}^{n_{\mathrm{edge}}} \qquad (2)$$

P_{edge} は Ag-NW がエッジ（接続要素）を有する確率を表し，ポアソン分布に基づいて求められる．$\tilde{n}$ は Ag-NW の断面線，すなわち電極に平行な線を横切る Ag-NW の本数を示す．

４．結果と考察

図 1 に TRI 計測により得られた Ag-NW の温度分布を示す．温度は一様ではなく，ネットワーク内には高温領域や顕著に高温なホットスポットが生成された．図 3(b)は，計算による温度分

布が測定結果と一致するように逆解析によって求めた電流分布を示す．電流はネットワーク全体に均一に流れるのではなく，高い電流密度領域を含む特定の経路を形成していた．そのパターンは温度分布で観察されたものと一致している．Ag-NWの昇温はジュール発熱に起因するが，ワイヤとガラス基板との間の熱伝達は Ag-NW に沿う熱伝導と比較して大きいため，Ag-NW の温度変化においてジュール発熱の分布の影響が支配的であり，電流密度分布と強い相関を示す．

図 2 は，散布密度 n' = 1.6, 3, 5 における Ag-NW ネットワークについて，数値計算によって得られた電流経路数 n_{path} を示している．また，式(2)を用いたモデルによって得られた対応する結果を合わせて図中に示す．本モデルは，すべての n' の値において数値計算結果と良好に再現している．配向度の増加に伴う n_{path} の初期的な増加と，より高い配向度におけるその後の減少の双方を正確に予測している．また，最小値は数値計算から得られた値に近い値で生じている．以上から Ag-NW ネットワークにおける電流経路数を適切に表現できることがわかる．

図 3 は，接点抵抗 R_j=100 Ωにおける数値計算から得られた散布密度 n'とシート抵抗 R_{sh} の関係を両対数グラフとして示す．同図に式(1)を用いたモデルによって求めたシート抵抗も示す（parallel-path (p.p)モデル）．加えて，Kumar ら[9], Sugihara らの long-edge および all-contact モデル[8], Forro ら[10]のモデルも合わせて示す．計算における R_{sh} は n'に対して n'=1.5 あたりを境に二つの傾きを示すが，本モデル（p.p.モデル）は n'が小さい領域でも計算とよく一致する．

他のモデルと比較して本モデルが計算と良好に一致した理由は，経路数を考慮したためである．他のモデルでは，通電方向の断面方向を横切る Ag-NW すべてに電流が流れると仮定している．特に，Ag-NW の散布密度が小さい条件および Ag-NW の配向を考える場合において，経路数を考慮することが重要であるといえる．

これらの結果は，ランダムな状態から Ag-NW の配向度を高めると，導電経路を形成するために必要なナノワイヤの本数が減少することにより，初期的には電流経路数が増加することを示している．その結果，電流経路数の増加によりシート抵抗は低下する．しかしながら，配向度がさらに増加すると，Ag-NW 同士の交差確率が低下するため，電流経路数は減少する．この効果が最終的に支配的となり，シート抵抗の大幅な増加を引き起こす．

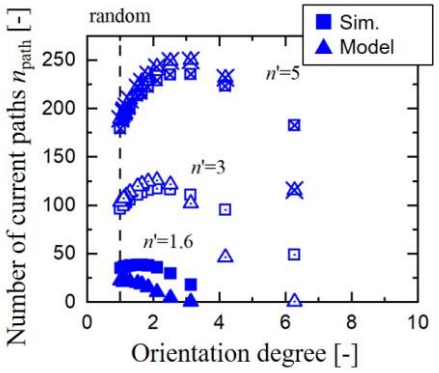


Fig. 2 Schematic illustrations of (a) primary and (b) secondary hemostatic thrombus formation in an injured blood vessel, and (c) fibrin fiber generation from activated platelets adhered to the microchannel wall.

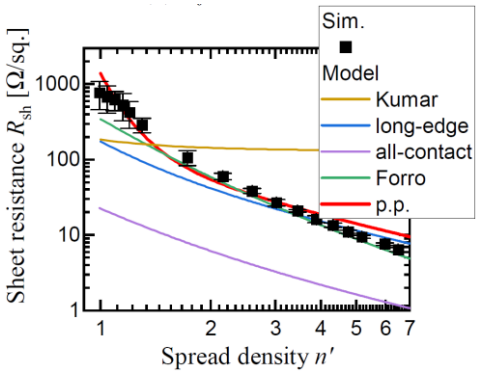


Fig. 3 Relationship between spread density n' and sheet resistance: comparison between simulation and models.

５．結言

本研究では，Ag-NW ネットワークにおける電流分布および温度分布，ならびにシート抵抗の測定と解析を行い，Ag-NW ネットワークの散布密度，配向度，および接点抵抗といった接続形態の違いがこれらの特性に与える影響について検討した．その結果，配向度の増加は初期的に電流経路数を増加させ，シート抵抗を低減させるが，過度な配向はナノワイヤ間の交差確率を低下させることで抵抗を増大させることを示した．さらに，電流経路を考慮した本モデルは，経路数と配向度，およびシート抵抗と散布密度の関係について，他のモデルと比較して数値解析結果と良好に一致した．

参考文献

1) J. Y. Lee, S. T. Connor, Y. Cui, P. Peumans, P., Solution-processed metal nanowire mesh transparent electrodes, Nano Lett., 8(2), pp. 689–692, 2008.
2) S. De, T. M. Higgins, P. E. Lyons, E. M. Doherty, P. N. Nirmalraj, W. J. Blau, J. J. Boland, J. N. Coleman, Silver nanowire networks as flexible, transparent, conducting films: Extremely high DC to optical conductivity ratios, ACS Nano, 3(7), pp. 1767–1774, 2009.
3) H. H. Khaligh, I. A. Goldthorpe, Failure of silver nanowire transparent electrodes under current flow, Nanoscale Res. Lett. 8, 235, 2013.
4) A. T. Bellew, H. G. Manning, C. Gomes da Rocha, M. S. Ferreira, J. J. Boland, Resistance of single Ag nanowire junctions and their role in the conductivity of nanowire networks, ACS Nano, 9(11), pp. 11422–11429, 2015.
5) J. W. Borchert, I. E. Stewart, S. Ye, A. R. Rathmell, B. J. Wiley, K. I. Winey, Effects of length dispersity and film fabrication on the sheet resistance of copper nanowire transparent conductors, Nanoscale 7, 14496–14504, 2015.
7) M. Jagota, N. Tansu, Conductivity of nanowire arrays under random and ordered orientation configurations, Sci. Rep., 5, 10219, 2015.
8) Y. Sugihara, K. Tamai, Y. Wakamatsu, R. Kuriyama, K. Tatsumi, Investigation of joule heating, current, and junction resistance in silver-nanowire network using thermoreflectance imaging, Int. J. Heat Mass Trans., 260(1), 128426, 2026.
9) A. Kumar, N. S. Vidhyadhiraja, G. U. Kulkarni, Current distribution in conducting nanowire networks, J. Appl. Phys. 122(4), 045101, 2017.
10) C. Forró, L. Demkó, S. Weydert, J. Vörös, K. Tybrandt, Predictive model for the electrical transport within nanowire networks, ACS Nano, 12(11), 11080–11087, 2018.

マイクロ流路における血栓形成時のフィブリン形成形態
Fibrin Structural Morphology during Thrombus Formation in Microchannels

巽　和也（京都工繊大・工）　　太田　茂（京都工繊大・工）
平方　秀男（京都大・医）　　杉田　尚子（京都医療センター・医）
Kazuya TATSUMI, Kyoto Institute of Technology
Shigeru OHTA, Kyoto Institute of Technology
Hideo HIRAKATA, Kyoto University
Naoko SUGITA, Kyoto Medical Center
E-mail: ktatsumi@kit.ac.jp

In this study, venous thrombus formation and mass diffusion were investigated using a microchannel designed to replicate physiological conditions. Mass diffusion was found to be greater in blood than in water, likely due to the presence of red blood cells. The initial spatial distribution of the fibrin network and the activation of the platelets adhered to the wall was quantified by fluorescence imaging. Correlations among platelet activation at the channel wall, flow direction, and both the growth direction and area of the fibrin network were revealed. The results indicate that fibrin network formation was strongly influenced by the flow and suggested that mass diffusion from platelets played an important role in determining its structural pattern.

１．はじめに

静脈内に血栓が形成され，それが剥離して下流へ移動することで，深部静脈血栓症（DVT）や肺塞栓症（PE）などの静脈血栓塞栓症（VTE）と総称される致死的疾患を引き起こすことが知られており，本疾患による死亡者数は多い[(1)]．これらは血流のうっ滞を契機として発症することが多く，入院患者においても高頻度に認められることから，医療現場では先制的予防指針の確立が求められている．しかしながら，流れ場における静脈血栓の形成過程および物質拡散の影響に関する知見は依然として十分ではない．

血栓形成は，主に血管内皮細胞が何らかの要因により損傷を受けることから始まる．内皮損傷により，コラーゲンを主成分とする血管内皮下組織が露出すると，血流中の血小板がその受容体を介してコラーゲンと結合し，粘着する．続いて，図 1(a)に示すように，血小板は ADP などの活性化因子を放出するとともに，フィブリノゲンを介して他の血小板と結合し，損傷部位に凝集することで一次血栓を形成する．さらに，図 1(b)に示すように，血小板活性化に伴ってフィブリン繊維網が形成され，これが他の血球細胞を取り込みながら血栓を安定化させ，二次血栓へと進展する．

そこで本研究では，静脈内血栓形成の主要構成要素であるフィブリン繊維網構造の成長に着目し，図 1(c)の模式図に示すような血栓形成過程における，活性化血小板ならびに流れおよび物質拡散がその形成過程に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．そのために，マイクロ流路を用いて活性化血小板およびフィブリン繊維網パターンの可視化計測を行った．さらに，フィブリンの生成形状に着目し，物質輸送現象に基づく形態学的解析を行うことで，流れ場におけるフィブリン繊維網構造の形成メカニズムの解明を目指した．

２．実験手法

マイクロ流路は，カバーガラスおよび PDMS から構成される直線流路とした．血小板の非特異的活性化（内因系凝固）の抑制を目的として，流路全体にシグマコートを塗布した後，血管損傷を模擬するために一定区間にコラーゲンを成膜した．また，静止流体中での測定のため，直径 5 mm の開口部を有する PDMS とカバーガラスからなるウェルも併用した．流路への送液では，圧力一定条件下で流量 0.6～1.2 μL/min にて健常者由来のヒト全血を送液した．本条件は静脈内の壁面せん断応力に相当する．流路およびウェルの温度は，熱電対により測定し，温度制御ステージを用いて 37 ℃に保持した．

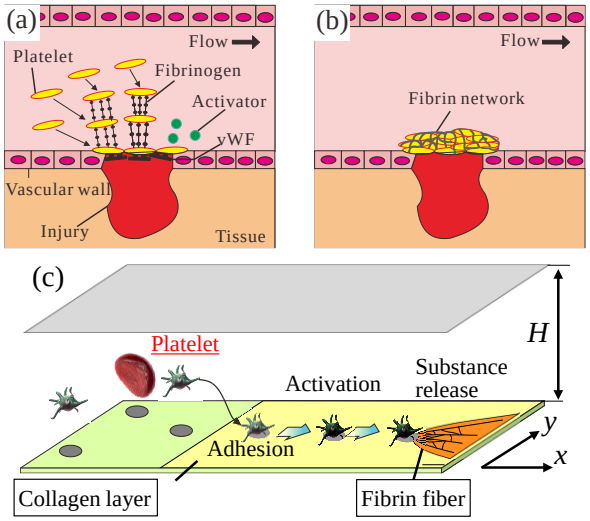


Fig. 1 Schematic illustrations of (a) primary and (b) secondary hemostatic thrombus formation in an injured blood vessel, and (c) fibrin fiber generation from activated platelets adhered to the microchannel wall.

フィブリン繊維網および血小板内 Ca^{2+}の可視化には，それぞれ Fibrinogen-Alexa Fluor R546（Thermo Fisher Scientific, F13192）および Fluo-4 AM（Dojindo, F312）を用いて蛍光標識を行った．蛍光観察には倒立顕微鏡および高感度カメラを用い，取得画像からフィブリン繊維網の配向角度および面積，ならびに血小板の蛍光強度を算出した．測定領域は，流路内のコラーゲン成膜領域上流端から下流 1 mm の位置における 262 × 262 μm²とした．

さらに，高速度カメラを用いてマイクロ蛍光粒子（粒径 1 μm，Thermo Fisher Scientific, CA94303）の水中および血液中における運動を撮影し，粒子のスパン方向拡散範囲を評価するとともに，その挙動に基づいて拡散係数を算出した．

３．結果と考察

図 2(a)および(b)に，それぞれマイクロ流路内の流れ場お

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

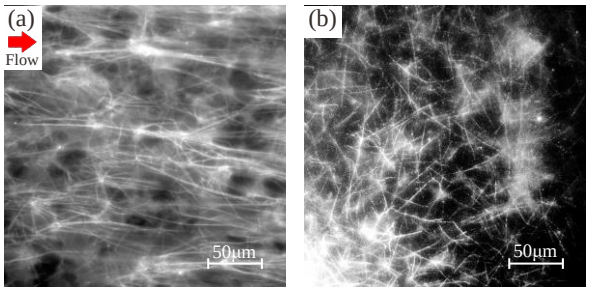


Fig. 2 Visualization of the fibrin network at the developed stage formed (a) in the microchannel under flow conditions and (b) in the well under static conditions.

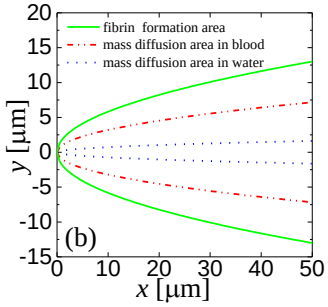


Fig. 3 The distributed area of fibrin fibers formed from a single platelet located at the coordinate origin, and mass diffusion region from a source at the coordinate origin, evaluated from particle tracking in water and blood flow.

よびウェル内の静止流体中で測定した発達段階のフィブリン繊維網の可視化画像を示す．図 2(a)は t =18 min，図 2(b)は t=48 min に撮影したものである．両者を比較すると，ウェル内ではフィブリン繊維網が等方的に成長するのに対し，流路内では流れの影響を強く受け，主流方向に沿って優先的に成長する異方的構造を示すことが分かる．

そこで，血小板から放出される活性化因子の拡散がフィブリン繊維網の成長に影響を及ぼすと仮定し，流れ場における物質拡散範囲とフィブリン繊維網形成領域との関係を検討した．

まず，流路下壁に付着した血小板を起点として，下流方向に $10 \le t \le 13$ min の間に形成された個々のフィブリン繊維（サンプル数 33）の形成開始位置および成長過程を重ね合わせた分布を基にフィブリン繊維網の見かけの拡散係数 D_{fibrin} を求め，フィブリン繊維網の見かけの形成範囲を求めた．この範囲を図 3 に 2 点鎖線として示す．

D_{fibrin} は以下の手順で算出した．まず，画像解析により，各フィブリン繊維が主流方向となす角度 θ の確率密度分布を求めた．このとき，各繊維を微小要素に分割し，各要素の角度から確率密度 n_θ を算出した．次に，$\Delta y_{\mathrm{fibrin}}=l\sin\theta$の関係式を用いて$\theta$ を $\Delta y_{\mathrm{fibrin}}$ に変換し，その確率密度分布を求めた．ここで，l は時間間隔 Δt における繊維成長距離の平均値である．さらに，$\Delta y_{\mathrm{fibrin}}$ の確率密度分布を曲線回帰することで標準偏差σを求め，これより D_{fibrin} を導出した．

なお，本手法では繊維長に応じた重み付けがなされるため，得られる D_{fibrin} は各繊維を分割せずに算出した真の拡散係数 D_{true} より大きくなる．しかし，D_{fibrin} に基づく形成領域は D_{true} による領域を包含すると考えられるため，フィブリン繊維網形成領域の評価として妥当であると判断した．

図 3 の破線は，マイクロ蛍光粒子の流路内スパン方向運

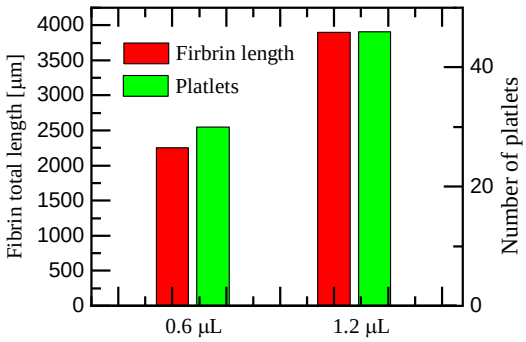


Fig. 4 Visualization of the fibrin network at the developed stage formed (a) in the microchannel under flow conditions and (b) in the well under static conditions.

動を測定して得た水および血液中の物質拡散係数に基づき算出した拡散範囲を示す．図ではフィブリン繊維網の見かけの形成範囲（実線）は血液中の物質拡散範囲は水中よりも大きいことが分かる．これは，血液中では血球の存在により流れ場が変化するためである[2]．さらに，フィブリン繊維網の形成範囲は血流中の物質拡散範囲と近い分布を示しており，両者に相関が存在する可能性が示唆された．フィブリン繊維網形成範囲が拡散範囲よりやや大きくなる要因としては，下壁に付着した赤血球を含む血球の影響により，局所的な流れ場および濃度場が変化したことが考えられる．

最後に，流速による影響を検討する．図 4 にフィブリン繊維の総長さと壁面に粘着した血小板数に与える流量（流速）の影響を示す．流速の増加に伴いフィブリン繊維網総長さおよび血小板数が共に増加する．まず，流速増加に伴う血小板数の増加については，流れにおける赤血球と血小板の衝突相互作用により血小板が壁面方向へ輸送されるが，流速が増加し，せん断速度が増加することで両者の衝突頻度が増加する．これに加えて，単位時間あたり流れる血小板数が増加することで，粘着数が増大したと考える．

次に，フィブリン繊維網総長さの増加要因として，壁面に粘着した血小板数の増加，および流速の増加に基づく壁面せん断応力の増加により，血小板の活性化と顆粒放出が促進され，フィブリン形成反応および隣接する血小板の活性化が促進したと考えられる．

4．結言

本研究では，マイクロ流路を用いて流れ場における血小板およびフィブリン繊維網構造の形成を可視化した結果，流れ場ではフィブリン繊維網が主流方向に異方的に成長し，その形成領域は血流中の物質拡散範囲と対応することが示された．また，流速増加に伴う血小板集積および凝固因子輸送の増加がフィブリン繊維網成長を促進することが示唆された．

参考文献

1) A. T. Cohen et al, Thrombus hemostasis, 98 (2007), pp. 756-764.
2) M. Saadatmand et al, Journal of Biomechanics, 44 (2011), pp. 170-175.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 13:20 ~ 14:35 | G会場(環境棟：FSホール)

パネルディスカッション

13:20 ~ 14:35

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会