2026年5月16日(土)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用～デジタルツインから量子計算まで～）

15:00 ~ 16:15 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (1)

座長:宮本 崇(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[12011] JIS規格とスキャンデータに基づく3次元異形鉄筋モデルの自動生成（シンポジウム講演概要）

*車谷 麻緒[1]、松岡 朋輝[1]、黄 璽[2]、相馬 悠人[3] (1. 茨城大学、2. 木更津高専、3. 福島高専)

15:15 ~ 15:30

[12012] 粗骨材と鉄筋の実形状を考慮した鉄筋コンクリートはりの３次元メゾスケール数値実験（シンポジウム講演概要）

*新田 祐太朗[1]、伊藤 成央[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

15:30 ~ 15:45

[12013] テンプレートモデルを用いた鋼橋点群の構造部材インスタンスセグメンテーション（シンポジウム講演概要）

*中溝 智也[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

15:45 ~ 16:00

[12014] 深層学習による橋梁点群からの部材接続グラフ推定（シンポジウム講演概要）

*保坂 拓夢[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

16:00 ~ 16:15

[12015] パラメトリックモデルに基づく点群からの3次元モデル構築における未想定構造に対する不確実性評価手法（シンポジウム講演概要）

*石川 大智[1]、本田 利器[1]、全 邦釘[1] (1. 東京大学)

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用～デジタルツインから量子計算まで～）

16:25 ~ 17:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[12016] インフラデジタルツインのためのMCPによるデータ連携・ツール共有・知識共有化（シンポジウム講演概要）

*本田 利器[1] (1. 東京大学)

16:40 ~ 16:55

[12017] マルチスケール大気モデル（MSSG）による微気象解析のための入力データの自動構築（シンポジウム講演概要）

*本田 和也[1]、中瀬 仁[1]、松田 景吾[2]、杉山 徹[2]、栗原 祐也[3]、亀田 敏弘[3]、清野 友規[4] (1. 東電設計株式会社、2. 海洋研究開発機構、3. 筑波大学、4. 横浜国立大学)

16:55 ~ 17:10

[12018] 都市規模の地震被害評価のための最適センサー配置と逐次ベイズ更新（シンポジウム講演概要）

*湯 東暘[1]、Sukulthanasorn Naruethep[1]、野村 怜佳[1]、郭 佳[2]、大野 晋[1]、野島 和也[3]、森 篤史[3]、佐藤 誠一[3]、櫻庭 雅明[3]、寺田 賢二郎、森口 周二 (1. 東北大学、2. 京都大学、3. 日本工営株式会社)

17:10 ~ 17:25

[12019] 不均一分散変分オートエンコーダに基づく静的データ融合のための生成フレームワーク（シンポジウム講演概要）

*ダルマシリ ミゲルアラチラゲカスンマドゥサンカ[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

合同セッション | 合同セッション（応用力学の実務への展開）

16:25 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

応用力学の実務への展開 (1)

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

16:25 ~ 16:40

[13016] 干渉嵌合と機械的キーを併用した格点構造を有する応急復旧橋の提案（シンポジウム講演概要）

*齋藤 道生[1]、谷口 望[2]、趙 清[3] (1. ㈲萬聲学館、2. 日本大学　理工学部、3. 川田テクノシステム㈱)

16:40 ~ 16:55

[13017] ソイルセメントで表面補強した急勾配落石防護土堤の捕捉性能向上に関するDEM解析（シンポジウム講演概要）

*吉廣 悠太[1]、内藤 直人[2]、前田 健一[1]、小栗 快之[1]、中村 拓郎[3]、鈴木 健太郎[4]、瓦井 智貴[5] (1. 名古屋工業大学、2. 豊橋技術科学大学、3. （国研）土木研究所寒地土木研究所、4. （株）構研エンジニアリング、5. 室蘭工業大学)

16:55 ~ 17:10

[13018] 流体構造連成解析と代理モデルに基づく浮体式波力発電システムの発電効率最適化(シンポジウム講演概要)

石澤 修司[1]、中山 繁生[2]、野村 怜佳[1]、*森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. Yellow Duck 株式会社)

17:10 ~ 17:25

[13019] 橋りょうねじり変形による支承あおり時の等価ばね定数評価（シンポジウム講演概要）

*服部 紘司[1]、豊原 匡織[1]、松岡 弘大[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (1)

座長:藤原 宏志(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[14001] 2次元定常輻射輸送方程式のエネルギー密度の最大値原理に対する上流差分スキームに基づく数値的反例

*野見山 晃成[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:25 ~ 9:40

[14002] 帯状領域のLaplace方程式の Cauchy 問題に対するCarlemanの公式による数値的手法

*水盛 智哉[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:40 ~ 9:55

[14003] Fictitious domain FEMおよび随伴変数法を用いた三次元熱源温度同定解析

*木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

9:55 ~ 10:10

[14004] 0.3 T MRIを用いた磁気共鳴エラストグラフィによるヒト肩を想定した測定条件の検討

*鈴木 慎也[1]、谷口 陽[2]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 富士フイルム株式会社)

10:10 ~ 10:25

[14005] 深層学習による磁気共鳴エラストグラフィのための粘弾性率推定法

*野田 巽[1]、図師田 建[1]、藤原 宏志[2]、岸本 理和[3]、小畠 隆行[3]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 京都大学、3. 量子科学技術開発機構)

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (2)

座長:井手 貴範(城西大学)

10:35 ~ 10:50

[14006] 自重による梁の変形問題に対する密度型トポロジー最適化
(最適性基準法および修正最適性基準法による結果の比較)

*山田 瑞貴[1]、木村 和慎[1]、岸田 真幸[3]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学、3. 岐阜工業高等専門学校)

10:50 ~ 11:05

[14007] 地表面沈下量に基づく地盤内空洞の形状パラメータの同定解析

*渡邉 岳[1]、木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

11:05 ~ 11:20

[14008] 海洋短波レーダー観測データに基づく波浪スペクトル推定

*渡辺 楓[1]、谷地村 敏明[1]、寺田 翼[2]、亀田 洋志[2]、高橋 龍平[2]、水藤 寛[1] (1. 東北大学、2. 三菱電機株式会社情報技術総合研究所)

11:20 ~ 11:35

[14009] 基本解近似解法による離散 Dirichlet-to-Neumann 写像の収束性

*繁田 岳美[1] (1. 昭和薬科大学)

11:35 ~ 11:50

[14010] 電気インピーダンストモグラフィの完全電極モデルの実験データを用いた囲い込み法の適用

*井手 貴範[1]、Rautio Siiri[1]、Hauptmann Andreas[3]、Sippora Sara[2]、Siltanen Samuli[2] (1. 城西大学、2. ヘルシンキ大学、3. オウル大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-01：波動現象の数理・数値解析とその応用）

15:00 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-01 (1)

座長:丸山 泰蔵(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[14011] 境界要素法による磁性流体界面流動の逐次解析

*水田 洋[1] (1. 元 北海道大学)

15:15 ~ 15:30

[14012] 境界要素法の係数行列対称性を利用したproxy法に基づく高速直接解法の効率化

*松本 安弘[1]、丸山 泰蔵[2]、Ma Qianxiang[3]、横田 理央[4] (1. 東京科学大学 情報基盤センター、2. 東京科学大学 環境・社会理工学院、3. 理化学研究所 計算科学研究センター、4. 東京科学大学 総合研究院)

15:30 ~ 15:45

[14013] 有限階作用素による境界積分方程式の安定化について

*松島 慶[1] (1. 広島大学)

15:45 ~ 16:00

[14014] フォトンのスピンを考慮した電磁波の境界要素法

*植田 毅[1] (1. 東京慈恵会医科大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-04：能動的流体制御）

16:25 ~ 17:10 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-04 (1)

座長:深潟 康二(慶應義塾大学)

16:25 ~ 16:40

[14015] 表面帯電がLinear Plasma Synthetic Jet Actuatorの電気流体作用に与える影響

*石井 悠貴[1]、小室 淳史[2]、大友 衆示[1]、西田 浩之[1] (1. 東京農工大学、2. 産業技術総合研究所)

16:40 ~ 16:55

[14016] スパースプロセッシングPIVとプラズマアクチュエータを用いた翼周り剥離流れのリアルタイムフィードバック流体制御

*野々村 拓[1]、ビゲラ ロドリゴ[2] (1. 名古屋大学、2. 東北大学)

16:55 ~ 17:10

[14017] 進行波壁面による乱流抵抗低減制御 ― 実験研究の進展と力学機構の解明 ―

*岩本 薫[1] (1. 東京農工大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (1)

座長：河原源太（大阪大学）

9:10 ~ 9:25

[15001] Navier-Stokes乱流における同期：データ同化とLyapunov解析によるダイナミクスの理解

*犬伏 正信[1]、Caulfield Colm-cille[2] (1. 東京理科大学、2. ケンブリッジ大学)

9:25 ~ 9:40

[15002] 粘弾性乱流境界層中の有限長角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係

*鷲見 竜雅[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学大学院)

9:40 ~ 9:55

[15003] 高分子や界面活性剤の添加による乱流変調の物理機構

*後藤 晋[1]、増田 颯人[1]、鈴木 雅大[1]、Peruchi Zanca Augusto[1]、小井手 祐介[1]、本告 遊太郎[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (2)

座長：米田剛（一橋大学）

10:35 ~ 10:50

[15004] 円管乱流におけるマイクロバブルの時空間分布に関する実験的試み

*呉 顕峰[1]、濱名 泰久[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[15005] Couette乱流における共変Lyapunovベクトルの整列と動力学

*佐々木 英一[1]、河原 源太[2]、山田 道夫[3] (1. 秋田大学、2. 大阪大学、3. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[15006] 薄い球殻と単位球面上のナヴィエ・ストークス方程式の弱解に対する差分評価

*三浦 達彦[1] (1. 東京都立大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

15:00 ~ 16:15 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (3)

座長：松本剛（京都大学）

15:00 ~ 15:15

[15007] f面放射対流平衡における熱帯低気圧形成のデータ駆動型モデリング

*神野 拓哉[1]、原 誠人[2]、三ツ井 孝仁[3]、齊木 吉隆[2]、米田 剛[2] (1. 富山大学、2. 一橋大学、3. 順天堂大学)

15:15 ~ 15:30

[15008] 情報を保存する乱流モデル：チャネル乱流への適用

*橋本 丈瑠[1]、塚原 隆裕[1]、荒木 亮[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[15009] 波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル

*吉田 恭[1] (1. 筑波大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

16:25 ~ 17:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (4)

座長：玉野真司（名古屋工業大学）

16:25 ~ 16:40

[15010] チャネル高分子流れにおける壁面せん断応力計測に関する研究

*浅岡 純平[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学大学院工学研究科エネルギー理工学専攻)

16:40 ~ 16:55

[15011] 圧縮性等方乱流におけるショックレットの幾何学的解析

*櫻井 幹記[1]、立石 隼啓[2]、石原 卓[2] (1. 横浜国立大学、2. 岡山大学)

16:55 ~ 17:10

[15012] 非対称流路ネットワークでバクテリア集団運動のトポロジカルエッジ状態をデザインする

*内田 善人[1]、西口 大貴[2]、竹内 一将[1] (1. 東京大学、2. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[15013] 滑らかなオイラー流における渦輪の非線形スケール局所変形

*米田 剛[1] (1. 一橋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

9:10 ~ 10:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (1)

座長:永島 壮(名古屋大学)

9:10 ~ 9:25

[16001] 加法変分原理と乗法重み構造の自然な等価性

*髙梨 和光[1] (1. NPO法人環境防災コンシェルジェ)

9:25 ~ 9:40

[16002] Föppl–von Kármán 板理論と分子動力学法による回位を導入したグラフェンシートの形態解析

*石田 一真[1]、田中 展[2]、雷 霄雯[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学、2. 兵庫県立大学)

9:40 ~ 9:55

[16003] 転位対に起因するカーボンナノチューブのらせん構造形成機構と力学特性の解析

*小屋根 淳平[1]、雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学)

9:55 ~ 10:10

[16004] フェーズフィールド・クリスタル法と分子動力学法によるらせん状カーボンナノチューブのモデル構築と力学特性解析

*雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1]、高木 知弘[2] (1. 東京科学大学、2. 京都工芸繊維大学)

10:10 ~ 10:25

[16005] 有限変形奇弾性構成則の構築に向けた変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

*松原 成志朗[1]、志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

10:35 ~ 11:50 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (2)

座長:雷 霄雯(東京科学大学)

10:35 ~ 10:50

[16006] 薄膜リンクル平坦化現象における濡れ性と膜厚の影響

*上野 誠太[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[16007] エラストマー上における銀ナノワイヤの座屈

*村田 瞭介[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:05 ~ 11:20

[16008] Sobolev学習MLPによるノンレシプロカルゲルのサロゲートモデルの構築と実装

*兒嶋 佑太[1]、余語 勇哉[1]、稲前 有人[1]、永島 壮[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:20 ~ 11:35

[16009] 情報幾何学を用いた高分子のアフィンネットワークモデルの変形過程の解析

*西川 皐太[1]、小林 舜典[1]、畝山 多加志[2]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学、2. 名古屋大学)

11:35 ~ 11:50

[16010] 力学的に等価な結晶欠陥配置の形態解析

*小林 舜典[1]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

15:00 ~ 16:00 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (1)

座長:中村 尚弘(関西学院大学)

15:00 ~ 15:15

[16011] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その1　アンケート概要および耐震構造に関する結果

*犬伏 徹志[1]、佐武 直紀、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:15 ~ 15:30

[16012] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査
その2　制振構造に関する結果

*伊藤 真二[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、近藤 貴士[1]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:30 ~ 15:45

[16013] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その3　免震構造に関する結果

*佐武 直紀、犬伏 徹志[1]、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:45 ~ 16:00

[16014] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その４　床振動の検討に関する結果

*近藤 貴士[1]、西井 康真[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

16:25 ~ 17:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (2)

座長:犬伏 徹志(近畿大学)

16:25 ~ 16:40

[16015] 減衰モデルの歴史と最新の知見

*茂木 良宏[1]、中村 尚弘[2]、太田 成[3] (1. 大成建設株式会社、2. 関西学院大学、3. 構造計画研究所)

16:40 ~ 16:55

[16016] 生成AIによる建築物の減衰分野の最新情報の収集

*中村 尚弘[1] (1. 関西学院大学)

16:55 ~ 17:10

[16017] 観測加速度から変位波形を求める解析について

*犬飼 瑞郎[1] (1. 国立研究開発法人　建築研究所)

17:10 ~ 17:25

[16018] 伝達関数及び確率部分空間法を用いた床スラブの振動特性評価

*組原 理玖[1]、宮津 裕次[1]、髙橋 祐貴[1]、増田 圭司[2]、佐々木 康人[2]、大塚 友理[2] (1. 東京理科大学、2. 株式会社フジタ)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

9:10 ~ 10:40 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-01

Shu TAKAGI (The University of Tokjyo)

9:10 ~ 9:40

[iutam_16a] When deformable bubble passes through a miscible liquid-liquid interface

Hyungmin PARK (Seoul National University)

9:40 ~ 10:10

[iutam_16b] Imaging Hidden Mechanics in Impulsive Multiphase and Soft-Matter Systems

Yoshiyuki TAGAWA (Tokyo University of Agriculture and Technology)

10:10 ~ 10:40

[iutam_16c] When Meshing Fails: A Meshless Multiphysics Framework for Thermoelastic Strain-Driven Electrical Percolation in Polymer Composites

Ettore BARBIERI (JAMSTEC)

全体イベント | その他

13:20 ~ 13:50 | G会場(環境棟：FSホール)

表彰式

全体イベント | その他

13:50 ~ 14:50 | G会場(環境棟：FSホール)

特別講演

全体イベント | その他

15:10 ~ 17:10 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-03

15:10 ~ 15:40

[iutam_16g] Physics and Applications of Electrohydrodynamic Jet Printing

Supreet Singh BAHGA (Indian Institute of Technology Delhi)

15:40 ~ 16:10

[iutam_16h] Insights into Electrical and Thermal Pathways in Network-Structured Materials via Thermoreflectance Imaging

Kazuya TATSUMI (Kyoto Institute of Technology)

16:10 ~ 16:40

[iutam_16i] Phase Transitions in Biofilms

Xiaoling WANG (University of Science and Technology Beijing)

[iutam_16j] Elasticity, plastic compression and shear strength of soil based on granular cell mechanics

Takashi MATSUSHIMA (Tsukuba University)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

11:00 ~ 12:30 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-02

Simon SONG (Hanyang University)

11:00 ~ 11:30

[iutam_16d] Experimental Insights into Gene Delivery Induced by Mechanical and Electrical Fields

Yoko YAMANISHI (Kyushu University)

11:30 ~ 12:00

[iutam_16e] Topology Optimization for Multiphysics Systems

Gilho YOON (Hanyang University)

12:00 ~ 12:30

[iutam_16f] On the Horizontal Bubble Clustering

Shu Takagi (The University of Tokyo)

全体イベント | その他

17:20 ~ 17:55 | G会場(環境棟：FSホール)

Panel Discussion toward AUTAM

Chair: Kikuo KISHIMOTO (Board of Director, IUTAM)
Panelists: Heuy Dong KIM, Yoko YAMANISHI, Simon SONG, Shu TAKAGI

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2026年5月17日(日)

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

10:35 ~ 11:50 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 栞[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

14:45 ~ 16:00 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (1)

座長:松島 亘志(筑波大学)

9:10 ~ 9:25

[24001] 原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
ー新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈ー
（シンポジウム講演概要）

*川野 昂輝[1]、星 啓太郎[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[24002] 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*藤田 達大[1]、新保 泰輝[2]、福元 豊[3] (1. 五大開発株式会社、2. 石川工業高等専門学校、3. 岡山大学)

9:40 ~ 9:55

[24003] 透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

*太田 大希[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、福元 豊[1] (1. 岡山大学)

9:55 ~ 10:10

[24004] 技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

*小田 和広[1] (1. 大阪産業大学)

10:10 ~ 10:25

[24005] ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮したDrucker-Prager弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

*新保 泰輝[1]、福元 豊[2] (1. 石川工業高等専門学校、2. 岡山大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (2)

座長:藤澤 和謙(京都大学)

10:35 ~ 10:50

[24006] 土石流モデリングのための浅水流SPHフレームワークへの侵食および連行過程の導入（シンポジウム講演概要）

*Dolojan Nilo[1]、辻 勲平[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[24007] Binghamモデルを適用したMPS法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 俊文[1]、絹輪 太一[1]、西村 伸一[1] (1. 岡山大学)

11:05 ~ 11:20

[24008] 3次元DEM/2次元SMAC連成解析による土砂輸送における土と流体の相互作用に関する研究 (シンポジウム講演概要)

*アフメド エムディー シャミム[1]、チョウドリー ファズルルハビブ[1]、松島 高志[1] (1. 筑波大学)

11:20 ~ 11:35

[24009] 底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

*横田 直孝[1]、岩井 裕正[1]、内藤 直人[2] (1. 京都大学、2. 豊橋技術科学大学)

11:35 ~ 11:50

[24010] 細粒分に富む熱海土石流発生源土砂のレオロジー特性評価（シンポジウム講演概要）

*ファズルルハビブ チョウドリー[1]、高志 松島[1]、猛司 小高[2] (1. 構造エネルギー工学域, 筑波大学、2. 社会基盤デザイン工学科, 名城大学)

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

14:45 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (3)

座長:山川 優樹(東北大学)

14:45 ~ 15:00

[24011] 組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

*外山 翔吾[1]、高 子蒙[1]、小林 俊一[1] (1. 金沢大学)

15:00 ~ 15:15

[24012] *u-w-p* formulationに基づく土構造物～地盤系における液状化対策工法としてのグラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

*豊田 智大[1]、蜂須賀 有哉[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

15:15 ~ 15:30

[24013] 弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

*清水 紫媛[1]、藤澤 和謙[1]、シャルマ ヴィカス[1]、竹中 一真[1] (1. 京都大学)

15:30 ~ 15:45

[24014] 鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

*山栗 祐樹[1]、鹿倉 瑠斗[2]、小林 俊一[3]、西岡 英俊[1] (1. 中央大学、2. 中央大学大学院、3. 金沢大学)

15:45 ~ 16:00

[24015] 上下負荷面摩擦モデルを搭載する動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

*安池 亮[1]、豊田 智大[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

16:10 ~ 17:40 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (4)

座長:岩井 裕正(京都大学)

16:10 ~ 16:25

[24016] 土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

*江城 静順[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

16:25 ~ 16:40

[24017] 模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

*菊池 彬大[1]、山栗 祐樹[2]、西岡 英俊[2]、岡本 道孝[3]、井上 直史[3]、中島 悠介[3]、内藤 直人[4] (1. 中央大学大学院、2. 中央大学、3. 鹿島建設（株）、4. 豊橋技術科学大学)

16:40 ~ 16:55

[24018] DEM計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察（シンポジウム講演概要）

*福元 豊[1]、桐山 貴俊[2]、井戸口 将大[1]、樺 真緒[2] (1. 岡山大学、2. 清水建設株式会社 技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[24019] 粒状体系に対するボンドベース型近接場動力学とインパルス接触動力学のハイブリッド計算手法（シンポジウム講演概要）

*李 広治[1]、朱 凡[2]、松島 亘志[1] (1. 筑波大学、2. 京都大学)

17:10 ~ 17:25

[24020] MPMと極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1] (1. 防衛大学校)

17:25 ~ 17:40

[24021] 拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

*中村 陽斗[1]、菊本 統[2]、Previtali Marco[3]、Ciantia Matteo[4,5]、崔 瑛[1] (1. 横浜国立大学、2. 京都大学、3. 西湖大学、4. Dundee大学、5. ﾐﾗﾉ･ﾋﾞｺｯｶ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (1)

座長:栗田 玲(東京都立大学)

9:10 ~ 9:25

[25001] シミュレーションによる血流中の酸素濃度分布の解析

*山本 哲也[1,2]、野口 博司[2]、Fedosov Dmitry[3] (1. 慶應義塾大学、2. 東京大学物性研究所、3. Forschungszentrum Jülich)

9:25 ~ 9:40

[25002] 無重力環境下にある非平衡流体の揺らぐ流体シミュレーション

*中野 裕義[1] (1. 東大物性研)

9:40 ~ 9:55

[25003] 三次元流体応力場を再構成する教師なし学習モデルの提案

*牛奥 隆博[1]、熊谷 俊亮[1]、宮武 駿[1]、長 龍佑[1]、ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、内藤 正教[1]、堀江 正信[2]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. 株式会社RICOS)

9:55 ~ 10:10

[25004] レオメトリックせん断流動下における CNC 懸濁液の応力光学計測

*ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、横山 裕杜[2]、川口 美沙[3]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. アブドラ国王立科学技術大学、3. 信州大学)

10:10 ~ 10:25

[25005] 粘弾性流体乱流における反変型・共変型高分子の集合体形成

*堀内 潔[1]、Carlos Silva[1] (1. リスボン大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (2)

座長:大槻 道夫(島根大学)

10:35 ~ 10:50

[25006] 泡沫の毛管上昇の時間発展と物理的考察

*塩野 宏太[1]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大)

10:50 ~ 11:05

[25007] 泡沫構造の動的応答が制御する液体浸透挙動

*玉木 健登[1]、柳沢 直也[2]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大学、2. 東京大学)

11:05 ~ 11:20

[25008] ジャミングした気泡間隙の流体輸送の定量化

*王 鈺博[1]、足立 友哉[2]、大家 広平[1]、鈴木 洋[2]、玲 栗田[3]、石神 徹[4]、日出間 るり[1] (1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 東京都立大学、4. 広島大学)

11:20 ~ 11:35

[25009] ジェット挙動に基づく粉体流動性評価および初期形状依存性

*小玉 凜空[1]、神保 孔明[1]、武藤 真和[2]、栗田 玲[3]、小林 和也[1] (1. 日本工業大学、2. 名古屋工業大学、3. 東京都立大学)

11:35 ~ 11:50

[25010] 位相シフトエリプソメトリ計測とスパースモデリングによるナノフルイド超拡張濡れの物理因子抽出

*庄司 衛太[1]、深見 開[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

13:20 ~ 14:35 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (3)

座長:庄司 衛太(東北大学)

13:20 ~ 13:35

[25011] 回転円板上での液膜に形成されるRivulets挙動に関する数値的研究

*川口 祐司[1]、石丸 瑛[2]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、松田 健[1,2]、松井 則政[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学、2. SCREENホールディングス)

13:35 ~ 13:50

[25012] ピエゾ駆動型伸長レオメーターにおける極低濃度高分子溶液の伸長挙動に関する数値計算

*石川 大貴[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学)

13:50 ~ 14:05

[25013] ステントリトリーバーの引き抜き過程における模擬血管内応力場の定量評価を目的とした高速度光弾性計測システムの開発

*六厩 賢星[1]、武藤 真和[1]、小林 和也[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学 大学院、2. 日本工業大学 大学院)

14:05 ~ 14:20

[25014] 濡れた粉体円柱の自重による崩壊条件の定量評価理論

*井上 隆介[1]、大槻 道夫[2,1] (1. 大阪大学、2. 島根大学)

14:20 ~ 14:35

[25015] 付着力を持つ粉体のジャミング転移

*大槻 道夫[1]、吉井 究[2]、水野 英如[3] (1. 島根大学、2. 東京理科大学、3. 東京大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

14:45 ~ 15:45 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (1)

座長:崎野 良比呂(近畿大学)

14:45 ~ 15:00

[25016] 飛翔体衝突を受けるナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性に関する実験的研究

*別府 万寿博[1]、内山 拓也[1]、長友 法樹[2]、木村 辰也[3]、原田 智嘉[4]、小浪 岳治[4] (1. 防衛大学校、2. AOB&DAVINCI、3. 日本ランテック、4. 岡三リビック)

15:00 ~ 15:15

[25017] 爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する数値解析的検討

*チンミン チエン[1]、永射 響[1]、別府 万寿博[1] (1. 防衛大学校)

15:15 ~ 15:30

[25018] 揚重部材落下時の斜め衝突を対象とした鉄筋コンクリート床スラブの損傷予測手法の研究

*藤井 晴寛[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

15:30 ~ 15:45

[25019] 火災時の高温状態下におけるRCスラブへの実大落下衝突実験及びFEM解析に関する研究

*中西 卓都[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

16:10 ~ 16:55 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (2)

座長:別府 万寿博(防衛大学校)

16:10 ~ 16:25

[25020] 既存計器室の耐爆風性能評価

*浅川 宏[1]、大嶋 昌巳[1] (1. 千代田化工建設株式会社)

16:25 ~ 16:40

[25021] 人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法
（IAEA Safety Reports Series 86–88 の概要）

*西田 明美[1] (1. 日本原子力研究開発機構)

16:40 ~ 16:55

[25022] 衝撃荷重を受ける曲げ破壊型RC梁の最大たわみ簡易推定と適用範囲

*栗橋 祐介[1]、桝谷 浩 (1. 金沢大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

9:10 ~ 10:10 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (1)

座長:山口 康隆(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[26001] 有限レイノルズ数の壁面-気泡相互作用問題に対する収束制御摂動法の導入

*尾花 諒大[1]、渡村 友昭[1]、高木 周[1] (1. 東京大学)

9:25 ~ 9:40

[26002] 鉛直線上に列をなすクリーン球形気泡の分散挙動

*鈴木 里依[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:40 ~ 9:55

[26003] クリーンな球形気泡の列が誘起する流れ場に及ぼす気泡間距離の影響

*鈴木 蓮[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:55 ~ 10:10

[26004] アガロースゲル中でのレーザ誘起気泡成長時の界面不安定性

*高比良 裕之[1]、大島 諒也[1] (1. 大阪公立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

10:35 ~ 11:35 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (2)

座長:真田 俊之(静岡大学)

10:35 ~ 10:50

[26005] 非等温環境における気流剪断液膜の界面不安定性：実験と理論

*井上 智博[1] (1. 九州大学)

10:50 ~ 11:05

[26006] テイラー気泡の動的メニスカスにおける速度境界層と液膜厚さの関係

*常岡 大修[1]、岡島 淳之介[2] (1. 東北大学、2. 東北大学 流体科学研究所)

11:05 ~ 11:20

[26007] 液体を封入したフラスコへの単発打撃によって生じる微粒化現象

*渡部 裕也[1]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学)

11:20 ~ 11:35

[26008] 短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動

*田川 義之[1]、栗原 千尋[1]、木山 景仁[2] (1. 東京農工大学、2. 埼玉大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

13:20 ~ 14:20 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (3)

座長:井上 智博(九州大学)

13:20 ~ 13:35

[26009] 単純流体の液槽に水平または垂直に浸したナノスケールの円柱の濡れに関する解析

多田 翔太[1]、*山口 康隆[1] (1. 大阪大学)

13:35 ~ 13:50

[26010] O(2)対称性を有する熱対流場中を運動する低St数粒子群のコヒーレント構造形成

*野口 信[1] (1. 東京理科大学　創域理工学部　機械航空宇宙工学科)

13:50 ~ 14:05

[26011] 極低温流体を想定した均質気泡核生成のエネルギー障壁に関する一考察

*津田 伸一[1]、森 隆典[1] (1. 九州大学)

14:05 ~ 14:20

[26012] せん断流れにおけるキャビテーションの発生条件に関する一考察

*伊賀 由佳[1]、芳川 雄飛[1]、原田 颯大[1]、守谷 修一[1]、石原 知明[2]、奈倉 悠人[2]、田村 悠太[2]、震明 克眞[2] (1. 東北大学、2. 日立三菱水力（株）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

14:45 ~ 15:30 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (1)

座長:巽 和也(京都工芸繊維大学)

14:45 ~ 15:00

[26013] 霜層初期における霜結晶

*松本 亮介[1]、小田 豊[1] (1. 関西大学)

15:00 ~ 15:15

[26014] 冷却面の温度変化が霜層微細構造に与える影響のX線CT可視化と数値解析

*勝永 恭平[1]、前原 諒太[1]、荒木 拓人[1]、松本 亮介[2]、大久保 英敏[3] (1. 横浜国立大学、2. 関西大学、3. 玉川大学)

15:15 ~ 15:30

[26015] ナノ構造の形態が固液界面における熱伝導に与える影響

*芝原 正彦[1]、安保 遼平[1]、藤原 邦夫[1] (1. 大阪大学)

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

16:10 ~ 16:55 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (2)

座長:松本 亮介(関西大学)

16:10 ~ 16:25

[26016] 上皮組織の形態形成におけるパターン選択と熱対流との数理的対応

*井上 康博[1] (1. 京都大学)

16:25 ~ 16:40

[26017] 銀ナノワイヤネットワークの接続形態に基づく電気伝導特性

* 博文[1]、若松 勇希[2]、巽 和也[1] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学)

16:40 ~ 16:55

[26018] マイクロ流路における血栓形成時のフィブリン形成形態

*巽 和也[1]、太田 茂[1]、平方 秀男[2]、杉田 尚子[3] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学、3. 京都医療センター)

全体イベント | その他

13:20 ~ 14:35 | G会場(環境棟：FSホール)

パネルディスカッション

全体イベント | その他

12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (1)

座長:岩崎 理樹(北海道大学)

9:10 ~ 9:25

[11001] 片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*相田 穂乃花[1]、平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:25 ~ 9:40

[11002] 越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

相田 穂乃花[1]、*平川 隆一[1]、大本 照憲[2] (1. 前橋工科大学、2. 熊本大学)

9:40 ~ 9:55

[11003] 礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係 （シンポジウム講演概要）

*吉村 英人[1]、椿 涼太[2]、赤堀 良介[3] (1. 岐阜大学、2. 神戸大学、3. 愛知工業大学)

9:55 ~ 10:10

[11004] 渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

*細田 尚[1]、白井 秀和[2]、音田 慎一郎[3] (1. 京都大学名誉教授、2. 北見工業大学、3. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[11005] 振動跳水現象の2次元RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

*岩橋 陸[1]、中澤 克成[1]、横嶋 哲[1]、吉村 英人[2]、藤田 一郎[3] (1. 静岡大学、2. 岐阜大学、3. (一財)建設工学研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片岸越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Reynolds Stress Anisotropy around Spur dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・院）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

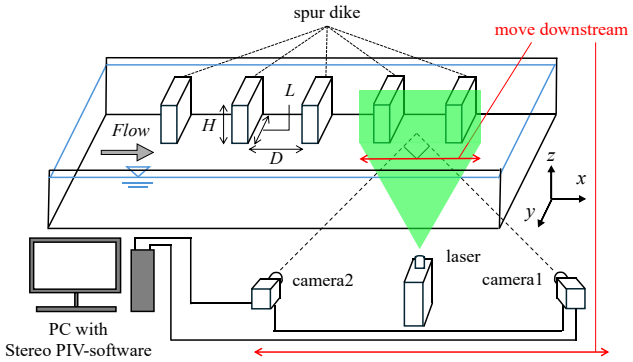
In this study, turbulent structures around the spur dikes were assessed using the turbulence triangle based on the invariants of the reynolds stress anisotropy tensor. For H/h_0=0.75, two component turbulence dominated upstream, with a downstream shift toward one component turbulence. In contrast, for H/h_0=0.37, two component turbulence remained dominant throughout the inter spur dikes region.

１．はじめに

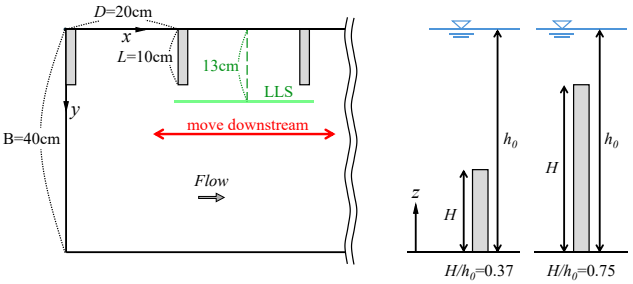
水制は水流に対し，流水を阻害してその下流側で流速を低減する機能と流れの方向を変える機能を持ち，河岸の保護や土砂制御，水深の確保などを目的に設置されている．連続的に水制を配置することで形成された凸部周辺では，上流から 1 基目の水制先端部で剥離した渦は水制群に沿って流下し，主流域と水制域内の流体を取り込みながら発達する．この渦は上流から 2 基目の水制に衝突して破壊され，一方は主流域へ，もう一方は水制域内に入ることで主流域と水制域内で物質交換が行われる．また，水位が水制を上回り，水制上を越流する流れの場合，水制による物質交換には上流側の水制先端からの渦放出に伴う流れ場の歪みに起因するものと主流域と水制域の界面に形成される混合層を介するもの，水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換の 3 つの形態がある．水制群周辺の物質交換に関して，例えば，数値シミュレーションによって水制群周辺の物質交換について検討した研究 [1]においては，浅水条件では混合層による物質交換が支配的であるのに対し，深水条件や沈水条件では二次流と三次元的な渦運動が支配的であることを示した．水理条件の違いによって，物質交換の支配機構が異なる一因として，乱れの非等方性の程度や構造が異なることが考えられる．しかしながら水路実験データに基づき，乱れの非等方性を定量的に示した例は限定的である．開水路流れにおいて非等方性に着目した研究としては，dune[2]や水中岩石 [3]周りの流れを対象とした例が挙げられるが，連続水制群周辺の流れ場を対象とした検討は十分とはいえない．本研究ではステレオ PIV を用いて，水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性の程度を定量的に示すことを目的とする．

２．研究方法

本研究では全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および左岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とした．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=10cm の流れ場を形成した．断面平均流速は約 7.5cm/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re は約 8000，フルード数 Fr は 0.075 である．水制のモデルには，水制



a) Stereo-PIV measurement.



b) Plan view.　　c) Relative spur dike height.

Fig.1 Schematic diagram of the experimental setup.

長 L=10cm，水制高 H=7.5cm，3.7cm の 2 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路片岸に水制長の 2 倍の間隔 D=20cm で 5 基配置した．

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.1 に鉛直面計測時の実験概略図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS の照射位置は，y/L=1.3 である．撮影領域は約 30cm×約 15cm である．LLS の位置を流下方向にシフトさせ，0cm≦x≦80cm の領域を計測した．2 台のカメラは水路側方に設置し，傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した．トレーサには粒径約 50μm，比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた．2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し，各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った．撮影した画像データはビットマップファイルで保存し，解析時に各ケースの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

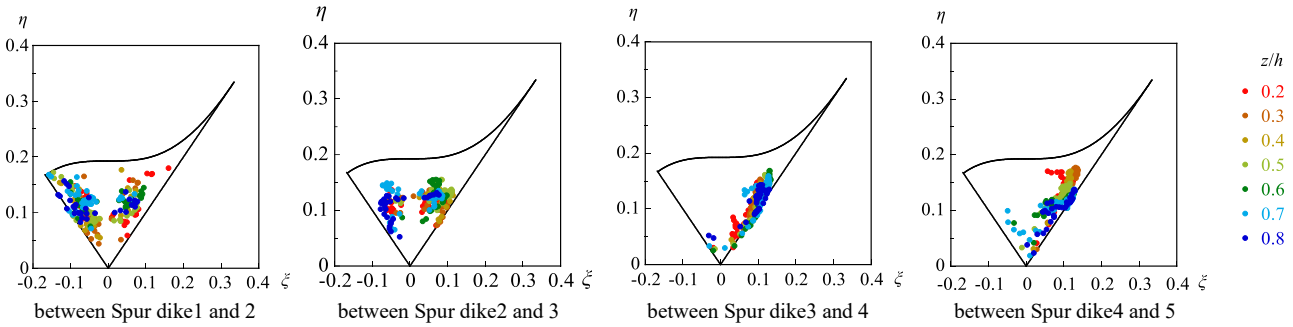


Fig.2 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.75.

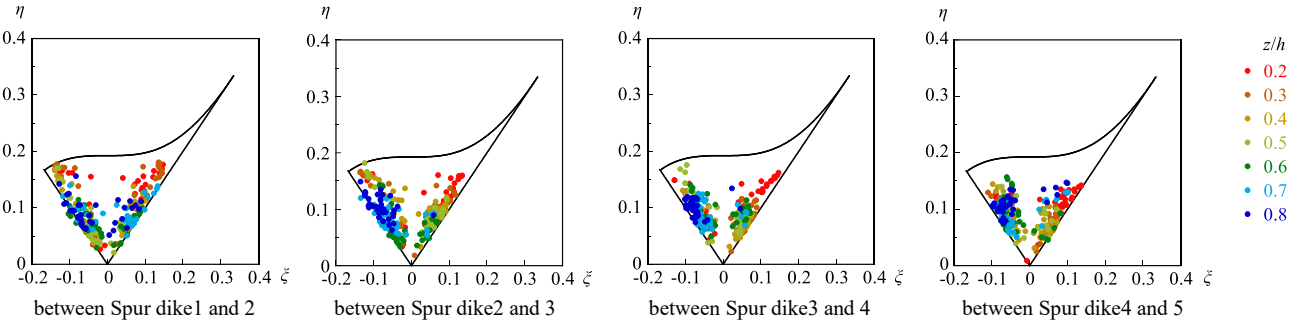


Fig.3 Turbulence triangle at y/L = 1.3 for H/h_0 = 0.37.

ビットマップファイルを連結させた．また，水平面計測時には水路側方から LLS を照射し，水路上方にカメラを設置して撮影した．LLS の照射位置は，z=5cm である．撮影条件は鉛直面計測時と同条件の 2592×2048pixel，フレームレート 100fps，シャッタースピード 1/1000 秒で行った．鉛直面および水平面計測は，検査エリアを 32×32pixel，オーバーラップを 50%とし，画像解析を行った．計測対象領域において電磁流速計を用いた計測を行い，得られた時間平均流速値がステレオ PIV の結果と概ね一致したことから，ステレオ計測の妥当性を確認した．また，2 台のカメラの設置角度やレーザーシート厚，トレーサ粒子の大きさを工夫し，時間平均流速値の計測精度を高めた．

3．実験結果および考察

本稿ではレイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij} およびその不変量に基づく可視化を行った．ここでは，Turbulence triangle（不変量マップ）を用いた．Fig.2 にy/L=1.3 における相対水制高H/h_0=0.75 の Turbulence triangle を示す．水制間の区間によって三角形内での点群分布に明確な違いが示されている．水制 1-2 基間および 2-3 基間では，点群が pancake 型（axisymmetric contraction limit）および cigar 型（axisymmetric expansion limit）周辺に分布しており，二方向のエネルギーが卓越する乱流構造の特徴を示している．一方で，水制 3-4 基間および 4-5 基間では，cigar 型周辺への分布が確認され，特定方向の速度変動が支配的となる一方向のエネルギーが卓越する状態を示している．これらのことから，相対水制高H/h_0=0.75 の条件では，水制群上流側では水制先端からの渦放出による流れ場の歪みに起因する運動量交換と主流域と水制域の界面に形成される混合層の運動量交換，および水制上を越流することで生じる鉛直方向の運動量交換により，二方向のエネルギーが卓越する構造が形成されるが，下流側では一方向のエネルギーが支配的となる乱流構造へと遷移しているといえる．

Fig.3 に y/L=1.3 における相対水制高 H/h_0=0.37 の Turbulence triangle を示す．本条件では，いずれの水制間区間においても，pancake 型と cigar 型の双方の特徴を有する分布を示している．とH/h_0= 0.75 を比較すると，axisymmetric expansion limit への顕著な偏りは確認されない．すなわち，相対水制高が小さい条件では二方向のエネルギーが卓越する状態が水制群全体で維持されているといえる．

以上より，相対水制高H/h_0の違いにより，y/L=1.3 において，乱流の非等方度の変化することが明らかとなった．特に，相対水制高が大きい場合には，下流に向かって一方向のエネルギーが卓越する傾向が確認され，運動量輸送特性の変化と関連していると考えられる．これらの結果は，乱流モデルにおける乱れの非等方度の評価の重要性を示すと考えられる．

4．おわりに

本研究では，レイノルズ応力の非等方テンソル b_{ij}の不変量に基づき，Turbulence triangle を用いて水制周辺の乱流構造を評価した．その結果，相対水制高 H/h_0および水制間区間の違いにより，乱れ特性および乱れの非等方度が顕著に変化することが明らかとなった．H/h_0 = 0.75 の条件では上流側で二成分性が卓越し，下流側に向かって一成分性が強まる傾向が確認された．一方，H/h_0 = 0.37 では全区間にわたり二方向のエネルギーが卓越する状態が維持された．

参考文献

1) W. Dong, T. Uchida, T. Inoue and T. Inoue: Effects of shallowness on coherent flow structures and mass exchange in groin fields, Physics of Fluids, 38, 016609, 2026.
2) S. Dey, P. Paul, S. Z. Ali and E. Padhi: Reynolds stress anisotropy in flow over two-dimensional rigid dunes, Proceedings of the Royal Society A, 476, 20200638, 2020.
3) M. A. Wyssmann, J. G. Coder, J. S. Schwartz and A. N. T. Papanicolaou: Volumetric characterization of spatially organized features of Reynolds stress anisotropy in the vicinity of submerged model boulders, Physics of Fluids, 37, 015194, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

越流型水制群周辺のレイノルズ応力の非等方性に及ぼす相対水制高の影響（シンポジウム講演概要）

Effect of Relative Spur Dike Height on Reynolds Stress Anisotropy around Submerged Spur Dikes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

相田　穂乃花（前工大・工）　　平川　隆一（前工大・工）　　大本　照憲（熊本大・CWMD）
Honoka AITA, Maebashi Institute of Technology
Ryuichi HIRAKAWA, Maebashi Institute of Technology
Terunori OHMOTO, Kumamoto University
E-mail: hirakawa@maebashi-it.ac.jp

In this study, turbulence anisotropy around spur dikes was investigated using the invariant function F. The results showed that, at half water depth, the flow inside the spur dike region was relatively close to isotropic turbulence for all cases of relative spur dike height. In contrast, near the spur dike head, the value of F decreased, indicating the formation of strongly anisotropic turbulence associated with separation vortices.

１．はじめに

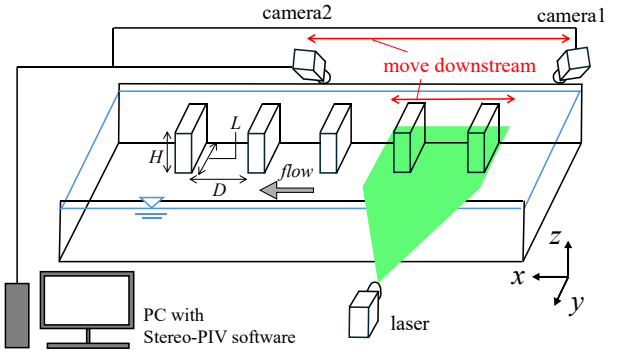
我が国の河川流域は災害を受けやすく，近年の大雨に起因する洪水において堤防越流や堤防決壊などの被害が発生している．このような水害を防止するため堤防が整備されてきたが，堤防への流水の衝突を緩和する構造物として古くから水制が用いられてきた．実河川に設置された水制は周辺の流れに影響を及ぼし，局所洗掘や土砂堆積などの河床変動を引き起こす．これらは治水機能のみならず，河川環境の形成にも関与するため，水制周辺の流れ構造および乱れ特性，河床変動特性を把握することは重要である．実河川においては平水時に水没しない非越流型水制が多く用いられており，その先端部では水跳ねが生じることが知られている．一方で増水時には水位が水制高さを上回り，越流型水制となる．越流型水制を伴う流れでは先端部の水跳ねに加えて水制上を越流する流れが発生し，周辺の流れ場に大きな影響を与えるため，非越流型水制とは異なる流れ構造，乱れ特性となる．これまでに越流型水制群を対象とした研究が行われており，相対水制高を系統的に変化させることで，平均流特性や乱れ特性に関する知見が蓄積されている．相対水制高は，水制周辺に形成される二次流構造に影響を与えることが想定される．しかしながら，水制周辺の乱れの非等方性について T. K. Pradhan・V. Chandra の研究[1]や M. Mehraein らによる研究[2]があるが，不明な点が多い．そこで本研究では水深を一定とし水制高を系統的に変化させることにより，越流型水制群周辺の乱れの非等方度の特性を明らかにすることを目的とする．

２．研究方法

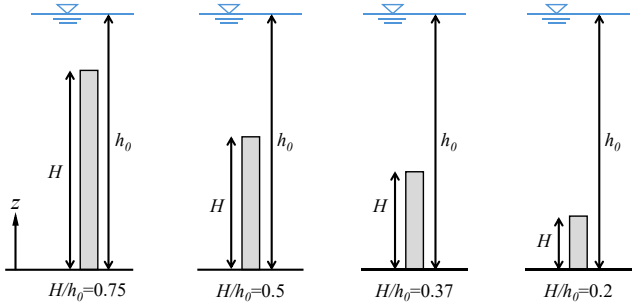
実験水路には，全長 17m，幅 B=0.4m，高さ 0.6m，勾配 i=1/1000 の長方形可変勾配型水路を用いた．x, y および z はそれぞれ流下方向，鉛直方向および横断方向座標であり，座標系の原点は上流から水制群 1 基目位置（x=0），水路底面（z=0）および右岸側水路壁（y=0）とした．時間平均成分を U, V および W，乱れ変動成分を u'，v' および w' とする．Table 1 に水理条件を示す．流量 Q=3l/s の定常流量を通水し，水制を設置しない状態で下流端堰を調整し，初期水深 h_0=0.1m の流れ場を形成した．断面平均流速 U_m=0.075m/s，初期水深 h_0 を代表長さとしたレイノルズ数 Re=8000，フルード数 Fr=0.075 である．水制モデルには，水制長 L=0.1m，水制高 H=0.075m，0.05m，0.037m，0.02m の 4 種類のステンレス直方体を用いた．水制は，水路側壁に垂直に，水制長の 2 倍の間隔 D=0.2m で 5 基配置した．

Table 1 Hydraulic conditions.

	h_0[m]	U_m[m/s]	Re	Fr	H[m]	H/h_0
case1	0.1	0.075	8000	0.075	0.075	0.75
case2	0.1	0.075	8000	0.075	0.05	0.5
case3	0.1	0.075	8000	0.075	0.037	0.37
case4	0.1	0.075	8000	0.075	0.02	0.2



a) Stereo-PIV measurement.



b) Relative spur dike height.

Fig.2 Schematic diagram of the experimental setup.

流速の計測には，ステレオ PIV を用いた．Fig.2 に水平面計測時の実験装置図を示す．レーザーを光源として水路下方から厚さ約 2mm のレーザーライトシート（LLS）を照射した．LLS

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

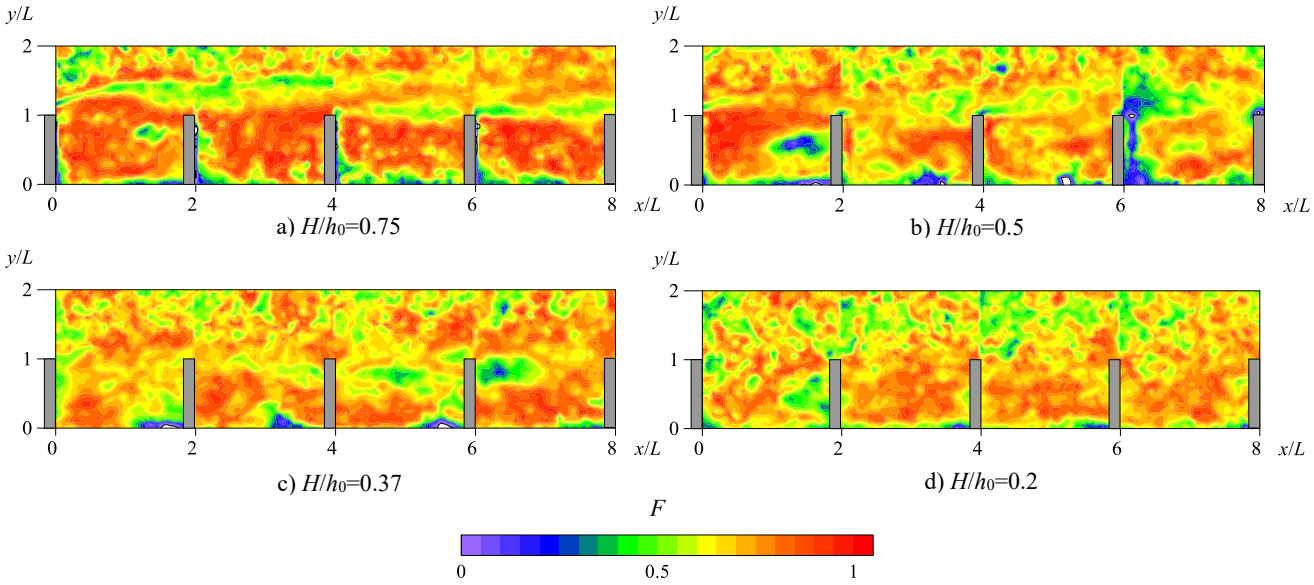


Fig.3 Planar distribution of the invariant function F at z/h_0=0.5.

の照射位置は, z=0.05m である. 撮影領域は約 0.3m×約 0.3m である. LLS の位置を流下方向にシフトさせ，$0m \le x \le 0.8m$ 0mx0.8m の領域を計測した. 2 台のカメラは水路上方に設置し, 傾斜配置でカメラ間の角度が約 90°となるように配置した. トレーサには粒径約 50μm, 比重 1.02 のポリアミド粒子を用いた. 画素数 2592×2048pixel, フレームレート 100fps, シャッタースピード 1/1000 秒で撮影し, 各ケース 4 秒間の撮影を 15 回行った. 撮影した画像データはビットマップファイルで保存し, 連結させた. 画像解析では検査エリアを 32×32pixel, オーバーラップを 50%とした.

３．実験結果および考察

乱流の統計的性質の異方性を表す量として，速度非等方テンソル b_{ij} がある [3), 4)]. 速度非等方テンソルは，レイノルズ応力テンソルを乱れエネルギーで正規化することで，次式のように定義される.

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \tag{1}$$

速度非等方テンソルは 2 階のテンソルであり，座標軸の回転に関して不変な量を 3 個有する．速度非等方テンソルの第 1，2，3 不変量を I，II，III と表すと，以下の式のようになる．ただし，テンソルのトレースはゼロであるため，第 1 不変量は恒等的にゼロである.

$$I = b_{ij} = 0 \tag{2}$$

$$II = -b_{ij}b_{ji}/2 \tag{3}$$

$$III = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3 \tag{4}$$

本稿では，異方性の程度を評価するために不変量関数 F を用いる．不変量関数 F は，次式で定義される.

$$F = 1 + 9II + 27III \quad (0 \le F \le 1) \tag{5}$$

F=1 のとき完全等方乱流，F=0 のとき二次元乱流（流速の 1 成分が消失する状態）に対応する.

z/h_0=0.5 における水制群周辺の不変量関数の平面分布を fig.3 に示す．水制域内ではいずれの相対水制高のケースでも赤色や橙色を示しており，F の値が 1 に近いことがわかる．このことから，水制域内では相対水制高によらず比較的等方乱流に近い状態であることが考えられる．また，相対水制高が H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合，上流から下流にかけて水制域内の赤色は橙色へと変化しており，F の値がわずかに小さくなる傾向がある．これは，一方で，水制先頭部周辺に着目すると，H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 の場合には緑色の線状の模様が形成されており，F の値が 0.4 から 0. 程度であることがわかる．これに対して，H/h_0=0.37 と H/h_0=0.2 の場合では橙色を示しており，F の値が 0.5 よりも大きく，線状の模様は形成されていない．これは水制によって流れが遮断されている断面ではないため，剥離渦の影響が弱まっているためであると考えられる．このことから, 計測断面に水制が存在する条件の H/h_0=0.75 と H/h_0=0.5 では，水制先頭部で発生する剥離渦の影響により，主流方向の速度変動が卓越する状態となり，周辺の流れ場よりも異方性の強い流れが形成されていると考えられる.

４．おわりに

本研究では，不変量関数を用いて水制群周辺の越流型水制群周辺の乱れの非等方性について検討した．その結果，水制域内ではすべての相対水制高のケース，比較的等方乱流に近い状態であることが確認された．一方で，水制先頭部付近では Fの値が 0.4 から 0.6 程度まで低下しており，剥離渦の形成に伴い異方性の強い乱流構造が形成されていることが示唆される．また，相対水制高が大きいケースほど，水制先頭部から下流にかけて異方性の強い流れが形成されていることを示した.

参考文献

1) T. K. Pradhan and V. Chandra: Turbulence anisotropy and length scales around a straight spur dike, Proceedings of the 23rd IAHR APD Congress, pp.197-207, 2022.
2) M. Mehraein, A. J. Schleiss, M. Goodarzi: The effects of a spur dike location in a 90° sharp channel bend on flow field: Focus on anisotropy degree and anisotropy nature, Journal of Hydro-environment Research, 48, pp.15-30, 2023.
3) 河原能久:乱流モデルの発展と河川工学への応用，土木学会水理委員会海岸工学委員会, 2000.
4) 木田重雄，柳瀬眞一郎：乱流力学，朝倉書店，pp.373-376，第 10 刷, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

礫床開水路乱流における粗度表面圧力変動と底面せん断応力の関係（シンポジウム講演概要）

Relationship between roughness-surface pressure fluctuations and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉村　英人（岐阜大・工）　椿　涼太（神戸大・工）　赤堀　良介（愛知工業大・工）
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ryota TSUBAKI, Kobe University
Ryosuke AKAHORI, Aichi Institute of Technology
E-mail: yoshimura.hideto.g1@f.gifu-u.ac.jp

This study investigates the relationship between local pressure fluctuations at a roughness unit and bed shear stress in a turbulent open-channel flow over a gravel bed. A laboratory experiment was conducted using a gravel-bed flume with a pressure sensor unit. Large-eddy simulation (LES) was conducted to reproduce velocity and Reynolds stress distributions observed in the experiments, and a reasonable agreement was confirmed. The ratio of pressure fluctuation intensity to bed shear stress, σ_p/τ_0, varied depending on sensor location, ranging from 1.3 to 6.9. While the top sensor showed a value close to previously reported results (≈ 3), upstream and downstream sensors exhibited significant deviations. The results suggest that interactions between turbulence structures and roughness geometry at different spatial scales influence pressure–shear relationships.

１．はじめに

河床に作用する底面せん断応力は，流れの抵抗や土砂移動を把握する上で重要な水理量であるが，実河川で直接計測することは困難である．そのため，流速やレイノルズ応力あるいは乱れ強度などの鉛直分布から，間接的に底面せん断応力を評価する方法が用いられるが，洪水中で土砂移動が起きるような状況で，河床近傍の上記流れ特性の鉛直分布を実測することは困難である．一方，底面の圧力変動強度σ_pと底面せん断応力τ_0には概ね$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$の関係があることが既往研究（例えば Amir et al.[1]）で示されており，圧力変動を計測することで，洪水中の底面せん断応力を準直接的に評価できる可能性がある．

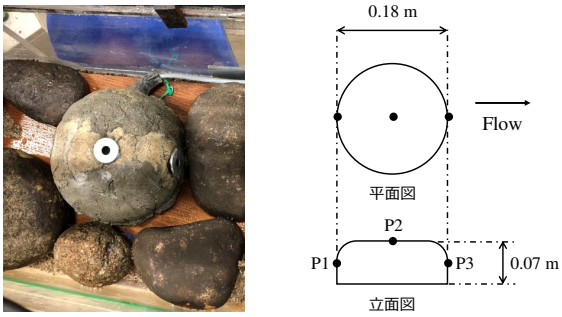
Tsubaki et al.[2] は独自に開発した圧力計 Sphera を実河川に設置し，出水時の河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を分析している．しかしながら，既往研究で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$という関係は球などの一様粗度を設置した粗面乱流場で得られた結果であり，実河川のように様々な粒径の河床材料からなる粗面乱流場においても同じ関係が成り立つのかは明らかではない．

本研究では，実河川を模擬した礫河床の開水路乱流場を対象とした可視化水理実験および LES (Large-Eddy Simulation) 解析を行い，河床に作用する圧力変動と底面せん断応力の関係を調べた．

２．可視化水理実験

実験には全長 12 m，幅 0.3 m，高さ 0.2 の水路を用いた．現地観測[2] で対象としている札内川の河床を模擬するため，水路中流域の約 2.5 m 区間において圧力センサを埋め込んだ模擬粗度（Sphera）を含む大礫を設置するとともに，中礫（粒径 12.8±3.96 mm）および細砂（粒径約 2 mm）を大礫間に充填させて水路床を形成した．模擬粗度は Fig. 1 に示すように直径 0.18 m，高さ 0.07 m から成り，表面には上流側（P1），上面（P2）および下流側（P3）の 3 点にピエゾ抵抗式絶対圧センサが埋め込まれている．3 つの圧力センサによる圧力を 50 Hz で同期して記録することができる．

水理条件として水路勾配 1/44 のもと流量Q = 2.375×10^{-2} m^3/s を与えた．P2 センサ直上における断面平均流速U_mは約 0.99 m/s，水深hは約 0.08 m であり，これらに基づくレイノルズ数は約 79,200，フルード数は約 1.1 である．



(a) Appearance　(b) Dimensions
Fig. 1 Specification of pressure measurement device, Sphera.

模擬粗度周りの流速分布は PIV (Particle Image Velocimetry) 解析により計測した．水面上から下向きに照射したレーザーシートで鉛直断面のトレーサー粒子を可視化し，ハイスピードカメラ（800 fps）で撮影した画像を解析した．撮影は模擬粗度周りを 3 領域に分けて行い，各領域には一つの圧力センサが含まれるようにした．なお，圧力センサとハイスピードカメラは同期させて計測を行った．

３．数値解析

模擬粗度周りの流れを詳細に把握するため，吉村が開発した数値計算モデル[3]を用いて LES 解析を行った．支配方程式は空間フィルタを施した非圧縮性流体の連続の式および Navier–Stokes 方程式であり，スタガード格子による有限差分法で離散化する．空間離散化には二次精度中心差分を用い，時間離散化には移流項に二次精度 Adams–Bashforth 法，粘性項に Crank–Nicolson 法をそれぞれ用い，速度と圧力のカップリングは Fractional Step 法で行う．また，SGS モデルには MTS (Mixed-Time-Scale) SGS モデルを用いた．

計算は水理実験の水路床形成区間に合わせて$L_x \times L_y \times L_z$ = 2.5 m × 0.3 m × 0.16 mの領域（x，yおよびzはそれぞれ主流，横断および鉛直方向）を対象とした．ただし，本計算では水面変動を考慮しないため，鉛直方向の計算領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

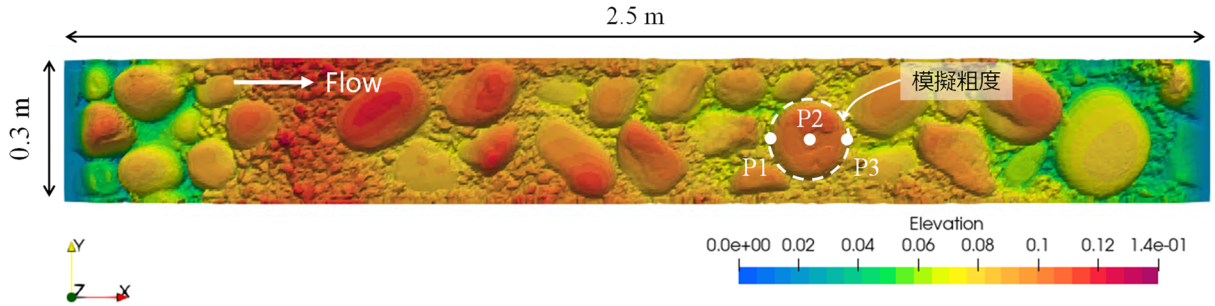


Fig. 2 Channel bed shape measured by SfM.

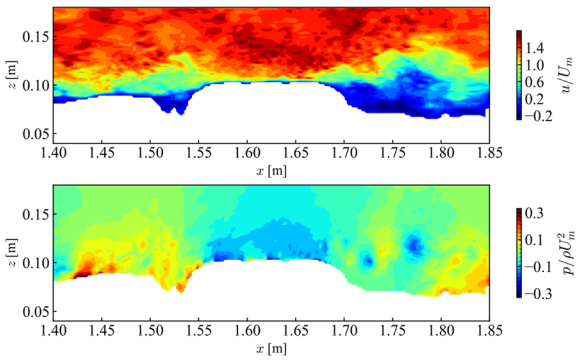
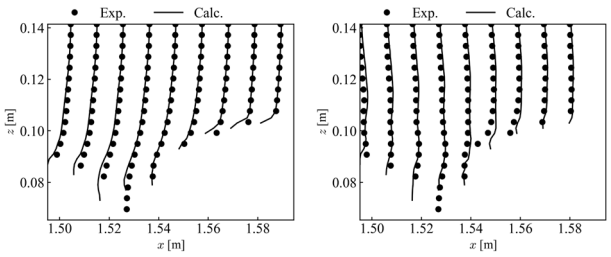


Fig. 3 Instantaneous streamwise velocity (upper) and pressure (lower) distribution obtained by LES.



(a) Mean streamwise velocity (b) Reynolds stress

Fig. 4 Comparisons between experimental and numerical results around P1 sensor.

L_zは区間内の平均水位から設定した．水路床は実験で作成した水路床を SfM で計測し (Fig. 2)，これを用いて IBM (Immersed Boundary Method) により表現した．

格子分割数は$N_x \times N_y \times N_z = 370 \times 150 \times 80$とし，主流方向および鉛直方向には不等間隔格子を，横断方向には等間隔格子を用いた．このとき，着目する模擬粗度周りでの格子解像度は$\Delta_x \approx \Delta_y \approx \Delta_z \approx 2 \times 10^{-3}$（粘性スケールで$\Delta_x^+ \approx \Delta_y^+ \approx \Delta_z^+ \approx 60$）でとなる．境界条件として主流方向には周期境界を与え，側壁には壁面モデルによるせん断応力を与えた．水路床は IBM により non-slip 条件を与え，水面には rigid-lid 近似で slip 条件を与えた．

4．結果と考察

LES により得られた模擬粗度周りの瞬時場を Fig. 3 に示す．相対水深が小さいため，粗度の影響が大きいが，十分に発達した粗面乱流場が形成されている．また，模擬粗度上流側の澱み点付近で圧力が上昇し，上面から下流側の剥離域にかけて圧力が低下する，典型的な物体周りの圧力分布が生じている．

LES の実験の再現性を確認するため，P1 センサ周りにおける平均流速分布およびレイノルズ応力分布の比較を Fig. 4 に示す．LES の結果はいずれも実験結果と一致しており，

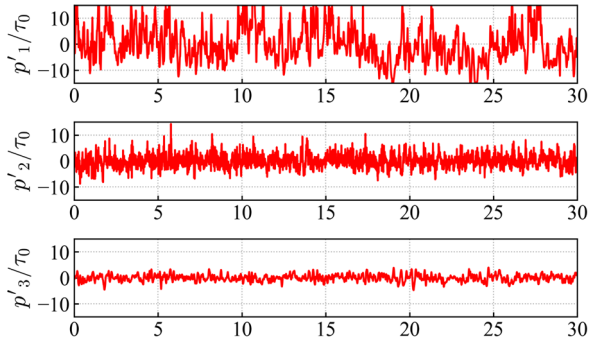


Fig. 5 Time series of normalized pressure fluctuation, p'/τ_0, obtained by LES.

乱れを含めて乱流場を再現できている．

模擬粗度周辺における底面せん断応力τ_0と各センサにおける圧力変動p'の関係を調べるため，p'/τ_0の 30 秒間の時系列を Fig. 5 に示す．ただし，底面せん断応力τ_0は，P2 センサの位置から上流および下流側 0.1 m の範囲における流速データから算出した平均流速分布を，粗面対数則にフィッティングさせて得られた底面摩擦速度$u_\tau \approx 0.07$ m/s から求めた．図よりτ_0に対する圧力変動の大きさや周期はセンサの位置により異なることがわかる．P1 センサでは 5 秒程度の比較的長い周期であり，変動も大きい．一方，P2 および P3 センサでは P1 よりも変動が小さく，周期も短い．

これらの時系列データから圧力変動強度と底面せん断応力の関係σ_p/τ_0を求めた結果，P1，P2 および P3 センサでそれぞれ 6.9，2.4 および 1.3 となった．P2 センサは既往研究[2]で示されている$\sigma_p/\tau_0 \approx 3$に近い結果が得られているが，P1 および P3 センサではそれよりも過大および過小となった．同様の傾向は現地観測[2]でも確認されており，P1, P3 は粗度の間の剥離・再付着流れの特性を，P2 は粗度の上の乱流域（等流の場合の対数流速域）の乱流に起因する圧力変動を捉えていることが示唆される．

謝辞：本研究は JPSP 科研費 25K01332 の助成を受けたものである．ここに記し，謝意を表す．

参考文献

1) M. Amir et al.: Pressure forces on sediment particles in turbulent open-channel flow: a laboratory study, *Journal of Fluid Mechanics*, 757, pp. 458–497, 2014.
2) R. Tsubaki et al.: Unsteady features of bedload and near-bed turbulence measured in a braided gravel bed river , *Proceedings of the 41th IAHR World Congress*, 701, 2025.
3) H. Yoshimura and I. Fujita: Investigation of free-surface dynamics in an open channel flow, *Journal of Hydraulic Research*, 58(2), pp. 231–247, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析に関わる基本的関係式について（シンポジウム講演概要）

Fundamental Formulae Associated with Momentum Equation with Eddy Viscosity Term to Elucidate Calculated Results of Water Surface Profile (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

細田　尚（京大名誉教授）白井　秀和（北見工大・工）音田　慎一郎（京大・工）
Takashi HOSODA
Hidekazu SHIRAI, Kitami Institute of Tech.　Shinichiro ONDA, Kyoto Univ.
E-mail: hosoda.takashi.82c@st.kyoto-u.ac.jp

This paper deals with the fundamental formulae which are utilized to understand the calculated results of water surface profile in open channels by means of the one-dimensional momentum equation with the eddy viscosity term. The theoretical equation representing the water depth around the critical depth is firstly derived substituting the power series expansion into the momentum equation. It is shown that the theoretical equation is in good agreement with the calculated results within the radius of convergence. Then, the asymptotic behavior of water surface profile towards infinity in the downstream is considered applying the asymptotic expansion and substituting it to the momentum equation to fix the coefficients of each terms in the expansion. It is shown that the theoretical equation is compatible with the calculated results.

１．はじめに

渦動粘性項を有する一次元運動量方程式を用いた水面形解析法について，これまでに二階の常微分方程式である基礎式の二点境界値問題としての解析法を提案し[1]，急勾配水路上の流れを対象に上下流端の水深を与えて限界水深を通過する連続な水深分布が計算可能であることを示した．（ただし実際の強跳水ではなく乱流による運動量輸送を評価した渦動粘性項を考慮して得られる跳水状の水深急変分布を意味する．）

さらに，二点境界値法による計算結果を上流端で水深と水深の一階微係数の二つを境界条件として与える一点境界値法によって再現できることを示した[2]．本研究は，これらの計算結果として再現された限界水深を通り下流無限大で水平線に漸近する連続分布形について基本的な特性の検討を行うことを目的としている．これまでに，等流水深近傍の水深の変化特性について検討を行ったので[2]，本研究では限界水深の上下流で急変する水面形の特性，および十分下流での水平線への漸近特性に着目した理論的な考察を行う．

２．基礎式とその無次元化

Fig.1 に示した座標系の下で，単位幅に対する渦動粘性項を有する一次元連続式と運動量方程式を記述すれば式(1)および式(2)となる．

$$q = Uh = \text{一定} \tag{1}$$

$$\frac{d}{dx}\left(hU^2 + \frac{1}{2}gh^2\cos\theta\right) = gh\sin\theta - c_f U|U| + \frac{d}{dx}\left(D_{m_x}h\frac{dU}{dx}\right) \tag{2}$$

ここに，xは空間座標，Uは水深平均流速，hは水深，qは単位幅流量，D_{m_x}は渦動粘性係数，c_fは摩擦係数，θは路床勾配，g は重力加速度を表す．また，渦動粘性係数は単位幅流量を用いて次式で評価する．

$$D_{m_x} = \alpha q \tag{3}$$

ここに，αは式(3)で渦動粘性係数を評価する場合の定数．

式(2)を変形すると式(4)となる．

$$(gh^3\cos\theta - q^2)\frac{dh}{dx} = gh^3\sin\theta - c_f q^2 + D_{m_x}q\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 - D_{m_x}qh\frac{d^2h}{dx^2} \tag{4}$$

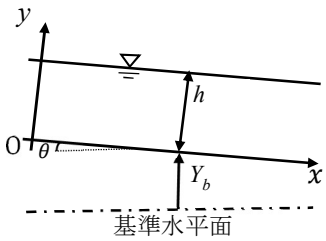


Fig.1 Coordinate system

式(4)の場合も式(5)で定義される従来の等流水深は式(4)の解となる．

$$gh_0^3\sin\theta - c_f q^2 = 0 \tag{5}$$

一方，式(6)で定義される水深は通常の限界水深の水理学的意味を有していないが，本研究でも式(6)を限界水深の定義として用いる．

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g\cos\theta}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{6}$$

次の無次元量を用いて基礎式を無次元化すれば式(7)となる．

$$x' = \frac{x}{h_c}, h' = \frac{h}{h_c}, Fr_0 = \frac{q/h_0}{\sqrt{gh_0\cos\theta}}, h_0' = \frac{1}{Fr_0^{2/3}}$$

$$(h'^3 - 1)\frac{dh'}{dx'} = c_f\left(Fr_0^2 h'^3 - 1\right) + \alpha\left(\frac{dh'}{dx'}\right)^2 - \alpha h'\frac{d^2h'}{dx'^2} \tag{7}$$

次式に示すように，式(7)にはh'が増大するとき $h' \propto c_f Fr_0^2 x'$ として表される漸近解が存在する．

$$h' \to \infty \quad \frac{dh'}{dx'} \to c_f Fr_0^2 = \tan\theta \tag{8}$$

３．考察に用いる計算結果

本研究ではこれまでに一点境界値法を用いて行った急勾配水路流れの水面形解析結果[2]を考察の対象とする．

以下に水面形計算の水理条件と計算条件を示す．上流端

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の h'とdh'/dx'の値を図中に記述した．

水理条件： $\sin\theta$=1/100， c_f=0.005， α=0.05，
q=0.003(m^2/sec)， h_0=0.00772(m)， h_c=0.00972(m)，
Fr_0=1.414

計算条件： $\Delta x'$=0.02

水面形解析結果を Fig.2 に示した．

4. 限界水深近傍での水深分布特性

水面形が通る限界水深の位置をx'_cとし，そこを原点とした空間座標を$\delta x'$とする．限界水深周りの水深を次式のべき乗級数展開を用いて表現する．

$$h' = 1 + e_1\delta x' + e_2\delta x'^2 + e_3\delta x'^3 + e_4\delta x'^4 + e_5\delta x'^5 + e_6\delta x'^6 \cdots \quad (9)$$

上式を基礎式に代入し，$\delta x'$のべき乗指数に掛かる項をゼロとおくことで係数に関する関係式が導かれる．0 次から 3 次までの関係式を記述すれば次のようになる．

0 次： $c_f\left(Fr_0{}^2 - 1\right) + \alpha(e_1{}^2 - 2e_2) = 0$

1 次： $e_1[h'^3]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_1 + \alpha(2e_1e_2 - 6e_3)$

2 次： $e_1\left[h'^3\right]_2 + 2e_2\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_2 + \alpha(2e_2{}^2 - 12e_4)$ (10)

3 次： $e_1\left[h'^3\right]_3 + 2e_2\left[h'^3\right]_2 + 3e_3\left[h'^3\right]_1 = c_f Fr_0{}^2[h'^3]_3 + \alpha(-4e_1e_4 + 4e_2e_3 - 20e_5)$

ここに，$[h'^3]_1$等は次式で表される．

$[h'^3]_1 = 3e_1$， $[h'^3]_2 = 3e_1{}^2 + 3e_2$， $[h'^3]_3 = 3e_3 + 6e_1e_2 + e_1{}^3$

Fig.2 に示した計算結果の限界水深位置での水深の一階微係数値をe_1として与えると，式(10)の関係式を用いてe_2~e_5の値を計算することができる．それらを用いてh'と$\delta x'$の関係を示したのが Fig.3 である．収束半径内でべき乗級数展開は次数を上げるとともに一定値に収束していくので，限界水深近傍で式(9)で表される連続な解が存在すると考えられる．また数値計算結果はべき乗級数展開とよく一致している．

5. 下流無限大への漸近特性

下流無限大で水深は次式で定義されるY'に漸近する．

$$Y' = h'_d + x'\tan\theta \quad (11)$$

ここに，h'_dは原点での下流無限大の水位に対応する水深．

h'をY'とそれからの偏差$\delta h'$の和として表す．

$$h' = Y' + \delta h' \quad (12)$$

上式を基礎式に代入し$\delta h'$の二乗以上の項を微少として無視すると，$\delta h'$に関する線形化方程式が導かれる．その際に $dY'/dx' = \tan\theta$ を用いて変数をx'からY'に変換すると次式が得られる．

$$\alpha Y'\tan^2\theta\frac{d^2\delta h'}{dY'^2} + \left(Y'^3 - 1 - 2\alpha\tan\theta\right)\tan\theta\frac{d\delta h'}{dY'} = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f \quad (13)$$

上式をみて次式で表される漸近級数展開が成立することが分かる．

$$\delta h' \propto m_{-2}\frac{1}{Y'^2} + m_{-5}\frac{1}{Y'^5} + m_{-8}\frac{1}{Y'^8} + m_{-11}\frac{1}{Y'^{11}}\cdots \quad (14)$$

この表示式を式(13)に代入しY'に関する同一のべき乗に掛かる係数をゼロと置くことで，漸近級数展開の各項の係数が満たすべき関係式が導かれる．

0 乗： $-2m_{-2}\tan\theta = \tan\theta + \alpha\tan^2\theta - c_f$

-3 乗： $6m_{-2}\alpha\tan^2\theta - 5m_{-5}\tan\theta + 2m_{-2}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

-6 乗：

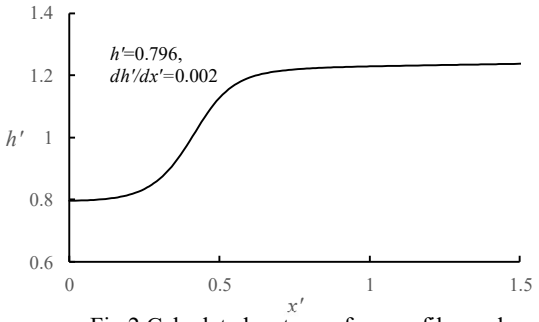


Fig.2 Calculated water surface profile used for theoretical consideration

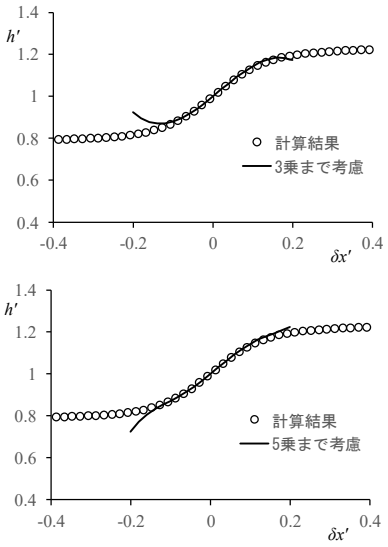


Fig.3 Comparison between theoretical equations and calculated

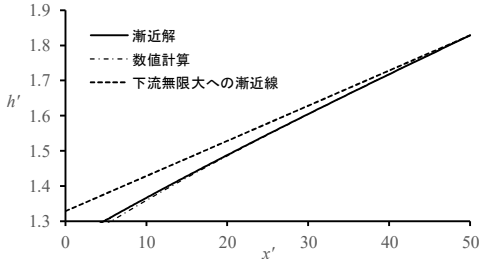


Fig.4 Comparison between asymptotic depth distribution toward downstream infinity and calculated results

$30m_{-5}\alpha\tan^2\theta - 8m_{-8}\tan\theta + 5m_{-5}\tan\theta(1 + 2\alpha\tan\theta) = 0$

漸近展開式に原点は存在しないので，十分下流の $x' = 50$において漸近展開式，数値解析結果および漸近線のh'が一致するとしてそれぞれのh'を示したのが Fig.4 である．漸近解は数値解析結果とよく一致しており，下流無限大への漸近挙動を表現していると考えられる．

6. おわりに

今後，路床に突起を有する流れなど種々の条件の下での解析を行いたい．

参考文献

1) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた二点境界値問題としての水面形解析法，2025 年度関西土木工学交流発表会講演概要集, II &Ⅶ-5，2025.

2) 細田・白井・音田，渦動粘性項を考慮した運動量式を用いた水面形解析法に関する二，三の考察，令和 7 年度土木学会全国大会 第 80 回年次学術講演会概要集, II-72，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

振動跳水現象の 2 次元 RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes) モデル解析における壁関数の影響評価 (シンポジウム講演概要)

Influence of Wall Functions on Two-Dimensional RANS Simulations of Oscillatory Hydraulic Jump Phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩橋　陸（静岡大・工）　中澤　克成（静岡大・工）　横嶋　哲（静岡大・工）
吉村　英人（岐阜大・工）　藤田　一郎（(一財) 建設工学研究所）
Riku IWAHASHI, Shizuoka University
Katsunari NAKAZAWA, Shizuoka University
Satoshi YOKOJIMA, Shizuoka University
Hideto YOSHIMURA, Gifu University
Ichiro FUJITA, Construction Engineering Research Institute
E-mail: iwahashi.riku.21@shizuoka.ac.jp

We examined the influence of wall functions, often introduced in wall-bounded turbulent-flow simulations, as well as the effect of computational grid resolution, on the prediction accuracy of oscillatory hydraulic jump phenomena using two-dimensional RANS model calculations.

1. はじめに

トレンチ付き落差工流れは幾何学形状や水理条件に応じて流況が大きく変化することが知られており[1),2)]，数値解析による再現が試みられてきた．Chiu et al.[3)] と浪平・髙木[4)] はそれぞれ RNG k–ε 及び非線形 k–ε モデルを用いて，トレンチ長を系統的に変化させた場合の流況の変化を良好に再現できることを示した．Yoshimura et al.[5)] は水理実験で周期振動跳水現象が生じたケース (fig. 1) に特に注目して，乱流モデル (RNG k–ε モデルを含む 5 種類) と計算格子解像度 (完全等間隔，0.5mm/1.0mm) が予測結果に及ぼす影響を検討し，0.5mm 格子上の SST k–ω モデル (以後，SST モデルと呼称) は振動跳水現象を正確に再現できるのに対して，他の数値予測は全て定常解となることを示した．著者ら[6)] (以後，前報) も独自開発プログラムを用いて同様の検討を行い，Yoshimura et al.[5)] と一致する結果を得るとともに，SST モデルが備える，渦動粘性係数の (特に壁近傍での) 過大評価を防ぐリミター機能が振動跳水現象の再現性のキーポイントであることを示した．

壁乱流の RANS 予測では，乱流モデルと計算格子解像度に加えて，壁面境界条件が結果に及ぼす影響も大きいと考えられる．Chiu et al.[3)] では壁境界条件に関する詳細な説明がないものの，浪平・髙木[4)] は滑面に対して粗面対数則を用いており，その理由として滑面対数則よりも良好な結果が得られたことを挙げた．Yoshimura et al.[5)] (OpenFOAM を利用) の数値予測では壁近傍の格子解像度に応じて壁関数と壁上での粘着/不透過条件の使用が自動で切り替わるのに対して，前報[6)] では全ての計算 (の全時空間) で粘着/不透過条件が課された．

そこで本研究では，前報[6)] と同じく，振動跳水が生じるトレンチ付き落差工流れに SST モデル[7)] を適用し，壁関数の適用が流動予測に与える影響を評価する．

2. 数値計算法と対象流れの概略

本研究では文献[8)] で提案された ‘気液二相アプローチ’ に基づく新たな流動解析プログラムを作成した．文献[8)] では界面捕獲法としてレベルセット法が用いられたが，本研究では VOF 法系統の THINC/WLIC 法を採用した．この気液二相流動解析プログラムの基本性能については文献[9)] を参照されたい．

ここでは 2 種類の壁面境界条件を検討する：第 1 の方法では，壁上で粘着・不透過条件 ($\bar{u} = \bar{v} = 0$, $k = 0$) を課す．ただし $\omega \equiv \varepsilon/k$ は壁上で ∞ となるため，壁からの第 1 格子点（以下，下付き添え字 w で表現）で $\omega_\mathrm{w} = 6\nu/(\beta_1 \ell_\mathrm{w}^2)$ ($\beta_1 = 0.075$, ν は流体の動粘度，ℓ_w は最も近い壁までの距離を表す）を課した．第 2 の方法では壁関数を使用した．壁からの第 1 格子点での壁接線方向流速が対数則分布

$$\bar{u}_\mathrm{w}^+ = (1/\kappa)\ln \ell_\mathrm{w}^+ + B \quad (\kappa = 0.4, B = 5.0) \tag{1}$$

に従うことを仮定して，壁面摩擦速度 u_τ を求めた．ただし，壁法線方向流速に対しては不透過条件を課した．第 1 格子点での k と ω は u_τ を用いてそれぞれ

$$k_\mathrm{w} = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{\beta^*}},\ \omega_\mathrm{w} = \frac{u_\tau}{\kappa \ell_\mathrm{w}\sqrt{\beta^*}} \quad (\beta^* = 0.09) \tag{2}$$

で与えた．また，対数則分布に代えて Spalding 則

$$\ell_\mathrm{w}^+ = \bar{u}_\mathrm{w}^+ + e^{-\kappa B}\left[e^{\kappa \bar{u}_\mathrm{w}^+} - 1 - \kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+ - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^2}{2!} - \frac{(\kappa\bar{u}_\mathrm{w}^+)^3}{3!}\right] \tag{3}$$

を用いた計算も行った．

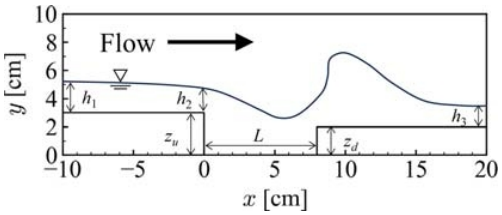


Fig. 1　Schematic of the flow over a drop with a trench. The flume-bottom slope is 1/500 and the flow discharge per unit flume width is 88.3 cm^2/s.

対象流れは前報[6)] および Yoshimura et al.[5)] と同じく，単位幅流量 88.3 cm^2/s で fig. 1 のトレンチ部を過ぎる流れで，周期 1.78 s で安定した振動跳水現象が観察[5)] されたケースである．前報[6)] と同じく，段落ち部と水路床の交点を原点として，主流方向に [−19 cm, 27.4 cm]，水深方向に [0 cm, 10 cm] の計算領域を設定し，0.5 mm および 1.0 mm の 2 種類の完全等間隔な計算格子上で数値計算を実行した．

3. 計算結果と考察

計算格子解像度（0.5 mm 格子/1.0 mm 格子）と壁関数（wall function，以下 ‘WF’ とも記載）の利用の有無によって，同じ SST モデルを用いても大きく異なる予測が得られた．Fig. 2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

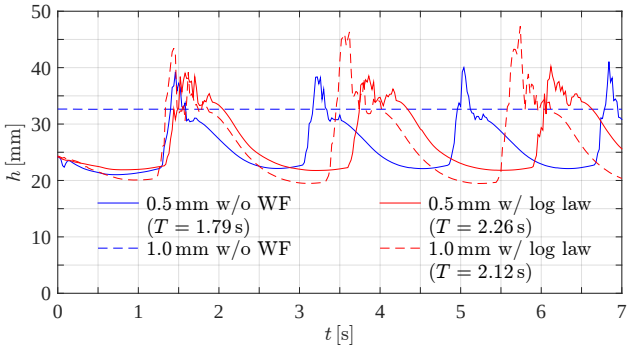


Fig. 2 Time histories of water depth at $x = 4$ cm (i.e., at the middle of the trench section) obtained from four different SST model predictions. The time period of oscillating hydraulic jumps T observed in the corresponding experiment[5] is 1.78 s.

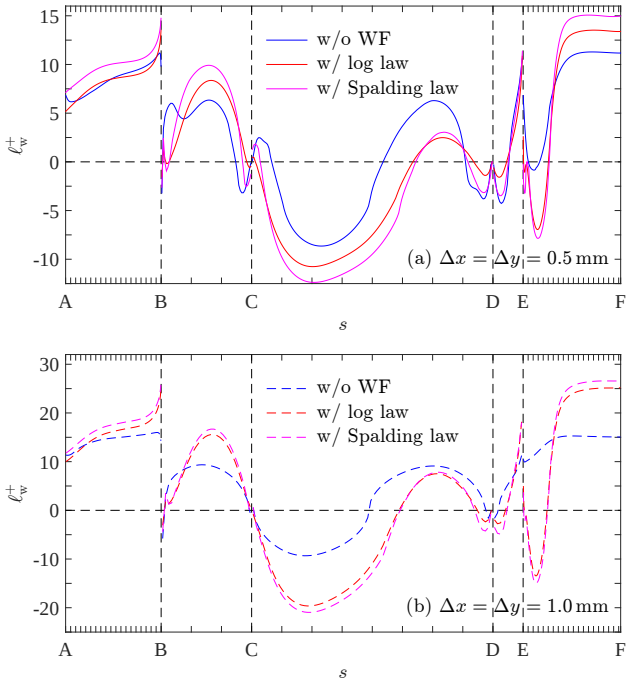


Fig. 3 Profiles of distance to the first grid point from the wall in wall units based on the time-averaged friction velocity (i.e., $\Delta x^+/2 (=\Delta y^+/2)$). Note that the ticks on the horizontal axis are marked at 1 cm intervals, and the intervals within the trench section are enlarged six times for easier viewing.

に，トレンチ部中央 ($x = 4$ cm) での水深の経時変化を示す．壁で粘着・不透過条件を課した場合（以下，‘壁関数無し’と呼称），0.5 mm 格子では水理実験と定量的にも良好に一致する予測が得られるのに対して，1.0 mm 格子では定常解が得られることは前報[6] で示した．壁関数（ここでは対数則を仮定して壁面摩擦速度を算出）を用いた場合，0.5 mm/1.0 mm のどちらの計算格子上でも安定して周期振動跳水現象が再現されたが，0.5 mm 格子では振動周期 $T = 2.26$ s，1.0 mm 格子では $T = 2.12$ s となり，水理実験結果（$T = 1.78$ s）と比べてどちらも過大予測となった．

計算格子解像度の違いや壁関数の利用の有無は，壁乱流において重要な特徴量である壁面摩擦速度 u_τ の予測に差異をもたらし，それが上述の流動の違いに至ることが考えられるため，ここでは壁からの第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ の分布を fig. 3 に示す．それぞれの計算結果に対して 1 振動周期に渡る時間平均を施し，得られた流れ場から u_τ を算出した．ここで s 軸（fig. 3 の横軸）は計算領域の上流端（点 A）から下流端（点 F）まで水路床に沿って流下するものとし，BC は段落ち壁，DE は段上がり壁，CD はトレンチ内部の水路床をそれぞれ表す．(a) には 0.5 mm 格子を，(b) には 1.0 mm 格子を用いて得られた分布を示すが，第 1 格子点までの距離は計算格子幅に比例することを考慮し，(b) の縦軸の範囲は (a) の 2 倍と設定したことに留意されたい．また，粘性距離の正負は壁第 1 格子点での壁接線方向流速の正負と一致させた．ここでは対数則に加えて，Spalding 則を仮定して u_τ を算出した場合の結果も比較する．ただし，Spalding 則を用いても，得られる流動は対数則を用いた場合とほぼ一致した（図省略）．

1.0 mm 格子を用いた場合にも第 1 格子点までの粘性距離 ℓ_w^+ が 30 に達することはなく，対数則の成立を期待するには計算格子解像度が（壁近傍で）高すぎる状況と言える．ただし，壁関数の利用を伴ういわゆる高 Reynolds 数型乱流モデルが，壁関数成立の前提条件を満たさない，剥離や衝突を含む複雑流れをそこそこの精度で予測できることが指摘されており[10),11)]，この状況が直ちに低い予測精度を与えることを意味しない．対数則を用いた場合，1.0 mm 格子と 0.5 mm 格子では u_τ は概ね一致するものの，fig. 2 で見られたように，得られた流れは定量的には大きく異なったことは，乱流パラメータに壁関数（式 (2)）を課す位置の違いが予測に無視しえない影響を与えたと推察される．

壁関数無しでは，fig. 2 でも見られたように，計算格子解像度の違いが予測に質的にも大きな相違（周期振動現象の再現の有無）をもたらす反面，壁関数有りでは計算格子解像度に依らずに周期振動現象を捉えられたことは，粘着条件による壁面摩擦推定が計算格子解像度に鋭敏であること，壁関数を用いることでその影響を回避/低減し得ることを示す．

参考文献

1) 藤田, 丸山: 水工学論文集, **45**, 403, 2001.
2) Fujita: J. Vis., **5**(4), 335, 2002.
3) Chiu et al.: J. Hydraul. Eng., **143**(1), 04016077, 2016.
4) 浪平, 髙木: 土論 B1, **75**(2), I_577, 2019.
5) Yoshimura et al.: KSCE J. Civ. Eng., **28**, 1075, 2024.
6) 岩橋ら: 第 28 回応力シンポ, 2024.
7) NASA Langley Research Center: Turbulence Modeling Resource, `https://turbmodels.larc.nasa.gov/index.html`
8) 横嶋: 土論 B, **62**(4), 419, 2006.
9) 中澤ら: 土論, **79**(1), 22-00116, 2023.
10) 中山, 横嶋: 土論 II-**48**(628), 131, 1999.
11) 中山, 横嶋: 土論 II-**56**(684), 141, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:35 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (2)

座長:舩津 賢人(群馬大学)

10:35 ~ 10:50

[11006] 異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

*許 本源[1]、儀我 美保[1]、野津 裕史[2] (1. 東京大学、2. 金沢大学)

10:50 ~ 11:05

[11007] テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

*大和田 武琉[1]、矢木 啓介[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:05 ~ 11:20

[11008] 低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要)

*宮部 琉成[1]、垣内 幸太[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:20 ~ 11:35

[11009] 圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

*髙橋 悠斗[1]、萩原 大生[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 山口大学大学院創成科学研究科農学系学域、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

異なる形状の縮口部を通過する単一気泡によって生じる圧力スパイク波の比較（シンポジウム講演概要）

Comparison of Pressure Spikes Induced by a Single Bubble Passing Through Constrictions of Various Shapes (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

許　本源（東京大・数理）　　儀我　美保（東京大・数理）　　野津　裕史（金沢大・理工）
Pen-Yuan HSU, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Mi-Ho GIGA, Graduate School of Mathematical Science, The University of Tokyo
Hirofumi NOTSU, Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University
E-mail: pyhsu@ms.u-tokyo.ac.jp

In various constricted geometries, we give two-dimensional numerical simulations of two-phase, incompressible, viscous flow using an isothermal sharp-interface model (without phase change). We investigate the behavior of "pressure spikes", the place where the magnitude of time derivative of pressure is large.

1．はじめに

オリフィスやベンチュリ管に代表される流路の拡大縮小部は，流量を測定や微小気泡生成をはじめとする多様な工業用途で利用されている．気泡がこうした狭路を通過する際の圧力変動は，気泡挙動や流動音発生メカニズム解明の基盤となることから，古くから活発に研究されてきた．例えば，金子ら[2]（2012）は可視化実験を通じて，ベンチュリ管を通過した気泡の微細化崩壊が拡大部の圧力回復プロセスに依存することを指摘した．梅田ら[3]（1994）は空気-水二相流スラグ流を対象とし，単一気泡のオリフィス通過時における気泡挙動，圧力変動，発生音の相関を調査している．また，近年では JIANG ら[4](2021)が，異なる形状や生成条件を持つベンチュリ管式気泡生成装置を用いて実験を行い，ノズルの縮小角と空気混入量が気泡サイズに大きな影響を与えることを明らかにした．

これらの先行研究は目的こそ様々だが，圧力変動そのものに着目した考察が主流であった．これに対し，本研究では圧力の急激な変化を的確に捉えるため，圧力の時間微分に着目し，「圧力スパイク波」という概念を導入した[1]．その上で，気泡通過時の発生音は圧力スパイク波に起因するという仮説に基づき，相変化を含まない等温・鋭敏界面モデル（二相非圧縮性粘性流体方程式）を用いた 2 次元数値シミュレーションを行った．数値手法として，CFL 条件に制約されず AMR（アダプティブ・メッシュ・リファインメント）が利用可能な，時間 2 次精度のラグランジュ・ガレルキン(特性曲線)FEM を適用し，その有効性を検証した．本稿では，特に縮口部形状の違いが圧力スパイク波の挙動に与える影響について考察した結果を報告する．

2．二流体問題

領域 Ω を，Fig. 1 のように

$$\Omega := \Omega_1(t) \cup \Gamma(t) \cup \Omega_2(t) \subset \mathbb{R}^{d(=2,3)},\ t \in (0,T)$$
$$(\Omega_1(t) \cap \Omega_2(t) = \emptyset) \tag{1}$$

とおく．境界$\partial\Omega$は$\partial\Omega_D$と$\partial\Omega_N$に分かれているとする．
$(\overline{\partial\Omega} = \overline{\partial\Omega_D} \cup \overline{\partial\Omega_N},\ \overline{\partial\Omega_D} \cap \overline{\partial\Omega_N} = \emptyset)$.

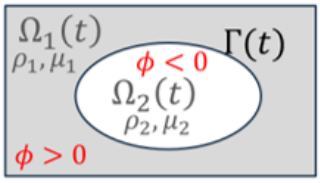


Fig. 1 Sharp interface in two-phase flow.

次の方程式（$i = 1,2$）：

$$\begin{aligned}
\rho_i \mathcal{D}_t u_i - \nabla \cdot [2\mu_i D(u_i)] + \nabla p_i &= \rho_i f, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
\nabla \cdot u_i &= 0, && (x,t) \in \Omega_i \times (0,T),\\
[u]_\Gamma = 0, [-pI + 2\mu D(u)]_\Gamma \hat{n} &= \sigma_0 \kappa \hat{n}, && (x,t) \in \Gamma(t) \times (0,T),\\
u &= g && (x,t) \in \partial\Omega_D \times (0,T),\\
[-pI + 2\mu D(u)] n_{\partial\Omega} &= 0, && (x,t) \in \partial\Omega_N \times (0,T),\\
u &= u^0 && x \in \Omega,\ t = 0,\\
\Gamma &= \Gamma^0 && t = 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

をみたす函数$(u,p): \Omega \times (0,T) \to \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}$と
$\{\Gamma(t) \subset \Omega;\ t \in (0,T)\}$を求める問題を考える．

ここに，$T > 0$は終端時間，$\rho_i > 0, \mu_i > 0, \sigma_0 > 0$はそれぞれ密度，粘性，表面張力係数，

$$D(u) := \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^\top] \tag{3}$$

は歪み速度テンソル，$n_{\partial\Omega}$はΩの外向き法線ベクトル，$\hat{n}$は$\Omega_2(t)$の外向き法線ベクトル，κは界面$\Gamma(t)$の曲率，$[\cdot]_\Gamma$は$\Gamma = \Gamma(t)$におけるジャンプで，

$$[A]_\Gamma(x,t) := \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_1(t)}} A(y) - \lim_{\substack{y \to x \\ y \in \Omega_2(t)}} A(y), \qquad x \in \Gamma(t). \tag{4}$$

流速uと圧力pは，領域Ωで定義された関数として考える：

$$u(x,t) := \begin{cases} u_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ u_2(x,t), & x \in \Omega_2(t), \end{cases} \quad p(x,t) := \begin{cases} p_1(x,t), & x \in \Omega_1(t), \\ p_2(x,t), & x \in \Omega_2(t). \end{cases} \tag{5}$$

界面$\Gamma(t)$を，レベルセット関数$\phi(x,t)$を用いて表現する：

$$\Gamma(t) = \{x \in \bar{\Omega};\ \phi(x,t) = 0\} \tag{6}$$

3．数値計算結果（二次元）

気泡が縮口部を通過する際，圧力の時間微分が短い時間に正負に大きく激変することを「圧力スパイク波」と呼ぶことにする[1]．ここでは縮口部の形状が直角型（Square-edged orifice）及び砂時計型（Sand glass like orifice）における圧力スパイク波の挙動を調べる．

まず計算領域と境界条件について説明する．垂直下から流入する場合の底面（横流入では右の側面）での境界条件（入口境界条件）から速度の垂直成分が 0 からスタートして，徐々に大きくなるポアズイユ流

$$u = [1 + \tanh(8t - 4)]x_1(1 - x_1) \tag{7}$$

を設定する．出口境界条件は応力フリー境界条件

$$[-pI + 2\mu D(u)]n = 0 \tag{8}$$

で，ほかの境界は滑りなし境界条件とする．
重力方向及びポアズイユ流の進行方向は Fig. 2（垂直下から流入）と Fig. 3（横流入）で示す．気泡の初期位置は領域

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

入口の底面付近にある．密度，粘性，表面張力係数は $(\rho_1,\mu_1)=(10^3,10),(\rho_2,\mu_2)=(1,10^{-1}),\sigma_0=1.96$ とする．

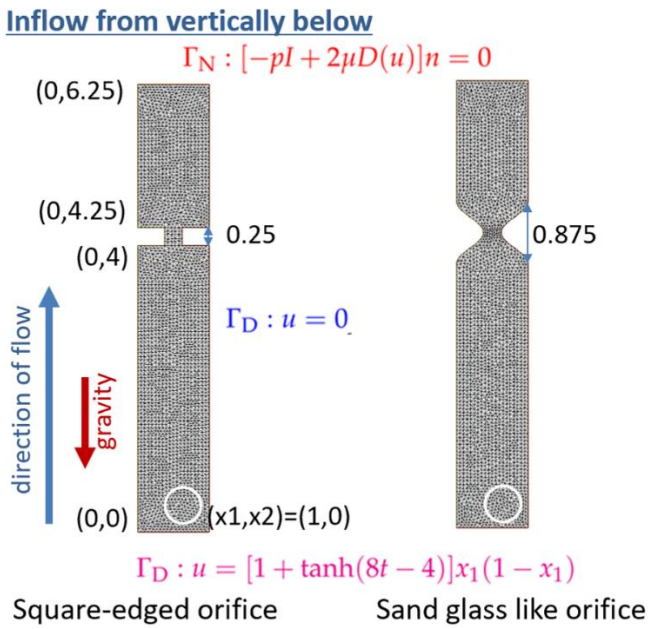


Fig. 2 Computational Domain for vertical inflow from below.

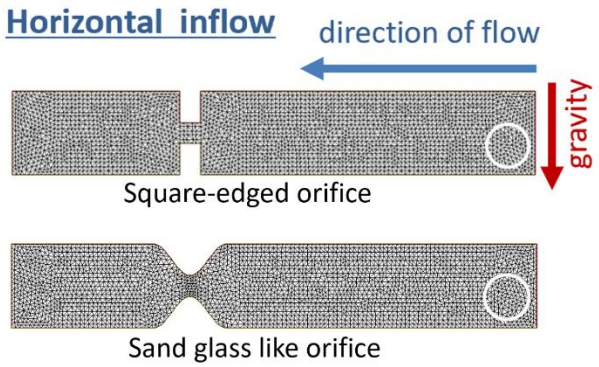


Fig. 3 Computational Domain for horizontal inflow.

今回の条件設定では上流側だけ全体の圧力変動が顕著のため，上流側の壁付近(*)での平均圧力時間微分を異なる形状の縮口部，流入方向の違いでの影響を考察した（Fig. 4 と Fig. 5）．特に気泡先端が縮流部入口に到達したタイミングで（Fig. 4 に Time=277）直角型の圧力時間微分は著しく低下する．その現象は上流側全体で起こった（fig. 6）．

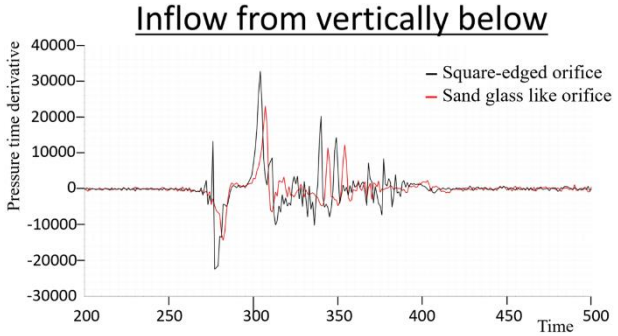


Fig. 4 Time variation of the pressure time derivative for vertical inflow from below.

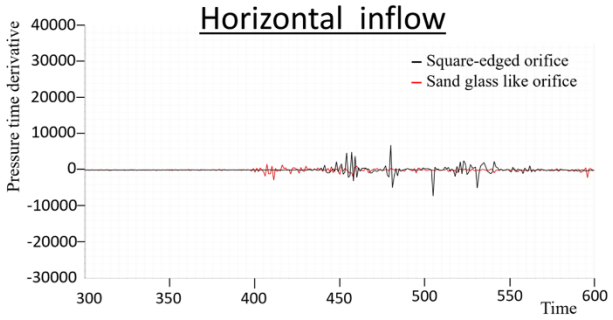


Fig. 5 Time variation of the pressure time derivative for horizontal inflow.

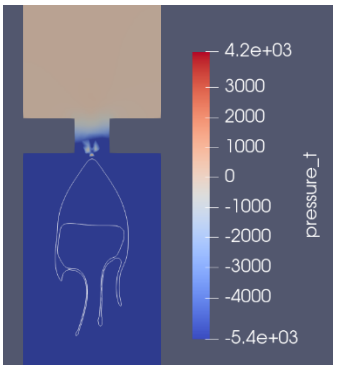


Fig. 6 Pressure time derivative distribution at the moment the bubble tip reaches the contraction entrance（Time=277）.

（＊）Fig.4 の圧力時間微分（縦軸）は上流側の壁付近（Fig.2 の直線 $\{x=(x_1,x_2);\ x_1=0.05, 0.75\le x_2\le 3.25\}$）上での平均で，Fig.5 も Fig.3 の対応する場所での平均である．横流入の計算領域は Fig.2 から９０度反時計回りにしたものである．

４．結び

単一気泡が縮口部を通過する際，直角型・砂時計型双方の形状において圧力スパイク波が発生する．最狭部の径が同一(0.25)の場合，直角型と比較して砂時計型の方が圧力スパイク波の振幅は小さい．さらに，垂直下からの流入よりも水平流入の方が振幅は小さい．この要因として，重力による気泡先頭部の縮小が考えられる．以上の結果は，形状と発生音に関する直観，および特異点が凹部で発生するという数学的直観とも整合し，圧力の空間・時間微分がいずれも小さくなることが類推できる．異なる形状間での圧力スパイク波形や振幅の相違を，数理モデルに基づいた数値解析アプローチにより考察した本知見は，形状改善による騒音低減の可能性を示唆しており，将来的な実用化が期待される．

謝辞

本研究はダイキン工業株式会社との社会連携講座「冷媒熱流体の数理」の一環として実施された。

参考文献

1) P.-Y. Hsu, M.-H. Giga and H. Notsu: Pressure Spike Generated When a Single Bubble Passes Through an Orifice, in preparation.
2) 金子 暁子，野村 康通，高木 周，松本 洋一郎，阿部 豊: ベンチュリ管内における気泡崩壊現象，日本機械学会論文集（B 編），78 巻 786 号 (2012-2).
3) T. Umeda: Noise Caused by Gas-Liquid Two-Phase Flow with Single Large Gas Bubble through an Orifice, Transactions of Japan Society of Mechanical Engineers, Series B. vol.60, no.574 (1994), 56-63.
4) X. Jiang, T. Yasunobu, A. Nakamura and M. Shimazu: Miniaturization of Bubbles by Shock Waves in Gas-Liquid Two-phase Flow in the Venturi Tube, Journal of Thermal Science Vol.30, No.3 (2021) 1068-1076.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テッポウエビの動きを模擬したロボットハンド周りの流れ場に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on the Flow Field Around a Robotic Hand Mimicking the Snapping Shrimp Motion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

大和田　武琉　矢木　啓介　松村　邦仁（茨城大学・工）
Takeru OWADA, Keisuke YAGI, Kunihito MATSUMURA, Ibaraki University
E-mail: 22t1038r@vc.ibaraki.ac.jp

Underwater robots designed for submerged operations and surveys are being utilized across various fields. Many underwater robots are equipped with robotic hands for grasping and manipulating objects, and their performance is a critical factor significantly influencing the success and precision of tasks. In the underwater environment, water resistance and pressure changes cause a reduction in motor function. Therefore, we focused on pistol shrimp, which achieves high-performance and efficient movement and function in the harsh underwater environment. This study investigates a robotic hand modeled after the pistol shrimp, experimentally clarifying its motion characteristics during closed action, the resulting flow behavior, and its structure.

1．研究背景・目的

水中ロボットは，海洋調査や作業など多様な分野で活用されており，対象物を把持・操作するロボットハンドの性能は作業効率や精度を大きく左右する重要な要素である．しかし，水中環境では水の抵抗や圧力変化の影響により，陸上と同様の運動性能を発揮することが難しく，高速動作や精密操作には多くの課題が存在する．一方で，自然界の水生生物は，水中環境に適応した高効率な運動機構を有している．中でも，テッポウエビはハサミを瞬間的に高速閉鎖することでジェット水流を発生させ，さらにキャビテーション現象を伴う衝撃波を生じることが知られている．[1] このはさみの運動は，獲物の捕獲だけでなく，威嚇など多様な行動に利用されており，小さな構造から大きなエネルギーを生み出す極めて効率的な機構である．本研究では，テッポウエビの模倣ロボットハンドを対象とし，その閉鎖動作における運動特性および，それに伴って発生する水流挙動，構造を実験的に明らかにする．

2．実験条件

使用するロボットハンド全体概要を Fig.1 に示す．ハサミ部は 45 ㎜×53 ㎜×12 ㎜である．左右合わせてハンドの根本部には 4 本のバネ(バネ定数 2.45N/mm)，可動部の連結部には 2 本のバネ(バネ定数 1.47N/mm)を使用する構造となっている．また，ハイスピードカメラを用いて実験を行う．撮影条件は，フレームレートが 500fps で，シャッタースピードが 1/10000s で撮影を行う．ハサミの形状は，4 種類使用する．Fig.2.1～2.5 にハサミ部の詳細図を示す．ハサミの名前をそれぞれ Type1～Type4 とした．Fig.2.6 と Fig.2.7 に Type1 と Type3 のハサミ閉鎖時の上下ハサミの断面図を示す．

撮影画像により，ハサミの周方向速度と角速度を時間差分から算出する．また，インクを用いてハサミ閉鎖時に生じる水流ジェットの発生方向および流速を観察する．さらに，PIV 解析により，ハサミ閉鎖直後に形成される水流構造を解析する．

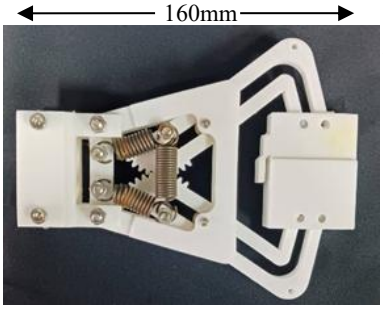


Fig.1　Robot hand used in experiment



(a) Upper scissors shape　(b) Lower scissors shape cross section

Fig. 2.1 Type 1 scissors shape



Fig.2.2 Upper scissors shape (Type2)



Fig.2.3 Upper scissors shape (Type3)



Fig.2.4 Upper scissors shape (Type4)



Fig.2.5 Lower scissors shape cross section (Type 2 to Type 4 common shape)

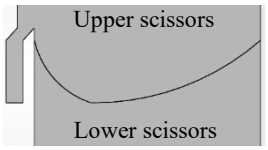


Fig.2.6 Cross-section of scissors when closed (Type 1)

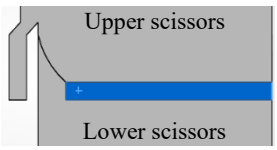


Fig.2.7 Cross-section of scissors when closed (Type 3)

3．実験・結果

3.1.　ハサミの速度測定

ハサミの閉鎖動作を定量的に評価するために，ハサミ先端における周方向速度および角速度の測定を行った．撮影した連続画像間における角速度変化量$\Delta\theta$を時間間隔Δtで除することで角速度ωを求めた．また，回転半径rと角速度ωの積により，ハサミ先端の週方向速度を算出した．Fig.3.1.1 に角速度に対するハサミ先端の鉛直方向の位置関係を表したものを示す．

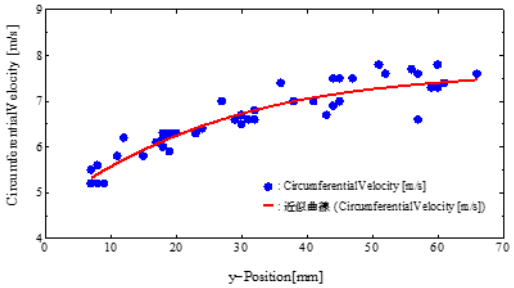


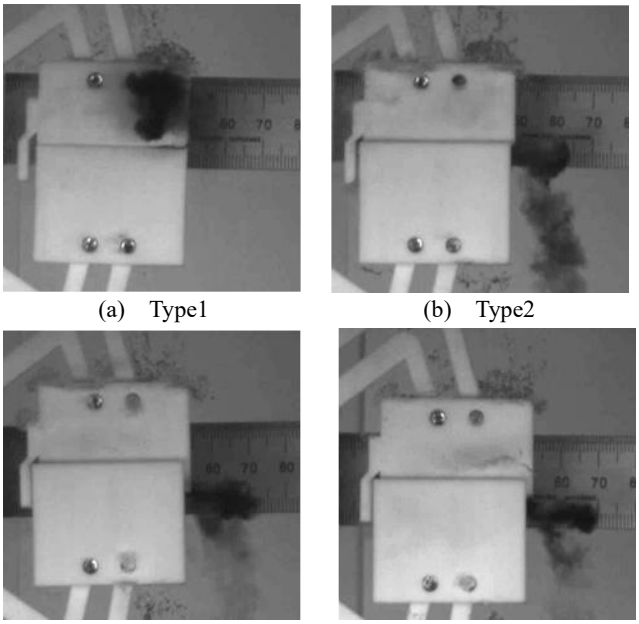
Fig. 3.1.1 Relationship between scissors tip position and angular velocity

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測定の結果，最大角速度は101[rad/s]であり，最大周方向速度は7.8[m/s]であった．

3.2. 水流ジェットの観察

ハサミ内部の構造の変化による，ハサミ閉鎖時の水流ジェットの観察を，インクを用いて可視化を行った．Fig.3.2 の(a),(b),(c),(d)に各 Type のハサミの閉鎖直後のハサミ内部から放出されたジェットの様子の撮影画像を示す．



(a) Type1　(b) Type2

(c) Type3　(d) Type4

Fig.3.2 Jet condition immediately after the scissors are closed

Type1 は Fig.3.2.(a)に示すように，ハサミの先端から鉛直上方向へジェットが放出されていることが確認できる．Type2 は Fig.3.2.(b)に示すように，閉鎖直後にハサミ先端からハサミ前方にジェットが生成されている．ジェットはハサミ先端から15mmの地点まで到達している．同様に Type3 と Type4 は Fig.3.2.(c),(d)に示すように，ハサミ前方にジェットが放出されていることが確認できる．この時の，到達位置は，約 18mm と 20mm であった．

3.3. PIV による流れの可視化

本研究では，インクによる可視化の結果を踏まえて，PIV を用いてハサミの閉鎖によって生じる流れを調べた．Fig.3.3.1 に Type1 のハサミ閉鎖後 12ms の流れを示す．ハサミ先端から鉛直上方向に渦構造が確認された．

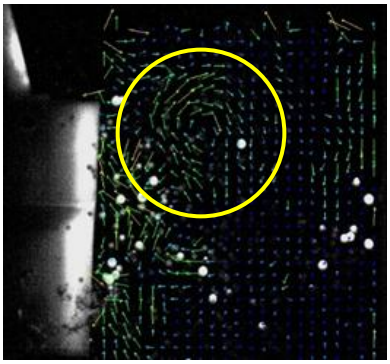


Fig.3.3.1 Flow pattern 12 ms after closure (Type 1)

Fig.3.3.2 に Type2 の PIV 解析画像を示す．これは，閉鎖後20ms の流れの様子になる．Fig.3.3.2 に示すように，ハサミ前方に渦構造が発生していた．

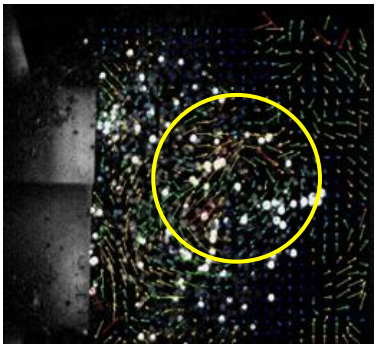


Fig.3.3.2 Flow pattern 20 ms after closure (Type 2)

同様に，Type3 および Type4 においても，PIV 解析を行った．これらの結果は，Type2 と同様にハサミ前方に渦構造が確認された． これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

4. 結論

ハサミの速度測定について，上部ハサミの先端速度は7.8[m/s]であった．実験で使用したハサミは，上下のハサミが稼働している．そのため，相対的な速度は，15.6[m/s]となる． ここで，実際のテッポウエビは，ハサミ閉鎖時には先端速度は約27[m/s]～30[m/s]と報告されている．[2][3]これと比較すると，約半分に相当する速度となることが実験で確認された．

インクを用いたジェットの可視化の実験では，Type2，Type3，Type4 について，前方にジェットを生成することが確認された．また， ジェット到達距離が変化する傾向が確認された．特に，Type3 および Type4 では，最大到達距離が約 40～43[mm]となった．これは，内部構造や開口形状の違いがジェット形成に強く影響していると考えられる．

PIV の解析結果では，インクでの実験を踏まえて，ジェットの流れの観察を行った．この実験では，Type2～Type4 で前方に渦構造が観察された．これにより，生成されたジェットは，渦構造を有して，放出することが分かった．

実験で得られた流れおよびジェット特性は，実際のテッポウエビと比較すると速度の面では差はあるものの，ハサミ閉鎖によるジェット形成や渦構造の生成という基本的な流体挙動を再現できていると考えられる．

参考文献

[1] Detlef Lohse, Barbara Schmitz, Michel Versluis, ” Snapping shrimp make flashing bubbles,” Nature 413, 477-478, 2001
[2] Kiichi Tajima, Keisuke Yagi and Yoshikazu Mori, ” Development of an impulsive motion generator inspired by cocking slip joint of snapping shrimp,” Bioinspiration & Biomimetics, Volume 18, Number 6, 066002, 2023
[3] Kathryn Knight, ” Even the tiniest snapping shrimp claws make cracking pistol pops,” Journal of Experimental Biology, Volume 226, issue 4, jeb245565, 2023

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

低圧力条件下におけるうねりを有する表面の接触熱抵抗に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Contact Thermal Resistance of Wavy Surfaces under Low Pressure Conditions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮部　琉成（茨城大・工）　　垣内　幸太（茨城大・工）　　松村　邦仁（茨城大・工）
Ryusei MIYABE, Ibaraki University
Kouta KAKIUCHI Ibaraki University
Kunihito MATSUMURA Ibaraki University
E-mail: 22t1119r@vc.ibaraki.ac.jp

In structures that transfer heat through solid contact interfaces, contact thermal resistance becomes a primary uncertainty factor in thermal design. Particularly under low contact pressure conditions, the lack of true contact area due to roughness, coupled with the pronounced uneven distribution of contact caused by undulation, may reduce the applicability of existing models that use roughness alone as input. The objective of this study is to experimentally quantify contact thermal resistance in the low contact pressure region using the steady-state heat flux method. After clarifying the effects of both roughness and undulation, we compare and evaluate the prediction accuracy and applicability range of the Tachibana-Sano River model and the Tomimura model. The Tachibana-Sano model primarily models heat transfer in actual contact and void regions based on roughness and material properties, whereas the Tomimura model incorporates the influence of undulation components through parameters such as the representative void thickness.

1.初めに

固体接触界面を介して熱を伝達する構造では,接触熱抵抗が熱設計上の主要な不確かさ要因となる.とくに低面圧条件では,粗さに起因する真実接触面の不足に加え,うねりによる接触の偏在が顕著に表れ,粗さのみを入力とする既存モデルの適用性が低下する可能性がある.本研究の目的は,低面圧域における接触熱抵抗を定常熱流法により実験的に定量化し,粗さに加えてうねりの影響を整理したうえで,橘・佐野川式[1]と富村式[2]の予測精度および適用範囲を比較評価することである.なお,橘・佐野川式は主として粗さと材料物性から実接触部と空隙部の熱伝達をモデル化するのに対し,富村式は空隙の代表厚さなどを通じてうねり成分の影響を取り込む点に特徴がある.

2.実験方法

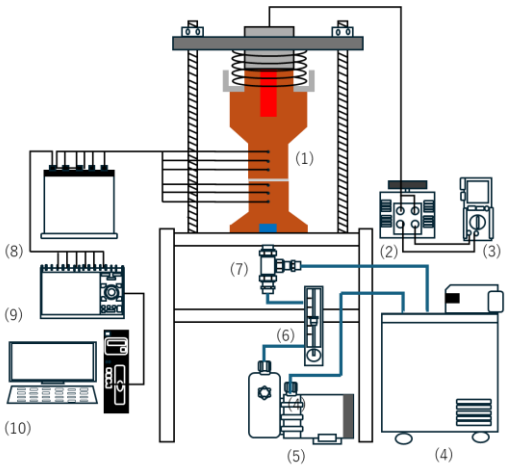


Fig.1- Overall view of the experimental equipment

本実験で使用した実験装置の全体構成を Fig.1 に示す.装置は,試験片を挟み込んだ試験部を加圧し,試験部上下に形成される温度勾配を熱電対により測定することで接触熱抵抗を評価する構成である.

実験装置は試験部,加熱系,冷却系,加圧系,計測・記録系に大別される.試験部(1)は評価対象となる接触界面を含み,接触熱抵抗の算出に直接影響するため最も重要な部分である.加熱系はスライダック(2)によりヒータ出力を調整し,マルチメータ(3)によりヒータへの入力を測定することで加熱条件を管理する.冷却系は恒温槽(4)により冷却水温度を制御し,ポンプ(5)により冷却水を循環させる.流量は流量計(6)により測定・調整し,配管は T 字継手(7)を用いてロッド部の循環が安定するよう構成した.計測・記録系は,氷点を基準温度とするためのアイスボックス(8),温度データを記録するデータロガー(9),および記録データを受信・保存する PC(10)からなる.

本研究での評価対象となる試験片は Cu(C1020),Al(A5052),SUS(SUS304)であり,それぞれの材料特性は以下の表に記載した.

Table1-Test piece physical properties

	熱伝導率(k:W/mK)	硬さ(Hv)	縦弾性係数(E:Gpa)	ポアソン比
C1020	391	115	118	0.33
A5052	140	68	68	0.33
SUS304	16.7	187	193	0.29

これらの試験片を無酸素銅ロッドで挟み込み,面圧 0.1–0.6 MPa の範囲で定常状態を形成し,接触熱抵抗をロッド間の温度差と試験片に流れる熱量から算出した.また,本研究では全体の熱抵抗から試験片のバルク熱抵抗を引きさらに 2 で割った値を本研究の片面の接触熱抵抗として算出した.

本研究では表面形状測定に AMETEK 社製 ZeGage Pro を用いた.試験片は直径 20 mm, 高さ 3 mm の円柱形である.測定は試験片表面の一辺 10 mm の正方領域（10 mm×10 mm）を対象として実施した.直径 20 mm に対して 10 mm 角は部分領域であるが, 接触界面の代表領域として同一条件で測定し, 以降の評価に用いた.

なお, 本研究では装置出力のうち, 面領域算術平均高さ Sa, 二乗平均平方根高さ Sq, 最大高さ Sz を参照した.なお,表面は

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

#400 および#2000 のサンドペーパーでの研磨により調整し,表面形状計測 Fig.2 から粗さ指標に加えて粗さより長い波長成分を表すうねりを導入した.

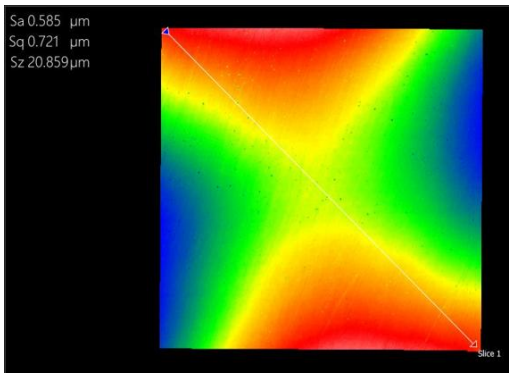


Fig.2-2D surface maps of sample polished #2000

本研究では実験条件を以下のように設定した.

Tbele2- Experimental conditions

パラメータ		条件
接触面圧力(P:MPa)		0.097~0.597
ヒータ出力(Q:W)		67
冷却水流量(L:l/min)		4
冷却水温度(°C)		20
データロガー	サンプリング周期	1/s
	サンプリング点数	10800点
試験片	材質	C1020
		A5052
		SUS304
	表面加工法	サンドペーパー#2000
		サンドペーパー#400

3.結果とモデル比較

Cu 試験片の結果 Fig.3 では,粗い表面ほど接触熱抵抗が大きく,面圧の増加に伴い単調に低下した.低面圧側では富村式が実測に近い条件が見られ,面圧増加に伴って両モデルの予測が接近したことから,支配因子がうねりから粗さへ相対的に移行する可能性が示唆された.さらに,#2000 での高圧力帯ではうねりを使用していない橘・佐野川式との差が著しく減少しているが,#400 での高圧力帯での実測値と橘佐野川式との差が#2000 ほど小さくなっていないことから,圧力による支配因子がうねりから表面粗さに変化する過程は表面粗さ・うねりによって異なることが考えられる.

また,どの圧力帯においても#2000 による表面研磨の接触熱抵抗を#400 の表面研磨の接触熱抵抗の値が下回ることがなく,表面粗さ・うねりによる接触熱抵抗の重要な部分を占めていると考えられる.

#2000 研磨による材料比較 Fig.4 では,SUS304 は Cu および Al より接触熱抵抗が大きく,面圧増加に対する低下幅も小さかった.これは熱伝導率が低いことに加え,硬さの差により真実接触面の増加が抑制され,うねりの影響が相対的に残存した可能性がある.

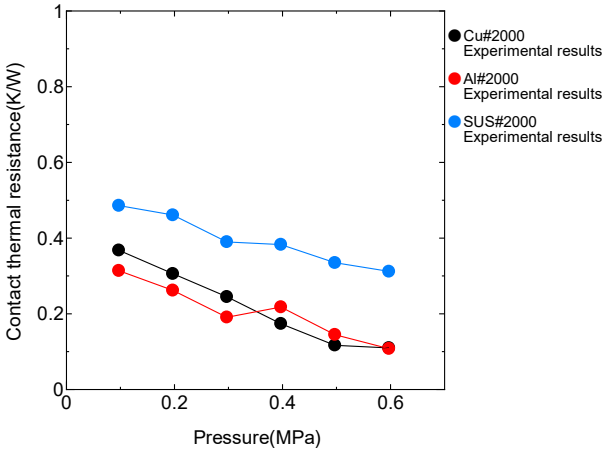


Fig3. Cu Roughness comparison: Contact thermal resistance

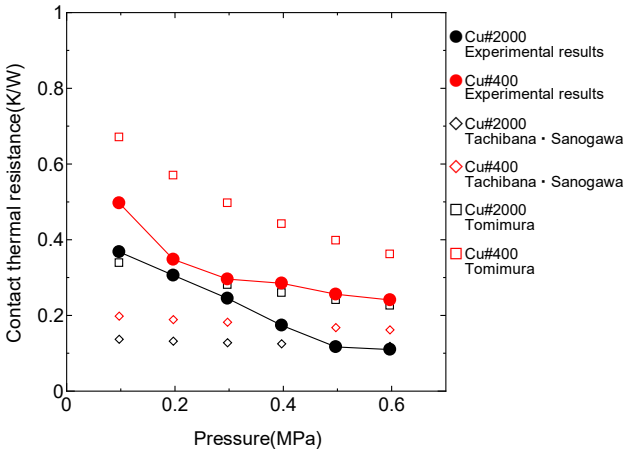


Fig4 #2000 Material comparison: Contact thermal resistance

4.まとめ

本研究の範囲では,面圧が小さい条件では,表面粗さだけでは接触熱抵抗の差を十分に説明できなかったが,表面のうねりのために接触が一部に集中し,熱が通りにくくなる可能性が示された.したがって低面圧条件の熱設計では,研磨による粗さ低減に加え,平面度の確保が重要である.

参考文献

[1] 佐野川 好母「金属接触面における伝熱に関する研究(第4 報)—接触熱抵抗の近似計算法—」, 日本機械学会論文集, B 編, 第 33 巻, 第 258 号, p1126~1133, 1967.

[2]Toshio Tomimura,Yasuo Takahashi, Tae Wan Do, Kensei Shigyo and Yasushi Koito,Simple evaluation method for temperature drop at contact interface between rough surfaces under low contact pressure conditions,
IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol.61, 012040, pp.1–11, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力波に励起された周方向ひずみによるパイプラインの非破壊・非接触漏水検出（シンポジウム講演概要）

Non-Destructive and Non-Contact Detection of Leak Phenomena in Pipeline based on Water Hammer-Induced Hoop Strain (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙橋　悠斗（新潟大院・自）　　萩原　大生（山口大院・創）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Yuto TAKAHASHI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Taiki HAGIWARA, Graduate School of Science and Technology for Innovation, Yamaguchi University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: a21n094k@gmail.com

In this study, pipe deformation associated with water hammer was measured in a model pipeline using the digital image correlation (DIC) method. Hoop strain corresponding to the internal water hammer pressure is calculated by DIC method. An increase in the damping rate due to leakage is observed in both the pressure and hoop strain signals, and the increase in the damping rate became smaller as the leakage occurred farther from the valve. These results suggest that the DIC method has the potential to detect leakage induced energy loss in the pipeline by non-contact measurements.

１．はじめに

上水道や農業灌漑のパイプラインは，耐用年数の超過に伴い突発事故が増加傾向にある．社会インフラとしてのパイプラインの多くは地中に埋設されているため，漏水の発生を直ちに知ることは困難であり，地表面の陥没などによって顕在化することが多い．漏水の規模が小さい段階で漏水箇所を特定する方法の開発が急務となっている．既往の研究 [1]では，水撃圧に伴う管材変形の漏水による減衰をひずみ計測により計測し，評価を試みている．本研究では，水撃圧に伴う管材変形に対してデジタル画像相関法(以下，DIC 法）による 3 次元画像解析を行い，漏水に起因する管内のエネルギ損失の非破壊検出を試みる．

２．実験および解析方法

本研究では，パイプライン内に発生させた水撃圧の漏水による減衰をモデルパイプライン実験により評価した．モデルパイプラインは，内径 100.8 mm，管厚 6.6 mm，管長 2.0 m の硬質塩化ビニル管をボルトつなぎ合わせることで構築した．全長約 65 m，高低差約 7.8 m であり，上流端に水槽，下流端にバルブを設置した．水槽水位 1.0 m 低下時にバルブを急閉塞させ，管内に水撃圧を発生させた．水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測した． DIC 法はバルブより約 24.5 m 上流地点に画像解析面を作成し，2 台の CCD カメラを用いて計測を実施した．画像解析面の大きさは 60 mm×60 mm とした．水圧計測を画像解析面より 2.0 m 下流地点の管体上部に小型圧力センサ（HTV-300KP，センシズ社）を設置することで実施した．DIC 法の計測間隔を 50 Hz，水圧計の計測間隔を 1000 Hz に設定した．実験ケースを漏水なし（Case 1），バルブから約 1.5 m 地点で漏水あり（Case 2），約 16.5 m で漏水あり（Case 3），約 20.5 m 地点で漏水あり（Case 4），約 41.1 m 地点で漏水あり（Case 5）および約 60.0 m 地点で漏水あり（Case 6）の 6 ケース実施した．

DIC 法の解析には Vic 3D（Correlated Solutions 社製）を用いて，周方向ひずみの算出を行った．パイプラインを両端自由の薄肉円筒と仮定し，水圧変動に伴う周方向ひずみの理論値の算出に次式を用いた．

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E_p}\frac{Rp}{e}, \tag{1}$$

ここで，ε_θ：周方向ひずみ，E_p：縦弾性係数（N/m^2），R：内半径（m），p：内水圧（Pa），e：管厚（m）である．水撃圧の伝播速度を次式より算出し，水撃圧の周波数の理論値を算出した．

$$a=\sqrt{\frac{1}{\frac{\gamma}{g}\left(\frac{1}{E_w}+\frac{2R}{eE_p}\right)}}, \tag{2}$$

ここで，a：圧力伝播速度（m/s），γ：水の単位体積重量（N/m^3），g：重力加速度（m/s^2），E_w：水の体積弾性係数（N/m^2）である．水圧データおよび DIC 法により計測された周方向ひずみに対して，時系列データを振幅スペクトルに変換し，周波数成分を求めた．変換方法は高速フーリエ変換（以下，FFT と記す）である．FFT 結果において確認された振幅スペクトルのピークをバンドパスフィルターにより抽出し，以下の式を用いることで水撃圧の減衰特性を評価した．

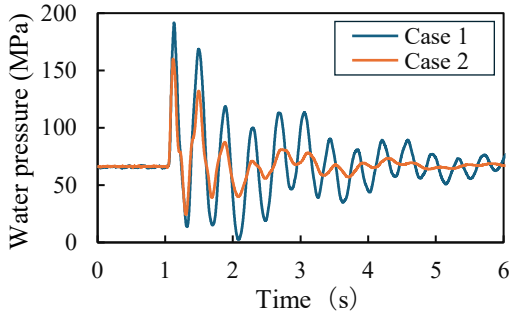
$$p(t)=\alpha e^{-\sigma t}, \tag{3}$$

ここで，p：水圧（kPa），α：初期振幅，σ：減衰率である．

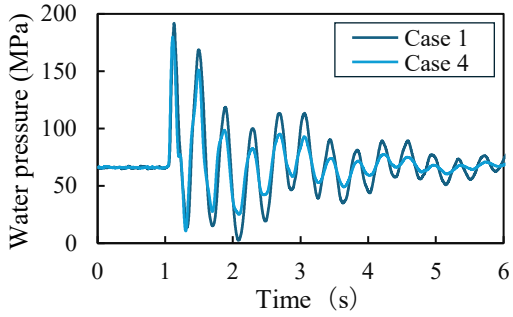
３．結果および考察

バルブから約 22.5 m 上流で計測した水圧データにおける，水撃圧発生時の時系列グラフを Fig. 1 に示す．漏水の有無での比較により，漏水による水撃圧の減衰が大きくなることが確認された．バルブ付近で漏水を発生させた Case 2 では水撃圧の減衰が大きかったのに対し，バルブから約 60.0 m 地点で漏水を発生させた Case 6 では水撃圧の減衰が Case 1 と同程度となった．水撃圧発生時の周方向ひずみの時系列グラフを Fig. 2 に示す．水撃圧発生に伴う管材変形が DIC 法によって捉えられていることが確認された．各計測地点の水圧および DIC 法により計測された周方向ひずみの FFT 結果より，2 m（単管）に起因する固有振動数および水撃圧の伝播速度の理論式より算出された水撃圧の周波数付近において振幅スペクトルのピークが確認された．このうち，水撃圧の周波数付近のピークをバンドパスフィルタにより抽出し，式 (2) を用いることで水撃圧の 1 次成分の減衰率の算出を試みた．各水圧計における水撃圧の 1 次成分の減衰率を Fig. 3 に示す．すべての計測地点において，漏水により水撃圧の減衰率が増加していることが確認された．水撃圧発生地点であるバルブから漏水地点までの距離が遠いほど水撃圧の減衰は小さいという結果であった．高

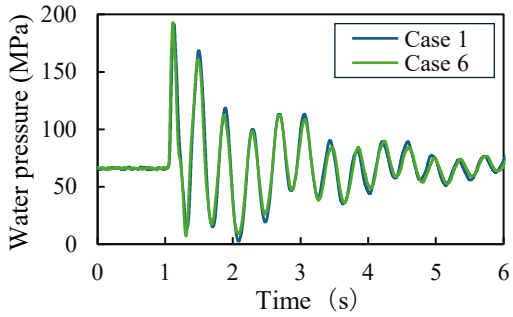
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 1 Time-series of water pressure during water hammer transient.

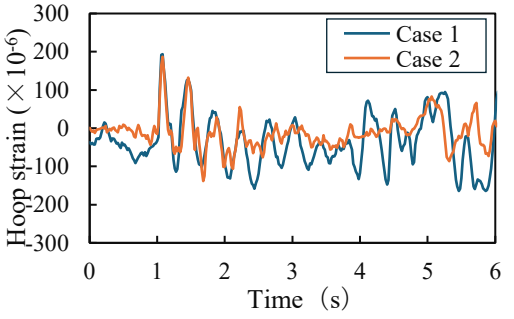
低差がほぼない水圧計 1 から 5 の減衰率は同程度であったが，水圧計 7 で計測した減衰率は値がケースによりばらついていることが確認された．周方向ひずみの減衰率も同様に，漏水による減衰率の増加が確認され，バルブからの距離が遠いほど減衰が小さいという結果となった．以上より，水撃圧に伴う管材変形の非接触計測によりパイプラインの漏水を管外面から評価できる可能性が示唆された．

4．おわりに

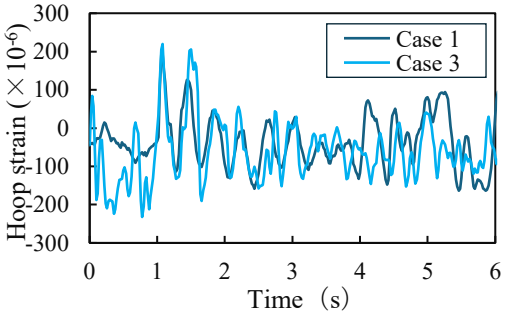
本研究では，モデルパイプラインにおいて水撃圧に伴う管材変形を DIC 法により計測・解析した．水撃圧に伴う周方向ひずみ変動が DIC 法によって捉えられていることが確認された．漏水による水撃圧の減衰率の増加が水圧および周方向ひずみの両方において確認され，漏水が水撃圧発生地点から遠くで発生しているほど減衰率の増加が小さいことが確認された．以上より，DIC 法により漏水による管内のエネルギ損失を非接触で検出できる可能性が示唆された．

謝辞

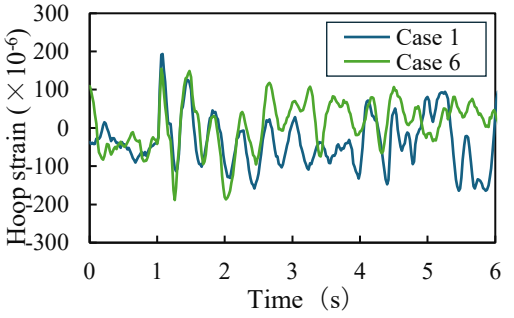
本研究の一部は、農林水産省「令和８年度戦略的農林水産研究推進事業（委託プロジェクト研究） 老朽化する農業水利施設の健全性に対する不可視な影響要因等の監視技術の開発」の補助を受け実施した．ここに記して感謝申し上げる．



(a) Case 1 (Non-leakage)



(b) Case 3 (Leakage 22.6 m away from the valve)



(c) Case 6 (Leakage m away from the valve)

Fig. 2 Time-series of pipe hoop strain during water hammer transient.

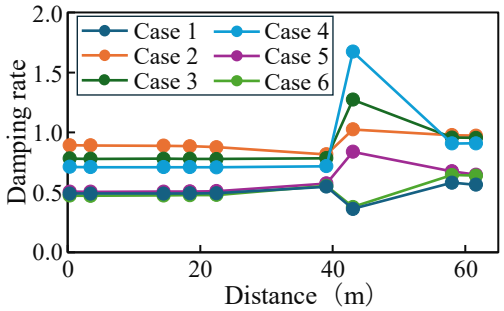


Fig. 3 Damping rate of the first component of water hammer pressure at each water pressure sensor.

参考文献

1) T. Hagiwara, Y. Asada, T. Toma, K. Kurasawa and T. Suzuki: Non-contact detection of leak-derived energy loss for an in-service pipeline system using digital image correlation, *Nondestructive Testing and Evaluation*, pp. 1-22, 2025.

2) 髙橋悠斗，坪田到馬，萩原大生，鈴木哲也：水撃圧の減衰に着目したひずみ計測によるポンプ圧送式パイプラインの漏水の非破壊検出，土木学会論文集（応用力学），82 巻 15 号，25-15035，2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (3)

座長:内田 龍彦(広島大学)

15:00 ~ 15:15

[11010] 二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

*梶川 勇樹[1]、越智 丈喜[1]、北出 将大[1]、黒岩 正光[1] (1. 鳥取大学)

15:15 ~ 15:30

[11011] 水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*山口 拓磨[1]、張 浩[1]、松村 政秀[1]、Yan Wang[1] (1. 熊本大学)

15:30 ~ 15:45

[11012] 橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオPIVによる計測ー下降流に着目してー（シンポジウム講演概要）

*溝口 敦子[1,2]、小松 洸太郎[1] (1. 名城大学、2. 東北大学災害科学国際研究所)

15:45 ~ 16:00

[11013] 渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

*中山 雄行[1] (1. 愛知工業大学)

16:00 ~ 16:15

[11014] 空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

*舩津 賢人[1]、荻野 智也[1]、市橋 智志[1]、大谷 清伸[2]、澁澤 健二[3] (1. 群馬大学、2. 東北大学、3. 茨城高専)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二方向規則波浪場に置かれた円柱周辺の底面流況に関する水理模型実験とその数値解析（シンポジウム講演概要）

Hydraulic Experiment on Near-Bottom Flow Around a Cylinder Placed in a Bidirectional Regular Wave Field and Its Numerical Simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶川　勇樹（鳥取大・工）　　越智　丈喜（鳥取大・院）
北出　将大（鳥取大・院）　　黒岩　正光（鳥取大・工）
Yuki KAJIKAWA, Tottori University
Takeyuki OCHI, Tottori University
Masahiro KITADE, Tottori University
Masamitsu KUROIWA, Tottori University
E-mail: kajikawa@tottori-u.ac.jp

In this study, the authors aimed to clarify the near-bottom flow conditions around a circular cylinder in a bidirectional regular wave field, and conducted hydraulic experiments and its numerical simulations using a three-dimensional flow model. It demonstrated that in the bidirectional waves, the flow direction away from the cylinder is more pronounced than in unidirectional waves. Furthermore, while the three-dimensional analysis was able to reproduce the general flow conditions, challenges remained in accurately reproducing the cross-flow velocity.

１．はじめに

着床式洋上風力発電施設の基部では，波や流れの影響により局所洗掘現象が発生する．施設保護のためにも洗掘対策を実施する必要があるが，その前提として洗掘予測が極めて重要となる．従来，波のみ，あるいは波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘を対象とした研究は数多く行われてきた [1]．しかしながら，従来の研究は直線水路において一方向のみの波あるいは波・流れを対象としたものであり，実海域のような多方向からの入射・流入を想定した研究は行われていない．多方向波浪場における円柱に作用する流体力に関する研究は数多く行われているものの，局所洗掘に係る円柱周りの流況や地形変化に関する研究は行われていないのが現状である．

そこで本研究では，多方向波・流れ共存場における円柱周りの局所洗掘現象の解明と予測を最終目標とし，まず二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況の解明を目的として，固定床水理模型実験と三次元数値解析を行った．

２．水理模型実験の概要

本研究では Fig. 1 (left)に示す多方向造波水槽を使用した．造波装置はピストン方式であり，15 枚の造波板を時系列で位置を制御することにより多様な波を造波できる．静水深を 0.30 m とし，直径 0.15 m の円柱を二方向規則波浪場内で合成波高が最大となる位置に設置した．円柱設置位置から造波装置に対して平行移動し，同じく合成波高が最大となる位置に波高計を設置した．Fig. 1 (right)に示す点において，底面から 0.025 m 上の水平方向流速を電磁流速計により計測した．各点において波高および流速を 50 Hz で 30 秒間計測し，計測データを波の周期毎に時間平均した．実験条件を Table 1 に示す．本研究では二方向規則波だけでなく，比較のため一方向規則波の実験も行った．

３．実験結果と考察

実験結果として Fig. 2 に 1 周期分の波形（実線）を，Fig. 3 に Fig. 2 中に示される時間 $t = 0.1$ s での底面流速ベクトルをそれぞれ示す．Fig. 3 はちょうど円柱設置位置を波の峰が通過している時の状況に相当する．

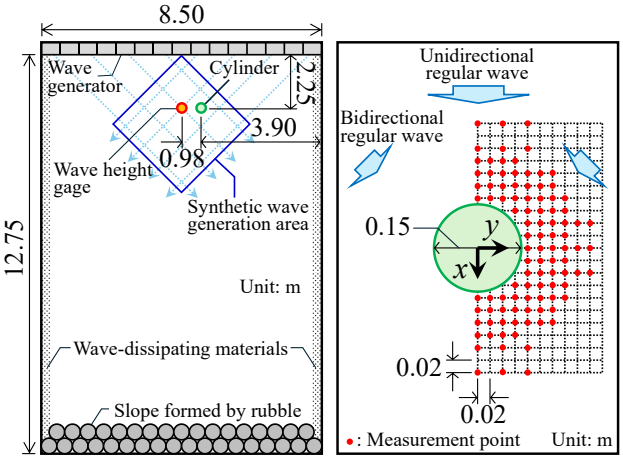


Fig. 1　Experimental wave basin (left) and flow velocity measurement points (right).

Table 1　Experimental conditions

	Water depth h_0 (m)	Wave height H (m)	Synthetic wave height H_s (m)	Wave period T (s)	Wavelength L (m)
Unidirectional regular wave	0.30	0.073	—	1.0	1.40
Bidirectional regular wave		0.052	0.103		1.38

Fig. 2 の二方向波を見ると，合成波高が計測されているため一方向波より波高が大きい．Fig. 3 を見ると，波高が異なるため流速値の比較は難しいものの，円柱前面から側面にかけて，二方向波は一方向波よりも外向き（y 軸プラス方向）の流れが強く表れている．これは，谷通過時も同様に見られた．このような流れが表れた原因は，円柱に対して波が斜め入射してきたことにある．この結果は移動床を想定した場合，洗掘に伴う流送土砂が，二方向波では一方向波に比べて円柱からより遠方へ輸送されることを示している．即ち，実海域のような多方向波浪場における円柱

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

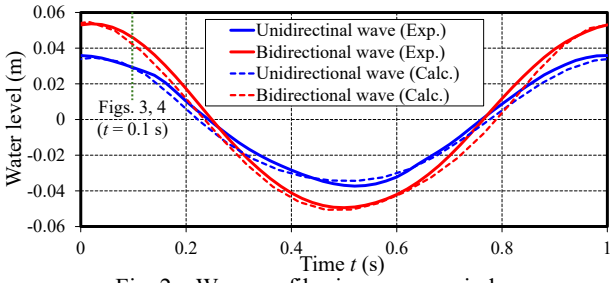


Fig. 2　Wave profiles in a wave period.

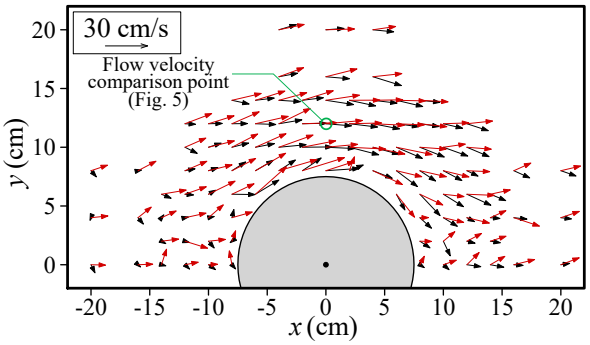


Fig. 3　Near-bottom velocity vectors in the experiments at t = 0.1 s. (black: unidirectional wave, red: bidirectional wave)

周りの局所洗掘では，洗掘孔の範囲が一方向波での予測範囲よりも大きくなる可能性を示している．事実，実海域での円柱周りの洗掘観測では，水中安息角よりもかなり緩い勾配で広範な洗掘孔が確認されている [2]．高精度な洗掘予測には，多方向波浪を考慮する必要があると考えられる．

4．三次元モデルによる実験流況の再現解析

著者ら [1]の数値モデルにより，実験の再現解析を行った．基礎方程式には FAVOR 法を導入した三次元 RANS を使用し，渦動粘性係数の評価には RNG k-ε モデルを採用した．Fig. 1 (left)中に示す合成波作成可能範囲を対象に，水平および鉛直方向格子幅をそれぞれ 0.015 m，0.005 m として解析を行った．Fig. 2 に実験と解析（破線）による波形の比較を，Fig. 4 に二方向波での底面流速ベクトル (t = 0.1 s) の比較を，Fig. 5 に Figs. 3-4 中に示される円柱側面での(a) x 軸方向底面流速 u_b および(b) y 軸方向底面流速 v_b の比較をそれぞれ示す．

Fig. 2 より，解析結果は両波とも概ね実験波形と一致しているものの，二方向波での差が若干大きい．Fig. 4 より，解析による二方向波は，円柱前面から側面にかけての y 軸プラス方向の流れおよび全体的な流況について実験結果を再現できている．Fig. 5 の流速比較を見ると，(a)の u_b では一方向波および二方向波とも解析は実験結果を再現できている．特に一方向波については Fig. 2 の波形に続き，解析結果は実験値と良好に一致している．一方，(b)の v_b については差が表れた．一方向波については，実験において正負流速値の変動が表れているものの，解析結果は概ね実験結果と一致している．しかしながら，二方向波について，実験ではほぼ正の流速値となっているものの，解析では円柱位置を波の谷から峰が通過していく際 (t = 0.5～1.0 s) に負の流速値が表れている．この間，実験においても流速値が低下しており，解析はそれを表しているものと考えられるが，低下量が大きい．数値モデルにおける乱流モデル等の影響も考えられるが，Fig. 2 に示される若干の波形の不一致が大きな原因と考えており，今後の課題である．

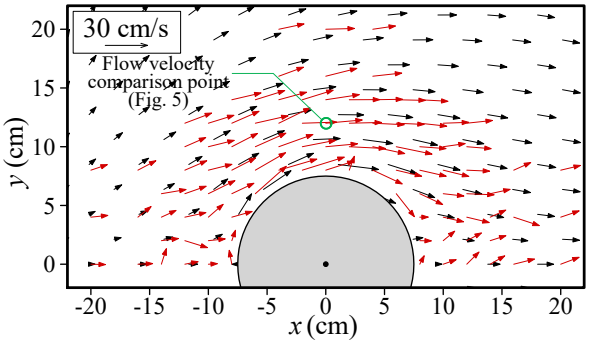


Fig. 4　Comparison of near-bottom velocity vectors of bidirectional wave at t = 0.1 s. (black: calc., red: exp.)

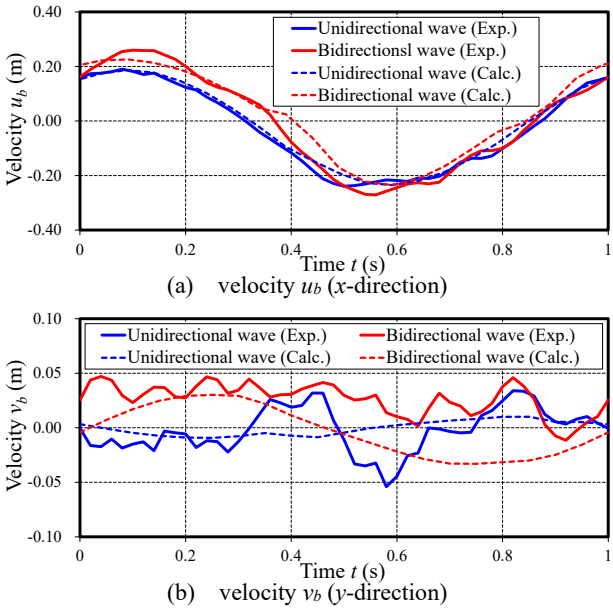


Fig. 5　Comparisons of near-bed flow velocities at the side of a cylinder in a wave period.

5．おわりに

本研究では，二方向規則波浪場における円柱周りの底面流況を解明するため，水理模型実験と三次元モデルによる再現解析を行った．その結果，二方向波では一方向波に比べて円柱から遠ざかる流向が強く表れること，三次元解析により概ねの流況は再現できるものの，横断流速についてはその再現性に課題が残ることを示した．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 24K07683 の助成を受けたものです．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) 梶川勇樹，本田未依奈，原知聡，馬込伸哉，武田将英，黒岩正光：波・流れ共存場における円柱周辺の地形変化に関する大型実験の三次元解析と高速化の検討，土木学会論文集特集号(海岸工学)，80 巻，17 号，24-17192，2024.
2) 原知聡，栗原明夫，武田将英，馬込伸哉，柴田雄也，倉原義之介，間瀬肇，石川和之：実海域における没水した直立円柱周りの局所洗掘に関する現地観測，土木学会論文集特集号(海洋開発)，81 巻，18 号，25-18061，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study on Flow Structure around a Submerged Bridge (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山口　拓磨（熊本大）　　張　浩（熊本大）　　松村　政秀（熊本大）　　Yan WANG（熊本大）
Takuma YAMAGUCHI, Faculty of Engineering, Kumamoto University
Hiroshi CHO, Faculty of Advanced Science and Technology, Kumamoto University
Masahide MATSUMURA, Center for Water Cycle, Marine Environment and Disaster Management, Kumamoto University
Yan WANG, Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University
E-mail: bn.taku.07@gmail.com

Frequent floods exceeding the design level have caused severe damage to river-crossing bridges. This study conducted hydraulic model experiments to clarify the flow structure around submerged bridges and to quantitatively evaluate the effects of railing presence and overtopping depth on the surrounding flow. Analyses of water surface profile, time-averaged velocity and Reynolds stress demonstrate that overtopping depth and ancillary structures significantly influence the hydraulic characteristics.

１．はじめに

橋梁などの河川横断構造物の設計においては，計画出水を対象としているため，超過洪水に対する防災力が通常考慮されていない．一方，極端な気象の増加に伴い，計画規模を上回る洪水により，毎年のように橋梁上部構造や河道内の橋脚の流出被害が発生するだけでなく，周辺地域への洪水，土砂，流木災害も後を絶たない．実際，令和２年７月の豪雨では，熊本県球磨川水系において多数の橋梁が流失し，周辺地域も含めて大きな被害が生じた．このような災害の防止と軽減において，超過洪水によって橋桁まで橋梁が水没した場合の流れ構造の解明は喫緊の課題である．

水没した橋梁は，洪水の流れに大きな障害をもたらし，複雑な流れを生み出す[1)]．大本[2)]により，水位上昇など，橋梁が異常洪水に与える影響について確認されている．また，窪田ら[3)]により，複数橋梁による橋桁・流木抵抗は急激な水位状況につながり，氾濫域の流況変化が家屋被害や人的被害を助長する傾向にあることが示唆されている．一方で，既往研究では洪水や津波による橋梁への被害を最小限に抑える方法が検討され，橋桁が流れに対する障害物となり被害を拡大するメカニズムについてはあまり議論されていない[4)]．本研究では，橋梁周辺の洪水の挙動メカニズムと水害リスクの解明を目指し，欄干の有無と越流水深の違いによる水没した橋梁周辺の流れ構造に着目し，基礎水理実験を実施する．

２．実験概要

本研究は，熊本大学工学部にある全長 14 m，幅 60 cm，深さ 40 cm の可変勾配水路を用いた(Fig. 1)．橋梁模型に関しては長さ 60 cm，幅 9 cm，厚さ 3 cm の木材を用いて作成し，上流端から約 9 m 地点に設置した．実験では，欄干の有無と越流水深の違いに着目した．橋桁のみの場合を CaseA，欄干がある場合を CaseB とし(Fig. 2)，欄干付のケースでは，欄干は幅 1 mm，厚さ 1.5 cm のアルミ棒を固定し，不透過の欄干とした(Fig. 3)．また，越流水深の違いは各ケースにおいて，橋桁のみの場合を基準に初期水位から模型上部まで H_s＝0cm，1.5cm，2.5cm の 3 段階に変化させて計 6 ケースの実験を行った．水路の横断中心部でポイントゲージを用いて水位を,KENEK 社の２軸電磁流速計本体(VM-802H)と L 字型センサー(VMT-200-04PLKU)を用いて流速を測定した．計測範囲に関しては，縦断方向（X 軸）が橋梁上流側 X=-50 cm から下流側 X=50 cm の 1m 区間であり，鉛直方向（Z 軸）は河床から水面まで 0.5 cm 間隔で，サンプリング時間は 20 秒，サンプリング間隔は 0.02 秒である．水理条件を Table 1 に示す．

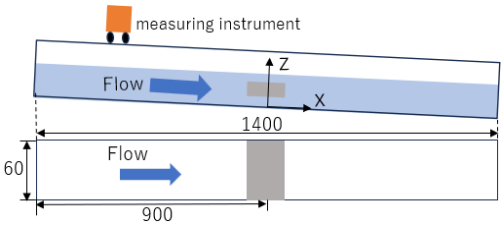
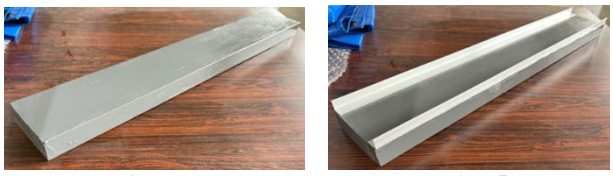


Fig. 1 Experimental water channel (cm)


CaseA　　CaseB
Fig. 2 Bridge model

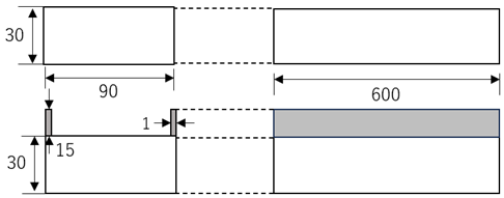


Fig. 3 Bridge model sketch (mm)

Table 1 Hydraulic conditions

流　量　Q (l/s)	26.15
水路勾配　i_0	1/1000
初期水位　h (cm)	9.0
水路幅　B (cm)	60
平均流速　U_0 (cm/s)	48.4
摩擦速度　u_* (cm/s)	2.60
フルード数　Fr	0.52
レイノルズ数　Re	33,396

３．結果および考察

実験データをもとに，水面形状，平均流速および乱れ特性について解析を行った．ここでは，各ケースにおける水面形状，縦断方向流速成分 U のコンター図，鉛直方向流速

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

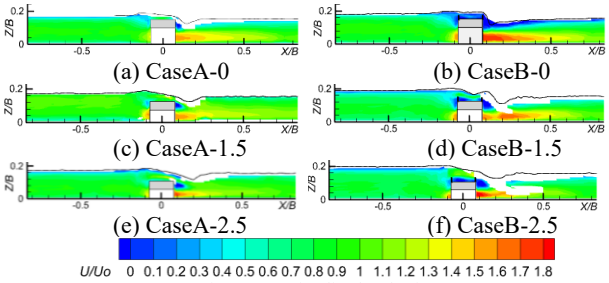


Fig. 4 Longitudinal velocity

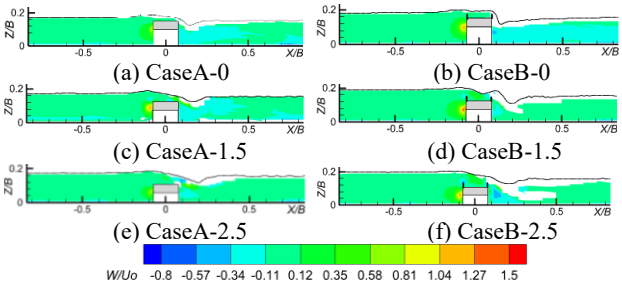


Fig. 5 Vertical velocity

成分 W のコンター図は Fig. 4，Fig. 5 に，上流側と下流側のレイノルズ応力はそれぞれ Fig. 6，Fig. 7 に示す．なお，縦断方向および横断方向の座標は水路幅 B，平均流速の各成分は等流状態における断面平均流速 U_0，レイノルズ応力は底面せん断応力ρu_*^2で無次元化した．

まず，水面形状に関して，橋梁上部の水面形は欄干がない場合では連続的に低下することに対し，また，欄干がある場合では欄干前後で乱れることがわかった．桁模型付近の下流側では橋梁からの下降流により水面が大きく低下し，橋梁から距離が離れると水位は初期水位付近で一定になっていくことがわかった．上流側の水位は CaseB-2.5 では水位が最大の 11.8 cm と初期水位から 31%の水位上昇がみられた．一方，CaseA-0 では上流側の水位が最低で 10.3 cm となり，初期水位から 14%の上昇となった．

次に，平均流速に関して，縦断方向流速はすべてのケースにおいて，堰き止めによって橋梁に向かう流速の低下が，河床付近では縦断方向流速の増加が見られ河床付近の最大流速は CaseA で $U/U_0 \approx 1.4$ 程度に対して，CaseB では $U/U_0 \approx 1.8$ と約 30%近く増大し，より広く加速域が分布する特性を示している．鉛直方向流速は，橋梁近傍で，上流側では上昇流が，下流側では下降流が発生していることがわかった．．$H_s = 0$ cm の場合，流速の最大値が CaseA の 0.38 に対し，CaseB では 1.30 と 242.1%にまで跳ね上がっている．これは，水没直後の浅い越流状態において，不透過欄干が強力な障害物として機能し，接近流の方向をほぼ完全に鉛直方向へ転換させたためと考えられる． $H_s = 1.5$ cm では Case A の 1.30 に対し，CaseB では 1.57 と 20.8%，$H_s = 2.5$ cm では Case A の 0.73 に対し，Case B では 1.27 と 74.0%の増大率となっていて，深い水没条件下でも欄干によって鉛直方向の流速が増大させられていることが分かる．

最後に，レイノルズ応力に関して，上流側の橋梁近傍(X = -6.0 cm)では，各越流水深で橋梁の橋桁底面付近からレイノルズ応力が負の値への絶対値の変化が顕著になる類似した応力分布がみられ，主流が橋梁に衝突したことによって運動量が上層へ運ばれていることが分かる．絶対値は欄干の存在および越流水深の増加によって大きくなることがわかった．また，橋梁から離れた地点(X = -50 cm)での乱れによる運動量輸送の特性は越流水深が大きくなることによって下層へ向かうものから上層へ向かうものへと変化することがわかった．下流側では，ほとんどのケースでレイノルズ応力の大部分は正の値を示しており，運動量が下層に運ばれていることが分かる．橋梁近傍(X = 10 cm)では河床から水深中央に向かって絶対値が大きくなったり，橋梁から離れた地点(X = 50 cm)では値が 0 へ近づいたりと両ケースで類似した分布特性を持っていることがわかった．

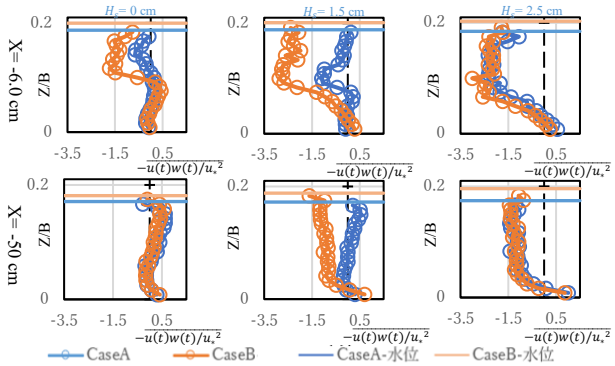


Fig. 6 Distribution of Reynolds stress in the upstream reach

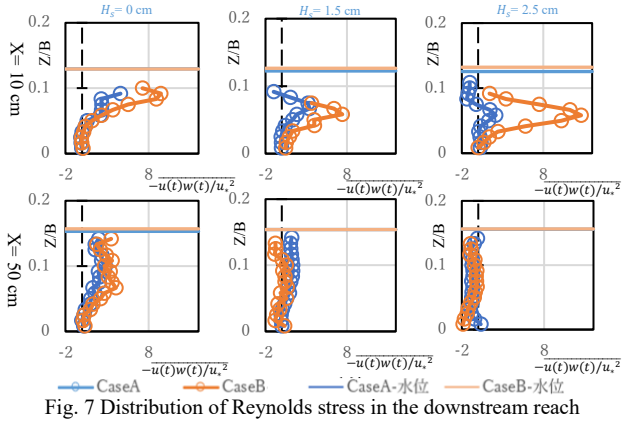


Fig. 7 Distribution of Reynolds stress in the downstream reach

4．結果および考察

本研究では，水没した橋梁周辺の流れ構造に関する基礎水理実験を実施した．実験結果より，欄干の存在や越流水深の増加は災害リスクの増加が多岐にわたって考えられることがわかった．今後，実験ケースを増やし，欄干や越流水深が流れ構造に与える影響について，より詳細に検討する予定である．

謝辞：本研究は JSPS 科研費 24K00971 助成を受けた．

参考文献

1) 張　浩：四万十川流域における沈下橋の防災と維持管理技術の開発に関する研究，河川基金助成事業成果報告書 2016－5211－064，2018.
2) 大本照憲，岩本滉矢，宇根拓孝，平川隆一：令和 2 年 7 月球磨川水害における中州および橋梁が洪水流に与えた影響，木学会論文集 B1(水工学)，Vol.77，No.2，I_445-I_450，2021.
3) 窪田利久，柏田仁，井上隆，二瓶泰雄：三次元河川流・氾濫流一体解析法に基づく令和 2 年球磨川洪水における橋桁抵抗影響評価，木学会論文集，Vol.80，No.16，23-16157，2024.
4) 土木学会地震工学委員会：橋梁の対津波・対洪水設計に関する研究小委員会・活動報告書 2020.11.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚周辺の水位縦断変化および流速構造のステレオ PIV による計測 ～下降流に着目して～（シンポジウム講演概要）

Stereo PIV Measurements of Longitudinal Water-Surface Variations and Flow Structures around a Bridge Pier with Focus on Downflow (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

溝口　敦子（名城大・理工/東北大災害研）　　小松　洸太郎（名城大・理工）
Atsuko MIZOGUCHI, Meijo University/Tohoku University
Kotaro KOMATSU, Meijo University
E-mail: atsu@meijo-u.ac.jp

Bridge piers generate a downflow in front of the pier, which plays an important role in the initiation of local scour. In this study, laboratory experiments were conducted to investigate the relationship between free-surface variations and the downflow structure around a bridge pier under both subcritical and supercritical flow conditions. The flow field around the pier was measured using stereo PIV while the longitudinal water-surface variation upstream of the pier was recorded. The present paper reports these observations as a measurement case focusing on the relationship between longitudinal water-surface variations and the flow structure around a bridge pier.

１．はじめに

橋脚周辺では，橋脚前面に形成される下降流およびそれに伴う馬蹄渦（horseshoe vortex）が，局所洗掘の主要因の一つとして知られている．接近流は橋脚前面で停滞し，圧力上昇とそれに伴う下向き圧力勾配により下降流が発生する．この下降流は床面付近で側方流や上流向きの流れへと偏向し，橋脚基部を取り囲む馬蹄渦系を形成する．これらの流れ構造は橋脚周辺の河床せん断応力を増大させ，橋脚周辺の洗掘孔の形成および発達に大きく寄与することが指摘されている．また，洗掘の進行に伴い，これらの流れ構造も変化することが知られている [1]．しかしながら，橋脚前面に形成される下降流の発生領域や強度，およびそれらの洗掘孔発達に伴う変化は，十分な計測データが蓄積されているとは言えない．例えば洗堀孔の進展による流れの変化は最近ステレオ PIV を用いて計測されている [2]が，水面変化とともに整理された情報はほぼないに等しい．

本研究では近年の橋梁被災のうち橋脚周辺の局所洗掘現象に着目し，周辺河道に関わる水位縦断変化と洗掘孔に関わる橋脚前面の流れ構造を調べた．これまで橋脚前面における下降流の発生位置や鉛直方向の影響範囲について接近流速などの影響が指摘されているものの，自由水面の応答との対応関係や，洗掘の進行に伴う流れ構造の変化については十分に整理されていない．ここではそれらの整理を目指して，まず，橋脚周辺の水位縦断変化と流速構造の関係に着目し，常流および射流条件下における橋脚前面の下降流構造を水路実験により計測することにした．本概要は一計測事例の報告となるが，水面変化と下降流構造を整理し，橋脚周辺流れの特徴について示す．

２．実験方法

（１）実験装置

Fig.1 に示すように，実験は，長さ 10m，幅 0.2m の可変急勾配水路に三河珪砂 3 号および 6 号を張り付けた固定床を敷き橋脚を設置して行った．橋脚模型は小判型の断面で作成し，水路下流端から 3.4m の水路中央に設置した．Fig2 のように LaserSheet を入れ，側面から完全同期した高速度カメラ（カトウ光研製 K5）で撮影した動画を用いてステレオ PIV を実施した．

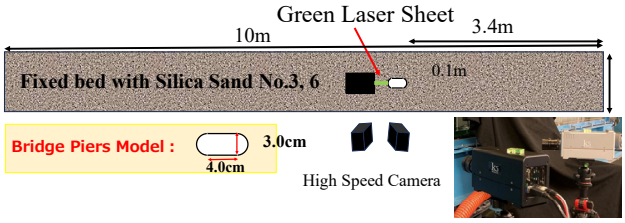


Fig.1 Experimental Set Up

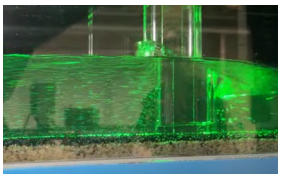


Fig.2 Laser Sheet and Pier Model

Table.1 Hydraulic conditions of the experimental case

			Fixed Bed covered by Silica Sand No.3				Fixed Bed covered by Silica Sand No.6			
Bed Slope	Q(m^3/s)	Case	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v	H_0(m)	U_0(m/s)	Fr	Re=U_0D/v
1/200	0.003	CaseA1	0.036	0.42	0.71	21389.7	0.027	0.55	1.07	32193.8
	0.0055	CaseA2	0.051	0.54	0.77	23037.2	0.041	0.68	1.07	32177.5
	0.008	CaseA3	0.064	0.63	0.79	23726.6	0.052	0.77	1.08	32481.8
1/100	0.003	CaseB1	0.028	0.54	1.05	31374.5	0.022	0.70	1.52	45576.4
	0.0055	CaseB2	0.039	0.70	1.13	34001.9	0.031	0.89	1.61	48195.3
	0.008	CaseB3	0.049	0.82	1.18	35524.1	0.039	1.01	1.63	48880.0
1/50	0.003	CaseC1	0.022	0.67	1.43	42765.9	0.018	0.83	1.96	58760.5
	0.0055	CaseC2	0.037	0.74	1.23	36983.7	0.025	1.10	2.21	66408.7
	0.008	CaseC3	0.039	1.03	1.66	49832.2	0.033	1.23	2.17	65060.9

（２）実験条件および計測事項

実験では，ポイントゲージによって橋脚周辺の水位とステレオ PIV によって流速を計測した．水位計測は Table.1 に示すように，底面は三河珪砂 3 号，6 号珪砂（平均粒径 2.1mm，0.21mm）を張り付けた固定床を使用し，流量，水路勾配をそれぞれ 3 パターンとする条件下で行った．3 号珪砂の固定床では橋脚前面の下降流を計測するステレオ PIV を，加えて CaseA1，C1 に限定し計測断面を横断方向にずらした計測も行った．

３．計測結果

（１）水位計測結果

Table.1 からわかるように 3 号珪砂固定床を用いて今回用いた流量通水条件下では，勾配 1/200，1/100 と 1/50 がそれ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ぞれ緩勾配，急勾配となる．本実験条件では水路幅の 15%の橋脚を置いたため，流水断面の阻害率が大きい．ただし，勾配によって橋脚モデルを置いたときの水面の変化が大きく異なり，Fig.3 に示すように緩勾配となる 1/200 では全ケース上流側の広い範囲で水深が大きくなり，橋脚下流との水位のギャップができる．その一方で，急勾配条件である 1/100 や 1/50 では水位の堰上げが橋脚直上流に限られた．加えて勾配 1/50 は直前まで水位がせきあがらず流速が大きいため橋脚前面で水深以上に水面が堰上がりケースによっては砕波のような現象も見られた．橋脚脇の水位縦断形状も含めた計測例を Fig4 に示すと，緩勾配である 1/200 のケースでは橋脚脇に大きな水面勾配ができる結果となった．

（２）流速のステレオ PIV 計測結果の例

ステレオ PIV で計測した結果の一部を Fig6 に示す．今回の計測は 4000fps で撮影した動画を用い各時間の二次元流

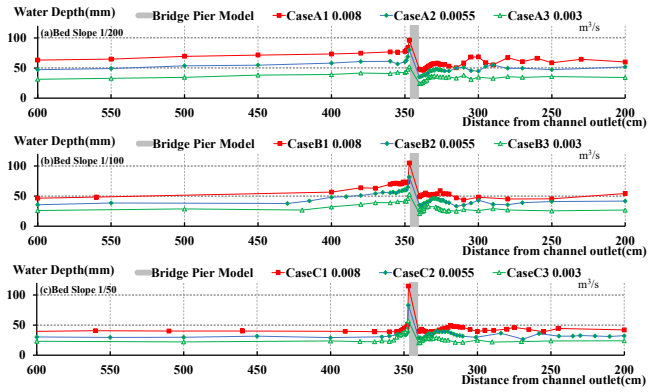


Fig. 3 Water Depth Variation along the Center Line of Channel

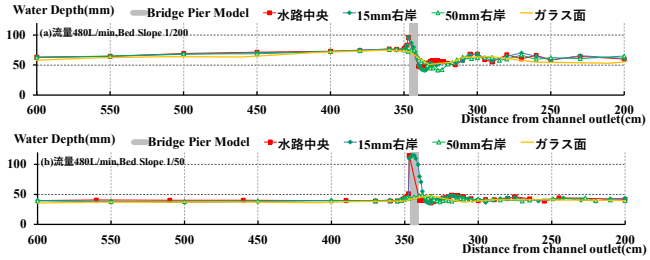


Fig. 4 Variations in Water Depth Downstream

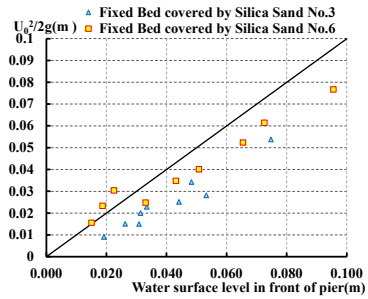
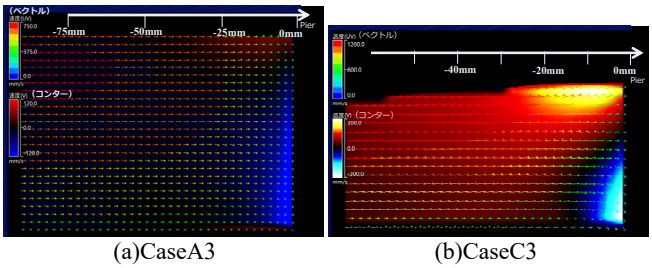


Fig. 5 Relationship between Mean Velocity Head and Water Surface Elevation at the Front of a Pier



(a)CaseA3 (b)CaseC3

Fig. 6 Velocity Vector along the centerline in front of pier

Table.2 DownFlow Condition

Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)	Case	下方流速領域高 (mm)	最大下降流速 (mm/s)
CaseA1	36	-127	CaseC1	27	-247
CaseA2	50	-157	CaseC2	16	-207
CaseA3	54	-174	CaseC3	19	-282
CaseB1	28	-134			
CaseB2	43	-135			
CaseB3	56	-180			

速分布を算出しており，ここでは時間平均流速分布を結果例として示す．Fig6 におけるベクトルの色は三成分含めた流速絶対値，背景のコンターは鉛直上向き成分のみの大きさを表す．これらの図から，今回の計測で橋脚前面の下降流を捉えることができたと言える．また，緩勾配の三号珪砂固定床 CaseA シリーズでは橋脚上流側の広い範囲で水位が堰上げられ流速は遅くなり，橋脚前面で下方に向かう流速も遅いものの水深方向に広い領域で現れる．一方，急勾配のケースは流量が大きくなると橋脚の直上流で水路表面付近は鉛直上向きの流れが強く表れ下方に向かう領域が水深方向には狭くかつより速い結果となった．両ケースともに上方に向かう流れは水深が小さいケースで限られた領域でしか見られないのも特徴的であった．

４．考察

本実験でも橋脚に流れがぶつかると，上方と側方に橋脚をよける流れとともに流れが強い下降流が発生する現象が確認された．ある程度水深が大きくなると鉛直上向きの橋脚前面では橋脚をよける流れが発生するが，表面近くの橋脚前面にぶつかり水面がせりあがる領域と下降流が生じる領域は分かれる．この領域境界位置と時間平均流速の鉛直下向き成分の最大値を実験結果から読み取りまとめたのが Table2 である．通常，下降流の領域は橋脚直径に依存すると言われているが，今回は緩勾配と急勾配では異なる結果となった．これは，Fig4 の例に示した周辺水面変化の違いが生む流れの特徴が関係すると考える．特に，緩勾配では上流側の水位の堰上げにより橋脚側方で水面勾配がきつくなり流速は加速するため側方の河床が大きく掘られるはずである．局所洗掘を議論する際にはこうした水路の特徴による変化を考慮したうえでの流れの検討が必要になる．

５．結論

橋脚洗堀は，下降流と馬蹄形渦と深く関連していることが知られている．本研究では，これまであまり着目されていなかった常流・射流条件が橋脚洗掘に及ぼす影響を調べる第一歩として，水路内に橋脚を入れたときの状況と橋脚前面に合われる下降流について調べた．その結果，緩勾配では急勾配と異なる下降流領域を持つ結果となった．洗堀の進行に伴う水位堰上げ解消現象と下降流の関係など今後詳細を調べる予定である．

謝辞：本研究の一部は，河川財団の河道研究プロジェクト（助成番号 2024-8111-002，代表者：溝口敦子）および JSPS 科研費（24K01136，代表：溝口敦子）の助成を受けて実施した．ここに記し謝意を表する．

参考文献

1) Bruce W. Melville: Pier and Abutment Scour: Integrated Approach, *J. of Hydraulic Engineering*, Vol.123, No.2, 1997.
2) Ulrich Jenssen, Michael Manhart: Flow around a scoured bridge pier: a stereoscopic PIV analysis, Experimental in Fluid, Volume 61, article number 217, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

渦の生成に関する速度勾配テンソル場の解析（シンポジウム講演概要）

An Analysis of Velocity Gradient Tensor Fields where a Vortex is Generated or Generates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中山　雄行（愛工大・工）
Katsuyuki NAKAYAMA, Aichi Institute of Technology
E-mail: nakayama@aitech.ac.jp

This study presents an analysis method to investigate geometrical characteristics of the velocity gradient tensor field around/inside a vortex. It applies theory of local flow geometry that defines the Galilei invariant coordinate system associated with the swirl plane and elliptic vortical flow geometry. An analysis of vortices in homogeneous isotropic turbulence shows that they are generated in a region where two shear tensor components support swirling and that they generates uniform strain and maximum shear components regions .

1．はじめに

渦は、気象・海洋・太陽、或いは昆虫等の非常に広範囲なスケールでの自然現象から多様な工学の分野に関わる．その渦生成のメカニズムは、乱流や対象とする流れの領域の特性や条件等により異なるが，工学分野においてその発生・生成のコントロールは必ずしも容易ではない．渦流れの特性や圧力極小等の渦特有の主要な性質は，渦中の速度勾配テンソル$\nabla \boldsymbol{v}$ の分布により定められる．このとき，渦が生成する領域はどの様な速度勾配テンソルの場であるか，或いは渦が生成した場合はこの場からどの様な強さの渦が形成され，独自の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場を形成するか，というメカニズムがそれぞれの流れの場で解ると，渦が生成する領域の予測･評価や生成後の流れの特性の評価において有効である．渦周辺の流れに応じた渦構造の特性は，渦モデル等を仮定した上で解析されているが [1]，ローカルトポロジーの理論を用いると，モデルを仮定しない現実的な渦，即ち実際に観測された渦の旋回平面や楕円方向を特定し，本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 等の分布特性を調べることが可能である [2]．

そこで，本研究では，流れの中で生成した渦とその周囲の$\nabla \boldsymbol{v}$ の場の特性を解析する手法を検討し，一様等方性乱流の DNS (Direct Numerical Simulation)において乱流渦の特性を解析することを目的とする．

2．ローカルトポロジーの物理量と渦空間

渦領域は，ローカルトポロジーにおける流れの旋回有無とその強さを表す swirlity φ[3]が正である領域として同定することができる．このとき，$\nabla \boldsymbol{v}$ は複素固有値$\varepsilon_R \pm i\varphi$ を有し，複素固有ベクトル$\boldsymbol{\xi}_p \pm i\boldsymbol{\eta}_p$ の$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ により定義される平面がローカルトポロジー上の旋回平面である．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ は，これらが直交する様に設定することができ，渦流が非軸対称・楕円型軌道である場合は$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$ がその長短軸となる．$\boldsymbol{\xi}_p$，$\boldsymbol{\eta}_p$，$\boldsymbol{\xi}_p \times \boldsymbol{\eta}_p$ に平行な正規直交基底により座標系を定義すると，これは旋回平面また楕円軌道の長短軸に基づくガリレイ不変の渦空間(x_i)座標系となる．非圧縮性流体の場合，この座標系における$\nabla \boldsymbol{v}$ ($= \boldsymbol{A} = [a_{ij}] = [\partial v_i/\partial x_j]$; $i, j = 1, 2, 3$)は以下の様に表される [3]．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \varepsilon_R & \alpha\varphi & \omega_2 \\ -\varphi/\alpha & \varepsilon_R & -\omega_1 \\ 0 & 0 & -2\varepsilon_R \end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで，ε_R はローカルトポロジーにおける半径方向速度成分の固有値の相加平均に相当し，αは渦流対称性，ω_i は渦度ベクトル成分である．

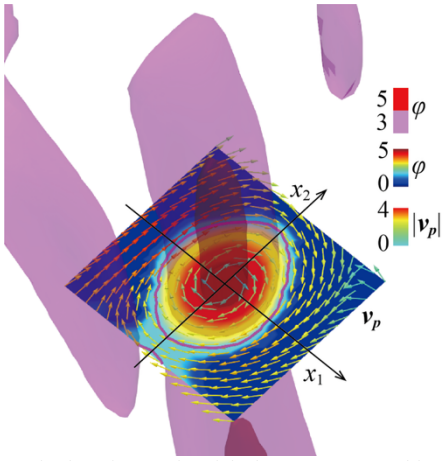


Fig. 1 A vortical region and swirl plane represented by contours of φ, and vortical flow $\boldsymbol{v}_p$ and line where $\varphi = 2$ in the plane.

3．解析法

本解析は，速度場における$\nabla \boldsymbol{v}$ より swirlity (φ)を求めて渦領域を同定し，更にこの極大点から渦中心を定めて旋回平面また渦空間座標系を定義する（Fig. 1 参照）．次に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を求め，これらを渦空間座標系の基底を用いて座標変換を行い，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分に変換する．

本座標系にて旋回平面上の渦コア（中心）領域内外の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の分布特性を調べることにより，渦の外部の$\nabla \boldsymbol{v}$ 場の特性が解り，また渦内部の場と比較することにより，渦自身が形成する速度勾配テンソルの特性を特定することができる．

4．乱流渦における解析と考察

一様等方性乱流の DNS にて本解析を行う．擬スペクトル法により求めたテイラーレイノルズ数 Re_λ約 35，またコルモゴロフスケールη約 0.012 における速度場において$\nabla \boldsymbol{v}$ よりφを求めて渦領域を同定し，φの 1 階導関数とヘッセ行列からこの極大点を求めて渦中心を定め，渦中心の渦空間座標系にて有限規模の渦の旋回平面を定める．前述した様に本平面上の$\nabla \boldsymbol{v}$ 成分を算出し，これらを渦中心における渦空間座標系の成分に変換し，渦の楕円軌道に関連付けた$\nabla \boldsymbol{v}$ の成分を評価する．

同定した一つの渦について，渦領域と一つの旋回平面をφのコンターにて表したものを Fig. 1 に示す．旋回平面上では渦流 $\boldsymbol{v}_p$，また$\varphi = 2$ の等値線も併せて示す．本図の旋回平面上における渦空間座標系に変換した$\nabla \boldsymbol{v}$ のテンソル成

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

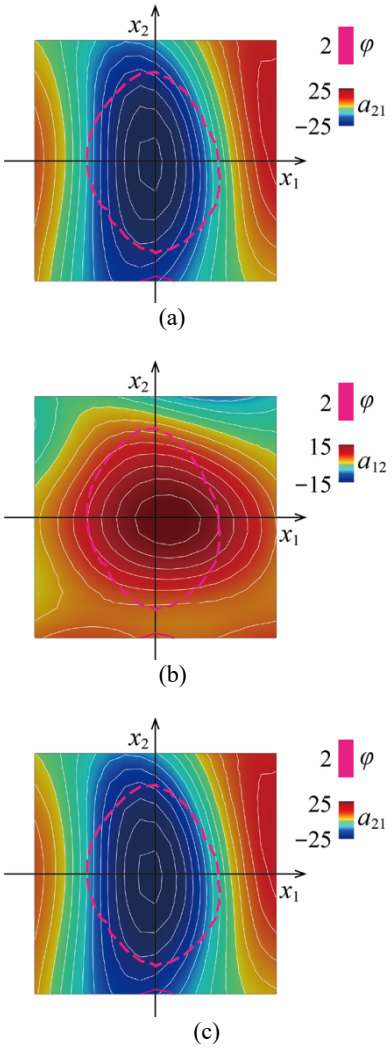


Fig. 2 Contours of (a) a_{11}, (b) a_{12}, and (c) a_{21} components in swirl plane in a vortex, with bold dot line where $\varphi = 2$.

分 a_{11}, a_{12}, a_{21} のコンターを Fig. 2 に示す．図中の太鎖線は $\varphi = 2$ の等値線である．渦領域内では，半径方向速度や歪み成分に関わる成分 a_{11} が一様な分布に変化されていることが解る．a_{12}, a_{21} は渦の旋回に関わる成分であるが，渦コア領域がこれらの成分の極大領域になっている．

渦中心周りの半径 $r = 0.5\eta \sim 5\eta$ における a_{21} の統計的な分布を Fig. 3 に示す（75 点の渦中心）．a_{21} は渦中心周りで最も強くかつ一様な分布をし，半径が大きくなるに従って値が小さくなると共に波数 2 の周期性があることが解る．これより，本成分の主要な分布特性は二次形式で表すことができると考えられる．

また，渦中心の $a_{21}(=\varphi/\alpha)$ と $r = \eta, 4\eta$ における a_{21} の結合確率密度関数(JPDF)を Fig. 4 に示す（約 106000 点の渦中心）．渦中心近傍における a_{21} は，中心の値に比例しほぼ同等の値であるが，半径が大きくなると中心の φ/α に対して値が半分以下になり，また符号が変わる領域もある．この結果は，本乱流における渦中心のこのせん断・回転成分は，渦領域周辺よりも 2 倍以上の強さになることを示している．

5. 結　　言

swirlity と渦空間座標系を用いた渦内外領域の速度勾配テンソルの解析は，渦の生成によりどの様な速度勾配テンソルの場が形成され，外部に対する各成分の強さや分布の幾何学的特性の変化を分析することができる．また，渦が生成する速度勾配テンソル場の条件の評価にも有効であると考えられる．

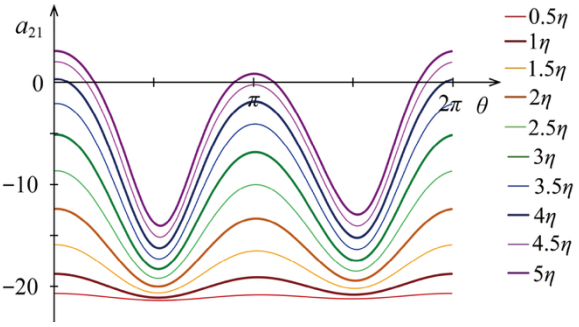


Fig. 3 Statistical distribution of a_{21} in swirl plane around a vortex center at radius $r = \eta - 5\ \eta$.

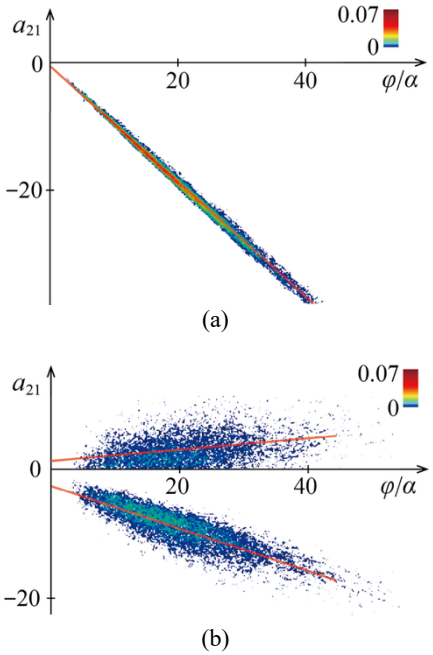


Fig. 4 JPDF of φ/α and a_{21} at $r =$ (a) η and (b) 4η.

6. 謝　　辞

本研究の一部は，東北大学流体科学研究所における公募共同研究(CP04APR25, J25I037)，核融合科学研究所における公募共同研究(NIFS25KISC019), JSPS 科研費 JP25K07589 の助成の下で行われた．

参考文献

1) A. Prochazka and D. I. Pullin: Structure and Stability of Non-symmetric Burgers Vortices, J. Fluid Mech., 363, pp.199-228, 1998.
2) K. Nakayama: Characteristics of Formation of Vortical Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence", *22nd Int. Conf. Fluid Dyn.*, pp. 1170-1171, 2025.
3) K. Nakayama: Topological Features and Properties Associated with Development/decay of Vortices in Isotropic Homogeneous Turbulence, *Phys. Rev. Fluids*, 2, 014701, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

空気衝撃波背後の微弱な放射に関する基礎的研究（シンポジウム講演概要）

Fundamental Study of Weak Radiation behind Air Shock Waves (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

舩津　賢人（群馬大院理工）　　荻野　智也（群馬大院理工・院）
市橋　智志（群馬大院理工・院）　　大谷　清伸（東北大・流体研）　澁澤　健二（茨城高専）
Masato FUNATSU, Gunma University
Tomoya OGINO, Gunma University
Satoshi ICHIHASHI, Gunma University
Kiyonobu OHTANI, Tohoku University
Kenji SHIBUSAWA, Ibaraki National College of Technology
FAX: +81-277-30-1509
E-mail: masato.funatsu@gunma-u.ac.jp

In our laboratory, the characteristics of radiation behind air shock waves have been studied systematically by using a diaphragm-type shock tube. In previous studies, we generated a shock wave with an incident shock Mach number of approximately 5 and analyzed the radiation behind the reflected shock wave by using a high-speed video camera. This radiation was high intensity and varied according to Mach number. In this study, we generated a shock wave with low Mach number and focused on weak radiation to analyze the fundamental characteristics of radiation from weak to strong.

１．はじめに

本研究室では，衝撃波背後における放射特性の解明を目的として，隔膜式衝撃波管を用いた実験的研究を系統的に行っている．以前の研究[1),2)]において，入射衝撃波マッハ数と全放射強度値の関係を明らかにした（図１）．また，入射衝撃波マッハ数が高い領域（図１の赤領域）に対して狭帯域フィルターを用いた分光計測を行い，放射に窒素と酸素が寄与することがわかった．一方，低い入射衝撃波マッハ数における放射に着目した研究はほとんど行われていない．そこで本研究では，低い入射衝撃波マッハ数（図１の青領域）に着目し，M_s = 4.5，4.0の衝撃波を発生させた．狭帯域フィルターを用いて放射計測し，放射に寄与する化学種を推定し考察した．

２．実験装置および実験方法

衝撃波管は内径80 mmであり，高圧力室（長さ1,000 mm）と低圧力室（長さ4,000 mm）から構成される隔膜式衝撃波管である．駆動気体にHe，試料気体には乾燥空気（体積比率N_2 : O_2 = 79 : 21）を用いた．また，隔膜はPET（Polyethylene Terephthalate）フィルムを使用した．計測部には２つの圧力センサーを低圧力室の管端から440 mm位置，100 mm位置に設置し，それぞれチャンネル1，チャンネル2とした．衝撃波背後の放射は，衝撃波管側面に設置した観察窓（直径10 mm）より，高速度ビデオカメラを用いて観察した．本研究では５種類の狭帯域フィルターを用いた．代表的なフィルターであるMC650は中心波長648.75 nm，半値全幅12.50 nmであり窒素の原子線に対応している．

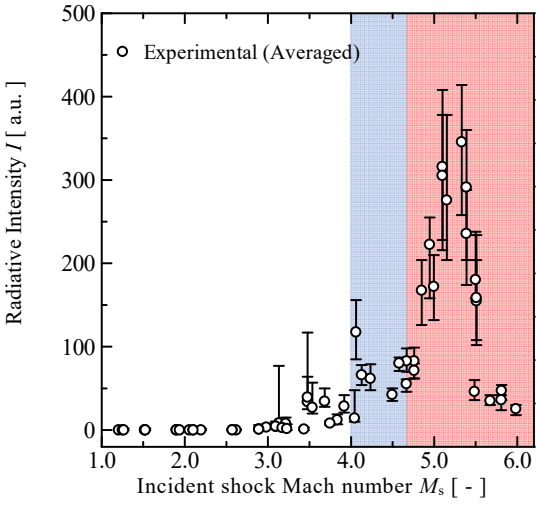


Fig. 1　Relationship between radiative intensity and incident shock Mach numbers[1)]

３．実験結果および考察

MC650の放射強度分布の時間変化から，M_s = 5.1[2)]，4.5の放射は反射衝撃波通過後に観察され放射が反射衝撃波背後で生じていることがわかる．またM_s = 5.1[2)]では観察窓全体で放射がみられM_s = 4.5では斑模様状で観察された．M_s = 4.0では放射はほとんど観察されない．放射強度値は入射衝撃波マッハ数の減少にともない減少しており，これは入射衝撃波マッハ数の減少により衝撃波背後の温度が低下したためと考えている．酸素原子線に対応するMC780においても入射衝撃波マッハ数の減少にともない放射強度値が減少している．またM_s = 4.0では放射がほとんど観察されない．これらのことから，M_s = 4.0では酸素分子や窒素分子の解離が生じず，それに由来する酸素原子や窒素原子の放射は生じていないと考えられる．

４．まとめ

M_s = 4.5では斑模様状の放射がみられ，M_s = 4.0では放射は観察されない．M_s = 4.0では分子の解離が生じず，それに由来する原子の放射が生じていないと考えられる．

参考文献

1) Suzuki, T., et al.: Experimental Study of Emissions behind Air Reflected Shock Waves, *Proc. Sympo. Shock Waves in Japan*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).
2) Aoki, S., et al.: Radiation Measurements behind Reflected Air Shock Waves with Narrow Band-pass Filter, *Proc. Sympo. Flight Mechanics and Astrodynamics*, (2012), 4 pages (*in Japanese*).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第4部門 (4)

座長:吉村 英人(岐阜大学)

16:25 ~ 16:40

[11015] 橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*井上 隆[1]、内田 龍彦[1] (1. 広島大学)

16:40 ~ 16:55

[11016] 形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

*廣田 藍子[1]、森本 時生[1]、渡邉 健治[1] (1. 東京大学)

16:55 ~ 17:10

[11017] 砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

*岩崎 理樹[1] (1. 北海道大学　工学研究院)

17:10 ~ 17:25

[11018] 圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

*笠島 光司[1]、村埜 健太[1]、音田 慎一郎[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Effects of bridge pier shape on three-dimensional vortex structures with inside of the actual scouring hole (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆（広大・工）　　内田　龍彦（広大・工）
Takashi INOUE, Hiroshima University
Tatsuhiko UCHIDA, Hiroshima University
E-mail: takashi-inoue@hiroshima-u.ac.jp

To investigate the impact of the upstream face of the bridge pier shapes on vortex structures numerically, we conducted a numerical experiment using a circular shape for upstream face with three-dimensional fixed-bed LES and compared it with the case of a rectangular shape. As the results of a numerical experiment showed that differences in pier shape affect the dissipation gradient of vorticity in the downstream. Furthermore, we revealed that the vorticity of the circular shape is increased over a bordering angle of approximately 55 degrees relative to the flow direction compared to the case of the rectangular shape.

１．はじめに

近年, 豪雨災害の激甚化に伴う大規模洪水氾濫が発生し，河川橋梁被害が頻発化している．その主要因である橋脚周辺の局所洗掘は，橋脚上流側で発生する馬蹄形渦によって引き起こされるため，橋脚構造条件（形状や幅等）や水理条件の影響を強く受ける．特に，構造条件の橋脚形状と洗掘深の関係性に着目した既往研究では，模型実験 [1),2)]や数値解析 [3)]が実施されている．網羅的な橋脚形状の比較を通して，洗掘深は矩形形状で最大となり，流線形形状で最小となった．また，洗掘深のみならず流れの鉛直分布を詳細に計測した実験 [2)]も行われているが，橋脚周辺で発生する二次流を含む馬蹄形渦構造に与える影響は解明されていない. 一方, 著者らは固液混相乱流モデルである Grid Averaged Lagrangian – Large Eddy Simulation (GAL-LES) モデルを用いて，矩形橋脚（長径 0.32m，短径 0.20m）周辺の局所洗掘解析を実施し，流砂ー馬蹄形渦の相互作用（混相流）効果を明らかにした [4)]．最近では，自由水面が実績洗掘孔内に設置された矩形橋脚周辺の馬蹄形渦構造に与える影響を数値解析的に検討した [5)]．顕著な水面変動を伴うフルード数が高い洪水時において，橋脚上流側での水位の堰上げや橋脚側面部での縮流に伴う流体運動の加速効果が発生する．しかしながら，矩形橋脚を用いた固定床解析では後者の効果が小さく [5)]，橋脚形状に起因していると考察した．そこで本研究では，橋脚上流側を半円（ここでは短径 [5)]が直径）にして数値実験を実施する（Fig.3）．まず，任意形状を考慮するために新たに導入した埋め込み境界法（Immersed Boundary Method, IBM）[例えば 6)]の精度検証として，平坦固定床条件下で実施された円柱周りの模型実験 [7)]に適用し，円柱背面から発生する wake に関する定量評価を行う．その上で，IBM により半円形状を考慮した数値実験を実施し，橋脚周辺の三次元流動構造に与える影響を検討する．

２．埋め込み境界法（IBM）の概要

本研究では GAL-LES モデルの流体相部分を用いて，三次元固定床 LES 解析を実施する．紙面の都合上，基礎方程式群や実績洗掘孔の反映方法等は既往文献を参照されたい [4,5)]．ここでは任意形状を表現するべく，GAL-LES モデルに組み込んだ IBM について説明する．IBM とはラグランジュ座標で位置付けされる固体壁の影響を，オイラー座標で解かれる流体運動に反映するために，運動方程式中の外力項の形で表現する方法である [6)]．具体には，固体壁に最も近接するオイラー格子を探索し，その距離に応じた重み付けによる補間で固体壁表面での no-slip 条件を反映した．

３．円柱周りの wake に関する再現計算

新たに導入した IBM の精度を検証するために, 円柱周辺の模型実験 [7)]に対する再現計算を実施する．本研究の三次元解析領域は Fig.1 に示すように，縦断距離 1.35m，横断距離 0.6975m，鉛直高さ 0.15m とし，上流端からの縦断距離 0.27m および水路壁からの横断距離 0.34875m が円柱（直径 D=0.09m）の中心となるように設置した．格子サイズは円柱を縦横断方向に 20 分割（0.0045m）し，鉛直方向は 0.0050m とした．本解析では既往の解析 [7)]よりも水路幅を小さく設定したため，Table 1 に示す単位幅流量 q を揃えて水理条件を調整した．また，本解析では水路上流端から流量 Q を，下流端では等流水深 h_0 を与え，それ以外の境界条件等は既往研究 [5)]と同様である．

本解析から得られた 60 秒間の時間平均の wake 構造を Fig.2 に示す．ここでは既往研究 [7)]に倣い，wake の縦横断距

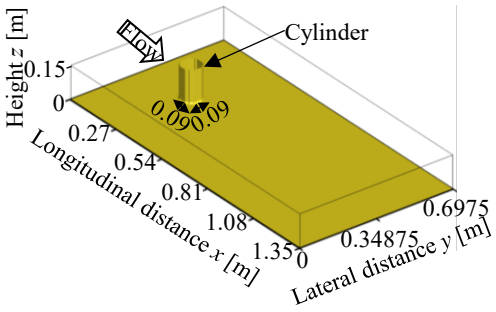


Fig. 1 Computational region for validation of IBM.

Table 1 Hydraulic conditions.

	Kirkil and Constantinescu[7)]	This study
Q [m^3/s]	0.0259	0.0126
B [m]	1.44	0.6975
q [m^2/s]	0.0180	
h_0 [m]	0.10	
Fr [-]	0.180	
Re [-]	18000	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

離（x_v, y_v）について比較すると，本解析結果の（2.50D, 1.49D）に対し，既往の模型実験と数値解析はそれぞれ（2.14D, 1.35D）と（2.28D, 1.28D）であった．そのため，本モデルでは wake の縦横断距離を若干過大に評価するが，概ね傾向を再現できていると考えられる．

４．橋脚上流側の形状が三次元渦構造に及ぼす影響

本研究における数値実験は既往研究 [5]と同様に，縦断距離 2.50m，横断距離 1.00m，鉛直高さ 0.70m の三次元解析領域を用意し，格子サイズは縦横断方向に 0.01m，鉛直方向に 0.0050m とした．ここでは，移動床解析結果 [4]から得られた実績洗掘孔も反映している．数値実験において橋脚形状を矩形から半円に変更する場合，矩形橋脚の短径を半円の直径とするため，自ずと平面積が小さくなる．その該当箇所は河床高データが存在しないため，実績洗掘深データを用いて補間した．その他の境界条件等は既往研究 [5]と同様である．

本数値実験から得られた橋脚周辺の三次元渦構造を Fig.3 に示す．ここでは，20 秒間の Q 値（=20）の時間平均像を示す．Fig.3 を見ると，半円と直線部の境界から剥離渦（Separation Vortex, SV[4,5]）が発生している．また，本解析結果の馬蹄形渦（Horseshoe Vortex1, HV1）は矩形形状 [5]よりも流下方向に伸長している．そこで橋脚右側面側の HV1 に着目し，その渦度と渦位置の縦断図を Fig.4 に示す．図中の x=0.70m が橋脚前面部，x=1.02m が橋脚後面部であり，併せて矩形形状 [5]の結果も記載する．これより，矩形形状では橋脚前面部で渦度が卓越し，下流へ伸長するに従い減衰している．一方，半円を設けた橋脚前面部では渦度が矩形形状よりも小さいが，流下に伴う減衰勾配が小さいため，流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下する．これは橋脚形状間の差によるものと示唆される．また，両ケースの渦位置は，河床勾配により流下方向に高くなるが，半円を設けた方がより高く渦が位置している．しかしながら，両ケース間の水位差がほぼないため，IBM 導入における水面変動の精度検証は今後の課題である．

５．まとめ

本研究では，橋脚形状が実績洗掘孔内の三次元渦構造に与える影響を検討するために，GAL-LES モデルに IBM を組み込み，橋脚上流側に半円を設けて数値実験を実施した．その結果，半円を設けた橋脚は流れ方向に対し約 55 度（x=0.74m）を境に矩形形状よりも渦度が大きい状態で流下することから，橋脚上流側の形状が渦構造に影響を与えたと考えられる．

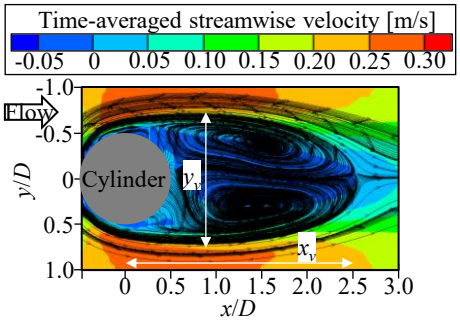


Fig. 2 Time-averaged wake structure around a cylinder.

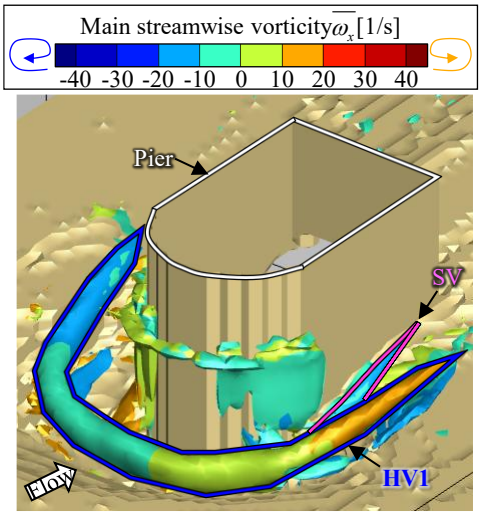


Fig. 3 Time-averaged vortex structure around a pier.

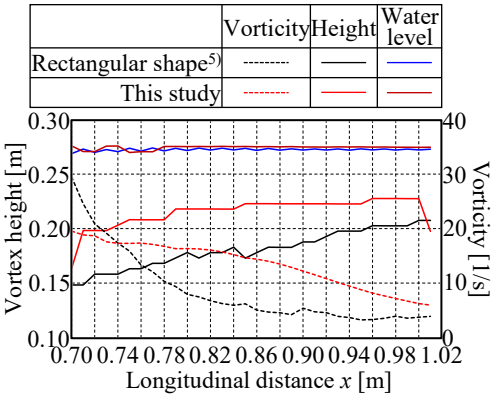


Fig. 4 Longitudinal vortex height and vorticity distribution.

参考文献

1) A. H. K. Al-Shukur and Z. H. Obeid: Experimental study of bridge pier shape to minimize local scour, International Journal of Civil Engineering and Technology, Vol. 7, No.1, pp.162-171, 2016.
2) B. A. Vijayasree, T. I. Eldho, B. S. Mazumder, and N. Ahmad: Influence of bridge pier shape on flow field and scour geometry, International Journal of River Basin Management, Vol.17, No.1, pp.109-129, 2019.
3) H. K. Jalal and W. H. Hassan: Effect of bridge pier shape on depth of scour, In IOP conference series: materials science and engineering, Vol. 671, No. 1, p.012001, IOP Publishing, 2020.
4) T. Inoue, Y. Hirotsugu, J. Kashiwada, and Y. Nihei: Interaction between horseshoe vortex structure and sediment transport around a river rectangular pier using a solid-liquid two-phase turbulent LES model, International Journal of Multiphase Flow, 186, 105153, 2025.
5) 井上隆，G. Constantinescu，内田龍彦，二瓶泰雄：自由水面が橋脚洗掘孔内の三次元渦構造に及ぼす影響に関する固定床 LES 解析，土木学会論文集，Vol.82, No.16, 25-16028，2026.
6) C. S. Peskin: The immersed boundary method, Acta numerica, 11, pp.479-517, 2002.
7) G. Kirkil, and G. Constantinescu: Effects of cylinder Reynolds number on the turbulent horseshoe vortex system and near wake of a surface-mounted circular cylinder, Physics of Fluids, Vol.27, No.7, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

形状最適化を用いた洗掘の起こりにくい橋脚形状の考案と模型実験によるその効果の実証（シンポジウム講演概要）

Designing Bridge Piers Resistant to Scour Using Shape Optimization and Verifying Their Effectiveness Through Model Testing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣田　藍子（東京大・工）　森本　時生（東京大・工）　渡邉　健治（東京大・工）
Aiko HIROTA, The University of Tokyo
Tokio MORIMOTO, The University of Tokyo
Kenji WATANABE, The University of Tokyo
E-mail: hirota-aiko630@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study investigates a pier shape that is resistant to local scour using shape optimization with DAFoam (Discrete Adjoint for OpenFOAM). Then, by using model experiments, it confirms that the pier tilts toward the upstream side later than the piers proposed by Kosaka[1]. The pier is made by connecting two types of two-dimentional shapes obtained from two separate optimizations.

1．背景

近年，日本各地で豪雨災害による河川橋梁の局所洗掘の被害が深刻化している．一方，3D プリンティング技術の発達により，複雑な曲面を持つ大規模なコンクリート構造物の製造が比較的容易になり，3 次元的な曲面を持つ橋脚形状の製造も可能となりうる．このような中で，多くの橋脚形状が考案され [1]，また形状が局所洗掘発達メカニズムに及ぼす影響が異なる可能性についても知見が得られてきた．一方で，橋脚形状は無数にある中で全てを比較検討することは難しく，より洗掘防止効果が高い橋脚形状を考案するためには解析で形状最適化を行う必要がある．だが，定常条件の最適化においては非定常な馬蹄形渦の表現が難しく，橋脚上流側が十分に最適化されない．よって，本研究は橋脚上流側の洗掘孔内における下降流の逆流成分(馬蹄形渦の原因)による流下方向の底面せん断力を最小化する最適化と，橋脚上流端の 2 次元の最適化を組み合わせて橋脚を制作し，模型実験でその妥当性を示した．

2．研究手法

まず，洗掘孔を模した底面を再現し，3 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で最適化を行なった．橋脚上流側の洗掘孔底面で下降流が上流方向に逆流する成分は馬蹄形渦形成の原因となる．よって，橋脚上流側の洗掘孔底面にかかる流下方向のせん断力の絶対値を最小化した．導出された形状の，橋脚水面付近の断面形状を最終形状に用いた．最適化の境界条件は図 1 の通りである．次に，2 次元かつ実験同等のレイノルズ数条件で橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化する最適化を行い，最終形状の橋脚上流端部分に用いた．最適化の境界条件は図 2 の通りである．本来は洗掘孔の底面に流れこむ下降流の流速平均を小さくしたいが，これは設定できない．そのため，橋脚ごく近傍の底面にかかる圧力を最大化することで橋脚近傍の底面に淀みを作り，底面に速い下降流が届きにくい形状を導出した．有限体積法による流体解析とアジョイント法を用いた感度解析を組み合わせた DAFOAM を使用し，乱流モデルとして Raynolds-Averaged Navier-Stokes，渦粘性モデルとして shear stress transport(SST) k - ω モデル [2]を用い定常状態における解析を行った．

本研究では図 3 のように中型水路実験を行い，最適化の妥当性を確認した．比較する 3 ケースは，既往研究 [1]で考案された図 4 の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状であり，底面積と底面形状，重さ，実験手法は等しい．この条件で既往研究 [1]の基本形を用いた実験結果と，本研究で行った曲線型，最適化形状の結果を用い，洗掘による倒壊遅さを比較検討した．鹿島珪砂 4 号を河床材料として使用し，地盤の相対密度は 79%，砂の乾燥密度は $1.648\mathrm{g}/cm^3$，$e_{max} = 0.807, e_{min} = 0.532$である．橋脚基礎の根入れ深さは 58mm とした．給水ポンプの入れ替えにより流量を段階的に増加させ，橋脚中央部の水平変位と洗掘深を計測した．

通水中および通水後に，橋脚と周辺の洗掘孔を撮影し，多視点画像からの 3 次元復元(SfM)を用いて洗掘孔の三次元形状データを取得した．これを基に最適化で洗掘孔形状を再現した．

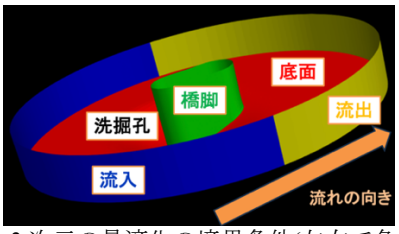


図 1　3 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

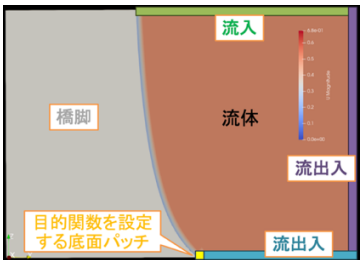


図 2　2 次元の最適化の境界条件(左右で色が対応)

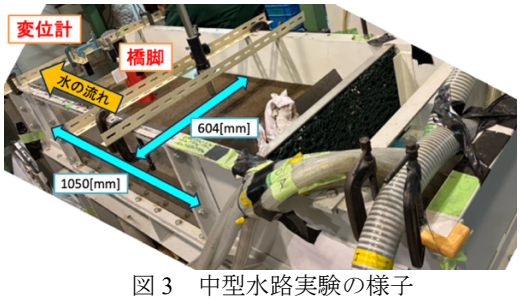


図 3　中型水路実験の様子

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

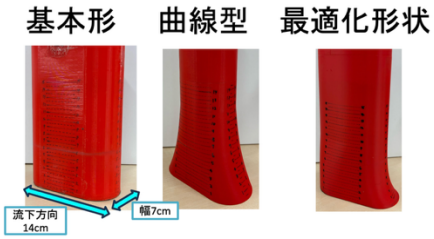


図 4　実験で比較した 3 ケース

3．最適化結果

3 次元の形状最適化については図 5 の通りである．水面付近の水平断面形状は橋脚下流側で渦ができにくい，つまり抗力が小さい形状となった．これは，流速が速い水面付近で流れが橋脚に衝突，下降しにくい形状と言える．また，底面付近の形状について，橋脚側面の上流側は底面にかけて滑らかに広がる形状になったものの，橋脚上流端はほとんど変形しなかった．これは，底面付近で一部の馬蹄形渦が直線的な流れ場として近似されることで流れ場が混在し，最適化の方向性が見えにくかったためと考えられる．

そのため，形状が十分に変化しなかった橋脚上流端の形状を 2 次元で最適化した結果，図 6 のように底面にかけて滑らかに広がる形状を得た．最終的な橋脚形状は図 7 に示すようになった．

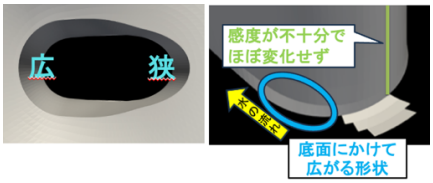


図 5　3 次元の最適化結果の水面付近(左)と底面付近(右)

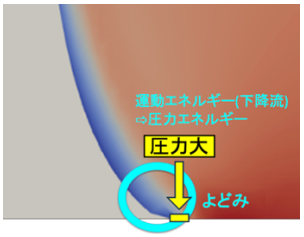


図 6　2 次元の最適化条件と最適化形状

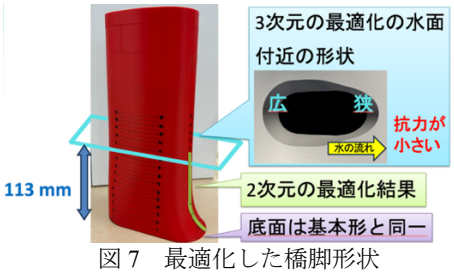


図 7　最適化した橋脚形状

4．実験結果

既往研究 [1]の基本形，底面にかけて滑らかに広がる曲線型，最適化形状を比較すると，最適化した形状は倒壊までの時間が一番長いという結果を得られた．最適化された形状は図 8 に示す通り，最適化で仮定した洗掘孔の深さが橋脚の底面に達し，根入れが 0 となる状況に達してから粘り強い挙動を見せ，最適化が一定程度妥当であることが示された．流量は図 9 のハイドログラフに従う．

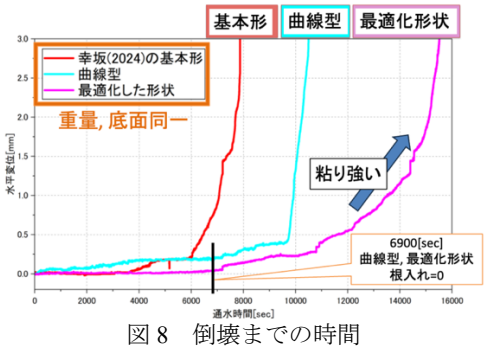


図 8　倒壊までの時間

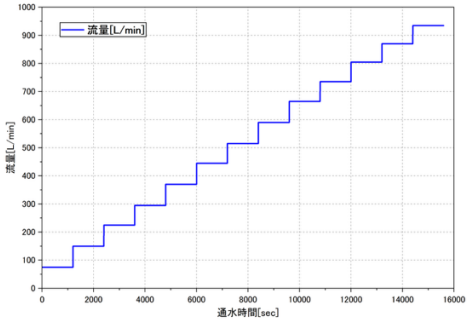


図 9　ハイドログラフ

5．結論と今後の展望

本研究の意義は通常定常条件では解けない，非定常な馬蹄形渦が発生する乱流条件において形状最適化を行なったこと，底面や河積阻害率，橋脚上端部(支承部)を大きく変更せずに洗掘に対して粘り強い形状を考案できることを示したことの 2 点に集約される．既往研究 [1]では上下流端ともに底面に広がる形状が最も洗掘に対して粘り強かったが，橋脚底面の上下流方向の拡幅、あるいは橋脚上端部(支承部)の縮小が必要であったため，曲線型は流下方向の底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 7.8cm であった．一方，今回の検討で最適化された形状は底面の長さが 14cm，桁の支承部分の長さが 11.4cm と桁の支承部分の長さがより長い．これにより，支承部が極端に短くなることで支承部が橋脚の構造上の弱点になるという問題を回避しやすいというメリットがある．

本研究においては洗掘が進行し，橋脚基礎の根入れ深さがない状態(根入れ 0)を初期状態と仮定して最適化しており，実橋梁におけるような，初期根入れ深さがある状態から根入れ深さが 0 になる洗掘進行プロセスを想定した最適化を行なっているわけではない．実際，最適化された形状と曲線型で根入れが 0 になるまでの時間はほぼ等しいことが確認された．そのため，今後根入れが 0 になる前の状態を仮定して最適化を行い，今回の最適化形状と組み合わせることで，根入れが 0 になる前後ともに洗掘に対して粘り強い挙動を示す形状が考案できると考えられる．加えてレイノルズ数を洗掘が進行する河川条件に合わせることで，個々の河川条件にあった橋脚も考案できる可能性がある．

参考文献

1)　幸坂祐紀:橋脚の 3 次元形状が橋脚基礎周辺の局所洗掘による不安定化に与える影響，第 59 回地盤工学研究発表会, 2024.
2)　Menter, F. R.: Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows (No. A-92183), 1992.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

砂州の非線形安定解析を利用した河床変動モデルの検証（シンポジウム講演概要）

Verification of river morphodynamic model using nonlinear stability analysis of fluvial bars (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岩崎　理樹（北大・工）
Toshiki IWASAKI, Hokkaido University
E-mail: tiwasaki@eng.hokudai.ac.jp

In this study, a river morphodynamic model, Nays2DH, is verified using a non-linear stability analysis of fluvial bars. Nonlinear stability analysis provides a theoretical solution to the governing equations, enabling a rigorous assessment of whether the numerical morphodynamic model can accurately reproduce the exact analytical solution. The results generally show a good agreement with the theoretically predicted bar wavelength and height in the nonlinear level as long as the bar regime is close to the critical condition. The numerical result is also validated with the experimental data, showing a slight underestimation of the bar height.

１．はじめに

数値計算モデルを用いた河床変動解析が研究，実務など多方面から一般的に行われるようになって久しい．これは，計算機能力の向上，数値解析法の進展により，移動床力学研究で構築された形態力学モデルを実用的な計算時間で直接数値解析できるようになってきたことと，計算コード，モデルの汎用化，公開化が進み，だれでも容易に利用可能なプラットフォーム [1]が構築されてきたことによるだろう．このような環境は，河床変動解析の利用と技術の習得に対して極めて重要かつ有用なものである反面，従来一部の専門家，研究者がモデルの性能と適用性を十分吟味して使用してきたという体系とは異なるため，様々な技術背景を持つユーザーが得た数値計算結果の質をどのように担保するかという新たな問題を生み出している．すなわち，計算モデルの検証と妥当性評価，いわゆるモデル V&V のような考え方により河床変動解析の質を保証することが重要になりつつあると考えられる．

一般に移動床現象は様々な物理現象が相互に影響しあう複雑な非線形現象であり，特に実河川においてモデルの性能を保証することは容易ではない．従来，計算モデルの妥当性は，目的に応じた実験結果や観測結果との比較を通じた再現計算により検討される．この妥当性検証は，モデル性能を保証する重要なステップである一方，離散化された方程式が支配方程式の性質を十分表現できているかという検証については十分注意が払われていないように思われる．この検証フェーズでは，数値解と方程式の厳密解（理論解）との比較がなされるが，移動床現象において理論解が得られる条件・対象が，特に非線形問題において限られることによると考えられる．このような現状により，河床変動解析モデルの性能は現象との比較による妥当性検証が中心となっているが，数値解析モデルの性能，挙動（安定性や収束性など）を把握するためには，理論解と比較する検証も重要であると考えられる．

そこで本研究では，移動床現象のうち，交互砂州を解析対象として河床変動モデルの検証を行う．これは，交互砂州が底面不安定性に起因して発生する現象であり，河川における移動床解析において最も基本的な要素であるとともに，線形・弱非線形安定解析 [2]という理論体系が確立されており，理論解と数値解の比較が可能なためである．これまで，砂州の数値解析では，波長やモード数を線形安定解析結果と比較した例は数多くみられるものの [3]，波高のような非線形領域の形状特性値を理論解と比較したものは見当たらず，非線形領域におけるモデル性能の検証において理論的知見が不足している．本研究では，弱非線形安定解析から得られる砂州波高と数値解を比較することにより，非線形レベルにおける河床変動モデルの検証を試みる．

２．手法

本研究では河床変動モデルとして iRIC ソフトウェアに同封される二次元河床変動モデル Nays2DH[1]を利用する．詳細は文献を参照願うとして，ここでは本研究で重要となりうるモデル構成について簡単に示す．本モデルは，流れを平面二次元浅水流方程式で記述し，抵抗則にはマニング則を適用している．格子系には staggered 格子を用い，運動方程式を移流項と非移流項に分離し，移流項を CIP 法で解き，非移流項と連続式を連立させて解く非圧縮性流体解析法に類似した手法を用いていることに特徴がある．ここでは流砂形態として掃流砂のみを考慮し，流砂モデルには全流砂量を芦田道上式（ただし，$\tau_{*c}=\tau_*$として評価），限界掃流力を岩垣の式で計算している．後述する理論解析との整合性を取るため，横断方向流砂量式として長谷川の式を追加し，主流方向の河床勾配の影響，二次流の影響は無視している．なお，動摩擦係数と静止摩擦係数は同一の 0.84（安息角 40° 相当）としている．これはのちの実験結果と理論値の整合性を取るために設定しているため，多少大きい値となっているが，理論解と数値解の比較という意味では，任意の値であっても問題ないと考える．

この数値解析と砂州の弱非線形安定解析から得られる結果を比較することを試みる．ここでは，Carlin et al.[4]が用いた Colombini et al.[2]による砂州の弱非線形解析モデルを利用する．このモデルでは，単一モードの砂州の 3 次までの非線形効果を考慮した弱非線形安定解析により砂州の波高を求めている．この解析では，臨界アスペクト比β_cからわずかにずれた領域において，$\varepsilon=(\beta-\beta_c)/\beta_c$ で定義される増幅率をパラメータとして変数を展開している．したがって，増幅率が大きくなるにつれて厳密には理論の適用範囲外になるため，数値解との厳密な比較が可能となるのは臨界アスペクト比よりわずかにずれた領域になると考えられる．Carlin et al.は様々な流砂モデル，河床抵抗則を選択できるようなモデルを構築しており，公開されているコードを芦田道上式が考慮できるように改良して使用した．

上記二つのモデリングを同一の水理条件に適用して，波長と波高を比較する．ここでは，Redolfi et al.[5]により実施された砂州実験をもとに条件を設定する．本実験では，水路幅 0.305m，勾配 0.01 の水路に粒径 1.05mm の均一粒径を敷きならした条件で，異なる流量条件で得られる砂州の形

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

状特性について議論している．ここでは，浮州化が顕著と思われるケースを除いて，非砂州から交互砂州形成に至る範囲の流量（1.5～4.2 l/s）を設定して，数値解析と線形・弱非線形安定解析を行い，波長と波高を相互に比較した．数値解析では，水路長を 60 m とした上で，初期河床にランダムな微小擾乱を与え周期境界条件を設定し，平衡波高が十分得られるように計算時間を設定した. 計算格子数は流下，横断方向にそれぞれ 1200，16 である．マニングの粗度係数は，抵抗則に Manning-Strickler 式を適用し，粒径から 0.015481 と時空間的に一定値を与えた．平衡状態における砂州の波長と波高を求める際には，計算領域内にある砂州それぞれで値を求めて平均した．なお，波高の定義は同一砂州内における最小，最大河床高さの差とした．

３．結果とまとめ

図 1 に，得られた波長 L_b，波高 H_b をそれぞれ水路幅 B と等流水深 h_0 で無次元化した無次元波数$\lambda=(\pi B/L_b)$, 無次元波高 $H_{MB}=H_b/h_0$ を示している．横軸は設定した流量から計算されるβ, β_c をもとに求めた増幅率εである．図には，弱非線形解析に臨界アスペクト比における波数と波高（－），数値計算における平衡値（□）とともに，実験値（●）があるものは示している．また，無次元波数については，数値計算で得られる発達初期の砂州の波数（×）と線形安定解析における最大増幅率を持つ波数（－－）も併せて示している．すなわち，初期波数を線形安定解析から求まる最も発達しやすい波数と比較することにより線形領域における検証，平衡波高を弱非線形安定解析から求まる波高と比較することで非線形領域における検証，さらに実験値との比較を行うことで妥当性検証までを行うことができる．

まず，線形領域の結果を見ると，数値計算での発達初期の砂州の無次元波数は，線形安定解析から求まる最大増幅率を有する波数と若干ずれているがほぼ一致している．加えて，εが負である非砂州領域で砂州が発達しないこと，εが増大（ここでは流量の減少に対応）するほど初期波数が大きくなることなど，線形安定解析から示唆される平坦床の安定・不安定性をよく表現しているものと判断できる．

次に非線形領域の結果を見ると，数値計算における平衡波高は弱非線形安定解析から得られる波高と$\varepsilon<0.5$ の領域で極めて良い一致を示している．弱非線形安定解析の結果が厳密に保証されるのは増幅率が小さい領域であることを考えると，数値計算モデルは厳密解である理論値をよく表現しており，非線形領域においても妥当なモデルであることが理論的にも示されたと考えられる．一方，波数についてはεが 0.1 程度までは弱非線形解析で想定している臨界値とほぼ同じであるが, それ以上εが増加すると数値計算結果のほうが小さい．これは非線形領域において通常みられる砂州波長の伸長によるものであり，理論では考慮されていない点である．弱非線形安定解析において，最大波高を取る波数は臨界値とそれほど変わらないといわれているが [2], この点についてはさらに検討が必要である．臨界アスペクト比近傍では不安定となる波数帯が狭いため，最終的な平衡波数は臨界値に近い値を取りえる一方，βの増大に従い，広い波数帯の擾乱が不安定となり，これらの相互作用によって砂州形状が変化すると考えられるため，このような波長，波高の差が生じるものと考えられる．また，増幅率の増加に従い非線形性も強くなり弱非線形安定解析の適用外となることも理論値と計算値の乖離が生まれる原因であろう. さらに, 本条件では, 理論値との乖離が大きくなる$\varepsilon>0.5$ の領域において，砂州の発達に伴い，流砂量がゼロとなる領域が発生しており，流砂量に不連続部が生じる．このような場も理論の適用範囲外であり，数値計算結果との差異の原因になっていると考えられる．

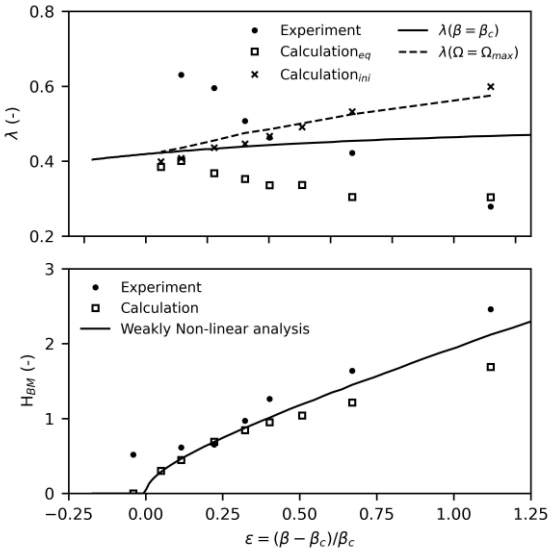


Fig. 1 Comparison of bar wavenumber and wave height given by numerical calculation, linear-nonlinear stability analysis and experiments.

最後に実験値との比較を行うことで妥当性についても検討してみる．本モデルで採用しているパラメータは，実験における波高をある程度表現するように決定したため，当然ながら数値計算結果の妥当性もそれに対応した精度となる．一方，波長については必ずしも適合性がよいわけではない．また，増幅率が大きい領域においては，計算モデルは波高を過小評価している．このような実験値と数値計算結果の差異は，モデルの限界に起因すると考えられる．すなわち，モデルで考慮していない物理要素が波長や波高に影響する可能性である．例えば，砂州の発達に伴う流線の湾曲により生じる二次流効果で波高が大きくなること，反対に初期波長は短くなることが知られている [3]．また，Redolfi et al.[5]も同様の弱非線形安定解析を行っているが，使用している流砂モデルやパラメータは異なっている．二次流モデルが本当に必要かやどのような流砂モデルが適切かなどは議論の余地があるが，物理モデルの追加や変更により，理論値と計算値がどのように変化するかを検討することで妥当性検証もより明確になると考えられる．

本件等により，Nays2DH は交互砂州解析について初期不安定性，平衡波高をかなりの精度で表現できるモデルであることが示されたが，今後は異なるパラメータにおいて検討して，結果の一般性を示していく必要がある．

参考文献

1) iRIC Project: http://i-ric.org/ja/
2) Colombini et al.: Finite-amplitude alternate bars, *J. Fluid Mech.*, 181, 213-232, 1987.
3) Iwasaki et al.: Sensitivity of free bar morphology in rivers to secondary flow modeling: Linear stability analysis and numerical simulation, *Adv. Water Resor.*, 92, pp.57-72, 2016.
4) Carlin et al.: The long-term response of alternate bars to the hydrological regime, *Water Resour. Res.*, 57, 2021.
5) Redolfi et al.: Morphometric properties of alternate bars and water discharge: a laboratory investigation, *Earth Surf. Dynam.*, 8, 789–808, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧力勾配による流砂運動への影響を考慮した一様湾曲水路における河床変動解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis on Bed Variations in Curved Channels Considering Pressure-Gradient Effects on Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

笠島　光司（京都大・工）　村埜　健太（京都大・工）　音田　慎一郎（京都大・工）
Koji KASASHIMA, Kyoto University
Kenta MURASAKO, Kyoto University
Shinichiro ONDA, Kyoto University
E-mail: kasashima.koji.48z@st.kyoto-u.ac.jp

It is considerable importance to predict accurately riverbed variations during floods. This study introduces a bed-load transport model that explicitly accounts for pressure-gradient effects in determining sediment transport direction and critical shear stress. The numerical model is applied to a movable-bed flume experiment with a 90-degree bend. The results showed that the model reproduces bed variations qualitatively, but quantitative agreement was further required.

１．はじめに

温度上昇による洪水規模の変化が予想されている中，外力の変化は流砂のバランスや河床変動に変化をもたらすことから，こうした応答の変化を予め推定することは治水上重要である．このような背景から高精度な河床変動解析モデルが必要とされている．

本稿では，圧力勾配力の影響を陽に考慮して掃流砂の移動方向および限界掃流力を算出するモデルを導入する．次に，90 度の湾曲部をもつ移動床水路を対象とした水理模型実験 [1]の再現計算を行い，モデルの妥当性を検証する．

２．数値解析モデル

開水路流れモデルには，非静水圧一般座標系 3 次元モデルを用いる．界面の捕捉は密度関数法により行い，基礎式中にポーラスメディア法を導入することで表面流と浸透流の計算を行う．乱流モデルには非線形$k-\varepsilon$モデルを用いる．詳細は文献 [2]を参照されたい．

河床変動モデルについては，対象とする実験の河床材料の粒径が比較的大きいことから，掃流砂のみを対象とする．河床変動モデルの構成として，以下の掃流砂量式(1)と流砂の連続式(2)を組み合わせ，河床高z_bの時間変化を算出する．

$$\frac{\boldsymbol{q}_b}{\sqrt{Rgd^3}} = 5.7\left(\tau_{*p}-\tau_{*c}\right)^{1.5}\hat{\boldsymbol{s}}_b \tag{1}$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t}+\frac{1}{1-\lambda}\nabla\cdot\boldsymbol{q}_b = 0 \tag{2}$$

ここで，掃流砂量式には Fernandez Luque & van Beek[3]による式を用いる．$\hat{\boldsymbol{s}}_b$：掃流砂の移動方向単位ベクトル，τ_{*p}：圧力勾配力を考慮した無次元掃流力，τ_{*c}：無次元限界掃流力であり後述する方法で算出する．R：水中比重，d：粒径，g：重力加速度，λ：間隙率，t：時間である．

式(1)，(2)を用いて計算を進めるためには，掃流砂の移動方向$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を与える必要がある．掃流砂の運動を鉛直 2 次元断面内で考える場合には$\hat{\boldsymbol{s}}_b$は河床近傍の流速の向き$\hat{\boldsymbol{s}}$に一致するが，横断方向に河床勾配をもつ場合には一般に$\hat{\boldsymbol{s}}_b \neq \hat{\boldsymbol{s}}$となる．横断方向の河床勾配による掃流砂の移動方向の偏りを表現するため，長谷川の式を用いる方法があるが，長谷川の式は勾配が微小であることを前提としており，移動床湾曲水路のように横断方向に安息角に近い河床勾配が生じる場合にはモデルを修正する必要があると思われる．

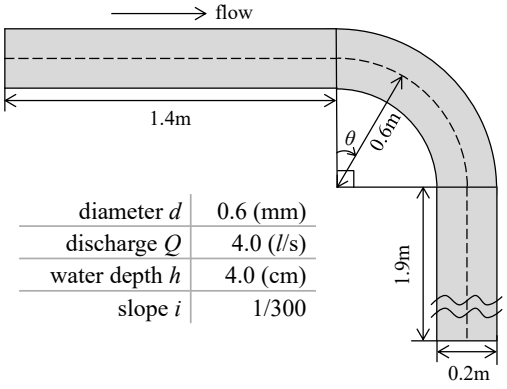


Fig. 1　Outline of calculation conditions

Seminara et al.[4]は，河床面が 3 次元的な勾配をもつ場合に砂粒子に作用する抗力，重力，揚力，摩擦力のつり合いを仮定して移動速度および方向を決定する方法を示した．また，山口・泉 [5]は，河床波形成における圧力勾配の影響を指摘し，鉛直 2 次元断面内で圧力勾配力を陽に組み込んだモデル化を行った．そこで本稿では，Seminara et al.[4]の方法をもとに，抗力，重力，圧力勾配力，摩擦力のつり合いを仮定して$\hat{\boldsymbol{s}}_b$を決定する．つり合い式より次式が導かれる．

$$\left|\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right|\left(\sqrt{\tau_*}\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{v_b^*}{f}\hat{\boldsymbol{s}}_b\right) = \chi^2\tau_{*c0}\left(|\boldsymbol{G}_n|\hat{\boldsymbol{s}}_b-\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_d}\right) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{G} = -\left(\hat{\boldsymbol{k}}+\nabla p^*\right)$$

$$\boldsymbol{G}_n = (\boldsymbol{G}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\hat{\boldsymbol{n}},\quad \boldsymbol{G}_t = \boldsymbol{G}-\boldsymbol{G}_n$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{n}}$：河床面の単位法線ベクトル，$\hat{\boldsymbol{k}}$：鉛直上向き単位ベクトル，$p^*=(p+\rho gz)/\rho Rg$：ピエゾ水頭，τ_*：無次元掃流力，τ_{*c0}：水平面での無次元限界掃流力，v_b^*：無次元掃流砂速度，μ_d：動摩擦係数，$f=11.5$[3]，$\chi=0.7$ [3]である．

式(3)において$v_b^*=0$とすると次式が導かれ，無次元限界掃流力τ_{*c}を求めることができる．ただしμ_dを静止摩擦係数μ_cに，τ_*をτ_{*c}に置き換えた．

$$\left|\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}}\hat{\boldsymbol{s}}+\frac{\boldsymbol{G}_t}{\mu_c}\right| = |\boldsymbol{G}_n| \tag{4}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

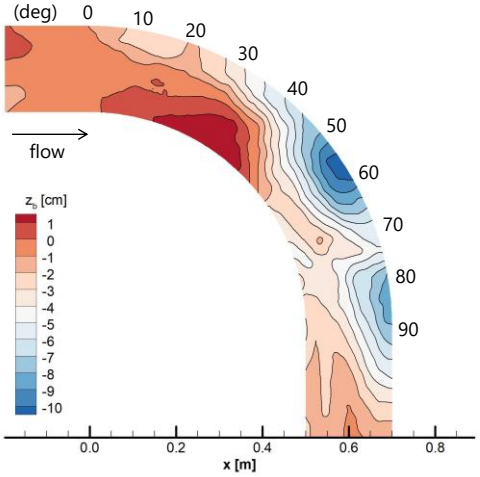


Fig. 2　Experimental results[1] of bed elevation distribution

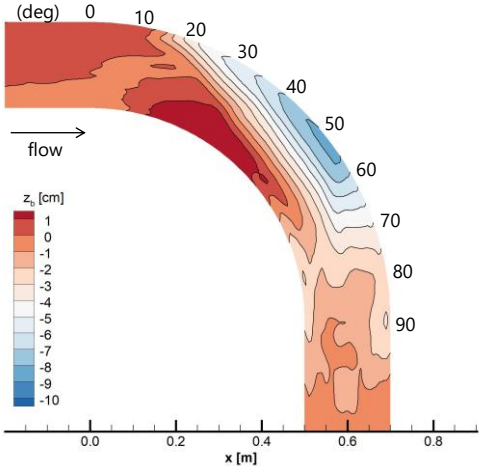


Fig. 3　Calculated results of bed elevation distribution

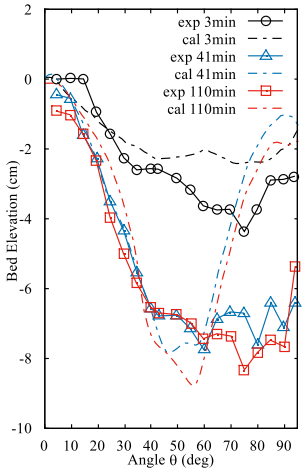


Fig. 4　Bed elevation profile along the outer bank

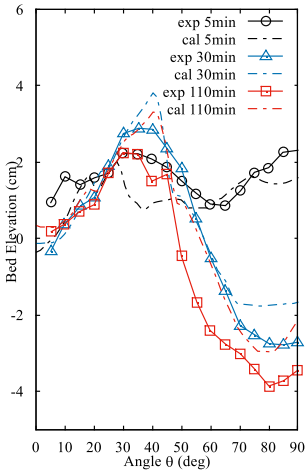


Fig. 5　Bed elevation profile along the inner bank

式(3), (4)において$\nabla p^*=0$とすれば Seminara et al.[4]の表式に，$\hat{\boldsymbol{s}}_b=\hat{\boldsymbol{s}}$，$\chi=1$とすれば山口・泉[5]の表式に一致する．

Wu[6]をもとに，式(1)では壁法則より求まる底面せん断力τ_*に圧力勾配力を考慮した次式を掃流力τ_{*p}として用いる．

$$\tau_{*p}=\left(\tau_*\hat{\boldsymbol{s}}-\frac{A_3}{A_2}\nabla p^*\right)\cdot\hat{\boldsymbol{s}}_b \qquad (5)$$

ここで，砂粒子形状は球を仮定して$A_3/A_2=2/3$とする．

3．モデルの適用と結果の考察

檜谷ら[1]が行った 90 度の湾曲部をもつ移動床水路での河床変動実験をもとに，計算条件を Fig. 1 のように設定した．計算格子数は主流方向に 210（うち湾曲部に 65），横断方向に 40，鉛直方向に 80（初期状態で気相セルに 16，液相セルに 16，移動床セルに 48）とし，鉛直，横断方向および主流方向湾曲部では格子間隔を一定とした．透水係数は 0.1cm/s とした．実験と同様に 120 分間相当の計算を実施した．以下では，湾曲部入口からの角度をθとする．

実験[1]では，時間の経過とともに外岸側で洗掘部が発達し，通水後 40 分で外岸側での平均的な洗掘深がほぼ平衡状態に達した．また，外岸側洗掘部を起点として下流側に周期的に砂堆が発生し，外岸側洗掘部より生じたらせん流が内岸側下流部（θ=45~90°）を洗掘する様子が確認された．

砂堆発生時の河床高について，Fig. 2 に実験結果を，Fig. 3 に計算結果（通水後 99 分）を示す．計算結果では，実験結果と同様に外岸側洗掘部を起点とする周期的な砂堆の発生，内岸側下流部での洗掘が再現された．また，Fig. 3 より外岸側や内岸側 70°での洗掘，砂堆の発生位置は実験結果と概ね一致した．一方，計算結果では，初期河床から砂堆のトラフまで最大 3cm 程度で，実験結果の 8cm 程度と比べると砂堆の波高が小さい．また，外岸側洗掘部の最大洗掘深は実験結果では 10.5cm であったのに対し，計算結果では 9.2cm であった．

Fig. 4 に通水後 3 分，41 分，110 分での外岸側河床高の実験および計算結果を示す．これより，外岸側では通水後約 40 分で平衡洗掘深（約 8cm）に達するという実験結果が計算でも再現されている．一方で，実験では洗掘部形状がθ=40~90°を底とするすり鉢状であるのに対し，計算では底の範囲がθ=40~60°と狭い．このことが外岸側洗掘部より発生する砂堆波高の過小評価の原因と考えられる．

Fig. 5 に通水後 5 分，30 分，110 分での内岸側河床高の実験および計算結果を示す．実験結果では，通水初期（5 分）では全体的に堆積傾向がみられるが，時間が経つにつれ下流部（θ=45~90°）で洗掘が発生し，洗掘深も増大する．この経過は計算においても再現された．一方で，計算結果では実験結果と堆積，洗掘位置は一致しているものの，その河床高が全体的に 1~2cm 高い．

以上のように，計算結果では外岸側の平衡洗掘深，また外岸側洗掘部を起点とした下流の砂堆形成や内岸側の洗掘の発生について定性的に再現できた．一方で，外岸側の洗掘形状やそこから発生する砂堆の波高については実験結果と相違がみられた．掃流砂の非平衡性など今回用いたモデルでは考慮できない要素もあり，これらの要素との関連も含め今後検討したい．

参考文献

1) 檜谷・道上・川合：水工学論文集, Vol.42, pp.979-984, 1998.
2) Q. Pang & S. Onda：J. JSCE, Vol. 11, No.2, 22-15049, 2023.
3) R. Fernandez Luque & R. van Beek：J. Hydraul. Res., Vol. 14, No.2, pp.127-144, 1976.
4) G. Seminara, L. Solari & G. Parker : Water Resour. Res., Vol.38, No.11, 1249, 2002.
5) 山口・泉：水工学論文集, Vol.49, pp.937-942, 2005.
6) W. Wu: Computational River Dynamics, Tylor & Fransis, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (1)

座長:紅露 一寛(新潟大学)

9:10 ~ 9:25

[12001] 有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

*志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[12002] 2次元空間において大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

*山本 亨輔[1]、勝山 俊平[1] (1. 筑波大学)

9:40 ~ 9:55

[12003] 連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

*山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

9:55 ~ 10:10

[12004] 密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

沖波 暁[1]、*西藤 潤[1] (1. 京都大学)

10:10 ~ 10:25

[12005] シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

*鎌田 英介[1]、山田 貴博[1] (1. 横浜国立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限変形奇弾性構成則による非対称大変形挙動の表現（シンポジウム講演概要）

Representation of asymmetric large deformation behavior by finite odd elastic constitutive law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

志賀　美春（東北大・工）　中村　明莉（東北大・工）　松原　成志朗（東北大・工）
寺田　賢二郎（東北大・工）
Miharu Shiga, Tohoku University
Akari Nakamura, Tohoku University
Seishiro Matsubara, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: shiga.miharu.t1@dc.tohoku.ac.jp

This study formulates two types of odd elastic constitutive equations within the framework of finite strain theory to investigate the effect of large deformation on the nonreciprocity of materials. One presumes the linear relationship between the first odd Piola-Kirchhoff (PK) stress and the displacement gradient tensor, which is a direct extension of the infinitesimal odd elastic constitutive equation. The other is defined as the linear relationship between the second odd PK stress and the Green-Lagrange strain, so that the contribution of the rotational stress and strain disappears from this equation. To perform a finite element analysis on an odd elastic material, we devise a stress update algorithm attached to an implicit numerical scheme, as well as deriving the weak form of the governing equations with asymmetric stress and strain tensors. The performance and characteristics of the proposed model, such as the effect of large deformation on nonreciprocity and mechanical activity, are studied through not only theoretical discussion of uniform deformation problems but also finite element analyses.

1. 序論

奇弾性とは，物体の能動運動を誘発する非相反的な弾性的性質である．これは特定方向へのエネルギー変換デバイスへの応用が期待される一方で，微小変形理論の枠組みでしか議論されていない．本研究では，有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を再定式化し，大変形が材料の非相反性に及ぼす影響を調査する．具体的には，一様変形に関する理論検討に加え，奇弾性構成則を用いた構造物の有限要素解析を行い，大変形が非対称な力学挙動や能動運動のためのエネルギー生成に及ぼす影響について考察する．

2. 有限変形理論に基づく奇弾性構成則

本節では，微小変形理論に基づく奇弾性構成則[1)]を有限変形理論の枠組みに拡張し，基準配置を参照する奇弾性構成則を定式化する．ここで，ツーポイントテンソルを用いて記述する応力と物質表示で記述する応力をそれぞれ第一奇 Piola–Kirchhoff 応力（第一奇 PK 応力），第二奇 Piola–Kirchhoff 応力（第二奇 PK 応力）と呼称する．

2.1. 第一奇 PK 応力を用いたモデル

2 次元空間において，次の 2 階の基底テンソルを定義する．

$$\boldsymbol{\tau}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

これらの $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ を用いて分解される変位勾配テンソル $\boldsymbol{H}$ の成分 $H^{\mathrm{odd}}_\alpha = \tau_\alpha : \boldsymbol{H}$ を奇弾性ひずみと呼び，基準配置における基本変形モードは，それぞれ**図-1** に示す通りである．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

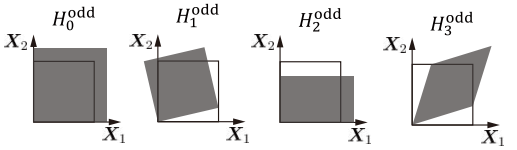


Fig. 1　奇弾性ひずみが表現する変形モード

$$P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} H^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{2}$$

ここで，P^{odd}_α は奇弾性応力であり，第一 PK 応力 $\boldsymbol{P}$ と $P^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{P}$ の関係にある．また，$C^{\alpha\beta}$ は奇弾性係数行列の成分であり，接線係数 $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}}$ は第一 PK 応力の変形勾配 $\boldsymbol{F}$ に関する勾配として $\mathbb{A}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \boldsymbol{F}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$ で定義する．

2.2. 第二奇 PK 応力を用いたモデル

本モデルでは，Green–Lagrange（GL）ひずみ $\boldsymbol{E}$ を用いた奇弾性ひずみ $E^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{E}$ を用いる．なお，第二 PK 応力と GL ひずみによる仕事に剛体回転の寄与は含まれないため，$E^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．そして，奇弾性ひずみを用いた線形の奇弾性構成則を次式で定義する．

$$S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \sum_{\beta=0}^{3} C^{\alpha\beta} E^{\mathrm{odd}}_\beta \tag{3}$$

ここで，S^{odd}_α は奇弾性応力であり，第二 PK 応力 $\boldsymbol{S}$ と $S^{\mathrm{odd}}_\alpha = \boldsymbol{\tau}_\alpha : \boldsymbol{S}$ の関係にある．なお，第二 PK 応力は角運動量保存則の成立を前提とするため，$S^{\mathrm{odd}}_1 = 0$ である．このとき，すべての α，β に対して $C^{\alpha 1} = 0$，$C^{1\beta} = 0$ が成立する．そのため，第二奇 PK 応力は連続体力学における第二 PK 応力と一致する．また，接線係数 $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}}$ は第二 PK 応力の GL ひずみに関する勾配として $\mathbb{C}^{\mathrm{ct}} = \frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{E}} = \sum_{\alpha=0}^{3}\sum_{\beta=0}^{3} \frac{C^{\alpha\beta}}{2} \boldsymbol{\tau}_\alpha \otimes \boldsymbol{\tau}_\beta$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で定義する．

3. 奇弾性挙動の調査

本節では微小変形理論，有限変形理論に基づく奇弾性構成則を用いた有限要素解析を実施し，奇弾性係数および大変形が物体の材料挙動に及ぼす影響を調査する．

3.1. 一軸圧縮試験における材料挙動

図-2 に示すような境界条件で正方形試験片の一軸圧縮試験を模擬する有限要素解析を実施する．調査する奇弾性係数の組み合わせは，Lame 定数をそれぞれ $\lambda = 40$，$\mu = 40$ とする線形弾性体と等価な場合に加え，膨張・収縮と等容軸変形の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{02} = -C^{20}$）と等容軸変形と純せん断の非対称な相互作用を考慮する場合（$C^{23} = -C^{32}$）の 3 ケースを設定する．

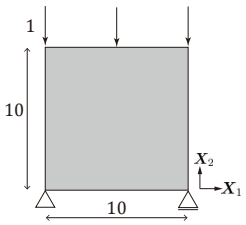


Fig. 2 一軸圧縮試験

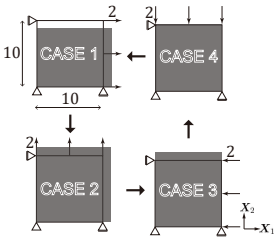


Fig. 3 ひずみサイクル

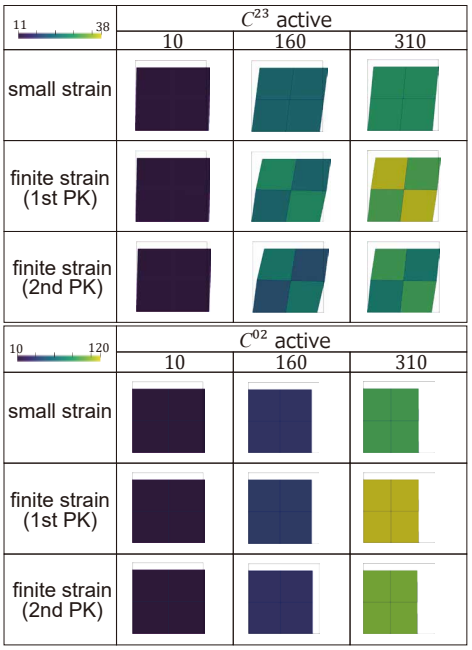


Fig. 4 変形形状と von-Mises の相当応力分布

解析結果を**図-4** に示す．変形理論にかかわらず，奇弾性係数 C^{02} を有効にすると，C^{02} が大きいほど X_1 軸方向の変形量が大きいことが確認できる．一方，奇弾性係数 C^{23} を有効にしたときは $C^{23} = 160$，$C^{32} = -160$ のときが最もせん断変形が大きいことが確認できる．したがって，せん断変形が最も大きい特異な C^{23} が存在するといえる．実際に，微小変形理論の枠組みで理論的に検討すると，

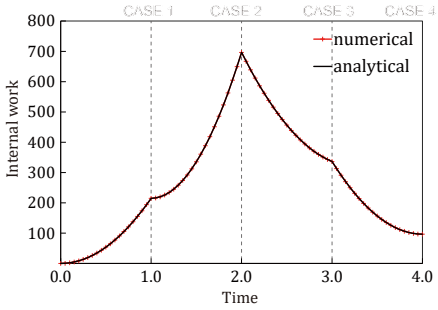


Fig. 5 微小変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

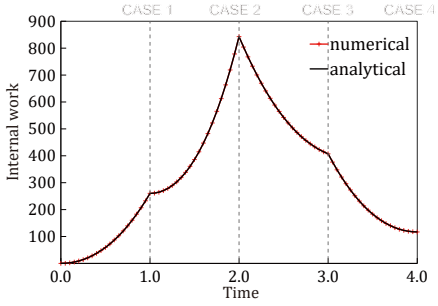


Fig. 6 有限変形理論におけるひずみサイクルの内部仕事

$C^{23} = \sqrt{C^{33}(C^{00} + C^{22})}$ のとき最もせん断変形が大きいことを確認している．一方で，有限変形理論の枠組みでは，幾何学的非線形性によって変形の一様性が失われることがわかる．

3.2. 力学活性の調査

Scheibner ら[1] によると，奇弾性係数行列が非対称であることにより，閉じたひずみサイクルの中で物体は外界に対して正の仕事をする．**図-3** に示すように，X_1，X_2 軸方向に ±2 の強制変位を作用するひずみサイクルに対して有限要素解析を行う．各奇弾性係数には，$C^{00} = 160$，$C^{22} = 80$，$C^{33} = 80$，$C^{02} = 10$，$C^{20} = -10$ を設定する．ひずみサイクルの中で蓄積される内部仕事を**図-5**，**図-6** に示す．ここで，数値解析によって得られた解をマーカー付の赤色の実線，解析解を黒色の実線で示している． CASE4 終了時点における内部仕事が非ゼロになったことから，奇弾性係数行列の非対称性 $C^{02} \neq C^{20}$ によってひずみサイクルの中で力学活性が生じたことが確認できる．

4. 結論

有限変形理論の枠組みで奇弾性構成則を定式化した．また，構築した構成則を用いた数値解析から，大変形が力学挙動の特異性を増幅したり，奇弾性係数行列の非対称性がエネルギー生成に寄与したりすることが確かめられた．今後は，$C^{02} = -C^{20}$ 以外の奇弾性係数の非対称性を考慮した場合の力学活性も調査し，力学活性のパラメータ依存性を検証する．

参考文献

1) Scheibner, C., Souslov, A., Banerjee, D., Surówka, P., Irvine, W. T. M. and Vitelli, V.: Odd elasticity, *Nature Physics*, Vol. 16, No. 4, pp. 475–480, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2 次元空間において大域参照勾配を自由度に持つ アイソパラメトリック・エルミート族要素の提案（シンポジウム講演概要）

Proposal of a 2D Isoparametric Hermite Element with Global Reference Gradients in DoF (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山本　亨輔（筑波大）　　勝山　俊平（筑波大）
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
Shumpei Katsuyama, University of Tsukuba
E-mail: yamamoto.kyosuke.fu@u.tsukuba.ac.jp

We propose a 2D isoparametric Hermite element via global reference gradients as DOFs to unify geometry and field definitions. This symmetry enables homomorphic operations preserving the distributive law, mathematically integrating the initial shape and displacement. Plane stress analysis of an arch confirms that coarse meshes yield remarkably smooth gradients, validating the method's geometric fidelity and numerical consistency.

1. はじめに

構造物の荷重抵抗性能を評価する際，有限要素法（FEM）は，最も有力な数値解析手法の一種である．標準的な FEM ではC^0連続なラグランジュ要素が広く普及しているが，応力場（変位の導関数）が要素境界で不連続となるため，精度確保には細密なメッシュ分割が必要となる．特に，薄板や曲線構造モデルでは，要素境界の勾配の不連続性がしばしば問題となる．

節点導関数を自由度に持つエルミート族要素は，要素境界の連続性を自然に担保できるため，本来はC^1適合性が要求される 4 階の物理系とよく整合する．しかし，幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築 [1]においては，幾何定義に局所パラメータ微分（$\partial/\partial\xi$）が，物理場に大域座標微分（$\partial/\partial x$）が混用されることに起因して，トポロジー的な不整合が課題 [2]となっている．

本稿では，2 次元空間において幾何マッピングと変位場の双方を大域参照勾配で定義し，真の意味でのアイソパラメトリックなエルミート族四辺形要素を提案する．本手法は，座標変換の不整合を解消し，標準的手続きで滑らかな曲線表現が可能である．本要素の性能を検証するため，粗いメッシュの円弧アーチ構造を平面応力問題として解く．

2. 基礎数理

エルミート要素の定式化において，先行研究 [1), 2)]は，大域参照座標と幾何場を同一の変数と見なしてきた．本研究では，大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2)$ と幾何場（初期配置の座標系）$\bar{\boldsymbol{x}}=[\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2]^{\mathrm{T}}$を厳密に区別する．但し，節点では幾何と参照座標は一致する．つまり，節点 k において，$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x}^k)=\boldsymbol{x}^k$ である．

幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ の両方の自由度を大域参照座標 $\boldsymbol{x}$ に対する勾配を用いて定義する．つまり，

$$\boldsymbol{X}_1^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_1^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_1^k=\begin{bmatrix}u_1^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{X}_2^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_2^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_2^k=\begin{bmatrix}u_2^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)^k\end{bmatrix} \tag{1}$$

である．領域 Ω 内の全節点 $k=1,\dots,n$ に対して式(1)のベクトルを方向 i ごとに集約する．

$$\boldsymbol{X}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{X}_i^n\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_i^1\\ \vdots\\ \boldsymbol{U}_i^n\end{bmatrix} \tag{2}$$

このとき，形状マッピングベクトル $\boldsymbol{X}$，数値解ベクトル $\boldsymbol{U}$ を以下のように定義する．

$$\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_1\\ \boldsymbol{U}_2\end{bmatrix} \tag{3}$$

また，大域ベクトル $\boldsymbol{X}$ と $\boldsymbol{U}$ から要素eに関する成分のみを抽出する配置マトリクスを$\mathbf{T}^{(e)}$とする．

$$\boldsymbol{X}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{X},\quad \boldsymbol{U}^{(e)}=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{U} \tag{4}$$

領域 Ω 内で定義される基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$を組み合わせて，基底関数行列 $\mathbf{G}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}$ が定義できる．今，$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{T}^{(e)}\boldsymbol{N}(\boldsymbol{x})$なので，要素$e$の自由度に対応した成分を取り出すと，次式となる．

$$\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{N}^{(e)\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix} \tag{5}$$

点$\boldsymbol{x}$が要素e内にあるとき，$\mathbf{T}^{(e)\mathrm{T}}\mathbf{T}^{(e)}$は単位行列であるから，幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ と変位場 $\boldsymbol{u}$ は，次のように近似できる．

$$\bar{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{X}^{(e)} \tag{6}$$
$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{U}^{(e)} \tag{7}$$

要素がアイソパラメトリックであるとは，式(6)と式(7)の$\mathbf{G}(\boldsymbol{x})$が共通であることをいう．このとき，初期形状$\bar{\boldsymbol{x}}$，変位場$\boldsymbol{u}$を合わせた変形後の形状$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}$が次式で表されることを意味する．

$$\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u}=\mathbf{G}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U})=\mathbf{G}^{(e)}(\boldsymbol{x})\left(\boldsymbol{X}^{(e)}+\boldsymbol{U}^{(e)}\right) \tag{8}$$

つまり，離散化しても分配法則が保持される準同型操作である．

次にエルミート基底関数ベクトル$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})$を正規化座標系$\boldsymbol{\xi}$で再定義する．ここで，係数行列$\mathbf{A}$と基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる．

$$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x})=\mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) \tag{9}$$

基底関数$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を明記するために，一次元エルミート補間関数$\boldsymbol{h}(\xi)$を次のように定義する．但し，$-1\le\xi\le1$である．

$$\boldsymbol{h}(\xi)=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}(1-\xi)^2(2+\xi)\\ (1-\xi)^2(1+\xi)\\ (1+\xi)^2(2-\xi)\\ -(1+\xi)^2(1-\xi)\end{bmatrix} \tag{10}$$

関数$u(x)$のx^aとx^bにおける関数値u^a，u^bと導関数値θ^a，θ^bに対して，この補間関数は次のような近似式が定義できる．

$$u(x)=\left(\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{x^b-x^a}{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{x^b-x^a}{2}\end{bmatrix}\boldsymbol{h}(\xi)\right)\cdot\begin{bmatrix}u^a\\ \theta^a\\ u^b\\ \theta^b\end{bmatrix} \tag{11}$$

これを 2 次元に拡張すると，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) \\ \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\phi}^a(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_1(\eta) \\ h_2(\xi)h_1(\eta) \\ h_1(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^b(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_1(\eta) \\ h_4(\xi)h_1(\eta) \\ h_3(\xi)h_2(\eta) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{\phi}^c(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_3(\xi)h_3(\eta) \\ h_4(\xi)h_3(\eta) \\ h_3(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}^d(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} h_1(\xi)h_3(\eta) \\ h_2(\xi)h_3(\eta) \\ h_1(\xi)h_4(\eta) \end{bmatrix}$$

である．点aにおいて，$\boldsymbol{N}^{(e)} = \boldsymbol{e}_1$ かつ $\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{e}_1$ である．また，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_2 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial x}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \\ \boldsymbol{e}_3 &= \left.\frac{\partial N^{(e)}}{\partial y}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} = \mathbf{A}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right)\Big|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^a} \\ &= \mathbf{A}\left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^a \boldsymbol{e}_3\right) \end{aligned} \tag{13}$$

の関係式が得られる．同様の関係式を点b，点c，点dについても求めると，係数行列$\mathbf{A}$が次のように求められる．

$$\mathbf{A}^a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^b - x^a}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^b - y^a}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{A}^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^c - x^b}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^c - y^b}{2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x^c - x^d}{2} & \frac{x^d - x^a}{2} \\ 0 & \frac{y^c - y^d}{2} & \frac{y^d - y^a}{2} \end{bmatrix}$$

以上より，大域参照勾配を自由度に持つアイソパラメトリック・エルミート族四辺形要素を定式化できた．従来 [1]は，形状マッピングに$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を，場の近似に$\boldsymbol{N}^{(e)}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{A}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\xi})$を用いる非対称性があった．本稿は，式(1)のようにパラメータ勾配ではなく大域参照勾配で自由度を定義したことで，この非対称性を解消し，式(8)のような準同型性を獲得できた．

3. 曲線形状モデルの作成

要素形状が四角形$abcd$で良ければ，幾何場を歪ませる必要はないため，幾何$\bar{\boldsymbol{x}}$と大域参照$\boldsymbol{x}$は厳密に一致する．四角形要素に対して形状マッピングベクトルは，次式となる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_1^{(e)} &= [x^a \quad 1 \quad 0 \quad x^b \quad 1 \quad 0 \quad x^c \quad 1 \quad 0 \quad x^d \quad 1 \quad 0]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{X}_2^{(e)} &= [y^a \quad 0 \quad 1 \quad y^b \quad 0 \quad 1 \quad y^c \quad 0 \quad 1 \quad y^d \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{14}$$

一方，要素構成節点aに関わる形状マッピング成分を

$$\mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_1}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_1}\right)^a \\ \left(\frac{\partial \bar{x}_1}{\partial x_2}\right)^a & \left(\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial x_2}\right)^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^a & y^a \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

のように書く．参照勾配成分$\mathbf{V}^a = \begin{bmatrix} \mu_1^a & \nu_1^a \\ \mu_2^a & \nu_2^a \end{bmatrix}$が単位行列でない場合，要素の各辺は曲線となる．

Fig. 1 のように，アーチを構成する非線形な四辺形要素を考える．節点kが複数の要素に共通なら，大域参照$\boldsymbol{x}$において元の線形な四角形要素の辺ベクトル$\boldsymbol{l}^L$や$\boldsymbol{l}^R$を曲線形状に合わせて接線方向へ線形変換する必要がある．つまり，$\boldsymbol{x}$座標表示の$\boldsymbol{l}^L/|\boldsymbol{l}^L|$および$\boldsymbol{l}^R/|\boldsymbol{l}^R|$をともに $\boldsymbol{g}$ へ変換する．式(15)より，$\mathbf{V}^k$は節点kにおけるこの線形変換に相当する．したがって，$\mathbf{V}^k$は，

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}^L}{|\boldsymbol{l}^L|} & \frac{\boldsymbol{l}^R}{|\boldsymbol{l}^R|} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{g} \quad \boldsymbol{g}] \tag{16}$$

を解けば求まる．節点kが端部の場合，スパン方向の辺ベクトルと半径方向の辺ベクトル$\boldsymbol{d}$を用いて，次式を解けばよい．

$$\mathbf{V}^k \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{l}}{|\boldsymbol{l}|} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{g} & \frac{\boldsymbol{d}}{|\boldsymbol{d}|} \end{bmatrix} \tag{16}$$

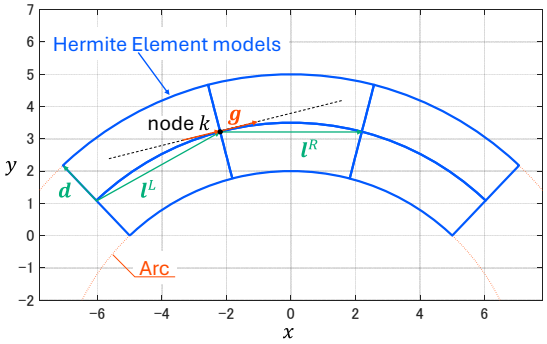


Fig. 1 The arch structure model based on Hermite elements

Table 1 The parameters of arch structure model

Span (m) L	Rise (m) H	Height (m) D	Thickness (m) t	Load (kN) P	Young's modulus (GPa) E	Poisson's ratio - ν
10	2	3	0.60	100	200	0.25

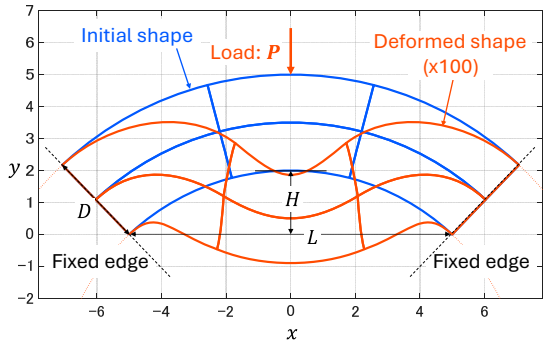


Fig. 2 The initial and deformed shapes of the arch model

4. 曲線アーチモデルの作成

内側に対応する水平方向スパン長L，厚さD，高さHとして円弧アーチをモデル化する．ここで形状マッピングベクトルの各成分は，式(16)および式(17)を用いて設定した．円弧の半径方向に節点を配置する．Table 1 にモデルのパラメータを，Fig. 2 に初期形状と変形後形状を示す．計算の結果，要素分割が粗い場合でも，要素境界において変位および勾配が極めて滑らかに連続する結果が得られた．

5. まとめ

本稿は，エルミート要素による幾何と場の離散化における非対称性を解消し，初期配置と変位の合成を単一の代数的操作へ統合した．従来のエルミート要素 [1]が抱える連続性保証のための煩雑な補正 [2]が不要となり，FEM の一般性と汎用性を保持したまま，精度と利便性を大幅に向上できると期待される．

参考文献

1) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
2) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

連続体に埋め込まれたケーブルの力学モデルと有限要素解析（シンポジウム講演概要）

Mechanical Model and Finite Element Analysis of Cable Embedded in Continuum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

Numerical stability is a key challenge when using rod elements to analyze slender structures embedded in a continuum. This study proposes a simplified cable model neglecting bending stiffness to improve numerical stability. Force transmission can be represented by curvature vector of cable, enabling direct equilibrium formulations. We present this approach and an ALE cable element, demonstrating their effectiveness through numerical examples.

1. 序

連続体に埋め込まれた棒状構造の問題は，地盤アンカーによる補強や外科手術における縫合の力学モデルなどで現れる．筆者らはこれまで，曲げおよびせん断剛性を有する棒が摩擦なく連続体に埋め込まれた系に対し，ALE（Arbitrary Lagrangian-Eulerian）有限要素法[1] を用いた解析手法を提案してきた[2]．しかしながら，数値安定性や曲線形状で埋め込まれた際の曲げ剛性を考慮した初期条件の設定に課題を残している．

そこで本研究では，曲げ剛性を無視したケーブルとして構造をモデル化することで，これらの課題解決を図る．軸力のみを考慮し連続体との摩擦を無視する場合，ケーブルから連続体への力伝達はケーブルの曲率ベクトルのみで記述できる．このアプローチでは，軸力の導入されたケーブルと連続体とのつり合いとして定式化が可能であり，ケーブルの軸変形を陽に扱う必要がない．

本論文では，上述の曲率に基づく定式化に加え，軸変形を考慮したケーブルに対する ALE 有限要素法を導出し，棒要素の場合と同様の解析フレームワークを提示する．また，数値計算例を通じて各手法の特性を比較・検討し，その有効性を示す．

2. ケーブルの力学モデル

ケーブルの形状を，弧長パラメータ s を用いた位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ により定義する．このとき，曲線上の任意の点における接線ベクトル $\boldsymbol{t}(s)$ は，位置ベクトルを s で微分することにより次のように得られる．

$$\boldsymbol{t}(s) = \frac{d\boldsymbol{\phi}}{ds} \tag{1}$$

ケーブルの微小線分 Δs における力のつり合いを考える．ケーブルには軸力 N が導入されており，微小線分の両端には Fig.1 のように軸力 $N\boldsymbol{t}(s)$, $N\boldsymbol{t}(s+\Delta s)$ が作用している．これらの力と，連続体から受ける単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ とのつり合い条件は，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{p}(s)\Delta s + N\boldsymbol{t}(s+\Delta s) - N\boldsymbol{t}(s) = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

いま，$\Delta s \to 0$ の極限を考えると，連続体に作用する荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は次式となる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} \tag{3}$$

このとき，位置ベクトル $\boldsymbol{\phi}(s)$ を用いて表すと式 (1) より，

$$\frac{d\boldsymbol{t}}{ds} = \frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{4}$$

ここで，$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}$ は曲率ベクトルであり，軸力 N が導入されたケーブルから連続体に作用する単位長さあたりの荷重 $\boldsymbol{p}(s)$ は，曲率ベクトルを用いて次のように表すことができる．

$$\boldsymbol{p}(s) = -N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \tag{5}$$

すなわち，連続体に作用する力は曲率ベクトル方向に曲率に比例した大きさを持つ分布荷重として表すことができる．

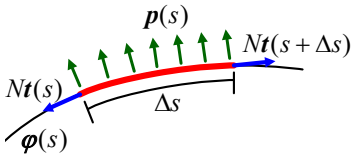


Fig. 1　Mechanical Model of Cable

3. 摩擦無しケーブルに対する計算手法

3.1. ケーブル荷重モデル

ケーブルを変形体として取り扱うのではなく，前節で述べたケーブルから連続体に伝達される力を離散化し，連続体に外力として作用させる手法を考える．このとき，ケーブルは連続体に追従する形で変形するものとする．

まず，ケーブルの形状を１次要素で近似し，ケーブルの節点と連続体を表すソリッド要素の節点は共有されているものとする．いま，Fig.2 のように節点を共有する長さ L_1, L_2 の隣接する要素において，節点における曲率ベクトルを要素の接線ベクトル $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2$ で差分近似すると，次式が得られる．

$$\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2} \approx \frac{\boldsymbol{t}_2 - \boldsymbol{t}_1}{\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}} \tag{6}$$

一方，節点の支配領域が，隣接要素の１／２であるものとするならば，ケーブルがソリッド要素に与える等価節点力ベクトル $\boldsymbol{F}$ は次式で与えられることとなる．

$$\boldsymbol{F} \approx N\frac{d^2\boldsymbol{\phi}}{ds^2}\left(\frac{L_1}{2} + \frac{L_2}{2}\right) = N(\boldsymbol{t}_1 - \boldsymbol{t}_2) \tag{7}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

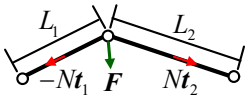


Fig. 2　Discrete Model of Cable

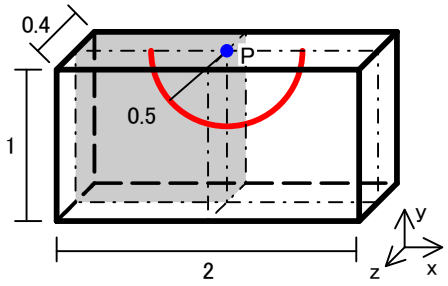
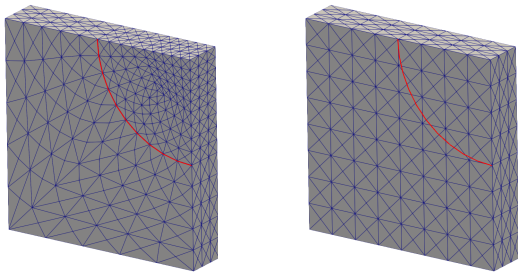


Fig. 3　Finite Element Mesh



(a) conforming model　(b) nonconforming model

Fig. 4　Finite Element Mesh

上述の手法は節点共有を前提としているが，ケーブルによる力は点荷重として評価されるため，ソリッド要素とは独立した節点配置が可能である．変形の不整合を許容すれば，複雑なケーブル経路に対してもソリッド要素の適合分割が不要となり，モデル作成の利便性が大幅に向上する．

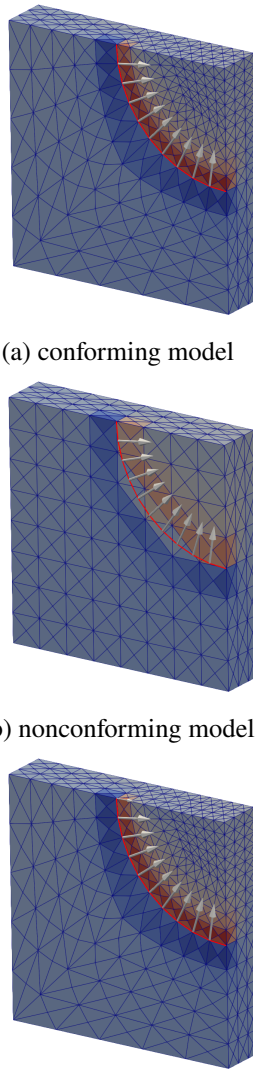
3.2.　ケーブルに対する ALE 有限要素法

ケーブルに対する ALE 定式化を行い，筆者等が提案する ALE 有限要素法による棒と連続体の摩擦無し接触の計算手法[2] の枠組みに適用する．なお，筆者等がこれまで用いてきた棒の ALE 有限要素法においては，棒の一般化ひずみには初期形状を参照した工学ひずみが用いられてきたが，本研究では，Green–Lagrange ひずみを用いた．

ケーブルの滑りを考慮するためにはケーブルの軸方向を定義することが必要となる．いま，前項における離散化で得られた節点力の方向は隣接する要素において，それぞれの方向を表す単位ベクトルの差で表されている．これは，節点力の方向と直交する方向がケーブルの力が連続体に伝達されないことを意味しており，この方向をケーブルの軸方向と定義すれば良いことが分かる．そこで本研究では，ソリッド要素の節点と重なるケーブル要素の節点に対してケーブルの変形後形状において，隣接する要素の方向を表す単位ベクトルから局所座標系を定義するものとした．

4.　数値計算例

Fig.3 のような直方体形状のソリッド要素で表された固体中にケーブルを半円状に配置し，ケーブルに引張軸力を導入する問題を考える．固体の底面は滑り条件とし，計算は対称条件を考慮し，１／４モデルに対して実行する．Fig.4 に要素分割を示す．



(a) conforming model

(b) nonconforming model

(c) ALE

Fig. 5　Force of Cable and Pressure Field

Fig.5 に固体の圧力分布とケーブルが連続体に作用する荷重ベクトルを示す．ただし，ケーブルの両端のベクトルは示していない．連続体とケーブルの節点を共有する適合型ケーブル荷重モデルによる計算結果と ALE 有限要素法による結果はほぼ一致した．一方，ソリッド要素の節点とは独立にケーブルを設定した非適合型ケーブル荷重モデルの結果はケーブル近傍のメッシュ解像度が異なることから，圧力分布において他のモデルと差異が見られるが，ソリッド要素の変形については，概ね一致している．したがって，非適合型ケーブル荷重モデルは，ケーブルを駆動力として連続体を変形させる問題に対する適用性を有するものと言える．

参考文献

1) 山田貴博: ALE 有限要素法による弾性棒の大変形解析, 日本計算工学会論文集, 7, 191–198, 2005.
2) 山田貴博: 棒と連続体の摩擦無し接触解析への ALE 有限要素法の適用, 応用力学シンポジウム, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

密度依存型降伏強度を用いた剛塑性体の位相最適化手法の開発（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization for Rigid-Plastic Materials with Density-Dependent Yield Strength (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沖波　暁（京都大・工学研究科）　西藤　潤（京都大・工学研究科）
Akira OKINAMI, Kyoto University
Jun SAITO, Kyoto University
E-mail: saito.jun.3n@kyoto-u.ac.jp

In this study, a topology optimization method for rigid-plastic materials is developed. First, the formulation of a mixed rigid-plastic finite element method is presented. Then, a topology optimization problem is formulated by introducing element-wise density variables as design parameters. Since the problem is non-convex, it is prone to local optima and difficulty in finding the global optimum. To address this issue, the problem is decomposed into a rigid-plastic analysis and a material distribution optimization, which are solved alternately. In addition, a density-dependent yield function is proposed to ensure physically reasonable yielding behavior according to the density value. Numerical analyses of two structures, including a cantilever beam, demonstrate the effectiveness of the proposed method.

1. 序論

土木構造物の設計において軽量化と高強度化の両立は重要な課題である．この課題を解決するための手法の一つが位相最適化[1]である．位相最適化は設計自由度が高く，人間が容易に思いつかないような構造形状を探索することができる．土木構造物の設計では塑性崩壊が起こりにくい安全な設計が求められるため，本研究では剛塑性体を対象とした位相最適化手法を開発する．最適化問題の強い非線形性に対処するため問題を問題を剛塑性解析（凸問題）と材料配置最適化（非凸問題）に分割して解く．

2. 剛塑性有限要素法

剛塑性体の境界値問題の概念図を Fig. 1 に示す．領域 D に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えたときの荷重係数 α を求める問題を考える．本問題は下界定理[2]に基づくため，力のつり合い式および塑性条件を満足し，KKT 条件から導かれる関連流れ則を満たす荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求める最適化問題である．Lagrange 乗数として変位速度 $\boldsymbol{u}$ と塑性乗数 $\boldsymbol{\lambda}$ が得られる．

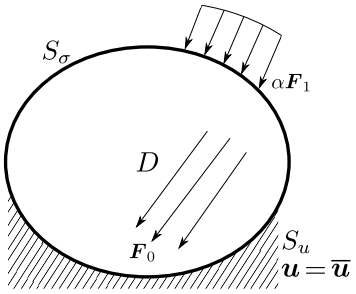


Fig. 1 The boundary value problem for a rigid-plastic body

3. 位相最適化

3.1. 定式化

剛塑性体の領域に荷重 $\alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0$ を与えるとき，荷重係数 α が最大となる密度 ρ の分布を求める．2 次元要素 e における密度 ρ^e は要素 e において物質が占める割合と定義する．密度変数 ρ^e が $\rho^e = 0$ であれば，要素は空隙である．$\rho^e = 1$ であれば，要素は完全に物質で満たされる．その間の値を取るとき，すなわち，$0 < \rho^e < 1$ であれば，要素は部分的に物質で満たされる．

下界定理に基づく剛塑性有限要素法に基づき，一定の体積制約下で荷重係数 α が最大となる密度分布 $\boldsymbol{\rho}$ を最適化する問題は式 (1)–(2) のように定式化される．

$$\max_{\alpha, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}} \quad \alpha \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{\sigma} = \alpha \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_0 \\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\rho}) \le \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{A} \le V_{\max} \\ \boldsymbol{0} \le \boldsymbol{\rho} \le \boldsymbol{1} \end{cases} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{A}$ は要素の面積を表すベクトル，$V_{\max}$ は体積制約の上限を表す．本研究における位相最適化問題は非凸であるため最適解の探索が困難である．そこで位相最適化問題を剛塑性解析と材料配置最適化に分割し，交互に解く．剛塑性解析により荷重係数 α と応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を求め，材料配置最適化により密度 $\boldsymbol{\rho}$ を更新する．剛塑性解析は二次計画問題として定式化され，比較的容易に解くことができる．材料配置最適化には誤差逆伝搬法を用いた．また，チェッカーボードを抑制するため，荷重係数 α に対する密度 $\boldsymbol{\rho}$ の感度を周辺要素と平滑化する処理をした．

3.2. 降伏関数

Fin ら[3]による剛塑性体の位相最適化手法で用いられた降伏関数は密度変数に依存するが，降伏曲面の勾配の方向は応力によらず，同じであり，常に体積一定の条件を満たす．そのため，密度が 0 となる空隙の領域においても，体積一定条件が課されることとなり，変形の自由度が下がり，空隙部分に非物理的な制約が加わる．そこで本研究では空隙部で塑性ひずみを任意の方向に取ることが可能な，密度に依存する降伏関数を式 (3) に提案する．

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \rho) = \sqrt{\frac{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2}{[a(\rho)]^2} + \frac{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2}{[b(\rho)]^2}} - 1 \tag{3}$$

$$a(\rho) = c\left(\rho^n + \epsilon\right) \tag{4}$$

$$b(\rho) = -c\left[\rho^{n-1} \ln(1 - \rho) - \epsilon\right] \tag{5}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

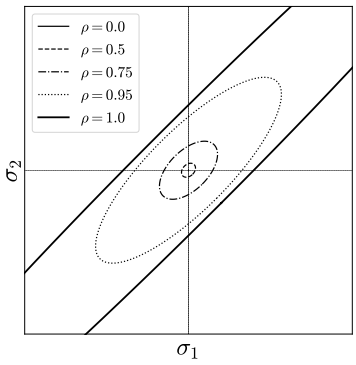


Fig. 2　Yield surface for $n = 3$ and cohesion $c = 1.0$

式 (3) による降伏曲面を図示すると，Fig. 2 のようになる．低密度領域では降伏曲面は半径の十分小さい円となり，微小な応力状態で，降伏曲面の勾配はすべての方向を向くことが可能となる．つまり，任意の塑性ひずみを取ることができ，自由な変形が可能となる．式 (4), (5) において，n の値を大きくすると，ρ の減少に対して降伏曲面の半径がより急速に小さくなる．その結果，中間密度の要素は塑性崩壊しやすく，構造に寄与しにくくなり，0 または 1 に近い密度分布が選択されやすくなる．これにより，中間密度領域が広がるグレースケールを抑制することが可能となる．

4.　数値計算例

提案した手法で構造形状が得られることを示すために，Fig. 3 のような縦横比が 1 : 2 の片持ちばりの問題を考える．左端を固定，右端に中央部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．解析の結果を Fig. 4 に示す．体積制約は 45%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ で一定とした．領域は 40×80 の正方形要素で離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のときの荷重係数 $\alpha = 2.013$ であるのに対して，得られた位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 1.966$ で塑性崩壊した．

2 つ目の例題として，Fig. 5 の縦横比が 1 : 1 の L 字型構造体に対して解析を行った．上端は固定し右端上部に荷重 $\alpha \boldsymbol{F_1}$ を与えた．結果を Fig. 6 に示す．体積制約は 47%，降伏関数のパラメータは $n = 3$ とした．領域を 1600 要素に離散化した．全ての要素の密度 ρ^e が 1 のとき荷重係数が $\alpha = 0.997$ であるのに対して，位相最適形状では荷重係数 $\alpha = 0.987$ で塑性崩壊した．

5.　結論

剛塑性解析と材料配置最適化を組み合わせることにより位相最適化問題の最適解を探索した．密度に依存した降伏強度を用いることで空隙の変形を正しく表現することが可能になった．本手法を用いて，片持ちばりおよび L 字型構造体を対象とした数値解析を行い，本手法により構造形状が得られることを確認した．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197–224, 1988.
2) 小林俊一 : 主双対内点法による混合型剛塑性有限要素法の開発, 応用力学論文集, Vol. 6, pp. 95–106, 2003.
3) Fin, J., Borges, L. A. and Fancello, E. A. : Structural topology optimization under limit analysis, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 59, pp. 1355–1370, 2019.

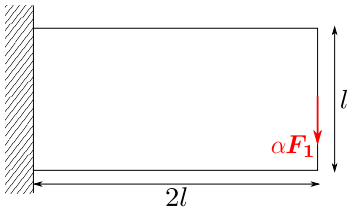


Fig. 3　Cantilever beam with an aspect ratio of 1 : 2

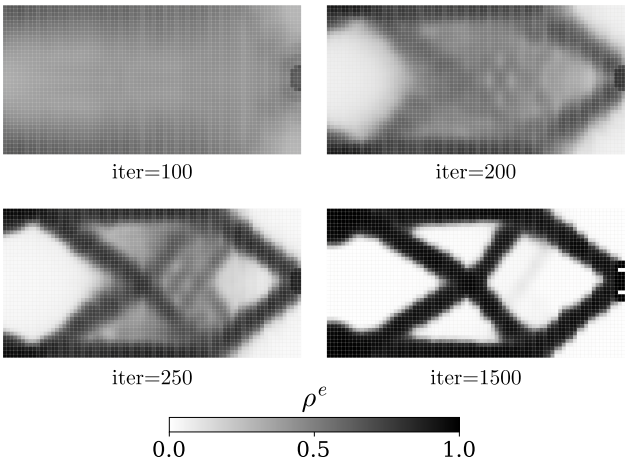


Fig. 4　Progress of topology optimization for the cantilever beam

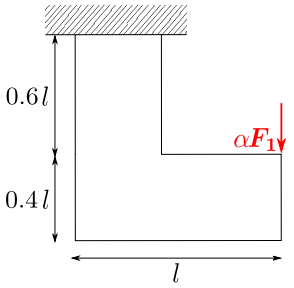


Fig. 5　L-shaped structure

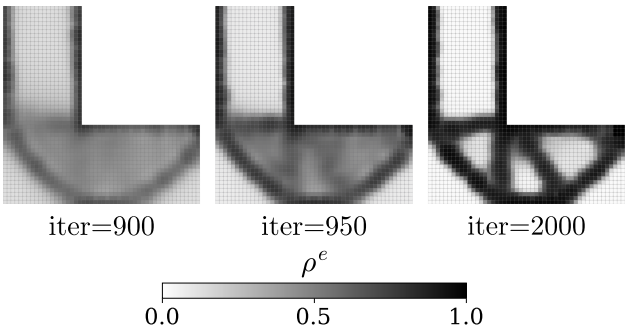


Fig. 6　Progress of topology optimization for the L-shaped structure

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

シェル要素に対する分離型時間積分の適用（シンポジウム講演概要）

Application of Splitting Time Integrator to Shell Elements (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　英介（横浜国大・環境情報）　山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Eisuke KAMATA, Yokohama National University
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

In this study, a method to relax the time-step restriction in explicit time integration for dynamic problems of shell structures is proposed. Splitting time integrator derived from mixed finite element method, in which transverse shear stresses are introduced as independent variables, is applied to dynamic problems of shells using MITC4 shell elements. In the proposed method, bending and membrane deformations are calculated by an explicit method, and shear deformations are calculated by an implicit method.

1. 緒言

動的問題の時間積分法には，陽解法と陰解法がある．固体の過渡応答解析において，波動伝播現象としての力学特性に着目する場合には，位相誤差などの観点から陽解法を用いることが望ましい[1]．しかしながら，陽解法の数値安定性は条件付き安定であるため，時間刻みに強い制約が課される．これに対し，陰解法は無条件安定となる解法が存在することから，振動解析では，陰解法が多く採用されている．

著者らは，微圧縮弾性体[2]，ケーブル[3]，はり[4] および板[5] の動的問題に対して，陽解法の時間刻み制約を緩和する手法として，拘束条件付き問題に対する時間積分を拡張した混合型定式化に基づく分離型時間積分を提案した．この手法では，混合型定式化により独立変数として導入した変数を陰的に取り扱うことで，時間刻み制約が厳しい変形モードを陰解法，それ以外の変形モードを陽解法として求解する．これにより，陽解法を基本としながら，時間刻み制約を一部緩和することが可能となる．

陽解法の数値安定性は離散化後の系の最大固有角振動数で決定される．固有値解析による検証の結果，シェルにおいては，面外せん断成分に起因する最大固有角振動数が非常に大きな値をとることが示された．

そこで本研究では，シェルの動的問題において面内変形および曲げ変形について陽解法，面外せん断変形について陰解法となる分離型時間積分を提案する．さらに数値実験により，提案手法の数値特性を評価する．

2. 有限要素離散化

本研究では，Mindlin-Reissner 理論に基づく等方弾性シェル構造の自由振動問題を扱う．弱形式は以下のように表され，面内変形，曲げ変形および面外せん断変形に対応する項は互いに分離された形で記述される．

$$\int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA = -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma} \right) dA \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は並進および回転を含む一般化変位ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$，$\boldsymbol{\kappa}$，$\boldsymbol{\gamma}$ はそれぞれ面内，曲げおよび横せん断の一般化ひずみベクトルを表し，$\mathbf{D}_m$，$\mathbf{D}_b$，$\mathbf{D}_s$ は対応する構成行列，$\mathbf{I}$ は一般化質量密度行列である．さらに，上式を有限要素法を用いて離散化することで変位型の自由振動の運動方程式を得る．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_s)\,\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで，$\mathbf{M}$ は全体質量行列，$\mathbf{U}$ は全体系の節点変位ベクトル，$\mathbf{K}_m$，$\mathbf{K}_b$，$\mathbf{K}_s$ はそれぞれ面内，曲げ，せん断の剛性マトリクスである．本研究では，$\mathbf{K}_s$ の導出にひずみ仮定法を用いる 4 節点四辺形双 1 次要素である MITC4 要素[6] を採用した．

また，式 (1) に対し，独立変数として面外せん断応力を導入することで次の混合型の支配方程式を得る．

$$\begin{aligned} \int_A \delta \boldsymbol{u}^T \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{u}}\, dA &= -\int_A \left(\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{Q} \right) dA \\ \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \boldsymbol{Q}\, dA &= \int_A \hat{\boldsymbol{Q}}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\gamma}\, dA \end{aligned} \quad (3)$$

さらに，上式に混合型の有限要素近似を用いることで以下の混合型の支配方程式を得る．ただし，$\tilde{\mathbf{U}}$ は離散化された応力自由度ベクトルである．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_2^T & -\mathbf{K}_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \tilde{\mathbf{U}} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

3. 分離型時間積分

板では，せん断応力を独立変数として導入した混合型支配方程式に対し，拘束条件付き問題に対する時間積分法である Rattle 法を拡張する分離型時間積分が提案されている[5]．シェル要素でも同様の考え方に基づき，面外せん断応力を独立変数として導入する．これにより，板と同様に 2 ステージからなる全離散化方程式を得る．

[ステージ 1]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\Delta t}\left(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n \right), \\ \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^n - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^n, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^n &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n - \Delta t \dot{\mathbf{U}}^n \right) \end{aligned} \quad (5)$$

[ステージ 2]

$$\begin{aligned} \frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} \right) &= -\mathbf{K}_1 \mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{K}_2 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1}, \\ \mathbf{K}_3 \tilde{\mathbf{U}}^{n+1} &= \frac{1}{2}\mathbf{K}_2^T \left(\mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{U}^n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{n+1} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

さらに，本研究では，独立変数として導入した応力自由度 $\tilde{\mathbf{U}}$ の縮約を行う．これにより，上式の剛性マトリクスは，式 (2) の変位法で用いられる剛性マトリクスに置き換えられ，混合法における応力場を定義することなく定式化

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が行える．このとき，以下の関係式を用いる．

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b, \quad \mathbf{K}_2\mathbf{K}_3^{-1}\mathbf{K}_2^T = \mathbf{K}_s \tag{7}$$

これらを式 (5),(6) に適用することで得られる本手法の分離型時間積分の全離散化方程式を以下に示す．

[ステージ 1]

$$\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n),$$
$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{\mathbf{U}}^n\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^n - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n - \Delta t\dot{\mathbf{U}}^n) \tag{8}$$

[ステージ 2]

$$\frac{2}{\Delta t}\mathbf{M}\left(\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}}\right) = -(\mathbf{K}_m + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}^{n+1} - \frac{1}{2}\mathbf{K}_s(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n + \Delta t\dot{\mathbf{U}}^{n+1}) \tag{9}$$

4. 数値計算

検証問題として，円筒シェルの動的問題を設定した．円筒の半径を $R = 0.5$[m], 軸方向の長さを $L = 1.5$[m], 板厚を h とした．初期変位には固有値解析から得られる固有モードを用いて，初期速度はゼロとした．また材料定数は，$E = 200$[GPa], $\nu = 0.3, G = E/2(1+\nu), k = 5/6, \rho = 7850$[kg/m^3] とした．

(A) 数値安定性評価

安定性評価の基準は，振動が 1000 周期を経過した後，振幅が極端に増大したものを解の発散とみなし，それ以外を安定とみなす．設定問題において，要素数を 512 要素，要素分割を一様分割とし，固有値解析の 1 次モードを初期変位として与え，円筒の薄さを表すパラメータである半径と板厚の比率 $R/h = 10^a (a = 1, 1.5, 2, 2.5, 3)$ で計算を行った．Fig.1 に，本研究の手法（赤の実線）と一般的な陽解法である Verlet 法（黒の実線）による計算の数値安定性限界を示す．横軸が厚さのパラメータ R/h，縦軸が数値安定性限界であり，グラフの下側の領域で解は安定となる．Fig.1 において，Verlet 法では，板厚が薄くなるにつれて，時間刻み制約が厳しくなっている．これに対して，本研究の手法はその制約を回避し，一定の時間刻み制約が課せられていることがわかる．

(B) 位相誤差評価

固有値解析の結果から算出される固有角振動数 ω を参照解とする．設定問題において，面内変形が卓越するモードを初期変位として与え，特定の点の時刻歴応答から数値解 $\tilde{\omega}$ を算出する．Fig.2 に，位相角 $\omega\Delta t$ に対する相対角振動数 $\tilde{\omega}/\omega$ の関係を示す．本研究の手法（赤）の位相誤差を一般的な陽解法である Verlet 法（黒）および一般的な陰解法である Newmark 法（青）と比較した．Fig.2 より，本手法は陽解法と同様の数値特性を示し，陰解法に比べて位相誤差が小さいことがわかる．また，面内変形および曲げ変形が卓越する変形モードにおいて，同様の数値特性を示すことが確認された．

5. 結言

本研究では，シェルの動的問題に対して，分離型時間積分を適用した．薄肉時において，陽解法の時間刻み制約を緩和する手段として有効であることを示した．また，面内変形や曲げ変形が卓越する振動解析においては，陽解法と同等の位相誤差精度であることを示した．

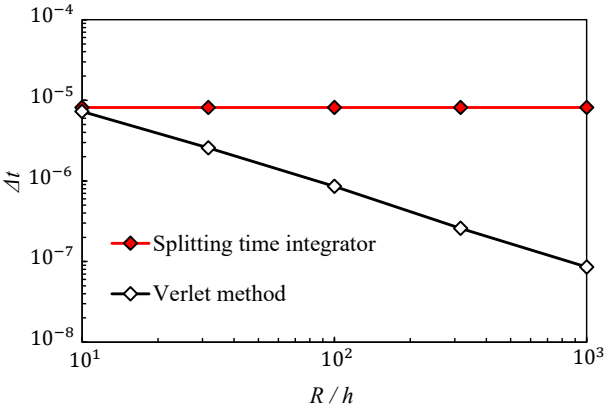


Fig. 1 Numerical stability.

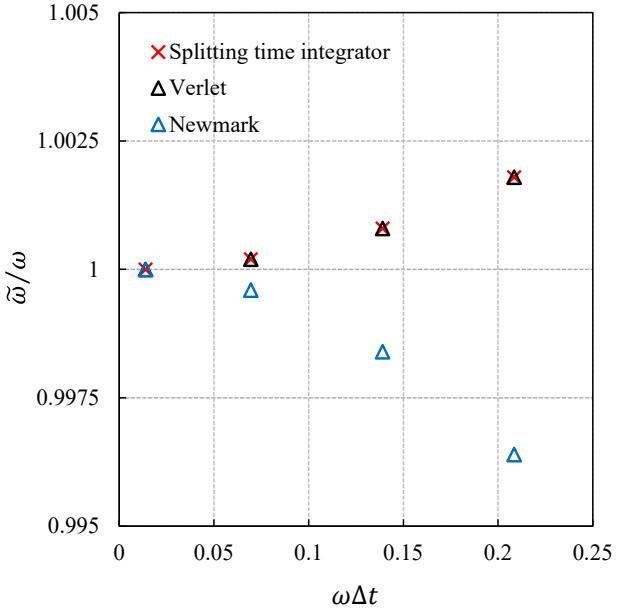


Fig. 2 Numerical dispersion.

参考文献

1) 山田貴博: 波動方程式に対するガラーキン法に基づく数値計算手法の特性評価, 応用力学論文集, 11, pp.117-122, 2008.
2) 山田貴博: 微圧縮弾性体の動的問題に対する分離型時間積分, 土木学会論文集 A2（応用力学）, 77(2), pp.217-225, 2021.
3) 池田貴和子, 山田貴博: ケーブルに対する混合型変分原理に基づく数値時間積分法, 計算工学講演会論文集, 6(1), pp.71-74, 2001.
4) 芳谷和哉，山田貴博: Timoshenko 梁要素の動的問題への分離型時間積分の適用, 計算工学講演会論文集, 28, C-07-03, 2023.
5) 芳谷和哉，山田貴博: Mindlin-Reissner 板の動的解析のための分離型時間積分, 計算工学講演会論文集, Vol.29, C-10-02, 2024.
6) Bathe, K.J. and Dvorkin, E.N.: A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation, Int. J. Numer. Methods Eng. , 21(2), pp.367-383, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (2)

座長:西口 浩司(名古屋大学)

10:35 ~ 10:50

[12006] 積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

*長瀬 颯平[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[12007] 基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

*古川 陽[1] (1. 北海道大学)

11:05 ~ 11:20

[12008] アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

*伊藤 成央[1]、持川 空良[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

11:20 ~ 11:35

[12009] フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

*藤岡 秀二郎[1]、木元 周[1]、河合 志歩[1]、松永 幸大[1]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学)

11:35 ~ 11:50

[12010] 二重相反境界要素法およびIsogeometric法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

*紅露 一寛[1]、鈴木 快[1] (1. 新潟大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

積層造形シミュレーションに向けたMPMにおける自己接触アルゴリズムの開発（シンポジウム講演概要）

Development of self-contact algorithm in MPM for additive manufacturing simulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

長瀬　颯平（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei Nagase, Tohoku University
Riichi Sugai, Tohoku University
Soma Hidano, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: nagase.sohei.r1@dc.tohoku.ac.jp

In recent years, additive manufacturing, including 3D printing, has been increasingly applied to the fabrication of concrete structures. However, a numerical method that can consistently reproduce the entire manufacturing process has not yet been established. Material Point Method (MPM) is a numerical analysis method that can unify fluid flow and solid deformation, and is expected to be able to simulate the entire manufacturing process of 3D printing consistently. In this study, we develop a contact algorithm for MPM suitable for additive manufacturing involving self-contact. It becomes possible to consider contact without additional degrees of freedom and object identification in the input by appropriately reconstructing the basis functions near the contact interface. A self-contact example is presented to demonstrate the validity of the proposed method.

1. 序論

近年，その自由度の高い設計性や省力化・省人化という観点から，3D プリンティング (3DP) によるコンクリート構造物の製造の需要が高まっている．それに伴い，構造の最適化のため様々な 3DP に対する数値解析手法が提案されてきている.[1] 一方で，製造過程を一貫して再現できる数値解析手法は確立されていない．Material Point Method (MPM) は，連続体の流体的な挙動と固体的な変形を統一的に扱うことができる数値解析手法であり，流動から堆積，硬化に至る 3DP の製造過程を一貫して再現できることが期待される．本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己との接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証する．

2. Material Point Method (MPM)

MPM は，物理領域を表現する粒子と，運動方程式の求解を行う計算格子を用いる手法である．本研究では，物理量の補間に使う基底関数として，Extended B-Spline (EBS) 基底関数を採用する．EBS 基底関数では，基底関数を degenerate と stable に分類し，degenerate な基底関数を stable な基底関数の線形結合で置き換えることで，基底関数を再構築する．Sugai et al.[2] は，EBS 基底関数を亀裂進展問題に応用し，追加自由度を導入することなく物体の分割を表現した．本研究では，これを接触問題に応用する．

3. 接触アルゴリズム

標準的な MPM では，一つの計算格子で物体の運動を追跡するため，複数物体が接近した場合に，同一節点に異なる物体の物理量が補間され，適切に物体の接触を表現することができない．そのため，既存の方法では，物体の接触面で物体ごとに計算格子を用意することで接触を表現している例が多い．しかし，この方法では，粒子生成時に物体の識別が必要であるため，自己接触を伴う問題に適用することが難しい．本研究では，接触面で EBS 基底関数を再構築することで，追加自由度と粒子生成時に物体識別の必要がない接触アルゴリズムを提案する．

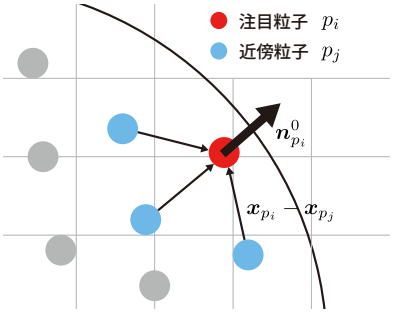


Fig. 1　粒子 p_i における外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$

まず，図 1 に示す，初期ステップにおける境界粒子とその付近の粒子の外向き単位ベクトル $\boldsymbol{n}^0_{p_i}$ を以下で定義する．

$$\boldsymbol{n}^0_{p_i} = \frac{\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})}{|\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(\boldsymbol{x}_{p_i} - \boldsymbol{x}_{p_j})|} \tag{1}$$

ただし，集合 $\mathcal{N}_i$ は $\mathcal{N}_i = \{j \mid j \neq i, |\boldsymbol{x}_{p_j} - \boldsymbol{x}_{p_i}| < R\}$ で定義され，R は注目粒子 p_i の近傍粒子 p_j を決定するための距離の最大値である．このベクトル $\boldsymbol{n}_{p_i}$ は各時間ステップで変形勾配テンソルの増分 $\Delta\boldsymbol{F}_p$ を用いて更新される．また，格子の粒子密度勾配ベクトル $\boldsymbol{n}_I$ は，節点 I に最も近い位置にある粒子を p_k として $\boldsymbol{n}_I = \boldsymbol{n}_{p_k}$ とすることで決定する．これらの単位ベクトルの内積により図 2 に示すように，節点 I の所属する領域を判定する．この手続きにより，図 3 で示されるように接触面で基底関数が再構築される．その後，粒子同士で接触判定を行い，ペナルティ法に基づいて非貫入条件を課す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

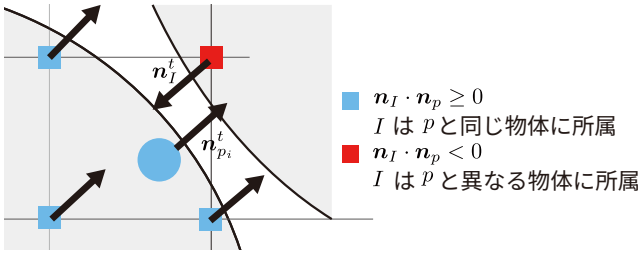


Fig. 2　節点の物体所属の判定

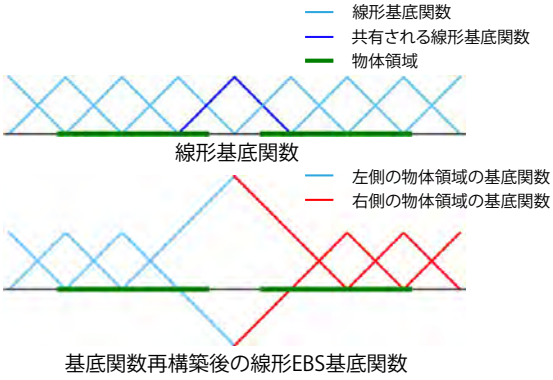


Fig. 3　接触面での基底関数の再構築

4.　検証例題

提案手法が単一物体の自己接触を表現できることを確認するために，図 4 に示す楕円リングに対する自重解析を行う．物体力として $\boldsymbol{b} = (0.0, -10.0, 0.0)\,\mathrm{m/s^2}$ を与え，リングの内側を自己接触させる．$4.0\,\mathrm{m} \times 2.0\,\mathrm{m}$ の解析領域を考え，$\Omega = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid 0.6^2 < \frac{(x_1-2.0)^2}{2.5} + (x_2-1.0)^2 < 0.9^2\}$ を満たす領域に粒子を配置し，$\Omega_1 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 \leq 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$，$\Omega_2 = \{(x_1, x_2) \in \Omega \mid x_2 > 1.3\}$ の部分の密度は $\rho = 1.0 \times 10^4\,\mathrm{kg/m^3}$ とする．また，解析領域の下端に Dirichlet 境界条件 $v = 0$ を与える．リングに初速は与えない．詳細なパラメーターと解析条件は表 1 に示す．

解析結果として，von Mises 応力分布と変形履歴のスナップショットを図 5 に示す．$t = 0.65\,\mathrm{s}$ でリングの内側同士が接触するまでは，接触可能性がある面同士に相互作用は発生していない．このことから，適切に補間領域が切り分けられていることが確認できる．その直後，リングの内側同士が接触し，接触力が発生している．そして，反発して回復した後に再度下方に変形して，$t = 1.75\,\mathrm{s}$ で 2 回目の接触が発生している．これらのことから，提案手法は複数回の自己接触を伴う問題に適用可能であることがわかる．

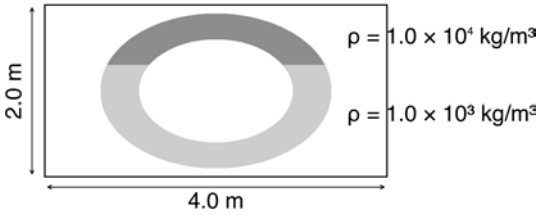


Fig. 4　リングの自己接触解析モデル

Table 1　リングの自己接触のパラメーターと解析条件

パラメーター	値
ヤング率　E	500 KPa
ポアソン比　ν	0.3
密度　ρ	$1000\,\mathrm{kg/m^3}$
ペナルティ係数　k_{nor}	$1.0 \times 10^6\,\mathrm{N/m}$
計算格子 h	0.05 m
1 格子あたりの粒子数	4×4
解析間隔　Δt	$1.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$
解析時間	2.5 s

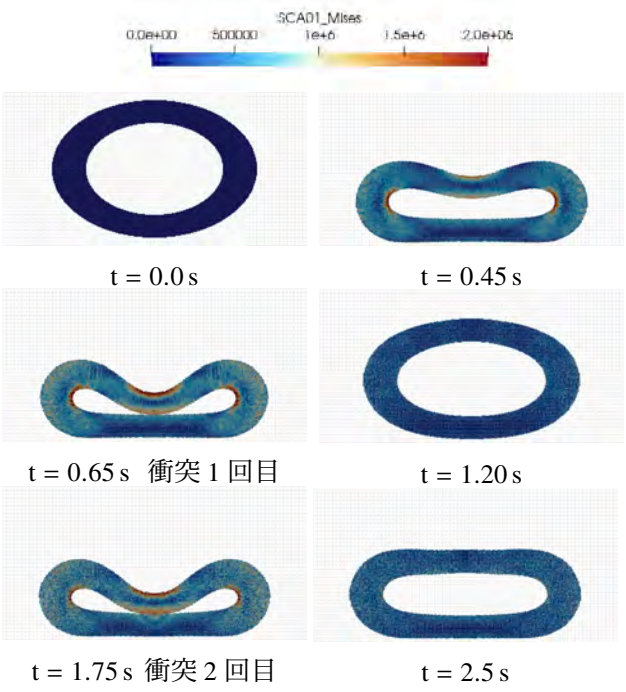


Fig. 5　リングの解析の Von Mises 応力分布と変形図

5.　結論

本研究では，MPM を用いた 3DP シミュレーションに向けた基礎検討として，自己接触を伴う積層造形のための新しい接触アルゴリズムを提案し，リングの自己接触例題を通してその有効性を検証した．提案手法では，追加自由度・粒子生成時の物体識別を必要とせずに，自己接触の表現が可能となった．一方で，コンクリート 3DP の再現解析に向けて，コンクリートに適した材料モデルの導入とその適用性検証を行うことが今後の課題である．

参考文献

1) Roussel, N., Spangenberg, J., Wallevik, J. and Wolfs, R.: Numerical simulations of concrete processing: From standard formative casting to additive manufacturing, *Cem. Concr. Res.*, Vol. 135, p. 106075, 2020.
2) Sugai, R., Han, J., Moriguchi, S. and Terada, K.: Diffusive-discrete crack transition without remeshing achieved by extended B-spline-based implicit material point method, *Comput Methods Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 421, p. 116771, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a geometric modeling method based on the method of fundamental solutions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

古川　陽（北海道大・工学研究院）
Akira FURUKAWA, Hokkaido University
E-mail: afurukawa@eng.hokudai.ac.jp

The method of fundamental solutions (MFS) is a mesh-free approach for solving boundary value problems of partial differential equations. This study presents a geometric modeling method using the MFS to reconstruct surface shapes from noisy or incomplete point cloud data. The proposed method solves boundary value problems several times and extracts the reconstructed shape from the potential field computed by the MFS.

1. はじめに

基本解近似解法（MFS; method of fundamental solutions）は偏微分方程式の境界値問題に対するメッシュフリー型解法であり，様々な物理現象に適用されている[1]．基本解近似解法は，対象とする問題の近似解をその支配方程式の基本解によって表現する．近似解に含まれる近似係数は，境界に配置された選点で境界条件を満たすように決定される．このことから，基本解近似解法では，対象とする問題の計算領域を点情報のみで取り扱うことができる．

近年，土木分野において，点群による形状モデルの生成に注目が集まっている[2]．点群による形状モデルの適用範囲は，今後も拡大を続けることが予想される．これに対して，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法が提案されている[3),4]．これらの手法では，Laplace 方程式や重調和方程式，変形重調和方程式によって与えられるポテンシャルをもとに形状を生成する．しかしながら，このような基本解近似解法を用いた手法では，ノイズや欠損を含む点群データへの適用可能性は十分に検討されていない．

以上を踏まえ，本研究では基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法は，ノイズや欠損を含む点情報によって構成された入力をもとに形状の境界を再構成し，その代表点と法線ベクトルを出力する．本研究では，対象とする問題を 2 次元問題に限定する．以下では，特に断りのない限り，ギリシャ文字の下付き添え字は 1, 2 をとり，1 つの項に繰り返し現れる下付き添え字には総和規約を適用する．

2. 基礎理論

2.1. 問題設定

本研究で対象とする問題は，以下に示す変形重調和方程式の境界値問題とする．

$$\Delta(\Delta - \lambda^2)\phi(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{x} \in V \tag{1}$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_S;\ \mathbf{x} \in S \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x});\ \mathbf{x} \in S \tag{3}$$

ここに，ϕ はポテンシャル，$\lambda\ (>0)$ は定数，V および S は計算領域とその境界を表す．また，

$$\Delta = \nabla^2 \tag{4}$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right]^{\mathsf{T}} \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = n_\alpha(\mathbf{x})\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \tag{6}$$

であり，$(\cdot)^{\mathsf{T}}$ は行列・ベクトルの転置，n_α は境界 S における単位外向き法線ベクトルを表す．加えて，$\varphi_S\ (\geq 0)$ は既知の境界値であり，g はその存在が保証された未定の境界値である．

本研究では，再構成の対象となる形状の表現に用いる点群を，点集合 $\mathcal{V}$ として以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p} \in V \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}}\}\} \tag{7}$$

ただし，点集合 $\mathcal{V}$ の要素 $\mathbf{x}^{\mathrm{raw}:p}$ はノイズや欠損を含む．また，次式が成り立つと仮定する．

$$\phi(\mathbf{x}) = \varphi_{\mathcal{V}};\ \mathbf{x} \in \mathcal{V} \tag{8}$$

ここに，$\varphi_{\mathcal{V}}\ (>\varphi_S)$ は既知量である．本研究では，式 (1), (2), (8) を用いてポテンシャル ϕ を決定する．得られたポテンシャルから，式 (3) によって未定の境界値 g を決定することができる．このような手順を踏むことで，式 (1)–(3) で与えられた境界値問題の解を得る．

2.2. 基本解近似解法

対象とする問題の近似解は，式 (1) の基本解 G_s, G を用いて次式で与えられる[4]．

$$\phi(\mathbf{x}) := \sum_{n=1}^{N_y} G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)\alpha^n + \sum_{n=1}^{N_y} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}^n)c^n;\quad \mathbf{x} \in V \cup S,\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{9}$$

ここに，α^n および c^n は近似係数を表す．また，$\mathbf{y}^n$ は基本解の源点であり，点集合 $\mathcal{Y}$ によって与えられる．さらに，基本解 G_s, G は，それぞれ以下の式で与えられる．

$$G_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda}K_0(\lambda r) \tag{10}$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi\lambda^2}\{K_0(\lambda r) + \ln r\} \tag{11}$$

ここに，$K_n(\cdot)$ は n 次の第 2 種変形 Bessel 関数を表し，$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である．なお，基本解 G^s は $r = 0$ において特異性を有しているが，基本解 G は $r = 0$ において有限の値をとるため特異性を有していない．

基本解近似解法では，境界条件を満たす近似係数を得るために，以下に示す点集合 $\mathcal{S}$ によって選点 $\mathbf{x}^{\mathrm{col}:m}$ を与

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{col}:p} \in S \mid p \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{S}}\}\} \tag{12}$$

式 (9) を式 (2), (8) に代入すれば，以下に示す連立 1 次方程式を得ることができる．

$$\mathbf{A}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{A}\mathbf{c} = \mathbf{f} \tag{13}$$

$$\mathbf{B}_s\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\mathbf{c} = \mathbf{g} \tag{14}$$

ここに，

$$(\mathbf{A}_s)_{mn} := G_s(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{15}$$

$$(\mathbf{A})_{mn} := G(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \cup \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{16}$$

$$(\mathbf{B}_s)_{mn} := \frac{\partial G_s}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{17}$$

$$(\mathbf{B})_{mn} := \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}^m, \mathbf{y}^n);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S},\ \mathbf{y}^n \in \mathcal{Y} \tag{18}$$

$$(\boldsymbol{\alpha})_n := \alpha^n \tag{19}$$

$$(\mathbf{c})_n := c^n \tag{20}$$

$$(\mathbf{f})_m := \begin{cases} \varphi_{\mathcal{V}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ \varphi_{\mathcal{S}} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{21}$$

$$(\mathbf{g})_m := g(\mathbf{x}^m);\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \tag{22}$$

である．ここで，近似係数 α^n に対して $\alpha^n = 0$ を仮定する．このとき，式 (13) に ℓ^2 正則化を適用すれば，近似係数 c^n は次式で表現できる．

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^{\dagger}(\gamma)\mathbf{f} \tag{23}$$

ここに，

$$\mathbf{A}^{\dagger}(\gamma) = [\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{A} + \gamma\mathbf{I}]^{-1}\mathbf{A}^{\mathsf{T}} \tag{24}$$

であり，γ (> 0) は正則化パラメータ，$\mathbf{I}$ は単位行列を表す．式 (24) において，行列 $\mathbf{A}$ の成分が特異性のない基本解 G のみによって構成されることに注意すれば，$\mathcal{Y} = \mathcal{V} \cup \mathcal{S}$ とすることができる．これにより，源点 $\mathbf{y}^n$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{y}^n = \mathbf{x}^n;\ n \in \{1, 2, \cdots, N_{\mathcal{V}} + N_{\mathcal{S}}\} \tag{25}$$

このようにして得られた近似係数を式 (9) に代入すれば，ポテンシャル ϕ を求めることができる．

3. 提案手法

前節に示した基礎理論をもとに，形状幾何モデリング手法を提案する．提案手法では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ および既知ベクトル $\mathbf{f}$ の設定，ポテンシャルの計算を複数回繰り返すことで形状を再構成する．具体的には，以下に示す Step 1 から Step 3 を順に実行する．

Step 1 では，点集合 $\mathcal{V}$ を式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ を式 (12) で与える．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{26}$$

これによって得られるポテンシャルを $\phi^{[1]}$ とする．

Step 2 では，点集合 $\mathcal{V}$ は Step 1 と同様に式 (7) で，点集合 $\mathcal{S}$ は以下の式で与える．

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[2]:p} \in S^{[2]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[2]}\}\} \tag{27}$$

ただし，$S^{[2]}$ は以下のように与える．

$$S^{[2]} = \{\mathbf{x} \in S \cup \mathrm{int}(S) \mid \phi^{[1]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[2]}\} \tag{28}$$

ここに，$\varphi^{[2]}$ は定数であり，$\varphi^{[2]} \in (0, 1)$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} 1 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V} \\ 0 & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{29}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[2]}$ とする．

Step 3 では，点集合 $\mathcal{V}, \mathcal{S}$ を以下の式で与える．

$$\mathcal{V} = \bigcup_{i=1}^{N^{\mathrm{sam}}} \mathcal{V}^{(i)} \tag{30}$$

$$\mathcal{V}^{(i)} = \{\mathbf{x}^{\mathrm{sam}(i):p} \in S^{\mathrm{sam}(i)} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{\mathrm{sam}(i)}\}\} \tag{31}$$

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x}^{[3]:p} \in S^{[3]} \mid p \in \{1, 2, \cdots, N^{[3]}\}\} \tag{32}$$

ただし，$S^{\mathrm{sam}(i)}, S^{[3]}$ は以下のように与える．

$$S^{\mathrm{sam}(i)} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{sam}(i)}\} \tag{33}$$

$$S^{[3]} = \{\mathbf{x} \in S^{[2]} \cup \mathrm{int}(S^{[2]}) \mid \phi^{[2]}(\mathbf{x}) = \varphi^{[3]}\} \tag{34}$$

ここに，$\varphi^{[3]}$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)}$ は定数であり，それぞれ $\varphi^{[3]} \in [0, \varphi^{\mathrm{sam}(i)})$, $\varphi^{\mathrm{sam}(i)} \in (\varphi^{[3]}, \max(\phi^{[2]})]$ を満たす．また，既知ベクトル $\mathbf{f}$ の成分は次式で与える．

$$(\mathbf{f})_m = \begin{cases} \varphi^{\mathrm{sam}(i)} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{V}^{(i)} \\ \varphi^{[3]} & ;\ \mathbf{x}^m \in \mathcal{S} \end{cases} \tag{35}$$

これによって得られたポテンシャルを $\phi^{[3]}$ とする．

形状の再構成は，ポテンシャル $\phi^{[3]}$ をもとに行う．このとき，再構成される形状の境界 S^{rec} は，以下の式で与える．

$$S^{\mathrm{rec}} = \{\mathbf{x} \in \mathrm{int}(S^{[3]}) \mid \phi^{[3]}(\mathbf{x}) = \varphi^{\mathrm{rec}}\} \tag{36}$$

ここに，φ^{rec} は定数であり，原則として $\varphi^{\mathrm{rec}} = 1$ で与える．また，再構成された形状の境界における単位外向き法線ベクトルは，次式で計算することができる．

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -\dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the interior problem} \\ \dfrac{\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})}{\|\nabla\phi^{[3]}(\mathbf{x})\|_2} & \text{for the exterior problem} \end{cases} \tag{37}$$

ここに，$\mathbf{x} \in S^{\mathrm{rec}}$ であり，$\|\cdot\|_2$ は ℓ^2 ノルムを表す．

4. おわりに

本研究では，基本解近似解法を用いた形状幾何モデリング手法を提案した．提案手法は，基本解近似解法を用いて変形重調和方程式の境界値問題を複数回解き，得られたポテンシャルから対象とする形状の境界を再構成する．今後は，提案手法による数値計算を実施し，その有効性を検討する予定である．

参考文献

1) A. H. D. Cheng, Y. Hong: An overview of the method of fundamental solutions–Solvability, uniqueness, convergence, and stability, Eng. Anal. Bound. Elem., 120, pp.118-152, 2020.
2) 日高菜緒: 点群データ処理アルゴリズムの総括および土木分野での活用事例と展望, AI・データサイエンス論文集, 4, pp.301-309, 2023.
3) R. Tankelevich, G. Fairweather, A. Karageorghis: Three-dimensional image reconstruction using the PF/MFS technique, Eng. Anal. Bound. Elem., 33, pp.1403-1410, 2009.
4) C. S. Chen, L. Amuzu, K. Acheampong, H. Zhu: Improved geometric modeling using the method of fundamental solutions, Eng. Anal. Bound. Elem., 130, pp.49-57, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アルカリ骨材反応によるコンクリートの3次元亀甲状ひび割れの再現（シンポジウム講演概要）

Meso-scale Simulation of Three-Dimensional Map Cracking in Concrete due to Alkali-Silica Reaction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊藤 成央（茨城大） 持川 空良（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 車谷 麻緒（茨城大）
Nao ITO, Ibaraki University
Sora MOCHIKAWA, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study aims to simulate the complex three-dimensional map-cracking patterns in concrete induced by Alkali-Silica Reaction using a damage model. The actual shapes of coarse aggregates were obtained by 3D scanning and integrated into the numerical analysis. A three-dimensional meso-scale analysis was performed using a damage model capable of simultaneously simulating the expansion of coarse aggregates and the subsequent cracking of the mortar matrix. The numerical examples demonstrated that for plain concrete, the model successfully reproduced realistic map-cracking patterns. Furthermore, in reinforced concrete model, the simulation captured the predominant cracking aligned with the longitudinal reinforcement.

1. はじめに

アルカリ骨材反応（ASR）は，コンクリート構造物の耐久性を低下させる主要な劣化要因のひとつである．ASRの進行は，ひび割れの発生・進展や剛性低下に加えて，鉄筋破断を引き起こすこともあることから，その挙動の予測および評価は，コンクリート構造物の維持管理における重要課題である．ASRによる損傷過程は，膨張挙動とひび割れ進展が相互に作用するだけでなく，コンクリート内部における粗骨材の分布や形状による非均質性の影響も受ける．実験のみでASRによる損傷を定量的に予測するには限界があることから，数値解析を用いてASRによる損傷過程を再現可能なモデル開発が求められている．

ASRによる損傷を数値解析で精度よく再現するためには，コンクリート内部の粗骨材の分布と形状を再現したうえで，反応生成物（粗骨材）の膨張挙動と，それに伴うモルタルのひび割れ進展挙動をモデル化する必要がある．しかし，粗骨材は複雑な幾何形状を有し，数も膨大なため，従来の方法では粗骨材の分布や形状を反映させた数値解析が行えていない．

そこで本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASRによるコンクリート構造物の損傷過程を3次元で詳細に再現することを目的とする．ひび割れの再現精度を高めるため，3Dスキャンにより取得した粗骨材の実形状を数値モデルに直接反映させる．解析手法として，粗骨材の膨張挙動とモルタルのひび割れ進展を同時に評価可能な損傷モデルを適用し，3次元メゾスケール解析を実施する．無筋コンクリートおよび鉄筋コンクリートの数値解析例において，実現象と同様のひび割れパターンが再現できることを示す．

2. 損傷モデルを用いた有限要素解析

Fig. 1 に示すように，材料の非均質性は，長さ h の微小領域における材料1の体積率 V によって定義する．微小変形を仮定すると，3次元静的つり合い問題における支配方程式は次式で表される．

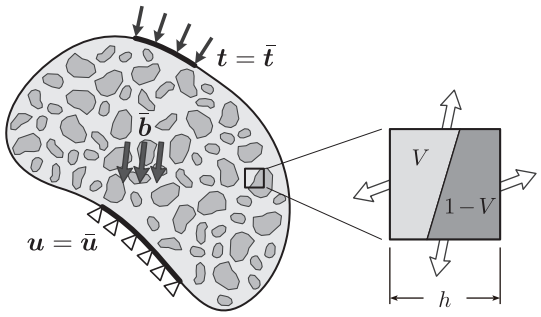


Fig. 1 Mechanical problems in heterogeneous materials

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left\{\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\right\} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D_{\mathrm{e}})\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon}' \tag{3}$$

ここで，∇ は勾配演算子，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，$\bar{\boldsymbol{b}}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみテンソル，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，D_{e} は3次元問題における損傷変数である．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は，全体の微小ひずみテンソルから膨張ひずみテンソルを除いた弾性ひずみテンソルである．$\boldsymbol{\varepsilon}'$ は次式で表される．

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - (1 - V)\varepsilon_{\mathrm{v}}\boldsymbol{I} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は対角成分にのみ1をもつ単位テンソル，ε_{v} は材料2に作用する膨張ひずみである．

損傷変数 D_{e} は，既往の研究[1)]を参照することとする．材料の非均質性は，体積率 V のみで与えられているため，有限要素解析においては要素内の体積率を計算するだけでよく，材料境界に沿ってメッシュ分割を行う必要がない．すなわち，メッシュレス的な有限要素解析が可能となる．

3. 数値解析例

解析対象は，**Fig. 2** に示すように，無筋コンクリート部材と鉄筋コンクリート部材とする．両者ともに寸法（mm）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

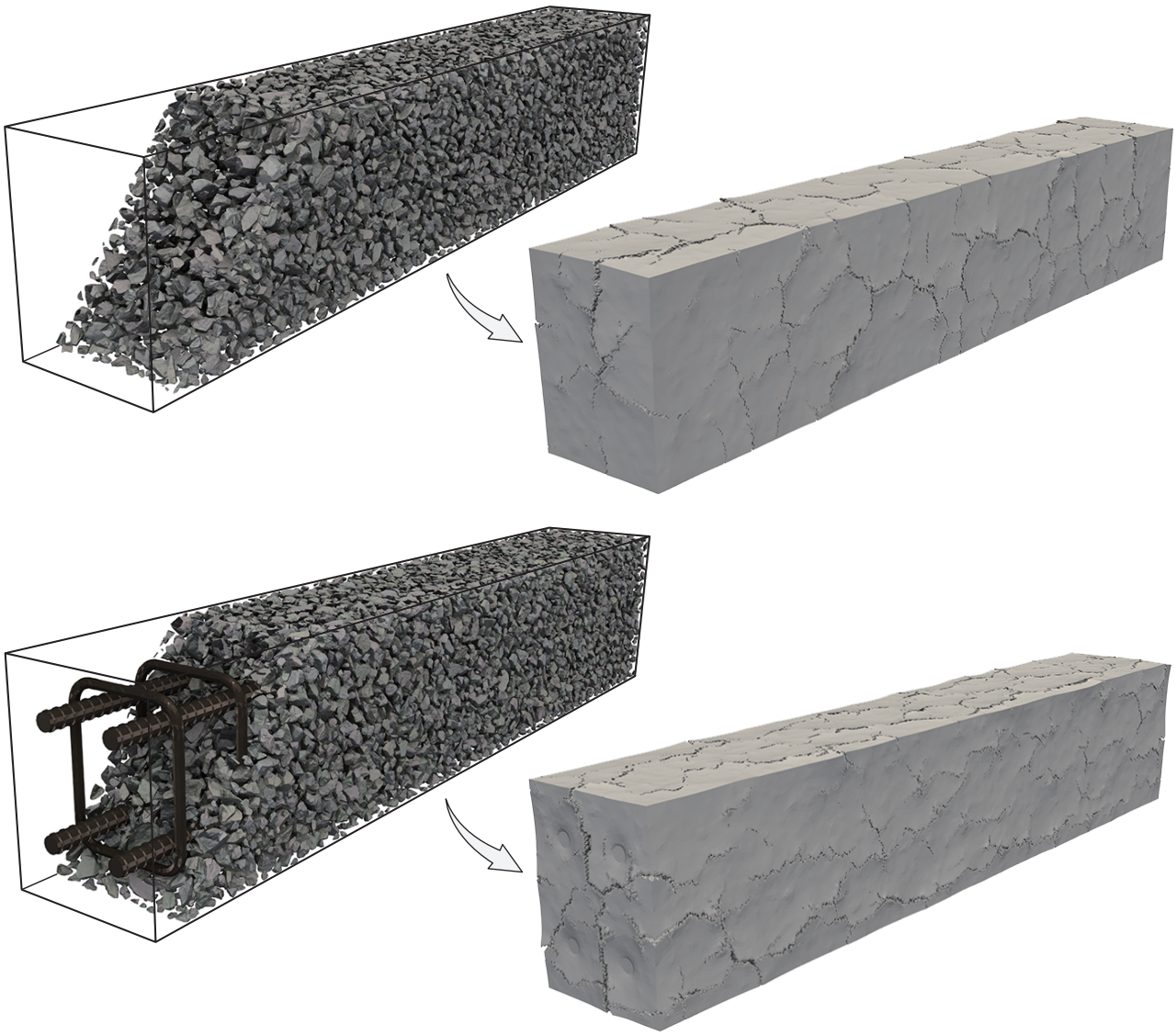


Fig. 2　3D mesoscale models and cracking patterns in plain and reinforced concrete due to ASR

は $150 \times 200 \times 1000$ である．変位境界条件として，両モデルの下面における上下方向の変位を拘束した．

材料パラメータを以下に示す．モルタルについては，ヤング率を 20 GPa，ポアソン比を 0.2，圧縮引張強度比を 12，破壊エネルギーを 0.08 N/mm，損傷発生ひずみを 0.00016 とした．粗骨材は線形弾性体と仮定し，ヤング率を 60 GPa，ポアソン比を 0.2 に設定した．また，鉄筋は解析過程で降伏しないものとし，ヤング率 200 GPa，ポアソン比 0.3 の線形弾性体とした．ASR（ゲル生成）による膨張は，粗骨材に作用する膨張ひずみとして表現する．

有限要素メッシュは，4 節点四面体要素を用いた．無筋コンクリートモデルの節点数は約 17 万，要素数は約 87 万である．鉄筋コンクリートモデルでは鉄筋形状を再現しており，節点数は約 47 万，要素数は約 272 万である．

ひび割れ進展挙動の可視化結果を **Fig. 2** に示す．これらは，筆者らが既往研究で開発した手法[2)] を用いて，損傷挙動を不連続変形へ変換した結果である．結果から，ASR において特徴的な亀甲状ひび割れが良好に再現されていることが確認できる．鉄筋コンクリートモデルでは，鉄筋による拘束効果が加わることで，亀甲状ひび割れに加えて，軸方向鉄筋に沿ったひび割れの発生も再現されている．

4. おわりに

本研究では，損傷モデルを用いたメゾスケール解析により，ASR に起因するコンクリートの損傷過程を 3 次元で再現した．数値解析例において，実現象で見られるひび割れパターンを 3 次元で再現した．無筋コンクリートでは亀甲状のひび割れが再現され，鉄筋コンクリートでは軸方向鉄筋に沿うひび割れが再現された．

参考文献

1) Kurumatani, M., Kato, T. and Sasaki, H.: Damage model for simulating cohesive fracture behavior of multi-phase composite materials, *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, Vol. 10, No. 2, 2023.

2) 車谷麻緒，持川空良，伊藤成央：ボロノイ図とドロネー分割の双対性を利用した損傷挙動の不連続変形への変換とその可視化，日本計算工学会論文集，Vol. 2025, No. 20252002, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フォトグラメトリ粒子法による解析モデル作成の自動化（シンポジウム講演概要）

Automatic Particle Model Generation Using Photogrammetry-Based Particle Methods (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤岡　秀二郎（九州大・工）　木元　周（九州大・工）　河合　志歩（九州大・工）
松永　幸大（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shujiro FUJIOKA, Kyushu University
Shu KIMOTO, Kyushu University
Shiho KAWAI, Kyushu University
Kota MATSUNAGA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: s-fujioka@doc.kyushu-u.ac.jp

Recent advances in particle methods have improved their accuracy and broadened their applicability; however, constructing analysis models that reflect real geometries remains time-consuming. This study proposes a photogrammetry-based modeling method using Neuralangelo. Surface geometry is reconstructed from multi-view smartphone images, converted into particles, and regularized using a surface particle shifting procedure. The proposed approach is validated using the Stanford Bunny model. Good agreement with the exact solution is obtained in the hydrostatic pressure problem, and stable pressure behavior is confirmed in the water column collapse problem.

1. 緒言

近年，大規模な土砂災害が頻発・激甚化しており，数値シミュレーションによる被害予測の重要性が急速に高まっている．これまで本研究グループでは，粒子法を用いた数値解析による土砂流動現象の再現に取り組んできた．しかし，実地形を反映した解析モデルの作成には多大な労力と時間を要し，これが迅速な災害対応や実務普及への障壁となっている．そこで本研究では，フォトグラメトリ手法の一種であり，複数の 2 次元画像から高精度な 3 次元形状を復元可能な Neuralangelo[1] を用いた粒子法解析向けのモデル作成手法（フォトグラメトリ粒子法）を開発する．そして，作成したモデルの妥当性と，粒子法解析への適用可能性を検証する．

2. 粒子法用解析モデル作成手法

2.1. Neuralangelo を用いた表面形状の再構成

Neuralangelo[1] は，多視点画像から高精細な 3 次元形状を復元するニューラル暗黙表面再構成法である．本手法では，3 次元位置 $\boldsymbol{x}$ をマルチ解像度ハッシュ符号化 $\gamma(\boldsymbol{x})$ により特徴量として埋め込み，これを MLP(Multi-Layer Perceptron) に入力することで符号付き距離関数 (SDF) $f(\boldsymbol{x})$ と色 (RGB) $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$ を同時に推定する．得られた SDF 場と RGB 場を用いてレンダリングし，観測画像との RGB 損失 $\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}}$，SDF の性質を満たすための Eikonal 正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{eik}}$，および表面の滑らかさを向上させるための平均曲率に基づく正則化項 $\mathcal{L}_{\mathrm{curv}}$ の重み付き和 $\mathcal{L}$ を最小化するよう学習を行う．

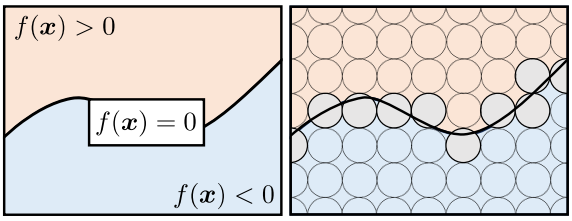
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} + w_{\mathrm{eik}}\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} + w_{\mathrm{curv}}\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} \tag{1}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{RGB}} = \|\hat{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{c}\|_1 \tag{2}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{eik}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\|\nabla f(\boldsymbol{x}_i)\|_2 - 1\right)^2 \tag{3}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{curv}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\nabla^2 f(\boldsymbol{x}_i)\right| \tag{4}$$

ここで $\hat{\boldsymbol{c}}$ は SDF と RGB から体積レンダリングにより作成された RGB の推定値である．なお，得られた表面形状データから粒子データへの変換は Fig. 1 に示すように格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出するため，粒子が表面上に必ずしも配置されず，粒子分布が不均一となる．これは，解析精度の低下や非物理的挙動の要因となり得るため，粒子の再配置が必要となる．



(a) SDF field　(b) Particle distribution

Fig. 1: Schematic of the SDF field and particle generation

2.2. 表面粒子再配列法

(1) 境界適合配置への修正

格子状の粒子を表面形状に適合させるために，各粒子の表面に対する単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ 及び表面までの符号付距離 s を用いて，境界に適合した粒子配置へと修正する (Fig. 2 左 → 中央)．

$$\delta\boldsymbol{r}_i^{\mathrm{SDF}} = -s_i\boldsymbol{n}_i \tag{5}$$

しかしながら，境界適合配置では Fig. 2 中央に示すような，不均一な配置となる．そこで本研究では粒子法で用いられる粒子再配列法の技術を転用し，粒子配置の均等化を図る．

(2) 表面粒子の均等配置手法

本研究では，粒子再配列法の一種である OPS (Optimized Particle Shifting)[2] を表面粒子の均等配置手法として用いる．表面粒子のシフトベクトル $\boldsymbol{r}^{\mathrm{OPS}}$ は，シフト係数 C_{OPS}，粒子径 d_0，単位行列 $\boldsymbol{I}$，法線ベクトル $\boldsymbol{n}$，濃度勾配 ∇C を用いて次式で表される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\delta \boldsymbol{r}_i^{\mathrm{OPS}} = -C_{\mathrm{OPS}} d_0^2 (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{n}_i \otimes \boldsymbol{n}_i) \nabla C_i \tag{6}$$

$$\nabla C_i = \sum_{j \in \Omega_i} V_j \left[1 + R_p \left(\frac{w_{ij}}{w(d_0)} \right)^n \right] \nabla w_{ij} \tag{7}$$

ここで V，w はそれぞれ粒子の体積と，粒子間距離に応じた重み関数である．また，本研究では各種パラメータを $C_{\mathrm{OPS}} = 0.01$，$R_p = 0.2$，$n = 4$ とした．

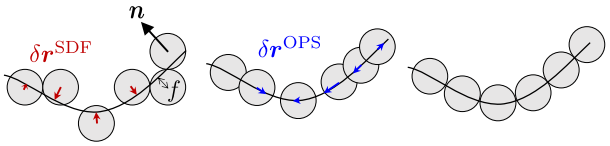


Fig. 2: Schematic of the particle shifting

3. 表面粒子再配列法の適用結果

本研究では Stanford Bunny を対象とし，Neuralangelo による 3 次元形状再構成および粒子法用モデルの作成を行った．Neuralangelo による再構成には，3D プリンタで作製した Stanford Bunny をスマートフォン端末で多視点から撮影した画像群を学習データとして用いた．

Fig. 3 に，再構成した 3 次元形状を基に作成した粒子法用モデルを示す．左から順に，初期粒子配置 (Step 0)，境界適合配置 (Step 1)，均等配置 (Step 2) を示す．Step 0 では，格子状に配置した粒子群から SDF に基づいて粒子を抽出しているため，段差および粒子分布の粗密が生じている．Step 1 では境界に適合する配置へ修正されているものの，粒子分布の粗密は解消されていない．均等配置手法の適用後には粗密が解消され，一様な粒子分布が得られている．

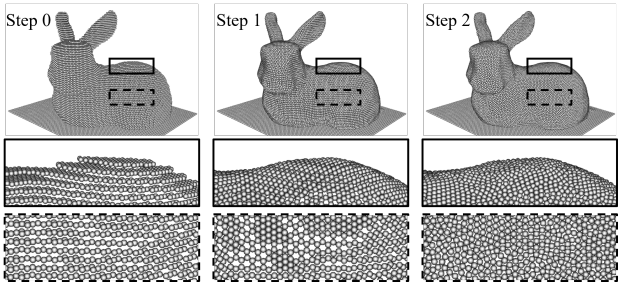


Fig. 3: Stanford Bunny particle configuration at each step

4. 流体解析による適用性検証

本章では，前章で作成した解析モデルを用いた静水圧問題および水柱落下問題を対象とした流体解析を通して，提案手法の適用可能性を確認する．なお，解析は非圧縮性流体を対象とした ISPH 法を用い，粒子離散モデルは LS-SPH (Least Squares SPH)[3),4)] を採用した．

静水圧問題では，水深 1 m の静水中に Stanford Bunny を配置した系を対象とした．Fig. 4 に，実時間 1.0 秒における中央断面の圧力分布を示す．圧力は滑らかに分布しており，厳密解と概ね一致する結果が得られた．

水柱落下問題では，0.2 m × 0.6 m × 0.6 m の水柱を Stanford Bunny の頭上から落下させた．Fig. 5 に，実時間 0.3，0.5，2.0 秒における圧力分布を示す．衝突直後の初期段階では流体と壁面との衝突面において圧力が高くなり，その後，2.0 秒においては流動が減衰し，静水圧分布への移行が確認される．

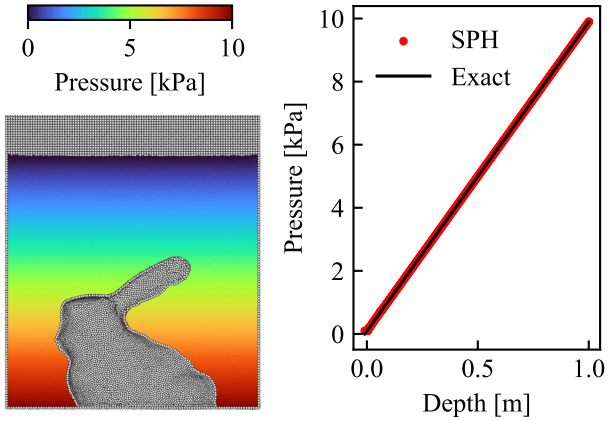


Fig. 4: Hydrostatic pressure at 1.0 s

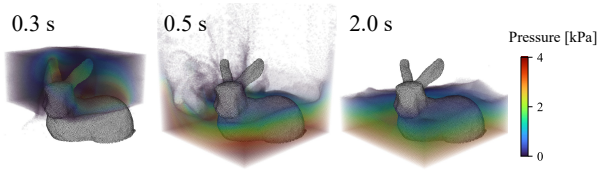


Fig. 5: Pressure field in the dynamic case

5. 結言

本研究では，フォトグラメトリ手法の一種である Neuralangelo を用いた粒子法用解析モデルの作成手法を提案した．スマートフォン端末で撮影した Stanford Bunny の画像を用い，Neuralangelo により表面形状の再構成を行った．さらに，得られた表面形状から粒子群を生成し，表面粒子再配列法を適用することで粒子を一様に配置し，粒子法に利用可能なモデルを構築した．作成したモデルを用いた静水圧問題では厳密解と良好に一致する結果が得られた．また，水柱落下問題においても非物理的な挙動や圧力振動は見られず，安定した解析が可能であることを確認した．今後は，より効果的な再配列法について検討を進めるとともに，実構造物や実斜面への適用を通じて，本手法の有用性を検証する予定である．

参考文献

1) Li, Z., Müller, T., Evans, A., Taylor, R. H., Unberath, M., Liu, M.-Y., and Lin, C.-H.: Neuralangelo: High-fidelity neural surface reconstruction, *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 8456–8465, 2023.
2) Khayyer, A., Gotoh, H., and Shimizu, Y.: Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context, *Journal of Computational Physics*, Vol.332, pp.236–256, 2017.
3) Shobuzako, K., Yoshida, S., Kawada, Y., Nakashima, R., Fujioka, S., and Asai, M.: A generalized smoothed particle hydrodynamics method based on the moving least squares method and its discretization error estimation, *Results in Applied Mathematics*, Vol.26, pp.100594, 2025.
4) 松永幸大, 藤岡秀二郎, 菖蒲迫健介, 浅井光輝: LS-ISPH: 自由表面および固体壁の制約条件付き最小二乗法による非圧縮性流体解析, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, pp.25–15012, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二重相反境界要素法および isogeometric 法固有値解析による介在物形状および母材物性値の空間的ばらつきを考慮した確率均質化法解析（シンポジウム講演概要）

Stochastic Homogenization with Spatially Variable Inclusion Geometry and Matrix Properties Using the Dual Reciprocity Boundary Element Method and Isogeometric eigenvalue Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

紅露　一寛（新潟大・工）　　鈴木　快（新潟大・院）
Kazuhiro KORO, Niigata University
Kai SUZUKI, Niigata University
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

In homogenization analysis of material diffusion in non-homogeneous bodies with spatially variations in inclusion geometries and matrix diffusion coefficients, the unit-cell mesh must be updated whenever the inclusion geometry changes. To reduce the computational cost associated with mesh updating, we apply the Galerkin isogeometric method to the eigenvalue analysis of the covariance function and develop a framework for evaluating the characteristic function using the dual reciprocity boundary element method (DRBEM). Numerical results are presented to assess the computational performance and limitations of the proposed approach.

1. はじめに

非均質材料を対象としたこれまでの均質化法解析[1)]では，微視構造の形状は簡易な幾何形状のもので与えたユニットセルで代表することも多く，材料物性のばらつきを考慮することはあっても，空間的な相関構造を背景としたばらつきを考慮することは少ない．これまで，著者らは，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法を提案している[2)]．文献[2)]では，空間的ばらつきに起因する均質化係数の変動を既存の決定論的解析結果を用いて non-intrusive な方法で評価するため，介在物形状の空間的ばらつきを表現する Karhunen-Loéve 展開において正規乱数を更新して解析するたびにメッシュ更新が必要となる．母材物性の空間的ばらつきも同時に考慮すると，介在物形状の更新に伴って共分散関数の固有値解析でも解析メッシュ更新が必要となる．

そこで本研究では，ユニットセル内の介在物形状と母材の拡散係数の空間的ばらつきを同時に考慮し，二重相反境界要素法[3)]により評価した特性関数から均質化拡散係数を評価する．母材の拡散係数に関する空間的ばらつきの固有値・固有関数は，メッシュ更新の手間の削減と DRBEM の離散化との親和性を考え，Galerkin isogeometric 法により固有値解析を実行する方法[4)]をとる．空間的ばらつきの影響は，均質化拡散係数のばらつきとして伝播することから，non-intrusive polynomial chaos 法 を用いて確率空間の応答を評価する．

2. 入力情報の空間的ばらつきを考慮した均質化法

本研究では，2 次元物質拡散問題について考える．非均質構造をユニットセル Y の空間周期配置で表現した上で，物理応答をミクロスケール $\boldsymbol{x}$ とマクロスケール $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}/\varepsilon$ のスケール比 ε について漸近展開し，無限小のスケール比考えることで，2 つの空間スケールでの支配方程式と初期条件・境界条件を導出する．マクロスケールでの均質化拡散係数テンソル K^*_{ij} は，ミクロスケール問題において評価される特性関数 ω_j を用いて次式で評価される．

$$K^*_{ij}=\frac{1}{|Y|}\int_Y K_{ik}(\boldsymbol{y})\left(\delta_{kj}+\frac{\partial\omega_j}{\partial y_k}(\boldsymbol{y})\right)dY \tag{1}$$

ここで，拡散係数テンソル $K_{ij}(\boldsymbol{y})$ は，介在物領域 Y_1，母材領域 Y_2 の双方において等方性を仮定し，$\kappa(\boldsymbol{y})\delta_{ij}$（$\kappa$: 拡散係数）で与える．特性関数 ω_j は，ユニットセルに関する境界値問題の解として定義される．

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_1(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_1) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_i}\left[\kappa_2(\boldsymbol{y})\delta_{ik}+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=0,\ (\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\kappa_1(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(1)}}(\boldsymbol{y})+\kappa_2(\boldsymbol{y})\frac{\partial\omega_k}{\partial n^{(2)}}(\boldsymbol{y})\\&\qquad=-\kappa_1(\boldsymbol{y})n^{(1)}_k(\boldsymbol{y})-\kappa_2(\boldsymbol{y})n^{(2)}_k(\boldsymbol{y}),\ \ (\boldsymbol{y}\in S)\end{aligned} \tag{4}$$

なお，S は介在物と母材の境界面，$n^{(L)}_k$ は領域 Y_L における境界上の点における単位外向き法線ベクトル成分である．式 (3) の解は，ユニット外周においては周期境界条件を満たす必要がある．

本研究では，介在物形状 S と母材拡散係数 κ_2 の空間的ばらつきを同時に考慮する．これらのばらつきは，Karhunen-Loéve 展開で表現する．

介在物形状は，介在物形状の期待値を半径 $\bar{R}$ の円で与えたうえで，介在物半径が周方向に変動し，空間的な相関構造を持つものとする．期待値を表現する曲線座標 s を設定し，次式で与える．

$$S(s)=S_0+\sum_{i=1}^{N^{(s)}_{KL}}\xi_i\sqrt{\lambda^{(s)}_i}f^{(s)}_i(s), \tag{5}$$

ここで，ξ_i は相互に独立で標準正規分布に従う確率変数であり，$\lambda^{(s)}_i$, $f^{(s)}_i$ は形状の空間的ばらつきに関する共分散関数 $C^{(s)}$ の固有値および固有関数である．また，S_0 は S の期待値である．本研究では，共分散関数 $C^{(s)}$ は σ_R を介在物半径の標準偏差として次式で与え，積分固有値問題を Galerkin 法で離散化して解く．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$C^{(s)}(\theta_1,\theta_2)=\sigma_R^2\exp\left[-\frac{d(\theta_1,\theta_2)}{b}\right], \tag{6}$$

なお，$d=\min\{|\theta_1,\theta_2|,2\pi-|\theta_1,\theta_2|\}$，$b=1/2\pi$ とする．

一方，κ_2 の空間的ばらつきは，次の積分固有値問題の解を用いた KL 展開で表現する．

$$\kappa^{(2)}=\bar{\kappa}^{(2)}+\sum_{k=1}^{N_{KL}^{(2)}}\zeta_k\sqrt{\lambda_k^{(2)}}\Psi_k^{(2)}(\boldsymbol{y}), \tag{7}$$

$$\lambda^{(2)}\Psi^{(2)}(\boldsymbol{\eta})=\int_{Y_2}\sigma_{\kappa_2}^2\exp\left(-\frac{r(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})}{b_2}\right)\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})dY_2 \tag{8}$$

ここで，$\zeta_k^{(\beta)}$ $(k=1,2,\ldots,N_{KL}^{(2)})$ は標準正規乱数であり，$r=|\boldsymbol{\eta}-\boldsymbol{y}|$，$b_2$ は相関長，σ_{κ_2} は標準偏差である．

3. Isogeometric 法による共分散関数の固有値解析法

式 (8) の積分固有値問題は，介在物形状の変更に伴うリメッシングの煩雑さを回避する目的で，Galerkin isogeometric 法[4] を用いる．固有関数 $\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})$ は，2 次 B-スプラインにより次式で近似する．

$$\Psi^{(2)}(\boldsymbol{y})=\sum_{i=1}^{N_{spl}}\tilde{\Psi}_i^{(2)}\phi_i(\boldsymbol{y}) \tag{9}$$

ここで，$\tilde{\Psi}_i^{(2)}$ は $\Psi^{(2)}$ のスプライン展開係数であり，ϕ_i は 2 次元の 2 次 B-スプラインである．

式 (9) を式 (8) に代入し，ϕ_i を重みとした Galerkin 法を適用する．その結果，次の代数方程式を得る．

$$\lambda^{(2)}\boldsymbol{M}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)}=\boldsymbol{K}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^{(2)} \tag{10}$$

4. 二重相反境界要素法を用いた特性関数の評価

本研究では，式 (2)-(4) の境界値問題を境界要素法で解く．介在物領域 Y_1 では，拡散係数 κ_1 の空間変動は考えない．そのため，式 (2) を通常の境界要素法で離散化し，次の方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(1)}\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}-\boldsymbol{G}^{(1)}\boldsymbol{q}_k^{(1)}=\boldsymbol{0} \tag{11}$$

ここで，$k=1,2$ であり，$\boldsymbol{G}^{(1)}$，$\boldsymbol{H}^{(1)}$ は係数行列，$\boldsymbol{\omega}_k^{(1)}$ は領域 Y_1 の境界上での ω_k に関する境界要素解を収納したベクトル，$\boldsymbol{q}_k^{(1)}$ は $\kappa_1\cdot\partial\omega_k/\partial n^{(1)}$ に関する境界要素解を収納したベクトルである．

一方，母材領域 Y_2 においては，二重相反法を用いた境界要素法 (DRBEM)[3] を用いて特性関数値を評価する．式 (3) を次式のように変形し，

$$\frac{\partial^2\omega_k}{\partial y_i^2}=-\frac{1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right],\quad(\boldsymbol{y}\in Y_2) \tag{12}$$

Laplace 問題の基本解 $u^*(\boldsymbol{y};\boldsymbol{\eta})$ を乗じて 2 度部分積分し，ソース点 $\boldsymbol{\eta}$ を境界上に極限移行することで，領域積分項を含む積分方程式を得る．得られた方程式の領域積分項の被積分関数を次式で近似し，

$$\frac{-1}{\kappa_2(\boldsymbol{y})}\frac{\partial\kappa_2}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\left[\delta_{ik}+\frac{\partial\omega_k}{\partial y_i}(\boldsymbol{y})\right]=\sum_{m=1}^{N+L}\Lambda_{k,m}f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m) \tag{13}$$

関数 $f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ は，$\nabla^2\hat{\omega}(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)=f(\boldsymbol{y};\boldsymbol{y}_m)$ を満たす特解 $\hat{\omega}$ と関連付ける．境界上の未知量 ω_k と $q_k^{(2)}$ を近似し，N を境界要素解の近似自由度，N_{int} を母材領域中に配置する内点の総数として，$N+N_{int}$ 個の選点 η_i を用いて選点法を適用すると，次の代数方程式を得る．

$$\boldsymbol{H}^{(2)}\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}_k \tag{14}$$

ここで，$\boldsymbol{\Lambda}_k$ を消去するために，領域内部の $\omega_k(\boldsymbol{y})$ を f を用いて近似した上で，$N+N_{int}$ 個の選点 $\boldsymbol{y}_\alpha$ において選点法を適用する．その結果，$\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}=\boldsymbol{F}\boldsymbol{W}_k$ なる代数方程式を得る．一方，式 (13) に選点法を適用すると，

$$\boldsymbol{F}\boldsymbol{\Lambda}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{W}_k=\boldsymbol{f}_k+\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{\omega}_k \tag{15}$$

を得る．式 (15) を式 (14) に代入し整理すると，母材領域に関する次の代数方程式を得る．

$$\Big[\boldsymbol{H}^{(2)}-\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\Big[\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2\Big]\boldsymbol{F}^{-1}\Big]\boldsymbol{\omega}_k^{(2)}-\boldsymbol{G}^{(2)}\boldsymbol{q}_k^{(2)}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{f}_k \tag{16}$$

最後に，介在物境界 S 上での結合条件 (4) および $\omega_k^{(1)}=\omega_k^{(2)}$，ユニットセル外周の周期条件を課すことで，境界 S，∂Y_2 および Y_2 の内点における ω_k に関する近似解を求める．

5. 均質化拡散係数の確率論的特性値の評価

2 節で説明した入力情報の空間的ばらつきは，出力結果である均質化拡散係数に伝播する．本研究では，均質化拡散係数の確率空間における応答を評価するために，Non-Intrusive Polynomial Chaos (NIPC) 法[5] を用いる．

NIPC 法では，式 (5)，式 (7) で与えた介在物形状 S および構成材料の拡散係数 $\kappa^{(2)}$ を，擬似正規乱数 $\boldsymbol{\xi}^{(\beta)}$，$\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)}$ を用いて N_{mcs} 個生成したうえで，生成した介在物形状 S_β・拡散係数値 $\kappa_\beta^{(2)}$ のもとで，決定論的解析から均質化拡散係数テンソル $K_{ij,\beta}^*$ $(\beta=1,2,\ldots,N_{mcs})$ を計算する．

一方，均質化拡散係数テンソル K_{ij}^* は polynomial chaos Φ_γ を用いた次式の polynomial chaos 展開できるものとして，

$$K_{ij}^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta})=\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}), \tag{17}$$

展開係数 $K_{ij,\gamma}$ は最小二乗法を用いて決定する．最小化する残差 R は，次式で定義する．

$$R(K_{ij,\gamma})=\sum_{\beta=1}^{N_{mcs}}\left[K_{ij}^{*(\beta)}-\sum_{\gamma=1}^{N_{PC}}K_{ij,\gamma}^*\Phi_\gamma(\boldsymbol{\xi}^{(\beta)},\boldsymbol{\zeta}^{(\beta)})\right]^2 \tag{18}$$

参考文献

1) Matine, A., Boyard, N., Legrain, G., Jarny, Y. & Cartraud, P.: Transient heat conduction within periodic heterogeneous media: A space-time homogenization approach. *Int. J. Thermal Sci.*, Vol.92, pp.217-229, 2015.
2) 紅露一寛，介在物形状および母材の拡散係数の空間的ばらつきを考慮した均質化有限要素・物質拡散解析法，計算工学講演会論文集，Vol.27, A-09-04, 2022.
3) 田中正隆，松本敏郎，須田裕輔：傾斜機能材料の定常熱伝導問題に対する DRM 境界要素法（2 次元問題での検討）．日本機械学会論文集（A 編），Vol.67, No.662, pp.1589-1594, 2001.
4) Rahman, S.: A Galerkin isogeometric method for Karhunen-Loéve approximation of random fields. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.338, pp.533-561, 2018.
5) Eldred, M.S., Burkardt, J.: Comparison of non-intrusive polynomial chaos and stochastic collocation methods for uncertainty quantification. in AIAA Aerospace Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. paper 2009-0976, 2009.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用〜デジタルツインから量子計算まで〜）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (1)

座長:宮本 崇(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[12011] JIS規格とスキャンデータに基づく3次元異形鉄筋モデルの自動生成（シンポジウム講演概要）

*車谷 麻緒[1]、松岡 朋輝[1]、黄 璽[2]、相馬 悠人[3] (1. 茨城大学、2. 木更津高専、3. 福島高専)

15:15 ~ 15:30

[12012] 粗骨材と鉄筋の実形状を考慮した鉄筋コンクリートはりの３次元メゾスケール数値実験（シンポジウム講演概要）

*新田 祐太朗[1]、伊藤 成央[1]、黄 璽[2]、車谷 麻緒[1] (1. 茨城大学、2. 木更津高専)

15:30 ~ 15:45

[12013] テンプレートモデルを用いた鋼橋点群の構造部材インスタンスセグメンテーション（シンポジウム講演概要）

*中溝 智也[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

15:45 ~ 16:00

[12014] 深層学習による橋梁点群からの部材接続グラフ推定（シンポジウム講演概要）

*保坂 拓夢[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

16:00 ~ 16:15

[12015] パラメトリックモデルに基づく点群からの3次元モデル構築における未想定構造に対する不確実性評価手法（シンポジウム講演概要）

*石川 大智[1]、本田 利器[1]、全 邦釘[1] (1. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

JIS 規格とスキャンデータに基づく 3 次元異形鉄筋モデルの自動生成（シンポジウム講演概要）

Automated three-dimensional modeling of deformed steel bars incorporating JIS standards and scan data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

車谷 麻緒（茨城大） 松岡 朋輝（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 相馬 悠人（福島高専）
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
Tomoki MATSUOKA, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Yuto SOMA, Fukushima KOSEN
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study proposes a simple and fully automated method for generating three-dimensional models of deformed steel bars. The method focuses on the rib geometry, which has a significant influence on bond performance, and parametrically reproduces its shape using a mathematical model based on exponential functions. In addition, dimensional requirements specified in the JIS (Japanese Industrial Standards) standard are incorporated, while geometrical features undefined by the JIS specifications are enhanced by referencing 3D-scanned data of actual reinforcing bars. The proposed method automatically constructs surface meshes during the modeling process, enabling immediate output in the widely used STL format.

1. はじめに

鉄筋コンクリート（RC）構造物は，社会インフラを支える構造形式として広く用いられている．RC 構造物が本来の力学性能を発揮するためには，コンクリートと鉄筋が一体的に挙動することが求められ，特に両者の界面で生じる付着特性が構造性能を支配する重要な因子となる．なかでも，異形鉄筋の表面に設けられた節（ふし）形状は，コンクリートとの機械的な噛み合いを通じて付着挙動を決定づける主要な要素であり，部材の変形性能や破壊性状に直接的な影響を及ぼすことが知られている[1)]．

近年の計算機性能の飛躍的な向上により，異形鉄筋の節形状を考慮した大規模な非線形解析を実行できる環境が整い，数値解析そのものは技術的に十分可能となりつつある．しかし，数値解析に先立つモデル構築（プリプロセス）において，節形状まで考慮した 3 次元モデルの作成は，依然として膨大な作業負荷をともなう．複雑な幾何形状を有する異形鉄筋を，多様な配筋条件に応じて個別にモデリングする過程は手作業に依存する部分が多く，その時間的・労力的なコストが詳細な数値解析を広く普及させる上での大きな障壁となっている．

こうした背景から，工業規格が定める幾何学的制約を満足しつつ，実物形状の特徴を反映した異形鉄筋の 3 次元モデルを，簡便かつ高精度に自動生成する手法の確立が求められている．そこで本研究では，異形鉄筋の 3 次元モデルを簡便かつ自動的に生成する手法を提案する．まず，付着性能に大きな影響を与える節形状について，指数関数に基づく数式モデルを用いてパラメトリックに再現する．さらに，JIS 規格[2)] が定める寸法条件を組み込むとともに，JIS 規格で定められていない部分の形状については，実物鉄筋の 3D スキャンデータを参照することで，幾何学的特徴の再現性を向上させる．また，提案手法は形状モデルの構築と同時に表面メッシュの自動生成も可能である．数値解析例を通して，複雑な配筋条件を有する実際の鉄筋コンクリート部材であっても，短時間で高精度に 3 次元モデルおよび表面メッシュの生成が可能であることを示す．

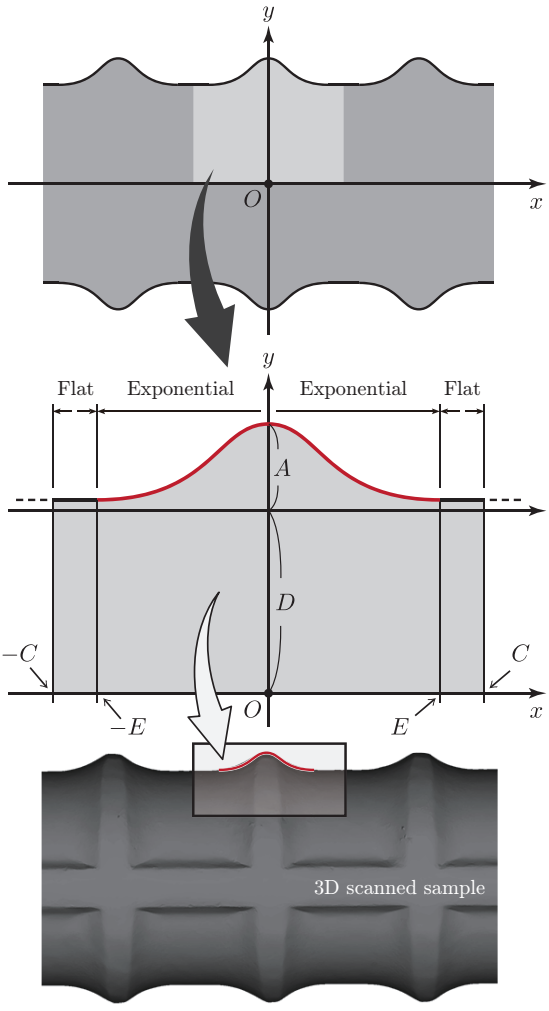


Fig. 1 3D modeling of deformed steel bar

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

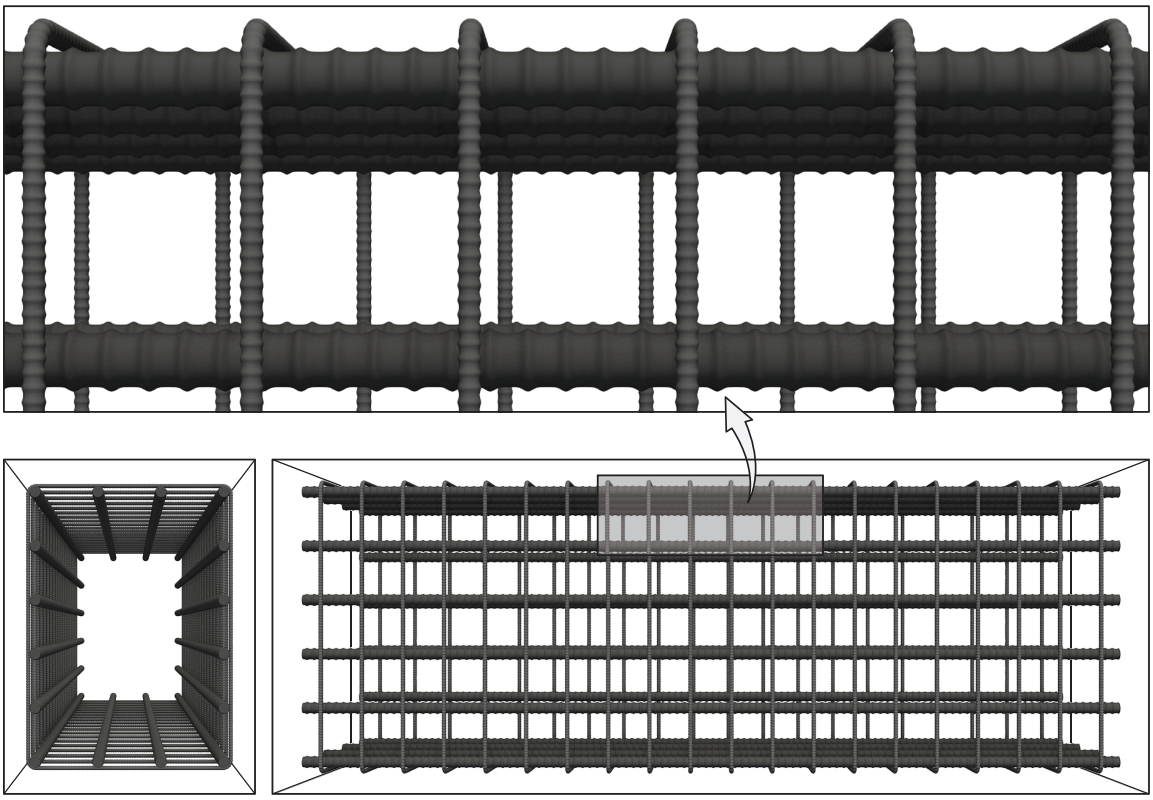


Fig. 2　3D models of longitudinal and shear reinforcements generated by the proposed method

2. 異形鉄筋モデルの自動生成手法

本研究では，異形鉄筋の 3 次元モデルを自動生成する手法を提案する．提案手法の特徴は以下のとおりである．

- 数式モデルを用いて，節形状の輪郭をパラメトリックに表現する．
- JIS 規格に定められた寸法条件を満足させる．
- JIS 規格に定められていない部分については，実物の異形鉄筋の 3D スキャンデータを参照し，実形状の特徴を反映させる．
- 3 次元形状の構築と同時に，表面メッシュも自動生成する．

Fig. 1 に示すように，次式の指数関数 $f(x)$ を用いて，異形鉄筋の節の輪郭線を表現する．

$$y = f(x) + D = Ae^{-Bx^2} + D \tag{1}$$

ここで，パラメータ A〜E は，異形鉄筋の種類（節形状）に応じて定まる量であり，それぞれの図的解釈は **Fig. 1** に示すとおりである．

JIS 規格で定めれている形状要件を満足するように，パラメータ A〜E を決定する．具体的には，JIS 規格において，公称直径，節の平均間隔の最大値，節の高さの最小値と最大値が定められており，これらを満足するようにパラメータ A, C, D, E を決定する．

異形棒鋼の JIS 規格では，節の高さや間隔に関する要件は規定されている一方，節の細部形状については明確な規定がない．JIS 規格で定められていない部分の形状については，実物の異形鉄筋の 3D スキャンデータを用いて，節の細部形状を再現する．具体的には，**Fig. 1** に示すように，3D スキャンデータの輪郭線と提案手法による再現形状を対照させることで，パラメータ B を決定する．

異形鉄筋を軸方向に周期的な軸対称構造とみなせば，円筒座標系を利用して，**Fig. 1** の y を半径成分として与えることで，異形鉄筋の 3 次元形状および表面メッシュを容易に自動生成することができる．

3. 数値解析例

実際の鉄筋コンクリート部材を対象に，提案手法を用いて鉄筋の配置と形状を 3 次元で再現した．部材の断面寸法 (mm) は 600×800，全長 (mm) は 2100 である．配筋は，D25 の軸方向鉄筋 16 本と D10 のせん断補強筋 20 本で構成される．

提案手法により，軸方向鉄筋 16 本およびせん断補強筋 20 本の 3 次元モデルと表面メッシュを自動生成した．生成した表面メッシュを STL 形式で出力し，可視化した結果を **Fig. 2** に示す．この結果から，多数の鉄筋が存在する複雑な配筋であっても，3 次元モデルと表面メッシュを一貫して自動生成できることが確認できる．これにより，配筋情報から自動生成までの一連のワークフローに対し，提案手法が高い実用性と拡張性を有することが示された．

4. おわりに

本論文では，鉄筋コンクリートの付着性能に大きな影響を与える節形状に着目し，異形鉄筋の 3 次元モデルおよび表面メッシュを簡便かつ自動で生成する手法を提案した．

参考文献

1) Goto, Y.: Cracks formed in concrete around deformed tension bars, *ACI Journal*, Vol. 68, pp. 244-251, 1971.
2) コンクリート標準示方書（規準編）JIS 規格集，土木学会，2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粗骨材と鉄筋の実形状を考慮した鉄筋コンクリートはりの３次元メゾスケール数値実験（シンポジウム講演概要）

Three-Dimensional Meso-Scale Numerical Simulation of Reinforced Concrete Beams Incorporating Realistic Aggregates and Reinforcement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

新田 祐太朗（茨城大） 伊藤 成央（茨城大） 黄 璽（木更津高専） 車谷 麻緒（茨城大）
Yutaro NITTA, Ibaraki University
Nao ITO, Ibaraki University
Xi HUANG, Kisarazu KOSEN
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study presents a numerical method for simulating the three-dimensional meso-scale fracture behavior of reinforced concrete (RC) by incorporating the realistic geometries of coarse aggregates and deformed reinforcing bars. The geometry of coarse aggregates was captured using a 3D scanner and directly integrated into the numerical model, while the three-dimensional shape of the ribs on deformed bars was explicitly modeled in the finite element mesh. The crack propagation behavior in mortar was simulated using a damage model based on the modified von Mises criterion. Comparisons between numerical results and experimental observations demonstrated good agreement in terms of load-displacement response and crack growth, confirming that the proposed method can quantitatively reproduce the fracture process of RC beams.

１．はじめに

数値実験とは，実施が比較的難しい実験を現実で試す代わりにコンピューターの中で再現・解析する手法のことを指す．特に，鉄筋コンクリート等の破壊挙動をコンピューター上の数値解析で再現して評価する手法は，近年，活発に研究されている．現実の実験では，多大なコストと時間を要し，実験装置や供試体寸法に起因する制約も大きい一方，数値実験では，現実の実験では困難な条件設定を比較的容易に行うことができ，実施の負担も小さい．さらに，直接把握が困難な数値などを算出できる点においても，破壊挙動の検討に非常に有用である．

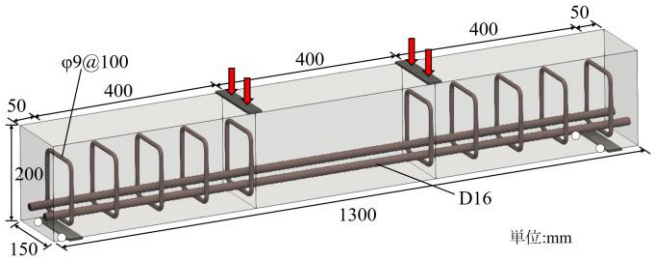
既往研究では，粗骨材の 3 次元形状や粒度分布を考慮した解析手法 [1]が提案されており，粗骨材を無作為に充填し，コンクリートの非均質性を高い精度で再現している．しかし，粗骨材の形状や分布の違いは，ひび割れの発生位置や損傷挙動に影響を及ぼすため，解析精度の向上には，より実物に近い形状を考慮することが重要である．

実験で観察される現象を数値解析上で忠実に再現するには，不規則なひび割れ挙動に加え，粗骨材や鉄筋の形状・分布を高い精度でモデル化する必要がある．本研究では，実物に近い鉄筋コンクリートの 3 次元モデルを構築し，数値解析を行うことで，ひび割れの進展過程を忠実に可視化し，変形の程度を視覚的に把握する．

２．数値解析手法

２．１ 粗骨材の形状と分布を反映したコンクリートのメゾスケールモデリング

粗骨材の複雑な形状を再現するため，実物の粗骨材 100 個を 3D スキャナでスキャンし，データを 100 個生成する．得られたデータに対して，拡大・縮小・回転の操作を行い，データ数を増加させる．本研究では，車谷らが考案した粗骨材の充填アルゴリズム [2]を用いる．粗骨材を鉄筋・粗骨材同士が重複しないように目標とする充填率に達するまで 3 次元空間内に無作為に選択・配置することで，実際のコンクリートに近いメゾスケールモデルを生成することが可能である．



図−1 曲げ破壊型 RC はりの寸法，支持・載荷条件

２．２ コンクリート・鉄筋の材料モデル

コンクリートの材料モデルには，車谷らが考案した損傷モデル [3]を適用する．損傷モデルの構成則は次式で表される．

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル，D は損傷変数，$\boldsymbol{c}$ は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみテンソルである．

本研究では，コンクリートをモルタルと粗骨材の二相材料とする．各要素の体積のうちモルタルの体積率を V とする．粗骨材は損傷しないものとして，モルタルの損傷のみを考えると，損傷変数 $D(\varepsilon_e)$は次式となる．

$$D(\varepsilon_e) = 1 - \frac{\varepsilon_0\alpha_0}{\varepsilon_e}\exp\left\{-\frac{E\varepsilon_0\alpha_0}{G_f}h_e(1 - V)\left(\frac{\varepsilon_e}{\alpha_D} - \varepsilon_0\right)\right\} \tag{2}$$

ε_0 はモルタルの破壊発生ひずみ，h_e は要素長さ，G_f はモルタルの破壊エネルギーである．また，α_0 と α_D はそれぞれ次式の関係を示す値である．

$$E_m = \alpha_0 E,\ \varepsilon_m = \alpha_D^{-1}\varepsilon \tag{3}$$

E_m はモルタルのヤング率，ε_m は要素内のモルタルの等価ひずみ，ε は要素全体の等価ひずみである．本研究では，修正 von-Mises 基準に基づく等価ひずみを用いる．

鉄筋の材料モデルには，非線形等方硬化則に基づく von-Mises 塑性モデルを適用した．降伏関数 f は次式で表される．

$$f = \sigma_v - \sigma_y - Q\left(1 - e^{-bp}\right) \tag{4}$$

σ_vは von-Mises 相当応力，σ_yは初期降伏応力，p は相当塑性ひずみ，Q および b は鉄筋の非線形硬化パラメータである．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

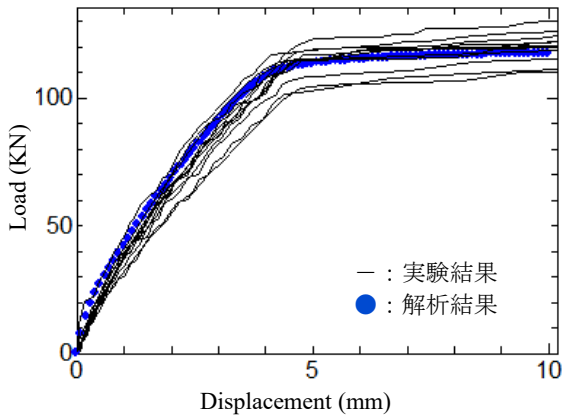


図-2　荷重-変位関係

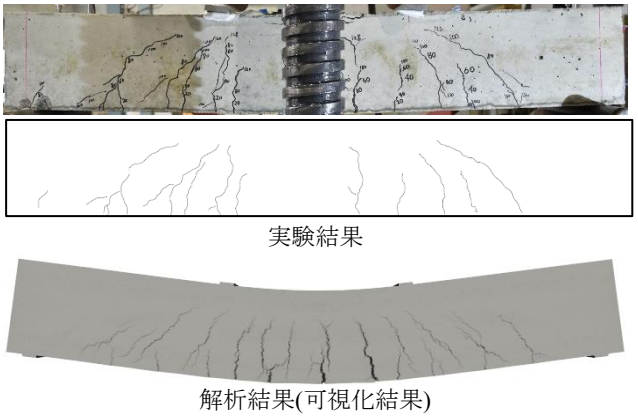


図-3　RC はりの実験結果と解析結果の比較

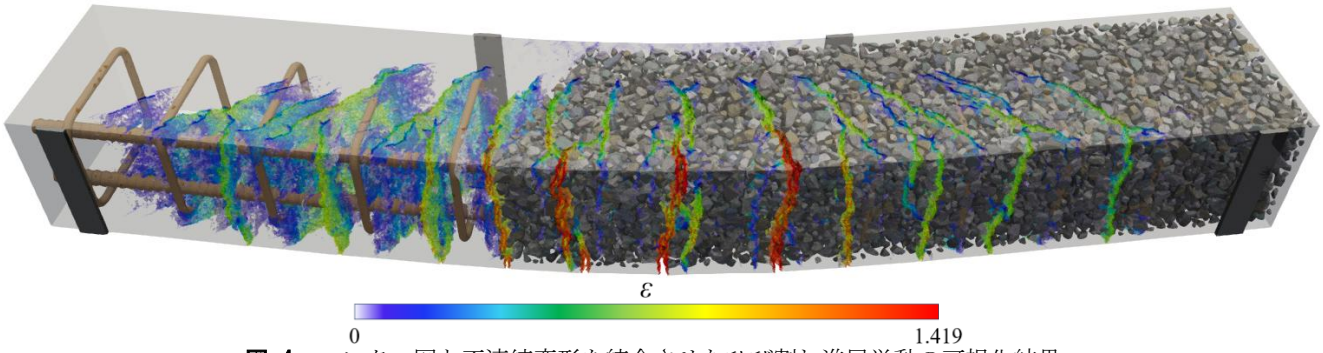


図-4　コンター図と不連続変形を統合させたひび割れ進展挙動の可視化結果

３．鉄筋コンクリートはりの数値実験とその可視化

３．１　実験概要および数値解析条件

本研究では，過去に実験をして，結果が出ている研究[4]で対象とされた RC はりを参考に，モデルを作成して数値シミュレーションを実施したのち，可視化を行った．**図-1** は，寸法，支持・載荷条件を含んだ曲げ破壊型 RC はりのモデルである．

有限要素モデルには四面体 1 次要素を使用し，載荷点には 10 mm の強制変位を与える条件で解析を実施し，粒度分布は規格内に収まるよう作成した．モルタルの材料パラメータはヤング率を 13 GPa，ポアソン比を 0.2，圧縮引張強度比を 15，破壊エネルギーを 0.1 N/mm，破壊発生ひずみを 0.0002 とする．粗骨材の材料パラメータはヤング率を 60 GPa，ポアソン比を 0.2 とした．鉄筋のパラメータはヤング率を 190 GPa，ポアソン比を 0.3，降伏応力を 380 MPa，非線形硬化パラメータ Q,b をそれぞれ 100 MPa，10 とする．また，解析結果と実験結果 [4]の荷重-変位関係を**図-2** に示す．解析結果から，曲げ破壊の特徴である延性的な挙動を適切に捉え，実験結果との良好な一致が確認できる．

３．２　ひび割れの可視化結果

本研究では，損傷を解析し，四面体要素をボロノイ状に分割して不連続変形に変換することでひび割れを可視化している．はじめに，実験結果（写真とトレース）と数値実験による解析結果を比較したものを**図-3** に示す．不連続変形のひび割れが複雑に進展していることが確認でき，実験と解析でほぼ合っていることが分かる．また，有限要素法の解析で得られた最大主ひずみに基づくコンター図を独自に作成し，連続的な色調変化を用いることで，部材の変形度合いを直感的に把握できるようにした．内部の様子を見やすくするために，一部の粗骨材を透明にして可視化したモデルを**図-4** に示す．ひび割れが粗骨材を回避して進展し，複雑で現実的な破壊挙動を再現できている．

４．おわりに

実物に近い形状の粗骨材や鉄筋を有する鉄筋コンクリートモデルを構築し，粗骨材の分布を考慮した損傷モデルを用いて数値解析を行った．その結果，高精度な可視化を可能にし，鉄筋コンクリートはりの破壊特性を捉えた複雑なひび割れ挙動を再現した．また，不連続変形のひび割れとコンター図を重ね合わせることで，変形の程度を直感的に把握できることを示した．

参考文献

1) 那須川佳祐，升井尋斗，車谷麻緒：粗骨材の形状と粒度を再現した鉄筋コンクリートはりの 3 次元メゾスケール破壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol，79，No.11，pp. 2300190，2023.
2) 車谷麻緒，中嶋貴将，渋澤駿斗，中畑和之：粗骨材の実形状を再現したコンクリートの 3 次元メゾスケールモデリング，土木学会論文集，Vol. 82, No. 15, 25-15015, 2026.
3) 車谷麻緒，加藤匠，佐々木浩武：非均質性を考慮した損傷モデルの定式化とその性能検証，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.75，No.1，47-54，2019.
4) 羽生隼輝，車谷麻緒：数値解析の V&V に向けた曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの Validation 実験，土木学会論文集，Vol.80，No.15，23-15016，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テンプレートモデルを用いた鋼橋点群の構造部材インスタンスセグメンテーション（シンポジウム講演概要）

Template-based structural member instance segmentation for steel bridge point cloud data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中溝　智也（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Tomoya NAKAMIZO, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: nakamizo.tomoya.tkb_gx@u.tsukuba.ac.jp

This study proposes an instance segmentation method for structural members of steel girder bridges toward finite element (FE) model reconstruction. The method employs a parametric bridge template model representing the basic structure and consists of two stages: main and secondary member recognition. Geometric parameters are estimated using kernel density estimation to generate an initial model. Main members are identified using normal-direction classification and template-based clustering, and their geometric parameters are estimated. Secondary members are extracted using spatial constraints derived from the template model and geometric pattern grouping. Validation with synthetic bridge datasets shows high segmentation accuracy for major members, with geometric errors within several tens of millimeters. These results demonstrate the effectiveness of a template-guided, structure-aware framework for reconstructing bridge FE models from point cloud data.

１．はじめに

近年，橋梁の維持管理の効率化・高度化に向け，点群データの利活用が進められている．著者らはこれまで，点群から既存橋梁の有限要素（FE）モデルを構築する手法について研究しており，部材レベルでの検証を行ってきた [1]．研究対象とする鋼橋は，コンクリート橋と比較して複雑な部材構成である．部材レベルでのモデル化を実現するには，座標や色情報のみを持つ点群がどの部材に属するかを判定するインスタンスセグメンテーションが必要となる．しかし，部材数の多さや点群計測におけるノイズ・データ欠損により，各部材を認識する手法は確立されていない．

そこで本研究では，鋼橋を構成する部材の幾何学的パターンに着目し，橋梁テンプレートモデルを用いた点群からの FE モデル構築手法の確立を目的とする．本報告では鈑桁橋を対象に，主部材分類と幾何モデル生成，ならびに副部材のインスタンスセグメンテーション手法を示す．

２．テンプレートモデルの定義と概要

桁橋の上部構造は，車両などが通る床版を主桁が支える構造をしている．これらの部材は構造の大部分を占めており，またどの橋梁にも共通して存在する主部材といえる．また，橋梁が満たすべき性能によって構成が異なっている横桁や対傾構などの部材は副部材と定義される．

本研究で提案する橋梁テンプレートモデルは，主部材である床版と主桁（I 桁）で構成し，各部材の寸法と位置をパラメータとして有したシェルモデルとした．橋軸方向をx，橋軸直角方向をy，鉛直方向をz軸と定義し，主部材の空間的な配置パターンを基に各テンプレートを配置する．また，I 桁テンプレートモデルは上下フランジ，ウェブで構成され，補剛材が任意に追加される仕様とした．このように，本研究では主部材をテンプレートモデルとして定義し，対象点群に合わせて初期テンプレートモデルを生成する．

３．提案手法

本手法は，構成要素の幾何学的なパターンに着目した，主部材認識と副部材認識の 2 ステップで構成される．テンプレートモデルを基に部材認識を実施し，分類した各部材点群から幾何構造を推定することでモデルを構築する．

橋梁点群から構造の概形を把握するため，座標系の正規化と構造寸法推定を行った．まず点群の前処理として FPS（Farthest Point Sampling）によるダウンサンプリング，点群法線ベクトル計算を実施した．次に，橋梁の主軸を推定しテンプレートモデルと座標系を整合させるため，主成分分析を適用した．第一主成分を橋軸方向，第二主成分を橋軸直角方向，第三主成分を鉛直方向と定義した．さらに，各軸方向に対してカーネル密度推定（KDE）を適用し，密度分布の形状から主桁の本数，位置および寸法を自動推定した．射影座標 x_iに対する密度関数は以下の式で与えられる．

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2h^2}\right) \qquad (1)$$

ここで nは点数，h はバンド幅である．橋梁点群を各座標軸方向へ射影すると，部材位置に対応して点が集中するため，密度関数の局所最大値を抽出した．閾値は，密度分布の低変動領域における平均値の 1.1 倍を相対閾値として設定した．さらに，密度関数が閾値以上となる区間を抽出した．y座標値 KDE から主桁のy位置および桁幅を算出し，z軸座標値 KDE から床版位置，桁位置および桁高を求めた．なお，床版の長さおよび幅は点群全体の最大・最小座標値から算出した．以上より，推定された構造寸法をもとに初期のテンプレートモデルを生成した．

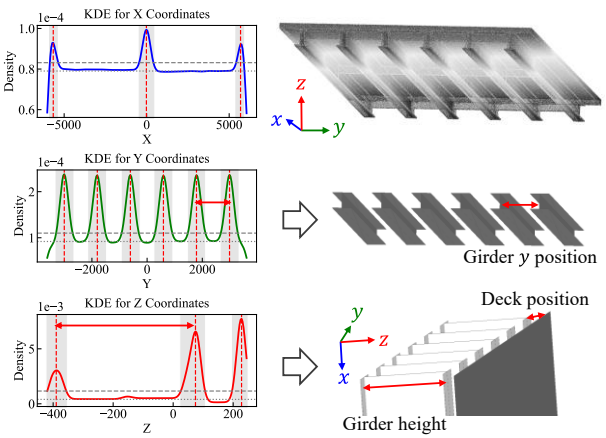
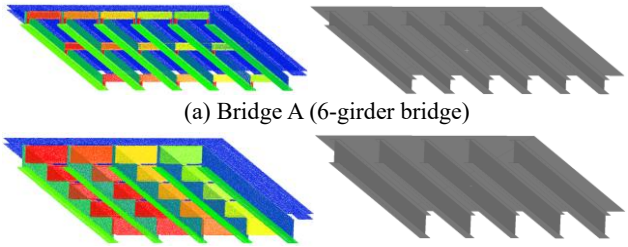


Fig. 1 Point clouds and KDE-based dimension estimation.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Bridge A (6-girder bridge)

(b) Bridge B (5-girder bridge)

Fig. 2 Structural member instance segmentation results (left) and constructed main-member template model (right).

次に，主部材の点群を識別するため，テンプレートモデルを基準とした主部材抽出処理を実施した．鋼構造物は直交的構成を有するため，部材主要面の法線方向は部材分類に有用である．特に，床版と主桁のフランジ面はz方向，主桁のウェブ面はy方向を向いている．そこで，各点の法線ベクトルの絶対値最大成分に基づきx, y, z方向面に分類した．次に，テンプレートモデルの各面との法線方向と距離に基づいて，点群をクラスタリングした．距離閾値は，実橋梁寸法を参考に試行錯誤の結果 200 mm と設定し，どの面にも属さない点は後述する副部材認識での候補点とした．

そして，分類した各クラスタの幾何構造を推定することでテンプレートモデルの幾何構造を更新した．具体的には，各クラスタの重心計算，および端部推定を実施した．端部推定には，ノイズ除去でよく用いられる統計的外れ値除去を適用し，ノイズの影響を低減したうえで部材の幾何寸法をロバストに推定した．以上より，算出した構造寸法をもとにテンプレートモデルを更新し，主桁および床版の幾何モデルを生成した．これにより，橋梁上部構造の基本的な部材配置および主要寸法を点群データから自動的に取得することが可能となる．

最後に，主部材の空間配置を利用して副部材の認識を行った．本検証で対象とした副部材は横桁および垂直補剛材である．本研究では，副部材が床版下かつ主桁間の限定された領域に配置され，さらに部材同士が直交するという構造的特性に基づき，テンプレートモデルを基準として探索空間を区間分割した．具体的には，主桁ウェブ，フランジで囲まれた補剛材領域および主桁間領域を定義した．各区間内において，法線方向分類によりx方向面をウェブおよび補剛材候補，z方向面をフランジ候補とした．その後，各領域内で DBSCAN（Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise）を用いて平板単位までクラスタリングを行った．主桁領域で得られたクラスタを補剛材として抽出した．横桁については，平板クラスタ間の幾何関係に基づき，直交関係および上下配置関係を満たす 3 面集合を同定することで横桁インスタンスを構成した．具体的には，直交関係を満たす重心位置が近い 3 つの面をグループ化した．以上のように，空間的制約と部材の幾何パターンを明示的に利用することで，副部材の検出を可能にした．

4．合成点群データを用いた検証

標準的な 6 主桁鈑桁橋（Bridge A）と 5 主桁鈑桁橋（Bridge B）の 3D モデルを作成し，メッシュ上に点群を生成したデータを用いた．3D モデルは Autodesk Fusion[2]を用いて作成し，著者らの先行研究 [1]で調査した実橋梁点群のノイズレベル，密度分布を用いて，それぞれ 100 万点サンプリングした．また，各点に部材インスタンスラベルを付与した正解データを作成し，提案手法により分類した点群のラベルと比較した．評価指標には，各点の予測ラベルと正解ラベルの一致に基づく IoU（Intersection over Union）を用いた．

Table 1 Instance-level IoU for each structural member (standard deviation).

		Bridge A	Bridge B
Deck		0.85	0.93
Main girders	Web	0.97 (3.8×10^{-3})	0.96 (8.8×10^{-3})
	Flange	0.97 (3.3×10^{-3})	0.91 (5.0×10^{-3})
Cross girders		0.91 (18.8×10^{-3})	0.95 (10.4×10^{-3})
Stiffeners		0.55 (86.9×10^{-3})	-

セグメンテーション結果を Fig. 2 に示す．両データともに主要な部材が検出できたことが確認された．一方，主桁の上フランジは床版に接していたことから，床版として誤分類されていた．どのインスタンスにも属さない未分類の点群は，主に床版や桁の板厚部分に多く見られた．これは板厚部など主要面に属さない点群に対応している．各部材の IoU を Table 1 に示す．床版以外の複数存在する部材については部材種別ごとの平均 IoU と標準偏差を示す．床版，主桁，横桁は両データともに高精度で分類できており，インスタンスごとの分類精度のばらつきも小さかった．一方，Bridge B にのみ存在する補剛材については，相対的に低い結果となった．各インスタンスの点数が平均 150 点程度で相対的に少なく，横桁との近接により誤吸収される傾向が確認された．また，推定した幾何構造においては，位置および寸法の誤差は概ね数 mm〜十数 mm 程度であり，橋梁スケールに対して十分小さい誤差であることを確認した．

5．結論

本研究では，鋼橋点群データから FE モデル構築を目的とした構造部材インスタンスセグメンテーション手法を提案した．橋梁テンプレートモデルを基準とし，法線方向に基づく分類により主部材を同定するとともに，推定された寸法に基づき主部材の幾何モデルを生成した．さらに，主部材に基づく空間制約と部材の幾何パターンを利用することで，副部材のインスタンスセグメンテーションを実現した．合成点群を用いた検証の結果，主桁および横桁については高精度な認識が可能であることを確認した．本研究は，橋梁構造の知識を明示的に利用することで点群から構造部材を自動モデリングする枠組みを示したものである．今後は，部材接合関係の同定に基づく副部材モデル化を行うとともに，構築した FE モデルの妥当性検証を進める．

謝辞

本研究は JST 創発的研究支援事業 JPMJFR205T 及び, JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2124 の支援を受けたものです．

参考文献

1) T. Nakamizo and M. Nishio: Shell Model Reconstruction of Thin-Walled Structures from Point Clouds for Finite Element Modelling of Existing Steel Bridges, Sensors, 25 (13), 4167, 2025.
2) Autodesk Inc.: Autodesk Fusion , software, https://www.autodesk.com/jp/education/edu-software/fusion, Accessed March 3, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

深層学習による橋梁点群からの部材接続グラフ推定（シンポジウム講演概要）

Deep learning-based estimation of structural component connectivity graph from bridge point clouds
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

保坂　拓夢（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Takumu HOSAKA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: s2210657@u.tsukuba.ac.jp

This study develops a prediction method of structural topology graph from bridge point cloud data for uses in efficient maintenance and digital twinning. The method consists of the processes of component-level segmentation, clustering to extract instances, and prediction of infer connectivity between instance pairs to form component connectivity graphs. The method was evaluated on the SemanticBridge dataset, an opened dataset of bridge point clouds. Experiments show major components are segmented accurately, whereas bearing remains difficult. Bearing-related instance noise degrades graph quality, highlighting the need to handle small but critical components. Training connectivity estimation in the predicted-instance space (Pred train) improves robustness against instance extraction errors and suppresses false-positive edges. The proposed method enables reliable connectivity prediction for bridges where bearings are appropriately recognized.

１．序論

近年国内では、特に高度経済成長期に整備された橋梁を中心にインフラ構造物の老朽化対策が課題となっている．現在の定期点検体制では近接目視が求められるが、人員と予算の制約が大きく、特に技術者不足が深刻な地方自治体では継続的な実施が難しい。一方、レーザー計測等で得られる点群データは、構造物を非接触かつ高密度に 3 次元計測でき、構造状態に関する情報が得られる手法として注目されている。しかし、点群自体は単なる点の集合であり、床版・桁・橋脚・橋台・支承といった多数の機能の異なる部材で構成される橋梁では、部材区分や部材間の接続関係といった情報がなければ上手く活用できない。そのため、構造全体の点群を取得しても維持管理に必要なデータとするには多くの手作業が必要となる。点群を BIM/CIM やデジタルツインの運用に活かすには、点群から構造情報の明示的な表現を効率的に獲得することが重要となっている。

そこで本研究では、構造全体の点群から部材識別して部材接続関係推定を行い、「部材接続グラフ」として可視化する深層学習手法を構築し、橋梁の点群データを対象として、その精度と妥当性を検証する。

２．提案手法

Fig. 1 に本手法の部材接続関係推定のプロセスを示す。入力は橋梁の点群データ、出力はノードが部材インスタンス、エッジが部材間接続を表す部材接続グラフである。本手法は「部材抽出モデル」と「接続関係推定モデル」の 2 つの深層学習モデルで構成した。まず点数・密度のばらつきに対処するため、点群を橋軸方向に一定の長さで 50%の重なりを設けながらブロック分割し、ダウンサンプリングで点数を揃える。次にこの前処理を施した各ブロックの点群を入力として、PointNet++[1]による「部材抽出モデル」でセマンティックセグメンテーションで各点を床版・桁・橋脚・橋台・支承の 5 クラスに分類し、点群座標に基づいて橋梁全体へ統合する。そして、同一クラス内でのクラスタリングでインスタンス化を行い、例えば「橋脚 1」「橋脚 2」というように、部材インスタンスを抽出する。

「接続関係推定モデル」は Fig.1 中に示すように、PointNet[2]で抽出した各部材インスタンスの形状特徴を点群から集約し、多層パーセプトロン(MLP)で接続確率を推定する。そして部材インスタンス間の接続確率を隣接行列 Adjacency Matrix で表し、閾値で接続・非接続かを決定する。深層学習モデルの学習では、損失関数と最適化手法にそれぞれ、「部材抽出モデル」で多クラス分類の交差エントロピーと AdamW、「接続関係推定モデル」で二値交差エン

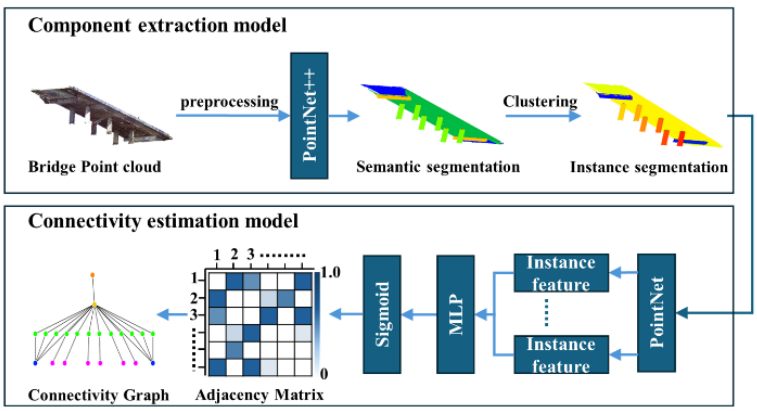


Fig.1　Deep learning based pipeline for bridge component connectivity graph generation



Fig.2 Test data of bridge point cloud
(above: Bridge_2, below: Bridge_6)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Results of semantic segmentation

	Bridge_2	Bridge_6
mIoU	0.761	0.902
Deck IoU	0.997	0.962
Girder IoU	0.977	0.967
Pier IoU	0.973	0.994
Abutment IoU	**0.452**	0.873
Bearing IoU	**0.409**	0.713

トロピーと Adam を用いた。また「接続関係推定モデル」では、Hungarian 法により総 Intersection over Union (IoU)が最大となるよう，予測インスタンスと正解インスタンスの対応付けを行った。ここで正解インスタンスと対応が得られない予測インスタンスは「誤検出インスタンス False-positive (FP) instances」とラベル付けされる。

3．実橋梁点群データを用いた検証

本研究の検証は、無償公開されている橋梁点群データセット SemanticBridge[3]を用いた。実橋梁 20 橋の点群で構成されている。ここでは、20 橋のうち Fig.2 に示す「Bridge_2」と「Bridge_6」をテストデータとして，17 橋を訓練データ、1 橋を検証データとした。アノテーションでは、点群の各点に床版・桁・橋脚・橋台・支承のセマンテックラベルと部材インスタンスラベルを付与し、さらに部材インスタンス間の正解接続関係ラベル（隣接行列）を作成した。

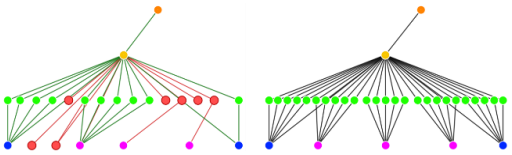
Table 1 は、テストデータでのセマンティックセグメンテーションの精度を示したものである。全クラスの IoU 平均値である mIoU は Bridge_2 で 0.761，Bridge_6 で 0.902 と異なる分類精度であった。これは特に Bridge_2 で橋台と支承の IoU が 0.5 より小さく分類精度が低かったことによる。Bridge_2 では支承部材が小さく各支承の形状が点群上で捉えにくいのに対し、Bridge_6 では支承形状が比較的明瞭であることによると考えられる。また Bridge_6 の支承の数は 12 と Bridge_2 の 25 より少なく、橋脚上で空間的に疎に配置されており、同一のクラスタリング条件でもインスタンス化が安定しやすかったと考えられる。Bridge_2 では、数多くの支承が密に配置されていることから、25 のうち 13 個の支承インスタンスの見落としがあった。また、予測と正解インスタンスの対応付けでは、FP instances が Bridge_2 では 38 個、Bridge_6 では 42 個発生した。

「部材抽出モデル」でインスタンス化した点群を「接続関係推定モデル」に入力するとき、誤検出された FP instance ラベルに分類された点が出力に大きく影響する。そこで本研究では、部材抽出モデルの出力の誤差を学習時に取り込むため、アノテーションで作成した正解インスタンスではなく、予測インスタンスで隣接行列の訓練データを構成する学習「Pred train」を行った。Table 2 に、接続関係推定結果を正解インスタンスに基づく学習「GT train」と比較して示す。Pred train によって、誤接続を大幅に抑制できたことで適合率 Precision は Bridge_2 で約 3.1 倍、Bridge_6 で約 4.7 倍に向上した。一方、Pred train での再現率 Recall は GT train よりも低い。これは Pred train では、訓練データ作成時の部材抽出で見落とした部材を含む正解接続関係を定義できないため、その接続を学習できないことが要因と考えられる。

予測された接続行列から接続・非接続を判定して得られた部材接続グラフを、Bridge_2 と Bridge_6 それぞれについて Fig.3 と Fig.4 に示す。各図の(a)は推定結果、(b)は正解を示す。ここでは、セマンテッククラスをもつ部材インスタンスがノードとなり，それらが隣接行列に基づいて接続されている。Fig.3 より、Bridge_2 では、支承部分で付与された FP instance クラスの点群により予測接続グラフの精度は低くなっているが、Fig.4 の Bridge_6 では支承部の FP instance が少なかったため、比較的妥当な接続グラフを構築することができた。このことから、部材抽出誤差が接続関係推定結果に影響し、接続グラフの精度に影響を与えることが示された。

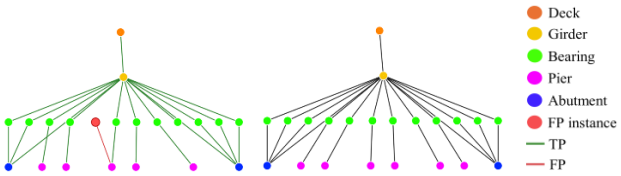
Table 2 Connectivity prediction performance for GT-train and Pred-train

	Bridge_2		Bridge_6	
	Pred train	GT train	Pred train	GT train
Precision	**0.676**	0.220	**0.960**	0.208
Recall	0.434	**0.509**	0.889	**1.00**



(a) Predicted (b) Ground Truth

Fig.3 Bridge component connectivity graph of Bridge_2



(a) Predicted (b) Ground Truth

Fig.4 Bridge component connectivity graph of Bridge_6

4．結論

本研究では、橋梁点群を維持管理で扱える構造情報へ変換するため、部材抽出モデルと接続関係推定モデルを連結し、部材インスタンスをノード、部材接続をエッジとする部材接続グラフを自動生成する手法を提案した。実橋梁点群を用いた検証により、予測インスタンス空間を前提に接続関係を学習する Pred Train により、部材抽出時の誤差がある状況であっても FP instances による誤接続の生成を大幅に抑制することができ、グラフ精度を向上できることを確認した。これにより、点群取得後の部材単位の構造把握の表現を自動で得られる見通しを得た。今後は、特に支承などの小部材の抽出の精度向上に加え、生成グラフを用いて部材抽出結果の修正や、接続の方向つまり支持方向を含む接続関係の多様化をめざし、より高精度かつ実用的な構造表現の生成を目指す。

参考文献

1) Qi, C. R., et al. (2017). Pointnet++: Deep hierarchical feature learning on point sets in a metric space. *Advances in neural information processing systems*, 30.
2) Qi, C. R., Su, H., Mo, K., & Guibas, L. J. (2017). Pointnet: Deep learning on point sets for 3d classification and segmentation. *Proc.IEEE conference on computer vision and pattern recognition* (pp. 652-660).
3) Kellner, M., Cervantes, M. F., Pan, Y., Lu, R., Brilakis, I., & Reiterer, A. (2025). SemanticBridge--A Dataset for 3D Semantic Segmentation of Bridges and Domain Gap Analysis. arXiv preprint arXiv:2512.15369.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

パラメトリックモデルに基づく点群からの3次元モデル構築における未想定構造に対する不確実性評価手法（シンポジウム講演概要）

Uncertainty Quantification for Unanticipated Structures in Parametric 3D Model Construction from Point Clouds
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石川　大智（東京大・工）　本田　利器（東京大・新領域）　全　邦釘（東京大・工）
Taichi ISHIKAWA, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
Pang-jo CHUN, The University of Tokyo
E-mail: tishikawa08c@gmail.com

With the growing availability of 3D sensing technologies, parametric model-based approaches for 3D model construction have gained increasing attention. Although numerous methods employing parametric models have been proposed, approaches that rely on pre-training require robust uncertainty quantification when the input data correspond to structural types not anticipated during training. This study proposes a method for appropriately quantifying uncertainty in parametric model-based 3D model construction from point clouds, particularly for structurally unanticipated inputs. In particular, the introduction of ensemble-based techniques was found to exhibit more desirable uncertainty behavior for inputs that were not observed during training.

1. はじめに

デジタルツインを用いた維持管理の効率化や損傷診断の正確化を目的として，橋梁をはじめとしたインフラ構造物における3次元モデルの構築が注目されている．近年，図面や点群といった様々なデータ形式から可能な限り省力的な手法が多数提案されており，その一つの潮流として，パラメトリックモデルと呼ばれるデータフレームの利用に基づく研究が存在する．この枠組みでは，対象の図面や点群に対し，手動での選定や形状最適化，事前学習されたニューラルネットなどを用いて適切なパラメトリックモデルを選定することで，3次元モデルの構築が行われる．

本研究では，パラメトリックモデルの事前学習による手法に着目し，適切なパラメトリックモデル選定時の不確実性評価において，未想定構造に対してロバストな手法の提案を行う．具体的には，ベイズ深層学習に基づく不確実性評価手法に比べ，より柔軟な不確実性評価が可能なアンサンブル手法を用いた不確実性評価手法を構築する．

2. パラメトリックモデルによる3次元モデル構築

パラメトリックモデルは，汎用形状の種類（以下，形状クラス）とその形状を特定するのに必要な最小限の独立パラメタ（以下，形状パラメタ）によって規定されるデータフレームである．近年，インフラ分野においてその活用が注目されており，例えば，国土技術政策総合研究所は，橋梁3次元モデルの作成に係る作業コストを省略するためにその活用を推進している．

パラメトリックモデルの事前学習による手法では，橋梁点群を各部位にセグメントし，各部位に対して適切なパラメトリックモデルを探索することを考える．その際，探索を効率化するために，想定する橋梁点群に対し予め適切なパラメトリックモデルを出力するようにニューラルネットを事前学習しておき，それを用いて同定を行う．事前学習にあたり，ニューラルネットが各パラメトリックモデルにおける各パラメタの3次元空間上での意味を学習している必要がある．そこで，候補として用意した複数のパラメトリックモデルから，形状パラメタの値を様々に変化させながら点群として複数サンプリングする．このように生成した点群を入力として，サンプリング時の形状クラス・パラメタを予測するようにニューラルネットを学習させることにより，パラメトリックモデルの事前学習が達成される．

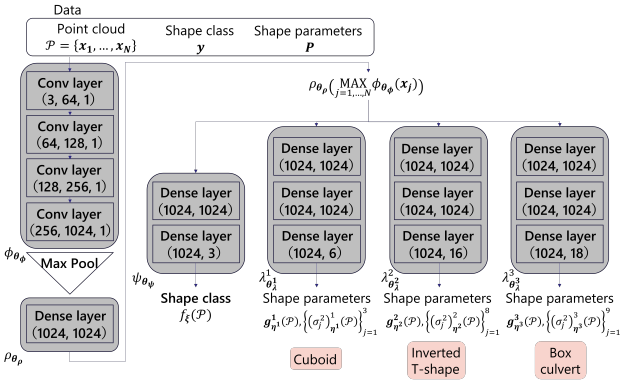


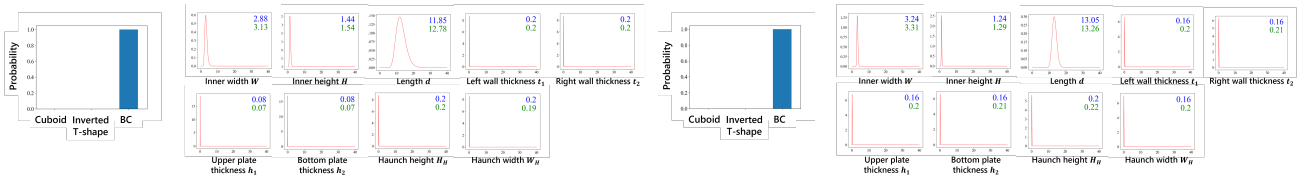
Fig. 1　Network Architecture.

3. 未想定構造に対する不確実性評価

パラメトリックモデルの事前学習に基づく手法では，学習させておくパラメトリックモデルはエンジニアリングジャッジにより選出されることを想定している．一方で，技術者のミスジャッジや使用先の変更，技術進歩などに起因して，結果として予め想定されるパラメトリックモデルに含まれない構造が対象となる場合も考えられる．そのような場合，入力データは予め学習に用いられたデータに含まれないものとなり，不確実性評価に問題が生じうる．すなわち，統計的な不確実性評価手法では，学習時に存在しないデータについてはどのように振舞うべきかの情報がないために，学習データ近傍での不確実性しか正しく表現できない．実際，重みを確率変数として扱うことにより確率的推定を可能にする深層学習手法であるベイジアンニューラルネット（BNN）では学習時に存在しないデータに対して不確実性が過信的になりやすいことが指摘されている．

BNNの上述した性質に対して，近年，アンサンブルに基づく不確実性評価手法である Deep Ensembles[1] が注目されている．Deep Ensembles は，同一のニューラルネットを別

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Predictive distributions（Deep Ensembles）　(b) Predictive distributions（Monte Carlo Dropout）

Fig. 2　Predictive distributions of shape class and parameters for target bridge point clouds.

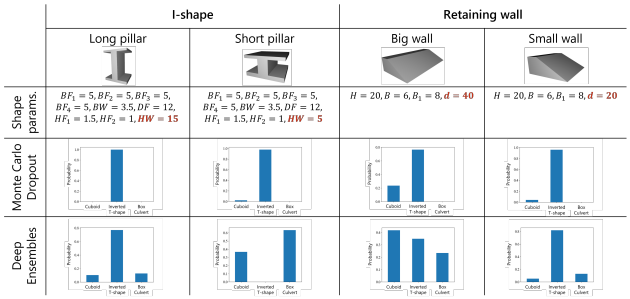


Fig. 3　Predictive distributions of shape classes for unknown structures.

の初期値から複数独立に，適切な損失関数を用いて学習させることにより，各モデル出力のアンサンブル平均を用いて不確実性を推定する手法である．本手法の性能の理由については完全に解明されているとはいえないが，重みに特定の分布を仮定しないことや，損失関数の多様なモード探索が可能であることから，学習時に存在しないデータについてより適切な不確実性評価が可能という結果が多数確認されている．そこで本研究では，パラメトリックモデルで未想定な構造に対しより適切な不確実性評価を行うことを目的に，Deep Ensembles を用いた不確実性評価を提案する．

4.　実証分析

レーザー計測を用いて橋梁の点群を取得し，提案手法の有効性について分析した．計測機器には LiDAR 機能を搭載したスマートフォンにおける点群計測ソフト（Scaniverse）を使用した．対象橋梁は，構造形式がボックスカルバート，橋長が約 12.5m，幅員が約 3.3m，高さが約 2.0m である．なお，本橋梁については原形状が単純なため，橋梁全体を 1 つのパラメトリックモデルで表現するが，より複雑な形状では事前の点群セグメンテーションが必要である．

学習データとして使用するパラメトリックモデルは 3 種類とし，直方体形状，逆 T 型形状およびボックスカルバート形状を設定した．はじめに，各形状における端点の座標を定義し，それらからメッシュデータを作成することにより，点数 1,000 の一様サンプリングを通じて表面から点群のサンプリングを行った．その際，各種類の点群の形状パラメタの値を様々に変更しつつ，5,000 個ずつ作成して学習データとした．各形状パラメタの摂動は，対象橋梁の寸法を包含するように決定した幅をもつ一様分布に従って与えることとした．**Fig.1** に，実証分析で用いたモデルの構造を示す．活性化関数は，形状クラスを推定する最終層で softmax 関数，各形状パラメタの平均および分散（の対数）を推定する最終層で恒等関数とし，それ以外の層では ReLU を用いた．学習におけるエポック数は 100，バッチサイズは 32 とし，重みの最適化手法には Adam を用いた．

Fig.2 に，対象橋梁の形状クラス・パラメタの予測分布の推定結果を示す．**Fig.2** においては，形状クラスの予測確率が最も高く算出されたボックスカルバート形状を構成する 9 つの形状パラメタの予測分布のみ示している．形状パラメタの予測分布に付記した値はそれぞれ，青色が各分布における最頻値，緑色が各分布における平均値を表している．形状パラメタについて，最頻値を用いると，橋軸方向の奥行 $d = 11.85$m，高さ $H + h_1 + h_2 + 2 \times H_H = 2.0$m，幅員 $W + t_1 + t_2 + 2 \times W_H = 3.68$m として計算されるため，対象橋梁と比較すると，ある程度合理的な形状が推定されている．なお，推定される不確実性の比較のため，BNN の代表的手法である Monte Carlo Dropout[2] による予測分布の算出結果も併記している．**Fig.2** より，非主要なパラメタを含め，両者は近しい推定結果となっていることがうかがえる．すなわち，対象橋梁の形状クラス・パラメタが学習データ内に含まれる場合は，どちらの手法でも不確実性の推定に大きな違いはない結果となった．

また，未想定構造に対する不確実性評価に関しても検討を行った．学習データに含まれない構造として，I 型構造と（重力式）擁壁構造の 2 種類を用いた．これら 2 種類の形状から，上述したプロセスと同様に，点群を作成した．この際，I 型構造については高さパラメタのみを変化させて，短柱と長柱の 2 種類を，擁壁構造については奥行パラメタのみを変化させて，大擁壁と小擁壁の 2 種類を用意した．これら 4 種類の点群を上記で学習済みのモデルに入力し，形状クラス・パラメタの予測分布の算出を行った．

Fig.3 に，各種類の点群に対し推定された形状クラスの予測分布を示す．**Fig.3** より，どの形状においても Deep Ensembles を用いた場合の方が，予測時に曖昧さが生じていることがうかがえる．パラメトリックモデルで未想定の構造に対しては，予測のばらつきが生じ大きな不確実性が推定されることが期待されるが，Deep Ensembles による予測分布の推定の方がより望ましいという結果となった．

5.　おわりに

本研究では，パラメトリックモデルの事前学習に基づく点群からの 3 次元モデル構築において，未想定構造に対するロバストな不確実性評価手法を提案した．今後の課題として，より大規模な橋梁点群への適用の蓄積があげられる．

謝辞：本研究（の一部）は，内閣府総合科学技術・イノベーション会議の戦略的イノベーション創造プログラム（SIP）第 3 期「スマートインフラマネジメントシステムの構築」JPJ012187（研究推進法人：土木研究所）によって実施された．ここに記して感謝の意を表する．

参考文献

1) Lakshminarayanan, B., Pritzel, A., and Blundell, C.：Simple and scalable predictive uncertainty estimation using deep ensembles, *Advances in NIPS*, 30, 2017.
2) Gal, Y. and Ghahramani, Z.：Dropout as a Bayesian approximation: Representing model uncertainty in deep learning, *Proceedings of the 33rd ICML*, pp.1050-1059, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション | 企画セッション（応用数理・AIの活用〜デジタルツインから量子計算まで〜）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

応用数理・AIの活用 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[12016] インフラデジタルツインのためのMCPによるデータ連携・ツール共有・知識共有化（シンポジウム講演概要）

*本田 利器[1] (1. 東京大学)

16:40 ~ 16:55

[12017] マルチスケール大気モデル（MSSG）による微気象解析のための入力データの自動構築（シンポジウム講演概要）

*本田 和也[1]、中瀬 仁[1]、松田 景吾[2]、杉山 徹[2]、栗原 祐也[3]、亀田 敏弘[3]、清野 友規[4] (1. 東電設計株式会社、2. 海洋研究開発機構、3. 筑波大学、4. 横浜国立大学)

16:55 ~ 17:10

[12018] 都市規模の地震被害評価のための最適センサー配置と逐次ベイズ更新（シンポジウム講演概要）

*湯 東暘[1]、Sukulthanasorn Naruethep[1]、野村 怜佳[1]、郭 佳[2]、大野 晋[1]、野島 和也[3]、森 篤史[3]、佐藤 誠一[3]、櫻庭 雅明[3]、寺田 賢二郎、森口 周二 (1. 東北大学、2. 京都大学、3. 日本工営株式会社)

17:10 ~ 17:25

[12019] 不均一分散変分オートエンコーダに基づく静的データ融合のための生成フレームワーク（シンポジウム講演概要）

*ダルマシリ ミゲルアラチラゲカスンマドゥサンカ[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

インフラデジタルツインのための MCP によるデータ連携・ツール共有・知識共有化（シンポジウム講演概要）

MCP-based Data Integration, Tool Sharing, and Knowledge Sharing for Infrastructure Digital Twins (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

本田　利器（東京大学）
Riki HONDA, University of Tokyo
E-mail: rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

The data platform for digital twins of infrastructure should be capable to manage the relationships among highly diverse data sets. Considering the property of infrastructure data, we developed a data integration platform using the MCP protocol to connect data and tools developed in the SIP project, and conducted a proof-of-concept (POC) targeting several use cases. The POC demonstrated that establishing these relationships as procedural knowledge when conecting data and tools via MCP effectively supports the stable operation of large language models (LLMs).

1．はじめに

社会インフラの維持管理において，デジタルツイン技術や BIM/CIM の導入が推進されている．国土交通データプラットフォーム等のオープンデータ整備も進むが，データは公開するだけでは活用されず，科学技術を反映させる環境が必要である [1]．国土交通データプラットフォームや xROAD 等により多様なデータが蓄積されつつあるが，インフラのデータは長年にわたる蓄積があるため，紙ベースのデータであることも多く，また，データフォーマットや用途が多様であるため，汎用の共通フォーマットの策定は困難であり，用途に応じたデータスキーマを定めた上で，それらを相互に変換・接続できるデータ連携基盤が求められている．

そのような背景をふまえ，SIP スマートインフラマネジメントシステムの構築におけるサブ課題 D「サイバー・フィジカル空間を融合するインフラデータベースの共通基盤の構築と活用」（以下，「SIP プロジェクト」）では，デジタルツインの運用基盤の構築，多様なインフラデータの自動変換基盤技術，DuCOM-COM3[3]等によるシミュレーションを用いた維持管理のためのデジタルツイン，都市環境評価のためのデジタルツインが研究課題となっている [1]．

本報告では，SIP プロジェクトで開発されたデータやツールを MCP で接続するデータ連携基盤を構築し，ユースケースを想定した概念実証を通じて，手順書・知識の整備と共有化について検討した結果を述べる．

2．MCP によるデータ連携

SIP プロジェクトでは，汎用の共通データフォーマットを策定するのではなく，用途ごとに特化したデータスキーマを定め，それらを相互変換することでデータの接続性を確保するアプローチを提案している．データが有効に活用されるためには，一般的なメタデータに加え，データの「素性」（例えば，3D モデルやシミュレーション結果がどのデータから，どのように生成されたのか，等）も重要な情報である．そのため，データ連携においては，他のデータとの関連性やデータの処理方法などの情報も保持することが求められる．

そのような関係性は非常に多様であり，かつ動的に変化するため，事前にスキーマを固定するリレーショナルデータベースでの管理は容易ではない．近年はナレッジグラフを利用して LLM の検索を強化する GraphRAG 等の手法も広まっている．一方，2024 年 11 月に Anthropic 社が公開した MCP（Model Context Protocol）[2]は，LLM と外部ツール・データソースを接続する標準プロトコルであり，多様なデータスキーマやツールをプロトコルレベルで統合できる基盤技術として普及が進んでいる．MCP を用いることで，LLM が自然言語の指示に基づいて異種データの取得・変換・可視化を自律的に連携できる．

インフラのデータは点検記録，3D モデル，シミュレーション結果，センシングデータなど形式やスキーマが非常に多様である．このような異種データを統合的に扱うためには，個々のデータ形式の差異を柔軟に解釈できる仕組みが求められる．そこで，LLM と外部ツール・データソースの接続プロトコルである MCP を利用し，LLM が異種データ間の形式・構造・意味の違いを解釈しながらデータを連携する方法を検討する．

2.1　データ連携基盤

データ連携基盤は，MCP Host（LLM アプリケーション），MCP Client（接続管理），MCP Server（ツール・データ提供）の 3 要素で構成されるものとした．

MCP Server 群はデータ取得層（点検データ・統計・災害リスク・道路ネットワーク等），分析・変換層（3D モデリング・データ形式変換），可視化・出力層（地図・シミュレーション可視化），知識・検索層（手順書・技術文書の横断検索）の 4 層構成で設計されている．LLM はユーザーの自然言語指示を受けてタスクを分解し，適切な MCP サーバーを自律的に選択・連携する．

2.2　開発ツールの共有

MCP に対応した CAD ソフトウェアを活用することで，LLM が既存の点検データやテンプレート，手順書を参照しながら橋梁の諸元データ（スパン長，幅員，桁高等）に基づく 3D モデルを簡易に作成できる．本プロジェクトでは FreeCAD MCP サーバーを用いてパラメトリックモデルの自動作成や FEM 解析の実行を検証した．

データ形式変換については，SIP プロジェクトで作成された XML 形式の形状データから IFC や GLB 等の 3D モデル形式への変換パイプラインを MCP サーバーとして実装した．座標系や要素番号体系はデータソースごとに異なるため，その違いを手順書に留意事項として記載し，LLM が変換時に参照できるようにした．

2.3　知識の共有化と活用

データ間の関係性等を管理するため，これを記述する知識を LLM が解釈することを想定したドキュメントとして保持する．これにより，リンクの方向性やラベルのような情報に加え，データ処理に用いるツールやコンテキストなどの詳細な情報を保持

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

できる．具体的には，LLM が活用する知識を宣言的知識（Declarative：事実・定義）と手続き的知識（Procedural：手順・操作）に分類し [4]，マークダウン形式で体系化した．これらの知識は MCP サーバーを通じて LLM がタスク実行時に適切な手順書や定義を参照できる構成とした．

MCP によるデータ連携環境の適用範囲を示すため，6 つのユースケース（3D モデルによる点検可視化，洪水シミュレーション可視化，FEM 解析，道路ネットワーク分析，熱中症リスク分析，BIM/CIM 文書検索）を設定し，各ユースケースの実行を通じて手順書・知識の有用性を検証した．手順書や知識は再利用可能な部品として整備されており，LLM がこれらを新たに組み合わせることで未知のユースケースにも対応できる可能性を示した．

3．概念実証の結果と課題

概念実証では，Claude Code（CLI）を MCP Host として複数の MCP サーバーと知識ベースを用いた検証を実施した．単一 MCP サーバーの呼び出しは安定して動作し，複数サーバーの連鎖（橋梁検索→点検データ取得→3D モデル作成等）も手順書を参照することで動作を確認した．手順書がない場合には LLM の判断にばらつきが生じるケースがあり，手順書・知識の整備が精度向上に寄与することを確認した．

Fig. 1 にアーキテクチャの概要を示す．既存のデータベースや SIP プロジェクトで開発した技術を連携させる構成となっている．Fig. 2 に MCP サーバーの UI 案を示す．データ，ツール・手順書のそれぞれの MCP サーバが管理されている．

Fig. 3 にユースケース別マップビューアを示す．UC1（3D モデル点検可視化），UC2（洪水シミュレーション），UC3（FEM 解析），UC4（道路ネットワーク），UC5（熱中症リスク）の各データ分布を地図上に可視化し，空間的な対象範囲を確認できる．ただし，大容量データ処理時のコンテキストウィンドウの制約，MCP サーバー間のデータ形式の

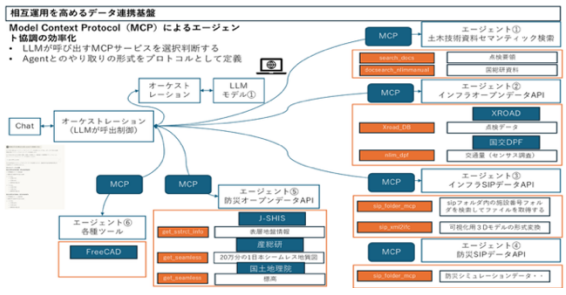


Fig. 1 MCP-based data integration and analysis orchestration architecture.



Fig. 2 Integrated dashboard of MCP servers: data, tools and knowledge.

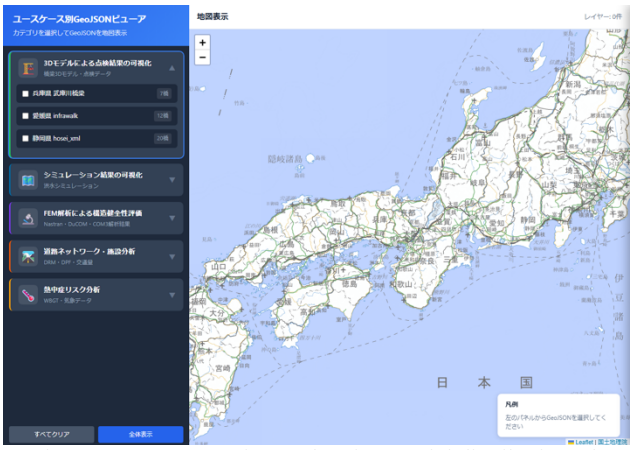


Fig. 3 Use case map viewer showing spatial distribution of UC1–UC5 data.

不一致，LLM 判断のばらつき等の課題があることも明らかとなった．

4．まとめ

MCP プロトコルを基盤として，SIP プロジェクトで開発されたデータやツールを接続するデータ連携基盤を構築し，ユースケースを想定した概念実証を行った．概念実証を通じて，MCP によるデータ・ツールの接続において，その関係性を手順書（知識）として整備することで LLM の安定的な動作に有効であることが示された．今後，新しいユースケースに対応してデータやツールが開発・整備されていく．その際，それらに対応する手順書（知識）として再利用可能な情報として併せて整備していくことが，データ連携基盤の実用化に向けて重要である．

謝辞 本研究は，内閣府総合科学技術・イノベーション会議の戦略的イノベーション創造プログラム（SIP）第 3 期「スマートインフラマネジメントシステムの構築」JPJ012187（研究推進法人:土木研究所）によって実施された．

参考文献

1) 本田利器: スマートインフラマネジメントのためのデジタルツイン環境構築技術，第 27 回応用力学シンポジウム講演概要, 24010-14-01，土木学会, 2024.
2) 杉崎光一，全邦釘，阿部雅人：Model Context Protocol(MCP)のインフラ・防災分野への適用に関する検討, AI・データサイエンス論文集, vol.6, No.J4, pp.37-45, 2025.
3) Maekawa, K., Ishida, T. and Kishi, T.: Multi-scale modeling of structural concrete, Taylor & Francis, 2008.
4) 杉崎光一，阿部雅人，全邦釘: 大規模言語モデルの専門領域への適用に関する検討, AI・データサイエンス論文集, vol.4, No.J3, pp.474-481, 2023.
5) 随海通，陳瑜，全邦釘: MCP 基盤の自然言語インタフェースを用いた橋梁デジタルツイン構築手法の提案と初期検討, AI・データサイエンス論文集, vol.6, No.J3, pp.616-623, 2025.
6) 阿部雅人，杉崎光一，全邦釘: インフラマネジメントのためのインフラ OS に求められる基本機能に関する考察, AI・データサイエンス論文集, vol.3, No.J2, pp.608-620, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

マルチスケール大気モデル（MSSG）による微気象解析のための入力データの自動構築（シンポジウム講演概要）

Automatic Generation of Input Data for micrometeorological analysis using Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

本田 和也（東電設計株式会社）中瀬 仁（東電設計株式会社）
松田 景吾（海洋研究開発機構）杉山 徹（海洋研究開発機構）
栗原 祐也（筑波大学・シス情） 亀田 敏弘（筑波大学・シス情）
清野 友規（横浜国立大学・都市イノベ）
Kazuya HONDA, TEPSCO Hitoshi NAKASE, TEPSCO
Keigo MATSUDA, JAMSTEC Toru SUGIYAMA, JAMSTEC
Yuya KURIHARA, University of Tsukuba Toshihiro KAMEDA, University of Tsukuba
Tomoki KIYONO, Yokohama National University
E-mail: kazuya-honda@tepsco.co.jp

To conduct micrometeorological analysis using the multiscale atmospheric model, Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment (MSSG), we developed an automated method for generating digital twins. This method utilizes 3D urban model data (Project PLATEAU) linked to the Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism's National Land and Transportation Data Platform. The automated generation process reduces manual labor and effort. Furthermore, to enable micrometeorological calculations in areas where PLATEAU datasets are not sufficient, we have developed a system that automatically generates input data for these calculations from other available datasets.

１．はじめに

近年，温暖化の影響により，夏場には毎年多くの熱中症被害が発生している．熱中症の被害リスクを詳細に計算するためには，建物等の影響を考慮した微気象まで計算可能な気象モデルが必要である．海洋研究開発機構（JAMSTEC）の開発する MSSG（Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment）[1]は，全球スケールから領域スケール，都市スケールまでを計算可能なマルチスケール大気海洋結合モデルであり，建物や樹冠の 3 次元形状を考慮した数 m 解像度の微気象計算が可能である [2].

著者らは，微気象計算に要する労力を軽減するため，国土交通省の国土交通データプラットフォームにも紐づけられる 3D 都市モデルデータ（Project PLATEAU）から MSSG の微気象計算用のデジタルツインを自動作成する方法を構築した．しかし，PLATEAU の 3D 都市モデルデータの整備されている地域は限定的であり，整備されていない地域では，他の情報から入力データを作成する必要がある．

本稿では，PLATEAU の 3D 都市モデルデータの未整備の地域であっても，他のデジタルデータから微気象計算用のデジタルツインを自動作成するシステムを構築した．

２．MSSG 微気象計算のためのデジタルツイン

データの自動変換・統合技術として，理化学研究所では DPP（Data Processing Platform）が開発されている．筆者らは，国土交通省の PLATEAU データを DPP に読み込み，MSSG の微気象解析に利用可能なデータ形式で出力する機能を持つライブラリを構築した．MSSG の微気象計算に必要な地理入力データには，建物高さ，標高，土地利用区分，樹木高さについてのグリッドデータがある．PLATEAU の 3D 都市モデルデータには，これらのデータを定義可能なフォーマットが定められている．PLATEAU データにこれらの情報が整備されていない場合には，それぞれ他のデータで代替する必要がある．

３．代替データによるデジタルツインの構築

既存のライブラリは，PLATEAU を構成する形状と属性情報から MSSG の入力データを自動構築する機能を有している．そのため，代替データから必要な形状と属性情報を読み込むことで，比較的容易に MSSG の入力データを代替データから作成する機能を持たせることができる．

国土地理院は，基盤地図情報の基本項目として，建物の外周線データを GML 形式で公開している．建物外周線データから建物の平面形状および建物種別を把握できる．建物高さについては，一般に公開される情報は少ないため，建物種別に応じて建物高さを仮定することで，各計算グリッドにおける建物高さを設定する．Fig.1 に PLATEAU と基盤地図情報を基に作成した建物高さデータをそれぞれ示す．本手法では建物種別ごとに一定の建物高さを仮定するため，高層建物の多い都市部では建物高さの誤差が大きくなるが，PLATEAU の整備されていない地域では誤差は比較的小さいと考える．

国土地理院は、基盤地図情報の一部として、数値標高モデルを GML 形式で公開している．数値標高モデルから標高点の座標と標高を読み込むことで，各計算グリッドにおける標高を設定する．Fig.2 に PLATEAU と基盤地図情報を基に作成した標高データをそれぞれ示す．

JAXA の高解像度土地利用土地被覆図は，10m 解像度の土地利用、土地被覆のデータを GeoTIFF 形式で提供している．MSSG における土地利用区分と高解像度土地利用土地被覆図における区分を対応付けすることで，計算グリッドごとに土地利用区分を設定する．Fig.3 に PLATEAU と高解像度土地利用土地被覆図を基に作成した土地利用データをそれぞれ示す．

土地利用として定義されている樹木に対して樹木の高さを仮定することで，樹木高さを設定する．PLATEAU データに整備されている樹木データは現状では極めて少なく，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本手法によって樹木を仮定することでより多くの樹木を表現することが微気象計算において重要である．また，Meta の High Resolution Canopy Height Maps を利用することで，樹木データをより詳細に表現することが可能である．

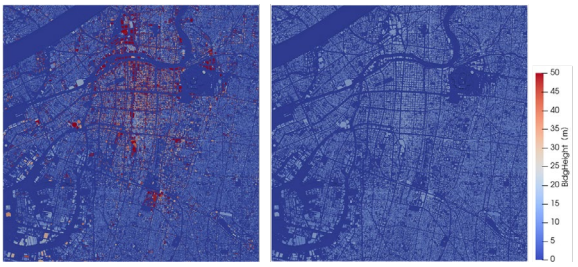


Fig.1 Building height based on PLATEAU (left) and GSI (right)

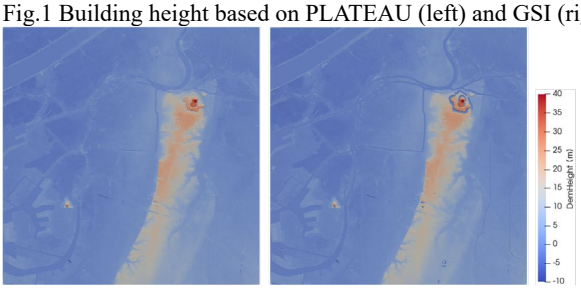


Fig.2 Elevation based on PLATEAU (left) and GSI (right)

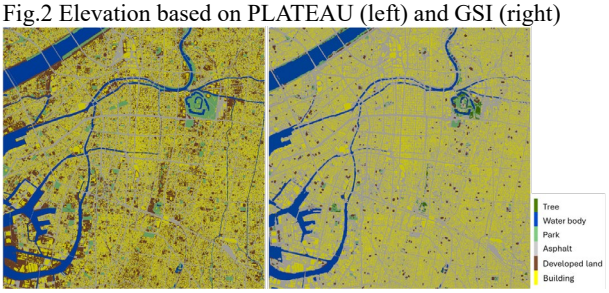


Fig.3 Land use based on PLATEAU (left) and JAXA (right)

４．実在街区を対象とした微気象計算

MSSG はマルチスケールの大気モデルであるため，気象庁の数値予報モデルを境界値として複数回のダウンスケーリングを行うことで，数メートル解像度の微気象計算を実施し，熱中症危険度の指標である WBGT（Wet Bulb Globe Temperature）を計算することが可能である．本計算対象地域では，PLATEAU の建物データ，標高データは整備されているものの，土地利用データ，樹木データは整備されていないため，土地利用データは JAXA の高解像度土地利用土地被覆図，樹木データは Meta の High Resolution Canopy Height Maps を基に作成した．Fig.4 に作成した土地利用データと樹木高さデータを示す．

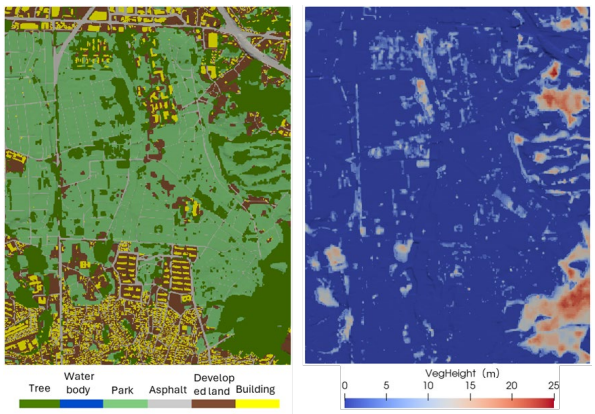


Fig.4 Land use (left) and Tree height (right)

計算対象地域における微気象計算の結果として，風速・風向の分布と WBGT の分布を Fig.5 に示す．5m 解像度でモデル化した標高，建物，樹木などの影響による局所的な風環境，熱環境の違いを表現することで，局所的な熱中症危険度の違いを評価している．Fig.6 に現地で計測した WBGT と計算結果との比較を示す．本計算では，現地計測と計算結果は比較的良好な関係を示した．

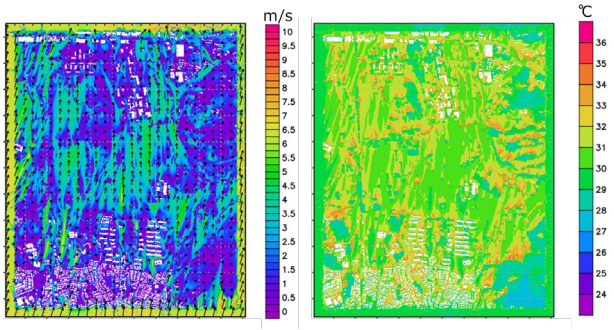


Fig.5 Result of wind velocity (left) and WBGT (right)

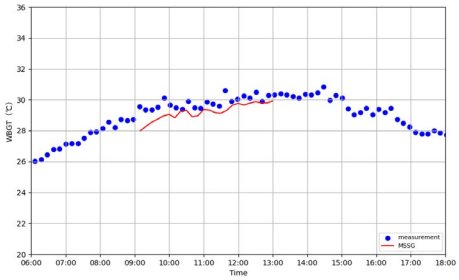


Fig.6 Comparison of MSSG and measurement (WBGT)

５．おわりに

PLATEAU から MSSG の微気象計算用のデジタルツインを自動作成する既存のライブラリに，日本全国で活用可能なデジタルデータを活用する機能開発を実施した．本システムによって，日本全国どの地域であっても微気象計算を実施し，熱中症の危険度を評価できる．特に，現状の PLATEAU に整備が進んでいない樹木データに関しては，他のデータで代替することで，より実際の都市環境に近い条件の入力データの作成が可能である．都市部においては，PLATEAU の建物データを他のデータと組み合わせることで精度の高いモデルを構築できる．これらの代替データを活用するための機能拡張は，既存のライブラリを活用することで，比較的容易に実施することが可能であった．

謝辞：本研究の一部は，内閣府総合科学技術・イノベーション会議の戦略的イノベーション創造 プログラム（SIP）第 3 期「 スマートインフラマネジメントシステムの構築 」JPJ012187（研究推進法人:土木研究所）によって実施された活動の一環である．

参考文献

1) Takahashi, K., Onishi, R., Baba, Y., Kida, S., Matsuda, K., Goto, K.,Fuchigami, H., Challenge toward the prediction of typhoon behavior and down pour, J. Phys. Conf. Ser., 454, 012072 (2013).
2) Matsuda, K., Onishi, R., Takahashi, K., Tree-crown-resolving large-eddy simulation coupled with three-dimensional radiative transfer model, Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, Vol. 173, pp. 53-66 (2018).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Optimized Sensor Placement and Sequential Bayesian Updating for City-Scale Seismic Damage Assessment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Dongyang Tang, Tohoku University
Naruethep Sukulthanasorn, Tohoku University
Reika Nomura, Tohoku University
Jia Guo, Kyoto University
Susumu Ohno, Tohoku University
Kazuya Nojima, Nippon Koei Co., Ltd.
Atsushi Mori, Nippon Koei Co., Ltd.
Seiichi Sato, Nippon Koei Co., Ltd.
Masaaki Sakuraba, Nippon Koei Co., Ltd.
Kenjiro Terada, Tohoku University
Shuji Moriguch, Tohoku University
E-mail: tang.dongyang.r3@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a framework for assessing the seismic risk of buildings in large-scale urban area. City-scale numerical simulations and sensor network are integrated to update building-specific fragility functions. The proper orthogonal decomposition (POD) technique plays a crucial role to analyze numerical simulation data. The POD-based approach helps to represent large-scale simulation results in a more compact and meaningful way, a crucial step in understanding seismic impacts. The framework also highlights the importance of sparse sensor distribution. Furthermore, this study uses cloud analysis and Bayesian updating to update the fragility functions of buildings based on sensor data. It first creates fragility functions for all buildings based on cloud analysis using numerical simulation data, and then progressively refines them by incorporating sensor data through Bayesian inference. This dual-stage approach allows for a rapid risk assessment of all buildings in a target area, with continuous improvements to fragility functions by the sensor data.

1. Introduction

This study introduces a framework for assessing earthquake risk in large-scale urban area. It integrates numerical simulations and sensor data to evaluate building seismic responses. The Stochastic Green Function and Integrated Earthquake Simulation (IES)[2] methods generate data for analysis. Fragility functions, representing building vulnerability, are derived from these simulations and refined with sensor network, employing techniques Proper orthogonal decomposition (POD), sparse sensing technology, and Bayesian updating. The effectiveness of the proposed framework is examined with Sendai City as the target area.

2. Numerical simulation

In the numerical simulation of seismic motion, from earthquake fault to engineering bedrock and then to the surface, two main methods are employed to assess the response of surface structures: the Stochastic Green's Function and the Integrated Earthquake Simulator (IES)[2]. The Stochastic Green's Function method is an extension of the empirical Green's Function approach, introduced by Irikura[1], utilizing observed records to account for subsurface structures' effects on seismic waves. It is particularly useful when suitable observed records are unavailable. IES, integrated with a Geographic Information System (GIS), integrates earthquake motion simulation with structural and sesmic response simulation. It involves generating earthquake waves, evaluating their impact on structures, and analyzing evacuation and crisis management after an earthquake. By adjusting the fault model, various scenarios are created for both methods, facilitating the generation of training and validation datasets for seismic response analysis.

3. Sparse sensor network for monitoring

Proper orthogonal decomposition (POD) extracts dominant spatial modes from data based on singular value decomposition (SVD)[3]. Given a data matrix $\boldsymbol{Y}$, its SVD is

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T, \tag{1}$$

and each snapshot $\boldsymbol{y}_i$ can be approximated by a truncated expansion

$$\boldsymbol{y}_i \approx \sum_{j=1}^{r} z_{ij}\boldsymbol{u}_j, \tag{2}$$

where $\boldsymbol{u}_j$ is the j-th POD mode and z_{ij} is its corresponding modal coefficient for case i.

Using the retained modes, sparse sensing is formulated as a linear measurement model:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U}\boldsymbol{z} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{z}, \tag{3}$$

where $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^p$ is the observation vector, $\boldsymbol{H} \in \mathbb{R}^{p\times n}$ is the sensor location (selection) matrix, $\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^{n\times r}$ contains the retained POD modes, $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}^r$ is the latent state, and $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^{p\times r}$ is the measurement matrix. Observations are assumed to be contaminated by Gaussian noise $N(0, \sigma^2\boldsymbol{I})$. The latent state is estimated via the pseudo-inverse[4]:

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \begin{cases} \boldsymbol{C}^T(\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^T)^{-1}\boldsymbol{y}, & p \le r, \\ (\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{C})^{-1}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{y}, & p > r. \end{cases} \tag{4}$$

Sensor locations are optimized to reduce the uncertainty of $\hat{\boldsymbol{z}}$. Specifically, we adopt a D-optimal criterion, i.e., selecting $\boldsymbol{H}$ to maximize the information content of $\boldsymbol{C}$ (equivalently, minimize the estimation error covariance). A genetic algorithm is used to search for the optimal sparse sensor configuration in this study.

4. Sequential update of a damage assessment model

The sparse sensor network provides partial observations of earthquake input and structural response, such as intensity measures (IM) and engineering demand parameters (EDP). To map these measurements to building level damage probabilities, we use fragility functions derived via cloud analysis[5]:

$$P_f(EDP \ge LS \mid IM) = \Phi\left(\frac{\ln IM - \ln \eta}{\beta}\right), \tag{5}$$

where $\Phi(\cdot)$ is the standard normal CDF, and η and β are the median and dispersion.

To support city-scale updating, we model the IM–EDP relation in log space with a Bayesian hierarchical regression[6]:

$$\ln EDP_{j,i} = \alpha_j + \beta_j \ln IM_{j,i} + \varepsilon_{j,i}, \quad \varepsilon_{j,i} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (6)$$

Buildings of the same structural type share information through type-level priors on (α_j, β_j) (partial pooling), which stabilizes estimates when per-building data are limited or noisy (e.g., when full-field responses are inferred from sparse measurements). For each limit state LS, the posterior of $(\alpha_j, \beta_j, \sigma)$ is converted to the corresponding fragility parameters (η, β) using the standard cloud-analysis mapping.

Exact inference is intractable for an urban inventory, so we use mean-field variational inference. When a new earthquake provides additional data $\boldsymbol{D}_t$, we update the variational posterior sequentially by treating the previous approximation as a predictive prior:

$$q_t = \arg\max_q \ \mathbb{E}_q[\log p(\boldsymbol{D}_t \mid \theta)] - \mathrm{KL}(q(\theta) \,\|\, q_{t-1}(\theta)). \quad (7)$$

This event by event update avoids refitting on the full historical dataset while continuously refining the fragility parameters in Eq. (5) as new observations become available.

5. Workflow of the proposed sequential risk assessment framework

The proposed framework operates through repeated predict update cycles. At step t, a spatial IM field (e.g., PGA) is obtained and used to generate predictive damage estimates based on the variational posterior from step $t-1$. When new observations are available, sequential variational inference updates the posterior by treating the previous approximation as a predictive prior and conditioning on the new data, yielding updated damage estimates.

Figure 1 summarizes the workflow across multiple update steps: the first row shows the IM (PGA) maps, the second row shows predictive damage estimates before the current update, and the third row shows the updated damage estimates after assimilating the current observation. In this study, only one target building typology is included in the evaluation and updating, buildings outside this typology are excluded and shown as gray points.

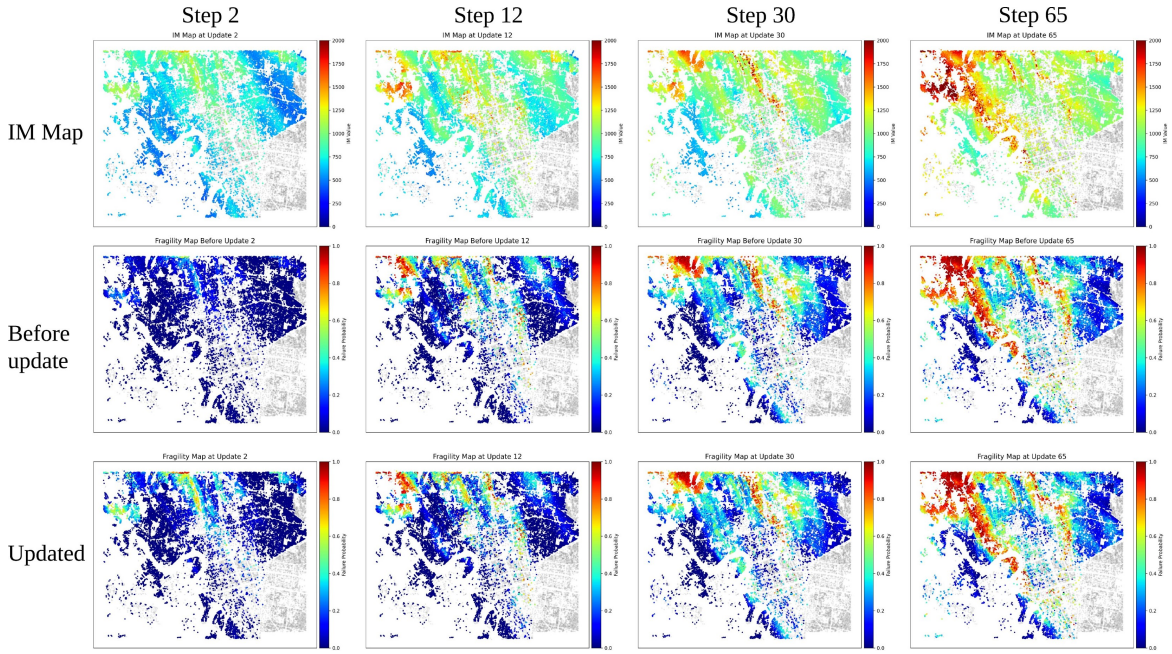


Fig. 1 Workflow illustration of the proposed sequential damage assessment framework.

6. Conclusion

This study presents a novel method for assessing and updating seismic risk profiles of urban buildings, suggesting a path forward for making cities safer and more resilient to earthquakes through technological and methodological advancements. The result underscores the importance of integrating numerical, and highlights the need for extensive data collection to further refine fragility functions, suggesting future research directions that include adjusting fault parameters for broader scenarios and incorporating more detailed intensity measures.

References

1) Irikura, K.: Prediction of strong acceleration motion using empirical Green' s function, Proc. 7th Japan Earthq. Eng. Symp. vol. 151, 1986.
2) Hori, M.: Introduction to computational earthquake engineering, 2011.
3) Liang, Y. C., et al.: Proper orthogonal decomposition and its applications—Part I: Theory, Journal of Sound and Vibration 252.3, pp.527-544, 2002.
4) Nakai, K., Yamada, et al.: Effect of Objective Function on Data-Driven Greedy Sparse Sensor Optimization, in IEEE Access, vol. 9, pp. 46731-46743, 2022
5) Saouma, V.E., Hariri-Ardebili, M.A.: Fragility Functions, In Aging, Shaking, and Cracking of Infrastructures, Springer, Cham, 2021.
6) Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., Rubin, D.B., Dunson, D.B., Vehtari, A.: *Bayesian Data Analysis*, 3rd ed., Chapman and Hall/CRC, Chapter 15, pp. 381–402, 2013.
7) Li, Jian and Spencer, Billie F., et al.: Bayesian Updating of Fragility Functions Using Hybrid Simulation, Journal of Structural Engineering, vol. 139, no. 7, pp. 1160-1171, 2013.
8) Irikura, K., Hiroe, M.: Recipe for Predicting Strong Ground Motion from Crustal Earthquake Scenarios, Pure and Applied Geophysics, vol. 168, no. 1, pp. 85-104, 2011

A Generative Framework for Static Data Fusion based on Heteroscedastic Variational Autoencoders (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

M. A. K. M. DHARMASIRI, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: makmd@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

Static data fusion could be used for integrating multi-source sensor measurements into a unified representation with reduced variance. This paper proposes a generative framework for static data fusion without any limitations on the nature of the noise distributions based on heteroscedastic Variational Autoencoders (VAEs) that treats likelihood derivation as a generative noise modeling task. The methodology comprises of two distinct phases: an offline stage where a VAE learns the underlying noise distribution directly from deviation vectors, and an online inference phase that utilizes an Importance Weighted Autoencoder (IWAE) structure to compute the posterior distribution. Numerical verification using the fusion of two 10-dimensional multivariate logistic datasets demonstrates that the proposed framework serves as a robust surrogate for the likelihood function. The results show that high-fidelity posterior estimation is achievable even within a compressed latent space equivalent to only 30% of the original feature dimensionality. This approach offers a robust advantage for real-world Bayesian inference by bypassing the need for explicit parametric equations in complex, high-dimensional environments and overcoming limiting assumptions based on Gaussianity.

1. Introduction and Motivation

Measurements acquired from real-world sensors are inherently noisy. An appropriate method to handle this uncertainty is to treat the collected samples as instantiations of specific probability distributions. When analyzing concurrent readings from an array of sensors, static data fusion can be used to merge this information to yield an estimate that is significantly more precise than any individual measurement. In the context of digital twins, static data fusion is particularly applicable when multiple data sources describe the same physical phenomenon or operating condition, and the objective is to integrate these views into a unified representation with reduced variance.

Generative Machine Learning (ML) methods have been applied to address various real world problems. A particular application that is similar to the problem that we are trying to address in this study is data assimilation (Chen et al.[1)]). In ML-assisted data assimilation for dynamical systems, the state is first advanced in a forecast/prediction step and then updated in an analysis/correction step when new observations become available. For high-dimensional systems, Cheng et al.[1)] emphasize that data assimilation could be accomplished in the latent space (called latent space DA) leading to computational efficiencies. In this sense, latent-space DA is a recursive state-estimation framework for time-evolving systems, in contrast to the static representation-level fusion of multiple views, which is the focus of this study.

Bayesian inference provides the foundational mathematics for integrating prior beliefs with new observations via Bayes' rule. Yet, characterizing the exact likelihood function becomes a major issue when the data exhibits complex, non-Gaussian traits. To resolve this, the proposed methodology treats the likelihood derivation as a generative noise modeling task. By deploying a heteroscedastic Variational Autoencoder (VAE) (Kingma and Welling[2)]), i.e., a VAE with a stochastic encoder and a stochastic decoder, the system learns the underlying noise distribution directly from the data, acting as a surrogate for traditional parametric equations.

2. Proposed Generative Methodology

Suppose data is available from two sources, X and Y. Then, the posterior distribution $p(x|\overline{y})$ could be computed following the Bayes' theorem,

$$p(x|\bar{y}) = \frac{p(\bar{y}|x)p(x)}{p(\bar{y})};\;\; p(\bar{y}) = \int p(\bar{y}|x)p(x)dx \tag{1}$$

Here $\overline{y}$ is the mean of a set of new observations ($y^i \in Y$), $\{y^1, ..., y^M\}$ and $p(\overline{y}|x^n)$ is the likelihood. The prior is the empirical distribution ($x^i \in X$), $\{x^1, ..., x^N\}$ given by

$$p(x) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\delta(x - x^n) \tag{2}$$

Substituting Eq. 2 into Eq. 1 results in the following posterior

$$p(x|\overline{y}) = \sum_{n=1}^{N}\beta^n\delta(x - x^n) \tag{3}$$

where the posterior weights β^n are given by

$$\beta^n = \frac{p(\overline{y}|x^n)}{\sum_{j=1}^{N} p(\overline{y}|x^j)} \tag{4}$$

The proposed method discards the requirement for explicit likelihood equations, substituting them with a machine learning-based density estimator based on the deviator vector, i.e., the deviation v^n between the observation mean ($\overline{y}$) and a prior state x^n.

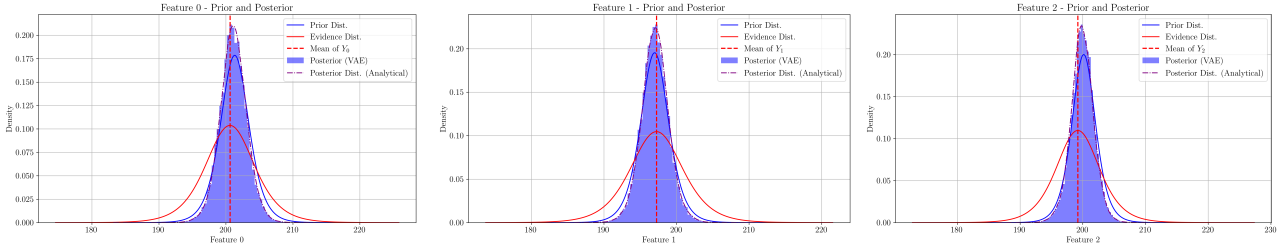
$$v^n = \overline{y} - x^n \implies p(\overline{y}|x^n) = p_v(\overline{y} - x^n) \tag{5}$$

The framework operates in two distinct stages: offline model training and online posterior inference.

2.1. Offline Noise Characterization

During the offline stage, the system characterizes the noise by computing the arithmetic mean of a training observation set. Individual deviation vectors are generated by calculating the difference between this mean and each respective sample. A VAE is subsequently trained exclusively on these noise vectors, $v^k = \overline{y}_{\text{train}} - y^k$.

The VAE architecture consists of an encoder, $q_\phi(z|v)$, that maps the high-dimensional noise into a lower-dimensional latent space ($z \in Z$), and a stochastic decoder, $p_\theta(v|z)$], that attempts to reconstruct the original input. During training, the network maximizes the Evidence Lower Bound (ELBO), which balances reconstruction accuracy against a Kullback-Leibler (KL) divergence penalty. This regularization penalty ensures the latent space remains smoothly structured and prevents the network from memorizing isolated data points.



(a) (b) (c)

Fig. 1: Fused dataset involving the 10D Multivariate logistic dataset (First 3 dimensions)

2.2. Online Bayesian Inference

For the online inference phase, the deviation of the prior samples from the observation mean, i.e., $\bar{y} - x^n$, is computed for every prior sample. To accurately assess the probability density of these deviations, the framework implements an Importance Weighted Autoencoder (IWAE) (Burda et al.[3]) structure. Standard VAEs only yield a lower bound on the true log-likelihood, which introduces amortization error due to imperfect posterior approximations. The IWAE resolves this by drawing a large number of independent samples (specifically, $k = 1024$) from the encoder's latent space distribution. By calculating the average ($\mathcal{L}_n(v^n)$) of k number of importance weights

$$w_i = \frac{p_\theta(v^n|z_i)p(z_i)}{q_\phi(z_i|v^n)} \tag{6}$$

across the latent vectors, $z_1, ..., z_k \sim q_\phi(z|v^n)$, the system achieves a substantially tighter bound on the true log-likelihood. Here, $p(z_i)$ is the standard Gaussian prior. Finally, these refined likelihood estimates are normalized across all prior states to generate the final posterior weights, β_n, as

$$\beta^n = \frac{L_n}{\sum_{j=1}^{N} L_j} \tag{7}$$

3. Numerical Verification

A core limitation of conventional Bayesian integration is the inability to easily formulate likelihoods for non-Gaussian information. To demonstrate the generative framework's capacity to bypass this constraint, a comprehensive experiment was executed utilizing a 10-dimensional multivariate logistic distribution with independence across individual dimensions.

The synthetic data was drawn from two independent 10-dimensional domains, serving as the prior knowledge base and the new observation set, respectively. Following the previously detailed methodology, the VAE was trained directly on the deviation values between the observed samples and their computed mean. To force meaningful compression and feature extraction, the latent space bottleneck of the neural network was restricted to exactly three dimensions.

To establish a semi-analytical benchmark for verifying the VAE-based fusion results, a Kernel Density Estimation (KDE) approach was utilized. However, explicitly evaluating the joint posterior density across a multidimensional grid is computationally prohibitive due to the curse of dimensionality, as the number of evaluation points scales exponentially as $O(K^D)$.

To overcome this intractability, we evaluate the marginal distributions of the fused dataset by assuming independence across individual dimensions. This assumption reduces the computational complexity from exponential to linear, scaling at $O(D \times K)$, which renders the validation highly tractable even for high-dimensional cases.

For each dimension $d \in \{1 \dots D\}$, the procedure extracts the 1D samples from the prior $X_{:,d}$ and the observation $Y_{:,d}$. A Gaussian KDE is fitted to the prior samples to obtain KDE_{prior}, and another Gaussian KDE is fitted to the deviation samples $(\bar{y} - y)$ to represent the likelihood, KDE_{source}. After defining a 1D evaluation grid, the unnormalized posterior density for the d-th dimension is computed via the element-wise multiplication of the prior density and the likelihood density evaluated at shifted grid arguments

$$p_{unnorm} = KDE_{prior}(grid) \times KDE_{source}(\mu_y - grid) \tag{8}$$

Finally, the true marginal posterior p_{post} is obtained by normalizing p_{unnorm} using Simpson's rule for numerical integration over the 1D grid.

As shown in Fig. 1, the proposed generative ML framework proved highly successful at integrating the non-Gaussian datasets. Despite the mathematical complexities inherent in the 10-dimensional logistic case, the VAE effectively operated as a flexible surrogate for the likelihood function. The system generated marginalized posterior distributions that successfully captured the complex data structure without relying on explicit parametric equations, empirically validating the proposed methodology.

4. Concluding Remarks

In this study, we present a robust generative methodology based on heteroscedastic VAEs for static data fusion, particularly for non-Gaussian datasets. Furthermore, the inclusion of multi-sample importance weighting via the IWAE objective significantly diminishes amortization errors. The proposed methodology is verified through a case study involving non-Gaussian datasets that demonstrating strong alignment with expected semi-analytical solutions. Notably, this high fidelity is achieved despite the fusion occurring within a compressed latent space equivalent to 30% of the original feature dimensionality. This framework represents a promising direction for robust Bayesian inference in complex, real-world scenarios.

References

1) Cheng, S., Quilodrán-Casas, C., Ouala, S., Farchi, A., Liu, C., Tandeo, P., Fablet, R., Lucor, D., Iooss, B., Brajard, J., Xiao, D., Janjic, T., Ding, W., Guo, Y., Carrassi, A., Bocquet, M., & Arcucci, R.: Machine Learning With Data Assimilation and Uncertainty Quantification for Dynamical Systems: A Review, IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 10(6), 1361 – 1387, 2023.
2) Kingma, D. P., & Welling, M.: Auto-encoding variational bayes, In Proceedings of the 2nd International Conference on Learning Representations (ICLR), 2014.
3) Yuri B., Roger G., and Ruslan S.: Importance weighted autoencoders, In 4th International Conference on Learning Representations (ICLR), 2016.

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (1)

座長:内藤 直人(豊橋技術科学大学)

9:10 ~ 9:25

[13001] 膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]、日浦 弘敏[1] (1. 鳥取大学)

9:25 ~ 9:40

[13002] X線CT画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

*梶山 慎太郎[1]、麓 隆行[2]、中島 晃司[2]、吉田 英昭[2]、大野 司郎[2] (1. 山梨大学、2. 近畿大学)

9:40 ~ 9:55

[13003] 個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

*竜川 太志[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

9:55 ~ 10:10

[13004] 複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

*沼田 尚也[1]、酒井 久和[1] (1. 法政大学)

10:10 ~ 10:25

[13005] ３次元MPM-VOFの浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）

*生頼 直樹[1,2]、橋本 涼太[2] (1. 中電技術コンサルタント株式会社、2. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

膨潤圧変動を考慮した亀裂内のベントナイト侵入挙動解析（シンポジウム講演概要）

Analytical Solution for Bentonite Intrusion Considering Variation of Swelling Pressure in Crack (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

金氏　裕也（鳥取大・工）　　河野　勝宣（鳥取大・工）　　日浦　弘敏（鳥取大・工）
Yuya KANEUJI, Tottori University
Masanori KOHNO, Tottori University
Hiroharu HIURA, Tottori University
E-mail: kaneuji@tottori-u.ac.jp

Understanding bentonite intrusion into cracks is essential for evaluating the performance of natural barrier systems in high-level radioactive waste disposal. In this study, an analytical solution was presented to predict bentonite intrusion while accounting for variations in swelling pressure within the crack. The analytical results indicate that solute transport velocity increases as the rate of swelling pressure rises. This transport behavior occurs because the swelling pressure reaches its maximum value earlier when the rate of pressure increase is higher.

１．はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分のバリア材の長期安定性に影響を与える現象の一つとして，岩盤亀裂へのベントナイト緩衝材の侵入が考えられる．岩盤亀裂へ侵入したベントナイトの緻密度に対応して，岩盤の透水性は変動すると考えられるため，天然バリア性能を評価するためには，岩盤亀裂内のベントナイトの侵入挙動を予測することが必要となる．これまで，亀裂へのベントナイトの侵入現象に関して解析的研究が行われている．例えば，菅野・岩田 [1]は，侵入現象を膨潤に伴うベントナイト粒子の移動であると仮定し，拡散方程式を適用した数値解析により，亀裂内のベントナイトの密度分布を示した．金氏・河野 [2]は，亀裂内の体積膨張を伴うベントナイトの侵入量を予測する数値解析モデルを構築した．解析モデルは，ベントナイトの侵入距離の時間変化を予測することが可能である．金氏 [3]は，溶液圧入に起因する多孔質体中の溶質移動量を予測する解析解を導出した．解析解は，移流拡散を伴う溶質移動を表し，多孔質体中の溶液濃度分布を予測することが可能である．本研究において，この解析モデル [3]を応用し，膨潤圧の作用に起因する亀裂内のベントナイト粒子移動量を予測する解析モデルを構築することを考える．

本研究では，ベントナイトは材料構成粒子（溶質）を含む高濃度の溶液であると仮定し，亀裂内の溶質移動を対象とした解析モデルの構築を目的とする．また，亀裂内は液体で満たされている状態を想定し，液体の接触に起因してベントナイトの体積膨張が生じる．この体積膨張により生じる圧力（膨潤圧）が高濃度溶液に作用することにより，溶質移動が生じると考えられる．さらに，亀裂へ侵入したベントナイトと内在液体との界面においてベントナイトの溶出が生じると考えられる．本研究では，このベントナイトの溶出を高濃度溶液と内在液体の濃度差に起因する溶質の拡散現象であると仮定する．以上より，高濃度溶液中の溶質挙動は，膨潤圧の作用に起因する溶液移動に伴う溶質移動（移流）および濃度勾配に起因する溶質拡散（分子拡散）に支配されると考えられる（Fig. 1）．さらに，この移流拡散現象をベントナイトの侵入現象であると定義し，ベントナイト粒子の移動を表す解析解を導出する．

２．ベントナイトの侵入挙動に関する解析解の導出

先端が開口した亀裂（以下，流路）内のベントナイト（以下，高濃度溶液）の侵入現象に関する支配方程式を構築し，

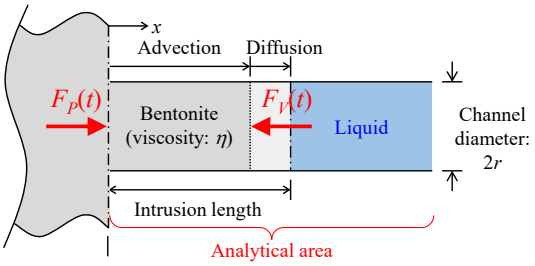


Fig. 1 Schematic of the bentonite intrusion in crack

支配方程式の解析解を導出する．本検討における解析モデルでは，流路内の 1 次元水平方向の溶質移動を対象とすることを考える．流路内を移動する高濃度溶液中の微小要素に対する溶質量の流入出を考え，物理量保存則より次式が成り立つ．

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} \tag{1}$$

ここに，$C(x, t)$は単位体積の高濃度溶液中の溶質量[kg/m^3]，$J(x, t)$は水平方向の溶質の質量フラックス[kg/(m^2·s)]，x は溶液流入位置からの距離[m]，t は時間[s]である．式(1)において，$C(x, t)$および$J(x, t)$をそれぞれ C および J と表す．本検討では，J を移流および溶質分子拡散による溶質フラックス（J_a [kg/(m^2·s)]および J_d [kg/(m^2·s)]）の和で表すこと（$J = J_a + J_d$）を考える．

溶質を輸送する高濃度溶液の移動速度を流路内流速 u [m/s]で表すと，J_a は C と u の積で表すこと（$J_a = C{\cdot}u$）ができる．ここで，先端が開口した 1 本の亀裂を 1 本の毛細管で表すことができると仮定する．また，溶質を輸送する高濃度溶液が膨潤圧の作用を受けて流路内を移動することを考える．したがって，u は膨潤圧の作用に起因する高濃度溶液の移動速度を表す．膨潤・充填性同時試験 [4]より得られたベントナイトの膨潤圧と経過時間の関係より，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大することを確認した．そこで本検討では，膨潤圧は時間の経過とともに指数関数的に増大して一定圧力に収束することを仮定し，変動膨潤圧 $P(t)$ [N/m^2]を次式で定義する．

$$P(t) = P_s \cdot \left\{1 - (1-\sigma) \cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{2}$$

ここに，σ（$= P_0/P_s$）は膨潤圧比[−]，P_s および P_0 はそれぞれ膨潤圧の上限値および下限値[N/m^2]，μは膨潤圧上昇速度[1/s]である．式(2)より，膨潤圧に起因する駆動力 $F_P(t)$（=

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$P(t)\cdot\pi r^2$，r は溶液の移動経路となる毛細管半径[m]）[N]を定義する．また，高濃度溶液は非圧縮性の粘性流体であると仮定し，粘性抵抗力 $F_V(t)$ [N]を Hagen-poiseuille 流における溶液に作用する粘性抵抗力で表すと，$F_V(t)$は次式となる．

$$F_V(t)=8\pi\eta\cdot l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$

ここに，$l(t)$は高濃度溶液の流入位置から移動前面までの距離（溶液移動距離）[m]，ηは高濃度溶液の粘度[N·s/m²]である．流路内を移動する高濃度溶液に作用する力のつり合い（$F_P(t)=F_V(t)$）より，膨潤圧の作用に起因する溶液移動距離 $l(t)$に関する支配方程式は次式となる．

$$l(t)\cdot\frac{\mathrm{d}l(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{r^2P_s}{8\eta}\cdot\left\{1-(1-\sigma)\cdot e^{-\mu t}\right\} \tag{4}$$

また，流路内の高濃度溶液の移動速度は極めて小さいため，溶液に作用する力として慣性力は無視した．ここで，溶液移動初期（$t=0$）において溶液移動距離が 0（$l(0)=0$）であると仮定し，式(4)を変数 t に関して積分すると，式(4)の解 $l(t)$は次式となる．

$$l(t)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta}\cdot T(t)} \tag{5}$$

ここに，$T(t)$（$=t-(1-\sigma)\cdot(1-\exp(-\mu t))/\mu$）は膨潤圧の時間変化に関する物理関数[s]である．また，u が $l(t)$の t に関する 1 階微分と等しい（$u=\mathrm{d}l(t)/\mathrm{d}t$）と仮定すると，$J_a$は次式となる．

$$J_a=\frac{C}{4}\cdot\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{r^2P_s}{\eta T(t)}} \tag{6}$$

濃度勾配に起因する溶質分子拡散は，Fick の法則により表すことができると仮定すると，J_dは次式となる．

$$J_d=-D_d\cdot\frac{\partial C}{\partial x} \tag{7}$$

ここに，D_d は液体中における溶質の分子拡散係数[m²/s]である．

式(6)および式(7)を適用した J（$=J_a+J_d$）を式(1)へ代入すると，流路内の溶質移動に関する支配方程式（非線形移流拡散方程式）は次式となる，

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\sqrt{\frac{\alpha}{T(t)}}\cdot\frac{\partial}{\partial x}-D_d\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right\}\cdot C_r(x,t)=0 \tag{8}$$

ここに，$C_r(x,t)$（$=(C-C_0)/(C_s-C_0)$）は流路内の相対溶液濃度[−]，C_s は流入部溶液濃度[kg/m³]，C_0 は初期溶液濃度[kg/m³]，α（$=r^2P_s/(16\eta)$）は移流に関する物理定数[m²/s]である．

1 次元水平半無限流路を考慮する場合，溶液流入初期（$t=0$）において流路全体の溶液濃度 C は C_0 と等しいと定義する．さらに，溶液流入位置（$x=0$）における C は C_s と等しく，無限遠（$x\to\infty$）における C は C_0 と等しいと定義する．以上より，相対溶液濃度 C_r に関する初期条件および境界条件はそれぞれ次式となる．

$$C_r(x,0)=0,\ C_r(0,t)=1\ \text{and}\ C_r(\infty,t)=0 \tag{9}$$

式(9)に示す初期条件および境界条件を適用して式(8)を x および t に関して積分すると，流路内の溶質移動に関する解析解 $C_r(x,t)$は次式となる．

$$C_r(x,t)=C_{rT}(t)\cdot\mathrm{erfc}\left\{\frac{x-2\sqrt{\alpha T(t)}}{2\sqrt{D_d t}}\right\} \tag{10}$$

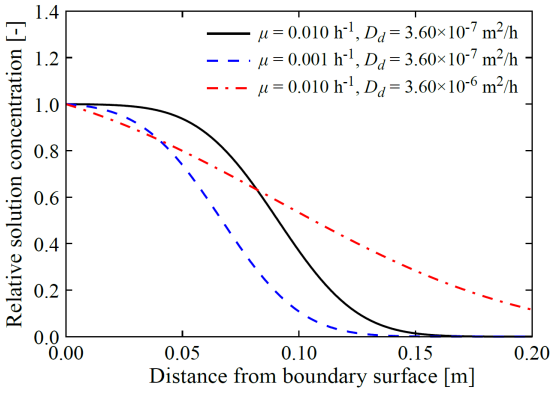


Fig. 2 Solution concentration distribution in channel for various physical constants (μ and D_d)

ここに，$C_{rT}(t)$は時間 t の任意関数[−]であり，解の収束条件である$|\mathrm{d}C_{rT}(t)/\mathrm{d}t|<\varepsilon$（$\varepsilon$は微小量）を満たす必要がある．

3．ベントナイトの侵入挙動に関する解析結果

流路内の溶質移動に関する解析解（式(10)）を適用し，溶液濃度分布の時間変化に関して解析的検討を行った．解析パラメータは，$r=3.00\times10^{-3}$ m，$C_s=1800$ kg/m³，$C_0=0$ kg/m³，$P_s=1.00\times10^5$ N/m²，$P_0=0$ N/m²，$\eta=1.40\times10^4$ N·h/m² と設定した．また，ベントナイトの膨潤圧上昇速度μおよび分子拡散係数 D_d が侵入挙動に与える影響を確認した．Fig. 2 は $t=1000$ h におけるμおよびD_dの変化による溶液濃度分布の変化を示す．Fig. 2 より，μが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹および 0.001 h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h）では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，μの増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．また，Fig. 2 より，D_dが大きい条件（$\mu=0.010$ h⁻¹，$D_d=3.60\times10^{-7}$ m²/h および 3.60×10^{-6} m²/h）では，流路内部の広範囲に溶質が拡散する，すなわち分子拡散による溶質移動距離が増大することを確認した．D_dが極めて小さい場合，分子拡散が溶質移動に与える影響を無視することができ，溶質移動は移流現象に支配される階段関数的な進展挙動を示すと考えられる．

4．結論

1) ベントナイトを材料構成粒子が溶質となる高濃度溶液と仮定し，亀裂内を移動する溶質移動を対象とした解析モデルを構築した．
2) 解析結果より，膨潤圧上昇速度が大きい条件では，溶質移動速度が増大することを確認した．これは，膨潤圧上昇速度の増大に伴い膨潤圧は早期に上限値に達するため，溶質移動速度が増大したと考えられる．

謝辞：本研究は，日本学術振興会科学研究費（課題番号：25K01324，23K13384）の成果の一部である．

参考文献

1) 菅野毅，岩田裕美子：JNC TJ8400 2003-026，2003.
2) 金氏裕也, 河野勝宣: 土木学会論文集, **79**(15), 22-15033, 2023.
3) 金氏裕也：土木学会論文集，**81**(6)，24-00311，2025.
4) M. Kohno and Y. Kaneuji: *Acta Geotechnica*, **19**(9), 5833-5853, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

X 線 CT 画像による鉄筋挿入工を模擬した補強材が円柱供試体に与える影響の評価（シンポジウム講演概要）

X-ray CT-based evaluation of the effects of model soil nails on cylindrical soil specimens (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

梶山　慎太郎（山梨大・工）　　麓　隆行（近畿大・理工）　　中島　晃司（近畿大・理工）　　吉田　英昭（近畿大大学院・総合理工学研究科）　　大野　司郎（近畿大・総合社会）
Shintaro KAJIYAMA, University of Yamanashi
Takayuki FUMOTO, Kindai University
Koji NAKASHIMA, Kindai University
Hideaki YOSHIDA, Kindai University Graduate School
Shiro OHNO, Kindai University
E-mail: skajiyama@yamanashi.ac.jp

This study evaluates the influence of the soil nailing method on ground deformation using X-ray CT imaging. Cylindrical soil specimens containing a stainless steel wire representing a model soil nail were displaced and scanned before and after deformation. Displacement was induced by tilting an aluminium rod at the specimen centre. CT images enabled evaluation of void redistribution and density variations around the model soil nail at each stage. Digital Volume Correlation (DVC) analysis showed reduced displacement on the passive side in the region between the model soil nail and the specimen periphery. Vertical displacement indicated upward particle movement along the model soil nail. These findings suggest that the model soil nail resists sand movement and contributes to displacement restraint within the shear zone.

１．はじめに

斜面崩壊の対策である補強土工法のうち，安価で施工が容易なものとして鉄筋挿入工法 [1]が挙げられる．鉄筋挿入工法は,斜面に削孔した孔の中に鉄筋などの芯材を挿入し，その後定着材を注入した構造物（以下，補強材と示す）を複数設置することで斜面の安定化を図る工法である．補強原理は明らかになっているものの，個々の補強材および複数の補強材による相互的な影響範囲は明らかになっておらず，経験的根拠に基づいて配置間隔や鉄筋挿入角度が定められている．元々は切土に対して発展してきた技術ではあるが，盛土に対しても補強実績が増えつつある．一方で，盛土は新設時から健全性が低下していることが指摘 [2]されている．このことから，既存盛土に対して鉄筋挿入型の補強を行う際の盛土内部の密度や含水比などは様々な状態が考えられ，補強効果，相互作用さらにそれらの影響範囲はより複雑なものになることが考えられる．補強材による補強効果がどの程度まで効果を発揮するかを数値的に示すことは，詳細な設計に非常に有意義であり，盛土の要求性能に準じたより効率的な盛土補強が可能となる．

そこで，本研究では，鉄筋挿入工が地盤の変形にどのように影響を与えているのかを明らかにするために，補強材を模擬したステンレス線を挿入した円柱供試体の土を強制的に変位させてその前後に X 線 CT 装置を用いて撮影を行い，補強材が地盤に与える影響を評価した．

２．実験概要

実験は，斜面の崩壊によって移動する土塊に対して補強材がどのように影響を与えているのかを評価するために，補強材そのものを動かすのでは無く模型地盤側を動かすことと，その動きを X 線 CT 装置で撮影するために X 線 CT 装置の撮影台に載る程度に小型化する必要があった．そこで，Fig.1 に示すように，塩ビ管内に補強材を挿入した地盤にアルミ棒を挿し，アルミ棒を傾斜させることで土に強制変位を与えその際の土の移動を評価することとした．

供試体には豊浦砂を用い，含水比を 10%に調整後，内径 130mm の塩ビ管内にて，相対密度が 70%となるように，タンパーを用いて 3 層で締め固めた．締固め後，直径 3mm のドリルで表面から深さ 75mm まで削孔し，補強材を模擬したステンレス線（直径 0.5mm）を設置した．周囲の砂との噛み合わせ効果を得るため，ステンレス線表面にはあらかじめ接着剤で豊浦砂を付着させている．このステンレス線を 22～28mm 間隔で正方形の四隅に配置し，その中心付近に地すべり挙動を誘発するためのアルミ棒（直径 10mm，設置深さ 75mm）を挿入した．

地盤内の可視化には，近畿大学所有の X 線 CT 装置 [3]を使用し，管電圧 210kV，管電流 300μA，解像度 0.0615mm の条件で撮影を行った．まず初期状態（1 回目）を撮影した後，アルミ棒下端が水平方向に約 2mm（2 回目），および約 12mm（3 回目）移動するように上端を傾斜させ，各段階で CT 画像を取得した．得られた画像に対し，3 次元画像相関法（DVC）を用いることで砂粒子の移動量を定量化した．解析には TomoWarp2[4]を用い，一辺約 1.97mm の Correlation window を設定し，その図心位置を 0.98mm ごとに 3 次元変位を算出した．



(a) Drilling　　(b) X ray computed tomography
Fig. 1 Photograph of Experiment

３．実験結果と考察

Fig. 2 および Fig. 3 に，X 線 CT 画像から得られた断面位置および各撮影段階の断面画像を示す．初期状態（1 回目）において，ステンレス線周囲には一部低輝度な領域（空隙）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が確認されたほか，層間に締固め密度の差に起因すると見られる打継ぎ面が観察された．

アルミ棒を傾斜させた 2 回目の撮影では，断面 a においてアルミ棒の移動方向（左側）に空隙が生じ，断面 A ではアルミ棒が特定の位置を中心に回転運動をしている様子が確認された．また，断面 b では一部のステンレス線周辺の間隙が埋まる挙動が見られたが，この段階ではステンレス線周辺の粒子移動は顕著ではない．

アルミ棒をさらに傾斜させた 3 回目の撮影では，断面 a や断面 A においてアルミ棒の移動により球面状のすべり面が生じたと考えられる．また，断面 b では一部のステンレス線の左側ですべり面とは異なるひび割れが生じた．

Fig. 4 は断面 b および B における DVC による変位計測結果である．黄色い点は，設置したステンレス線の位置を示している．最初の 2 行は，X 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど右側に，青が濃いほど左側に移動している．最後の 2 行は，Z 軸方向の変位を示しており，赤が濃いほど下側に，青が濃いほど上側に移動している．X 方向変位において，ステンレス線の左側では変位量が大きいのに対し，右側では減少しており，ステンレス線が粒子の移動を遮る機能を有していることがわかる．また Z 方向変位（垂直方向）では，ステンレス線の右側でステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が豊浦砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．なお，3 回目の撮影では粒子配列の乱れが大きく，DVC による高精度な追跡は困難であった．

4．結論

本研究では，X 線 CT 画像から補強材が地盤に与える影響を評価した。得られた知見を以下にまとめる．

結果，各変位段階においてステンレス線周辺の空隙および地盤の密度差を確認できた．この画像を基に DVC による変位計算を行うと，アルミ棒によって供試体中心から発生させた土の変位について，受働側の土の変位に着目すると，ステンレス線より円周側では変位量が減少した．また垂直方向の変位では，ステンレス線に沿って粒子が上方へ巻き上げられるような挙動が確認された．以上の結果から，ステンレス線の存在が砂の移動に対する抵抗となり，すべり面内における変位抑制に寄与していることが示唆された．

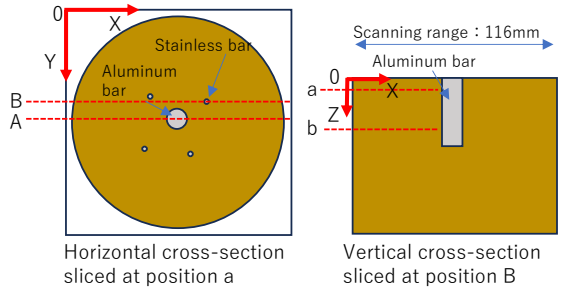


Fig. 2　Soil specimen and cutting positions of X ray CT images

参考文献

1) 公益社団法人地盤工学会: 地山補強土工法設計・施工マニュアル. 丸善出版, 2011.
2) 山本剛, 中井卓巳, 丸木義文, 小高猛司, 岸田潔, 大西有三: 長期劣化の概念を導入した道路法面の健全性評価手法の提案, 地盤工学ジャーナル, vol. 4, no. 1, pp. 21-33, 2009.
3) 麓隆行: 新しい機構の X 線 CT の開発とポリマーコンクリートの圧縮試験への適用, 土木学会論文集 E2, Vol. 69, No. 2, pp. 182-191, 2013.
4) Tudisco, E., Ando, E., Cailetaud, R. and Hall, A. S.: TomoWarp2: A local digital volume correlation code, Software X, Vol.6, pp. 267-270, 2017.

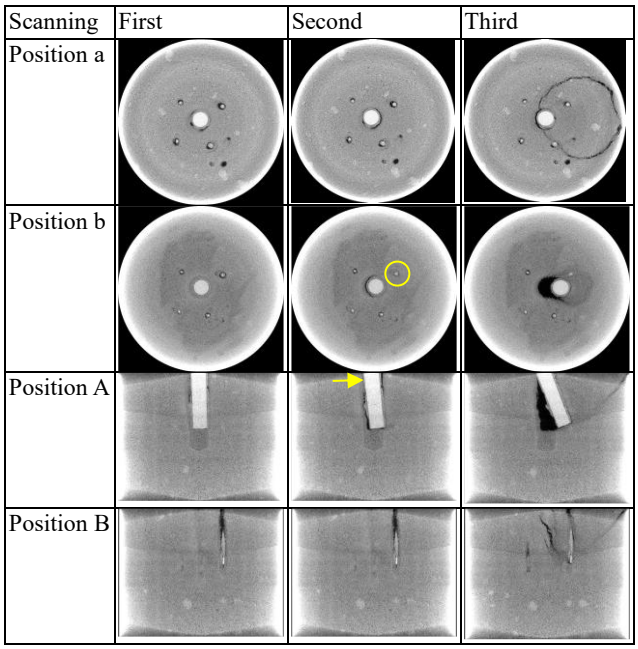


Fig. 3　Cross-section images of each position

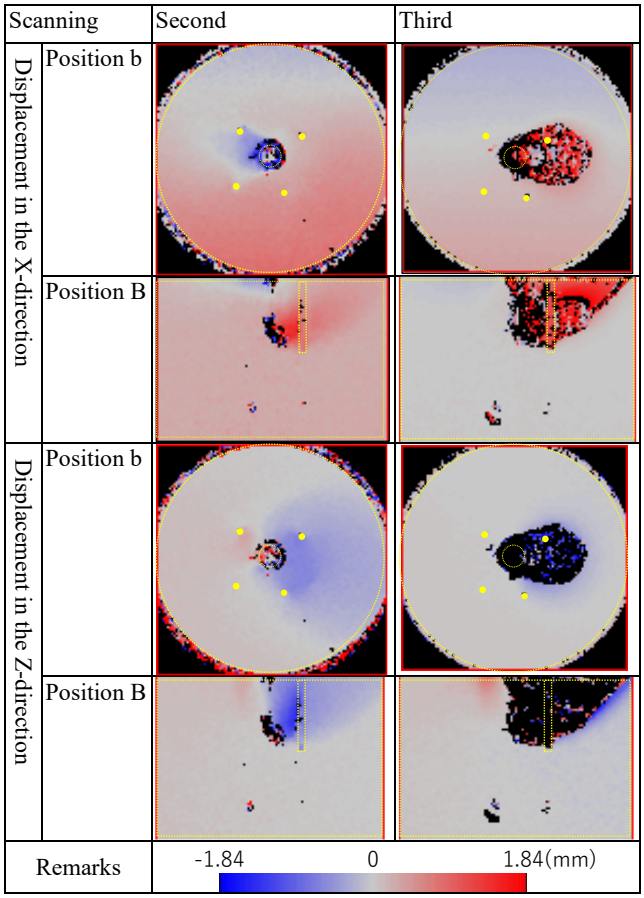


Fig. 4　Cross-section images of each position

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

個別要素法による流木群が衝突荷重に与える影響に関する解析的検討（シンポジウム講演概要）

Analytical study of the effect of large wood on impact loads using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竜川　太志（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Taishi TATSUKAWA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: em63025@nda.ac.jp

This study reproduces a large wood model with cylindrical elements using DEM and investigated the mechanism of impact loads of large wood accumulation acting on woody debris retention structures. As a result, the large wood accumulation density at the time of collision is the main factor in impact loads.

１．緒　言

近年，日本各地で記録的豪雨が増加し，流木災害が深刻化している[1]. 流木は浮力により浮遊状態で流下するため，住宅地やインフラに直接衝突するたけでなく，構造物への閉塞や堆積を通じて二次災害を誘発する場合がある．Fig.1に示す輪島市町野地区寺地川の被災状況からも，流木の大量堆積が，構造物損傷に大きく寄与していることが窺える．特に，流木が塊（流木群）となって構造物に衝突する場合，単体流木の衝突と比較して作用荷重が著しく増大することが指摘されている．しかしながら，その荷重増大が単なる衝突質量の増加に起因するものなのか，あるいは同時衝突や流木間の拘束による力学的相互作用（群作用）によるものなのかについては，十分に解明されていない．すなわち，流木群の形成状態と荷重ピークとの対応関係は未だ明確ではない．

著者ら[2),3)]は，これまで流木群が透過型砂防堰堤に作用する荷重特性について実験的検討を行い，流木群が瞬間的に大きな動的荷重を発生させることを明らかにした．しかし，その発生機構，すなわち流木群の形成過程，同時衝突本数，および接触ネットワークの構造が荷重ピークに与える影響については未解明である．

そこで本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群衝突時の荷重発生メカニズムを力学的観点から解析する．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群形成が荷重ピークを増幅させる機構を明らかにする．

２．実験の概要

Fig.2 に，実験装置の概要を示す．可変勾配型直線水路（長さ L = 3.4 m，幅 B = 0.3 m，深さ H = 0.5 m，勾配 θ = 0.0～20.0°）を用いた．流量は，水路上流側に設置した制御レバーにより調整した．水路下流部には荷重計測装置を設置した．Fig.3 に荷重計測装置の概要を示す．荷重計測には分力計（Y102-FX-100N）2 基を用い，これに捕捉工モデル（高さ h_c = 150.0 mm，幅 b_c = 290.0 mm，捕捉工間隔 w_c = 40.0 mm，鋼管径 D = 10.0 mm）を懸架して取り付けた．固定は，直径 6.0 mm の鋼材を，捕捉工モデルに溶接した内径 6.0 mm の中空円柱に通し，上下からナットで締結する方法とした．部材には，十分に剛性を有する鉄筋を用いた．流木群を生成のため，荷重計測装置から上流 3.4 m の位置にゲートを設置した．ゲート内に流木モデルを無作為に投入し，一定流量を供給した状態で一挙にゲートを開放することで流木群を流下させた．荷重はサンプリング周波数 200 Hz で計測し，100 Hz のローパスフィルタを適用した．流木モデル（長さ l = 180.0 mm，直径 d = 6.0 mm）には，加工性と強度のバランスに優れるラミン材を用いた．

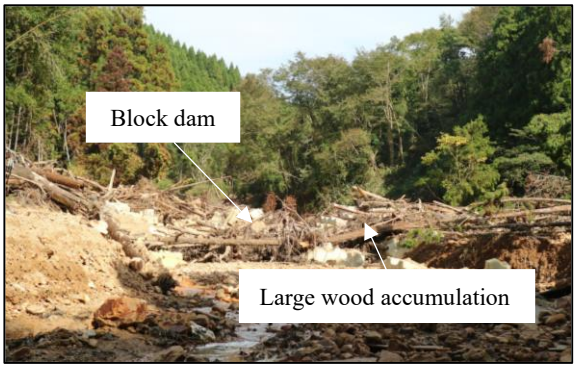


Fig.1 Destruction of emergency countermeasures (R6.10.18 Photograph)

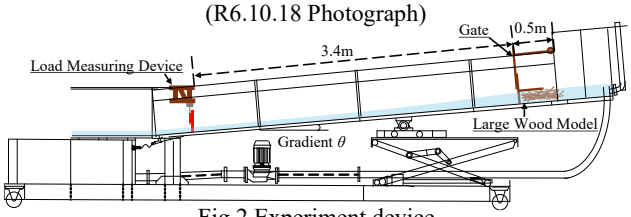


Fig.2 Experiment device



Fig.3 Measuring experiment

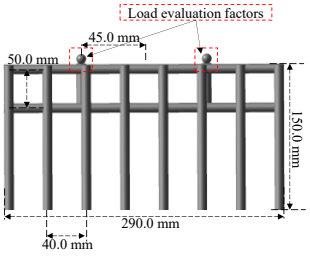


Fig.4 Measuring experiment Analysis model

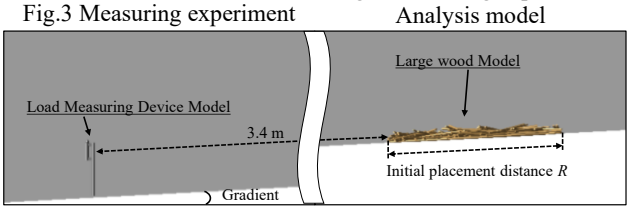
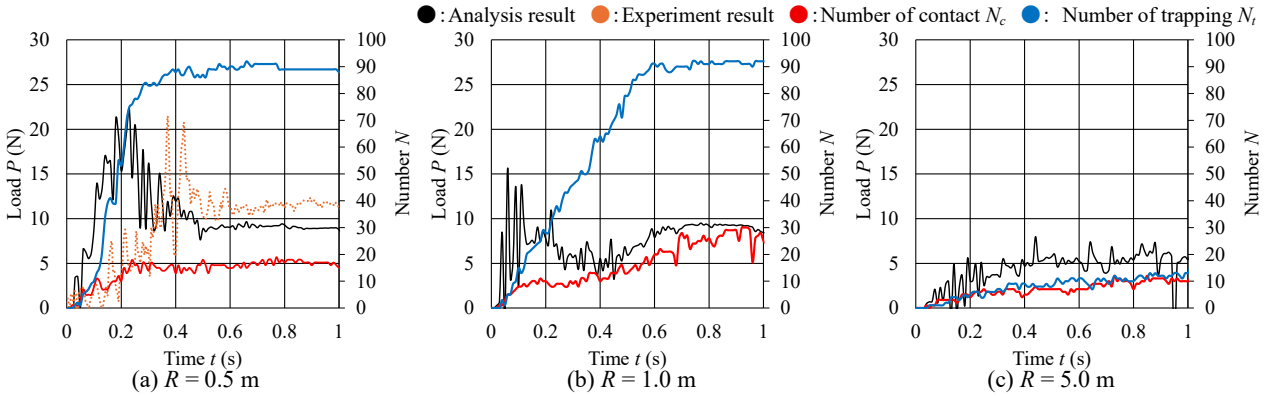


Fig.5 Analysis situation

３．解析の概要

本解析では，実験条件（勾配 θ = 3°，流量 Q = 4.7 L/s，流

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) R = 0.5 m (b) R = 1.0 m (c) R = 5.0 m

Fig.6 Analysis result (n = 100)

木本数 n = 100）を対象とした．Fig.4 に荷重計測装置の解析モデルを示す．流木捕捉工モデルは円柱形要素により構築し，分力計は 2 個の球形要素で表現した．円柱形要素端部と球形要素はばね要素で連結し，ばねの変化量から作用荷重を算出した．Fig.5 に解析状況を示す．実験と同様に下流部に荷重計測装置を設置し，その上流 3.4 m の位置に流木モデルを無作為に配置した．このとき，初期配置距離 R と定義する．流木モデルは円柱形要素で表現し，配置には落下法を用いた．水路は平面要素を用いて再現した．流水の影響は流速分布モデル [3]を用いて考慮し，流木モデルに直接速度を付与することで表現した．流速分布モデルに必要な水深および流速の条件は，実験結果に基づいて決定した．さらに，要素間のばね係数は，実験で使用したラミン材の物性値に基づき設定した．

4．解析結果

ここでは，初期配置距離 R = 0.5 m，1.0 m，5.0 m の条件で行った．解析結果を Fig.6 に示す．まず，Fig.6(a)の荷重ー時間関係に着目すると，最大衝突荷重は実験で P = 21.5 N，解析で P = 22.2 N となり，本解析手法により最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることが確認された．一方，荷重発生から最大衝突荷重に至るまでの時間 Δt は，実験で Δt = 0.37 [s]，解析で Δt = 0.20 [s]と，解析の方が短い傾向を示した．これは，解析において流木群内部の姿勢変化や相互干渉のばらつきが実験より小さく評価され，群としての緩衝効果が十分に再現されていないためと考えられる．ただし，全体的な荷重遷移の傾向は概ね実験を模擬できている．次に，初期配置距離 R の影響を比較すると，R が大きくなるほど流木群密度が低下し，Fig.6(c)に示すように明確な最大衝突荷重が発生しにくくなることが確認された．

ここで，捕捉工に対する流木の接触・捕捉状況に着目する．捕捉工に直接接触した本数を接触本数 N_c，捕捉工から上流側 0.5 m の範囲に存在し，かつ流木の流下速度が $v_f \leqq$ 0.3 m/s の流木本数を捕捉本数 N_t と定義する．時系列変化を見ると，N_c の遷移傾向自体は各条件で類似しているが，t = 1.0 [s]において Fig.6(a)で N_c = 14，Fig.6(b)で N_c = 25，Fig.6(c)で N_c = 10 と差異が生じた．これは，捕捉状況は衝突形状や群密度の違いが接触状態に影響を及ぼしていることを示す．最大衝突荷重時における接触本数 N_c と捕捉本数 N_t の関係を見ると，Fig.6(a)では N_c = 15，N_t = 75 と多数の流木が短時間で群として捕捉工に衝突しているのに対し，Fig.6(b)では N_c = 5，N_t = 5 と個々の流木がほぼ同時に衝突する状態となっている．この結果は，初期配置距離 R に起因する流木群密度の違いが衝突メカニズムを大きく変化させることがわかる．密度が大きい場合には，複数の流木が群として衝突するため，急激な荷重増加と大きな最大衝突荷重が発生する．一方，密度が低い場合には流木が個別に衝突するため群効果が弱まり，明確な最大衝突荷重は生じにくい．

以上の結果より，衝突時の流木群密度が最大衝突荷重の発生およびその大きさを支配する主要因である可能性が示唆された．すなわち，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とでは荷重発生メカニズムが本質的に異なり，これが最大衝突荷重の有無およびその規模に直接影響を及ぼすと考えられる．したがって，流木群密度を適切に評価することが，捕捉工の動的荷重評価において重要であると考えられる．

5．結　言

本研究は，円柱形要素を用いた個別要素法により，流木群による衝突荷重の発生メカニズムを力学的観点から検討した．特に，流木の同時接触本数および有効衝突質量に着目し，流木群の形成状態が荷重ピークを増幅させる機構について解析的に整理した．得られた主な成果を以下に示す．

1) 解析により，流木群の最大衝突荷重の大きさを概ね再現できることを確認し，本解析手法が流木群荷重評価に有効であることを示した．

2) 初期配置距離 R の増加に伴い，衝突時の流木群密度が低下し，最大衝突荷重が減少すること，さらに明確な荷重ピークが発生しない条件が存在することを明らかにした．

3) 最大衝突荷重は，衝突時の流木群密度および同時接触本数に強く依存することを示し，流木が群として衝突する場合と個別に衝突する場合とで荷重発生メカニズムが本質的に異なることを示した．

以上より，流木群の密度特性および同時接触状態を適切に評価することが，捕捉工に作用する動的衝突荷重の合理的評価において重要であることが示唆された．

参考文献

1) 秋田寛己，今泉文寿，中谷洋明，堤大三：過去 40 年程度の主要流木災害における発生流木量の傾向について，令和 5 年度砂防学会研究発表会概要集, pp.613-614, 2023.

2) 竜川太志，堀口俊行：流木捕捉工による流木群の作用荷重に関する実験的検討，構造工学論文集, Vol.71A, pp.817-827，2025.

3) 香月智，渋谷一，大隅久，國領ひろし，石川信隆：個別要素法による透過型佐生堰堤の流木混じり土石流捕捉解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.69，No.1，pp.16-29，2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

複数の地質と不連続面を考慮したSPH法による斜面崩壊の解析（シンポジウム講演概要）

SPH-Based Simulation of Slope Failure
Incorporating Heterogeneous Geology and Discontinuity Surfaces
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

沼田　尚也（法政大・デザイン工）　　酒井　久和（法政大・デザイン工）
Naoya NUMATA, Hosei University
Hisakazu SAKAI, Hosei University
E-mail: naoya.numata.6v@stu.hosei.ac.jp

This paper proposes an SPH-based framework for seismic natural-slope failure simulation. We propose two methods: one is an internal force divergence formula handling layer boundaries with different densities and stiffnesses, and another is a technique to generate discontinuity surfaces caused by tension cracks. Results of dead-weight analysis suggest that the proposed divergence formula mitigates analytical errors. Furthermore, in the seismic slope failure simulation, the proposed discontinuity SPH model can reproduce failure behavior with tension cracks and displacement of the surface layer. These results partially support the proposed methods that work as tools to analyze slope failure with tension cracks.

1. はじめに

地震時の斜面の挙動と崩壊土砂の流動距離を推定する数値解析手法として，弾塑性構成則を導入したSPH法[1)]や地盤を弾塑性体から流体に相変化させるSPH法[2)]の適用性が検討されている．これらの研究は，SPH法の流動を伴う地盤材料の大変形解析手法としての有用性を示している．

一方，一般的なSPH法の内力及び内力の発散の計算式は，密度や剛性の異なる複数の地質で構成される自然斜面の層境界を十分に考慮できていないと考えられる．また，斜面崩壊は引張亀裂を伴う場合があるため，リスク評価において，引張亀裂による不連続面の考慮が必要だと考えられる．

本研究では，弾塑性SPH法を地震による自然斜面の崩壊挙動の解析に適用することを目的に，密度や剛性が異なる複数の地質を対象とする内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮したモデルを提案する．提案手法を導入したSPH法を引張亀裂が生じる斜面崩壊の再現解析に適用することで，手法の有用性を検証した．

2. 解析手法の概要

2.1 SPH法による固体解析

減衰を含む固体の運動方程式は，式(1)で表される．ここで，$\boldsymbol{c}$ は減衰力により低減される加速度，$\boldsymbol{b}$ は物体力及び慣性力による加速度を表す．本研究では，式(1)の $\boldsymbol{c}$ にRayleigh減衰を適用するため，小野[1)]が提案する手法を用いた．

SPH法の固体解析では，内力の発散を式(2)の右辺第一項の近似式（和モデル[3)]）で評価することが多い．ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル，m は質量，ρ は密度，W はkernel関数を表す．また，$\boldsymbol{C}$ は数値安定性のために導入される人工的な斥力項であり，本研究では人工粘性と人工応力の和を表す．

$$\frac{d\boldsymbol{v}^i}{dt} = -\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i} - \boldsymbol{c}^i + \boldsymbol{b}^i \tag{1}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \sum_j m^j\left\{\frac{\boldsymbol{\sigma}^i}{(\rho^i)^2}+\frac{\boldsymbol{\sigma}^j}{(\rho^j)^2}\right\}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{2}$$

2.2 提案手法の内力の発散の計算

式(2)による内力の発散の計算式は，粒子間に生じる力が作用反作用を満たし，正圧領域での計算が安定する一方で，負圧領域での計算で数値不安定性を誘起することが指摘されている[3)]．加えて，密度が異なる材料を用いた解析に適用した場合に，計算結果が振動することがある（Fig.2参照）．

自然斜面は密度や剛性の異なる複数の材料で構成されており，引張亀裂を考慮する場合は引張応力下の計算を安定させる必要があると考えられる．そこで，本研究では，佐伯ら[3)]が提案する差モデル型の式を内力の発散の計算に適用することを試みた．加えて，楯岡ら[4)]の提案する弾性体の緩和計算式を用いて，密度や剛性が異なる層境界での計算の安定化を図った．式(3)，(4)は，それぞれ緩和計算式を適用した差モデル，和モデルによる内力の発散の評価式である．ここで，$\boldsymbol{L}$ はkernel関数の勾配の修正行列である[3)]．

しかし，式(3)を適用した固体解析では，粒子密度が希薄な自由表面近傍で数値異常が発生し，安定した解析を実行できなかった．このため，本研究では，通常の粒子に対しては式(3)（差モデル），自由表面粒子に対しては式(4)（和モデル）を内力の発散の計算に使用する方針とした．

また，ひずみ速度 $d\varepsilon/dt$ 及び応力速度 $d\sigma/dt$ の計算には，楯岡ら[4)]が提案する弾性体の緩和計算式に修正行列 $\boldsymbol{L}$ を適用した式(5)，(6)を使用する．ここで，添字 α,β は座標方向を表し，G はせん断弾性係数，K は体積弾性係数，δ はクロネッカーのデルタ関数，$d\varepsilon_{\gamma\gamma}= d\varepsilon_{xx}+d\varepsilon_{yy}+d\varepsilon_{zz}$ である．

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^j}\frac{\boldsymbol{\sigma}^j-\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i+\rho^j}\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{3}$$

$$\left\langle\frac{\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^i}{\rho^i}\right\rangle = \boldsymbol{L}^{-1}\sum_j\frac{2m^j}{\rho^i\rho^j}\left(\frac{\rho^j\boldsymbol{\sigma}^i+\rho^i\boldsymbol{\sigma}^j}{\rho^i+\rho^j}\right)\cdot\nabla W^{ij} + \boldsymbol{C}^{ij} \tag{4}$$

$$\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{m^j}{\rho^j}\left\{\left(v^j_\alpha-v^i_\alpha\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\beta}+\left(v^j_\beta-v^i_\beta\right)\boldsymbol{L}^{-1}\frac{\partial W^{ij}}{\partial x_\alpha}\right\} \tag{5}$$

$$\frac{d\sigma^i_{\alpha\beta}}{dt} = 2\sum_j\frac{K^iK^j}{K^i+K^j}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}+\frac{2G^iG^j}{G^i+G^j}\left(\frac{d\varepsilon^{ij}_{\alpha\beta}}{dt}-\frac{1}{3}\frac{d\varepsilon^{ij}_{\gamma\gamma}}{dt}\delta_{\alpha\beta}\right) \tag{6}$$

3. 不連続面の発生を考慮したモデル

3.1 自由表面及び不連続面粒子の探査

固体の自由表面及び不連続面の探査には，粒子法による流体解析で用いられる自由表面探査の手法を援用する．本研究では，Marroneら[5)]の方法を参考に，修正行列 $\boldsymbol{L}$ の最小固有値が閾値以下であり，自由表面探査領域（Fig.1参照）に他の粒子が存在しない粒子を自由表面粒子とした．ここで，自由表面粒子とその不連続領域（Fig.1参照）に存在する粒子同士を不連続粒子のペアとして設定し，以降はSPH法による連続体の近似計算ではなく，接触の計算を行う．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2 不連続面における接触の計算

粒子同士の接触の計算は，球形 DEM と同様の線形ばね-ダッシュポット-スライダーによるモデルを適用した．ただし，粒子の回転運動は考慮していない．本研究では，ばね係数を Hertz-Mindlin モデルを基に設定し，ダッシュポットに Rayleigh 減衰を適用した．摩擦定数は，接触する粒子同士の内部摩擦角の平均値（上限 35.0 deg.）を設定した．

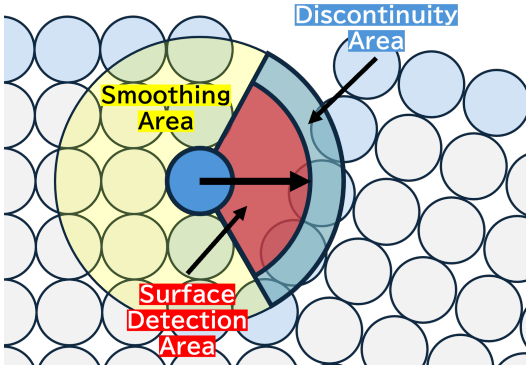


Fig.1 Sketch of Free surface and Discontinuity Detection

4. 提案手法を用いた地震による斜面崩壊解析

提案手法を用いて，篠田ら [6]の地震による斜面崩壊実験の再現解析を実施した．解析に用いた SPH モデルの物性値を Table.1 に示す．境界条件は，底面を固定，側方を鉛直ローラーとし，崩壊発生時の地震動（Fig.4 参照）を慣性力として入力した．ここでは，弱層の傾斜角を 45° とした滑落型崩壊の実験を対象とする再現解析の結果を示す．

Fig.2 に，一般的な SPH 法と提案手法による自重解析終了後の鉛直応力分布の比較を示す．提案手法を用いることで，一般的な SPH 法で発生した材料境界での応力の振動が抑制され，安定した初期応力状態を得られたことが分かる．

Fig.3 に斜面崩壊解析のスナップショット，Fig.4 に着目点（Fig.3 参照）における変位と水平方向加速度の時刻歴を示す．Fig.3，Fig.4 より，引張亀裂が生じ法肩の弱層が自立する挙動と，表層が急速に滑落する崩壊挙動を定性的に再現できたことが分かる．また，解析終了時の変位（約 0.58 m）と実験の変位（約 0.55 m）は概ね一致している．一方，実験で確認された滑落開始後に水平方向の加速度が 0 に近づく挙動の再現性は低い．これは，不連続面の粒子の接触の計算において，地盤の塑性変形に伴う履歴減衰を十分に表現できていないことが要因だと考えられる．

5. まとめ

本研究では，複数の地盤材料を考慮した内力の発散の計算式と不連続面の発生を考慮した SPH 法のモデルを提案し，地震による斜面崩壊の解析に適用した．その結果，提案手法の亀裂を伴う斜面崩壊に対する適用可能性が確認できた．今後は，不連続面の粒子の計算について，剛体回転と適切な履歴減衰の表現手法を導入し，進行性の斜面崩壊の表現性についても検証を行う予定である．

参考文献

1) 小野祐輔: SPH 法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.69, No.4（地震工学論文集第 32 巻），pp.650-660, 2013.
2) D. S. Morikawa, M. Asai: A phase-change approach to landslide simulations: Coupling finite strain elastoplastic TLSPH with non-Newtonian IISPH, *Computers and Geotechnics*, Vol.148, pp.104815, 2022.
3) 佐伯勇輔，辻勲平，浅井光輝: 負圧を含む非圧縮性流体を対象とした SPH 法の圧力勾配モデルの原点回帰，土木学会論文集, Vol.79, No.15, 22-15023, 2023.
4) 楯岡将規，小原治樹，小山彰規，釣谷航世，笹木亮: SPH 法による異種金属接合板の衝撃問題の解析，日本機械学会論文集（A 編），Vol.77, No.777, pp.834-842, 2011.
5) S. Marrone, A. Colagrossi, D. Le Touze, G. Graziani: Fast free-surface detection and level-set function definition in SPH solvers, *Journal of Computational Physics*, Vol.229, No.10, pp.3652-3663, 2010.
6) M. Shinoda, K. Watanabe, T. Sanagawa, K. Abe, H. Nakamura, T. Kawai, S. Nakamura: Dynamic behavior of slope models with various slope inclinations, *Soils and Foundations*, Vol.55, No.1, pp.127-142, 2015.

Table.1 Material Parameters (SPH model)

Layer	Density (kg/m^3)	Elastic modulus (kN/m^2)	Poisson's ratio	Cohesion (kN/m^2)	Friction angle (deg.)	Tensile Strength (kN/m^2)
Surface (mat. 1)	3000	8.200×10^4	0.330	107.4 (34.4)	0.0 (28.4)	26.85 (14.43)
Weak (mat. 2)	1767	5.637×10^4	0.214	2.9 (1.7)	39.5 (36.3)	2.460 (0.407)
Bedrock (mat. 3)	1890	1.000×10^5	0.267	280.5 (5.4)	57.3 (53.4)	—

※Peak state (Residual state)

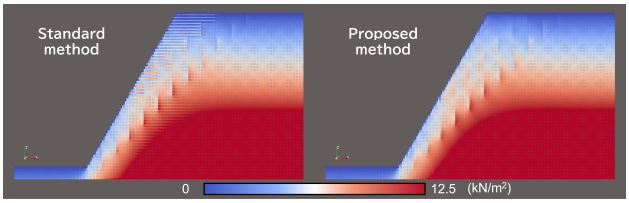


Fig.2 Comparison of Dead Weigh Analysis Results between Standard and Proposed Methods

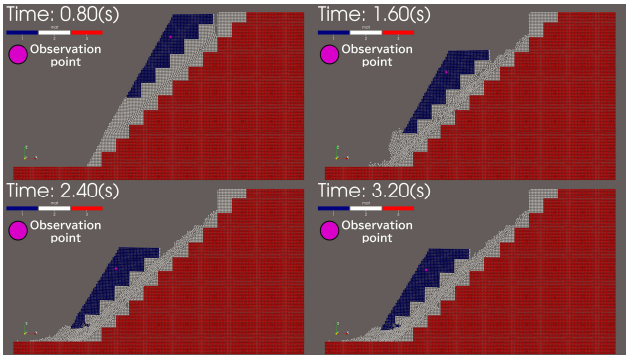


Fig.3 Snapshot of Slope Failure Analysis Result

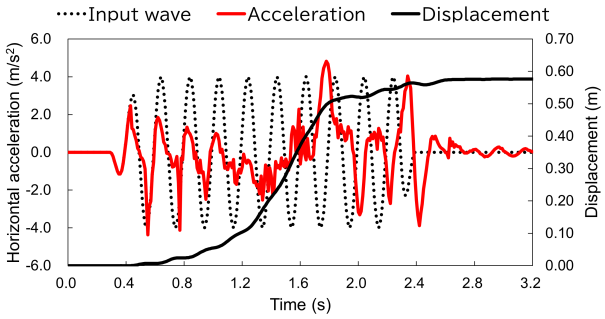


Fig.4 Time History of Displacement and Horizontal Acceleration Response at the Observation Point

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３次元 MPM-VOF の浸透破壊解析への適用性（シンポジウム講演概要）
Applicability of three-dimensional MPM-VOF method for seepage failure analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

生頼　直樹（中電技術コンサルタント株式会社，京都大学・工）
橋本　涼太（京都大学・工）
Naoki ORAI, Chuden Engineering Consultants and Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
E-mail: orai@cecnet.co.jp

As a result of case study analysis of the 2011 Great East Japan Earthquake, it was shown that tsunami resistance of breakwater is effective in mitigating tsunami-induced damage at coastal area. Therefore, it is preferable to assess continuous deformation process from earthquake to tsunami for examination of tsunami countermeasure. Although computational methods which are capable to simulate three-dimensional flow field is essential for tsunami resistance evaluation, practical method was not available. As a potential solution, MPM-VOF has been proposed. However, previous studies have been limited to two-dimensional analyses, which poses a significant limitation for evaluating tsunami countermeasures where three-dimensional behaviors are predominant. In this study, two-dimensional MPM-VOF were expanded to three-dimensional MPM-VOF to address the issue. In following section, implementation of MPM-VOF method and example of calculation are presented.

１．はじめに

2011 年東日本大震災では，地震（特に液状化）および津波に対する防波堤の変形挙動の差異により，沿岸域の津波被害に差異が生じることが示された [1]．津波防災対策の検討においては地震～津波に至る変形挙動を一連で評価することが望ましいが，実用的な解析手法は確立されていない．

液状化や津波による洗掘に起因した地盤の大変形を表現しうる解析手法として，粒子と格子を併用した連続体の数値解析手法の一種である Material Point Method[2]（MPM）がある．MPM は当初，固体の大変形解析手法として提案されたが，その後，地盤を含む多孔質体の浸透－変形連成場でのボイリング解析[例えば 3]や河川堤防の越流侵食解析へと拡張されている．さらに近年では，河川堤防の決壊や土石流等への MPM の適用を目的として，界面追跡型数値流体解析法のひとつである Volume of Fluid（VOF）法と MPM とを弱連成させた 2 次元 MPM-VOF が著者の一人により提案された．MPM-VOF では，土骨格の運動を MPM，気液相の流体場を VOF 法により解析し，両者の計算結果を交互に弱連成することで，土骨格の変位場と気液相の流体場を解くことに成功している．したがって，MPM-VOF は，地震発生から津波に至る防波堤の一連の変形挙動を統合的に評価可能な解析手法としての可能性を有している．

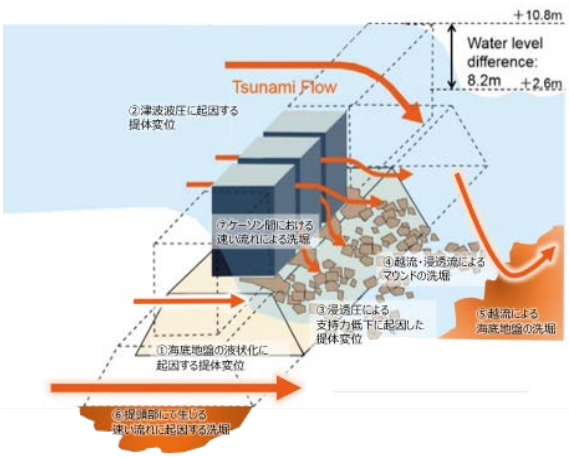


Fig. 1 Effect of flow field due to tsunami for ground [modified on 4)]

ただし，被災要因の分析結果を参照すると，3 次元流体場（例えば越流，目地部ジェット流，堤頭部の回折流れ）に起因する洗掘が被災の主要な要因であった [5]ことから，防波堤の耐津波性能の評価においては 3 次元流体場の解析が不可欠である．Fig.1 に防波堤周辺における 3 次元流体場の例を示す．しかしながら，既往の MPM-VOF での解析は 2 次元に限定されており，解析次元の観点からは，防波堤の耐津波性能を評価する手法として十分とはいえない．

そこで本研究では，3 次元流体場とそれに伴う地盤の安定性を評価することを目的として，既往の 2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．なお本稿では，津波越流の前段階である，港内外水位差に伴う浸透破壊解析への 3 次元 MPM-VOF の適用性について評価した．

以降にて MPM-VOF の手法，解析例を示す．

２．手法

2.1 飽和多孔質体の運動方程式

本研究で流体解析に用いる VOF 法では気液相両方を扱うが，地盤は飽和状態を仮定する．地盤を土粒子（固相）と間隙水（液相）からなる飽和多孔質体とみなしたとき，その運動方程式は式(1)のように表せる．

$$(1-n)\rho_S \ddot{\boldsymbol{u}}_S + n\rho_F \ddot{\boldsymbol{u}}_F = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}' - \nabla\cdot p_F\boldsymbol{I} + (1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}} + n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \qquad (1)$$

ここで変数上のドットは時間微分，バーは既知量を表し，下付き添え字の S は固相，F は気液相に関する変数であることを意味する．nは間隙率，$\boldsymbol{u}$ は変位ベクトル，ρは密度，$\boldsymbol{\sigma}'$は固相の有効応力テンソル（引張が正），p_L は液相の圧力，$\boldsymbol{I}$ は 2 階の単位テンソル，$\boldsymbol{b}$ は物体力ベクトルである．

2.2 気液相の運動方程式

本研究では格子法に基づく VOF 法により気液相の運動を解析する．液相の分布を計算格子の各セルに与える VOF 値 F で表し，流体の密度を$\rho_F = F\rho_L + (1-F)\rho_G$，粘性係数を$\mu_F = F\mu_L + (1-F)\mu_G$ で表し（ここで，下付き添え字 G は気相の変数を表す），単一の（Darcy）流速場 $\boldsymbol{v}'_F$ および圧力場 p_F で記述された Darcy-Brinkman 型の運動方程式（式(2)）と，連続式を支配方程式とする．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F'=-\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}}-\frac{1}{\rho_F}\boldsymbol{R} \quad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{R}$ は固相から受ける抗力ベクトルであり，本研究では Darcy 則を浸透破壊問題で想定される高レイノルズ数に拡張した式(3)に基づく相互作用力ベクトルを用いた．

$$\boldsymbol{R}=n\left\{\frac{\mu}{\rho_F\kappa}+\frac{\tilde{F}}{\sqrt{\kappa}}|\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s|\right\}(\boldsymbol{v}'_F-n\boldsymbol{v}_s) \quad (3)$$

ここで，κ は Kozeny-Carman 式を用いて間隙率より定まる固有透水係数，$\tilde{F}$は代表粒径を主な変数として定まる係数である．

式(2)は自由流体領域（$n=1$，$\kappa\to\infty$）では Navier-Stokes 方程式，多孔質体領域（$0<n<1$）で κ と流速が十分に小さい場合は Darcy 則に漸近する形式となっており，非圧縮粘性流体の多孔質体領域と流体領域を連続的に記述できる．

2.3 界面の移流方程式

界面を表現する VOF 値（$0\leqq F\leqq 1$）は，流体（気液相）の流速場の時間発展を計算した後，F 値の移流量を計算することで，界面の時間発展を追跡する．界面の移流方程式は式(4)のように表せる．

$$\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla F=0 \quad (4)$$

2.4 計算方法

本研究では，土骨格の運動方程式は MPM により，気液相の運動方程式および連続式は VOF 法によりそれぞれ解く分離型解法を採用した．両手法の計算を交互に実行し，計算結果を相互に入力として与えることで，土骨格の変位場，流体の速度場・圧力場の時間発展を解析する．

MPM は，ラグランジュ的な粒子とオイラー的な背景計算格子を組み合わせたハイブリッド手法である．本手法では，連続体を有限個の物質点（粒子）で離散化し，各粒子が局所的な質量，速度，応力などの物理量を保持する．さらに，全粒子を覆う背景計算格子を設け，各粒子を格子のセル間をまたいで移動可能な積分点として，式(1)の弱形式を格子上で解く．なお，今回粒子は固相の変数のみを輸送し，式(1)の液相に関する変数には VOF 法で計算されたセル値を使用する．

VOF 法については，空間離散化に有限差分法を使用し，流速と圧力の計算はフラクショナル・ステップ法で半陰的に行う．式(3)の移流項には有理関数 CIP 法，粘性項と圧力勾配項には中心差分を使用し，VOF 値の移流は，界面の再構築法に WLIC 法 [6]を採用したドナー・アクセプター法で代数的に計算する．

2.5 計算手順

時間増分ごとの各ステップではまず，MPM の粒子の配置に基づき，間隙率の空間分布を計算する．この分布を VOF 法への入力とし，速度場および圧力場を分離して解くフラクショナル・ステップ法にて移流項，粘性項，重力項，抗力項の順に計算した後，連続式を満足するよう圧力のポアソン方程式を解き，圧力勾配項を計算する．最後に，得られた流速場から VOF 値の移流計算を行う．そして，得られた流速や圧力，VOF 値の分布を使いながら，MPM で土骨格の変形を解く，というのが 1 ステップの流れである．

以上の手順を所定のステップ数に亘り繰り返す．

3．解析例

浸透破壊解析に対する本解析手法の適用性を評価するため，検証解析として U 型水槽におけるボイリング問題の解析を実施した．Fig.2 にモデル図を示す．セルは 0.01m の等方格子とし，通水幅は 10 セル，奥行は 1 セルとし，中央部に幅 4 セルの不透水領域を設けた．左側水槽に MPM 粒子を配置し，間隙率 0.4，乾燥密度 1.62 g/cm^3，ヤング率 1.0 $\times10^4$ kPa，内部摩擦角 30°，粘着力 0 kPa，Kozeny-Carman 式に与える代表粒径 2 mm とした．固相の境界条件について，下端部節点は完全固定，側壁部節点は鉛直ローラーとした。気液相は水槽の初期水位より上方の左側側壁は流出境界としたうえで，右側水槽へ徐々に注水して水頭差を拡大させ，ボイリングを誘発した．

Fig.3 にボイリング発生直後の様子を示す．限界水頭差の理論値 2.02m に対し，本計算での限界水頭差は 2.0m と概ね一致したことから，本計算は妥当であることを確認した．

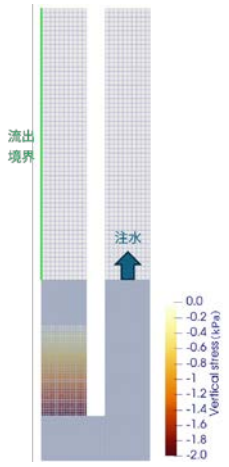


Fig. 2 Model setup

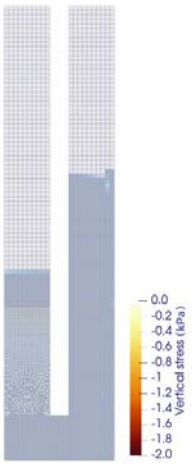


Fig. 3 Result

4．おわりに

本研究では，防波堤の地震から津波に至る耐津波性能を一連で評価する手法の構築を目的とし，2 次元 MPM-VOF を 3 次元 MPM-VOF へと拡張した．今後本手法の適用可能範囲を津波越流，洗堀問題へと拡張し，津波防災対策の高度化への貢献を目指す．

参考文献

1) 国土交通省　港湾局：防波堤の耐津波設計ガイドライン，2013.
2) Sulsky, D.ほか: A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 118, No. 1-2, pp. 179-196, 1994.
3) 上園浩志・橋本涼太：飽和地盤の浸透破壊問題のための MPM-FDM 連成解析, 地盤工学ジャーナル, Vol.19, No.1，pp. 57-68，2024.
4) Kazama, M.ほか: The geotechnical issues of the damage caused by the great east Japan disaster and reconstruction for the Tohoku region, The 15th Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 2, Issue 32, 2015.
5) 有川太郎ほか：釜石湾港防波堤の津波による被災メカニズムの検討-水特性を中心とした第一報-，港湾空港技術研究所資料，No.1251，2012.
6) Yokoi, K.: Efficient implementation of TINC scheme: A simple and practical smoothed VOF algorithm, Journal of Computational Physics, Vol. 226, Issue 2, 2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (2)

座長:堀口 俊行(防衛大学校)

10:35 ~ 10:50

[13006] 下負荷面モデルを導入したRBSMによる金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*山田 滉一郎[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

10:50 ~ 11:05

[13007] 摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる3次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

*下方 淳[1]、橋本 涼太[2] (1. 大成建設、2. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[13008] FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、前田 健一[3]、内藤 直人[5]、中村 拓郎[4]、牛渡 裕二[2]、*柴田 蓮[1] (1. 室蘭工業大学、2. 構研エンジニアリング、3. 名古屋工業大学、4. 土木研究所寒地土木研究所、5. 豊橋技術科学大学)

11:20 ~ 11:35

[13009] U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究 （シンポジウム講演概要）

*大森 大夢[1]、小関 良佑[1]、松村 邦仁[1] (1. 茨城大学)

11:35 ~ 11:50

[13010] 不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

*西村 真衣[1]、橋本 涼太[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

下負荷面モデルを導入した RBSM による 金属六角棒の積層要素試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis of the Stacked Element Test for Hexagonal Metal Bars Using RBSM with a Subloading Surface Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　滉一郎（法政大院・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Koichiro YAMADA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: koichiro.yamada.6x@stu.hosei.ac.jp

To establish a seismic resistance evaluation method for discontinuous rock mass, experimental and numerical studies using stacked models of hexagonal bars have been conducted. Previous research has identified challenges in setting constitutive models, with a tendency to overestimate initial stiffness. In this study, a subloading surface model, which enables a smooth representation of elastoplastic transitions, was introduced into the RBSM considering geometric nonlinearity to reproduce element tests. The results demonstrated that the stiff degradation behavior observed after loading in the experiments can be accurately reproduced.

1. はじめに

長大橋や原子力発電所等の重要構造物は，構造物そのものの耐震性は当然のことながら，基礎岩盤や隣接斜面においても耐震性評価を実施することが不可欠である．近年，重要構造物周辺の不連続性岩盤斜面を対象とした地震時安定性評価が進められており，すべり破壊に限らず転倒や崩落などの複数の崩壊モードを想定した検討が注目されているが，それらを統一的に評価できる手法は十分に確立されていない．そこで，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG では，不連続性岩盤の地震時挙動を解明するため，金属六角棒を積み上げた斜面模型の加振実験と数値解析を実施してきた [1]．

著者らは WG の一環として，金属六角棒の室内要素試験および積層斜面模型の動的挙動について，剛体バネモデル（RBSM）を用いて評価を実施してきた [2]．その結果，要素レベルから材料パラメータを再同定することにより，斜面模型の崩壊モード等を概ね再現できたが，要素試験の定量的な再現に課題を残す結果となった．特に，拘束圧の変化に伴う初期弾性係数の不連続性の再現について，新たな構成モデルの開発が必要であることが示唆された．

前述の課題を解決できる構成モデルとして下負荷面モデルが挙げられる．下負荷面モデルとは，Hashiguchi[3]により提案された非線形の材料モデルであり，降伏関数に新たな変数である正規降伏比Rを導入するだけで弾性域から塑性域への滑らかな遷移を表現することが可能となる．そこで本研究では，上記問題の解明のための基礎検討として，幾何学的非線形性を考慮した RBSM に下負荷面モデルを導入し，金属六角棒の室内要素試験の再現を試みた．

2. 解析手法の概要

(1) 幾何学的非線形性を考慮した RBSM

RBSM とは，Fig.1 に示すように，対象を剛体要素と，それらをつなぐ複数個のバネの集合体としてモデル化する手法である．要素間に分布するバネに非線形構成モデルを導入することで，ひび割れ，すべり等の不連続挙動を簡便に表現することができる．本研究では，RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目して新たに開発した，幾何学的非線形性を考慮した手法を用いた [4]．

(2) 本研究で使用する下負荷面モデルの概要

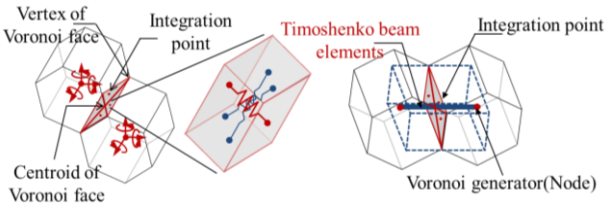


Fig. 1 RBSM overview

本研究では，バネに導入する構成モデルとして，陰的応力更新法を用いた弾塑性構成則の考え方を適用し，下負荷面モデルを導入して新たに開発した RBSM の構成モデル（以下，提案モデル）を用いて検討解析を実施した．ここでは，新たに開発した提案モデルについて説明する．

前節で示したように，RBSM では，各バネの応力およびひずみは次式のように 3 成分のベクトルで表現することができる．

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma, \tau_1, \tau_2)^T \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon, \gamma_1, \gamma_2)^T \tag{2}$$

ここで，σおよびεは，垂直バネの応力およびひずみであり，τ_1, τ_2およびγ_1, γ_2は，それぞれ 2 つのせん断バネの応力およびひずみである．バネの応力$\boldsymbol{\sigma}$およびバネのひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$は，以下の弾性構成則が成り立つとする．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{C}$は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}_p$はバネのひずみの塑性ひずみ成分である．次に，本研究で用いる降伏関数Φは Drucker-Prager 型の弾塑性構成則に基づいており，以下のように定義する．

$$\Phi(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + \eta(\bar{\varepsilon}_p) \cdot \sigma - c \tag{4}$$

ここで，$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$，$\bar{\varepsilon}_p$は相当塑性ひずみ，$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は硬化関数である．ここで，降伏関数$\Phi$に正規降伏比$R$を導入することで，下負荷面モデルを前提とする降伏関数Φ_{sub}を再定義する．

$$\Phi_{sub}(\bar{\tau}, \sigma, \bar{\varepsilon}_p) = \bar{\tau} + R(\eta(\bar{\varepsilon}^p) \cdot \sigma - c) \tag{5}$$

正規降伏比については，正規降伏比Rを用いた関数$U(R)$による発展則によって規定できる．

$$\dot{R} = \dot{\gamma} U(R) \tag{6}$$

$$U(R) = u \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{\langle R - R_e \rangle}{1 - R_e}\right) \tag{7}$$

ここで，$\langle x \rangle$は Macaulay の括弧である．（$\langle x \rangle = \max(x, 0)$）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，R_eは弾性限，uは正規降伏面への接近速度を規定する下負荷面パラメータである．

硬化関数$\eta(\bar{\varepsilon}_p)$は，等方線形硬化に基づいており，以下のように表すことができる．

$$\eta(\bar{\varepsilon}_p) = \tan\varphi + \kappa\bar{\varepsilon}_p \tag{8}$$

累積塑性ひずみについては，以下のように塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いた発展則によって与えられる．

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \tag{9}$$

ここで，$\dot{\varepsilon}^p$は塑性ひずみ速度である．流れ則は，非関連流れ則に従うものとし，塑性乗数$\dot{\gamma}$を用いて，以下のように表すことができる．

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{10}$$

$$\Psi(\bar{\tau},\sigma) = \bar{\tau} + \bar{\eta}\cdot\sigma \tag{11}$$

ここで，$\bar{\eta} = \tan\psi$であり，ψはダイラタンシー角である．提案モデルでは，上記の(1)～(11)式について，井口ら[5]が提案しているリターンマッピング法を用いて，陰的に応力積分を実行した．

3. 岩盤を模擬した金属六角棒要素試験の再現解析

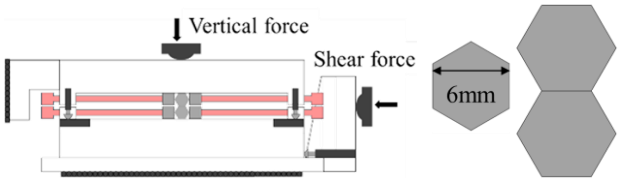
Fig. 2に既往の金属六角棒の室内要素試験の概要および解析モデルを示す．対辺6mmの六角棒要素を上下2段で配置し，所定の垂直応力になるように荷重制御で載荷後，垂直応力を一定としながら変位制御でせん断力を載荷した．垂直応力は，実験と同様に，σ_n=0.05，0.1および0.4MPaの3ケースで解析を実施した．試験方法の詳細は参考文献[1]を参照されたい．

Fig. 3 に解析により得られたせん断応力―せん断変位関係を示す．ここで，図中の Exp.は実験結果，DP は下負荷面を導入していないモデル（以下，従来モデル），sub は提案モデルを示している．(a)より，提案モデルでは，従来モデルでは再現することができなかった，実験で観測されている，初期の弾性係数の不連続性を再現可能であることが確認できる．また，(b)より，従来モデルでは，直線的な弾性挙動を示すことから，降伏までの剛性を過大に評価しているが，提案モデルでは，載荷直後から生じる剛性の低下を精度よく再現できており，実験と比較的近い挙動を示していることが確認できる．

一方で，高拘束圧下における弾性域の範囲や，低拘束圧下における最大応力の再現には課題を残す結果となった．理由として，線形の降伏関数であることや，弾性限R_eを一定として使用していることが挙げられる．実験の応答を再現するためには，非線形の降伏関数を適用し，かつ，下負荷面モデルにおける弾性限R_eに拘束圧依存性を導入する必要があると考えられ，今後検討する予定である．

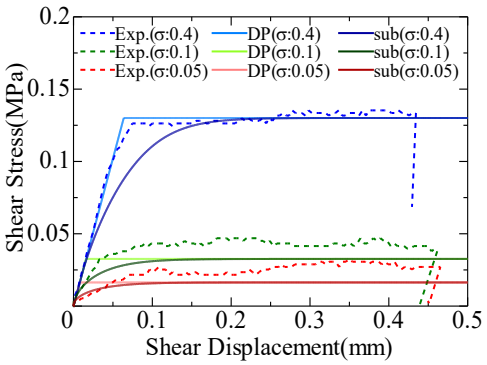
4. おわりに

本研究では，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会斜面耐震 WG で実施された金属六角棒の積層模型の要素試験の検討解析の実施，および最終的には不連続性岩盤を対象とした数値解析手法の確立を目的として，下負荷面モデルを導入した拡張 RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析を実施した．検討の結果，下負荷面を導入した提案モデルでは，実験において観測された載荷直後の剛性の低下を再現でき，従来モデルの課題であった初期剛性の過大評価を改善できることを示した．今後は，非線形の降伏関数の適用や弾性限R_eへの拘束圧依存性の導入を実施し，更なる検討を進める予定である．

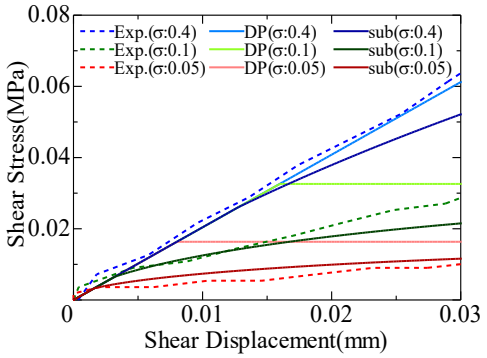


(a) Test overview (b) Analysis model

Fig. 2 Analysis overview



(a) Shear stress-displacement



(b) Comparison of initial stiffness

Fig. 3 Analysis results

謝辞：本研究を遂行するにあたり，土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学委員会に関する研究小委員会斜面耐震 WG の皆様には，多大なご協力を賜った．ここに記して感謝の意を示す．

参考文献

1) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 3 フェーズ研究成果報告書，2022.
2) 山田滉一郎，木村管杜，山本佳士：拡張 RBSM による不連続性岩盤を模擬した斜面模型の動的崩壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.82，No.15，2026.
3) Hashiguchi, K.: Constitutive Equations of Elastoplastic Materials with Elastic-Plastic Transition, Journal of Applied Mechanics (ASME), Vol.47, pp.266-272, 1980.
4) 菊池綾嶺，中村亙，山本佳士：接触挙動を考慮した RBSM によるコンクリート構造のひび割れ進展・倒壊シミュレーション，土木学会論文集，Vol.80，No.15，2024.
5) 井口拓哉，福田達也，山川優樹，池田清宏，橋口公一：弾性予測子／リターンマッピングによる拡張下負荷面モデルの応力計算における負荷判定法の改良，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.73，No.2，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムによる 3 次元不連続変形法の高精度化（シンポジウム講演概要）

Improvement of 3D discontinuous deformation analysis incorporating an implicit integration algorithm of friction law (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

下方　淳（大成建設）　　橋本　涼太（京都大・工）*
Atsushi SHIMOKATA, Taisei Corporation
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
*E-mail: hashimoto.ryota.6e@kyoto-u.ac.jp

Estimation of seismic behavior of rock slopes adjacent to an important infrastructure has attracted increasing attention, and Discontinuous Deformation Analysis (DDA) is a promising approach because it can represent block interactions and post-failure motion. However, conventional DDA is sensitive to contact penalty parameters, and accurate prediction of sliding becomes difficult. In this study, to improve accuracy and reduce dependence on parameter tuning, a fully implicit three-dimensional DDA is developed by introducing a return-mapping-based implicit friction update combined with Newton–Raphson iteration. The proposed method is validated through direct shear, dynamic sliding, and slope-sliding benchmarks, confirming stable satisfaction of frictional strength and good agreement with theoretical solutions.

１．はじめに

従来，岩盤斜面の地震時安定性は，有限要素法による等価線形解析で得られた応力状態から算出した安全率に基づく崩壊の有無を判定している [1]しかし，この方法は入力地震動の増大に伴い，過大に安全で不経済な設計となり得る．また，近年では崩壊後の岩塊が構造物に衝突する危険性を考慮し，斜面の残留変位や崩壊した岩塊の動的挙動を評価することが求められている [2]．

本研究ではこれらを考慮することの出来る不連続解析手法のひとつである，不連続変形法（Discontinuous Deformation Analysis：DDA）[3]に着目した．DDA では接触をペナルティ法で処理しているが，適切なペナルティ係数の設定が難しいという課題がある．先行研究では不連続面に作用するせん断力の更新方法に着目し，従来手法では摩擦強度に対してせん断力の超過が生じることを指摘し(Fig. 1)，そのような超過が生じないように摩擦構成則の陰的積分アルゴリズム導入し高精度化に成功した [4]．

そこで本研究では同様の考え方を実問題への適用にあたって欠かせない 3 次元に拡張し，摩擦構成則の陰的積分アルゴリズムを導入した 3 次元完全陰的 DDA を提案する．例題解析を実施し，提案手法の妥当性と適用性を評価した．

２．摩擦構成則の陰的積分を導入した 3 次元不連続変形法

提案手法ではせん断力の超過を防ぐリターン・マッピングを導入するとともに，このアルゴリズムで生じる残差による解消のため非線形方程式の解法として Newton-Raphson 法による収束計算を導入した．その際，反復過程での残差の二次収束性を保証するため，Newton-Raphson 法に整合するよう方程式を未知数である変位に関して線形化する必要がある．今，系の時刻mの状態が既知で，$m+1$での状態を求めるとして，変位$\boldsymbol{u}$に関する線形化方程式を仮想仕事の原理から以下のように求められる．

$$\sum_{i=1}^{n} {}^{m}G_i^{\mathrm{ext,int}} + {}^{m}G_{jk}^{c} + \sum_{i=1}^{n} \Delta G_i^{\mathrm{ext,int}} + \Delta G_{jk}^{c} = 0 \quad (1)$$

上式を解くことで挙動を計算している．$G_i^{\mathrm{ext,int}}$はブロックiの内力と外力による仮想仕事，G_{jk}^{c}はブロックjとkの接触力による仮想仕事を表す．このとき接触力による仮想仕事の線形化ΔG_{jk}^{c}は次式で計算される．

$$\Delta G_{jk}^{c} = \int_{\Gamma_{jk}} \Delta t_N \delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} t_N \Delta\delta g_N \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \Delta \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_{jk}} \boldsymbol{t}_S \cdot \delta \boldsymbol{g}_S \mathrm{d}\Gamma \quad (2)$$

ただし，t_N: 接触力の法線成分，$\boldsymbol{t}_S$: 接触力の接線成分ベクトル，g_N: 負の法線ギャップ，$\boldsymbol{g}_S$: せん断変位ベクトルである．2 次元では接触力の接線成分，せん断変位はスカラー量となり，仮想仕事の線形化項はすべてスカラーの積で表されるのに対し，3 次元ではせん断方向の仮想仕事の線形化項は力と変位の内積で表される．その結果，滑動状態では接線方向の力に貫入量とせん断変位の単位ベクトルの積が現れるため，せん断方向が変化することに関する 3 次元解析特有の線形化項が生じる．また，右辺第 2，4 項は従来の 3 次元 DDA では考慮されていない項である．

線形化方程式から剛性方程式を導出するための空間離散化は，従来の DDA と同様に物体形状を多面体ブロックにした上で，応力・ひずみが均一であると仮定し，重心の変位，回転量，ひずみ成分を変位変数として内部の変位場を近似する．また，接触処理はせん断変位量の簡素化のため，従来では考慮されている辺－辺接触処理をせず，任意の面を三角形分割した面と頂点との組み合わせで点－面接触処理を行う．

３．提案手法の妥当性検証解析

提案手法の妥当性を確認するため，一面せん断解析，動的滑り解析，斜面すべり解析の 3 例題を実施し，摩擦強度の満足性，動的応答の再現性，並びに滑動方向変化を伴う 3 次元滑りへの適用性を検証した．

(1)　一面せん断解析

摩擦強度を精緻に表現できているかを確認するために底面 2 m×2 m, 高さ 0.5 m, 単位体積重量 28.0 kN/m^3, 静止摩擦角 40°, の直方体ブロックを対象に一面せん断解析を実施した．接触ペナルティ係数を 100 MN/m とし，強制変位 1 mm を変位分割ステップ数 20, 40, 200 に分けて 3 ケースを設定した．その結果，Fig. 2 に示すように，摩擦強度（46.98 kN）を超えるせん断力が生じず，摩擦強度が安定的に満足されることを確認した．

(2)　2 ブロック系の振動解析

動的な滑り挙動の再現精度に対する，解析パラメータで

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ある接触ペナルティ係数や時間刻みによる影響を確認するため，2 つの直方体ブロックからなる系(Fig. 3)を対象に，下段ブロックへ水平方向に正弦波形の強制変位を与え，上段ブロックの変位応答を理論解と比較した．接触ペナルティ係数は 1.0×10^4, $\times10^5$, $\times10^6$, $\times10^7$ kN/m の 4 ケースとした．時間刻みの細かい 0.001 s のとき，従来手法では条件によって発散や理論解からの乖離が生じたのに対し，提案手法では全ケースで理論解を精度よく再現した(Fig. 4)．また，時間刻みを 0.01 s と粗くした場合についても，提案手法では理論解を高精度に表現できた(Fig. 5)．以上より，提案手法は従来手法と比べて，ペナルティ係数や時間刻みが解析結果や計算の安定性に与える影響を軽減し，不連続面の動的摩擦挙動を高精度に表現可能である．

(3) 斜面滑り解析

滑動方向が変化する挙動に対する適用性を検証するため，3 次元の斜面上の滑り解析を実施した．対象は傾斜 30° の斜面上に直方体ブロックを設置したもので(Fig. 6)，直方体ブロックに水平方向の初速 0.5 m/s を与えたときの変位応答を計算した．斜面上の変位の時間変化を理論解と比較したところ，接触ペナルティ係数に依らず理論解を精度よく計算できた(Fig. 7)．提案手法は 3 次元滑り挙動を高精度に表現可能である．

4．まとめ

3 次元 DDA の高精度化を目的に，摩擦構成則のリターン･マッピングと Newton-Raphson 法を導入した提案手法では，3 つの例題解析を通して摩擦強度を精緻に表現していること，ブロック間の滑り変位の解析精度とパラメータ設定のロバスト性の向上，せん断方向の変化を伴う 3 次元斜面上の滑り挙動に対する適用性を確認した．

参考文献

1) 日本電気協会 原子力企画委員会：原子力発電所耐震設計基準指針，2016.
2) 土木学会 原子力土木委員会 地震安定性評価小委員会：原子力発電所の基礎地盤及び周辺斜面の安定性評価技術＜技術資料＞「2020 年度版」 原子力土木シリーズ 4，公益社団法人 土木学会，2021.
3) Shi, G. H. and Goodman, R. E.: Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, International Journal of Numerical and Analytical Method in Geomechanics, Vol. 13, pp. 359-380, 1989.
4) Hashimoto, R. *et al.*: Improvement of discontinuous deformation analysis incorporating implicit updating scheme of friction and joint strength degradation, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 54, pp. 4329-4263, 2021.
5) Wu, W. *et al.*: Improved friction force calculation with an augmented open-close iteration formulation in discontinuous deformation analysis, Computers and Geotechnics, Vol. 130, p. 103932, 2021.

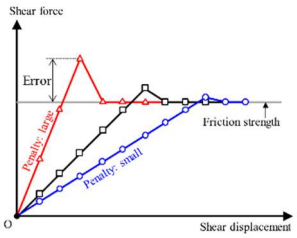


Fig. 1 Update of the friction force in the original DDA[4)]

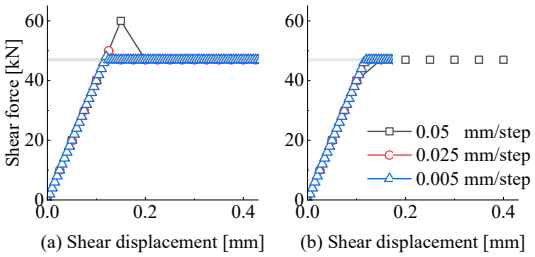


Fig. 2 Shear stress-displacement relation
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

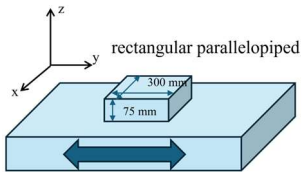


Fig. 3 Two-block vibration model

Fig. 4 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.001$ s
(a) conventional DDA, (b) proposed DDA

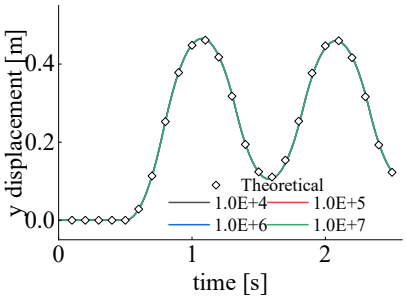


Fig. 5 Sliding displacement in case $\Delta t = 0.01$ s

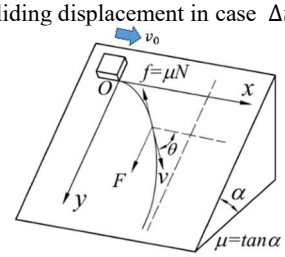


Fig. 6 Configuration of the 3D slide test [5)]

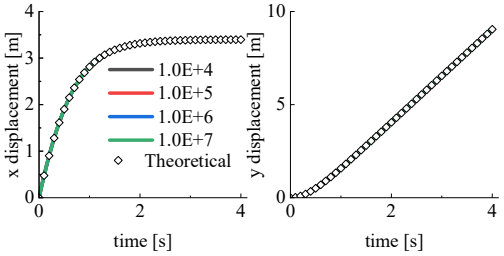


Fig.7 Displacement of blocks on slope

FEM による実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on impact resistance behavior of full-scale rockfall-protection soil embankment using the Finite Element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

瓦井　智貴（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　岸　徳光（室工大・理工）　前田　健一（名工大・工）
内藤　直人（豊橋技術科大・工）　中村　拓郎（寒地土研）　牛渡　裕二（構研エンジ）　柴田　蓮（室工大）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Kenichi MAEDA, Nagoya Institute of Technology
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
Takuro Nakamura, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Kentaro Suzuki, Koken Engineering
Ren SHIBATA, Muroran Institute of Technology
E-mail: kawarai@muroran-it.ac.jp

In this study, in order to investigate impact resistance behavior on a full-scale rockfall protection embankment, a three-dimensional elasto-plastic impact response analyses were carried out varying the energy, impact angle, and rotational component of the weight. From this study, the performance of a full-scale rockfall protection embankment in capturing falling rocks was confirmed.

１．はじめに

落石災害から道路交通網を守る落石防護工の 1 つである落石防護土堤は，現地発生土も利用可能である最も低コストな対策施設である．しかしながら，その耐衝撃挙動については十分に明らかにされておらず，耐衝撃設計法も確立されていないのが現状である．以上より，落石防護土堤の性能設計法の確立を最終目的として，本研究では落石防護土堤の耐衝撃挙動を把握するために，実規模落石防護土堤を対象に，有限要素法を用いた三次元弾塑性衝撃応答解析を実施した．ここでは，実規模衝突実験結果 [1]を基に，その耐衝撃挙動を適切に再現可能な数値解析モデルの構築を試みた．その後，重錘のかけ上がり挙動への影響要因の確認を目的に，法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比などを変化させてパラメトリック解析を実施した．

２．実験概要

Table 1 には本研究で対象とした実験 [1] のケース一覧を示している．実験ケース名に関して，第一項目は重錘の衝突位置（A, B, C）を，第二項目の M に付随する数値は重錘質量（t）を，第三項目は同ケースを実施した回数を表している．実験では，いずれのケースにおいても重錘が土堤の非衝突面側の法肩を越え，重錘が土堤を通過した．

Fig.1 には試験体図を，Fig.2 には実験状況を示している．本実験で対象とした土堤は一般的に製作されている形状を参考に，法勾配は 1:1.2，高さは 2 m，土堤延長方向を 18 m とした．正面図には全 5 ケースの重錘の衝突箇所を示している．なお，土堤材料には実験場周辺で採取可能な現地発生土である細粒分まじり砂質礫を使用した．また，実験は EOTA 型重錘を斜面勾配 50◦, 最大高さ 30 m から自由回転落下させ土堤に衝突させている．

Table 1 Test cases.

No.	Cases	Impact position	Mass of the weight M (t)	Drop height the weight H (m)	Drop-weight capture	
					Exp.	Ana.
1	A-M2.5-1	A	2.5	30	Passed through	
2	A-M2.5-2	A	2.5	30		
3	B-M1.9-1	B	1.9	25		
4	B-M1.9-2	B	1.9	22		
5	C-M1.9-1	C	1.9	22		

３．再現解析概要と結果

Fig.3 には本数値解析で用いた解析モデルを示している．

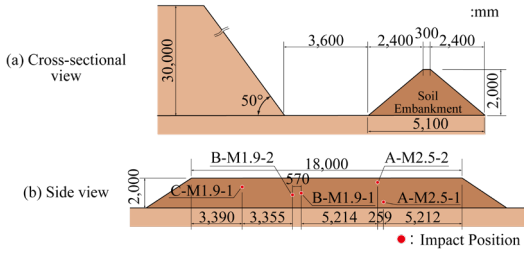


Fig. 1 Configuration of specimen.

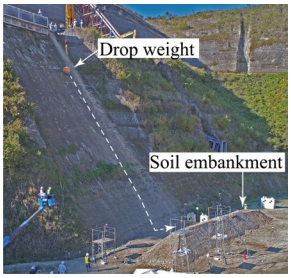


Fig. 2 Test situation.

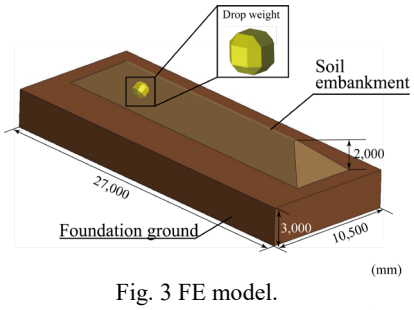


Fig. 3 FE model.

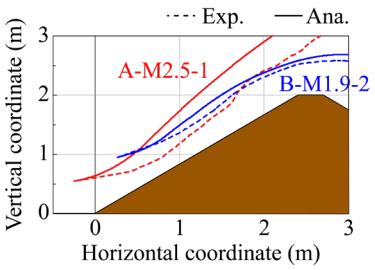


Fig. 4 Comparison of drop-weight path.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

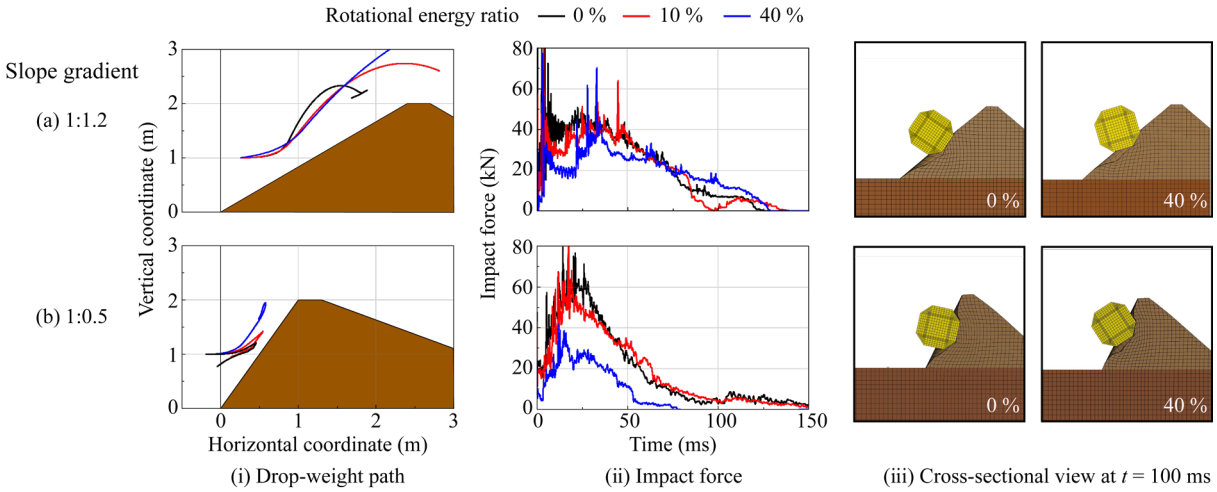


Fig. 6 Effects of rotational energy ratio and slope gradient.

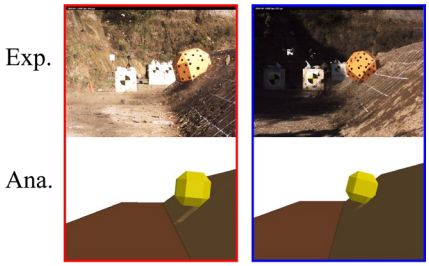


Fig. 5 Comparison of drop-weight impact behavior.

Table 2 Numerical analysis parameters.

Parameter	Values
Slope gradient	1:1.2, 1:0.5
Input energy (kJ)	100, 200, 300
Rotational energy ratio (%)	0, 10, 40
Impact angle (°)	0, 10, 20
Total number of cases	81

ここでは，土堤および基礎地盤までをモデル化することとし斜面は省略している．基礎地盤のモデル化の範囲に関しては，既往の研究結果 [1] 等を参考に土堤の耐衝撃挙動への影響が小さいと判断される程度のサイズを設定し，深さは 3 m とした．また，重錘を含む全ての材料に 8 節点固体要素を適用している．境界条件は，基礎地盤底面を完全固定とし，全側面の法線方向変位成分を拘束した．

重錘－土堤間には滑り・剥離を考慮した接触を定義し，予備解析より摩擦係数は 0.3 とした．衝撃荷重は，重錘を土堤に接する形で配置し，実験時における回転成分を含む実測衝突速度を重錘全要素に付加することで作用させた．なお，自重による影響を考慮し，スプリングバック解析を行った後に，衝撃応答解析を実施している．

Fig.4, Fig.5 には，本数値解析結果より得られた重錘軌跡図および重錘衝突後 100 ms 時点の土堤や重錘の状況を，実験結果と比較して示している．なお，一例として，ケース A-M2.5-1 および B-M1.9-2 の 2 ケースについて示した．Fig.4 より，ケース A-M2.5-1 に着目すると，破線で示す実験結果においては土堤にわずかに貫入した後，重錘はかけ上がっている様子が分かる．一方で，数値解析結果を見ると，貫入量に差はあるものの，実験結果と同様に土堤とほぼ平行に移動している様子が分かる．次に，B-M1.9-2 に着目すると，実験結果と数値解析結果は非常によく対応しており，いずれも土堤を乗り越えていることが確認できる．Fig.5 より，100 ms 時点の状況を確認すると，いずれのケースにおいても重錘の位置や土堤の変状が両者で概ね対応していることが分かる．なお，Table 1 に示す 5 ケースの再現解析を実施した結果，実験結果と同様にいずれも重錘の捕捉には至らなかった．

4．パラメトリック解析概要と結果

本節では，前節の数値解析手法を踏襲し，種々のパラメータを変化させたパラメトリック解析を実施した．Table 2 には，検討に用いたパラメータである法勾配や入力エネルギー，回転エネルギー比および衝突角度について，それぞれの値を一覧にして整理している．ここでは，これらを変化させた全 81 ケースの衝撃応答解析を実施した．なお，2.5 t の重錘を使用し，土堤の中央，高さ 1 m の位置に載荷した．また，本稿では一部の結果のみを示す．

Fig.6 には，法勾配を 2 種類に，かつ重錘の回転エネルギー比を 3 種類に変化させた計 6 ケースのパラメトリック解析より得られた重錘軌跡図, 重錘衝撃力および, 100 ms 時点の変形状況を示している．なお, 入力エネルギーは 200 kJ，衝突角度は 0◦ の結果である．(a) 図より，一般的な 1:1.2 勾配の場合を見ると，回転エネルギー比が 10 % 以上になると重錘が通過することが分かる．また，衝撃力を見ると，回転エネルギー比の増大に対応して 25 ~ 50 ms 間で示される平均衝撃力は小さくなる傾向が確認できる．(b) 図より，1:0.5 勾配の場合を見ると，いずれのケースにおいても勾配を急にしたことで重錘のかけ上がり挙動は抑制され、重錘を捕捉していることが分かる．

5．まとめ

1) 本数値解析モデルを用いることによって，実規模落石防護土堤の耐衝撃挙動をほぼ適切に再現可能である．
2) パラメトリック解析より，回転エネルギー比が 40%程度の場合においても 1:0.5 勾配とすることによって重錘を捕捉できる可能性が示唆された．

参考文献

1) 杉山ら：落石捕捉性能把握に向けた実規模落石防護土堤の落体衝突実験，構造工学論文集，Vol. 67A，pp. 864-877，2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

U 字型凍結管周りの土壌の凍結挙動に関する研究
（シンポジウム講演概要）
Study on the Freezing Behavior of Soil Around U-Shaped Freezing Pipes
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

○大森　大夢（茨城大学・工）　小関　良佑（茨城大学・工）　松村　邦仁（茨城大学・工）
Hiromu Omori, Ibaraki University
Ryosuke Koseki, Ibaraki University
Kunihito Matsumura, Ibaraki University
E-mail: 22t1037x@vc.ibaraki.ac.jp

Soil freezing is the phenomenon where frozen soil forms as the pore water contained within the soil freezes. The properties of frozen soil are generally characterized by two main features: high strength and high impermeability. Due to these properties, artificially created frozen soil is sometimes utilized for applications such as frozen soil walls and ground reinforcement.
Building upon past geothermal research conducted in this laboratory, we will advance our investigation into the mechanisms of soil freezing through small-scale, preliminary experiments and analysis, focusing specifically on localized frozen ground phenomena.

１．序論
土壌凍土化とは，土壌内に含まれる間隙水が凍結することによって凍土が形成される現象である．凍土の持つ性質としては，一般的に高い強度と高い遮水性の大きく 2 つが挙げられる．凍土化することによる強度の増強は，温度低下によって土粒子同士をつないでいる間隙氷が強度を増すことで，凍土全体の強度を増強しているためである．また，高い遮水性を持つのは，間隙水の凍結による土壌内の流水経路の閉塞によるものである．これらの凍土の持つ性質から，凍土壁や地盤強化として人工的に凍土を造成させて利用されることがある．

そこで本研究では，当研究室で過去行われていた地中熱の研究を参考にして，局所的な凍土現象を対象に土壌凍土化のメカニズムを小規模で初歩的な実験と解析を通して研究を進めていく．

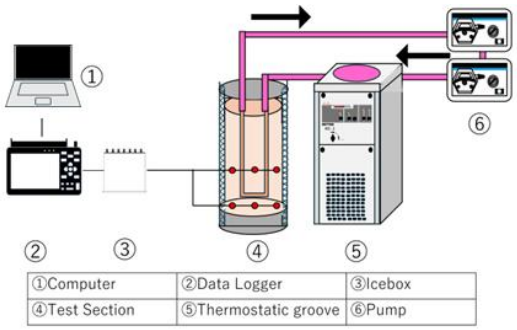
２．実験方法


Fig.1　Laboratory equipment configuration

Table.1　Temperature measurement point

測定点	名称	x[mm]	y[mm]	z[mm]	備考
Ch1	left_y43	45	40	81.75	左管近傍･下部
Ch2	right_y43	128.5	40	81.75	右管近傍･下部
Ch3	center_y43	86.75	40	81.75	中央･下部
Ch4	left_y156	45	153.5	81.75	左管近傍･上部
Ch5	right_y156	128.5	153.5	81.75	右管近傍･上部
Ch6	center_y156	86.75	153.5	81.75	中央･上部

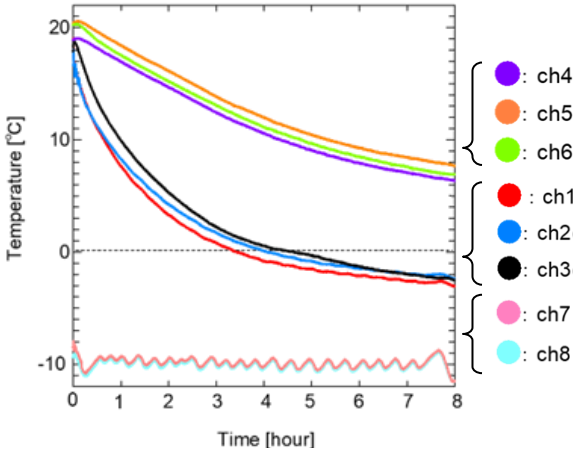
実験で用いる実験装置の概要図と温度測定点を Fig.1，Table.1 に示す．この実験装置はテストセクション，冷却システム，温度測定システムの 3 つのセクションから構成されている．テストセクションには供試体を充填させた円筒容器内に U 字型凍結管を設置し，冷却システムから供給される冷媒により凍結管の冷却を行う．温度測定システムには，供試体内部に埋設したk型熱電対とデータロガーから構成され，凍結過程における温度分布の時間変化を計測する．

３．実験結果
３.1.　温度変化
Fig.2 にブライン温度を-10℃として体積含水比を 0%（乾燥土壌），10%，20%の 3 つの条件で供試体の温度変化のグラフを示す．

どの条件での実験でも統一して言える傾向として， U 字管周り上部を計測した ch1，ch2，ch3 では冷却開始初期での温度低下が著しく指数関数的な温度変化が見られ，テストセクション内下部の U 字管の通っていない ch4，ch5，ch6 の測定点では，比較的に緩やかな温度変化が見られる．

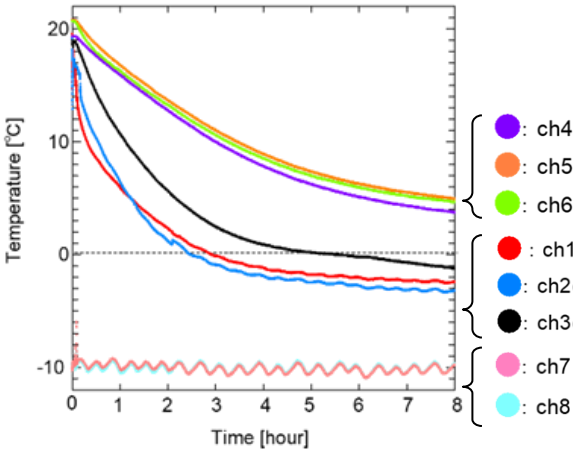
体積含水比 10%の実験結果では，U 字管中央を計測していた ch3 で冷却初期の温度勾配が激しくなり，U 字管近傍を計測していた ch1，ch2 との計測温度の差異が小さくなっており，テストセクションの下部でも温度勾配が大きくなった．また，ブライン温度が-10℃の条件で ch3 の測定点にて 0℃付近で，一時的な温度停滞が確認され，再度温度低下する現象が起きた．

体積含水比 20%の実験結果では，冷却開始から 1 時間程度のところで ch1 と ch2 の測定温度の逆転が見られた．また，ブライン温度が-10℃の条件での ch3 で含水比が 10%での結果と同様の一時的な温度停滞が確認された．



Volume water content 10%

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



Volume water content 20%

Fig.2　Temperature Change Graph

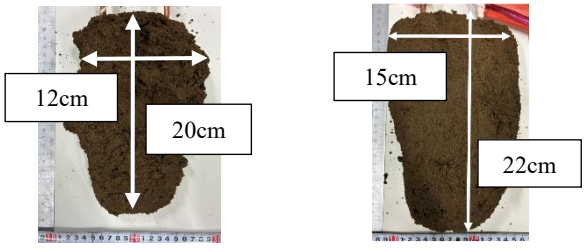
3.1.　凍土形状の観察

体積含水比 10%，ブライン温度-5℃の条件では，U 字管を中心とした円柱状に凍土が形成され，下部，左管周り，右管周りの順に大きくなった．

体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件では，他の条件で形成された凍土に比べて脆く，取り出す際に U 字管の外側の凍土が欠けてしまった．

ブライン温度-10℃での体積含水比 10%と体積含水比 20%では，U 字管周りに大きくひと塊に凍土形成が見られ，凍土壁が観察できた．

Fig.3 に体積含水比 20%のブライン温度-5℃，-10℃での形成された凍土形状を示す．



Brine temperature -5°C　　Brine temperature -10°C

Fig.3　Frozen soil formation at 20% volumetric water content

4.　解析モデル

本研究では，TRM，GCC，Power の異なる潜熱処理手法で解析を行い，それぞれの特性の比較検討を行った．本解析では，土壌内の間隙は液状水または氷で満たされていること，凍結による体積膨張等は無視すること，熱伝導率の違法性は考慮しないことなどの仮定をし，そのうえで以下の 3 次元熱伝導方程式を立てる．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}-L_f\rho_{ice}\frac{\partial \theta_{ice}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right) \quad (1)$$

ここで，C_pは土壌の体積熱容量[J m⁻³ K⁻¹]，Tは温度[℃]，tは時間[s]，L_fは水の凍結潜熱[J/kg]，ρ_{ice}は氷の密度[kg/m]，θ_{ice}は体積含氷率[m³/m⁻³]，λは土壌の熱伝導率[W/mK]，x，y，zは直交座標の軸である．

GCC と Power では，式（1）から潜熱効果を見かけの体積熱容量C_aに組み込んだ形式で表すことで簡略化し，以下の式（2）で熱伝導方程式を表現し，これを解くことで絶対温度Tを導く．

$$C_a\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=\lambda\nabla^2 T \quad (2)$$

また，TRM では見かけの体積熱容量を用いず，潜熱項を除いた通常の熱伝導方程式を解き，その後に潜熱処理を行う．TRM における熱伝導方程式は次式で表される．

$$C_p\frac{\partial T}{\partial t}=\lambda\nabla^2 T \quad (3)$$

5.　実験結果と解析結果の比較

Fig.4 に体積含水比 20%，ブライン温度-5℃の条件での実験結果と GCC での解析結果を各チャンネルで比較をしたものを示す．

テストセクション下部を測定した y 43 の 3 地点では，実験開始時と実験終了時での実験値と解析値の温度差が小さいことが分かるが，実験中盤での温度差が比較的大きく見られた．また，0℃付近で見られる一時的な温度停滞が実験値と比べて解析値では短くなり，より急激に氷点下に移行する傾向がみられる．

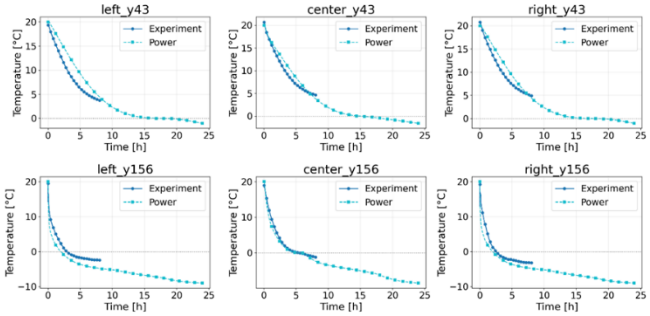


Fig.4　Comparison of experimental values and GCC (Freezer pipe temperature -10 [°C], volume moisture content 20 [%])

6.　結論

(1) 含水土壌条件にて土壌内の水分の相変化による 0℃付近での一時的な温度停滞が観測された．この温度停滞は土壌含水量が多いほど停滞時間が長くなることが分かった．この温度停滞の時間は冷却の進行を大きく阻害する要因であり，含水比の増加は冷却初期の速い温度低下を実現する一方で，温度停滞期の長時間化を生じるため，凍結進行が必ずしも迅速に進むとは限らない．

(2) 含水土壌内の水分量の増加によって，形成された凍土形状に不均一な歪さと脆弱さが見られた．含水量を増やすことで土壌内での氷化量が増加し，土壌の冷却温度が十分でないと土壌内の水分移動による含水量の偏りや水分の凍結による体積膨張，土粒子同士をつなぐ間隙氷の脆弱さ等の影響が大きくなり，土壌内の構造変化が生じると考えられる．

参考文献

[1] 含水土壌内の円管周りの凍結-種々のパラメータが凍結速度に及ぼす影響-，地盤工学ジャーナル，2008 年 5 月，vol.3，No.2，143-151

[2] 菊地駿，斎藤広隆，大石雅人 (2025): 潜熱処理の違いが飽和地盤凍結過程の数値解析に与える影響．土壌の物理性，No.159，pp.13-24.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和浸透特性を考慮したMPM-VOF法連成解析の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a Coupled MPM-VOF Method Incorporating Seepage Characteristics of Unsaturated Soils (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西村　真衣（京都大・工）　　橋本　涼太（京都大・工）　　肥後　陽介（京都大・工）
Mai NISHIMURA, Kyoto University
Ryota HASHIMOTO, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: ryota.hashimoto.6e@kyoto-u.ac.jp

To analyze large deformation of unsaturated ground, particularly failure phenomena coupled with the behavior of surface water, this study focuses on a coupled MPM-VOF method, which enables analysis of large deformation behavior of ground under the interaction between free-surface and seepage flow. This study extends MPM-VOF method to unsaturated soils incorporating seepage characteristics of unsaturated soils.

１．はじめに

不飽和地盤の大変形，特に地表水の挙動と連動した破壊現象を解析するため，自由表面流れと浸透流との相互作用下での地盤の大変形挙動が解析可能なMPM-VOF法[1](Fig. 1)に着目する．本研究ではこれに，土の不飽和浸透特性を導入して拡張することで，不飽和地盤における浸透・破壊現象を表現することを目的とする．

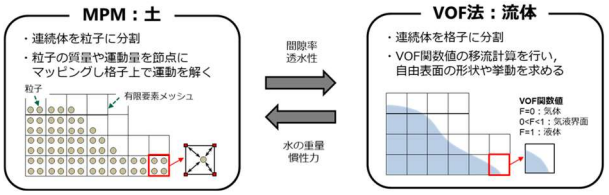


Fig. 1 Schematic figure of a coupled MPM-VOF method.

２．不飽和地盤の浸透特性を考慮したMPM-VOF法

本研究では，不飽和地盤の挙動を記述するにあたり混合体理論に基づく三相系の保存則を出発点とする．通常それらは固液簡易三相系，あるいは固気液三相系で各相の変数を明確に区別して解く．本研究では，不飽和浸透特性を考慮した非圧縮性流体の流れを VOF 法の枠組みで計算するにあたり，Carrillo ら[2]の方法を参考に，各相の流速と圧力を 1 変数場で扱い，気液相を同時に解く．このとき，支配方程式は固気液三相混合体の運動方程式，

$$(1-n)\rho_S\frac{D^S\boldsymbol{v}_S}{Dt}+n\rho_F\frac{D^F\boldsymbol{v}_F}{Dt} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'-\nabla\cdot p_F\boldsymbol{I}+(1-n)\rho_S\bar{\boldsymbol{b}}+n\rho_F\bar{\boldsymbol{b}} \tag{1}$$

気液二相混合体の運動方程式（オイラー表示），

$$\frac{\partial\boldsymbol{v}_F'}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{v}_F'}{n}\cdot\nabla\boldsymbol{v}_F' = -\frac{n}{\rho_F}\nabla p_F+\frac{\mu_F}{\rho_F}\nabla^2\boldsymbol{v}_F'+n\bar{\boldsymbol{b}} -\frac{n}{\rho_F}M^{-1}(\boldsymbol{v}_F'-n\boldsymbol{v}_S)+\frac{n}{\rho_F}\boldsymbol{F}_c \tag{2}$$

$$\boldsymbol{F}_C = M^{-1}\{M_L(1-S_r)-M_GS_r\}\nabla p_c-p_c\nabla S_r \tag{3}$$

$$M=\kappa_0\left(\frac{\kappa_L}{\mu_L}+\frac{\kappa_G}{\mu_G}\right)=M_L+M_G \tag{4}$$

三相混合体の連続式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}_F'+\nabla\cdot\big((1-n)\boldsymbol{v}_S\big)=0 \tag{5}$$

液相飽和度の移流方程式（液相の質量保存則）

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_rn\boldsymbol{v}_L)=0 \tag{6}$$

となる．ここに，下付き添字S，L，G，Fは固相，液相，気相，気液混合体の変数，ρは密度，nは間隙率，$\boldsymbol{v}$は速度，$\boldsymbol{\sigma}'$は有効応力，pは圧力（圧縮が正），$\bar{\boldsymbol{b}}$は重力加速度ベクトル，νは動粘性係数，S_rは液相飽和度，p_cはサクション，κ_0は浸透率，κ_Lとκ_Gは気液各相の相対浸透率である．サクションと相対浸透率はそれぞれ水分特性曲線モデルと不飽和透水係数モデルで飽和度と関連付ける．本定式化では，流体挙動は気液相の値を飽和度により重み付き平均した，(Darcy)流速$\boldsymbol{v}_F'=n\boldsymbol{v}_F$，平均圧力$p_F$を使って記述されており，毛管力$\boldsymbol{F}_c$はそれに伴い現れる項である．

また，平均流速を主たる未知数としている一方で，式(6)の液相飽和度の移流方程式には，液相単体の流速が含まれており，これを閉じる必要がある．本研究ではCarrillo ら[2]の方法にならい，式(6)を平均流速と液相の気相に対する相対流速$\boldsymbol{v}_r=\boldsymbol{v}_L-\boldsymbol{v}_G$を用いて書き換える．

$$\frac{\partial nS_r}{\partial t}+\nabla\cdot(S_r\boldsymbol{v}_F')+\nabla\cdot\{nS_r(1-S_r)\boldsymbol{v}_r\}=0 \tag{7}$$

相対流速$\boldsymbol{v}_r$は多孔質体中で気液各相の運動がDarcy則で近似できるという仮定のもと導出される次式で算出する．

$$\boldsymbol{v}_r=n^{-1}\Big[-\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)\nabla p_F +\Big(\frac{\rho_LM_L}{S_r}-\frac{\rho_GM_G}{1-S_r}\Big)\bar{\boldsymbol{b}} +\Big(M_L\frac{1-S_r}{S_r}+M_G\frac{S_r}{1-S_r}\Big)\nabla p_c -\Big(\frac{M_L}{S_r}-\frac{M_G}{1-S_r}\Big)p_c\nabla S_r\Big] \tag{8}$$

以上の支配方程式に基づき，式(1)の三相混合体の運動方程式はその弱形式をMaterial Point Method（MPM）で離散化し，式(2), (5), (6)は有限差分法（Finite Difference Method : FDM）で空間離散化し解く．流体挙動は移流項，粘性項，物体力項，毛管力項，抗力項，圧力勾配項を段階的に計算するフラクショナル・ステップ法を採用し解析する．各時間ステップにはまず，MPM粒子の配置を元にFDMの各セルの間隙率を計算し，流体計算を行う．その後，得られた流体の加速度，圧力，飽和度を使用してMPMの計算を実行する弱連成解析を行う．

なお，式(1)の固気液三相混合体の運動方程式は，不飽和浸透特性を考慮しない従来のMPM-VOF法で使われているものと同じであり，VOF法のみの修正によって不飽和地盤へと拡張することができる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の実装の検証

実装した不飽和浸透特性を考慮した VOF 法の検証のため，Carrillo ら [2]と同条件で，気液相間の相対流速を考慮した多孔質中の二相流解析に関する二つの例題を計算した．

まずは，一方の相で満たされた多孔質体に一次元的に他方の相を一定流速で注入する Buckley-Leverett 問題で相対速度を考慮した VOF 関数の移流計算の妥当性を検証した．空気あるいは油で満たされた層に水を注入した際の時刻ごとの飽和度分布（Fig. 2）からは，開発したコードにより参照解とよく一致する結果が得られていることがわかる．

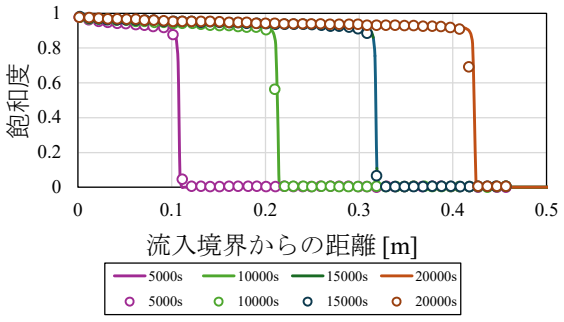
また，毛管力項を考慮した計算の妥当性を検証するため．自重条件下での平衡状態解析を行った．その結果．図 3 のような鉛直飽和度分布が得られ，参照解とよく一致した．

以上より，不飽和浸透特性を考慮した VOF 法が正しく実装できていることが確認された．

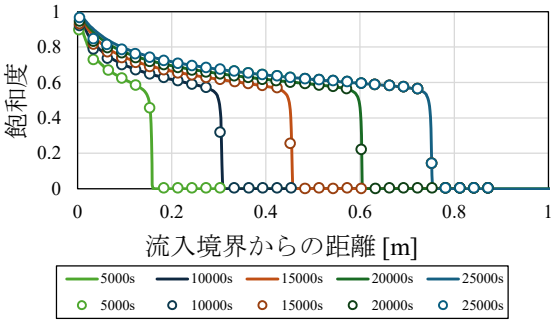
４．応用例：貯水池の水位低下による堤防の破壊問題

開発手法の，地盤の変形を生じるような問題への応用例として，Ceccato ら [3]の不飽和土－水連成 MPM での計算例を参考に，水位低下による盛土の破壊解析（図 4）を行った．自重条件下で水を解析領域左側から流出させて水位を下げた際の盛土の挙動を解析した．また，サクションの効果を検証するため，サクションを考慮する場合としない場合の 2 ケース実施した．

水位低下による有効応力の低下に起因し，いずれも図 5 のように盛土の破壊が生じた．サクションを考慮した場合，法肩で約 0.40m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.32m 変位した．一方で，サクションを考慮しない場合は法肩で約 0.65m 沈下し，法尻付近で水平に約 0.65m の変位が発生し，より大きな変形を生じた．水位低下過程での盛土の不飽和化に伴うサクションの効果により，地盤の強度が増している様子を表現することができた．



(a)　Air-saturated reservoir (Brooks and Corey model).



(b) Oil-saturated reservoir (van Genuchten model).

Fig. 2 Progress of saturation profiles for Buckley-Leverett problem (Lines: MPM-VOF, Plots: reference).

５．まとめ

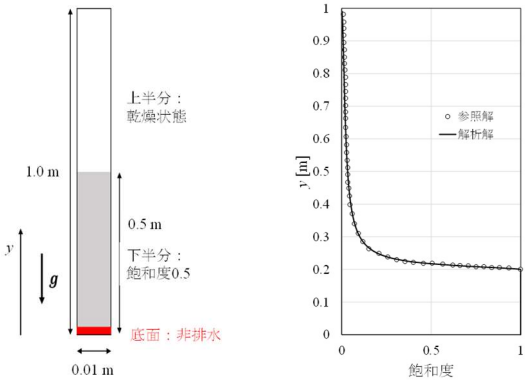
本研究では，MPM-VOF 法の不飽和地盤への拡張を行い，また，それを用いて，水位低下による不飽和化を伴う地盤の破壊現象を表現することができた．水位上昇等による飽和化を伴う地盤の破壊現象についても妥当性検証を行い，表現できるようにすることが今後の課題である．

６．謝辞

本研究は，日本学術振興会科学研究費補助金 国際共同研究加速基金（国際共同研究強化(A)）研究課題番号 21KK0254 の助成を受けた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

1) R. Hashimoto, R. Onakado and Y. Higo: A coupled MPM-VOF method for seepage failure of saturated ground, Proceedings of PARTICLES 2025, 2025.
2) F. J. Carrillo, I. C. Bourg and C. Soulaine: Multiphase flow modeling in multiscale porous media: An open-source micro- continuum approach, Journal of Computational Physics: X, 100073, 2020.
3) F. Ceccato, A. Yerro, V. Girardi and P. Simonini: Two-phase dynamic MPM formulation for unsaturated soil, Computers and Geotechnics, Vol.129, 2021.



(a) Initial condition.　　(b) Saturation profile at steady state.

Fig. 3 Equilibrium of gravity and capillary forces.

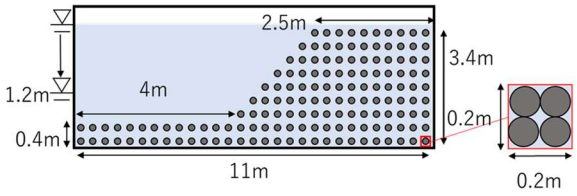
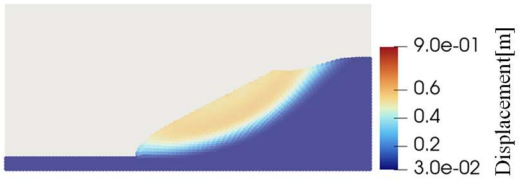
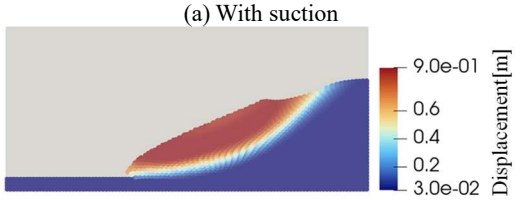


Fig. 4 Rapid drawdown problem of reservoir embankment.



(a) With suction



(b) Without suction

Fig. 5 Displacement magnitude profile at the final state.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (3)

座長:橋本 涼太(京都大学)

15:00 ~ 15:15

[13011] 透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

*齋藤 和樹[1]、堀口 俊行[1]、井上 隆太[2] (1. 防衛大学校、2. (一財)砂防・地すべりセンター)

15:15 ~ 15:30

[13012] コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

*井上 隆太[1]、香月 智[1]、梶田 幸秀[2] (1. 一般財団法人　砂防・地すべり技術センター、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[13013] 回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

*堀口 俊行[1]、和田 孝志[2]、齋藤 和樹[1] (1. 防衛大学校、2. 鳥取大学大学院)

15:45 ~ 16:00

[13014] 硬化過程および施工履歴を考慮したRBSMによるコンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

*村上 慧司朗[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:00 ~ 16:15

[13015] 飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

*内山 拓也[1]、別府 万寿博[1]、道上 剛幸[2] (1. 防衛大学校理工学研究科、2. 株式会社ケー・エフ・シー)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透水性を有するブロック堰堤に作用する土石流荷重の実験的評価（シンポジウム講演概要）

Experimental Evaluation of Debris Flow Impact Loads Acting on Permeable Block Dams (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

齋藤　和樹（防衛大・理工）　堀口　俊行（防衛大・理工）　井上　隆太（(一財)砂防・地すべりセンター）
Kazuki SAITO, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Ryuta INOUE, SABO & LANDSLIDE TECHNICAL CENTER
E-mail: ed24006@nda.ac.jp

This study investigates the influence of block gaps on debris-flow impact loads through model experiments. Two gap conditions were examined, and horizontal forces acting on the dam model were measured. Peak loads were similar regardless of gap size, whereas large gaps promoted drainage and reduced post-peak loads. The results indicate that while peak loads are comparable to those of closed dams, permeability significantly affects transitional and residual load components, providing a basis for load models that account for drainage effects.

１．緒　言

複合災害や地震後における土砂流出対策として応急対策工については，多くの知見が蓄積されてきたものの，構造安定性の観点から十分な検証がなされているとは言い難い．令和 6 年の能登半島地震では，河道閉塞への緊急対策としてコンクリートブロックを用いた堰堤（以下，ブロック堰堤）が設置された．ブロック堰堤の現行設計を見ると，ブロック堰堤を構造的に一体化した不透過型砂防堰堤(以下，不透過型）とみなし，土石流流体力，堆砂圧荷重および静水圧荷重を評価している [1]．しかしながら，ブロック堰堤は構造上ブロック間に僅かな間隙を有しており，不透過型とは透水性および内部拘束機構が異なる．このため，間隙の存在が土石流作用時の流体力や残留水圧分布に与える影響については十分に検討されていない．特に，設計上付加されている静水圧荷重が，透過性を有するブロック堰堤に対して妥当であるか否かについては明確な検証がなされていない．

そこで本研究では，ブロック間の排水条件が異なる 2 種類の堰堤模型を用い，土石流作用時に堰堤に生じる水平合力の時系列特性を実験的に計測する．さらに，作用荷重を衝突時, 遷移時, 準静的時に区分して評価することにより，透過性の有無が土石流作用荷重に与える影響を定量的に明らかにする．これにより，ブロック堰堤に対して静水圧荷重を設計上付加すべきか否かを検証し，透過性を考慮した設計荷重モデル構築に向けた基礎資料を整理する．

２．実験条件および概要

Fig.1 に示す実験水路は全長 4.5 m，幅 300 mm，高さ 500 mm の直線水路である．水路底面には，木製の底面粗度（高さ 0.5 cm，幅 1.0 cm，純間隔 2.0 cm）を配置した．河床勾配 θ は，石礫型土石流を想定し，$\theta = 15°$ に設定した．水路上流端には貯水タンクを設置し，ゲート操作により水を流下させる構造とした. Fig.2 に, ブロック堰堤を示す. Fig.2(a) に示す模型は ABS 樹脂を用いて 3D プリンタにより作製した．模型縮尺はフルード相似則に基づき 1/27.4 とした．実構造物におけるブロック重量を 4.0 t，コンクリートの単位体積質量を 2.3 t/m³と仮定すると，模型ブロックの相似重量は 194 g となる．なお，高さ方向に千鳥配置を再現するために，幅方向を縮小したブロック模型を用い，奇数段目の水路両端部に配置した．Fig.2(b)に堰堤模型を示す．堰堤模型は高さ方向に 6 段とし，流下方向に 1～2 段目は 3 個，3～6 段目は 2 個のブロックを配置した．間隙条件の違いを検討するため，水路幅方向に配置するブロック数を変更した 2 種類の模型を作製した．Fig.2(b),(c)に示す堰堤モデルはそれぞれ水路幅方向に 6 個と 5 個を配置し，TYPE_1（間隙小），TYPE_2（間隙大）と呼称する．

Fig.3 に荷重計測装置を示す．水路流下方向に設置した 2 本のリニアレール上に木製板を固定し，その上に堰堤模型を設置した．板下面の下流側に 100 N ロードセル 2 基を配置し，さらに堰堤後方に 100 N 分力計を設置した．堰堤模型に作用する水平合力は，2 基のロードセルと分力計の合計値とし，サンプリング周波数 1 kHz で取得した．

次に，土石流は比重 1.9 の固化石炭灰を用いた．礫径は 5-10 mm，10-15 mm，20-25 mm をそれぞれ 5.4 kg ずつ計 16.2 kg を使用した．土石流モデルは，礫モデルを水路上部に堆積させ, その後方のタンクに水を 13 L を貯水した後にゲートを解放し，定常流量 3.8 L/s を堰堤モデルに衝突する前まで通水した. なお, 実験ケースは土石流モデル 1 種類，堰堤モデル 2 種類の計 2 ケースを実施した．また，各ケースは 3 回実施した．

３．実験結果

３．１　荷重～時間関係

各条件について 3 回の実験を実施した．荷重の立ち上がり時刻を $t = 1.0$ s として整理し，波形の可読性向上のため 0.5 秒の移動平均処理を行った. TYPE_1 の最大荷重は 102.8～112.4 N であり，平均値は 107.8 N である．一方，TYPE_2 の最大荷重 103.9～105.8 N であり，平均値は 104.9 N であ

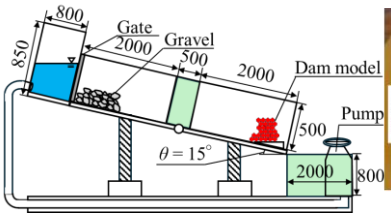
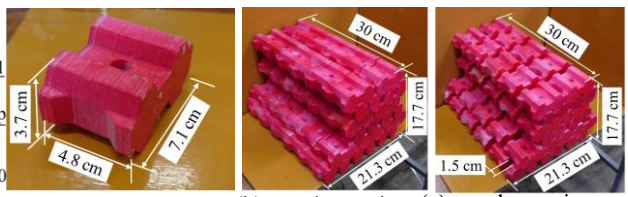


Fig. 1 Channel model



(a) Normal model　(b) top-down view (TYPE_1)　(c) top-down view (TYPE_2)

Fig. 2 Dam model

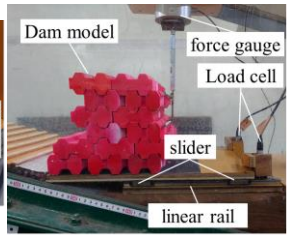


Fig. 3 Load measuring device

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 3.36 s

Fig. 5 Process of the debris flow（TYPE_1）



(a) t = 1.23 s (b) t = 1.57 s (c) t = 2.85 s

Fig. 6 Process of the debris flow（TYPE_2）

Table. 1 Maximum load and impulse for each phase

Dam model	Phase1			Phase2		Phase3	
	$F_{max,1}$	t_{p1}	$J_I = \int_{t_0}^{t_{p1}} F(t)\,dt$	$T_T = t_s - t_{p1}$	$J_T = \int_{t_{p1}}^{t_s} F(t)\,dt$	F_{QS}	$R = F_{QS}/F_{max}$
TYPE_1	116.7 N	1.23 s	20.2 N･s	2.13 s	174.5 N･s	81.0 N	69.4 %
TYPE_2	116.3 N	1.23 s	18.1 N･s	1.51 s	113.7 N･s	73.1 N	62.9 %

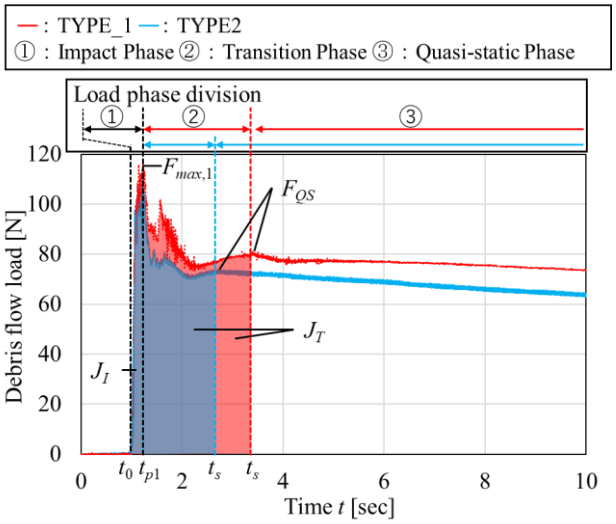


Fig. 7 Load time relation（TYPE_1,2）

る．したがって，最大荷重は間隙条件によらずほぼ同程度であることが確認された．一方，最大荷重到達後の荷重低減過程には両者で差異が認められ，TYPE_2 では TYPE_1 に比して早期に荷重が低減する傾向が確認された．この点については後節で詳述する．

３．２　衝突時の流動状況

Fig.5 および Fig.6 に，それぞれ TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースにおける衝突時の流動状況を示す．両ケースとも t = 1.23 s において堰堤天端付近まで礫が接触面を形成し，最上段ブロックを上方に変位させるようにして最大荷重が生起した．これは堰堤上流側に堰上げ背水が形成されたことを示している．

最大荷重発生後の挙動には明確な差異が確認された．TYPE_1 では越流が生起するものの，間隙からの顕著な透過の流れは確認されなかった．一方，TYPE_2 では越流が抑制され，ブロック間隙を透過した水が堰堤後方へ流出している様子が確認された．Fig.5(c)および Fig.6(c)に示す時刻では，水面形状が概ね安定し，それ以降に荷重の低減が進行していることが確認された．TYPE_2 では TYPE_1 に比して水面形状の安定が早く，荷重の低減も早期に生じる傾向が認められた．以上より，透過性が大きい場合には，最大荷重発生後に堰堤上流側の水位が早期に低下し，遷移時および準静的時における荷重が低減する可能性が示唆される．

３．３　各区分における荷重特性

Fig.7 に，TYPE_1 および TYPE_2 の代表ケースを比較した荷重～時間関係を示す．0～10 s に着目すると，両者とも 1.23 s において最大荷重に達しており，立ち上がり挙動および衝突時のピーク値に顕著な差は認められない．一方，最大荷重到達後の挙動には明確な差異が認められる．TYPE_1 では 1.6 s 付近で一時的な荷重再上昇が確認されるのに対し，TYPE_2 では再上昇は小さい．そこで本研究では荷重挙動を以下の 3 相に区分した．

Phase1(衝突時)：立ち上がり～最大荷重
Phase2(遷移時)：最大荷重後～荷重安定化
Phase3(準静的時)：荷重安定化以降

Phase 1 では，両者の挙動はほぼ一致しており，衝突的作用は間隙条件の影響を受けにくいことが示唆される．一方，Phase2 および Phase3 では TYPE_2 の荷重が TYPE_1 より小さく，透過性の違いが遷移過程および残留荷重に影響していることが確認された．

４．考　察

以下，各フェーズにおける荷重特性について考察する．Table.1 に，各フェーズの代表する荷重，継続時間および力積を示す．

1)Phase1（衝突時）

最大荷重 $F_{max,1}$ と立ち上がり時間 t_{p1} は，間隙条件によらずほぼ同一であった．一方，衝突時における力積 J_I は，間隙が大きい TYPE_2 の方が TYPE_1 に比して約 10%程度小さい結果となった．これは，衝突ピーク自体は礫群の慣性衝突に支配されるため間隙の影響を受けにくい一方で，衝突直後の荷重持続時間が透過の影響によりわずかに短縮された可能性を示唆している．

2) Phase 2（遷移時）

遷移時における力積 J_T は，TYPE_1 および TYPE_2 はそれぞれ 174.5 N･s，113.7 N･s となり，間隙が大きいほど力積が小さくなる結果が得られた．減少率は約 35%であり，Phase 1 に比して顕著な差が認められる．これは間隙の大きい場合，堰堤の透水性により上流水位が早期に低下し，作用荷重が減少するとともに，荷重が安定するまでの遷移持続時間 T_T が短縮されたためと考えられる．

3)Phase 3（準静的時）

準静的荷重 F_{QS} は TYPE_1 の方が TYPE_2 より大きく，残留率 $R = F_{QS}/F_{max,1}$ は，それぞれ 69.4 %と 62.9 %となった．この差は，Phase2 における上流水位の早期低下により，準静的状態における残留水圧成分が低減したことに起因する可能性がある．

５．結　言

本研究は，ブロック堰堤の間隙の大小が作用荷重に与える影響について模型実験により検討したものである．

1)荷重の立ち上がりおよび最大荷重は間隙条件によらずほぼ同じであった．一方，間隙が大きい場合には越流が抑制され，透過により上流水位が早期に低下することで，遷移過程の荷重が低減し，準静的な堆砂礫圧状態へ早期に収束する傾向が確認された．

2) 本実験条件の範囲では，衝突ピーク荷重は不透過型堰堤と同程度であることが示されたが，排水条件により遷移および残留成分が変化することから，設計荷重の取り扱いについては透過性を考慮した検討が必要である．

参考文献

1) 佐々木司，伊藤仁志，鷲見直樹：応急的に設置するコンクリートブロック積砂防堰堤の安定性に関する一考察，令和 6 年度砂防学会研究発表会概要集，p.117-118，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

コンクリートブロック堰堤モデルの土石流衝突に対する抵抗メカニズム（シンポジウム講演概要）

Resistance mechanism of Concrete block dam models against Debris flow impact (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　隆太（砂防・地すべり技術センター）　香月　智（砂防・地すべり技術センター）　梶田　幸秀（九州大学・工）
Ryuta INOUE, Satoshi KATSUKI, Sabo and Landslide Technical Center
Yukihide KAJITA, Kyushu University
E-mail: inoue@stc.or.jp

This study investigates the deformation behavior of a concrete block dams subjected to debris-flow-induced forces and boulder impacts using the Distinct Element Method(DEM). Dam models using rectangular blocks and interlocking blocks were created and compared. The results indicate that, regardless of the type of external load, the ultimate limit state is characterized by separation of the dam into a resisting body and a residual body. But, the number of blocks constitution the resisting body is larger in the interlocking block type.

１．緒言

コンクリートブロックによる仮設堰堤の設計は, 全ブロックが剛結され一体構造として挙動するとの仮定のもと，不透過型コンクリート堰堤の設計手法 [1),2)]を準用して行っている．しかしながら，ブロック構造物に対してこの仮定が妥当であるかについて, 十分に検討した研究は見当たらない．そこで著者らは, ブロック堰堤の合理的な安定性照査法の検討を進めている．そこで本研究ではコンクリート堰堤に土石流が作用した際の土石流流体力と巨礫衝突による破壊メカニズムに着目し，両者の力学的相似性について個別要素法を用いて検討するものである．

２．解析要領

２．１ 照査項目

他の砂防堰堤との共通性を保つため照査すべき堤体の安全性照査項目を Table 1 に示す．Iの剛体安定性は，不透過型砂防堰堤に用いられるものである. IIの形状保持性とは, 鋼製砂防堰堤において付加して適用されているもので，あらゆる設計荷重状態に対して部材の連結を失うことなく初期形状，特にその高さを維持することをいう．

２．２ 解析手法

個別要素法は，要素間の接触状態を判定し，接触点に要素間のくい込み量に応じた接触力を与えて，要素毎の運動方程式を解き，要素の変位を求める手法である．

２．３ 解析モデル

(1) 個別ブロック要素モデル

個々の矩形ブロックモデルは, Fig.1 (a)に示すように上下面を 4 枚の三角形平面要素で，側面を 20 個の円柱形要素で，端部を 20 個の球形要素で構成する．これらは，相互の位置関係が変化しない集合体要素モデルであり矩形ブロックモデルと呼ぶ．Fig.1 (b)に示す突起ブロックモデルは, 円柱要素, 球形要素を 114 要素×4 か所＝全 456 要素で突起状に構成したものである．なお，個々のブロックの質量は，等しくなるように設定した．

(2) 堰堤モデル

個別ブロックモデルを積み上げて堰堤モデルを形成する．Table 3 及び Fig.2 に示すように, 側面平均勾配 S は, 下流面 1:0.5, 上流面 1:1.5 の非対称台形状に 3 段積層し，奥行きは通常の不透過型砂防堰堤の設計計算と同様に二次元化して 1.0 m (b_e)とした．また，ブロック堰堤の施工時に下流方向への滑動防止の

Table 1 Safety verification items of Sabo Dam.

Evaluation Items		Verification Items
I	Rigid-body stability	Bearing capacity, sliding, overturning(Middle-third criterion)
II	Shape stability	Interlayer sliding, Block assembly separation

Table 2 Block element dimension and weight.

Block type	Width ℓ_e(m)	Depth b_e(m)	Height h_e(m)	Weight (kN)	Protrusion Width ℓ_{ep}(m)	Protrusion Height h_{ep}(m)
Rectangular blocks	1.0	1.0	0.5	11		
Interlocking blocks	1.0	1.0	0.5	11	0.2	0.1

Table 3 Dimension of Sabo Dam model.

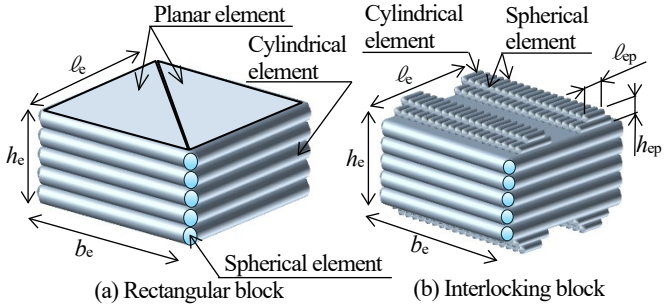
Bottom width ℓ_{BB}(m)	Top width ℓ_{BC}(m)	Dam height h_B(m)	Down-stream slope (S_d)	Up-stream slope (S_u)	Number of blocks	Gross weight (kN)
5.0	3.0	1.5	1:0.5	1:1.5	12	132.0

Table 4 Spring model parameters.

			Distinct block–distinct block	Distinct block–Concrete foundation
Normal direction spring coefficient K_n(N/m)			1.00E+07	1.00E+07
Shear spring	Spring coefficient K_s (N/m)		1.50E+05	1.50E+05
Shear spring	Coulomb friction	Adhesive strength Cs (C)	0.00E+00	0.00E+00
Shear spring	Coulomb friction	Friction coefficient μ(tanφ)	0.55E+00	0.70E+00

Table 5 Summary of analysis cases.

External load	Impact velocity (m/s)	Block type
Debris flow, Boulder	3.0, 5.0, 10.0, 15.0	Rectangular blocks・Interlocking blocks



(a) Rectangular block (b) Interlocking block

Fig. 1 Schematic diagram of the individual block model.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ため段差を設けた底版コンクリートとするので，基礎部には滑動防止の突起を設けた．

(3) 接触ばねモデル

要素間には，鉛直方向，およびせん断方向の接触ばねを設定した[3]．Table 4 に，個別ブロック要素間（Knc：法線方向，Ksc：せん断方向），個別ブロック−底面間（Knb：法線方向，Ksb：せん断方向）のばね係数を示す．

2．4 解析ケース

解析ケースは土石流区間の砂防堰堤の外力条件を想定して，土石流水深を 0.5m とした上で，流速を U=3.0,5.0,10.0,15.0m/s と 4 種類変化させ，堰堤モデルの最上段に作用させた．Table 5 に解析ケースを示す．同様に巨礫(質量 2.0 t)衝突についても，流速を 4 種類変化させて堰堤モデルの最上段の中央に衝突させた．外力を 2 種類，流速を 4 種類，堰堤モデルとして矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの 2 種類を組合せて 2×4×2=16 ケースとなった．解析結果の評価については，最大変形量(間隙量)が 0.05 m 以上を形状崩壊とした．

3．解析結果と考察

3．1 土石流流体力による影響

矩形ブロック堰堤モデルと突起ブロック堰堤モデルの最上段ブロックに 10 m/s 相当の土石流流体力を作用させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.3 に，突起モデルについて Fig.4 に示す．堰堤モデルに横方向の外力が作用すると，矩形ブロックでは，外力が直接作用する最上段の 3 ブロックのみが水平方向へ移動した．一方，突起ブロックでは，上段ブロックの突起が下段ブロックの突起と噛み合う構造となっているため，水平方向の力が下段ブロックへ伝達され，Fig.4 (a)に示すように 9 ブロックが一体となって抵抗する．流速 10 m/s 相当の場合，変形がさらに進行し，Fig.4 (b)に示すようにブロック群が持ち上がるように変形し，最終的に崩壊に至る．このとき外力に対して一体として抵抗するブロック群を「抵抗躯体 (Resisting body)」と定義し，抵抗に寄与しないブロック群を「残置躯体 (Residual body)」と定義した．矩形ブロック堰堤と突起ブロック堰堤では，抵抗躯体を構成するブロック数に明確な差が認められた．また，外力の作用位置や経過時間によっても抵抗躯体の構成ブロック数は変化することが確認された．

3．2 巨礫衝突による影響

同様に，質量 2.0 t の巨礫単体を 10 m/s で衝突させた場合の時刻歴応答を，矩形モデルについて Fig.5 に，突起モデルについて Fig.6 に示す．巨礫衝突の場合も，変形過程は土石流流体力の場合と類似しており，形成される抵抗躯体を構成するブロック数は同一であった．ただし，土石流流体力の場合は荷重が継続的に作用するため，最終時刻歴においてブロックの積層状態が保持されない．一方，巨礫衝突の場合は衝突した後に巨礫が停止・離反するため，Fig.6 に示す変形が生じた後，ブロック配置は概ね初期状態に近い形へ復帰する傾向が認められた．

3．3 考察

Table 6 より、土石流流体力と巨礫衝突の破壊メカニズムには，高い相似性が見受けられる．ただし，矩形ブロックでは巨礫衝突の方がクリティカルであり，突起ブロックでは礫質量が 2.0 t において同等である．

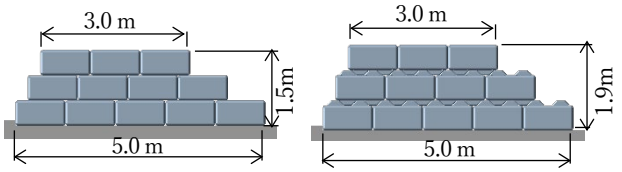
4．結言

本研究の成果を要約すると以下のようになる．

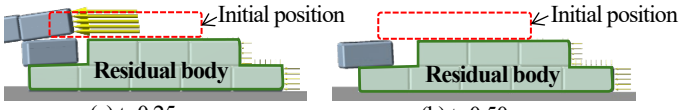
1) ブロック砂防堰堤モデルの最上段に土石流の横方向荷重が作用した場合の限界状態は，土石流外力に抵抗するブロック群(抵抗躯体)と抵抗しないブロック群(残置躯体)に 2 分割される．

2) 突起ブロック堰堤の場合，突起により横方向の外力が下段のブロックに伝達するため，矩形ブロック堰堤より抵抗力が大きくなる．

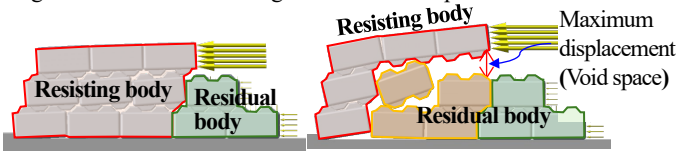
3) 土石流衝突として，連続的に作用する土石流流体力と巨礫 1 個の衝突力を比較した場合，巨礫衝突の方が小さい流速で限界状態となり，設計上クリティカルとなり得る．



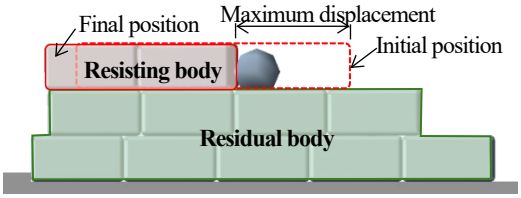
(a) Rectangular block dam model (b) Interlocking block dam model
Fig. 2 Schematic diagram of Sabo dam model.



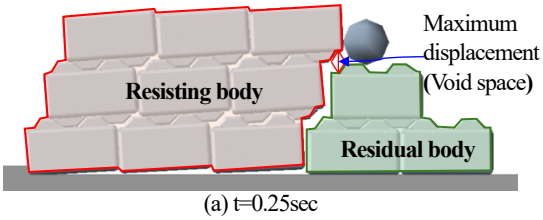
(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 3 Deformation of Rectangular block dam response to debris flow forces.



(a) t=0.25sec (b) t=0.50sec
Fig. 4 Deformation of Interlocking block dam response to debris flow forces.



(a) t=1.00sec
Fig. 5 Deformation of Rectangular block dam response to boulder impact.



(a) t=0.25sec
Fig. 6 Deformation of Interlocking block dam response to boulder impact.

Table 6 Summary of analysis results.

Impact velocity (m/s)	Debris flow forces.		Boulder impact. (2.0t)	
	Rectangular block	Interlocking block	Rectangular block	Interlocking block
3.0	OK	OK	NG	OK
5.0	NG	OK	NG	OK
10.0	NG	NG	NG	NG
15.0	NG	NG	NG	NG

※OK:structural stability, NG:structural collapse

参考文献

1) 国土交通省国土技術政策総合研究所:土石流・流木対策設計技術指針解説 No.905, 2016
2) 社団法人全国治水砂防協会：改訂版砂防設計公式集(マニュアル), 1986
3) 井上, 香月, 志水, 三上, 栗原, 梶田:コンクリートブロック堰堤モデルの滑動・転倒安定性に関する個別要素法による検討, 令和 7 年度砂防学会研究発表会概要集, p.217-218, 2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

回転円筒内二粒径混合粒状体の偏析機構に及ぼす粒子回転自由度の影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Particle Rotation on Size Segregation of Binary Granular Mixtures in Rotating Drum (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

堀口　俊行（防衛大・理工）　和田　孝志（鳥取大・工）　齋藤　和樹（防衛大・理工）
Toshiyuki Horigchi, National Defense Academy
E-mail: htoshi@nda.ac.jp

The study examines the role of particle rotation in size segregation of binary granular mixtures in a rotating drum using DEM. With rotational freedom, large particles migrate toward the surface and concentrate near the front, accompanied by significant lift-up energy and rolling-dominated contacts. When particle rotation is constrained, segregation is suppressed and sliding contacts prevail. These results indicate that particle rotation governs internal rearrangement and energy transfer, playing a key mechanical role in granular segregation.

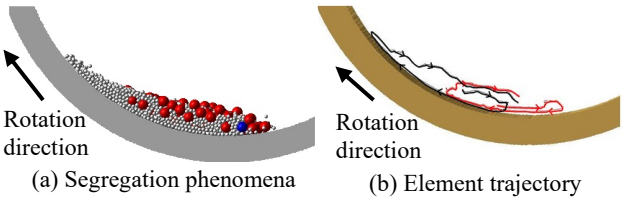
１．はじめに

土石流の内部構造を明らかにすることを目的として，これまで多様な構成則の研究が進められてきた．土石流の構成則には，水を主とした混相流として記述する体系と，乾燥粒子群を基礎とする体系の二つの枠組みが存在し，土砂濃度に応じてモデルを切り替えることで，巨視的挙動は概ね表現可能であることが示されている．しかし，これらの構成則は連続体力学と粒状体力学の概念を往復しながら構築されてきた経緯を有しており，その理論的基盤には未整理な点や力学的解釈の不明瞭さが残されている．

ところで，土石流を「粒々」の集合体として捉え，個々の粒子運動に基づいて現象を説明しようとする試みは古くから行われてきた [1]．これらの研究は不確実性を含みつつも力学的枠組みによって現象を整理し，実験結果や自然現象の解釈へと結び付けてきた．筆者らはこれまで 2 粒径混合状態における偏析問題の一つに粒子の回転の影響が大きな要因であるという仮説を示してきた [2]．しかしながら，粒子回転の影響がどのような力学量として整理されるのか，また既往の土石流の構成則 [1]の中でどの位置付けに相当するのかは明確ではない．そこで本研究は，個別要素法の結果に基づき，偏析時の粒子運動形態を詳細に検討するものである．特に，粒子に強制的な回転拘束を与えた条件との比較を通じて，回転自由度が偏析機構に及ぼす影響とその力学的要因を明らかにする．

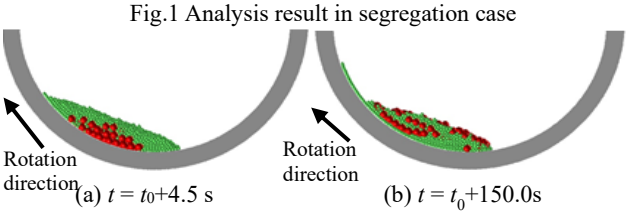
２．偏析の有無における解析結果の概要 [2]

本解析では，実験に基づき回転円筒実験を再現するため，円柱形要素を重ね合わせることで滑らかな底面を構築し，両側に壁面要素を設置して粒子の露出を防いだ．底面には，実験条件と整合するよう回転速度 0.8 m/s（16.6 rpm）となる回転を与えた．要素間の粘着力は考慮せず，礫間摩擦角 15°，礫と底面や円柱形要素間を 20°と設定した．初期配置は落下法により，二粒径混合条件では大粒径を先に堆積させ，その上に小粒径を配置することで実験と同様の初期構造を与えた．解析の結果，Fig.1(a)に示すように，二粒径混合状態において実験と同様に粒状群が形成され，大粒径が循環している粒状態の中央付近で浮き上がり，表層流に取り込まれて前方へ移動する偏析挙動が再現された（偏析条件）．Fig.1(b)に示すように，代表的な粒子軌跡からは両粒径とも時計回りの循環運動を示し，小粒径粒子の方がより広い範囲を循環することが確認された．その結果，小粒径



(a) Segregation phenomena　(b) Element trajectory

Fig.1 Analysis result in segregation case



(a) $t = t_0$+4.5 s　(b) $t = t_0$+150.0s

Fig.2 The phenomenon in no-segregation case

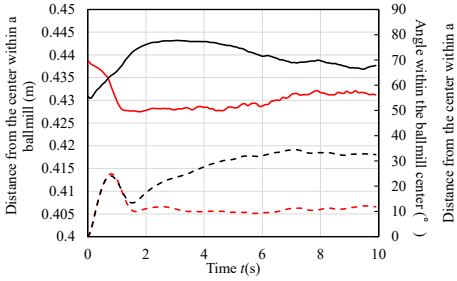
の循環運動によって大粒径が相対的に前方へ集中する構造が形成されることが示された．一方，実験観測より，粒子の回転自由度が重要に関与している可能性が示唆された．そこで，偏析が明瞭に再現された解析条件において，球形要素の回転自由度を拘束し，並進自由度のみを与えた解析（偏析が生じない条件）を実施した．その結果，Fig.2 に示すように大粒径は底面摩擦と釣り合うよう塊全体とともに後退するものの，要素間の配置変換はほとんど生じなかった．時間経過により塊形状は徐々に変化し，一部の大粒径が上層へ浮上する挙動は見られたが，循環運動が発生しにくいため先頭部へ移動することはなく，150 s ほど経過しても先頭集中する偏析が明瞭にわかるには至らなかった．

３　回転運動内の考察

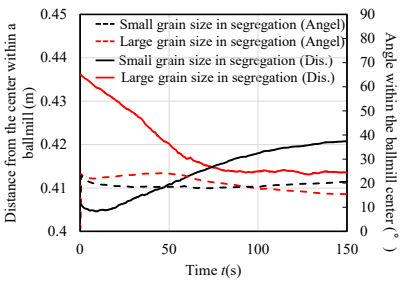
3.1　回転拘束における要素の平均位置と平均角度の影響

Fig.3(a)に示す偏析条件では，大粒径の平均位置は小粒径より常に回転円筒中心から遠い位置に分布していることが確認できる．本解析では円筒底面が 0.45 m に相当するため，大粒径の平均位置が 0.43 m 付近に推移していることは，大粒径が平均的に浅層側に集積していることを示している．また，要素の平均角度位置（点線）を見ると，0°が円筒底部に相当し，上方へ移動するほど角度が大きくなるので，初期段階では両粒径とも急激な変化を示す増加する．初期段階では両粒径とも急激な変化を示すが，その後小粒径は角度を大きくしながら外側へ分布を広げるのに対し，大粒径は比較的角度の小さい位置に留まる傾向が確認された．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Segregation case



(b) No-segregation case

Fig.3 Location and angle of large and small particles

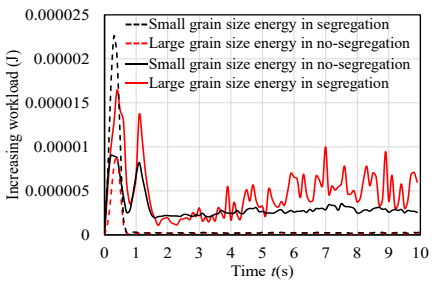


Fig.4 The increasing workload for large and small particles

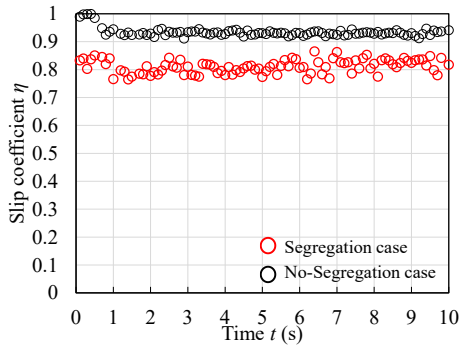


Fig.5 Comparative analysis of slip coefficient

これは，大粒径が浮き上がり効果により表層付近に保持され，流動に伴い前方へ輸送されているためと解釈できる．一方，Fig.3(b)に示す回転拘束条件では，大粒径が急激に浅層化する挙動は見られず，時間の経過とともに徐々に浅層へ移行する傾向を示した．さらに，約 100s 付近では，平均値として前縁集中に近い挙動が見られるものの，個々の要素挙動を確認すると，大粒径の明瞭な偏析は生じていないことが確認された．以上の結果より，粒子回転が許容される場合には，粒子間の再配列と循環構造が形成され，大粒径の浅層化および前縁集中が促進されると考えられる．

さらに，粒子の角度分布や前縁位置の解析結果を合わせて考察すると，大粒径は単に浅層へ移動するだけでなく，流動層の先頭部へ集中する傾向を示すことが分かった．これは，浅層の流れの早い領域に取り込まれた大粒径が循環運動を通じて前方へ輸送されるためであり，結果として「浅層化」と「前縁集中」が同時に進行する構造が形成されていることを示している．この挙動は回転自由度を拘束した解析では再現されなかった．

4.2 各要素の浮き上がりエネルギーの比較

Fig.4 に，偏析条件および回転拘束により偏析が生じない条件における大粒径・小粒径の浮き上がりエネルギーの時間変化を示す．偏析が生じた条件（実線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーが時間とともに大きく変動し，特に大粒径において顕著な増加が確認される．これは，大粒径が循環運動により繰返し持ち上げられ，浅層へ輸送されていることを示している．一方，回転自由度を拘束した条件（点線：赤・黒）では，浮き上がりエネルギーは殆ど発現しておらず，大粒径・小粒径ともにエネルギー変動は極めて小さい．この結果は，粒子回転が抑制されることで内部再配列および循環構造が形成されず，大粒径を持ち上げるためのエネルギー供給機構が機能していないことを示している．

以上より，大粒径の浅層化および前縁集中は，粒子回転を介して発現する浮き上がりエネルギーの生成に強く支配されていることが明らかとなった．

4.3 接触状態指標 η と偏析機構

接触状態を評価するため，接線力と法線力の比として，

$$\eta = \frac{|f_t|}{\mu f_n} \quad (1)$$

を用いて浅層せん断帯における分布を比較した．Fig.5 に示すように，偏析条件（赤）では，η は広い範囲に分布しており，摩擦限界に張り付く接触だけでなく，それより小さい値を取る接触も多く存在している．これは，粒子回転を伴うことで接触が転がり寄りとなり，接触点での拘束が緩和され，再配列が進行していることを示唆する．一方，回転自由度を拘束した偏析が生じない条件（黒）では，η は摩擦限界近傍に集中する傾向が見られる．これは，粒子が回転できないため，接触が滑り接触に近い状態となり，摩擦限界に張り付いた拘束的な接触が支配的になることを意味する．すなわち，接触点での自由度が減少し，粒子群内部の再配列が抑制されている．この違いは，浮き上がりエネルギーの発現の有無と整合している．回転自由度が存在する場合には，転がり接触を通じて粒子が上方へ持ち上げられ，内部循環が形成される．一方，回転が拘束されると，接触は主として滑りによって応答し，鉛直方向の再配列が生じにくい．その結果，大粒径の浮き上がりが抑制され，偏析が進行しない．よって，接触状態指標 η の分布変化は，粒状体の応力テンソルにおける接線応力成分の発現を変化させるものであり，回転自由度は有効摩擦係数の状態依存性を媒介する内部変数として機能している可能性がある．

5．結　言

本研究では，二粒径混合粒状体の回転円筒内偏析に対する粒子回転の影響を解析により検討した．

1)回転自由度を有する条件では，大粒径は浅層化するとともに前縁部へ集中する偏析構造が形成された．一方，回転を拘束するとこの挙動は再現されなかった．

2)偏析が生じる条件では大粒径の浮き上がりエネルギーが顕著に発現し，接触状態指標 η の分布からも転がり寄りの接触が増加していることが確認された．回転拘束条件ではこれらは認められず，滑り接触が支配的となり内部再配列が抑制された．

謝　辞：本研究は，令和 7 年度河川砂防技術研究開発公募砂防技術分野「土石流・河床変動解析手法の妥当性評価とそれに基づく高度化に関する研究」の助成を受けて行われた．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

1) 大同敦之：土石流の基礎的研究，京都大学大学院学位論文，1970
2) 堀口俊行，香月智，小川あずさ：回転円筒による 2 粒径混合粗粒材の偏析実験と個別要素法解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.72，No.1，pp.1-20，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

硬化過程および施工履歴を考慮した RBSM による コンクリート部材の温度応力・ひび割れ進展解析（シンポジウム講演概要）

Temperature Stress and Crack Propagation Analysis of Concrete Members Considering Hardening Process and Construction History Using RBSM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

村上　慧司朗（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Keijiro MURAKAMI,　Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO,　Hosei University
E-mail: keijiro.murakami.7s@stu.hosei.ac.jp

This study enhances an existing concrete thermal cracking analysis method—which already accounts for heat, moisture transfer, and hardening processes—using the 3D Rigid Body Spring Model. By refining the Solidification Model, the improved method was validated against Temperature Stress Testing Machine (TSTM) experiments, successfully reproducing the experimental values quantitatively. Furthermore, the method was extended to simulate multi-layer casting. For this stage construction analysis, the proposed method yielded qualitatively correct results, demonstrating its capability to evaluate complex thermal-mechanical interactions.

1.　はじめに

低レベル放射性廃棄物処分施設の低拡散層は，核種移行抑制を担う重要構造物である．大規模なマスコンクリートとなる本施設の施工では，水和発熱による温度ひび割れ制御が最重要課題となるが，微細なひび割れ進展を高精度に予測する手法は確立されていない．

そこで本研究では，コンクリートのひび割れリスクを定量的に評価可能な解析手法の開発を目的とし，以下の２点について検討を行った．

まず，著者ら[1)]が提案している，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM の温度応力，温度ひび割れ解析手法の妥当性確認を目的として，温度応力試験機（TSTM）による実験の再現解析を実施し，実験結果との比較を実施する．

さらに，温度応力および温度ひび割れの発生と進展を再現するためには，段階的なコンクリートの施工過程を再現することが必須であるが，前述の著者らの手法では，施工過程を考慮できていなかった．そこで本研究では，実構造物の施工プロセスに対応するため，リフトごとの打設や境界条件の更新を考慮可能な解析手法を新たに構築する．さらに，簡単な数値計算例により手法の検証を実施する．

2.　解析手法

本研究では，山本ら[2)]が提案したコンクリートを Voronoi 多面体要素の集合体として表現する三次元 RBSM(Fig.1)を用いた．要素界面に設定された垂直・せん断バネの構成則に基づき，ひび割れの発生・開口・進展を離散的に表現する．若材齢時の硬化過程の評価には，国枝らによって構築された Solidification Model（硬化モデル）を導入した(Fig.2)．これは，若材齢時のコンクリートを，時間の経過とともに無応力の硬化体が順次形成されるものと仮定し，その累積として全体の剛性を評価する手法である．

また，温度および水分移動の解析には，Voronoi 母点間を結ぶ Truss Network Model を用いた(Fig.3)．これにより，熱伝導および水分拡散方程式を解き，得られた温度・水分ひずみを RBSM の力学解析に連成させることで，温度ひび割れ解析を実現している．

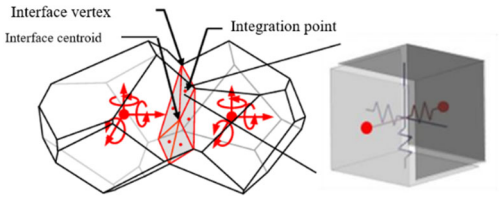


Fig.1 Voronoi tessellation, degrees of freedom of rigid elements,　and integration points

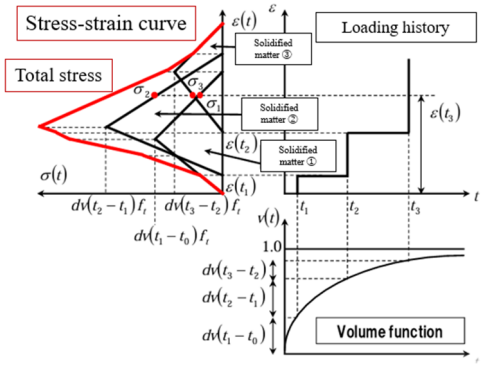


Fig.2 Schematic of the Solidification Model

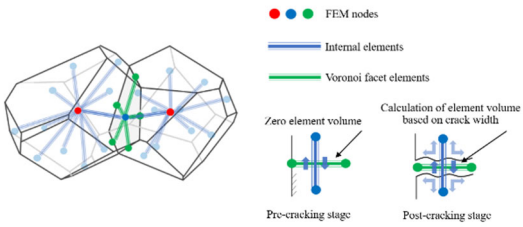


Fig.3 Outline of the coupled analysis method for moisture and heat transfer

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 解析手法の妥当性確認

本研究では，温度応力試験機（TSTM）実験のデータを対象とした解析を実施し，構築した解析モデルの妥当性確認を行った(Fig.4).

TSTM の再現解析を行った結果を，Fig.5 および Fig.6 に示す．提案モデルは実験で確認された打設初期の急激な応力緩和挙動，その後の引張応力の蓄積過程，ならびにひび割れ発生時期を高精度に再現した．これにより，提案する解析手法の妥当性が確認された．

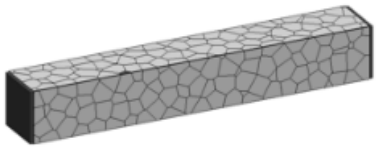


Fig.4 RBSM specimen model

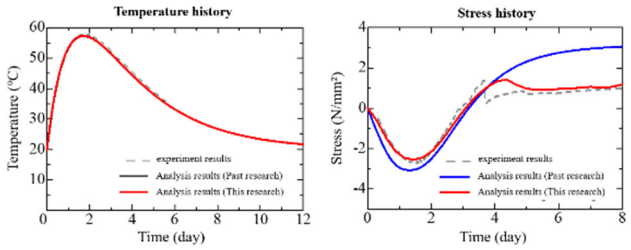


Fig.5 Analytical results: Temperature & Stress history

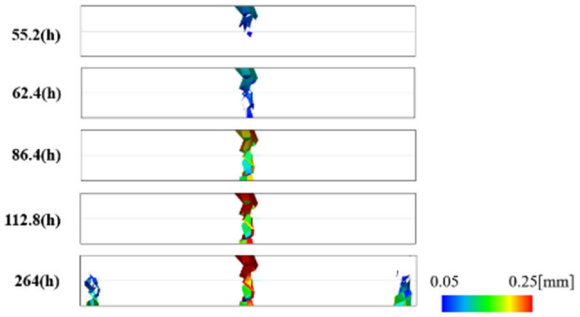


Fig.6 Crack propagation behavior

4. 施工段階解析手法の構築と検証

実構造物への適用を見据え，リフト施工に伴う解析領域の拡張および境界条件の更新を自動化する施工段階解析手法を開発し，その検証を行った．検証解析として，壁状部材（1000×300×100mm；長さ×高さ×厚さ）の二層打ち重ね解析(各リフト高さ 150mm)を実施した（Fig.7）．1 リフト目の打設から 14 日後に 2 リフト目を打設する工程を再現し，新旧コンクリート間の相互作用を評価した．

解析モデルを Fig.7 に，解析結果を Fig.8 および Fig.9 に示す．1 リフト目単独期間においては，底面拘束に起因する貫通ひび割れの発生と進展が確認された．特筆すべきは 2 リフト目打設直後の挙動であり，新設コンクリートの水和発熱が打ち継ぎ面を介して既設リフト（1 リフト目）へ伝導することで，既設リフトが再膨張（再昇温）し，発生していた引張応力が緩和され，ひび割れが閉合する現象が再現された．これらの結果より，開発した手法は，多層打設特有の熱伝導およびひび割れ挙動の変化を定性的に評価できることが確認された．

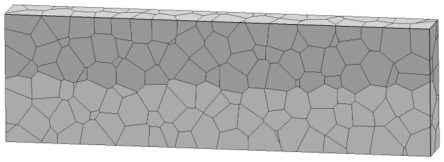


Fig.7 RBSM specimen model (Bottom: Lift 1, Top: Lift 2)

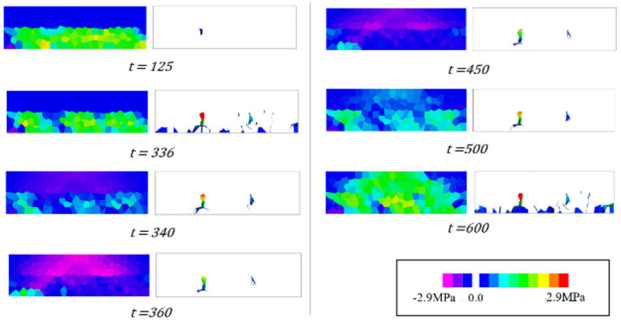


Fig.8 Evolution of stress distribution and crack patterns

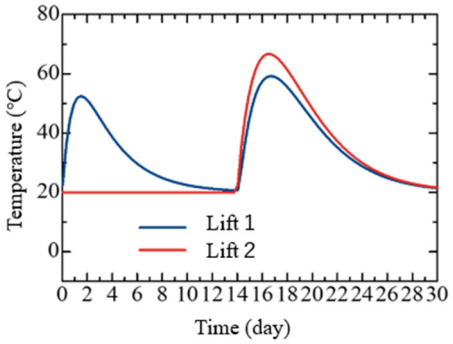


Fig.9 Temperature history of each lift

5. 結論

本研究では，硬化過程および施工履歴を考慮可能な三次元 RBSM 解析システムを開発した．

TSTM 実験との比較による妥当性確認では，コンクリートの温度ひび割れを高精度に再現できることを示し，解析手法の妥当性を確認した．

また，施工段階解析においては，新設リフトの発熱が既設リフトに与える熱・力学的影響等（再昇温による応力緩和等）を適切に表現可能であることを示した．

今後は，本解析手法の適用性をさらに高めるため，実際の低拡散層等を想定した実規模レベルのマスコンクリート構造物を対象とした解析を行い，実測データとの比較検証を行う必要がある．また，鉄筋要素をモデル内に導入し，鉄筋による拘束効果やひび割れ分散効果を含めた拡張解析を行うことで，低拡散層等の実構造物の設計・施工管理に資する解析技術としての確立を目指す．

参考文献

1) 杉本啓太，山本佳士，中村光，三浦泰人，熱・水分移動および硬化過程を考慮した RBSM による RC 部材のひび割れ進展挙動解析，土木学会年次学術講演会講演概要集，2016.9.
2) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：三次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離に対するせん断補強効果に関する検討（シンポジウム講演概要）

A Study of Shear Reinforcement Effects on Scabbing Failure of Concrete Plates Subjected to Projectile Impact(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

内山　拓也（防衛大・理工）　　別府　万寿博（防衛大・建設）
道上　剛幸（株式会社ケー・エフ・シー）
Takuya UCHIYAMA, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Takayuki MICHIGAMI, KFC Corporation
E-mail: beppu@nda.ac.jp

In this study, experimental and numerical investingations of shear reinforcement effects on the scabbing failure of concreate plate subjected to projectile impact were conducted. Numerical result was validated by comparing with test data, revealing that the shear reinforcement mitigated the scabbing failure of the concrete plate.

１．緒言

飛翔体が高速度でコンクリート板に衝突すると局部破壊が生じる．既往の研究によると，局部破壊は応力波の伝播や局所的なせん断変形によって発生することが知られている．これまでに，裏面剥離に対する補強あるいは剥離片の飛散抑制対策として，各種繊維補強コンクリートの適用およびポリウレア樹脂の塗布やシート状材料の裏面接着などが提案されている．一方で，せん断力に対する抵抗力を向上させる方法の一つとして，既設構造物へせん断補強筋を配置する方法が知られている．あと施工型せん断補強は，RC 部材のせん断耐力を 42%～171%増加させることが報告されている [1]．本研究は，局部破壊の一つである裏面剥離の抑制対策として，あと施工せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験および数値解析を行い，せん断補強の効果について考察したものである．

２．実験の概要および結果

実験は，高圧空気式飛翔体発射装置を使用した．本装置は，質量 50g～1000g の飛翔体を速度 100～500m/s で発射することができる．飛翔体は質量 300g，直径 25mm，長さ 90mm であり，先端形状は半球型である．衝突速度は約 150m/s に設定した．Fig.1 に，試験体の寸法を示す．コンクリートの圧縮強度は 38.7N/mm^2 であり，寸法は縦 500mm，横 500mm，厚さ 80mm である．用心鉄筋として，試験体の外周近傍に D10 鉄筋を配筋した．無補強コンクリート板およびあと施工型のせん断補強を施したコンクリート板を作製した．Fig.2 に，せん断補強筋の配置を示す．せん断補強筋として長さ 60mm の D10 鉄筋を使用し，かぶりを 20mm とした．せん断補強筋間隔は 35mm とし，挿入面を衝突面および裏面側に設けたケースを設定した．

Fig.3 に，表面および裏面の破壊性状を示す．図にはせん断補強筋なしのケースを N（No reinforcement），せん断補強筋の挿入面を衝突面側および裏面側に設けたケースをそれぞれ Case A および B として示している．破壊モードは裏面において剥離片が飛散した状態を裏面剥離，剥離片が飛散しない限界状態を裏面剥離限界とした。Case N は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔も生じた．Case A は剥離片が飛散し裏面剥離となり，孔は生じなかった．Case B は剥離片飛散が抑制され裏面剥離限界となり，孔は生じなかった．以上から，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制されることがわかる．

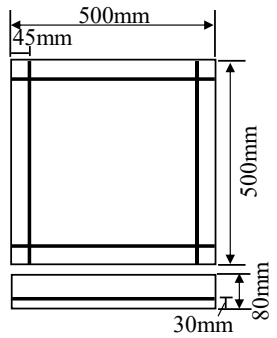


Fig.1 Test specimen

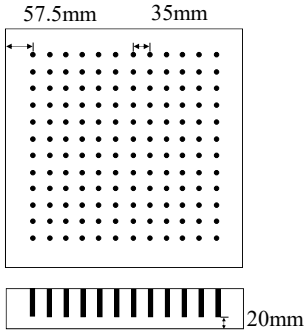


Fig.2 Shear reinforcement bars arrangement

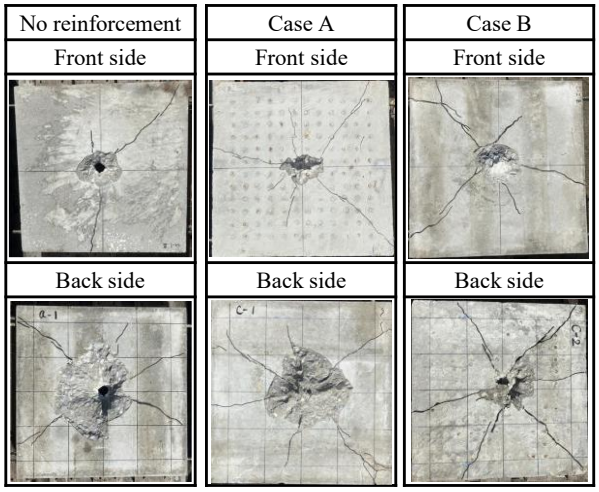


Fig.3 Failure state

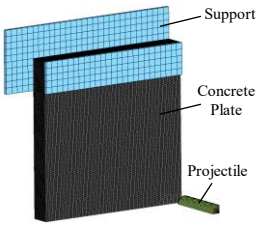


Fig.4 Numerical model

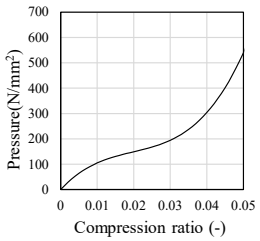


Fig.5 Pressure-compression ratio relationship

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

２．数値解析的検討

(1)　解析モデル

Fig.4 に，数値解析モデルを示す．計算時間の短縮を図るため，実験条件の対称性を考慮し 1/4 モデルを作成した．コンクリート板は 2.5mm×2.5mm×2.5mm の 8 節点 6 面体要素でモデル化し，支持具は 10mm×10mm 厚さ 5mm のシェル要素でモデル化した．鉄筋については要素長 2.5mm のはり要素でモデル化し，コンクリート要素の節点と共有して完全結合とした．境界条件としては，実験における支持具と試験体設置治具の節点を固定した．初期条件として，飛翔体の全節点に衝突速度を与えた．材料モデルについては伊東ら [2]によって提案された非線形動的コンクリートモデルを，松澤ら [3]が高度化した改良 CAPROUS モデルを使用した．Fig.5 に，圧力－圧縮率の関係を示す．Fig6 に初期降伏面，最大降伏面および残留降伏面の 3 つから成る降伏関数を，Fig7 に引張破壊に到達後の軟化挙動を示す引張軟化特性を示す．

(2)　数値解析結果

Fig.8 に，衝突後 20ms における表面および裏面の解析結果を示す．Case N では，裏面において放射状のひび割れと膨らみが確認された．Case A では裏面において放射状のひび割れと小さな膨らみが確認できた．Case B では裏面において放射状のひび割れが生じた．

応力波による局部破壊を評価するため，3 次元弾性波理論から求められる弾性波速度の算定式を以下に示す．

$$c=\sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)\rho}} \tag{1}$$

ここに，c はコンクリートの弾性波速度，E はヤング係数，ν はポアソン比，ρ は密度である．

3 次元弾性波理論によると，板厚 80mm において衝突によって生じた応力波は約 0.03ms で 1 往復する．断面に生じた損傷の進展を Fig.9 に示す．各ケースともに斜めひび割れは 0.1ms 以降に進展しており，応力波による破壊が支配的である可能性は小さいと考えられる．Case N では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できる．以降の時刻では，斜めひび割れが開口して裏面に到達した．Case A では，0.1ms の時点で斜めひび割れの進展が確認できたが，それ以降の時刻では斜めひび割れの開口は抑制された．Case B では，0.1ms の時点で斜めひび割れが生じたが，それ以降の時刻では斜めひび割れ方向の開口や進展は抑制された．また，斜めひび割れの角度が Case N に比べて急勾配になった．Fig.10 に，Case B におけるせん断補強筋のひずみ分布と時刻歴を示す．ひび割れが進展する近傍のせん断補強筋において部分的にひずみが発生している．図に示したせん断補強筋 B において，最大で 836 μ の引張ひずみが発生していることが確認できる．

以上より，挿入面を裏面側に設定したケースにおいて，裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

５．結言

本研究では，コンクリート板の裏面剥離の抑制対策として，あと施工型せん断補強したコンクリート板に対する衝突実験を行うとともに数値解析を行って考察した．その結果，せん断補強筋によって裏面剥離が抑制され，特に挿入面を裏面側に設置したケースの裏面剥離抑制効果が大きくなることがわかった．

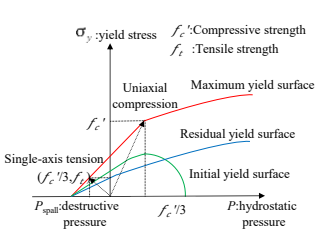


Fig.6 Yield function

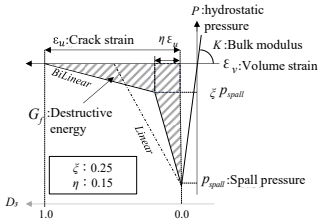


Fig.7 Tensile softening characteristics

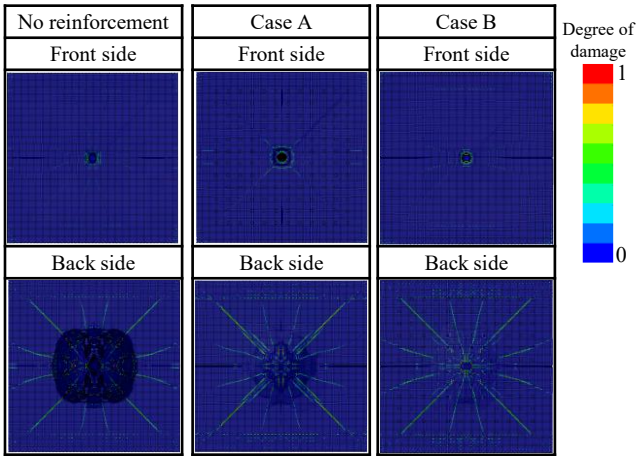


Fig.8 Fracture characteristics of the front and back surfaces

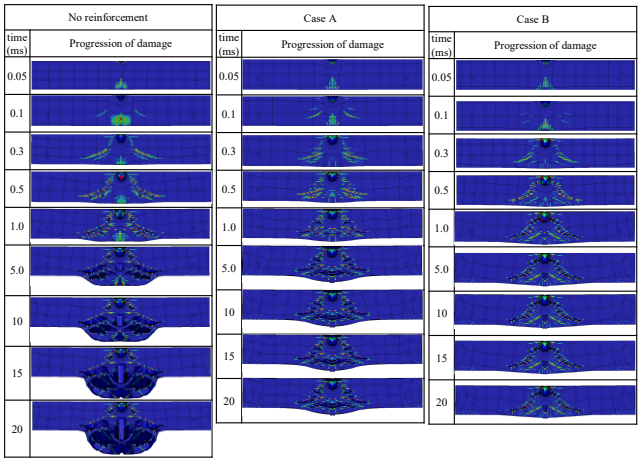


Fig.9 Failure progress in Cross-section

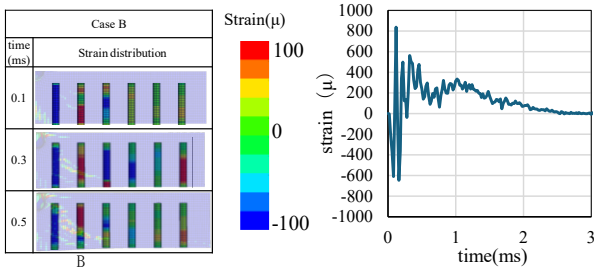


Fig.10 Strain time-history of shear reinforcement bar

参考文献

1)　一般財団法人土木研究センター：建設技術審査証明報告書あと施工型せん断補強用無機系モルタルカプセルおよびせん断補強筋「RMA」pp.285-345，2022

2)　伊東雅晴，別府万寿博，片山雅英：非線形動的コンクリート構成則 CAPROUS の開発と高速衝突解析への応用，土木学会第 10 回構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2010

3)　松澤遼，伊東雅晴，佐藤暁拓，大西慶弘，別府万寿博：低速から高速までの衝突を受けるコンクリート構造物の局部破壊解析に対する改良 CAPROUS モデルの適用性検討，構造工学論文集，Vol.70A，pp.964- 977，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（応用力学の実務への展開）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

応用力学の実務への展開 (1)

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

16:25 ~ 16:40

[13016] 干渉嵌合と機械的キーを併用した格点構造を有する応急復旧橋の提案（シンポジウム講演概要）

*齋藤 道生[1]、谷口 望[2]、趙 清[3] (1. ㈲萬聲学館、2. 日本大学　理工学部、3. 川田テクノシステム㈱)

16:40 ~ 16:55

[13017] ソイルセメントで表面補強した急勾配落石防護土堤の捕捉性能向上に関するDEM解析（シンポジウム講演概要）

*吉廣 悠太[1]、内藤 直人[2]、前田 健一[1]、小栗 快之[1]、中村 拓郎[3]、鈴木 健太郎[4]、瓦井 智貴[5] (1. 名古屋工業大学、2. 豊橋技術科学大学、3. （国研）土木研究所寒地土木研究所、4. （株）構研エンジニアリング、5. 室蘭工業大学)

16:55 ~ 17:10

[13018] 流体構造連成解析と代理モデルに基づく浮体式波力発電システムの発電効率最適化(シンポジウム講演概要)

石澤 修司[1]、中山 繁生[2]、野村 怜佳[1]、*森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. Yellow Duck 株式会社)

17:10 ~ 17:25

[13019] 橋りょうねじり変形による支承あおり時の等価ばね定数評価（シンポジウム講演概要）

*服部 紘司[1]、豊原 匡織[1]、松岡 弘大[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

干渉嵌合と機械的キーを併用した格点構造を有する応急復旧橋の提案
（シンポジウム講演概要）
Proposal for An Emergency Rehabilitation Bridge with The Panel Point Structure Using Interference Fit and Mechanical Keys
(Proceeding of Symposium on Applied Mechanics)

齋藤　道生（㈲萬聲学館）　　谷口　望（日大・理工）　　趙　清（川田テクノシステム㈱）
Michio SAITOH, BanseiGakkan Ltd.
Nozomu TANIGUCHI, Nihon University
Kiyoshi Chou, KTS Co.,Ltd
E-mail: mhsaitoh6210@gmail.com

This study proposes an emergency rehabilitation bridge that can be constructed quickly in the event of a bridge disaster. To enable rapid bridge assembly on-site, the panel point structure that combines interference fit and mechanical keys, which have a proven track record in the field of mechanical engineering, was adopted, and the applicability of this construction method was confirmed.

１．はじめに

急速施工を可能するためには，搬入部材の軽量化と現場における組立の工期短縮が重要である．本研究では，部材の軽量化を図れるトラス構造を採用し，現場における工期短縮を図るため格点構造に機械分野では国内外で実績の多い焼き嵌め[1)]による干渉嵌合[1)]を提案する．

施工の段取りは，工場にて弦材の格点位置に「焼き嵌め結合部」と「キー溝」を加工し，現場にて弦材に加工された格点位置に一体連結体を被せ格点構造を一体化させる．

焼き嵌めを用いた干渉嵌合は，西欧では 19 世紀の鉄道黎明期から，機関車の車輪に鋼鉄製の車輪を焼き嵌めして固定する技術が必須であった．また，日本では明治時代に西欧の鉄道技術とともに焼き嵌め技術が導入され，工作機械や機関車の部品組立に応用した[2)]．工期短縮につながるメリットが高いため，まず応急復旧橋で使用することを目的とする．

２．提案する格点構造の概念

図 1 に提案する格点構造の概念を示す．

格点構造部の概念は，高力ボルトや溶接によらずに，弦材とスリーブの干渉面に焼き嵌めによる干渉嵌合で均一な接触圧を形成し，弦材とスリーブを圧縮面に生じる摩擦抵抗で拘束する．腹材連結部との一体化はスリーブ端面を両側から抑え軸方向ずれを拘束する．キーは滑り時の冗長機構として配置する．

組立はまず，焼き嵌めによる干渉嵌合で，弦材とスリーブの界面に接触圧を発生させる．これにより弦材とスリーブが強固に固定される．次に腹材連結部の下側一体連結体と上側の上蓋を被せ，スリーブの端面と一体連結体および上蓋の受け面を合わせて格点構造を完成させる．これにより，腹材と弦材が一体化される．

理論式は以下のように表される．

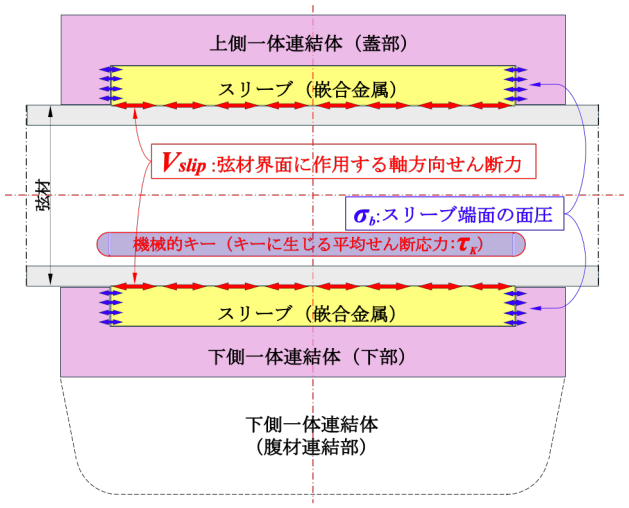
接触圧の簡略式[3)]（薄肉近似）：p_r

$$p_r = \frac{\delta}{\frac{D}{E_c t_c}+\frac{D}{E_s t_s}} \tag{1}$$

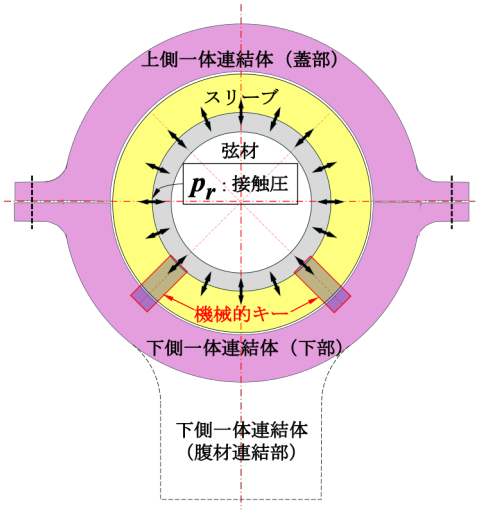
ここに，δ:干渉量（半径差），D:弦材外径，E_c,E_s:ヤング率，t_c:弦材厚，t_s:スリーブ厚．

摩擦による伝達力[3)]：V_{slip}

$$V_{slip} = \mu p A_c \tag{2}$$



（a）側面図



（b）断面図

図１　提案する格点構造の概念

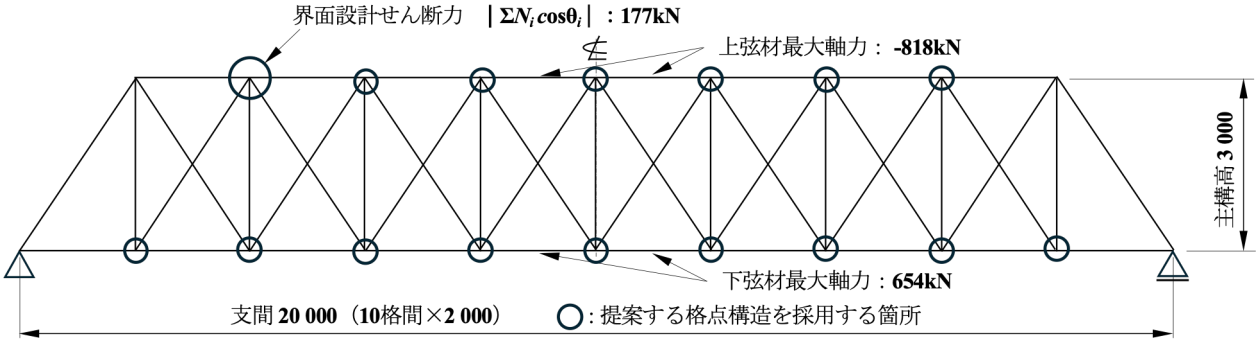


図 2 トラス骨組図

ここに，μ:摩擦係数，p:接触圧，A_c:接触面積

機械的キーに生じる平均せん断応力[3]：τ_K

$$\tau_K = \frac{V}{nA_s} \tag{3}$$

ここに，V：キーが負担するせん断伝達力，n：キー本数，A_s：キー1 本のせん断面積.

スリーブ端面の平均面圧：σ_b

$$\sigma_b = \frac{V}{A_{end}} \tag{4}$$

ここに，V：端面当りで伝達する軸方向力，A_{end}：端面接触面積（リング面積）.

3．応急復旧橋の格点構造への展開

図 2 に示す副斜材付きハウトラスを応急復旧橋として採用し，主構面内のみの試設計を行う．仕様は道示 I 及び II[4]に準拠し，橋格は，支間 20m，格間長 2m，主構高 3m，有効幅員 4m，とし，設計荷重 TL-25 を用いる．

提案する格点構造は端部格点を除く一般部に採用する．本研究で提案する干渉嵌合界面には，格点において弦材へ導入される軸力増分のみを伝達する構造である．したがって，界面で考慮すべき設計せん断力は，斜材・副斜材の軸力そのものではなく，格点釣合いにより弦材に導入される水平成分である．これにより，トラス全体骨組の静的整合を保った設計荷重評価が可能となる．

以下に，提案する格点構造の試算結果を示す.

トラス弦材の決定断面は外径 D=267.4mm, 肉厚 t=9.3mm, スリーブは肉厚 20mm, 長さ 600mm と仮定する．トラス構造からの界面設計最大せん断力を 177kN とし，**(2)式**より，摩擦係数を 0.2 とおいて弦材とスリーブの必要接触圧 pは 1.76N/mm^2 となる.

次に必要干渉量 δ は，**(1)式**より，0.4μm と算出される．この結果，理論上必要な干渉は 1.0μm 未満であり，これは供用荷重負荷下での滑りを防止するには非常に小さな焼き嵌めで十分であることを示している．なお，干渉量は理論値であり，実際の施工においては加工公差および温度管理を考慮した安全側設定が必要である.

スリーブと一体連結体の結合は，スリーブ端面と一体連結体の側面との支圧で押さえる．支圧応力σ_bは**(4)式**より 9.8N/mm^2 と算出され，十分に設計可能である.

弦材とスリーブの摩擦が切れた場合の冗長機構である機械的キーに生じる平均せん断応力τ_Kは**(3)式に**より，4.2N/mm^2 でフェールセーフ機能を十分に期待できる.

4．まとめ

本研究で得られた知見を以下に示す.

(1) 干渉嵌合と機械的キーを併用したトラス格点構造を提案し，急速施工を可能とする応急復旧橋への適用可能性を示した.

(2) 設計最大せん断力 177kN に対し，摩擦係数 0.2 を仮定した場合，必要接触圧は 1.76N/mm^2，必要干渉量は 0.4μm と算出され，焼き嵌め結合部は供用荷重下で滑りを防止できることを確認した.

(3) スリーブ端面と一体連結体との支圧伝達機構では，端面平均面圧は 9.8N/mm^2 となり，軸方向力の伝達が十分可能であることを示した.

(4) 摩擦切れ時の冗長機構として配置した機械的キーに生じる平均せん断応力は 4.2N/mm^2 であり，フェールセーフ機構として有効であることを示した.

(5) 今後の検討課題としては，スリーブと一体連結体の結合部の局部座屈挙動および干渉嵌合界面の応力集中の評価が必要であり，数値解析による詳細な評価を行う予定である．干渉嵌合の耐久性に関しては，「機械分野では確実に設計・製作されていれば半永久的な固定が可能である」，とされているが．本設橋に用いるには橋の変動荷重下での耐久性の検証が必要である.

参考文献

1) 日本機械学会：機械工学便覧 デザイン編 β1 設計工学，日本機械学会，2007.
2) 坂上茂樹，本邦鉄道車両用タイヤ技術史，大阪市立大学 学術機関リポジトリ掲載資料，2021（PDF）.
3) Budynas, R. G., and Nisbett, J. K.: Shigley's Mechanical Engineering Design, 10th ed., McGraw-Hill Education, 2015.
4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，共通編，鋼橋・鋼部材編，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ソイルセメントで表面補強した急勾配落石防護土堤の捕捉性能向上に関する DEM 解析（シンポジウム講演概要）

DEM Analysis on Catching Performance of Steep Rockfall Protection Soil Embankments with Soil Cement Surface Reinforcement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉廣　悠太（名工大・工）　内藤　直人（豊橋技科大・工）　前田　健一（名工大・工）　小栗　快之（名工大・工）
中村　拓郎（寒地土研）　鈴木　健太郎（構研エンジ）　瓦井　智貴（室蘭工大・工）
Yuta Yoshihiro Nagoya Institute of Technology
Naoto Naito, Toyohashi University of Technology
Kenichi Maeda, Nagoya Institute of Technology
Yoshiyuki Oguri, Nagoya Institute of Technology
Takuro Nakamura, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Kentaro Suzuki, Koken Engineering
Tomoki Kawarai, Muroran Institute of Technology
FAX: 052-735-5497, E-mail: y.yoshihiro.523@stn.nitech.ac.jp

This study evaluates the impact resistance and catching performance of steep rockfall protection soil embankments with soil cement surface reinforcement. Using a three-dimensional Discrete Element Method with a bond model, the analysis validates the model's accuracy in reproducing deformation and demonstrates that soil cement surface reinforcement effectively enhances the catching performance of soil embankments.

１．はじめに

落石防護土堤（以下，土堤と示す）は，土のみで構成され，現地発生土で施工できるため，経済性，維持管理性に優れた落石対策施設である．しかし，急崖を有する我が国では土堤の設置スペースの確保が困難な場合がある．

そこで，設置スペースを確保するために，土堤法面を急勾配化し，土堤断面を削減する方法が挙げられる．既往研究 [1]より，急勾配化による落石捕捉性能向上と，表面補強による堤体部の損傷低減効果が実験にて確認されている．

本研究では，法面を急勾配化およびソイルセメントで表面補強した土堤（以下，法面補強土堤と示す）の性能把握を目的に，土堤の模型実験 [1]とソイルセメント板の要素実験 [2]を対象とした，三次元個別要素法（Discrete Element Method，以下，DEM）による再現解析を実施し，法面補強土堤の数値モデル化手法について検討を行った．

２．実験および DEM 解析の概要

Fig. 1 に実験概要図，Fig. 2 に解析概要図を示す．本解析では，堤体とソイルセメントの双方に対して，粒子間相対変位と相対回転に抵抗するボンドモデルを使用した．そして，各解析パラメータを Table. 1 に示す．なお，紙面の都合上主要な項目のみを記載する．本解析は球形粒子を用いており，解析パラメータは既往研究 [3]を参考に設定した．

解析上の土堤形状は実験と同寸法とし，基層厚さ 0.6m，堤体高さ 1.0m，天端幅 0.2m，載荷面法勾配 1:0.5，非載荷面法勾配 1:1.2 である．

ソイルセメントについて，実験時は堤体部と同様に厚さ 0.25m 毎に敷均して転圧し，転圧完了後に水平方向厚さ 0.2m，勾配 1:0.5 となるように整形した．ソイルセメントの一軸圧縮強度は 1.3MPa 程度である．Table. 2 に示す表面補強の有無による 2 通りの実験条件に基づき，本解析においても対応する 2 ケースの再現解析を実施した．

Fig. 3 にソイルセメント板の要素実験概要図を示す．板は 1.0m 四方の厚さ 0.2m で，一軸圧縮強度は 1MPa 程度である．解析で使用した重錘は直径 φ200mm の円柱形とし，先端部の形状は実験条件を簡易的に模擬した．解析の重錘質量は実験と同様に 400kg とした．実験は静的載荷と衝撃載荷を実施し，各載荷速度を Table. 3 に示す．なお，静的載荷は一定載荷，衝撃載荷は自由落下衝突とした．

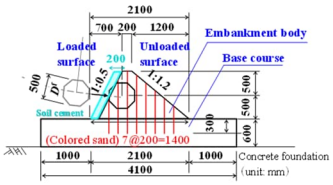


Fig. 1 Experimental layout

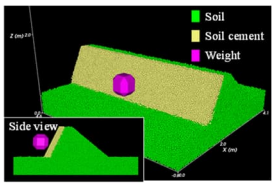


Fig. 2 Simulation overview

Table. 1 Simulation parameters

(a) Soil embankment

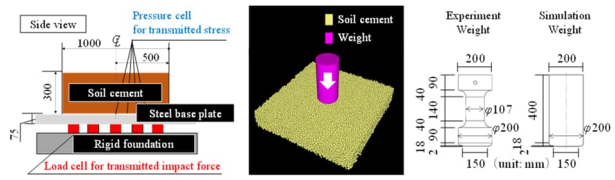
Parameter	Symbol (unit)	Basic setting
Max. particle diameter	m	0.05
Min. particle diameter	m	0.025
Particle density	kg/m^3	2650
Young's modulus	Pa	3.0×10^8
Friction coefficient	deg.	25
Rolling resistance	-	0.065
Bond normal stiffness per area	N/m^3	1.15×10^{10}
Bond tangential stiffness per area	N/m^3	2.89×10^9
Bond stress limit	Pa	1.50×10^6

(b) Soil cement

Parameter	Symbol (unit)	Basic setting
Max. particle diameter	m	0.025
Min. particle diameter	m	0.0125
Particle density	kg/m^3	2936
Young's modulus	Pa	2.0×10^9
Friction coefficient	deg.	25
Rolling resistance	-	0.5
Bond normal stiffness per area	N/m^3	1.00×10^{11}
Bond tangential stiffness per area	N/m^3	2.50×10^{10}
Bond stress limit	Pa	2.50×10^6

Table. 2 Experimental cases for soil embankments

Case name	Material	Slope gradient on loaded side	Slope gradient on unloaded side	Soil cement surface reinforcement (Yes/No)	Embankment height (m)	Weight diameter (m)	Weight mass (kg)	Weight drop height (m)
N	GFS	1:0.5	1:1.2	No	1.0	0.5	234.5	6.0
C				Yes				



(a) Experimental layout (b) Simulation overview (c) Weight

Fig. 3 Soil cement element tests

Table. 3 Loading methods for soil cement element tests

Loading method	Loading velocity (m/s)	Loading condition
Static loading	0.005	Constant
Impact loading	1.58	Free fall
	2.00	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．無補強土堤（堤体）の再現解析結果

まず，無補強土堤（N）の再現解析より，堤体の解析モデルの妥当性を確認する．Fig. 4 に重錘重心軌跡図，Fig. 5 に重錘運動エネルギーの時刻歴波形，Fig. 6 に載荷終了後の土堤表面変状を示す．Fig. 4 は土堤の概形線を黒実線，重錘半径分のオフセットラインを黒破線で示す．また，Fig. 8 について，線速度エネルギーを赤線，回転エネルギーを青線，全運動エネルギーを黒線で示す．そして，Fig. 6 の解析結果はボンドが破断した粒子を赤色で示しており，実験時のひび割れ（黄色破線）に相当する．Fig. 4 より，重錘の最大貫入量は実験で 0.21m，解析で 0.20m であり凡そ等しい．また，Fig. 5 より，重錘のエネルギー減少勾配は解析の方が大きい．さらに，Fig. 6 より，解析にて実験のひび割れの進展長およびひび割れの発生パターンが定性的に再現されている．よって，本解析モデルは衝撃力作用時における堤体の変形を概ね再現しており，妥当性が示された．

４．ソイルセメントの要素実験の再現解析結果

次に，ソイルセメントの解析モデルの妥当性を確認する．Fig. 6 に静的載荷時の重錘の荷重-貫入量関係と，衝撃載荷時の衝撃力波形および貫入量-時間関係を示す．Fig. 6 (a)より，静的載荷の最大荷重は実験値 38.7kN に対し解析値 37.9kN と凡そ等しい．また，解析では最大荷重時直後にボンドの破断により脆性挙動を示すが，そこに至るまでの荷重推移は実験結果を良好に再現している．さらに，Fig. 6 (b), (c)より，最大衝撃力は解析の方が大きい傾向にあるが，重錘の貫入挙動は概ね一致する．よって，本解析モデルは静的・衝撃載荷時における重錘挙動およびソイルセメントの変形を再現しており，妥当性が示された．

５．法面補強土堤の再現解析結果

3 章，4 章で妥当性を確認した解析モデルを用いて，法面補強土堤（C）の再現解析を行った．Fig. 7 に重錘重心軌跡図，Fig. 8 に重錘エネルギーの時刻歴波形，Fig. 9 に載荷終了後の土堤表面および断面を示す．Fig. 9 の土堤断面にはせん断箇所と非載荷面のひび割れ発生位置を示す. Fig. 7 より，重錘の最大貫入量は実験で 0.04m，解析で 0.08m であり，解析の方が 2.0 倍となった．また，重錘の最大到達高さは実験で 0.26m，解析で 0.13m であり，解析の方が 0.5 倍となった．したがって，解析の方が実験に比べて重錘が貫入しやすく，跳躍挙動が抑制された．また，Fig. 8 より，解析の方が減少勾配は大きいが，最大貫入時の全運動エネルギー減少率は実験で 94.0%，解析で 95.5%であり凡そ等しい. さらに, Fig. 9 より, 載荷面の変状範囲は実験で 2437mm, 解析で 3178mm と解析の方が 1.3 倍である．一方，非載荷面では，実験と解析で天端付近に鉛直ひび割れと水平ひび割れが確認でき，その長さは実験で 3259mm，解析で 2246mm であり，解析は実験の 0.7 倍である．また，中央断面の変状について，非載荷面のひび割れの基層からの発生位置は実験で 738mm，解析で 453mm であり，解析では堤体高さ中央付近に発生している．また，無補強土堤の解析結果と比較すると，重錘の最大貫入量減少やエネルギー減少勾配の増加など，ソイルセメント表面補強による捕捉性能の向上を解析においても評価できることが示唆される．

６．まとめ

本研究は, 法面補強土堤の性能把握に向けて三次元 DEM 解析を実施した．堤体およびソイルセメントについて，各実験の重錘挙動やひび割れ分布を再現可能なモデルを構築

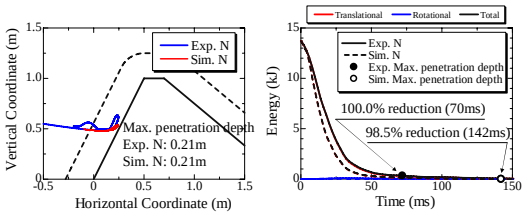


Fig. 4 Trajectory diagram (N)

Fig. 5 Energy time history (N)

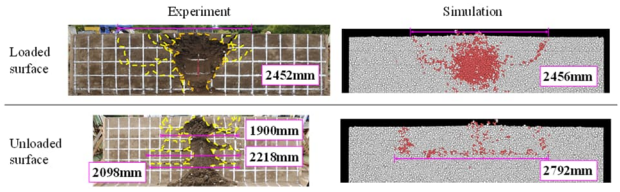
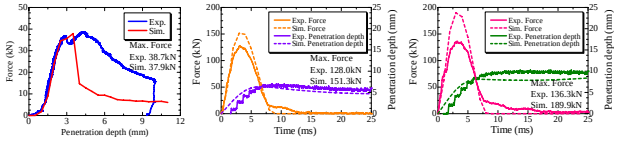


Fig. 6 Soil embankment surface deformation (N)



(a) Static (b) Impact (1.58m/s) (c) Impact (2.00m/s)

Fig. 6 Results of simulation for soil cement element tests

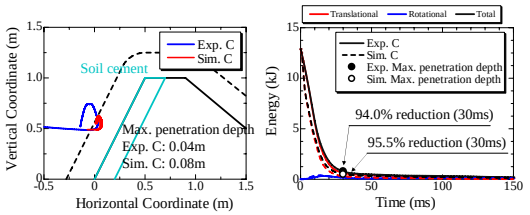


Fig. 7 Trajectory diagram (C)

Fig. 8 Energy time history (C)

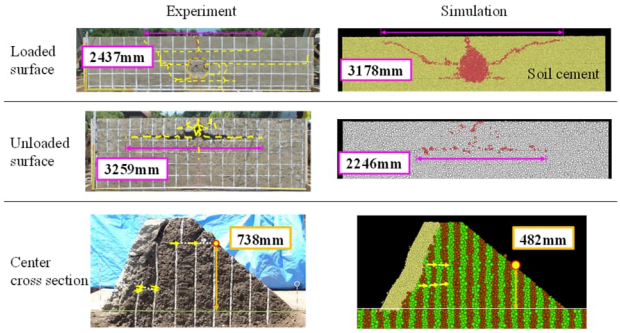


Fig. 9 Soil embankment deformation (C)

することで，ソイルセメント表面補強時の重錘の運動エネルギーの減少傾向や土堤の変形・破壊挙動を再現でき，また，土堤の捕捉性能向上を評価できることが示唆された．

参考文献

1) 吉廣ら，振り子式重錘衝突実験による法面補強した落石防護土堤の性能把握，令和 7 年度土木学会北海道支部年次技術研究発表会, A-3-03, 2025.
2) 山口ら，ソイルセメントに関する重錘落下衝撃実験，コンクリート工学年次論文集，Vol.34, No.2, pp.733-738, 2012.
3) Naito et al, Rockfall impacts on sand cushions with different soil mechanical characteristics using discrete element method, Soils and Foundations, Vol.60, pp.384-397, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

流体構造連成解析と代理モデルに基づく 浮体式波力発電システムの発電効率最適化 (シンポジウム講演概要)

Design optimization of a buoyancy-based wave power generation system using FSI analysis and surrogate modeling (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石澤　修司（東北大）　　中山　繁生（Yellow Duck 株式会社）　　野村　怜佳（東北大）
森口　周二（東北大）　　寺田　賢二郎（東北大）
Shuji Ishizawa, Tohoku University
Shigeo Nakayama, Yellow Duck Corporation
Reika Nomura, Tohoku University
Shuji Moriguchi, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: ishizawa.shuji.s7@dc.tohoku.ac.jp

This study aims to identify the conditions that maximize power generation by employing two techniques, fluid-structure interaction analysis and surrogate modeling. Power generation under various wave and design conditions is evaluated through FSI analysis, and the total rotational motion of the floating body is defined as the output of the surrogate model. In addition, the input parameters of the surrogate model—namely in-situ water depth, wave height, and wave period—are defined based on quantities calculated from the FSI solutions. By comparing surrogate models, we analyze the relationship between input parameters and power generation characteristics.

1. 序論

本研究は，浮体式波力発電システムの実用化に向けて，発電に最適な波浪条件，浮体設計条件を明らかにすることを目的とする．具体的には，流体構造連成解析による発電量の推定と，代理モデルの作成による高効率な発電条件の推定という 2 つの手続きを行う．これらにより，波浪条件および浮体設計条件に対する発電量の傾向を整理する．

2. 発電効率評価のための流体構造連成解析

2.1. 流体の数値解析手法

3 次元流れの支配方程式は，次式の非圧縮粘性 Navier – Stokes 方程式と連続の式として与えられる．

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}^{f}=0 \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \tag{2}$$

ここで，ρ は密度，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，$\boldsymbol{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}^{f}$ は応力テンソルである．支配方程式 (1), (2) に対して SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限被覆法を適用する[1)]．有限被覆法[2)] は解析領域を，近似関数を定義する数学領域 Ω^{M} と支配方程式が満たされるべき物理領域 Ω^{P} の 2 つに分ける手法で，2 つの境界位置を正確に考慮して流れ解析を行うことができる[1)]．

2.2. 浮体の運動の表現

本研究では，浮体（球体）を剛体と仮定して流体構造連成解析を行う．剛体の並進運動と回転運動に関する運動方程式は次式のように表される．

$$\frac{d(m_g\boldsymbol{v}_g)}{dt}=\boldsymbol{F}_g-m_g\boldsymbol{g} \tag{3}$$

$$\frac{d(\boldsymbol{I}_g\boldsymbol{\omega}_g)}{dt}=\boldsymbol{M}_g \tag{4}$$

ここで，m_g は剛体の質量，$\boldsymbol{v}_g$ は剛体の速度ベクトル，$\boldsymbol{F}_g$ は剛体に作用する流体力である．$\boldsymbol{I}_g$ は慣性モーメントテンソル，$\boldsymbol{\omega}_g$ は剛体の角速度ベクトル，$\boldsymbol{M}_g$ は剛体に作用する流体力によって発生するモーメントである．

3. ガウス過程回帰による代理モデルの作成方法

流体構造連成解析より得られたデータから代理モデルを作成する．本研究では，波浪の周期 T および波高 H を入力変数 $\boldsymbol{x}=(T,H)$ とし，数値解析から得られた発電量に関する指標を出力変数 y とした応答曲面をガウス過程回帰[3)]（Gaussian Process Regression; GPR）によって作成し，これを数値解析の代理モデルとする．GPR により，予測の平均値 μ，分散 Σ はそれぞれ次式のように定義される．

$$\mu=\boldsymbol{k}_{*}^{T}(\boldsymbol{K}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{y} \tag{5}$$

$$\Sigma=k_{**}-\boldsymbol{k}_{*}^{T}(\boldsymbol{K}+\sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{k}_{*} \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{K}$ はカーネル行列，$\boldsymbol{k}_{*}$ は学習データと未知点の共分散行列，k_{**} は事前分布における未知点の分散，σ_{ε}^{2} は学習データに含まれる観測誤差の分散を表す．

4. 流体構造連成解析による代理モデル

Fig. 1 のような開水路領域を設定し，3 次元流体構造連成解析を行った．底面にはすべりなし境界条件，側面はすべり境界条件を課している．浮体の条件は，比重を 2 種類，重心位置を Fig. 2 のように 3 種類考慮している．40 秒間の解析を行い，x 軸，y 軸，z 軸周りの浮体の角速度時刻歴を記録した．なお，本研究では発電量の指標として，20 s から 40 s 間の浮体の累積総回転量 Θ を用いる．

得られた代理モデルのうち，重心位置を求心および遠心に設定したものを Fig. 3，Fig. 4 に示す．青い点は学習データを表し，着色した面は予測値（平均値 μ，式 (5)），上下の面は予測の不確実性（標準偏差 $\sqrt{\Sigma}$，式 (6)）を表している．波浪条件に関しては，波高が大きいほど，また周期が短いほど総回転量が増加する傾向が認められる．浮体設計条件に関しては，重心位置が求心に近く，比重が小さい条件ほど総回転量が大きくなることが確認できる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

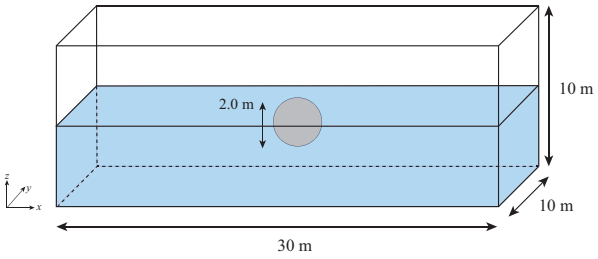


Fig. 1　解析領域

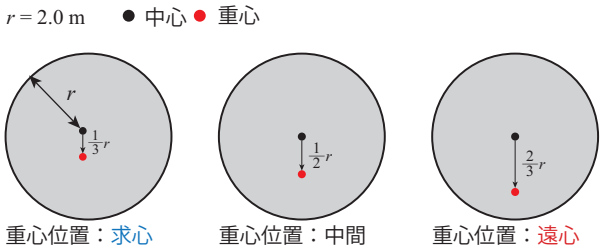


Fig. 2　浮体重心位置

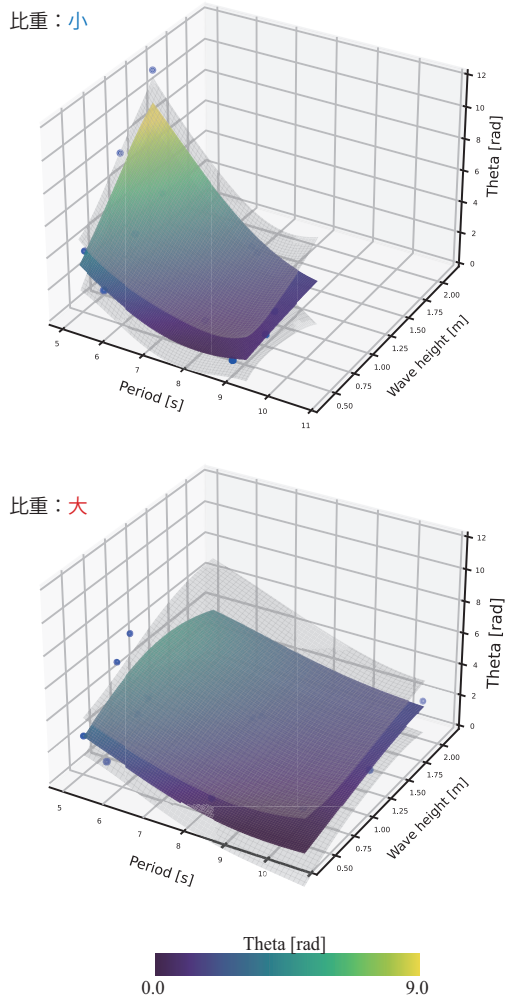


Fig. 3　代理モデル（重心位置：求心）

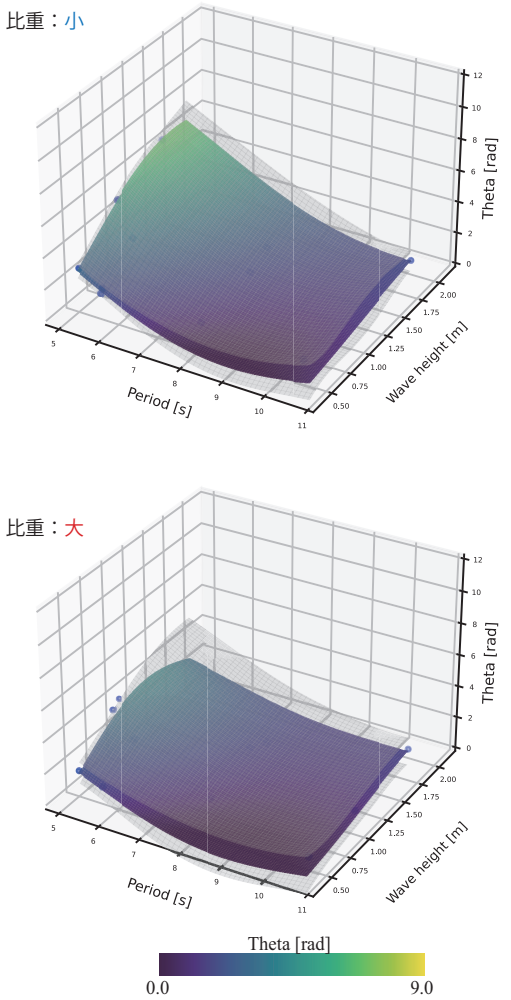


Fig. 4　代理モデル（重心位置：遠心）

5.　結論

本研究では，浮体式波力発電機の発電量を最大化する波浪条件および浮体設計条件を明らかにするため，流体構造連成解析と代理モデルの作成を行った．始めに，浮体発電機を剛体としてモデル化して流体構造連成解析を行った．次に数値解析結果から発電量を推定し，ガウス過程回帰による代理モデルの作成を行った．得られた代理モデルにより，総回転量の大きなケースの波浪条件・浮体設計条件の整理が可能となった．今後は，浮体構造をより正確にモデル化した数値解析や発電量指標の改善を行った上で，具体的な設計指針を確立することが望まれる．

参考文献

1) 高瀬慎介, 森口周二, 寺田賢二郎, 小山直輝, 金子賢治, 車谷麻緒, 加藤準治, 京谷孝史: 構造物の破壊を考慮した有限被覆法に基づく構造流体連成解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 71, No. 2, pp. I_203–I_212, 2015.
2) Terada, K., Asai, M. and Yamagishi, M.: Finite cover method for linear and non-linear analyses of heterogeneous solids, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 58, No. 9, pp. 1321–1346, 2003.
3) Schulz, E., Speekenbrink, M. and Krause, A.: A tutorial on gaussian process regression: Modelling, exploring, and exploiting functions, *J. Math. Psychol*, Vol. 85, pp. 1–16, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

橋りょうねじり変形による支承あおり時の等価ばね定数評価（シンポジウム講演概要）

Evaluation of Equivalent Spring Constant of a Bridge Loose Bearing by Torsional Deformation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

服部　紘司（鉄道総研）　　豊原　匡織（鉄道総研）　　松岡　弘大（鉄道総研）
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
Masaori TOYOHARA, Railway Technical Research Institute
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
E-mail: hattori.koji.93@rtri.or.jp

An equation is derived to calculate an equivalent one-dimensional spring constant by solving the torsion equation, assuming that the behavior of loose bearings in a railway steel bridge can be modeled as torsional deformation. The spring constant is evaluated for an actual two-main-I girder with a span length of about 12.4m. The validity of the proposed method is verified through in-situ displacement measurements and finite element analysis.

１．はじめに

鋼鉄道橋では，支承部に隙間が生じ列車通過時に桁があおられる支承あおりが維持管理上の課題となっている．維持管理の省力化のため，車上計測された軌道変位を用いた支承あおり推定法が提案されている [1), 2)]．推定においては支承あおりの適切なモデル化が重要だが，1 次元のバイリニアの鉛直ばねを用いることで，実路線の支承あおりがある橋りょう上で得られる軌道変位を再現できることが分かっている [2)]．しかしながら，1 次元のバイリニアばねモデルの 1 次剛性の物理的裏付けはなく，実橋におけるバイリニアばねのばね定数の実態も不明であり，算出方法も未構築である．本研究では，支承あおりを桁ねじり変形でモデル化できるとし，ねじりの方程式を用いた等価ばね定数の算出法を提案する．また，得られた等価ばね定数に対して，実路線で計測された変位計の時刻歴と 2 次元 FEM 解析をフィッティングさせて得られるばね定数と比較し検証する．

２．ねじりを仮定した支承あおりの１次等価ばねモデル

3 点支持状態の桁における浮き支承部の挙動を 1 次元等価ばねとして考える．単純支持桁における列車退出側の左右どちらかの支承に隙間が生じて桁が 3 点支持となった場合，図 1 に示すように，列車荷重によるねじりが生じる．このとき，主桁間隔Bと等しいうで長さrをもつ列車荷重Pによるねじりモーメント

$$T_0 = Pr \tag{1}$$

により，退出側の桁端を自由端，進入側の桁端を固定端とした桁のねじり変形が生じる．桁進入側を 0 として橋軸方向にx軸をとり，ねじりについて純ねじりと反りねじりを考慮すると以下の方程式が成り立つ．

$$GJ\theta''(x) - EI_\omega\theta''''(x) = 0 \tag{2}$$

ここで，$\theta(x)$はねじれ角，Jはサンブナンねじり定数，I_ωは反りねじり定数，E, Gはそれぞれヤング率およびせん断弾性係数である．桁のスパン長をlとして，図 2 に示すように，境界条件は$x = 0$でねじれ角ゼロ，反り拘束，$x = l$で反りモーメントゼロ，ねじりモーメントT_0の条件とすると，自由端でのねじりによる鉛直変位$z(l)$は以下の形で表される [3)]．

$$z(l) = r\tan\theta \cong \frac{180}{\pi}\frac{Pr^2}{GJk}[kl - \tan(kl)] \tag{3}$$

ここで，変数kは以下で定義される．

$$k = \sqrt{\frac{GJ}{EI_\omega}} \tag{4}$$

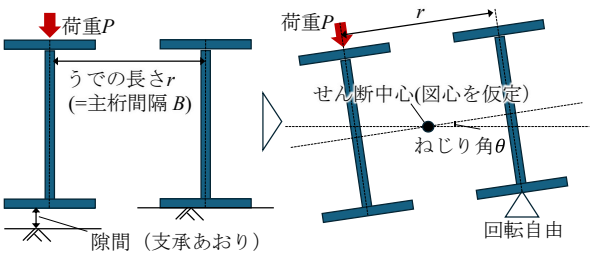


図 1　桁が 3 点支持の場合のねじり変形の模式図

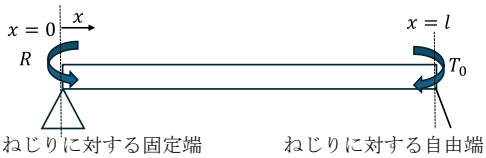


図 2　ねじり変形に関する境界条件

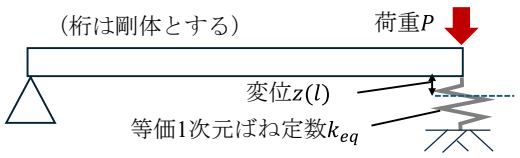


図 3　等価 1 次元ばねによる支承あおりのモデル化

他方，図 3 に示すように，ねじり変形を等価一次元ばね定数k_{eq}をもつ一次元のばねとみなすと，以下が成り立つ．

$$P = k_{eq}z(l) \tag{5}$$

式(3)と式(5)より，k_{eq}は最終的に以下のように表される．

$$k_{eq} = \frac{\pi}{180}\frac{GJk}{r^2[kl - \tan(kl)]} \tag{6}$$

３．実橋りょうの等価ばね定数の算出

図 4 に示すスパン 12.4m の開床式 2 主鋼 I 形桁を対象とし，図面情報から等価ばね定数を算出する．図 4 (a)および(b)に示す対傾構や横構といった 2 次部材は 2 主桁の平面保持を果たす役割のみをもつと仮定した．図 4 (c) に示す代表断面の諸元を用いてねじり定数JとI_ωを計算した．表 1 に，ねじり定数と等価ばね定数の計算結果を示す．本橋りょうの等価ばね定数は$k_{eq} = 6.11 \times 10^6$ (N/m)と求められた．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

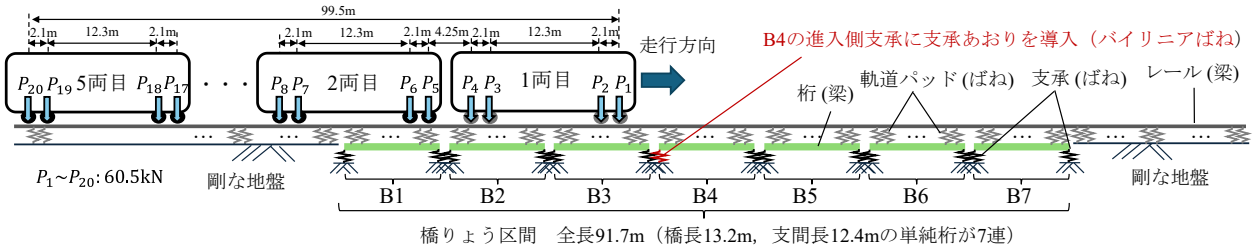


図 5　FEM 解析のモデル

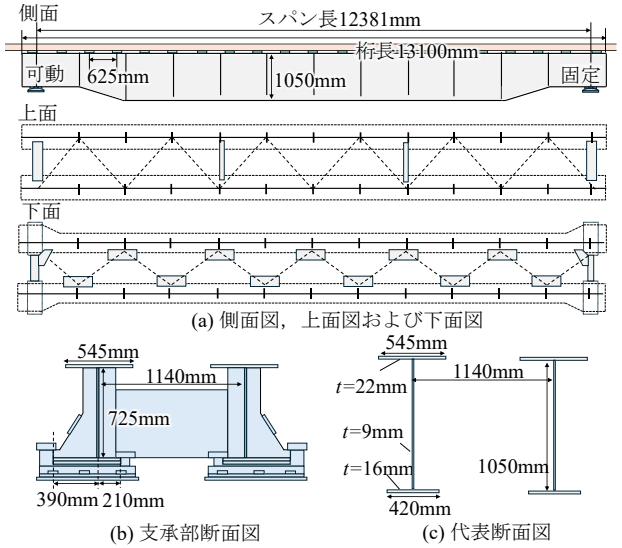


図 4　対象橋りょうの構造

表 1　ねじり定数と等価ばね定数の計算結果

サンブナンねじり定数 J	mm^4	1.06×10^7
反りねじり定数 I_ω	mm^6	1.69×10^{14}
等価ばね定数 k_{eq}	N/m	6.11×10^6

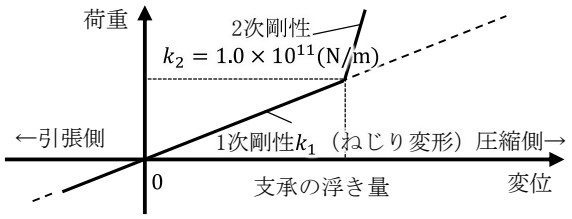


図 6　支承あおりのバイリニアモデル

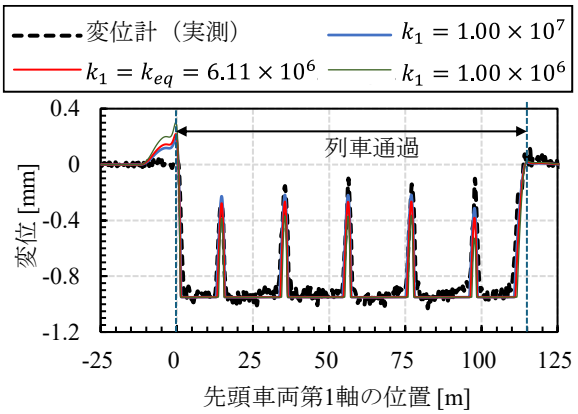


図 7　変位計による実測と数値解析との比較

4．実路線の変位計測との比較検証

等価ばね定数の妥当性を検証するため，実路線での列車通過時の変位計測と FEM を用いた非線形解析を行った．

図 5 に，FEM モデルの概要を示す．橋りょうは対象橋りょうを含む 7 連の片レールをモデル化し，解析では営業列車を想定した 5 両編成を模擬した荷重列を左から準静的に載荷する．4 連目（B4）の進入側の支承に支承あおりを表す 1 次元バイリニアの鉛直ばねを導入する [2]．図 6 に，支承あおりのバイリニアモデルを示す．1 次剛性k_1はねじり変形を意味し，k_{eq}と同じ値になることが期待される．2 次剛性k_2は支承の隙間がなくなった後であり，通常の支承と同様の高いばね定数をもつ．1 次剛性k_1について，$k_1 = k_{eq} = 6.11\times10^6$ (N/m)の場合に加え，1.0×10^6と1.0×10^7の 3 パターンの解析を行う．

図 7 に，支承の鉛直変位について変位計による実測と数値解析との比較を示す．当該箇所では 0.95mm の支承あおりが観察された．車通過時の挙動は$k_1 = 1.0\times10^7$ (N/m)の場合に変位計（実測）と最も一致するが，$k_1 = k_{eq} = 6.11\times10^6$ (N/m)の場合でも実測との整合性は高い．等価ばね定数の算定では 2 次部材の影響を過少評価していることを踏まえれば，ねじり変形を仮定した等価ばね定数は実態とよく整合し，支承あおりの挙動はねじり変形により説明できる可能性が示された．

5．まとめ

- 鉄道鋼橋の支承あおりをねじり変形と仮定し，桁のねじり方程式を解くことで等価な 1 次元ばね定数k_{eq}を算出する式を導出した．
- スパン 12.4m の 2 主 I 形桁の実橋の設計図面を用いて，k_{eq}を求めた．またk_{eq}をバイリニアばねの一次剛性の値として FEM 解析し，実測で得られる支承の変位と比較した結果，両者は良好に一致した．このことから，支承あおりの挙動はねじり変形により説明できる可能性が示された．

参考文献

1) 服部紘司，松岡弘大，田中博文：車上計測された軌道変位に基づく橋りょう支承あおり検知に向けた数値解析的検討，鉄道工学シンポジウム論文集，Vol. 28, No. 19，pp. 84-91，2024.
2) 服部紘司，松岡弘大，田中博文，中田悠貴：静的軌道変位測定を利用した軌道変位に基づく支承あおり簡易推定法，土木学会論文集，Vol. 82, No.15, pp. 25-15063, 2025.
3) 舘石和雄：土木・環境系コアテキストシリーズ B-4 鋼構造学　改訂版，コロナ社，2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (1)

座長:藤原 宏志(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[14001] 2次元定常輻射輸送方程式のエネルギー密度の最大値原理に対する上流差分スキームに基づく数値的反例

*野見山 晃成[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:25 ~ 9:40

[14002] 帯状領域のLaplace方程式の Cauchy 問題に対するCarlemanの公式による数値的手法

*水盛 智哉[1]、藤原 宏志[1] (1. 京都大学)

9:40 ~ 9:55

[14003] Fictitious domain FEMおよび随伴変数法を用いた三次元熱源温度同定解析

*木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

9:55 ~ 10:10

[14004] 0.3 T MRIを用いた磁気共鳴エラストグラフィによるヒト肩を想定した測定条件の検討

*鈴木 慎也[1]、谷口 陽[2]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 富士フイルム株式会社)

10:10 ~ 10:25

[14005] 深層学習による磁気共鳴エラストグラフィのための粘弾性率推定法

*野田 巽[1]、図師田 建[1]、藤原 宏志[2]、岸本 理和[3]、小畠 隆行[3]、菅 幹生[1] (1. 千葉大学、2. 京都大学、3. 量子科学技術開発機構)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2次元定常輻射輸送方程式のエネルギー密度の最大値原理に対する上流差分スキームに基づく数値的反例

A Numerical Counterexample to the Maximum Principle for Fluence in the 2D Steady-State Radiative Transport Equation via Upwind Discretization

野見山　晃成（京大院 · 情報学）　　藤原　宏志（京大院 · 情報学）
Akira NOMIYAMA, Graduate School of Informatics, Kyoto University
Hiroshi FUZIWARA, Graduate School of Informatics, Kyoto University
E-mail: nomiyama.akira.54w@st.kyoto-u.ac.jp

In the numerical analysis and computation of the radiative transport equation (RTE), the discrete maximum principle (DMP) is an essential mathematical property. It is well known that an upwind difference scheme admits DMP for the radiance under appropriate conditions. In this study, we constructed a specific numerical counterexample indicating that the maximum principle does not hold for the fluence, even under conditions where DMP holds for the radiance. It also implies the invalidity of the conventionally used diffusion approximation.

1. はじめに

近年, 生体組織内部の構造や機能を非侵襲的に可視化・計測する技術として, 近赤外光を用いたイメージングや治療法が急速に発展している. 生体組織は光が散乱及び吸収による減衰を受ける媒質とみなせ, このような媒質中の光のエネルギー輸送を記述する数理モデルの一つに輻射輸送方程式（Radiative Transport Equation; RTE）がある. RTE は微分積分方程式であるため厳密解を構成するのは困難であり, 差分法や有限要素法を用いた数値解法が提案されている.[8),9)] このような数値解法において, スキームの基本的かつ重要な数学的性質の一つが, 離散最大値原理（Discrete Maximum Principle; DMP）である. DMP は, 数値解の非負性を通じて, 解の一意性や安定性を導く.

RTE における未知関数は, 位置と速度方向に依存する粒子密度である. 一方, 工学的 · 医学的な観点からは, 粒子密度を全立体角で積分した量であるエネルギー密度も重要である.[1)] しかしながら, 粒子密度に関して DMP が成立している状況下において, エネルギー密度についても対応する最大値原理が成立するか否かは, 特に生体内のような散乱が支配的な領域において筆者の知る限り明らかでなかった.

そこで本研究では, 生体内の光伝播を想定し, 散乱が支配的な媒質, および生体組織特有の前進性の強い散乱位相関数をモデルとして, 二次元矩形領域における定常 RTE の数値計算により, エネルギー密度の最大値原理を定量的に論じる. 具体的には, 上流差分スキームを用い, 粒子密度に対しては DMP が成立し数値的な信頼性が保証されている条件下であっても, その積分量であるエネルギー密度に対しては, 最大値原理が成立しない数値的反例を構成する.

この反例は，拡散近似[1)] と異なり，生体内部でのエネルギー密度が境界でのエネルギー密度換算値を上回る場合があることを示している．工学的・医学的には，密度計算において，境界条件のみに基づく評価が内部エネルギー密度の過小評価につながるという留意すべき状況の存在を意味するものである.

2. 輻射輸送方程式とエネルギー密度

本節では RTE の数値解法として採用する上流差分スキームとその信頼性について文献 4),6) に沿って述べる. これは, 次節で扱う数値計算結果が, 離散化誤差に起因するものではないことを理解する上で必要である. 最後に, 本研究で着目する積分量であるエネルギー密度を定式化する.

2.1. 輻射輸送方程式

$\Omega \subset \mathbb{R}^2$ を有界凸領域とし, その境界は区分的に滑らかとする. 位置 $x \in \Omega$ において速度 $\xi \in S^1$ をもつ粒子密度を $I(x,\xi)$ とおくと, I を未知関数とする定常 RTE の境界値問題は, 生体内に光源がないことを考慮して

$$\begin{aligned} \xi \cdot \nabla_x I + (\mu_s + \mu_a) I &= \mu_s \int_{S^1} p(x;\xi,\xi') I(x,\xi') d\sigma_{\xi'}, \quad \text{in } \Omega \times S^1, \\ I(x,\xi) &= I_0(x,\xi), \quad \text{on } \Gamma_-, \end{aligned} \tag{1}$$

で与えられる. ここで, $\nabla_x = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right)$ であり, $d\sigma$ は S^1 の線素である. 係数 $\mu_s = \mu_s(x), \mu_a = \mu_a(x)$ はそれぞれ散乱係数, 吸収係数を表す. 積分核 $p(x;\xi,\xi')$ は散乱の位相関数とよばれ, 位置 $x \in \Omega$ における散乱で, 粒子の速度方向が ξ' から ξ に変化する条件付確率に対応する確率密度関数である. さらに本研究では p は ξ と ξ' のなす角 α に依存し, ξ, ξ' 各々の方向には依存しないものとする.[2)] このとき $p(x;\xi,\xi') = \tilde{p}(x;\alpha)$ と表すと, $\tilde{p}$ は α に関して $\mathbb{R}$ 上周期 2π の偶関数になる. 領域境界 $\partial\Omega$ 上の点 x における外向き単位法線ベクトルを $n(x)$ とするとき, 境界 Γ は $\Gamma_\pm = \{(x,\xi) \in \partial\Omega \times S^1 \mid n(x)$ が存在して $\pm n(x) \cdot \xi > 0\}$ と定められる. $I_0(x,\xi)$ は境界から流入する粒子密度を表す.

2.2. 上流差分スキーム

$\Omega = (0, L_1) \times (0, L_2)$ とし, 正整数 N_1, N_2, N に対し, $\Delta x_i = L_i/N_i$, $\Delta\theta = 2\pi/N$ とする. このとき, $x_{ij} = (i\Delta x_1, j\Delta x_2)$ と $\xi_n = (\xi_{n1}, \xi_{n2}) = \big(\cos(n\Delta\theta), \sin(n\Delta\theta)\big)$ をそれぞれ $\bar{\Omega}$, S^1 上に定め, $(\Omega \times S^1) \cup \Gamma_-$ 上の $I(x_{ij},\xi_n)$ 相当値を $I_{ij,n}$ と書く. このとき, (1) に対し角度方向に対する台形則および空間方向に対する一次精度上流差分法による離散化をおこない, 以下を得る.

$$\begin{aligned} (A_\Delta - \Sigma_\Delta + K_\Delta) I_{ij,n} &= 0, \quad (x_{ij},\xi_n) \in \Omega \times S^1, \\ I_{ij,n} &= I_0(x_{ij},\xi_n), \quad (x_{ij},\xi_n) \in \Gamma_-. \end{aligned} \tag{2}$$

ここで, $A_\Delta, \Sigma_\Delta, K_\Delta$ は以下を満たす $\{I_{ij,n}\}$ 上の作用素である.

$$\begin{aligned} A_\Delta I_{ij,n} &= -\xi_{n,1} \frac{I_{i+1,j,n} - I_{i-1,j,n}}{2\Delta x_1} + |\xi_{n,1}| \frac{I_{i+1,j,n} - 2I_{i,j,n} + I_{i-1,j,n}}{2\Delta x_1} \\ &\quad - \xi_{n,2} \frac{I_{i,j+1,n} - I_{i,j-1,n}}{2\Delta x_2} + |\xi_{n,2}| \frac{I_{i,j+1,n} - 2I_{i,j,n} + I_{i,j-1,n}}{2\Delta x_2}, \\ \Sigma_\Delta I_{ij,n} &= (\mu_s(x_{ij}) + \mu_a(x_{ij})) I_{ij,n}, \\ K_\Delta I_{ij,n} &= \mu_s(x_{ij}) \Delta\theta \sum_{\nu=0}^{N-1} p(x_{ij};\xi_n,\xi_\nu) I_{ij,\nu}. \end{aligned} \tag{3}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では $\mu_s(x)$ 及び $\mu_a(x)$ は Ω 上有界かつ非負で, $\mu_s(x) \not\equiv 0, \mu_a^- \in \mathbb{R}_{>0}$ が存在して, $0 < \mu_a^- \le \mu_a(x)$ であるとする. さらに, $I_0(x,\xi)$ は Γ_- 上有界で, $\tilde{p}(x;\alpha)$ は α において C^2 級で, $\tilde{p}'$ は α についての導関数とする. また, $\Delta\theta_0$ は以下を満たす正定数とする.

$$\Delta\theta_0 \left(\sup_{x\in\Omega} \tilde{p}(x;0) \right) \le 0, \quad \text{かつ} \quad \Delta\theta_0^2 \|\tilde{p}''\|_\infty < \frac{12}{\pi} \inf_{\mu_s(x)\neq 0} \frac{\mu_a(x)}{\mu_s(x)}. \tag{4}$$

これらの仮定の下で, $\Delta\theta \le \Delta\theta_0$ なら (2) の係数行列は狭義優対角であり, 離散問題 (2) の解 $\{I_{ij,n}\}$ が唯一存在する.[6] また, 粒子密度に関しては以下の DMP が成立する.[4]

定理 1: 離散最大値原理 4)

$\Delta\theta \le \Delta\theta_0$ とする. $\max\{I_{ij,n}; (\Omega\times S^1)\cup\Gamma_-\} > 0$ なら

$$\max\{I_{ij,n}; \Omega\times S^1\} < \max\{I_{ij,n}; \Gamma_-\} = \max\{I_{ij,n}; (\Omega\times S^1)\cup\Gamma_-\}$$

が成立する.

また, $\Delta\theta \le \Delta\theta_0$ かつ RTE の厳密解が十分滑らかなら, 数値解は厳密解に収束する.[4]

2.3. エネルギー密度

位置 $x \in \bar{\Omega}$ における粒子のエネルギー密度を $\Phi(x)$ と表す. $\Phi(x)$ は粒子密度 $I(x,\xi)$ を全立体角にわたって積分した量として定義される. 従って, 境界 $x \in \partial\Omega$ での粒子密度 $I(x,\xi)$ の値が問題となる. RTE 境界値問題 (2.1) の解 I に関して, I_0 が Γ_- で有界かつ連続であれば $\xi\cdot\nabla_x I$ は $\Omega\times S^1$ で有界であり, 従って I は Γ_+ まで延長できることが知られている.[3] この延長を再び I と書くことにすると, 内部点及び境界点での Φ は以下のように記述される.

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \int_{S^1} I(x,\xi)\, d\sigma_\xi, && x \in \Omega, \\ \Phi(x) &= \int_{\Gamma_{-,x}} I(x,\xi)\, d\sigma_\xi + \int_{\Gamma_{+,x}} I(x,\xi)\, d\sigma_\xi, && x \in \partial\Omega. \end{aligned} \tag{5}$$

ただし, ここで $x \in \partial\Omega$ に対し, $\Gamma_{\pm,x} = \{\xi \in S^1 \mid \pm n(x)\cdot\xi > 0\}$ である. 格子 $x_{ij} \in \bar{\Omega}$ 上の $\Phi(x_{ij})$ 相当値を Φ_{ij} と書く. このとき, (5) に対し台形則による離散化を行い, 以下を得る.

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} &= \Delta\theta \sum_{n=0}^{N-1} I_{ij,n}, && x_{ij} \in \Omega, \\ \Phi_{ij} &= \Delta\theta \sum_{n(x_{ij})\cdot\xi_n<0} I_{ij,n} + \Delta\theta \sum_{n(x_{i'j'})\cdot\xi_n>0} I_{i'j',n}, && x_{ij} \in \partial\Omega. \end{aligned} \tag{6}$$

ここで, $x_{i'j'}$ は $x_{ij} \in \partial\Omega$ の一つ内側の内部点, すなわち, $n(x_{ij}) = (n_{ij,1}, n_{ij,2})^T$ を境界点 $x_{ij} \in \partial\Omega$ における外向き単位法線ベクトルとしたとき, $x_{i'j'} = x_{i-n_{ij,1},j-n_{ij,2}}$ と定義される, 境界点に隣接する内部格子点である.

3. 数値計算結果

$\Omega = (0,1)\times(0,1)$ とし, $\mu_s \equiv 1.09$, $\mu_a \equiv 0.08$ とする.[7] また, 散乱位相関数は Poisson 核

$$\tilde{p}(x;\alpha) = \tilde{p}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \frac{1-g^2}{1-2g\cos\alpha+g^2} \tag{7}$$

を $g = 0.9$ として利用する. 領域 Ω が 3 次元の場合, 3 次元 Poisson 核は Henyey-Greenstein 核とよばれ, 生体内の近赤外光伝播に特有の強い前進性を表すために $0.75 \le g \le 0.95$ が広く用いられる.[5] このとき, $N_1 = N_2 = 200$, $N = 100$ として得られる (2) の数値解 $\{I_{ij,n}\}$ から (6) によって構成した $\{\Phi_{ij}\}$ の空間分布を Fig.1 に示す. ただし, 分割数及び係数は条件 (4) を満たすことに注意する. Fig.1 中の色は Φ_{ij} の $\bar{\Omega}$ 上の値を表しており, 暖色ほど値が大きく, 寒色ほど値が小さいことを示している. また, 図中の青い星印は領域中心を, 赤丸は領域内部での Φ_{ij} の最大値を与える点を, 赤い正方形は境界上での Φ_{ij} の最大値を与える点を示している. 以上の設定の下で, 境界上での最大値は $\max_{x_{ij}\in\partial\Omega}\Phi_{ij} \approx 1.2842$ であったのに対して, 領域中心での値は $\Phi_{\text{center}} \approx 1.9717$ であり, 有意に大きくなった. この結果は, $I_{ij,n}$ が DMP を満たす状況下であっても, その積分量である Φ_{ij} は領域内部で最大値をとり, Φ_{ij} について DMP が成立しないことを強く示唆している. 数値計算例の詳細は講演会当日に紹介する.

近赤外光の応用等において, 境界値から内部状態を評価することは重要であり, (離散) 最大値原理はその一つの指標を与える. 本研究で示した数値例をもとに応用上の観点からエネルギー密度に対して (離散) 最大値原理が成立するための条件の考察が今後望まれる.

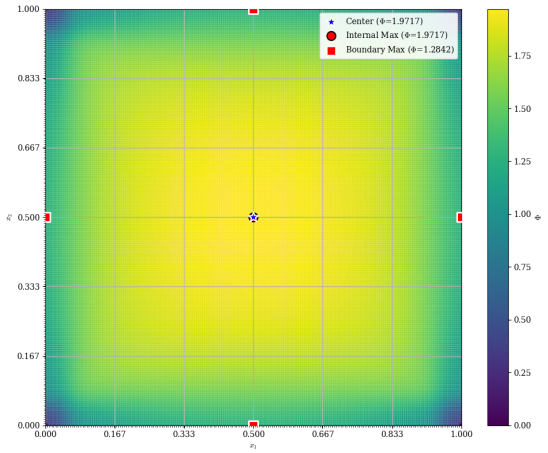


Fig. 1 Profiles of numerical solution Φ_{ij}.

謝辞：第 2 著者の研究の一部は JSPS 科研費 JP24K00539 の助成を受けたものである.

参考文献

1) S. R. Arridge, Optical tomography in medical imaging, *Inverse Problems* **15**, R41–R93 (1999).
2) S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer* Dover (1960).
3) I.-K. Chen and D. Kawagoe, Propagation of boundary-induced discontinuity in stationary radiative transfer and its application to the optical tomography, *Inverse Problems and Imaging* **13**(2), 337–351 (2019).
4) 藤原宏志, 生体内の光伝播の数値計算のための定常輻射輸送方程式の上流差分スキームの数値解析, 計算数理工学会レビュー **2017**(2), 21–32 (2017).
5) L. G. Henyey and J. L. Greenstein, Diffuse radiation in the galaxy, *Annales d' Astrophysique* **3**, 117–137 (1940).
6) N. Higashimori and H. Fujiwara, Stability and convergence of an upwind finite difference scheme for the radiative transport equation, arXiv:1303.6383v1 [math.NA] (2013).
7) Japan Science and Technology Agency (JST), A-STEP funding program, No. 2121313B (2011).
8) A. D. Klose, V. Ntziachristos, and A. H. Hielscher, The inverse problem based on the radiative transfer equation in optical molecular imaging, *J. Compt. Phys.* **202**, 323–345 (2005).
9) T. Tarvainen, V. Kolehmainen, S. R. Arridge, and J. P. Kaipio, Image reconstruction in diffuse optical tomography using the coupled radiative transport-diffusion model, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* **112**(6), 2600–2608 (2011).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

帯状領域の Laplace 方程式の Cauchy 問題に対する Carleman の公式による数値的手法

Numerical Reconstruction for the Cauchy Problem of the Laplace Equation in a Strip Domain Using the Carleman Formula

藤原　宏志（京都大学大学院 情報学研究科）　水盛　智哉（京都大学大学院 情報学研究科）
Hiroshi FUJIWARA, Kyoto University
Tomoya MIZUMORI, Kyoto University
E-mail: mizumori.tomoya.86h@st.kyoto-u.ac.jp

In this study, we investigate a numerical reconstruction method based on the Carleman formulae for the initial value problem of the Laplace equation in a strip domain. The initial value problem for the Laplace equation is ill-posed in the sense of Hadamard, and instabililty is the central concern on numerical computation. To overcome this difficulty, we introduce a Calreman-type formula using the weight function $\varphi(z) = e^z$. Numerical experiments are conducted to demonstrate the feasibility of numerical computation with an appropriate parameter choice.

1. はじめに

Laplace 方程式の境界値問題は物理学や工学において基本的であるが, Cauchy データから領域内部の解を求める初期値問題は多くの逆問題の数理モデルとして現れ, Hadamard の意味で非適切 (ill-posed) な問題として知られている.[1),2)] ここで, 問題の解が唯一つ存在し, 附帯データに連続的に依存するという 3 つの条件を全て満たすとき, その位相で問題は Hadamard の意味で適切 (well-posed) という. 適切性の否定概念が非適切性であり, 特に数値計算では, 自然な函数空間において不安定であることが問題となり, 例えば丸め誤差程度の微小な誤差でも計算過程で急速に増大するため, 差分法等の標準的な解法を直接適用する数値計算は破綻することが知られており, 正則化法を援用する手法などが提案されている.[3)] 一方, 正則化法では正則化パラメータの定量的な設定方法[4)] の信頼性についての議論は少なく, また元の方程式を近似することで正則化された方程式や解の性質が変わり, 本来逆問題として知りたい特異性や不連続性を直接的に捉えることが困難となる.

本研究では, 非適切問題の典型的な例として,2 次元帯状領域における Laplace 方程式の初期値問題を対象とし, Carleman の公式[5)] に基づき, 正則化法を明示的に適用しないという意味で直接的な数値計算手法を検討する. Carleman の公式は正則函数に対する Cauchy の積分公式に基づく手法であり, 2 次元に限られるものの, 適当な重み函数と条件のもとで領域内の任意の点の値を境界積分の極限値として与える. 幾つかの数値実験を通して, 数値計算の実現可能性を論じる.

2. 数値的不安定性と差分法の適用例

帯状領域 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 1\}$ において, n を正整数として Hadamard の反例を考えると,

$$u_n(x, y) = \frac{1}{n^2} e^{n(1-x)} \sin(ny)$$

はこの初期値問題を満たしている. これに対して境界 $x = 1$ 上のノルムは $n \to \infty$ のとき,

$$\|u_n(1, \cdot)\|_\infty = \frac{1}{n^2} \to 0,$$
$$\left\| \frac{\partial u_n}{\partial x}(1, \cdot) \right\|_\infty = \frac{1}{n} \to 0$$

であるが, 任意の $0 < x < 1$ に対して内部の挙動は

$$\|u_n(x, \cdot)\|_\infty = \frac{1}{n^2} e^{n(1-x)} \to \infty \quad (n \to \infty)$$

となる. 問題の線型性から,$x = 1$ 上で Cauchy データ $u(1, y)$ および $\dfrac{\partial u}{\partial x}(1, y)$ が与えられている初期値問題に対しては, 適当な位相でこの問題が不安定であることがわかる.

実際,$u(1, y) = \dfrac{2}{4 + y^2}$ および $\dfrac{\partial u}{\partial x}(1, y) = \dfrac{y^2 - 4}{(4 + y^2)^2}$ としたとき, 標準的な差分法で格子幅を $\Delta x = \Delta y = 0.01$ とした場合の数値計算結果を Fig. 1 に示す. $x = 1$ の近傍で厳密解と差分法による数値解は良好な一致を示すものの, $x = 1$ から離れるに従い誤差が急激に増大し, 数値計算が破綻している.

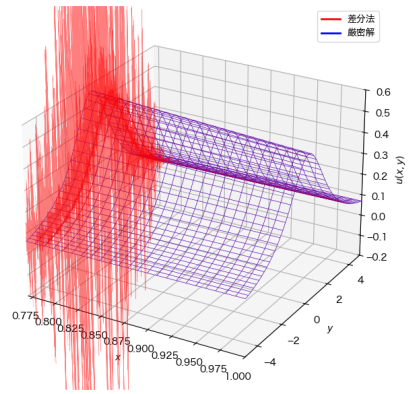


Fig. 1　Numerical solutions by the finite difference method.

3. Carleman 型公式とその離散化

以下では $\mathbb{R}^2$ を複素平面 $\mathbb{C}$ と同一視する. $D \subset \mathbb{R}^2$ を滑らかな境界をもつ領域とし, $M \subset \partial D$ は連結かつ正の測度をもつとする. このとき,D の近傍で正則な f と $z \in D$ に対して, Goluzin-Krylov による次の Calreman 型の公式が成立する:[5)]

$$f(z) = \lim_{m \to \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_M f(\zeta) \left(\frac{\varphi(\zeta)}{\varphi(z)} \right)^m \frac{d\zeta}{\zeta - z} \tag{1}$$

ここで φ は D の近傍で正則かつ有界であり, $\partial D \setminus M$ 上で $|\varphi| = 1$,D 上で $|\varphi(z)| > 1$ を満たす重み函数である.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では帯状領域 $D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \mathrm{Re}\, z < 1\}$ に対し, $\varphi(z) = e^z$ を採用する. ここで, 与えられた Cauchy データに対して Cauchy-Riemann 方程式を満たすように境界上の虚部を $v(1,y) = \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x}(1,\eta)d\eta$ と定め, これを境界値とする D での共役調和函数 $v(x,y)$ を考えれば,$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ は D で正則であり, (1) が成立する.

数値計算のため,(1) に現れる極限および積分を近似し, m と N を正の整数,T を正の数として離散化を行う. 積分変数 ζ を $\zeta = 1 + iy$ とおき, 積分区間を $(-T,T)$ で打ち切る. さらに区間を N 個の点に分割し, 刻み幅 $\Delta y = 2T/(N-1)$, 分点 $y_j = -T + j\Delta y$ $(j = 0,\ldots,N-1)$ として長方形則（区分求積法）を適用すると, 次式を得る.

$$f(z) \approx \frac{\Delta y}{2\pi} \sum_{j=0}^{N-1} f(1+iy_j) e^{m(1+iy_j-z)} \frac{1}{1+iy_j-z} \qquad (2)$$

この $f(z)$ の実部をとることで, 求める $u(x,y)$ の近似値を得ることが期待される.

4. 数値実験結果

前述の $u(1,y) = \frac{2}{4+y^2}$, $\frac{\partial u}{\partial x}(1,y) = \frac{y^2-4}{(4+y^2)^2}$ に対して提案する Carleman 公式による数値的再構成を行った.

まず, $T = 10$,$m = 1$ とし分割数 N を増やすと, 厳密解に近づく傾向が見られたが,$N \geq 1000$ では精度の向上は飽和した. これは離散化誤差よりも他の要因（打ち切り誤差等）が支配的になるためと考えられる. そこで以下では T を変化させる際に $N = 1000$ と設定する.

次に $m = 5$ とし, 積分区間 $(-T,T)$ の幅を広げると, 本来の $x = 1$ 上の積分に近づくため, 再構成精度は向上した. $T = 2, 10$ での比較を図 2 に示す.

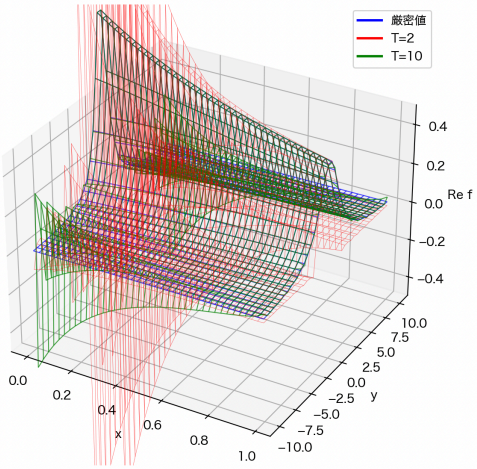


Fig. 2 Comparison of numerical reconstruction results with different truncation widths $T = 2$(red) and $T = 10$(green).

さらに $T = 10$ として重みパラメータ m を大きくすると, 計算結果は厳密解に近づくことが確認された.$m = 1, m = 5$ での比較を図 3 に示す.

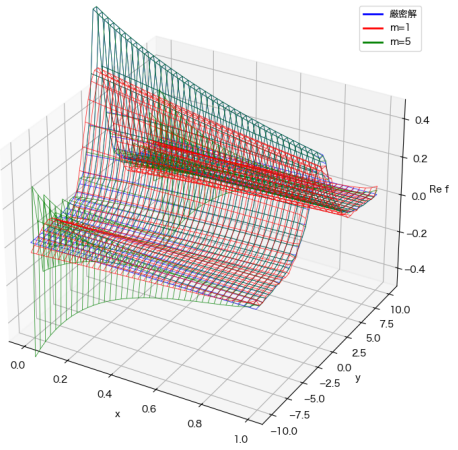


Fig. 3 Comparison of numerical reconstruction results with different exponential weights $m = 1$(red) and $m = 5$(green).

5. 結論

本研究では, 帯状領域の Laplace 方程式の初期値問題に対し,Carleman 型公式を用いた数値計算法を提案し, 数値実験により数値計算の実現可能性を論じた. 差分法では解が発散する状況でも, 本手法ではパラメータ m,T を適切に選ぶことで不安定な問題の数値計算に現れる極端な数値解の振動による破綻はみられず, 適当な範囲で数値的再構成が可能であることを確認した.

謝辞: 第 1 著者の研究の一部は JSPS 科研費 JP24K00539 の助成を受けた.

参考文献

1) J. Hadamard: *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, Yale University Press, 1923.
2) 登坂宣好, 大西和榮, 山本昌宏: 逆問題の数理と解法, 東京大学出版会, 1999.
3) R. Chapko and B. T. Johansson, *Boundary-Integral Approach to the Numerical Solution of the Cauchy Problem for the Laplace Equation*, Ukrainan Mathematical Journal **68** (2017) pp. 1929–1948.
4) P. C. Hansen: *Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve*, SIAM Review **34** (1992) pp. 561–580.
5) L. Aizenberg: *Carleman's Formulas in Complex Analysis*, Springer, 1993.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fictitious domain FEM および随伴変数法を用いた三次元熱源温度同定解析
Three-dimensional heat source temperature identification using the fictitious domain finite element and adjoint variable methods

木村　和慎（長岡技科大・工）　　上林　恵太（長岡技科大・工）　　倉橋　貴彦（長岡技科大・工）
Kazuma KIMURA, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Keita KAMBAYASHI, Nagaoka University of Technology
Takahiko KURAHASHI, Nagaoka University of Technology
E-mail: s233029@stn.nagaokaut.ac.jp

Heat generation occurs in many engineering systems, and identifying the temperature of heat sources is essential for effective thermal management. In many practical situations, however, heat sources are shielded from external access or involve motion, which makes direct temperature measurement difficult. In our previous study, we proposed a numerical method to identify heat source temperatures from temperature data obtained in observable regions surrounding the heat source. The proposed method combines the fictitious domain finite element method with the adjoint variable method, and its effectiveness has been demonstrated for both stationary and moving heat sources. Nevertheless, the previous validation was limited to two-dimensional domains, whereas practical industrial applications require consideration of three-dimensional temperature distributions. In this study, we extend the proposed method to three-dimensional temperature fields and conduct numerical experiments using a simplified computational model. The results demonstrate that accurate identification of three-dimensional heat source temperatures can be successfully achieved. These findings provide fundamental insights toward the practical implementation of three-dimensional heat source temperature identification analysis.

１．はじめに

多くの工学システムにおいて発熱は早期故障や性能劣化の原因となる [1]．そのため，効果的な対策を講じるには熱源温度の正確な同定が不可欠である．しかし実際には，熱源が装置内部に存在する場合や運動を伴う場合が多く，温度センサを熱源に直接設置して計測することは困難である．そこで，非接触温度計測手法や機械学習を用いた温度推定手法が提案されている．しかし，サーモグラフィカメラに代表される光計測技術による非接触計測では，周囲からの放射や測定機器周辺温度などの影響を受けやすいことが問題である [2]．また，機械学習を用いた推定手法では，未学習条件への適用が難しいという問題がある [3]．これらの手法に対し，数値計算に基づく逆解析は物理法則との整合性を保ちつつ，多様な観測条件や熱源挙動に幅広く対応可能な有力なアプローチである．

そこで著者らは先行研究 [4]において，Fictitious domain FEM[5]および随伴変数法に基づく熱源温度同定解析手法を提案した．本手法は，熱源が静止している場合と運動している場合のいずれにおいても，同一の枠組みで熱源温度の同定解析を行うことが可能である．しかし既往研究は二次元領域の解析に限定されており，産業応用を見据えると三次元温度場への拡張が不可欠である．また，三次元化に伴い，熱源と観測点の位置関係が複雑化することや，Fictitious domain FEM における幾何情報の取り扱いが同定精度に与える影響は未解明である．そのため，二次元解析で得られた知見が三次元解析においても同等とは限らず，三次元解析における数値特性を調査する必要がある．

本研究では，提案手法を三次元温度場へ拡張し，単純な計算モデルを用いた数値実験により，三次元温度場における提案手法の有効性を検証することを目的とする．

２．定式化

本研究では，三次元温度場を想定し，計算領域およびその境界をそれぞれΩ，Γとし，物体領域をωとする．また，計算領域を表すメッシュを背景メッシュ，物体領域を表すメッシュを前景メッシュと呼ぶ．また，式(1)に示す三次元非定常熱伝導方程式を支配方程式とする．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \kappa\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right) = 0 \ \text{in}\ \Omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{1}$$

ここで，ϕは温度，κは熱拡散率を示す．また，境界Γにおける境界条件は式(2)に示す．

$$-\kappa \frac{\partial \phi}{\partial x_i} n_i = q \ \text{ on}\ \Gamma, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{2}$$

ここで，qは熱流束を示し，$q = 0\ \mathrm{W/m^2}$と定義する境界は断熱境界条件と呼ばれる．また，熱源物体領域においては，領域内の温度を既知として式(3)を与える．

$$\phi = \hat{g}\ \text{in}\ \omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{3}$$

ここで，gは熱源の温度を示す．Fictitious domain FEM では，式(3)の制約をラグランジュの未定乗数$\boldsymbol{\lambda}$により支配方程式に反映し，両辺に重み関数を乗じることで，重み付き残差方程式を得る．得られた方程式に対し，Galerkin 法に基づく有限要素離散化を行う．背景メッシュには四面体一次要素を用い，前景メッシュには選点法を適用することで，次の熱伝導問題における有限要素方程式が得られる．

$$\mathbf{M}\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial t} - \kappa \mathbf{H}\boldsymbol{\phi} + \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} = -\boldsymbol{f} \ \text{in}\ \Omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{4}$$

$$\mathbf{B}\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{g} \ \text{in}\ \omega, t \in \left[t_0, t_f\right] \tag{5}$$

次に熱源温度同定問題の定式化を示す．本研究では，観測点における事前に与えた温度と熱伝導解析により得られた計算温度の差を最小化するように，熱源物体の温度gを決定する．そのため，評価関数は次式で定義する．

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}_{obs})^{\mathrm{T}} \mathbf{R} (\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}_{obs})\, dt \tag{6}$$

ここで，ϕ_{obs}は観測温度を表す．また，$\mathbf{R}$は重み対角行列を表し，観測点における誤差のみを評価することを意味する．導出した熱伝導問題における有限要素方程式を制約条件として，随伴変数法を適用することで，随伴方程式およびその条件式，熱源温度を更新するための感度勾配が導出される．熱源温度の更新には最急降下法を用いる．二次元温度

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

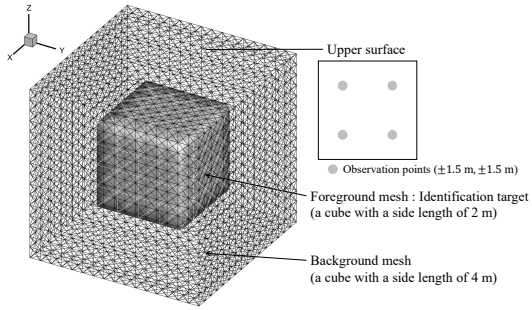


Fig. 1 Three-dimensional Computational model.

Tab. 1 Computational parameters.

Number of nodes in background mesh	22065
Number of elements in background mesh	98304
Number of nodes in foreground mesh	429
Number of elements in foreground mesh	1536
Thermal diffusivity κ, m^2/s	1.0
Time increment Δt, s	0.1
Time step	100
Initial step length α	10
Initial temperature in Ω, ℃	25.0
Convergence criterion ε	10^{-6}

場における詳細な定式化および計算手順については参考文献 [4]に示されている．本研究ではその枠組みを三次元へ拡張し，同様の手順に基づいて定式化を行う．

3. 数値解析例

本研究における三次元計算モデルを図 1 に示す．座標系の原点は計算領域の中心に設定し，計算領域は幾何学的対称性を有するものとした．なお，熱源の中心は計算領域の中心と一致している．各表面には断熱境界条件を与え，上表面に 4 点の温度観測点を配置した．観測温度は，熱源温度を既知の正解値とした順解析（熱伝導解析）により生成したノイズの無い理想的な数値データを用いた．計算に用いた物性値および解析条件は表 1 に示す．

逆解析によって同定された熱源温度の時間履歴を図 2 に，観測点のうち代表 1 点の時間履歴を図 3 に示す. 図 2 より，終端時刻近傍では終端条件の影響により同定結果に振動が確認されるものの，全体として真値である100 ℃を良好に再現していることがわかる．さらに，図 3 より観測点の温度についても良好な一致が確認できる．以上より，三次元化に伴う観測情報の変化があるにもかかわらず，本手法が安定した同定精度を維持できることが示された．

4. おわりに

本研究では，Fictitious domain FEM および随伴変数法に基づく熱源温度同定解析手法を三次元温度場へ拡張し，熱源温度の同定可能性について検証した．その結果，三次元温度場においても安定かつ良好な同定が可能であることを確認し，本手法の三次元場への適用可能性を示した．今後は，先行研究で提案した終端時刻における手法 [4]の適用や運動する熱源を対象とした数値実験，三次元場を再現した実証実験を通じて，本手法の妥当性および産業実装に向けた有効性の検証を進める．

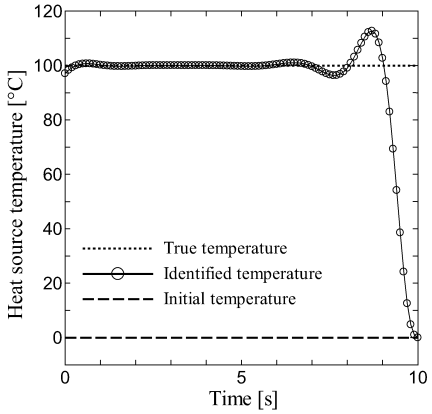


Fig. 2 Time history of the identified heat source temperature.

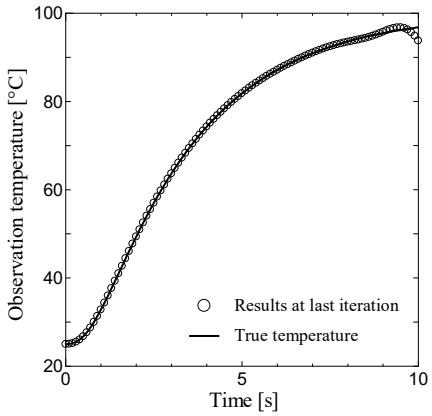


Fig. 3 Time history of the temperature at observation point.

謝辞

本研究を実施するにあたり, 公益財団法人 昭特科学振興財団からの研究助成を受けた．ここに記して謝意を表す.

参考文献

1) A. R. Dhumal, A. P. Kulkarni and N. H. Ambhore: A comprehensive review on thermal management of electronic devices, Journal of Engineering and Applied Science, 70, 140, 2023.
2) M. Vellvehi, X. Perpiñà, G. L. Lauro, F. Perillo and X. Jordà: Irradiance-based emissivity correction in infrared thermography for electronic applications, Review of Scientific Instruments, 82, 11, pp. 114901, 2011.
3) H. R. Tamaddon-Jahromi, N. K. Chakshu, I. Sazonov, L. M. Evans, H. Thomas and P. Nithiarasu: Data-driven inverse modelling through neural network (deep learning) and computational heat transfer, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 369, pp. 113217, 2020.
4) 木村和慎，上林恵太，倉橋貴彦:仮想領域有限要素法および随伴変数法に基づく熱伝導問題に対する逆解析における終端条件に関する検討, 計算数理工学論文集, 25, pp.59-70, 2025.
5) R. Glowinski, T.-W. Pan, and J. Periaux: A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 111, 3–4, pp. 283-303, 1994.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

0.3 T MRI を用いたエラストグラフィによるヒト肩を想定した測定条件の検討

Investigation of Measurement Conditions for Magnetic Resonance Elastography of the Human Shoulder Using a 0.3 T MRI

鈴木　慎也（千葉大）　　谷口　陽（富士フイルム）　　菅　幹生（千葉大）
Shinya Suzuki, Chiba University
Yo Taniguchi, FUJIFILM Corporation
Mikio Suga, Chiba University
E-mail: 22t0845w@student.gs.chiba-u.jp

Evaluating supraspinatus muscle stiffness is crucial for planning rotator cuff surgery. However, palpation is challenging because the muscle is located deep beneath the trapezius. While Magnetic Resonance Elastography (MRE) non-invasively quantifies internal tissue stiffness, systems optimized for the supraspinatus remain unestablished. This study investigated optimal receiver coil and driver placements for MRE using a 0.3 T MRI. We evaluated various configurations using a joint coil and a phantom mimicking periscapular bone structures. Results showed that positioning the driver superior to the shoulder maximized the Amplitude-to-Noise Ratio (ANR), which is essential for accurate elasticity mapping.

１．はじめに

生体組織は疾病や機能障害により弾性率が変化することが知られている．スポーツや仕事，加齢による肩の痛みや障害の一般的な原因として棘上筋，棘下筋，小円筋，肩甲下筋の 4 つの筋肉から構成される回旋筋腱板の断裂がある．回旋筋腱板の中でも，棘上筋の損傷が最も生じやすいことが報告されている．棘上筋の損傷があると，腱が徐々に体の中心に向かって引き戻される．また，腱の損傷に伴い，筋肉の萎縮や脂肪浸潤が起こり回旋腱板の筋肉の伸展性が低下する．筋肉にこれらの変化が生じると，損傷した棘上筋を修復するためには大きな引張力が必要になる．筋肉が萎縮し，脂肪が浸潤することで，腱の修復が難しくなり，過度のストレスがかかると再損傷を引き起こす可能性が高くなる．棘上筋の損傷の治療方法としてリハビリテーションや薬物療法といった保存的治療があるが効果を示さない場合，手術による修復となる．これらの理由から，棘上筋の弾性を予測することは手術治療の計画において重要な要素となる．剛性を把握することで，手術の成功率を高め，再損傷のリスクを低減するための適切なアプローチを選択することが可能になる [1]．

筋の弾性評価には超音波エラストグラフィが用いられることもあるが，肩関節周囲では骨による音響陰影や測定深度の制限のために棘上筋全体の評価には限界がある [2]．磁気共鳴画像装置(magnetic resonance imaging: MRI)により生体内部の粘弾性率を非侵襲的かつ定量的に画像化する手法として磁気共鳴エラストグラフィ(magnetic resonance elastography: MRE) がある[3]．MRE は深部筋を含む広範囲の組織を対象に，高い定量性と再現性で粘弾性率を評価できる．現在，棘上筋 MRE の報告は極めて少なく，棘上筋 MRE における受信コイルや振動子およびその配置位置の検討は十分ではない．本研究では，様々な肢位で測定可能なオープン型 MRI を用いたエラストグラフィでのヒト肩を想定した粘弾性率測定に適した外部振動子の配置と弾性率推定精度を検討することを目的とした．

２．実験方法

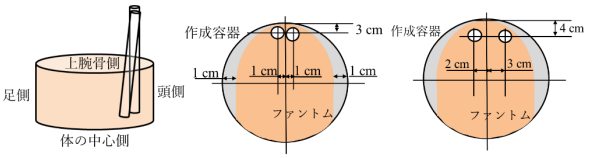
測定には，0.3 T オープン MRI（FUJIFILM）と図 1 に示した棘上筋周辺の骨を想定してアクリル棒を埋め込んだポリアクリルアミドゲルファントムを用いた．筋肉を想定したゲルの貯蔵弾性率（G’）は 7.3 kPa，損失弾性率（G”）は 1.8 kPa とした．各測定において共通する MRE の測定パラメータを表 1 に示す．関節部用コイルは肩の上に，振動子は肩の上もしくは前に配置することを想定して図 2 に示した 2 種類の配置で撮像した．

撮像データから弾性波画像を作成し，計測ノイズを低減するための前処理として 3 次元空間周波数フィルタを適用した．このフィルタは弾性波画像に対し，3 次元フーリエ変換により 3 次元周波数空間に変換した上で，弾性波の周波数帯域のみを通す 3 次元的なバンドパスフィルタである．本研究で使用した共通する MRE の測定パラメータおよび周波数フィルタのパラメータを表 1 に示す．前処理後の弾性波画像に対して非等方積分型解析手法（A-ITRF）[3]を適用して粘弾性率分布画像を算出した．

表1　MRE 測定パラメータ

シーケンス	GRE-MRE
FOV [mm×mm]	192×192
Matrix	64×64
スライス厚 [mm]	3
スライス枚数	15
Phase-encoding 方向	R>>L
動き検出傾斜磁場（MEG）周波数 [Hz]	60
TR/TE [ms]	500/27
加振電圧 [Vpp]	1.1
加振周波数[Hz]	60
スピーカー	Classic Pro CSX212SP
弾性率帯域[kPa]	1~10
フィルタ帯域[1/pixel]	3.64~11.52
低・高波数の標準偏差	1, 6
テスト函数サイズ	4

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 全体像　　(b) 上腕骨側の面　　(c) 体の中心側の面

図 1 棘上筋周辺を想定したファントムの模式図



(a) 肩の上から加振を想定　　(b) 肩の前から加振を想定

図 2 ファントムに対する受信コイルと振動子の配置

3．評価方法

弾性波画像の振幅に対する背景ノイズの標準偏差の比を振幅対雑音比(amplitude-to-noise ratio: ANR)とし，式(1)で定義する．

$$\mathrm{ANR} = \frac{\text{弾性波の振幅[rad]}}{\text{加振無し弾性波画像の注目領域内標準偏差値[rad]}} \quad (1)$$

ANR は，背景ノイズが一定であれば振幅が大きいほど高く，粘弾性率推定精度は ANR が高いほど高くなる傾向がある．

関心領域（region of interest: ROI）は，棘上筋の位置を想定して図 3 に示した場所に設定した．

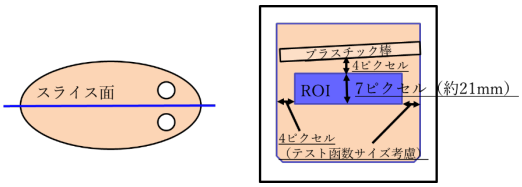


図 3 棘上筋を想定した関心領域

4．実験結果・考察

振動子配置ごとの Magnitude 画像および弾性波画像を図 4 に示す．MEGx, y, z は，それぞれ画像の左右，上下，断面の方向に MEG を印加したときの弾性波画像である．

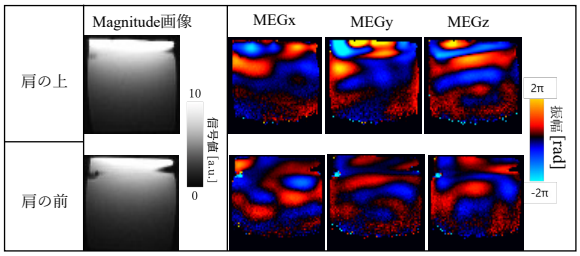


図 4 振動子配置ごとの Magnitude 画像と弾性波画像

振動子の配置によらず図 4 に示した弾性波画像において，アクリル棒を配置した付近で波が等間隔に伝播しなかった．これは，アクリル棒の存在により，弾性波の回折と干渉が生じたことが原因と考えられる．また，加振装置からの振動によりアクリル棒が振動していた場合には，アクリル棒も加振源となり，より複雑な干渉波が伝播することになった可能性もある．

貯蔵弾性率画像および振幅マップ，振幅対ノイズ比（amplitude to noise ratio: ANR）の結果を図 5 に示す．

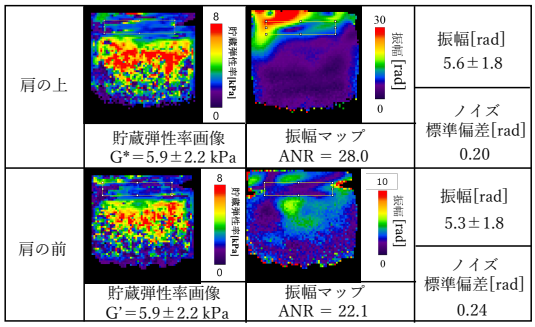


図 5 振動子配置ごとの弾性率画像と振幅マップ，ANR

振動子の配置によらず図 4 に示した弾性波画像において，アクリル棒を配置した付近で波が等間隔に伝播しなかった．これは，アクリル棒の存在により，弾性波の回折と干渉が生じたことが原因と考えられる．また，加振装置からの振動によりアクリル棒が振動していた場合には，アクリル棒も加振源となり，より複雑な干渉波が伝播することになった可能性もある．

ヘッドコイルを用いることで高い ANR となる環境下で求めたファントム均一領域での貯蔵・損失弾性率と比較して，棘上筋の位置を想定した ROI では貯蔵弾性率の値が低く推定された．これは，A-ITRF のテスト函数の範囲にアクリル棒が存在することが原因であると考えられる．一般的なアクリル材料は骨と同様に水分含有量が低く，また分子運動が制限されているため T_2 緩和時間が極めて短い．その結果，通常の MRI 撮像条件ではアクリル材料からの MR 信号がほとんど検出されず，画像上では無信号領域として描出される．そのためテスト函数の範囲にデータ欠損が生じることにより粘弾性率推定に誤差が生じやすくなると考えられる．したがって，ヒトを対象として棘上筋の粘弾性率推定においても，テスト函数の範囲に骨が存在する場合の例外処理などの工夫が必要になると考えられる．

関節部用コイルと四角型振動子を用いた撮像における 2 種類の配置においてファントムの側面から加振する配置の方が ROI での ANR が高く，貯蔵・損失弾性率推定精度も高くなった．以上の結果より，棘上筋の粘弾性率推定には肩の上から加振する配置が良いと考えられる．

5．まとめ

棘上筋周辺の骨を想定したゲルファントムを用いた MRE 実験により，関節部用コイルと加振装置を肩の上に配置する条件によって，棘上筋領域での ANR と弾性率推定精度が高くなることを明らかにした．しかし，棘上筋周辺では骨による影響により棘上筋の粘弾性率推定値は過小評価されることが示唆された．

粘弾性率の推定精度向上のための解析手法の改良は今後の課題である．また，棘上筋は 2 つの筋線維束に分かれており，加振方向により振動の伝播の仕方が異なる．棘上筋の筋線維も含め，本研究で考慮した骨以外の周辺組織も測定に影響する可能性がある．これらの検討を進め，棘上筋の粘弾性推定精度を向上することができれば，治療方針の決定や再損傷のリスク予測等に貢献できると考えられる．

参考文献

1) R.Muthpillai, et al., SCIENCE, 269: 1854-1857, 1995
2) Koga A，et al.，Magnetic Resonance Imaging 2021;80:9-13
3) T. Takeda, et al., IJCARS, 16 (11): 1947-1956, 2021

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

深層学習による磁気共鳴エラストグラフィのための粘弾性率推定法
Viscoelastic Modulus Estimation for Magnetic Resonance Elastography Using Generative Adversarial Network

野田 巽，図師田　建（千葉大），藤原　宏志（京都大）
岸本　理和，小畠　隆行（量研機構），菅　幹生（千葉大）
Tatsumi Noda, Tatsuru Zushizen (Chiba University), Hiroshi Fujiwara (Kyoto University),
Riwa Kisimoto, Takayuki Obata (QST), Mikio Suga (Chiba University)
E-mail: 23tb4031@student.gs.chiba-u.jp

We developed a deep learning method using Physics-Informed Neural Networks (PINNs) to estimate viscoelasticity in MRE. Unlike prior approaches, our method incorporates the wave equation into the loss function. Experiments on 3D simulations showed PINNs match the accuracy of previous analytical methods while improving boundary resolution, enabling precise non-invasive tissue characterization.

1．はじめに

生体内の粘弾性特性を非侵襲的かつ定量的に測定する手法として magnetic resonance elastography (MRE)がある[1]．MRE は，外部加振装置を用いて生体内部に正弦波振動を伝播させ，MRE 用パルスシーケンスにより弾性波画像を取得する．弾性波の変位分布と粘弾性の関係を用いた推定手法を適用することで，粘弾性率分布を推定する．粘弾性推定手法には，波動方程式を用いた解析的手法など様々なものが開発されており，本研究室では，2 次元弾性波画像を対象とした深層学習による手法を開発している[2]．しかし，一様な弾性率分布を持つファントムの検討にとどまっており，不均一な粘弾性分布や実測データへの適用については検討されていない．

本研究では，(1) 不均一な対象に対する推定法，(2) 物理制約付き深層学習(physics-informed neural networks: PINNs)[3]を用いた推定法の 2 つの手法を開発することを目的とした．

2．3 次元弾性波のシミュレーション手法

有限要素法により偏微分方程式を求解できるソフトウェアである FreeFEM[4]を用いて，3 次元弾性波シミュレーションを実施した．柱形状のファントムを四面体メッシュで離散化し，粘弾性係数と密度を設定した．

円柱上面から振動を加え，粘弾性波動方程式を数値的に解くことで変位分布を計算し，横波伝播方向に平行な断面における初期位相が 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$　radian の 4 枚の弾性波画像を抽出した(Fig. 1)．データセットの多様性を確保するため，球状領域のサイズ，位置，および領域内外の粘弾性を変化させた．メッシュ分割数は計算精度と計算時間のバランスを考慮して設定した．

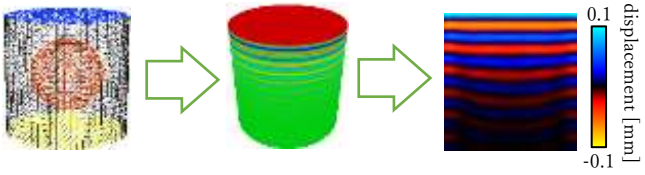


Fig. 1 Acquisition of Elastic Wave Images via Numerical Simulation

目的に沿ったデータセットを作成することで，弾性波画像から貯蔵弾性率および損失弾性率の分布を直接推定することが可能となる．

3．解析手法

3.1 不均一な対象に対応可能な elastoGAN

深層学習による粘弾性率推定手法として GAN 構造に基づく学習モデルを構築した(Fig. 2)．初期位相が異なる 4 枚の弾性波画像を入力データとし，対応する弾性率分布への変換に関する多種多様な処理を学習する学習モデルとした．提案手法の Generator は，前処理と粘弾性率推定の 2 つで構成した．前処理では，縦波や直流成分，ノイズ等の除去を目的として，3×3 と 5×5 の Gaussian または CNN のフィルタを設定した．変換器には HR-Net を採用した．数値シミュレーションデータで学習し，訓練時に含まれない粘弾性パラメータおよび内包物形状を持つ検証データで評価した．

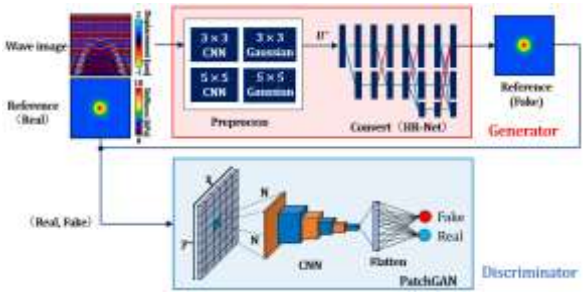


Fig. 2　elastoGAN training model

3.2 PINNs を用いた手法

提案手法は，画像変換を行う U-Net と物理制約を組み合わせた構造とした．初期位相が異なる 4 枚の弾性波画像を入力とし，U-Net を用いて空間情報を保持しながら貯蔵弾性率 G' と損失弾性率 G'' を出力する．

物理制約として，粘弾性方程式を損失関数に導入した．物理損失の重みを調整することで，データ適合性と物理的妥当性を両立した学習を可能とした(Fig. 3)．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

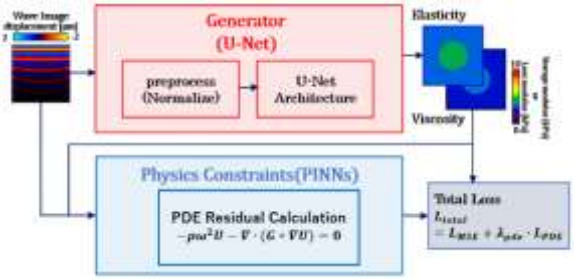


Fig. 3 Deep learning models with physical constraints

4．実験方法

境界部分における粘弾性分布を正確に推定するため，円柱ファントムの中央に病変部を想定した球状ファントムを配置した．シミュレーションでは 256×256 pixel の弾性波画像を生成し，128×128 pixel の領域をランダムに抽出することでデータセットを作成した．

深層学習における推定では，256×256 pixel の画像に対し，128×128 pixel の領域を 1 pixel ずつ移動させながら 16,641 通りの推定をした．各画素について重複する推定値の平均を算出することで最終結果を得た．同一の画像を用いて既存手法である A-ITRF[5]との比較をした．

評価用の弾性波画像と貯蔵弾性率および損失弾性率画像の例を Fig. 4 に示す．各手法の推定結果について，画像中央の内側 200pixel 四方の関心領域内における推定精度を平均絶対誤差率（MAPE，式 1）と二乗平均平方根誤差（RMSE，式 2）で評価した．y_iを真値，$\hat{y}_i$を各画素値の推定値とする．

$$MAPE\ [\%] = \frac{1}{N}\sum_i^N \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{G_T} \times 100 \qquad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \qquad (2)$$

また，エッジ再現性を画像中央のプロファイルで比較した．評価用の画像は訓練用のデータセットに含まれない貯蔵弾性率および損失弾性率の組み合わせ，ならびに内包物の半径とした．

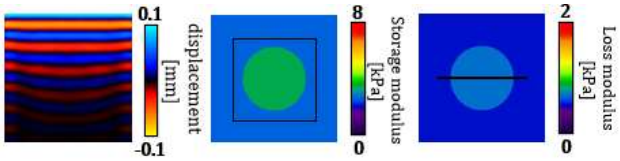


Fig. 4 Examples of shear wave images and storage and loss modulus images

5．結果・考察

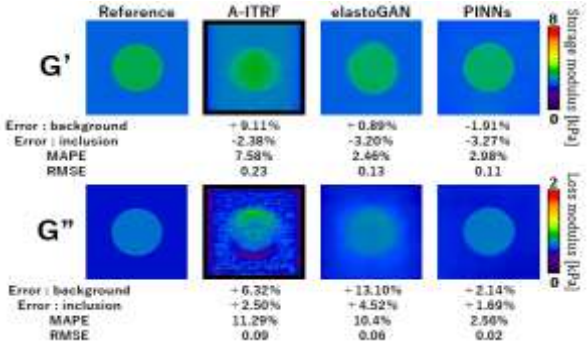


Fig. 5 Estimated viscoelastic modulus image

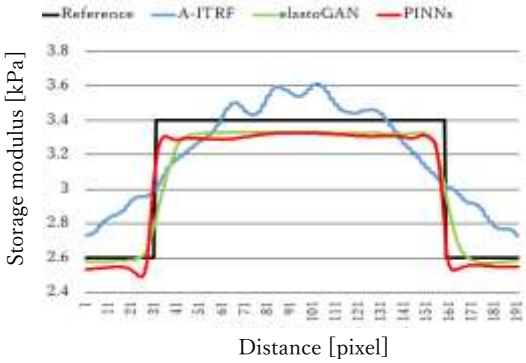


Fig. 6 Storage modulus profile

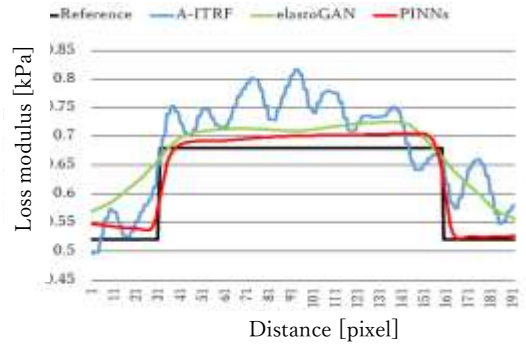


Fig. 7 Loss modulus profile

A-ITRF では背景領域で 5～15%の過大評価が生じ，内部領域では境界付近で過小評価，中心部で過大評価が確認された(Fig. 5, 6, 7)．elastoGAN は背景領域の精度は良好であったが，内包部輪郭が不規則となり，境界明瞭性は A-ITRF よりも良好であるが，PINNs よりも劣った．これは，データ駆動型学習および MSE 損失による境界平滑化の影響と考えられる．一方，PINNs は手法間で最も定量性と空間分解能が高かった．

6．まとめ

本研究では，境界部分の粘弾性分布を推定するため，物理法則を損失関数に組み込んだ PINNs を用いた手法を構築した．既存手法である A-ITRF や elastoGAN との比較検証の結果，PINNs を用いた提案手法は境界部分における定量性と空間分解能が同等以上であることが示された．今後の課題として，入力情報の拡張，計算効率の改善，および汎化性能の向上が挙げられる．

参考文献

1) R. Muthupilliai et.al., SIENCE, 269(5232), 1854-1857, 1995
2) T. Aoki et.al., Proc. ISMRM, 3212, 2022
3) Raissi, M., et al. arXiv preprint arXiv:1711.10561, 2017
4) 大塚厚二，他，共立出版, 2014
5) T. Takeda et al. IJARS, 2021, 16, pp.1947-1956.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-02：逆問題の数理的手法の近年の進展）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-02 (2)

座長:井手 貴範(城西大学)

10:35 ~ 10:50

[14006] 自重による梁の変形問題に対する密度型トポロジー最適化
(最適性基準法および修正最適性基準法による結果の比較)

*山田 瑞貴[1]、木村 和慎[1]、岸田 真幸[3]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学、3. 岐阜工業高等専門学校)

10:50 ~ 11:05

[14007] 地表面沈下量に基づく地盤内空洞の形状パラメータの同定解析

*渡邉 岳[1]、木村 和慎[1]、上林 恵太[2]、倉橋 貴彦[2] (1. 長岡技術科学大学大学院、2. 長岡技術科学大学)

11:05 ~ 11:20

[14008] 海洋短波レーダー観測データに基づく波浪スペクトル推定

*渡辺 楓[1]、谷地村 敏明[1]、寺田 翼[2]、亀田 洋志[2]、高橋 龍平[2]、水藤 寛[1] (1. 東北大学、2. 三菱電機株式会社情報技術総合研究所)

11:20 ~ 11:35

[14009] 基本解近似解法による離散 Dirichlet-to-Neumann 写像の収束性

*繁田 岳美[1] (1. 昭和薬科大学)

11:35 ~ 11:50

[14010] 電気インピーダンストモグラフィの完全電極モデルの実験データを用いた囲い込み法の適用

*井手 貴範[1]、Rautio Siiri[1]、Hauptmann Andreas[3]、Sippora Sara[2]、Siltanen Samuli[2] (1. 城西大学、2. ヘルシンキ大学、3. オウル大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

自重による梁の変形問題に対する密度型トポロジー最適化
（最適性基準法および修正最適性基準法による結果の比較）
Density-based topology optimization for beam deformation under self-weight
(A comparison of results using the conventional and modified optimality criteria methods)

山田　瑞貴（長岡技科大・工）　　木村　和慎（長岡技科大・工）　　岸田　真幸（岐阜高専・工）
上林　恵太（長岡技科大・工）　　倉橋　貴彦（長岡技科大・工）
Mizuki YAMADA, Nagaoka University of Technology
Kazuma KIMURA, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Masayuki KISHIDA, National Institute of Technology, Gifu College
Keita KAMBAYASHI, Nagaoka University of Technology
Takahiko KURAHASHI, Nagaoka University of Technology
E-mail: s211084@stn.nagaokaut.ac.jp

In large structures, self-weight often becomes a significant load and should be considered in topology optimization. The optimality criteria (OC) method is widely adopted in topology optimization. However, the conventional OC method requires empirical tuning of parameters, such as the move-limit. Previous studies have demonstrated that the modified optimality criteria (MOC) method provides stable results independent of the move-limit for problems involving only fixed external loads. Nevertheless, its effectiveness under body forces, such as self-weight, remains unclear. Therefore, we compare the OC and MOC methods for a strain energy minimization problem under self-weight and investigate the influence of the move-limit and the penalization parameter. The results show that the OC method depends on the move-limit, and a large move-limit leads to loss of structural connectivity. In contrast, the MOC method consistently produces similar optimization results regardless of the move-limit. These findings indicate that the MOC method reduces parameter dependence even in problems dominated by body forces. In addition to these findings, increasing the penalization parameter was found to expand grayscale regions under self-weight in both methods.

１．はじめに

建築資材は有限であるため，使用材料を可能な限り削減しつつ，構造物を高性能化する技術が求められている．近年，与えられた制約のもとで所望する性能を最大化する形態を数理的に導出するトポロジー最適化が注目されている．特に大規模構造物の設計においては，構造物自体の重さによる変形を無視することができない．最適設計において，材料配置の変化に伴って分布が変動する自重の考慮は不可欠である．

実際に，大型構造物を対象として自重を考慮したトポロジー最適化に関する研究も行われている [1]．本研究では，数値計算が容易である密度型トポロジー最適化に着目する．密度型トポロジー最適化において，設計変数である無次元密度の更新には，最適性基準法（OC 法）が一般に用いられている [2]．しかし，従来の OC 法では更新量の大きさに関わるダンピングパラメータやムーブリミットといった任意パラメータを経験的に設定する必要があり，それらの値によって解析結果が変化するという問題がある．この問題に対し，ダンピングパラメータを自動で決定する修正最適性基準法（MOC 法）が提案された [3]．先行研究において，固定された外荷重のみを考慮した構造最適化問題では MOC 法を用いることでダンピングパラメータおよびムーブリミットの設定が簡略化されることが確認された．しかし，自重を考慮した構造最適化問題においても，MOC 法の持つこれらの特性が維持されるかは明らかではない．

そこで本研究では，自重を考慮したひずみエネルギー最小化問題に対して MOC 法を適用し，従来の OC 法と比較することで，体積力を考慮した場合のパラメータ依存性の低減効果を検証することを目的とする．さらに，一般にペナルティパラメータを大きく設定するとグレースケールの発生は抑制されることが報告されている [4]ことから，本研究では密度法のペナルティパラメータについても着目し，自重問題においてその値が両手法の最適化結果やグレースケールの残存傾向に及ぼす影響を併せて検討する．

２．定式化

密度法に基づき，各要素のヤング率E_eを無次元密度ρ_eを用いて次式で定義する．

$$E_e = (E_1 - E_0)\rho_e^p + E_0 \tag{1}$$

E_1は材料のヤング率，E_0は数値的不安定性回避のためのヤング率の下限値，pは中間密度を抑制するためのペナルティパラメータである．水平右向きをx軸，鉛直上向きをy軸とし，自重は要素密度に比例する体積力として$-y$方向に各要素の自重を節点荷重へと等分配して作用させる．

$$f_{e,x} = 0\,, f_{e,y} = -\rho_e \mu V_e g \tag{2}$$

μは材料密度，V_eは要素の体積，gは重力加速度である．

ひずみエネルギー最小化を目的とし，体積制約を課す本最適化問題は以下のように定式化される．

$$\min \quad J = \sum_{e=1}^{noe} \frac{1}{2}\{u_e\}^T [K_e]\{u_e\} \tag{3}$$

$$\text{subject to} \quad [K]\{u\} = \{f\} \tag{4}$$

$$G_V = \sum_{e\in\Omega} \frac{V_e \rho_e}{V_{total}} - \overline{\rho_0} \le 0 \tag{5}$$

$$0 \le \rho_e \le 1 \tag{6}$$

noeは総要素数，$\{u\}$は変位ベクトル，$[K]$は剛性行列，$\{f\}$は荷重ベクトルである．またV_{total}は設計領域の総体積，$\overline{\rho_0}$は初期平均無次元密度である．本問題をラグランジュの未定乗数法を用いて解く．ラグランジュ関数を定義し，その第一変分の停留条件を考慮することで次式に示す感度が得られる．

$$\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e} = -\frac{1}{2}\{u_e\}^T \frac{\partial [K_e]}{\partial \rho_e}\{u_e\} + \{u_e\}^T \frac{\partial \{f_e\}}{\partial \rho_e} \tag{7}$$

自重は密度依存であるため，式(7)の第 2 項が生じる．この項により感度の符号が不定となり負の感度を前提とする OC 法および MOC 法を適用することが困難である．本研究では両手法のパラメータ依存性を比較することを目的とし，第 2 項を除いた感度式を用いて最適化を行う [1]．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e} = -\frac{1}{2}\{u_e\}^T \frac{\partial [K_e]}{\partial \rho_e}\{u_e\} \quad (8)$$

OC 法に基づいた無次元密度更新式を次式に示す.

$$\rho_e{}^{(k+1)} = \rho_e{}^{(k)} \left(\frac{\left(\overline{\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e}}\right)^{(k)}}{-\Lambda^{(k)} \left(\frac{\partial G_v}{\partial \rho_e}\right)^{(k)}} \right)^{\eta} = \rho_e{}^{(k)} \left(A_e^{(k)}\right)^{\eta} \quad (9)$$

ここで$\left(\overline{\frac{\partial J_e^*}{\partial \rho_e}}\right)$は感度フィルタによって平滑化した感度，$\eta$は更新量を調整のための任意のダンピングパラメータある．MOC 法に基づいた無次元密度更新式を次式に示す．MOC 法の指数部は最適化問題の設定によって異なり，本最適化問題ではpとρ_eを用いて表される [2].

$$\rho_e^{(k+1)} = \rho_e^{(k)} \left(A_e^{(k)}\right)^{\left(-\frac{\partial}{\partial \rho_e}\left(\ln A_e^{(k)}\right)\right)^{-1}} = \rho_e{}^{(k)} \left(A_e^{(k)}\right)^{\frac{\rho_e}{p+1}} \quad (10)$$

3．計算条件

計算モデルは図 1 に示すような MBB-beam モデルとする．計算条件を表 1 に示す．各手法においてρ_{move}とpを変化させた場合の計算を行う．メッシュは四角形一次要素とする．

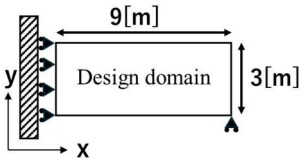


Fig. 1.MBB-beam model

Table1 Numerical condition

Number of elements / nodes	2700/2801
Mesh size [m]	0.1×0.1
Young's modulus E_1 [GPa]	200
Material density μ [kg/m³]	7850
Poisson's ratio ν	0.3
Penalization parameter p	3 , 6
Initial density average $\overline{\rho_0}$	0.5
Move-limit ρ_{move}	0.01 , 1
Convergence decision constants ϵ	1.0×10^{-6}
Maximum number of iterations k_{max}	500
Filtering radius R [m]	0.15
Gravitational acceleration g[m/s²]	9.8

4．解析結果

ペナルティパラメータを$p = 3$，6に設定した場合の OC 法，MOC 法による最終的な密度分布をそれぞれ図 2 および図 3 に示す.

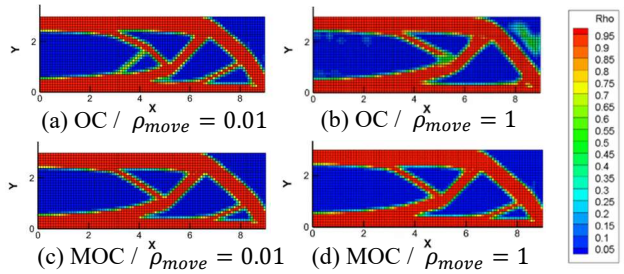


Fig. 2. Density distributions ($p = 3$)

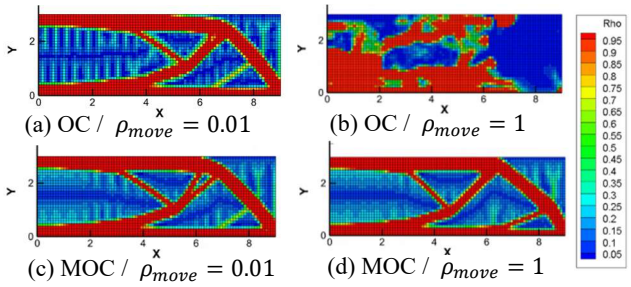


Fig. 3. Density distributions ($p = 6$)

OC 法を用いた場合，いずれのペナルティパラメータの条件においても，ムーブリミットの設定値によって異なる最終形状が得られた．図 2 と図 3 を比較すると，特にペナルティパラメータを大きく設定した場合には形状が完全に不連続となるような結果が表れている．一方，MOC 法を用いた場合では，OC 法での結果と比較してムーブリミットやペナルティパラメータの大小に関わらず，一貫して類似した形状が得られることが確認できた．これは MOC 法において要素ごと，イタレーションごとに適切な更新幅を設定できているからであると考えられる．また，本問題では両手法ともにペナルティパラメータを大きくするほどグレースケール領域が増加することが確認された．これは自重が要素の無次元密度依存であり，自重に対して低密度領域の剛性の低下が顕著となることに起因すると考えられる.

5．おわりに

本研究では，自重を考慮した密度型トポロジー最適化問題に対して MOC 法を適用し， その有効性を検証した．ペナルティパラメータに関する検討では両手法においてペナルティパラメータの増加に伴いグレースケール領域が増加する傾向が見られた．一方ムーブリミットに関する検討では，MOC 法を用いることでムーブリミットの影響を低減できることが示され，本問題においても先行研究と同様の傾向が得られた．また，パラメータの組み合わせにより形状が不連続になった OC 法に対し, MOC 法ではいずれの組み合わせにおいても類似した形状が得られた．以上より，体積力を考慮した問題においても MOC 法がパラメータ依存性の低減に有効であることが確認された.

参考文献

1) N. Jain and R. Saxena: Effect of self-weight on topological optimization of static loading structures, Alexandria Engineering Journal, vol.57, pp. 527–535, 2018.
2) M.P. Bendsoe, O. Sigmund: Topology optimization Theory, Methods and Applications, Springer, 2004.
3) M. Kishida and T. Kurahashi: Proposal of a modified optimality criteria method for topology optimization analysis in 3- dimensional dynamic oscillation problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.123, pp. 866-896, 2022.
4) M. P. Bendsøe and O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization , Archive of Applied Mechanics , vol.69 , pp. 635–654 , 1999.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地表面沈下量に基づく地盤内空洞の形状パラメータの同定解析
Shape parameter identification of subsurface cavity based on ground surface settlement data

渡邉　岳（長岡技科大・工）　　木村　和慎（長岡技科大・工）
上林　恵太（長岡技科大・工）　　倉橋　貴彦（長岡技科大・工）
Takeru WATANABE, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Kazuma KIMURA, Graduate School of Nagaoka University of Technology
Keita KAMBAYASHI, Nagaoka University of Technology
Takahiko KURAHASHI, Nagaoka University of Technology
E-mail: s233087@stn.nagaokaut.ac.jp

Identifying the location and geometry of underground cavities is important for the prevention of hazards. However, conventional methods for detecting underground feature such as ground penetrating radar require on-site investigation and needs to be operated by personnel, making continuous observation difficult. In this study, we focus on surface settlement data, which are limited but relatively inexpensive to obtain, and propose a numerical method for estimating the shape of underground cavity. The proposed method is formulated as an inverse analysis based on the adjoint variable method, in which identifies underground cavity shape using surface settlement data. Numerical experiments were conducted for an inverse problem in which ground deformation was simulated for a ground models containing an underground cavity. The cavity shape was estimated based on the calculated surface settlement and compared with the target cavity shape. The results indicated that the identification accuracy is not high enough under the present formulation of objective function, shape update scheme, and problem setting. Future work will focus on investigating the method to improve the identification accuracy.

１．はじめに

道路陥没などの対策を施行するためには，事前に路面下にある空洞の位置および形状を把握することが安全性評価のために必要となる．地盤内空洞の探査を地表から行う際，一般に，地中貫通レーダー探査のような，波動の伝播応答を測定する手法が用いられる [1]．このような手法は調査のために人員を用いて調査箇所の巡回を行う必要があり，定点的な観測が難しい．

そこで，従来手法で用いられる大掛かりな装備を伴わず，測量などにより比較的容易かつ安価に測定できると考えられる地表面の沈下量 [2]に着目する．荷重や地下水流の変動による地盤の変形挙動は，地盤内の空洞の有無や形状による影響を受ける．したがって，空洞を持つ地盤が変形した際に地表面で観測される変位量は，地下構造に関する情報を持つといえる．

本研究では，従来手法より安価で継続的に取得可能なデータを用いた地盤内空洞の探査手法を提案する．提案する手法では，地盤圧密現象により生じる地表面の垂直変位という，伝播応答と比べて限定的な観測量を用い，圧密解析と逆解析手法を用いて地盤内空洞の形状を同定することを試みる．

2．定式化

本稿で用いる記号を Table 1 にまとめる．なお，下付き添字i, jは空間方向を表し，総和規約に従う．

Table 1 Notation.

σ_{ij}	Total stress	σ'_{ij}	Effective stress
u_i	Displacement	p	Excess pore pressure
ϵ_{ij}	Strain	ϵ_v	Volumetric strain
k	Permeability	γ_w	Pore water unit weight
f_i	Body force	δ_{ij}	Kronecker delta
D_{ijkl}	Elastic stiffness	n_i	Outward normal vector

本研究の同定解析では，地表面の沈下量を観測し，逆解析により地下空洞の形状または形状パラメータを同定する．よって，地表面付近の鉛直方向変位vを観測値とし，観測変位v_{obs}と変位vの誤差を用いた評価関数Jを次式のように定義する．ここで，評価関数は地表境界付近の領域Ω_{obs}内で計算される．

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}\int_{\Omega_{obs}} (v - v_{obs})^2 d\Omega\, dt \tag{1}$$

定式化される形状同定問題では，地盤圧密を制約条件とし，随伴変数法により計算された感度を用いて地下空洞の形状，形状パラメータを更新し，この評価関数を最小化する．

また，本解析では Fig. 1 に示すような，内部に空洞を持つ地盤モデルを用いる．各境界の境界条件は Fig. 1 内に示す．ここで，空洞内は計算領域に含まれない．

地盤圧密は次式のような Biot の圧密理論 [3]に基づく支配方程式を用いて計算される． この方程式は地盤内の間隙水の流動と，それによる地盤の変形を表現する式である．

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \dot{f}_i = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} - \frac{k}{\gamma_w}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2}\right) = 0 \tag{3}$$

式(2)は地盤内部における力の平衡状態を示し，全応力σ_{ij}と体積力f_iのつり合いを表している．式(3)は間隙水の流出入に関する質量保存の式であるが，本解析では土粒子，間隙水の非圧縮性を仮定することで，体積保存の式として定式化される．

全応力σ_{ij}は，間隙水にかかる過剰間隙水圧pと土骨格にかかる有効応力σ'_{ij}により分担され，以下の式で表される．

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} p \tag{4}$$

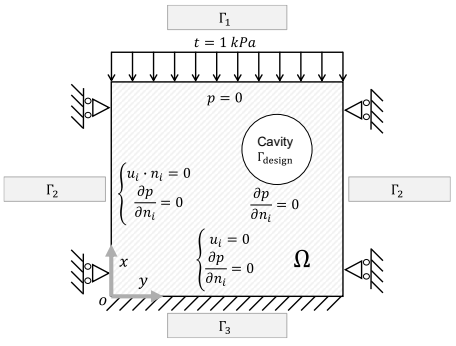


Fig. 1 Computational model with boundary condition.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土骨格を線形弾性体とし，平面ひずみ状態を仮定する．有効応力σ'_{ij}はつぎの応力ひずみ関係式で表される．

$$\sigma'_{ij} = D_{ijkl}\epsilon_{kl} \tag{5}$$

ひずみと変位の関係はつぎのような式で表される．

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{6}$$

３．計算条件

Table 2 に解析条件をまとめる．

Table 2 Numerical condition.

Time step size	$20000[s]$
Load	$1000[Pa]$
Young's modulus	$9.8 \times 10^5[Pa]$
Poisson's ratio	$0.333[-]$
Pore water unit weight	$9800[N/m^3]$
Permeability	$10^{-5}[m/s]$

本解析では，実際の沈下量の観測値v_{obs}の代わりとして，既知の目標空洞形状を設定した地盤モデルにおける圧密現象の順解析によって得た沈下量を観測値v_{obs}として評価関数を計算し，同定解析の検証を行う．また，同定解析の初めに地盤モデルに初期推定空洞形状を設定し，このモデルの空洞形状を逆解析によって更新し，目標空洞形状を推定する．つぎの Fig.2 に目標形状モデルと初期推定形状モデルを示す．

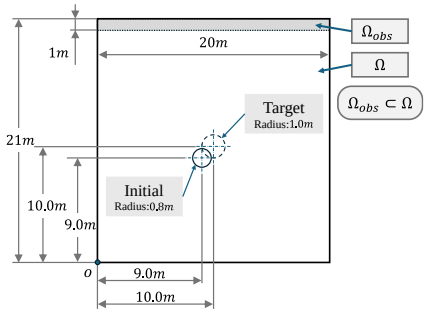


Fig. 2 Comparison of target and initial cavity shape models.

４．計算結果

評価関数の変動量が十分減少した時点での解析結果を以降に示す．この時点で評価関数は初期より 99.8%減少していた．

Fig. 3 に初期推定，目標および逆解析により推定された空洞形状を比較する．ここで，推定形状 A は空洞境界の各節点で感度を計算して独立に形状更新を行って推定した形状である．推定形状 A は初期推定形状が目標形状の方向に向かって押しつぶされたような形状となっている．目標形状と推定形状 A を比較すると，各モデルの概形および位置は大きくずれており，形状の同定精度は低い．

Fig. 4 は順解析によって各空洞形状モデルにおいて計算された地表境界上における沈下量vの分布を表す．各沈下量分布を比較すると，逆解析の初期推定形状モデルと目標形状モデルとの間では全体的に大きなずれがある．つぎに推定形状 A と目標形状の間では，沈下量分布のずれが小さくなっており，沈下量の谷の水平位置も近づいている．

この逆解析では空洞形状を更新することにより，推定形状モデルと目標形状モデルで計算される地表面沈下量分布の誤差を最小化することを目的としており，推定形状 A モデルで計算される沈下量分布が目標形状のものに明確に近づいており，

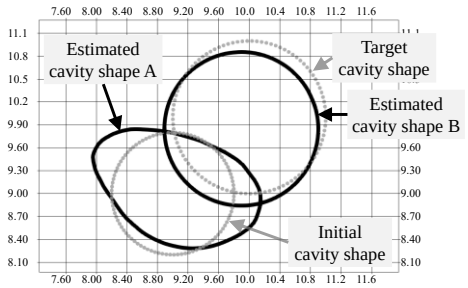


Fig. 3 Comparison of the target, initial and the estimated shapes.

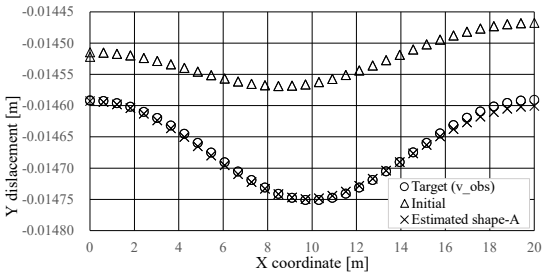


Fig. 4 Vertical displacement on surface boundary node.

これは同定解析により最適解が導かれていることを示しているといえる．しかし，Fig. 3 の空洞形状を比較すると，最終的な推定形状 A は目標形状の特徴を同定できているとはいえず，本解析で用いた問題設定や手法に基づいた同定解析では十分な精度で形状を同定することができなかった．

そこで，空洞の概形を円形と仮定し，その半径および中心位置に対する感度を計算する．この感度に基づき形状更新を行うことで Fig. 4 の推定形状 B を求めた．推定形状 B と目標形状を比較すると，半径および中心位置はいずれも目標形状のものに近づいており，概形を仮定することにより同定精度が改善することを示している．

５．おわりに

地表面沈下量から地下空洞の形状を推定することを目的とし，圧密解析により目標空洞および推定空洞をもつ地盤を模したモデルの地表境界付近の垂直変位をそれぞれ計算し，設定したモデル間での垂直変位の誤差を計算する評価関数に基づいて推定空洞形状を更新する手法について検証を行った．逆解析の結果より，本稿内の解析で設定した評価関数，形状更新手法および問題設定の下では，逆解析により推定される形状が目標形状と一致せず，同定解析の精度が不十分であることがわかった．講演では，本稿の内容に加え，半径，中心位置のような形状パラメータにより空洞形状を同定する手法についての検証を行った結果について述べる．

参考文献

1) Chuanyang Peng, Chao Wang, Zili Li: Review of geophysical data acquisition methods for underground feature detection and future trends, Tunnelling and Underground Space Technology Vol. 163, pp.106731, 2025.
2) NTT, inc.: World's First Demonstration of a Method for Detecting Early Signs of Road Cave-ins Using Reflected Radio Waves from SAR Satellites, NTT, 2025-11-07, https://group.ntt/en/newsrelease/2025/11/07/251107b.html, 参照 2026-02-03.
3) 地盤工学会，地盤技術者のための FEM シリーズ③ 有限要素法をつかう， 丸善出版(株)， 2010.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

海洋短波レーダー観測データに基づく波浪スペクトル推定
Ocean Wave Spectrum Estimation Based on High-Frequency Radar Observation Data

渡辺　楓（東北大・理）　谷地村　敏明（東北大・MathCCS）　寺田　翼（三菱電機）
亀田　洋志（三菱電機）　高橋　龍平（三菱電機）　水藤　寛（東北大・AIMR）
Kaede Watanabe, Tohoku University
Toshiaki Yachimura, Tohoku University
Tsubasa Terada, Mitsubishi Electric Corporation
Hiroshi Kameda, Mitsubishi Electric Corporation
Ryuhei Takahashi, Mitsubishi Electric Corporation
Hiroshi Suito, Tohoku University
E-mail: kaede.watanabe.t3@dc.tohoku.ac.jp

海洋短波レーダーとは，電磁波を海面に向けて放射し，反射した後方散乱波を受信する観測システムである．得られた電磁波の周波数ごとの強度分布はドップラースペクトルと呼ばれる．このドップラースペクトルから，波浪を構成する正弦波のエネルギー分布である波浪スペクトルを推定する手法がこれまでに考案されてきた．波浪スペクトルは，そこから波の高さや方向などの情報を得られる点で，海洋観測や産業活動において重要な物理量である．しかし，現在提案されている手法には推定精度に課題があり，波浪スペクトルをより正確に推定する手法の開発が求められている．本講演では，非負性を保つ正則化に基づき波浪スペクトルを再構成する手法を提案し，その実データへの応用可能性について報告する．

1．はじめに

海洋短波レーダーとは電磁波を海に向けて放射し，その反射した後方散乱波を受信するシステムである．取得した電磁波をスペクトル解析したものはドップラースペクトルと呼ばれる（Fig. 1）．海の波浪は成分波という異なる方向と波数をもった波の重ね合わせで表現されており，それらがレーダーから放射された電磁波の反射に寄与している．したがって，ドップラースペクトルはそれら成分波の情報を反映していると考えられる．ドップラースペクトルには 2 つの大きなピークがあり，それらを 1 次ドップラースペクトルという．これは，電磁波の波数ベクトルを$\boldsymbol{k_0} = (k_0, 0)$としたときに，波数ベクトル$\pm 2\boldsymbol{k_0}$の成分波に反射することによって引き起こされる．この現象を 1 次散乱という．ドップラースペクトルにおいて 1 次ドップラースペクトル以外の部分を 2 次ドップラースペクトルという．これは 2 次散乱と呼ばれる現象によって生じており，複数存在する波浪の成分波のうち，$\boldsymbol{k_1} + \boldsymbol{k_2} = \pm 2\boldsymbol{k_0}$を満たす 2 つの波数ベクトル$\boldsymbol{k_1}$，$\boldsymbol{k_2}$の成分波に反射することで引き起こされたものである．

この 2 つの波数ベクトル$\boldsymbol{k_1}$，$\boldsymbol{k_2}$を用いて，2 次ドップラースペクトル$\sigma_2(\omega)$と波浪スペクトルSの間には以下の関係式が成り立つ．

$$\sigma_2(\omega) = 2^6\pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm1}\sum_{m_2=\pm1}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2})|^2 S(m_1\boldsymbol{k_1})S(m_2\boldsymbol{k_2})\delta(\omega - m_1\sqrt{gk_1} - m_2\sqrt{gk_2})\,dp\,dq. \quad (1)$$

ただし，ωはドップラースペクトルにおいて観測される電磁波の角周波数である．ここで，$\boldsymbol{k_1} = (p - k_0, q)$, $\boldsymbol{k_2} = (-p - k_0, -q)$であり，これらの和は$\boldsymbol{k_1} + \boldsymbol{k_2} = -2\boldsymbol{k_0}$となる．$\boldsymbol{k_1}$と$\boldsymbol{k_2}$の大きさをそれぞれ$k_1 = |\boldsymbol{k_1}|$，$k_2 = |\boldsymbol{k_2}|$という記号で表す．$g$は重力加速度である．また，$\Gamma$は結合係数と呼ばれる重み関数で，$\delta$はデルタ関数である．

方程式(1)からSを逆変換するためにさまざまな取り組みがなされてきた[1),2),3),4),5),6)]．一方で，この 2 次ドップラースペクトルから波浪スペクトルを逆解析する手法に関して，理論的な解析は十分になされてこなかった．本講演では，理論的に保証された波浪スペクトル推定手法を構築し，それを用いて高精度な波浪スペクトル再構成を行うことを目的とする．

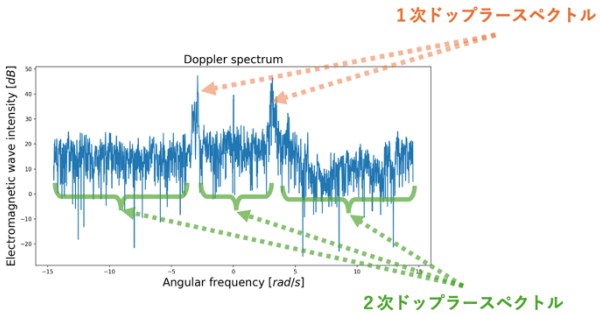


Fig. 1 Example of a Doppler spectrum.

2．波浪スペクトル推定手法の概要

ドップラースペクトルにおいて観測される電磁波の角周波数の集合をKとし，$\pm\sqrt{2gk_0}, \pm 2\sqrt{gk_0} \notin K$を仮定する．この仮定のもと，2 次ドップラースペクトル$\sigma_2(\omega)$と波浪スペクトルSの間に成り立つ関係式を今後は$A[S](\omega)$と書く．この関係式に関して次の命題が成り立つ[7)]．

命題 1

波浪スペクトルSについて$S \in H^1(\mathbb{R}^2)$を仮定する．このとき，以下が成り立つ．

$$A[S](\omega) = 2^6\pi k_0^4 \sum_{m_1=\pm1}\sum_{m_2=\pm1}\int_{f_{m_1,m_2}^{-1}(\omega)} |\Gamma(m_1, m_2, \omega, \boldsymbol{k_1}, \boldsymbol{k_2})|^2 S(m_1\boldsymbol{k_1})S(m_2\boldsymbol{k_2})\frac{1}{|\nabla f_{m_1,m_2}(p,q)|}ds.$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ただし，

$$f_{m_1,m_2}(p,q) := m_1\sqrt{gk_1} + m_2\sqrt{gk_2}$$

である．

この結果を用いて，2 次ドップラースペクトル$\sigma_2(\omega)$から波浪スペクトルSを，正則化手法を用いて再構成する．本研究では波浪スペクトルの正値性を保つため，非負スパース正則化を用いる．すなわち，以下の最適化問題を考え，それを最小化するSを，求める波浪スペクトルとする．

$$\arg\inf_{S\in H^1(\mathbb{R}^2)} \Theta(S) := F(S;y^\delta) + \alpha\Phi(S).$$

ここで，汎函数Fはチコノフ汎函数であり，$\|A[S](\omega) - \sigma_2(\omega)\|_{L^2}{}^2 + \lambda\|S\|_{L^2}{}^2$の形をしている．ただし，$\lambda > 0$は正則化パラメータである．また，$\Phi(S)$は以下の形をしている．

$$\Phi(S) = \begin{cases} \sum_{i,j\in\Lambda} S_{i,j}, & \text{if } S \geq 0, \\ +\infty, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ここで，$\alpha > 0$であり，$S_{i,j}$は波浪スペクトルを離散化した際の，各格子点における値である．$\Phi(S)$は波浪スペクトルの物理的な条件である正値性を保ち，スパースに波浪スペクトルを再構成する効果を持つ．

3．数値実験

波浪スペクトル再構成に関する最適化問題について，近接勾配法に基づくアルゴリズムで，最小化解を求めた．数値実験では波浪スペクトルのモデルを作成し（Fig. 2），ここに一様乱数を用いてL^2相対誤差 50%で摂動を加え，摂動を加えた波浪スペクトルをアルゴリズムの初期値とした（Fig. 3）．結果として得られた波浪スペクトル（Fig. 4）のL^2相対誤差は約 4.8%であった．

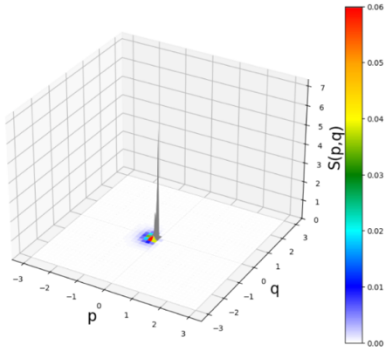


Fig. 2 Ground-truth wave spectrum.

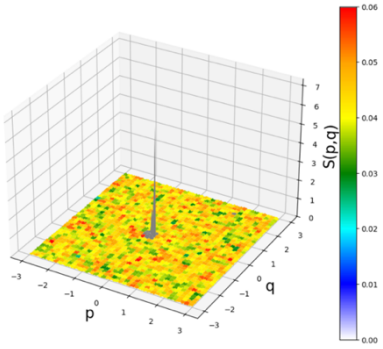


Fig. 3 Perturbed wave spectrum.

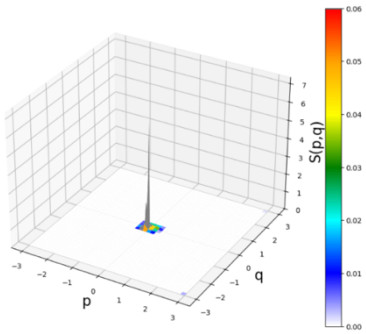


Fig. 4 Reconstructed wave spectrum.

4．おわりに

本稿では，適切な仮定のもと方程式(1)の特異性を除去し，その結果に基づいて非負スパース正則化を用いた波浪スペクトル推定手法を構築した．数値実験から，本手法の波浪スペクトル推定への有用性が示唆された．今後は，波浪状況に合わせた適切なハイパーパラメータの設定方法について検討を行う．なお，当日の講演では，逆問題の安定性に関する結果，具体的な波浪スペクトル推定アルゴリズムと実データを用いた推定結果も含めて報告する．

参考文献

1) B. J. Lipa and D. E. Barrick. Analysis Methods for Narrow-beam High-frequency Radar Sea Echo. NOAA Technical Report ERL, WPL. U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Research Laboratories, 1982.

2) Y. Hisaki. Nonlinear inversion of the integral equation to estimate ocean wave spectra from HF radar. Radio Science, Vol. 31, No. 1, pp. 25–39, 1996.

3) J. J. Green and L. R. Wyatt. Row-action inversion of the Barrick–Weber equations. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol. 23, No. 3, pp. 501–510, 2006.

4) L. R. Wyatt, J. J. Green, A. Middleditch, M. D. Moorhead, J. Howarth, M. Holt, and S. Keogh. Operational wave, current, and wind measurements with the Pisces HF radar. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 31, No. 4, pp. 819–834, 2006.

5) Y. Hisaki. Development of HF radar inversion algorithm for spectrum estimation (HIIAS). Journal of Geophysical Research: Oceans, Vol. 120, No. 3, pp. 1725–1740, 2015.

6) 片岡智哉．短波海洋レーダとベイズ型モデルを用いた浅海域の方向スペクトルの推定．国総研資料 895，国土交通省 国土技術政策総合研究所，日本, 2016. ISSN 1346-7328.

7) K. Watanabe, H. Suito, T. Yachimura and T. Terada. Ocean wave spectrum reconstruction from HF radar data and its application to wave height estimation. arXiv preprint (2025/05), DOI: https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.13132

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基本解近似解法による離散 Dirichlet-to-Neumann 写像の収束性

Convergence of the Discrete Dirichlet-to-Neumann Map
Using the Method of Fundamental Solutions

繁田　岳美（昭和薬科大学 応用数学研究室）
Takemi SHIGETA, Laboratory of Applied Mathematics, Showa Pharmaceutical University
E-mail: shigeta@ac.shoyaku.ac.jp

The Dirichlet-to-Neumann (DtN) map for exterior boundary value problems of the Laplace equation maps Dirichlet data on the boundary to the corresponding normal derivative and plays an important role in numerical computations. In this study, the DtN map is discretized by the method of fundamental solutions (MFS) for exterior problems with a circular boundary. Under equally distributed boundary and source points, the convergence of the resulting discrete DtN map is investigated.

1. はじめに

楕円型偏微分方程式の境界値問題に対して，Dirichlet-to-Neumann (DtN) 写像は境界上の Dirichlet データを対応する法線微分へ写す作用素として定義される．DtN 写像は境界観測に基づく逆問題の数値計算や非有界領域問題を解く際の透明境界条件の構成において重要な役割を果たす．実際，Poisson 方程式や非斉次 Helmholtz 方程式の外部境界値問題に対して，円形人工境界上で透明境界条件を課すことにより，元の非有界領域問題を二重連結有界領域問題として解くことができる[5),6)]．

本稿では，簡単のため，2 次元 Laplace 方程式における DtN 写像を基本解近似解法 (MFS) を用いて離散化する[1),3)]．このとき，得られる離散 DtN 写像が真の DtN 写像に収束するためには，離散 DtN 写像の固有値が真の DtN 写像の固有値に収束することが十分条件であることを示す．また，固有値の収束性を数値実験により示す．

2. 問題設定

2 次元平面 $\mathbb{R}^2$ における半径 $R>0$ の円板に対する外部領域 $\Omega := \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| > R\}$ において，次の Laplace 方程式の外部 Dirichlet 問題を考える:

$$\Delta u = 0 \qquad \text{in} \quad \Omega, \tag{1a}$$

$$u = g \qquad \text{on} \quad \Gamma := \partial\Omega, \tag{1b}$$

$$u(x) = O(|x|^{-1}) \quad \text{as} \quad r := |x| \to \infty. \tag{1c}$$

境界 Γ 上に Dirichlet データ $g \in H^{1/2}(\Gamma)$ が与えられたとき，$n := -x/R$ を境界 Γ 上の領域 Ω に対する外向き単位法線とし，境界値問題 (1) の解の法線微分 $\partial u/\partial n|_\Gamma \in H^{-1/2}(\Gamma)$ を与える Dirichlet-to-Neumann (DtN) 写像 $\Lambda : H^{1/2}(\Gamma) \to H^{-1/2}(\Gamma)$ を考える:

$$\Lambda g := \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_\Gamma, \qquad \forall g \in H^{1/2}(\Gamma). \tag{2}$$

Dirichlet データ g を

$$g(\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \widehat{g}_j e^{ij\theta}, \qquad 0 \le \theta < 2\pi$$

と Fourier 級数展開する．ここに，$i := \sqrt{-1}$ は虚数単位を表す．このとき，(1) の解は

$$u(r,\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{\widehat{g}_j}{R^{|j|}} e^{ij\theta}, \qquad r \ge R, \quad 0 \le \theta < 2\pi$$

と表されるので，

$$(\Lambda g)(\theta) = -\frac{\partial u}{\partial r}(R,\theta) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{|j|\widehat{g}_j}{R} e^{ij\theta}, \qquad 0 \le \theta < 2\pi$$

と導かれる．

以上より，特に $g(\theta) = e^{ik\theta}$ のとき，Kronecker のデルタ δ_{kj} を用いると $\widehat{g}_j = \delta_{kj}$ であるので，

$$\Lambda e^{ik\theta} = \frac{|k|}{R} e^{ik\theta}, \qquad k \in \mathbb{Z} \tag{3}$$

が容易に得られる．(3) は DtN 写像の固有値 $|k|/R$ に対応する固有関数が Fourier モード $e^{ik\theta}$ であることを意味する．

3. 基本解近似解法による DtN 写像の離散化

2 次元 Laplace 作用素の基本解を用いて，

$$G(x,y) := -\frac{1}{2\pi} \log \frac{|x-y|}{|x|} \tag{4}$$

と定める．(4) は無限遠点での条件 (1c) を満たす．このとき，$\theta_j := 2\pi(j-1)/N$, $y_j := \rho(\cos\theta_j, \sin\theta_j)$ $(0 < \rho < R)$ とし，領域 Ω の外部の円周上に等間隔に配置された N 個の源点 $\{y_j\}_{j=1}^N \subset \mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ を用いて，問題 (1) の解 u を N 個の関数 $\{G(\cdot, y_j)\}_{j=1}^N$ の線形結合により近似する:

$$u(x) \approx u^{(N)}(x) := \sum_{j=1}^{N} \alpha_j G(x, y_j), \qquad x \in \overline{\Omega}. \tag{5}$$

(5) は (1a), (1c) を満たすので，(1b) を満たすように未知展開係数 $\{\alpha_j\}_{j=1}^N$ を決定すればよい．これが基本解近似解法 (MFS) である[1),3)]．境界 Γ 上に N 個の選点 $\{x_k\}_{k=1}^N \subset \Gamma$ を等間隔に配置する．ここに，$x_k := R(\cos\theta_k, \sin\theta_k)$ である．これらの選点上で境界条件 (1b) を満たすことから，未知数 $\{\alpha_j\}_{j=1}^N$ に関する連立 1 次方程式

$$u^{(N)}(x_k) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j G(x_k, y_j) = g(x_k), \qquad k = 1, 2, \ldots, N,$$

すなわち

$$C_0 \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{g} \tag{6}$$

を得る．ここに，C_0 は (k,j) 成分を $G(x_k, y_j)$ とする N 次正方行列であり，

$$\boldsymbol{\alpha} := (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_N)^T, \quad \boldsymbol{g} := (g(\theta_1), g(\theta_2), \ldots, g(\theta_N))^T$$

である．

さらに境界上の法線微分を求めると，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_k) = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j \frac{\partial G}{\partial n}(x_k, y_j), \qquad k = 1, 2, \ldots, N,$$

すなわち

$$\boldsymbol{q} = C_1 \boldsymbol{\alpha} \tag{7}$$

を得る．ここに，C_1 は (k, j) 成分を $\partial G(x_k, y_j)/\partial n$ とする N 次正方行列であり，

$$\boldsymbol{q} := \left(\frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_1), \frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_2), \ldots, \frac{\partial u^{(N)}}{\partial n}(x_N) \right)^T$$

である．

(6), (7) より，$\boldsymbol{\alpha}$ を消去すると，

$$C_1 C_0^{-1} \boldsymbol{g} = \boldsymbol{q} \tag{8}$$

が得られる．(8) は (2) の離散化に対応する．したがって，DtN 写像 Λ を離散化した行列（離散 DtN 写像とよぶ）

$$\Lambda_N := C_1 C_0^{-1} \tag{9}$$

が導かれる．

いま，行列 C_0, C_1 はともに巡回行列である．したがって，Fourier 行列 $W := \left(\omega^{(j-1)(k-1)}/\sqrt{N}\right)$（$\omega := \exp(2\pi i/N)$ は回転因子）を用いると，離散 DtN 写像 (9) の N 個の固有ベクトルを並べて作った行列 V は W の随伴行列 W^* と等しくなる．よって，Λ_N を

$$W \Lambda_N W^* = V^* \Lambda_N V = \mathrm{diag}(\widehat{\boldsymbol{c}_1} \oslash \widehat{\boldsymbol{c}_0}) \tag{10}$$

と対角化することができる[2),7)]．ここに，$l = 0, 1$ に対して，$\widehat{\boldsymbol{c}_l} := \mathcal{F}(\boldsymbol{c}_l) := W\boldsymbol{c}_l$ は行列 C_l の第 1 列 $\boldsymbol{c}_l$ の離散 Fourier 変換，$\widehat{\boldsymbol{c}_1} \oslash \widehat{\boldsymbol{c}_0}$ は $\widehat{\boldsymbol{c}_1}$ と $\widehat{\boldsymbol{c}_0}$ の Hadamard 除算を表す．

(10) より，高速 Fourier 変換 (FFT) を適用して，離散 DtN 写像を効率的に計算することができる[4)–6)]．

4. 離散 DtN 写像の収束

標本化作用素 $S_N : C(\Gamma) \to \mathbb{R}^N$ を

$$(S_N f)_j := f(\theta_j), \qquad j = 1, 2, \ldots, N$$

により定義する．選点数 N が偶数のとき，添え字集合を

$$I_N := \left\{ -\frac{N}{2}, -\frac{N}{2}+1, \ldots, \frac{N}{2}-1 \right\}$$

とおく．このとき，$\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^N$ の離散 Fourier 変換 $\widehat{\boldsymbol{v}} = \mathcal{F}(\boldsymbol{v})$ に対して，再構成作用素 $R_N : \mathbb{R}^N \to \mathrm{span}\{e^{ik\theta} : k \in I_N\}$ を

$$(R_N \boldsymbol{v})(\theta) := \sum_{k \in I_N} \widehat{v}_k e^{ik\theta}$$

により定義する．前節で MFS により構成された離散 DtN 写像 $\Lambda_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ はベクトルに対する写像であるため，関数に対する写像に置き換えた

$$\widetilde{\Lambda}_N := R_N \Lambda_N S_N$$

を離散 DtN 写像として扱う．この $\widetilde{\Lambda}_N$ を Λ と比較する．

有限 Fourier 空間

$$X_M := \mathrm{span}\{e^{ik\theta} : |k| \le M\}$$

に対して，$f \in X_M$ は有限 Fourier 級数展開される:

$$f(\theta) = \sum_{|k| \le M} a_k e^{ik\theta}.$$

このとき，Λ の固有値を $\lambda_k := |k|/R$ とおくと，(3) より

$$(\Lambda f)(\theta) = \sum_{|k| \le M} a_k \lambda_k e^{ik\theta}, \quad (\widetilde{\Lambda}_N f)(\theta) = \sum_{|k| \le M} a_k \lambda_k^{(N)} e^{ik\theta}$$

が成り立つ．したがって

$$(\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda) f = \sum_{|k| \le M} a_k (\lambda_k^{(N)} - \lambda_k) e^{ik\theta}$$

を得る．

ここで，$L^2(0, 2\pi)$ ノルムを用いれば

$$\|(\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda) f\|_{L^2} \le \max_{|k| \le M} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k| \, \|f\|_{L^2}$$

が従うので，作用素ノルムの評価として

$$\|\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda\|_{\mathcal{L}(X_M, X_M)} = \sup_{f \in X_M \setminus \{0\}} \frac{\|(\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda) f\|_{L^2}}{\|f\|_{L^2}} \le \max_{|k| \le M} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k|$$

が得られる．

したがって，任意の固定した M に対して

$$\lim_{N \to \infty} \max_{|k| \le M} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k| = 0$$

を示すことができれば，

$$\lim_{N \to \infty} \|\widetilde{\Lambda}_N - \Lambda\|_{\mathcal{L}(X_M, X_M)} = 0,$$

すなわち X_M 上で離散 DtN 写像が真の DtN 写像に収束することを結論づけられる．

5. 離散 DtN 写像の固有値の収束

離散 DtN 写像 Λ_N の固有値 $\lambda_k^{(N)}$ と (3) で示した真の DtN 写像 Λ の固有値 $\lambda_k = |k|/R$ に対して，N が偶数のとき，

$$\lim_{N \to \infty} |\lambda_k^{(N)} - \lambda_k| = 0, \qquad k \in I_N$$

となることを数値実験により確認する．

6. おわりに

本稿では，MFS により構成される離散 DtN 写像の収束性について考察した．発表では数値実験の結果を示し，離散 DtN 写像の固有値が真の DtN 写像の固有値に収束する様子を確認する．今後は，DtN 写像の固有値の収束性に関する理論的解析について検討を進める予定である．

参考文献

1) Bogomolny, A.: Fundamental solutions method for elliptic boundary value problems, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **22**, 4 (1985), 644–669.
2) Davis, P. J.: Circulant Matrices, Second edition, AMS Chelsea Publishing (2012).
3) Mathon, R. and Johnston, R. L.: The approximate solution of elliptic boundary-value problems by fundamental solutions, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **14**, 4 (1977), 638–650.
4) Shigeta, T.: Mathematically improved convergence analysis for the non-overlapping domain decomposition method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **166** (2024), 105805.
5) 繁田岳美: 基本解近似解法を用いた 2 次元 Poisson 方程式の外部境界値問題に対する直接数値解法，計算工学講演会論文集，**30** (2025), 1–4.
6) 繁田岳美: 2 次元 Helmholtz 方程式の外部 Dirichlet 問題に対する Dirichlet–Neumann 写像の効率的数値計算，計算数理工学論文集，**25** (2025), 71–75.
7) Smyrlis, Y.-S. and Karageorghis, A.: Efficient implementation of the MFS: The three scenarios, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **227** (2009), 83–92.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

電気インピーダンストモグラフィの完全電極モデルの実験データを用いた囲い込み法の適用

Learned enclosure method for finding convex hull for experimental complete electrode model in EIT

井手　貴範（城西大・理）　Siiri Rautio（城西大・理）　Sara Sippola（ヘルシンキ大学）
Andreas Hauptmann（オウル大学）　Samuli Siltanen（ヘルシンキ大学）
Takanori Ide, Josai University
Siiri Rautio, Josai University
Sara Sippola, University of Helsinki
Andreas Hauptmann, University of Oulu
Samuli Siltanen, University of Helsinki
E-mail: tide@josai.ac.jp

Electrical Impedance Tomography (EIT) is non-destructive imaging method such as medical image that recovers image of the inclusions from boundary measurements. The mathematical model of EIT is proposed by Calderón.[1] Enclosure method is reconstructing the convex hull of the inclusion from boundary measurements proposed by Ikehata. We propose novel method to reconstruct convex hull of the inclusion from boundary measurements by using neural networks and enclosure method. As the application of proposed method, we will demonstrate our proposed method for finding convex hull in experimental EIT data.

1. はじめに

Electrical Impedance Tomography(EIT) は物体の表面に電圧を与えた時，物体表面に発生した電流の計測値から内部包含物の位置を画像で再構成する非破壊検査法として知られている．医療画像診断の応用先として，乳癌の位置の同定がある．EIT は CT, MRI に比べて画像の解像度は低いが，検査機器が安価であり，放射線を使わないため人体への負担が大変少ない．そのため，EIT によって得られる内部包含物の画像の解像度を高くすることが求められている．

EIT は次の偏微分方程式の逆問題として記述することができる[1]．特に，$\mathbb{R}^2$ 内の物体 Ω（有界集合）の電気伝導度を $\sigma = \sigma(x, y)$ とし $u = u(x, y)$ を電圧のポテンシャルとすると次の偏微分方程式で記述される数理モデルは EIT の連続体モデルと呼ばれる．

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma \nabla u = 0 \ in \ \Omega, \\ u = f \ on \ \partial\Omega. \end{cases} \tag{1}$$

ここで，n を境界 ($\partial\Omega$) 上の単位法線ベクトルとし，以下のような Dirichlet–Neumann 写像を与える．

$$\Lambda : f \to \sigma \frac{\partial u}{\partial n}\bigg|_{\partial\Omega} \tag{2}$$

また，電気伝導度を次のように与える．

$$\sigma(x, y) = 1 + \chi_D(x, y)h(x, y) \tag{3}$$

ここで，$D \subset \Omega$ を内部包含物の集合とし，次式が成り立つとする．

$$\chi_D(x, y) = \begin{cases} 1, \ (x, y) \ \in \ D \\ 0, \ (\text{ その他 }) \end{cases}. \tag{4}$$

この時, Calderón の問題と呼ばれる
”Dirichlet–Neumann 写像 Λ から内部包含物 D を再構成できるのか?”
を解くために，数理解析的な再構成法として知られている囲い込み法[2] とニューラルネットワークを融合した手法を提案した[3]．提案した方法は現実の測定データに適用するためには現象を支配する数理モデルを変更する必要がある．本公演では完全電極モデルと呼ばれる偏微分方程式で記述される EIT の問題を考え，囲い込みニューラルネットワークを測定データに適用する手法と結果を紹介する．

2. 完全電極体モデル

実験における計測データは雑音を含む．また，所望する箇所のデータを全て取得することが出来ないことが多い。つまり、不完全な情報を用いて内部包含物の情報を正確に抽出するのは極めて困難な問題であり，理論と実用の観点から極めて重要である．本講演において，有限個の観測データから内部包含物を再構成する囲い込みニューラルネットワークを紹介する．

EIT の実験においても物体の周囲全体に測定装置である電極をつけることは難しい．そのため，物体の周囲に有限個の測定装置をつけることが現実的である．本研究において，物体の境界において有限個の電極をつけた数理モデルとして完全電極体モデルを採用する．物体 Ω 内の内部包含物の集合 D の電気伝導度 σ が連続体モデルと同じ場合，完全電極体モデルは次の偏微分方程式で記述される[4]．

$$\begin{cases} \nabla \cdot \sigma \nabla u = 0 \ in \ \Omega, \\ u + \zeta_l \sigma \dfrac{\partial u}{\partial n} = V_l \ on \ e_l, \ l = 1, \cdots, L. \end{cases} \tag{5}$$

ここで，e_l は電極，ζ_l は接触抵抗，V_l は電極 e_l における電圧とし，電圧は

$$\sum_{l=1}^{L} V_l = 0 \tag{6}$$

を満たすとする．

3. 実験データへの適用

完全電極モデルの実験データとして 2 次元 EIT のオープンデータセットを用いる.[5] 囲い込みニューラルネットワークを実験データへ適用した結果は講演時に紹介する[6].

参考文献

1) A.P. Calderón, On an inverse boundary value problem, Semi-

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

nar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics (1980), 65–73.
2) M. Ikehata, Reconstruction of the support function for inclusion from boundary measurements, Journal of Inverse and Ill–Posed Problems, 8 (2000), 367–378.
3) S. Siltanen, T. Ide, Electrical impedance tomography, enclosure method and machine learning, Proceeding of 2020 IEEE 30th International Workshop on Machine Learning for Signal Processing, (2020), 1–6.
4) M. Cheney, D. Isaacson and J. C. Newell, Electrical impedance tomography, SIAM Review, 41 (1999), 85-101.
5) A. Hauptmann, V. Kolehmainen, N. M. Mach, T. Savolainen, A. Seppanen and S. Siltanen, Open 2d electrical impedance tomography data archive, arXiv preprint, arXiv:1704.01178, (2017).
6) S. Sippola, S. Rautio, A. Hauptmann, T. Ide, S. Siltanen, Learned enclosure method for experimental EIT data, Applied Mathematics for Modern Challenges, 4, (2025), 47-65

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-01：波動現象の数理・数値解析とその応用）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-01 (1)

座長:丸山 泰蔵(東京科学大学)

15:00 ~ 15:15

[14011] 境界要素法による磁性流体界面流動の逐次解析

*水田 洋[1] (1. 元 北海道大学)

15:15 ~ 15:30

[14012] 境界要素法の係数行列対称性を利用したproxy法に基づく高速直接解法の効率化

*松本 安弘[1]、丸山 泰蔵[2]、Ma Qianxiang[3]、横田 理央[4] (1. 東京科学大学 情報基盤センター、2. 東京科学大学 環境・社会理工学院、3. 理化学研究所 計算科学研究センター、4. 東京科学大学 総合研究院)

15:30 ~ 15:45

[14013] 有限階作用素による境界積分方程式の安定化について

*松島 慶[1] (1. 広島大学)

15:45 ~ 16:00

[14014] フォトンのスピンを考慮した電磁波の境界要素法

*植田 毅[1] (1. 東京慈恵会医科大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

境界要素法による磁性流体界面流動の逐次解析
Recursive interface analysis of magnetic fluids by the Boundary Element Method

水田　洋 (元 北大・工)
Yo MIZUTA, Hokkaido University
E-mail: ymizu0045@gmail.com

The present paper is devoted for numerical analysis of interface phenomena of magnetic fluids in real space and time. The employed Boundary Element Method (BEM) obtains not only the magnetic potential and the normal magnetic induction for static magnetic fields but also the fluid velocity potential and the normal fluid velocity for incompressible-irrotational fluids, on arbitrary-shaped interfaces. While the discretization process of the basic equations of BEM, two problems of multiplicity and singularity are managed. Produced computational code has been applied to obtain physical quantities on the interface between the fluid and vacuum in the two-layered system under homogeneous vertical magnetic field. Before the destabilization of the interface, behaviors of the magnetic field, stresses and fluid velocity are investigated as well as the interface elevation.

1. はじめに

ナノサイズの強磁性体微粒子を水やケロシンなどに拡散させた磁性流体には，印加磁場を強くするにつれて流体真空の間の界面が変形したり不安定化する特有の現象があり [1]，任意形状界面を通して相互作用する磁場流体両系の解析が必要になる．ただし，非圧縮・非回転・非粘性流体と電気的絶縁性で無電場無電流を仮定すれば，流速ポテンシャル φ, 流速 $\boldsymbol{v}$ に対して $\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0$, $\nabla\times\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{v}=\nabla\varphi$，磁束密度 $\boldsymbol{b}$, 磁場 $\boldsymbol{h}$, 磁気ポテンシャル ϕ, 透磁率 μ に対して $\nabla\cdot\boldsymbol{b}=0$, $\nabla\times\boldsymbol{h}=\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{b}=\mu\nabla\phi$ となり，流体解析では φ と法線流速 v_n を，磁場解析では ϕ と法線磁束密度 b_n を，共に**境界要素法**を用いて境界に限って求めることができる．本論文では，**直接境界要素法** [2,3] を磁場流体解析に，**界面力学方程式** [4,5] を流体解析に用いて，磁性流体と真空から成る Fig. 1 の一様鉛直磁場中の 2 層系の界面が，強い印加磁場で不安定化するときの界面変位 ζ・界面応力和 S・界面磁束密度 $\boldsymbol{b}$・界面流速 $\boldsymbol{v}$ の関係を調べる．

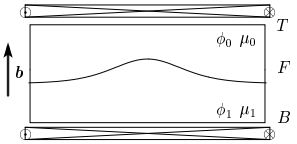


Fig.1　Two-layered system under homogeneous vertical magnetic field.

2. 解析の流れ

φ,v_n または ϕ,b_n を求めるため，ϕ_J,b_{IJ} に対する境界要素法の基礎式

$$\begin{cases} \alpha\phi_J = \oint_{S_J} \mathrm{d}S' \left(q_J\phi'_J - \psi_J b'_{ZJ}\right), \\ \alpha\dfrac{b_{IJ}}{\mu_J} = \oint_{S_J} \mathrm{d}S' \left(q_{IJ}\phi'_J - \psi_{IJ} b'_{ZJ}\right), \end{cases} \tag{1}$$

を離散化するとき，境界同士が鋭角で交わる交線上の物理量の**多価性**を考慮しながら，離散化係数が対角項で持つ**特異性**を**定ベクトル場条件**で回避する [6,7,8]．磁場解析では，界面上の ϕ,b_n が共に未知として界面条件 (界面をはさんで流体真空両領域の ϕ,b_n が連続) を用いる．一方流体解析では，φ を与えて v_n を求める Dirichlet 条件を界面で課し，$\boldsymbol{t}_Z$ を法線単位ベクトルとして，界面流速 $\boldsymbol{v}=\nabla\varphi\times\boldsymbol{t}_Z+v_\mathrm{n}\boldsymbol{t}_Z$ を決める (Fig. 2)．$\boldsymbol{v}$ を時間積分すれば，時間ステップごとの界面形状 (界面上の点の座標) $\boldsymbol{r}$ が決まる．φ を求めるには，S, T_N, G, C, ρ, D, p_0 を界面応力和・磁気応力差・重力ポテンシャル・表面張力・流体密度・動圧・大気圧として，Bernoulli 方程式と界面上の力学的条件から導かれる**界面力学方程式** [4,5] (以後 $D\simeq 0$, $p_0\simeq 0$)

$$\rho\partial\varphi/\partial t + S = 0, \quad S \equiv T_\mathrm{N} + G + C + D + p_0 \tag{2}$$

を時間積分する．$\boldsymbol{r}$ と φ の時間積分は同時並行的に行う必要がある．これは次の連立時間発展方程式の形に表される．

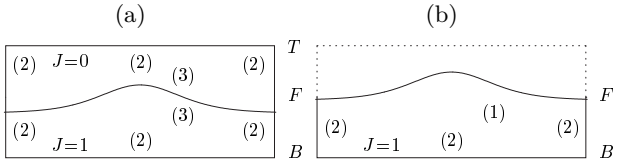
$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{z}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{f}\left(t,\boldsymbol{z}(t)\right), \ \boldsymbol{z} = \begin{pmatrix}\varphi\\ \boldsymbol{r}\end{pmatrix}, \ \boldsymbol{f} = \begin{pmatrix}-S(\boldsymbol{r})/\rho\\ \boldsymbol{v}\end{pmatrix}. \tag{3}$$

磁場から流体への作用は磁気応力差 T_N で取り込まれる [4,5]．T_N は，界面条件により流体真空両領域に共通な接線磁場 $h_{X,Y}$ と法線磁束密度 b_Z から決まる．流体と真空の透磁率を μ_1,μ_0 とすれば，界面磁場 $H=\sqrt{h_X^2+h_Y^2+\left(b_Z/\mu_1\right)^2}$ がある程度以上強くなると，磁性流体では飽和磁化のため，磁化 M が H に比例しなくなる (非線形磁化)．このとき磁気応力差は

$$T_\mathrm{N} = -\frac{\mu_0}{2}\left\{\left(\frac{1}{\mu_1}-\frac{1}{\mu_0}\right)b_Z\right\}^2 - \mu_0\frac{M_S}{\gamma}\ln\left(\frac{\sinh\gamma H}{\gamma H}\right), \tag{4}$$

(χ_0：初期帯磁率, M_S：飽和磁化, $\gamma\equiv 3\chi_0/M_S$)

のように決まる [6,7]．すなわち，$\mu_1>\mu_0$ であれば T_N は負でありその大きさは H と共に増加する．



T : (2) $b_{Z0}=b_\mathrm{app}$
F : (3) $\phi_1=\phi_0$, $b_{Z1}=-b_{Z0}$
B : (2) $b_{Z1}=-b_\mathrm{app}$
Sides: (2) $b_{ZJ}=0$

F : (1) $\varphi=-\int_0^t \mathrm{d}t\ S/\rho$
B : (2) $v_\mathrm{n}=0$
Sides: (2) $v_\mathrm{n}=0$

Fig.2　Boundary conditions for (a) magnetic analysis and (b) fluid analysis. (∗) denotes category number of boundary conditions.

境界要素法により，磁場解析では磁気ポテンシャル ϕ_J と法線磁束密度 b_{ZJ} が，流体解析では流速ポテンシャル φ と法線流速 v_n が各境界で得られるが，方程式を解く際に既知あるいは未知とされる量に応じて，境界条件を次のように分類する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\begin{cases}(1) & \phi_J \text{ が既知，} b_{ZJ} \text{ が未知，} & \text{(Dirichlet 条件)}\\ (2) & b_{ZJ} \text{ が既知，} \phi_J \text{ が未知，} & \text{(Neumann 条件)}\\ (3) & \phi_1{=}\phi_0{=}\phi,\ b_{Z1}{=}-b_{Z0}{=}b_Z. & \text{(界面条件)}\end{cases}$$

限られた離散点数でも，有限振幅の界面変形があっても透磁率差がない場合，流体下面 B と真空上面 T に印加した一様な $\boldsymbol{b}$ が界面 F 上の $\boldsymbol{b}$ に再現され，更に $\boldsymbol{v}$ も求めることができた (Fig. 3)[7,8].

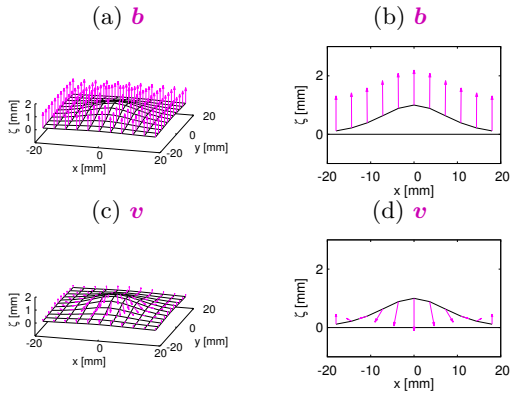


Fig.3 Calculated distribution of quantities on the interface (left column) or within the cross section at y=0 (right column) in case with interface elevation and without permeability difference.

3. 界面不安定化直前の時間発展解析

Fig. 4 で，界面中央での ζ,G,T_N,S,φ の時間変化を，印加磁束密度強度 b_app=4.0, 8.0, 12.0 [mT] について比較した．右軸と細い y=0 横直線は界面変位 ζ，左軸と太い y=0 横直線は ζ 以外の量に対するものである．b_app の増加と共に，S の中で負の T_N の寄与が優勢となり，S の変動の中心は負方向に移動する．これで，各量の振動周期が短くなり，更に界面の不安定化は早まる．Fig. 5 は，b_app=12.0 [mT] の不安定化直前での，ζ,S の時間変化 (1 行目) と ζ,$\boldsymbol{v}$(2 行目)，S(3 行目)，b_n(4 行目) の界面分布である．界面力学方程式の接線方向偏微分 $\rho\partial\boldsymbol{v}_t/\partial t|_{Z=\zeta} = -\nabla_\mathrm{t}S$ より，S の接線勾配が接線流速 $\boldsymbol{v}_t{=}\nabla_\mathrm{t}\varphi$ の起動力になる．b_n が界面中央付近で局所的に強まると，中央方向への起動力が生じる．ただし，その蓄積で生じる $\boldsymbol{v}_t$ が閉じた領域内で還流した後，少し遅れて界面中央の急上昇をもたらす．

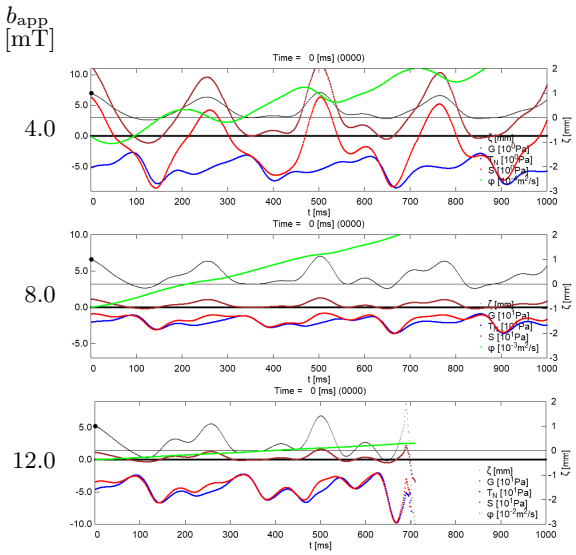


Fig.4 Time dependence of ζ, G, T_N, S and φ at the center of the interface.

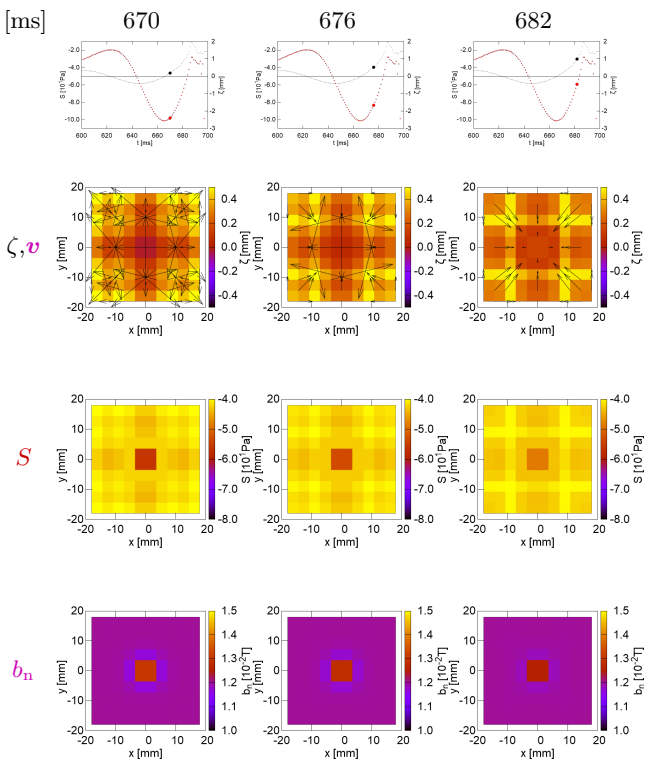


Fig.5 Distribution of ζ, S and b_n on the interface at time steps close to the destabilization for b_app = 12.0 [mT].

参考文献

1) Rosensweig, R.E., *Ferrohydrodynamics*, Cambridge University Press, (1985), Chap.4, Chap.5.
2) Brebbia, C.A. and Butterfield, R., "Formal equivalence of direct and indirect boundary element methods," *Applied Mathematical Modelling* **2**–2, (1978), pp.132–134.
3) Brebbia, C.A., F, J.C. Telles and C, L. Wrobel, *Boundary Element Techniques Theory and Applications in Engineering*, Springer, (1984).
4) Mizuta, Y., "Numerical platform for the interface analysis of magnetic fluids by use of the Boundary Element Method," *J. Magn. Magn. Mater.* **514**, (2020), p.167118.
5) 水田　洋, "間接境界要素法に基づく磁性流体界面解析の検証," 京都大学数理解析研究所講究録「非線形波動現象の数理とその応用」**2153**, (2020), pp.81–95.
6) 水田　洋, "磁性流体界面解析へ境界要素法を適用するための課題," 京都大学数理解析研究所講究録「非線形波動現象の数理とその応用」**2286**, (2024), pp.64–73.
7) Mizuta, Y., "Interface analysis of magnetic fluids by the boundary element method considering multiplicity and singularity," *Engineering Analysis with Boundary Elements* **167**, (2024), p.105889.
8) 水田　洋, "多価性・特異性を考慮した境界要素法による磁性流体界面現象の時間発展解析," 京都大学数理解析研究所講究録「非線形波動現象の数理とその応用」**2330**, (2025), pp.22–31.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

境界要素法の係数行列対称性を利用した proxy 法に基づく高速直接解法の効率化

An efficient direct boundary elemant solver based on proxy methods utilizing symmetries of coefficient matrices

松本　安弘（東京科学大学 情報基盤センター）
丸山　泰蔵（東京科学大学 環境・社会理工学院）
Qianxiang Ma（理化学研究所 計算科学研究センター）
横田　理央（東京科学大学 総合研究院）
Yasuhiro Matsumoto, Center for Information Infrastructure, Institute of Science Tokyo
Taizo Maruyama, School of Environment and Society, Institute of Science Tokyo
Qianxiang Ma, RIKEN Center for Computational Science
Rio Yokota, Institute of Integrated Research, Institute of Science Tokyo
E-mail: matsumoto@cii.isct.ac.jp

The fast direct boundary element method for wave scattering can achieve nearly linear scaling. However, its scaling constant remains large. This study proposes an efficient formulation of the proxy-surface low-rank approximation technique specifically for transmission boundary conditions. By exploiting the symmetry of integral operators, we significantly reduce computational costs. This symmetry can be achieved not only in the standard Symmetric Galerkin BEM but also in the Nyström method by restricting local integration corrections to a single point and appropriately scaling the rows of the coefficient matrix. Numerical results demonstrate that this symmetric formulation is 1.5 times faster than the conventional approach.

1. はじめに

波動散乱問題は重要な物理・工学応用が多く存在する．特に非有界領域上で無限遠方への波動散乱を考慮するときには境界要素法が有望である．境界要素法は例えば三次元領域内で偏微分方程式を解く問題を，その境界である二次元曲面上で問題を解くことに定式化でき，また種々の高速解法と組み合わせることでできるため，大規模問題の数値解法として適している．本研究では高速解法の中でも，特に高速直接解法と呼ばれる手法に注目する[1)]．これまでに多くの境界要素法の高速直接解法が提案されてきている[2)–4)]．これらは低周波域や散乱体が細長い形状場合などの特定の条件下で，離散化方程式の自由度の増加に対してほぼ線型の計算効率を持つものもある．一方で，その線型（時間）スケーリングのアルゴリズムのスケーリング定数は比較的大きいことが知られている．この問題は反復型の高速解法である高速多重極法[5)] でも共通しており，例えば Krylov 部分空間法の反復回数が減少するような優れた境界積分方程式の探究が行われている[6),7)]．解法に適した積分方程式を用いることは高速直接解法においても有効である．著者らはこれまでに，Burton–Miller 型の定式化[8)] やその直接・間接型混合定式化[9)] により高速直接解法の計算効率を高められることを確認してきた．

本研究では，transmission 条件を課された波動散乱問題において，境界積分方程式が対称性を有するよう定式化・離散化をすることにより，proxy 法を用いた低ランク近似[10)] を効率化する手法を提案する．境界積分方程式の対称定式化は Galerkin 法による離散化がよく知られているが，適切な数値積分公式と係数スケーリングにより，Nyström 法による離散化でも実行可能であることを指摘する．数値計算により，対称性を用いた低ランク近似の効率化は音響散乱と弾性波散乱のどちらでも可能であることを実証する．また対称性を用いた高速直接解法では愚直な定式化に比較して概ね 1.5 倍の高速化が確認された．

2. 境界積分方程式

定式化においては，主に音響散乱に対応する Helmholtz transmission 問題の例を議論する．同様の考え方により弾性波 transmission 問題も定式化できる．G_k を波数 k の（2 次元）Helmholtz 方程式の基本解とする．このとき，x, y を境界上のある固定された点とすると，基本解とその法線微分には次の対称性があることが知られている．

$$G_k(x,y) = G_k(y,x) \tag{1}$$

$$\frac{\partial G_k(x,y)}{\partial n(y)} = \frac{\partial G_k(y,x)}{\partial n(y)} \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 G_k(x,y)}{\partial n(x)\partial n(y)} = \frac{\partial^2 G_k(y,x)}{\partial n(y)\partial n(x)} \tag{3}$$

この関係を利用し，離散化後の線型方程式の係数行列を対称化する．$S_k v$ を境界 Γ に関する一重層ポテンシャルとする．ここに v は Γ 上の適当な関数である．まず境界を θ によりパラメータ表示する．

$$S_k v(x) = \int_\Gamma G_k(x,y)\, v(y)\, ds(y) \tag{4}$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} G_k(x, y(\theta))\, v(y(\theta))\, |y'(\theta)|\, d\theta \tag{5}$$

上式を N 点の台形則で離散化する．$y_j := y(\theta_j)$ はパラメータ空間上で等間隔に置かれた j 番目の積分点 θ_j に対応する境界上の点であり，また $\tilde{G}$ は局所修正された基本解である．

$$S_k v(x_i) \approx \sum_j \tilde{G}_k(x_i, y_j)\, v(y_j)\, w_j \tag{6}$$

ここに，$w_j = |y_j'| \frac{2\pi j}{N}$ は台形則の重みである．上式から形成される係数行列を列だけでなく行に対しても重みでスケーリングすることで得られる係数行列

$$[A]_{ij} := w_i \tilde{G}_k(x_i, y_j)\, w_j \tag{7}$$

は，もし $\tilde{G}(x_i, y_j)$ が対称であれば対称となる．一般に局所

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

修正は対称ではないが，対角項のみ修正する手法[11] を用いることで，Nyström 法であっても係数行列を対称にすることができる．

Helmholtz transmission 問題に対応する積分方程式としては次に示す PMCHWT 定式化がよく知られている．

$$\begin{pmatrix} -\left(\varepsilon_0 S_{k_0} + \varepsilon_1 S_{k_1}\right) & D_{k_0} + D_{k_1} \\ \left(D^*_{k_0} + D^*_{k_1}\right) & -\left(\frac{1}{\varepsilon_0} N_{k_0} + \frac{1}{\varepsilon_1} N_{k_1}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u^I \\ \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial u^I}{\partial n} \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここに，$D_k v$ は二重層ポテンシャルであり，$D^*_k v$ と $N_k v$ は一重層ポテンシャルと二重層ポテンシャルの法線微分である．本研究では次に示す Müller-like 定式化も用いる．

$$\begin{pmatrix} -\left(\varepsilon_0^2 S_{k_0} - \varepsilon_1^2 S_{k_1}\right) & \varepsilon_0\left(D_{k_0} - \frac{1}{2}\right) \\ & -\varepsilon_1\left(D_{k_1} + \frac{1}{2}\right) \\ \varepsilon_0\left(D^*_{k_0} + \frac{1}{2}\right) & \\ & -\left(N_{k_0} - N_{k_1}\right) \\ -\varepsilon_1\left(D^*_{k_1} - \frac{1}{2}\right) & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\varepsilon_0 u^I \\ \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial u^I}{\partial n} \end{pmatrix} \quad (9)$$

この定式化は高々弱特異までの積分核のみで記述できているが Fredholm 第二種ではないため，反復型解法には適さないが，対称性を利用できるため高速直接解法では効果的である．

3. 高速直接解法

全体の係数行列を A とし，空間的に近い行列エントリ同士が行列内のインデックスの意味でも近くなるように並び替えをした上でブロック化する．このとき，対角ブロックを D とすると，次のように非対角ブロックを低ランク近似できる．

$$A \approx D + URV \quad (10)$$

このような低ランク近似は proxy 法により実行でき，R はいわゆるスケルトン，U および V はスケルトンを補間して元の係数行列を復元する補間パラメータである．いま，境界積分方程式を対称化しているため，実は

$$U = V^T \quad (11)$$

の関係が成り立っており，よって

$$A \approx D + V^T RV \quad (12)$$

と分解できる．この分解に基づき高速直接解法を構成できる．高速直接解法は既往研究[9] で用いたものと同様であるため詳細は省略する．

4. 数値計算

紙面の都合から弾性波散乱による高速化のみ示す．入射波として縦波平面波を用い，介在物として四角形を用いる．外部領域の密度，縦波速度，横浪速度をそれぞれ $1, \sqrt{3}, 1$ とする．同様に内側領域の密度，縦波速度，横浪速度をそれぞれ $2, 3, 1.5$ とする．PMCHWT 定式化の積分方程式を用い，Galerkin 法で離散化した．数値計算には TSUBAME4.0 の計算ノードを 8 台使用した．Fig. 1 に対称化した定式化による速度向上を示す．提案手法は Burton–Miller 型定式化よりも速く，また愚直な方法よりも約 1.5 倍高速であることがわかる．

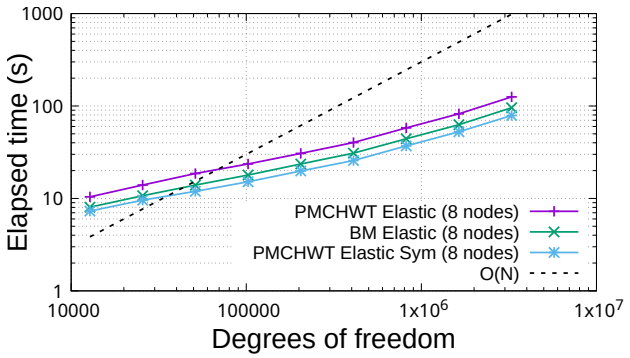


Fig. 1 Speedup of symmetic formulation in elastic wave scattering.

謝辞

本研究は JSPS 科研費 (24K20783) および JHPCN (jh250045, jh250070) の支援を受けた．

参考文献

1) Per-Gunnar Martinsson. *Fast Direct Solvers for Elliptic PDEs*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2019.
2) Per-Gunnar Martinsson and Vladimir Rokhlin. A fast direct solver for scattering problems involving elongated structures. *Journal of Computational Physics*, Vol. 221, No. 1, pp. 288–302, 2007.
3) Daria Sushnikova, Leslie Greengard, Michael O'Neil, and Manas Rachh. FMM-LU: A fast direct solver for multiscale boundary integral equations in three dimensions. *Multiscale Modeling & Simulation*, Vol. 21, No. 4, pp. 1570–1601, 2023.
4) Yasuhiro Matsumoto and Taizo Maruyama. Linearly scalable fast direct solver based on proxy surface method for two-dimensional elastic wave scattering by cavity. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 173, p. 106148, 2025.
5) Vladimir Rokhlin. Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimensions. *Journal of Computational physics*, Vol. 86, No. 2, pp. 414–439, 1990.
6) RE Kleinman and PA Martin. On single integral equations for the transmission problem of acoustics. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol. 48, No. 2, pp. 307–325, 1988.
7) Kazuki Niino and Naoshi Nishimura. Preconditioning based on Calderon's formulae for periodic fast multipole methods for Helmholtz' equation. *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 1, pp. 66–81, 2012.
8) Yasuhiro Matsumoto and Taizo Maruyama. A fast direct solver for two-dimensional transmission problems of elastic waves. *Engineering with computers*, 2026 (Accepted).
9) Yasuhiro Matsumoto and Kei Matsushima. Efficient lu factorization exploiting direct-indirect burton-miller equation for helmholtz transmission problems. *arXiv preprint arXiv:2512.14193*, 2025.
10) P.G. Martinsson and V. Rokhlin. A fast direct solver for boundary integral equations in two dimensions. *Journal of Computational Physics*, Vol. 205, No. 1, pp. 1–23, 2005.
11) Bowei Wu and Per-Gunnar Martinsson. Zeta correction: a new approach to constructing corrected trapezoidal quadrature rules for singular integral operators. *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 47, No. 3, p. 45, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限階作用素による境界積分方程式の安定化について
On the Stabilization of Boundary Integral Equations Based on Finite-rank Augmentation

松島　慶（広島大・情）
Kei MATSUSHIMA, Hiroshima University
E-mail: matsushima@acs.hiroshima-u.ac.jp

In this study, we discuss the stability of solutions to boundary integral equations for boundary value problems of the Helmholtz equation with respect to variations in parameters. Many boundary value problems for such elliptic partial differential equations can be equivalently reformulated as boundary integral equations whose kernels are given by fundamental solutions or Green's functions. However, the well-posedness of the original boundary value problem does not necessarily imply the well-posedness of the corresponding boundary integral equation. In other words, under certain conditions, the solvability may fail, or continuity of the solution with respect to parameter changes may not hold. We show, through a numerical example, that these difficulties can be resolved by introducing suitable finite-rank operators.

1. 緒言

多くの線形楕円型方程式の境界値問題は、基本解や Green 関数を核とする境界積分方程式に等価に置き換えることができる。これは、境界要素法や境界積分方程式法などの数値計算手法の基盤であり、これらの手法に関連した数多くの理論・アルゴリズムの研究が行われている[1)]。

多くの場合、数値計算が対象とする境界値問題は良設定であることが保証されている。すなわち、厳密解が一意に存在し、かつデータに対して解が連続的に変化する。しかし、境界値問題が良設定であることは必ずしも対応する境界積分方程式も良設定であることを意味しない。すなわち、特定の条件下で一意可解性が保証されない、あるいは解のパラメータ変動に対する連続性が成り立たない可能性がある。本講演は、Helmholtz 方程式の境界値問題に関する境界積分方程式の解のパラメータ変動に対する安定性について議論する。特に、簡単な例題について有限階作用素の導入によってこの問題が解決できることを示す。

2. 定式化

2.1. Helmholtz 方程式の外部 Dirichlet 問題

$\Omega \subset \mathbb{R}^2$ を有界な開部分集合として、その境界 $\partial\Omega$ は $C^{1,\alpha}$ 級 ($\alpha \in (0,1]$) かつ補領域 $\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ は連結であるとする。与えられた $g \in C(\partial\Omega)$ と $k > 0$ に関して、次の境界値問題を満たす $u \in C^2(\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}) \cap C(\mathbb{R}^2 \setminus \Omega)$ について考える。

$$(P_k) \quad \begin{cases} -\Delta u - k^2 u = 0 & \text{in } \mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega} \\ u = g & \text{on } \partial\Omega \\ u \text{ satisfies the Sommerfeld radiation condition} \end{cases}$$

この問題 (P_k) はすべての $k > 0$ で一意可解であることが知られている[2)]。また、その解は次の層ポテンシャルによって表示できる。

$$u(x) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y) - \mathrm{i}\eta G_k(x,y) \right) \varphi(y) \mathrm{d}s(y)$$

ここに、$G_k(x,y) = (\mathrm{i}/4) H_0^{(1)}(k|x-y|)$ は基本解であり、$\varphi \in C(\partial\Omega)$ は次の境界積分方程式の一意の解である。

$$(Q_k) \quad (I + D_k - \mathrm{i}\eta S_k)\varphi = 2g$$

$\eta > 0$ は任意の定数であり、境界積分作用素 S_k, $D_k : C(\partial\Omega) \to C(\partial\Omega)$ は次式で定義される。

$$(S_k\psi)(x) := 2\int_{\partial\Omega} G_k(x,y)\psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

$$(D_k\psi)(x) := 2\int_{\partial\Omega} \frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y)\psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

2.2. 低周波破綻と有限階作用素による修正

周波数から基本解への写像 $k \mapsto G_k$ は $k > 0$ において適当な位相に関して連続であるが、この対応を $k = 0$ で連続に拡張することは困難である。これは、G_k が滑らかな関数 $R_k(x,y)$ を用いて次のように分解できることから明らかである。

$$G_k(x,y) = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{|x-y|} - \frac{1}{2\pi} \log k + R_k(x,y) \qquad (1)$$

したがって、$k > 0$ で定義された境界積分作用素 S_k と D_k を作用素ノルム位相で $k = 0$ に連続に拡張することができず、(Q_k) の数値計算スキームは $k = 0$ の近傍で不安定になることが予想される。

この考察は、境界値問題 (P_k) の解が $k = 0$ に拡張できないことを意味しない。実際、式 (1) より $k = 0$ で特異となる項は $1/(2\pi)\log k$ のみであり、これは定数関数であるから

$$(-\Delta - k^2)\frac{1}{2\pi}\log k \xrightarrow[k\to 0_+]{} 0 \quad \text{uniformly in } \mathbb{R}^2$$

が成り立つ。さらに、任意の $k > 0$ について

$$u(x) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y) - \mathrm{i}\eta G_k(x,y) - \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi}\log k \right) \varphi(y)\mathrm{d}s(y) + c \qquad (2)$$

は $(\varphi, c) \in C(\partial\Omega) \times \mathbb{C}$ が次式を満たすとき Helmholtz 方程式 $(-\Delta - k^2)u = 0$ in $\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ の解である。

$$c - \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi}\log k \int_{\partial\Omega} \varphi(y)\mathrm{d}s(y) = 0$$

一重層、二重層ポテンシャルの跳躍公式より、$(\varphi, c) \in C(\partial\Omega) \times \mathbb{C}$ が次の方程式の解であれば式 (2) で与えられる $u \in C^2(\mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega})$ は $u \in C(\mathbb{R}^2 \setminus \Omega)$ であり、また $u = g$ on $\partial\Omega$ を満たす。

$$(Q_k') \quad \begin{bmatrix} I + A_k & 1 \\ J & -\pi/(\mathrm{i}\eta \log k) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2g \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここに、$A_k : C(\partial\Omega) \to C(\partial\Omega)$ および $J : C(\partial\Omega) \to \mathbb{C}$ は次式で定義される。

$$(A_k\psi)(x) := 2\int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial G_k}{\partial \nu(y)}(x,y) - \mathrm{i}\eta G_k(x,y) - \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi}\log k \right) \psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

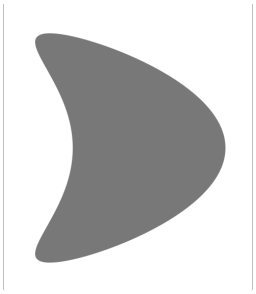


Fig. 1　Kite-like obstacle Ω.

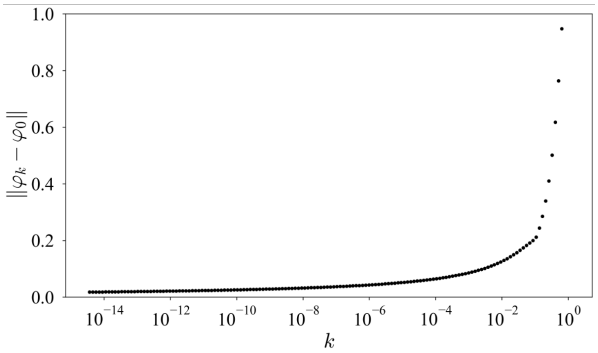


Fig. 2　Variation $\|\varphi_k - \varphi_0\|$ versus k.

$$J\psi := \int_{\partial\Omega} \psi(y)\mathrm{d}s(y)$$

$k > 0$ かつ (φ, c) を (Q'_k) の解とすると、この φ は (Q_k) の解である。反対に、$k > 0$ かつ φ を (Q_k) の解とすると、

$$c := \frac{\mathrm{i}\eta}{2\pi} \log k \int_{\partial\Omega} \varphi(y)\mathrm{d}s(y)$$

で定められる (φ, c) は (Q'_k) の解である。この意味で、(Q_k) と (Q'_k) は特に $k > 0$ のとき等価である。一方で、(Q'_k) 左辺の 2×2 に並べられた作用素は $k \to 0_+$ でノルム位相で連続に拡張できることが期待できる。

3. 数値例

Fig. 1 に示す形状の Ω について、$g(x) = -\mathrm{e}^{\mathrm{i}x_1}$ で与えた際に積分方程式 (Q'_k) の近似解を Nyström 法[1] で計算した結果を示す。

φ_0 および 0 付近の k で計算された φ_k について、その差の一様ノルム $\|\varphi_k - \varphi_0\|$ を計算した結果を Fig. 2 に示す。この結果から、(Q'_k) の近似解は非常に小さい $k > 0$ についても数値安定的に計算可能であることが示唆される。

4. 結言

本研究は、2 次元 Helmholtz 方程式の Dirichlet 問題を対象として、その低周波極限において数値安定な境界積分方程式を立式した。数値計算結果から、提案された積分方程式の Nyström 法による離散化は、非常に小さい周波数においても数値安定であることが確認された。

参考文献

1) R. Kress: Linear Integral Equations, Third edition, 2014.
2) D. Colton and R. Kress: Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, Fourth edition, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フォトンのスピンを考慮した電磁波の境界要素法
Boundary Element Method for Electromagnetic Waves with Photon Spin

植田　毅（慈恵医大・学情セ）
Tsuyoshi UETA, The Jikei University School of Medicine
E-mail: tsuyoshi_ueta@jikei.ac.jp

Employing a linear sum of the electric field (real part) and the magnetic field (imaginary part) as the dependent variable, Maxwell's equations become the equation of first order differentials in both time and space like the Dirac equation for a massless particle. In this study, we attempt to develop a boundary element method for the steady state of this equation.

１．はじめに

電磁波の数値計算をするときは，電場と磁場を従属変数として Maxwell 方程式を連立して解くか，Maxwell 方程式を統合して電場か磁場の波動方程式（散逸がある場合は電信方程式）として解く．後者の場合，元々時間についても空間についても１階の微分方程式である Maxwell 方程式を時間，空間ともに２階の微分方程式として解くことになる．

電磁場の波動方程式は，相対論的な分散関係

$$E=\sqrt{(mc^2)^2+(c\boldsymbol{p})^2} \tag{1}$$

(m, c, $\boldsymbol{p}$はそれぞれ、物体の質量，光速，運動量)を量子化することに依っても得られる．それは，クライン-ゴルドン方程式において質量を 0 としたものに他ならない．この導出過程では分散関係の平方根を除くために，エネルギー(時間微分)及びハミルトニアン(運動量と座標で書いた力学的エネルギー)を2乗(演算子としては2回演算)する．この過程が情報欠落の原因となる．相対論的な分散関係の量子化においては，物質(確率，エネルギー)保存則を満たさせるため，時間に関して1階の微分方程式であることを要求し，量子化することも可能である．それがディラックの量子化であり，そこから，電子の負のエネルギー状態，スピンが自然と導出される．ディラック型の方程式は時間，空間ともに1階の微分方程式である．光子をこのように量子化することも可能で，得られる方程式は Maxwell 方程式そのものになる．電子などの粒子場，電磁場ともに本質的に空間に関して1階の微分方程式である [1]．本研究では，この定常問題を2階の微分方程式を介することなく，境界積分方程式化し，安定に解が得られる境界要素法が構築できるか試みる．

２．統合 Maxwell 方程式 [2]

電場 $\boldsymbol{E}$ を実部，磁場 $\boldsymbol{H}$ を虚部として線形結合した場

$$\boldsymbol{\psi}=\sqrt{\varepsilon}\boldsymbol{E}+i\sqrt{\mu}\boldsymbol{H} \tag{2}$$

を導入する．ここで，ε，μはそれぞれ，その場の誘電率および透磁率である．場$\boldsymbol{\psi}$を用いると，Maxwell 方程式は

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{\psi}=i\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial t} \tag{3}$$

と書ける．

ここで，３つの 3×3 の行列

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix},\ \sigma_y=\begin{pmatrix}0&0&i\\0&0&0\\-i&0&0\end{pmatrix},\ \sigma_z=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \tag{4}$$

を定義し，ベクトル$\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z)$として，ハミルトニアン

$$\mathcal{H}\equiv c\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p} \tag{5}$$

を$\boldsymbol{p}=-i\hbar\boldsymbol{\nabla}$のように量子化すると，

$$\frac{\mathcal{H}}{c\hbar}=\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{\hbar}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}(-i\partial_x)+\begin{pmatrix}0&0&i\\0&0&0\\-i&0&0\end{pmatrix}(-i\partial_y)+\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}(-i\partial_z)$$
$$=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-\partial_x\\0&\partial_x&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&\partial_y\\0&0&0\\-\partial_y&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&-\partial_z&0\\\partial_z&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}0&-\partial_z&\partial_y\\\partial_z&0&-\partial_x\\-\partial_y&\partial_x&0\end{pmatrix}$$

となり，式(3)は

$$i\hbar\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial t}=c\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\boldsymbol{\psi}=\mathcal{H}\boldsymbol{\psi} \tag{6}$$

のように，ディラック方程式のような形に書き変えられる．

この定式化において，$\hbar\boldsymbol{\sigma}$は大きさ$\hbar$の光子のスピンを表し、

$$\rho\equiv\frac{1}{2}\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{\psi} \tag{7}$$

は電磁場のエネルギー密度を表し、

$$\boldsymbol{j}=\frac{c}{2}\boldsymbol{\psi}^\dagger\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\psi}=-i\frac{c}{2}\boldsymbol{\psi}^*\times\boldsymbol{\psi}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H} \tag{8}$$

はポインティングベクトルである。このとき、

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j} \tag{9}$$

のように連続の式が成り立ち，エネルギー保存則が満たされる。同様にスピンを含めた角運動量の保存則も示される。

３．定常問題

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{r})e^{-i\omega t} \tag{10}$$

のように，定常問題

$$\hbar\omega\boldsymbol{\phi}=c\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\boldsymbol{\phi}$$

つまり，

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{\phi}=\frac{\omega}{c}\boldsymbol{\phi} \tag{11}$$

を解く問題を考える．

４．積分方程式

$k=\omega/c$として，グリーン関数

$$\varepsilon_{ijk}\partial_i G_{jl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')-kG_{kl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')=\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta_{kl} \tag{12}$$

を用いると，ある閉曲面内において，式(11)を満たす場$\boldsymbol{\phi}$は

$$\phi_l=\int\varepsilon_{ijk}G_{il}\phi_j n_k dS'=\int(\boldsymbol{G}_l\times\boldsymbol{\phi})\cdot\boldsymbol{n}dS' \tag{13}$$

のように境界積分を用いて表すことができる．この積分表現にはグリーン関数G_{kl}，場の量ϕ_jともに空間微分を伴わないことが特徴である．これは1階の微分方程式を直接積分表現したことによる．

式(12)を満たすグリーン関数は [3]

$$G_{kl}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \left(\delta_{kl} + \frac{1}{k^2}\partial_k\partial_l\right) g(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \tag{14}$$
$$g(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \equiv \frac{e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

のように陽に与えられる。

５．境界条件

式(13)左辺の被積分関数は

$$(\boldsymbol{G}_l \times \boldsymbol{\phi}) \cdot \boldsymbol{n} = (\boldsymbol{\phi} \times \boldsymbol{n}) \cdot \boldsymbol{G}_l$$

のように変形できるから，境界積分において場$\boldsymbol{\phi}$は接線成分のみが現れる。

フォトニック結晶のように，透磁率は一定で誘電率のみ変化する界面を考える．空間には電荷も電流もないものとする．
一方の領域の誘電率をε_1、場を$\boldsymbol{\phi}_1$，もう一方の領域の誘電率と場をε_2，$\boldsymbol{\phi}_2$とすると，界面での境界条件は

$$(\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{15}$$
$$(\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{16}$$

であるから，場$\boldsymbol{\phi}$を用いると

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}(\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}_1^*) \times \boldsymbol{n} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}}(\boldsymbol{\phi}_2 + \boldsymbol{\phi}_2^*) \times \boldsymbol{n} \tag{17}$$
$$(\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_1^*) \times \boldsymbol{n} = (\boldsymbol{\phi}_2 - \boldsymbol{\phi}_2^*) \times \boldsymbol{n} \tag{18}$$

と表せる。

６．まとめ

Maxwell 方程式から，閉曲面内の場を境界上の場とグリーン関数の境界積分により表す定式化を行った．この境界積分の被積分関数には，場とグリーン関数の微分を含んでおらず，場の微係数の離散化において誤差が増大する一般的な境界要素法よりも有利な定式化であると考えられる．しかしながら，ディアディックグリーン関数そのものに２階微分を含んでおり，方程式そのものは超特異性を含む．

このような形式には，Clifford 代数を用いて，ディラック方程式までも含んだ定式化を行っている例がある [4,5,6]．方程式そのものには大きなアドバンテージがあると考えられるが，この定式化がフォトニック，フォノニックなメタマテリアルの解析に用いられた例はない．

本研究では，超特異性の克服と境界要素法として数値計算上の特性を調べる．

参考文献

1) A. Tip, Linear absorptive dielectrics, Phys. Rev. A, 57, pp.4818-4841, 1998.
2) Philip R. Wallace: Mathematical Analysis of Physical Problems, (Dover, New York, 1972) p.288-291.
3) Kazuo Ohtaka, Tsuyoshi Ueta and Katsuki Amemiya: Calculation of photonic bands using vector cylindrical waves and reflectivity of light for an array of dielectric rods, Phys. Rev. B, 57, pp.2550-2568, 1998.
4) A. Chantaveerod, A. D. Seagar and T. Angkaew: Calculation of Electromagnetic Field with Integral Equation Based on Clifford Algebra, PIERS Proceedings, August 27-30, Prague, Czech Republic, pp.62-71, 2007.
5) Alan McIntosh: Clifford Algebras and the Higher Dimensional Cauchy Integral, Approximation and Function Spaces Banach Center Publications, 22, pp.253-267 (PWN Polish Scientific Publishers, 1989, Warsaw).
6) Alan McIntosh and Marius Mitrea: Clifford Algebras and Maxwell's Equations in Lipschitz Domains, Math. Meth. Appl. Sci., 22, pp.1599-1620, 1999.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-04：能動的流体制御）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:10 | D会場(環境棟：5階講義室)

OS-04 (1)

座長:深潟 康二(慶應義塾大学)

16:25 ~ 16:40

[14015] 表面帯電がLinear Plasma Synthetic Jet Actuatorの電気流体作用に与える影響

*石井 悠貴[1]、小室 淳史[2]、大友 衆示[1]、西田 浩之[1] (1. 東京農工大学、2. 産業技術総合研究所)

16:40 ~ 16:55

[14016] スパースプロセッシングPIVとプラズマアクチュエータを用いた翼周り剥離流れのリアルタイムフィードバック流体制御

*野々村 拓[1]、ビゲラ ロドリゴ[2] (1. 名古屋大学、2. 東北大学)

16:55 ~ 17:10

[14017] 進行波壁面による乱流抵抗低減制御 ― 実験研究の進展と力学機構の解明 ―

*岩本 薫[1] (1. 東京農工大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表面帯電が Linear Plasma Synthetic Jet Actuator の電気流体作用に与える影響
Effect of Surface Charging on the Electrohydrodynamic Effect in Linear Plasma Synthetic Jet Actuator

石井　悠貴（農工大・工）　小室　淳史（産総研）　大友　衆示（農工大・工）　西田　浩之（農工大・工）
Yuki ISHII, Tokyo University of Agriculture and Technology
Atsushi KOMURO, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
Shūji ŌTOMO, Tokyo University of Agriculture and Technology
Hiroyuki NISHIDA, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: yuki@st.go.tuat.ac.jp

To reduce aerodynamic drag in mobility applications, Linear Plasma Synthetic Jet Actuator (LPSJA) has attracted significant attention. However, its induced flow exhibits complex flow characteristics depending on voltage conditions and electrode distance λ. In this study, we focus on variations in surface charge of LPSJA to investigate the underlying flow mechanism. Particularly, we conducted phase-resolved flow field measurements and time-resolved surface potential distribution measurements. The results revealed that increased surface charge enhances the electric field, promoting flow acceleration. Conversely, the collision of flows generates a counter-pressure gradient that decelerates the flow. These findings indicate that the LPSJA flow field is determined by the balance between electric field enhancement and fluid interference.

1. はじめに

モビリティの抵抗低減による環境負荷の抑制に向け，プラズマアクチュエータ(PA, Fig. 1(a))を用いた流体制御技術が注目を集めている．PA は誘電体を 2 枚の電極で挟んだ簡易な構造を有し，高速応答性に優れる．PA は電極間に交流高電圧を印加することで駆動し，放電に伴うプラズマを生成する．このプラズマ中の荷電粒子が電界により加速され，大気中の中性粒子と運動量交換衝突することで体積力を生じ，能動的に流れを制御する．この PA の設計コンセプトの一つに，複数の PA を列状に集積した Linear Plasma Synthetic Jet Actuator(LPSJA, Fig. 1(b))が存在する．複数の PA を集積することで，より広範囲に，より自由度の高い流れ制御を行うことができる．しかし，LPSJA の課題として，電圧条件や集積間隔 λ に応じて体積力および付随するイオン風が複雑に変化することが挙げられる [1]．この変化の物理メカニズムは未だ十分に解明されておらず，実用化に向けた高精度な流れ制御を実現するためには，その詳細な解明が不可欠である．

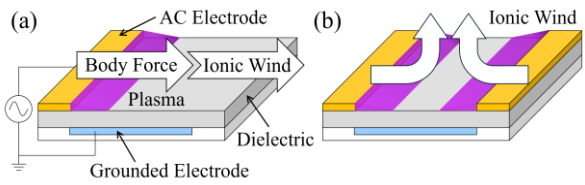


Fig. 1 Schematic of (a) PA and (b) LPSJA.

本研究の最終目標は，LPSJA におけるイオン風の変化メカニズムを解明することである．本発表では，その第一段階として，電界変化を通じて PA の駆動特性に多大な影響を及ぼす [2]誘電体表面の帯電に着目する．具体的には，電圧位相変化に同期した高時間分解での流速場および電位分布の計測結果を比較することで，帯電特性の変化が LPSJA のイオン風に及ぼす影響の解明を図る．

2. 研究手法

LPSJA は 1 枚の誘電体を挟む 2 枚の AC 電極および 1 枚の接地電極で構成される．本研究では，誘電体に 1 mm 厚 BGO，AC 電極に鋸歯状に整形した 35 μm 厚銅テープ，接地電極に ITO 膜を用いた．流速場計測には粒子画像流速測定法(PIV)，表面電位分布計測にはポッケルス計測法 [3]を用いた．流速場計測は 1 周期を 40 分割した 9°ごとの位相平均場計測とし，表面電位分布計測は特定の 6 位相(0°, 45°, 90°, 180°, 225°, 270°)における瞬時場計測として実施した．LPSJA の印加電圧条件は，周波数 5 kHz，電圧 10 kV_{pp} の正弦波とした．LPSJA における AC 電極の集積間隔 λ は 8 mm とし，LPSJA の実験結果と単体 PA(Single PA)の結果を比較することで，集積化に伴う帯電特性の変化がイオン風に及ぼす影響を調査した．

3. 結果

LPSJA($\lambda = 8$ mm)の流れ場の例を Fig. 2(a)に示す．2 つの電極から生じたイオン風は水平方向(x 方向)に進行した後，中央部で衝突し，垂直方向(y 方向)に偏向する．この流れ場における x 方向最大流速 u_{max}(Fig. 2(a)内赤色プロット部)の時間変化を Fig. 2(b)に示す．灰色の実線に印加電圧波形，水色の実線に放電電流波形を示す．赤色のプロットに Single PA の結果を，緑色のプロットに $\lambda = 8$ mm の結果を示す．これらの結果から，Single PA および $\lambda = 8$ mm のいずれにおいても，位相 0°付近で流速の減速傾向，180°以降に加速傾向が確認された．また，両者を詳細に比較すると，$\lambda = 8$ mm の方が加減速の変化量が大きく，かつ流速が変化し始める位相が速い傾向にある．この差異が生じる原因について，表面電位分布の観点から考察する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

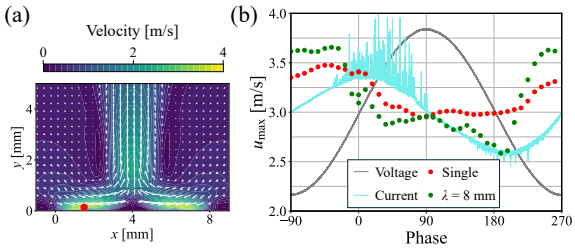


Fig. 2 (a) Spatial coordinates and (b) temporal evolution of the maximum flow velocity u_{max} in the x-direction.

表面電位分布の計測結果を Fig. 3 に示す. (a)は位相 0°, (b)は位相 180°の結果であり，電圧印加直後 66 周期目から 99 周期目までの結果を位相平均している．上段は Single PA，下段は $\lambda = 8$ mm の結果である．また，この電位分布から算出した x 方向の電位・電界プロファイルを Fig. 4, 5 に示す．$x = 0$ mm を電極先端座標とし，集積間隔 λ の半分に相当する $x = 4$ mm までの範囲を示す．PA の駆動過程において, 印加電圧の正勾配区間では正電界が, 負勾配区間では負電界がそれぞれプラズマ中のイオンを加速することで体積力を生じる．したがって，位相 0°では電界が正，180°では負であるほど電界が強化されていると考える. Fig. 5 を確認すると, 0°, 180°のいずれも, Single PA と比較して $\lambda = 8$ mm で電界が強化されている．これは，LPSJA において対向する電極から進展した放電が近接し, 表面帯電量が増大したためと考えられる. この電界強化が $\lambda = 8$ mm において流速の加速量が増大し，加速タイミングが先行した要因である．したがって，PA の集積化は表面帯電の増大を誘起し，電界の強化を介してイオン風生成を促進するといえる．

一方で，位相 0° においては，電界が強化されているにもかかわらず $\lambda = 8$ mm での減速傾向が顕著であった．この要因として，イオン風の衝突に伴う圧力勾配の影響および放電形態の相違が挙げられる．Fig. 2(a)の流速場に着目すると，イオン風の衝突部である $x = 4$ mm 付近に低流速領域が存在する. これは, 対向するイオン風の衝突によって生じた局所的な高圧領域である. この高圧領域は, 電極から進行するイオン風に対して逆方向の圧力勾配を形成する．また一般に，PA の駆動過程において，正勾配区間では進展距離の長いストリーマ放電が，負勾配区間では拡散的なグロー放電が生じる. そして, 体積力生成への寄与はグロー放電区間が支配的であり，正勾配区間での体積力は相対的に弱いと報告されている [4]．したがって，正勾配区間では，電界強化による体積力促進効果が圧力勾配の減速効果を下回り，結果として減速効果が強くなったと考えられる．

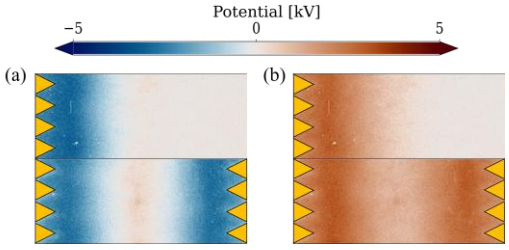


Fig. 3 Time-averaged surface potential distribution at phase (a) 0° and (b) 180°.

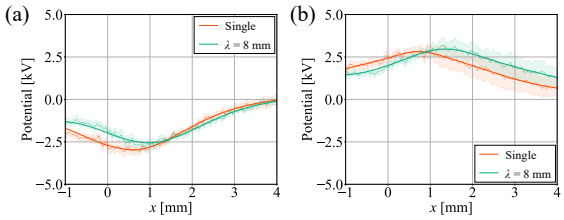


Fig. 4 x-direction surface potential profile at phase (a) 0° and (b) 180°.

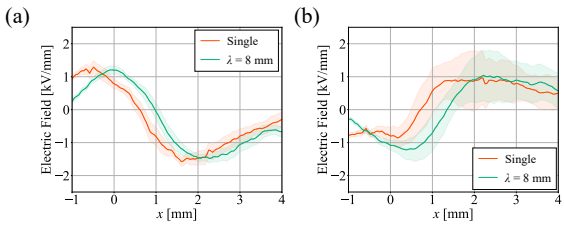


Fig. 5 x-direction electric field profile at phase (a) 0° and (b) 180°.

4. 結言

LPSJA の誘起流変化メカニズムを解明するため，表面帯電に着目した実験的調査を行った. その結果, LPSJA では表面帯電量の増大に伴う電界強化によって，イオン風の加速が促進されることが明らかとなった. 一方で, イオン風の衝突に起因する圧力勾配が減速効果として作用することも確認された．以上より，最終的な LPSJA の流れ場は，これら電界強化による加速と圧力勾配による減速のバランスによって決定されることが示された.

参考文献

1) Michael Wicks, Flint O. Thomas, Thomas C. Corke, Mehul Patel and Alan B. Cain, Mechanism of Vorticity Generation in Plasma Streamwise Vortex Generators, AIAA J. 53 (2015).
2) S. Sato, N. Ohnishi, Role of surface discharge dynamics in the generation of electrohydrodynamic force: toward performance improvement of dielectric barrier discharge plasma actuators, J. Phys. D Appl. Phys. 58 (2025).
3) T. Uemura, H. Nishida, R. Ono and A. Komuro, Effect of nitrogen/oxygen ratios on surface charge distributions generated by repetitive surface dielectric barrier discharges. Plasma Sources Sci. Technol., 33 (2024).
4) N. Benard, E. Moreau, Electrical and mechanical characteristics of surface AC dielectric barrier discharge plasma actuators applied to airflow control, Exp. Fluids 55 (2014).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

スパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを用いた翼周り剥離流れのリアルタイムフィードバック流体制御

Real-time Feedback Control of Separated Flow around airfoil Using Sparse Processing PIV and Plasma Actuators

野々村 拓（名古屋大学）　ロドリゴ ビゲラ（東北大学）
Taku NONOMURA, Nagoya University
Rodrigo VIGUERA, Tohoku University
E-mail: nonomura@nagoya-u.jp

Real-time feedback flow control requires rapid observation of the flow field. Plasma actuators (PAs) are promising devices for active flow control because of their fast response and ease of installation. In this study, real-time feedback control of separated flow around an airfoil is demonstrated using sparse processing particle image velocimetry (SPPIV) and plasma actuators. SPPIV reconstructs the velocity field by estimating proper orthogonal decomposition (POD) modes from sparsely sampled PIV measurements, enabling real-time flow-field estimation. Wind-tunnel experiments were conducted using a NACA0015 airfoil equipped with plasma actuators. Several control strategies were tested, including predetermined burst actuation, linear-model-based single-step prediction (SSP), multi-step prediction (MSP), and an adaptive control pattern (ACP) proposed in this study. The ACP method adjusts the burst actuation frequency according to the modal coefficient representing the flow state. The results show that ACP successfully suppresses flow separation even at lower actuation voltages where predetermined burst control fails, demonstrating the effectiveness of adaptive feedback control based on real-time velocity-field observation.

1. はじめに

これまでに様々な流体制御方法が提案されてきている．プラズマアクチュエータは，取り付けの容易性や即応性などに優れており，将来的な流体制御デバイスとして有望視されている．特に，この即応性を利用したフィードバック制御に注目が集まりつつある．

リアルタイムの流体制御を実現するためには，リアルタイムの流体観測が必要になる．特に速度場を用いたフィードバック制御は，流れ場の剥離や付着，渦の移流と行った重要な特徴を捉えた流体制御につながると期待される．著者らの研究グループでは，リアルタイム流体観測を実現する方法として，粒子画像流速測定法（PIV) に基づき，スパースな点のみを観測して，POD モードを推定するスパースプロセッシング PIV を提案，実証してきている[1)–3)]．

これまでに，スパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを利用したリアルタイムフィードバック制御を行うことで，円柱周り流れのカルマン渦による流れ場の非対称性を抑える研究に成功している[4)]．本発表ではスパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを利用したリアルタイムを翼周り剥離制御に適用した結果を報告する．なおこれらの結果は，論文[5)] に報告したものに基づく．

2. 制御システム

解析のフローチャートを図に示す．詳細は論文を参照されたい．流体制御には，バースト駆動のプレデターミンド制御，1 ステップ先を予測する線形モデル SSP，複数ステップ先を予測する線形モデル MSP，流れ場の状況に応じてバースト駆動を切り替える ACP を試行した．ACP は本研究で提案する方法であり，第一モードのモード係数に応じて，バースト駆動の周波数を変更する制御方法となる．

3. 実験

験は名古屋大学基礎空力研究用小型風洞 (ν-BART) で 実施し，2 つの PA（利用したのは前縁の一つのみ）を設置した NACA0015 模型 (翼弦長 100 mm，幅 300 mm) を用いた．ハイスピードカメラに Photron 社の IDP-Express R2000 を利用した．主流速度は 10 m/s，PIV 計測時の撮影速度は 4,000 fps とした．このとき，レイノルズ数は 63,000 である．駆動にはピー・エス・アイ社の高電圧出力アンプ PSI-PA1050N を用いた．PA の波形は 10,000 Hz，8 kVpp の正弦波に設定し，ON の間のみ放電した．2 つの PA の動作はそれぞれ独立である．リアルタイム制御では，PA をコンピュータに組み込んだ National Instrument 社の I/O デバイス PCIe-6323 のデジタル出力を利用した．

4. 制御結果

図に結果を示す．8 kV の高電圧ではバースト駆動のプレデターミンド制御でも翼型の剥離を抑えることができる一方，6 kV では，失敗する．一方，線形モデルに基づく，SSP や MSP では制御できていない．一方で提案する ACP 法は少ない電圧の場合にも流体場を制御することに成功している．

この結果は，剥離した流れ場に変動を与える周波数と付着した流れを保つためのバースト周波数が異なることを示唆しており，今後のより効率的な剥離流れの制御方法に示唆を与えるものと考える．

5. 結論

本研究では，スパースプロセッシング PIV とプラズマアクチュエータを用いたリアルタイム流体制御を実現し，その性能を評価した．流れ場の変化に応じてバースト周波数を変化させる ACP 法を用いることで効率的に流れ場を制御できること示した．本結果は今後のより効率的な剥離流れの制御方法に示唆を与えるものと考える．

参考文献

1) N Kanda, K Nakai, Y Saito, T Nonomura, K Asai : Feasibility study on real- time observation of flow velocity field using sparse processing particle image velocimetry , Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 64, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

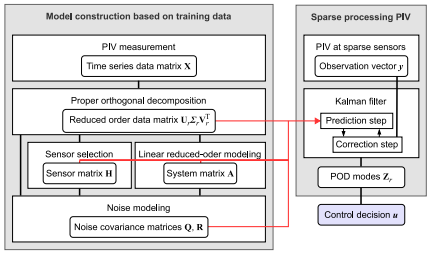


Fig. 1 Diagram of Real-time Feedback Control Using Sparse Processing PIV..[5)]

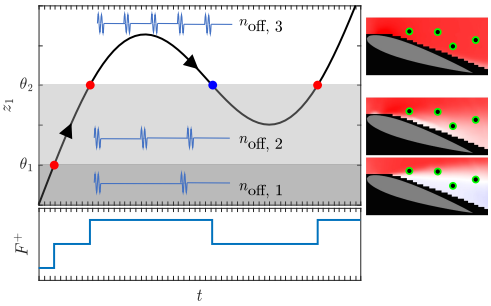


Fig. 2 Diagram of ACP flow control.[5)]

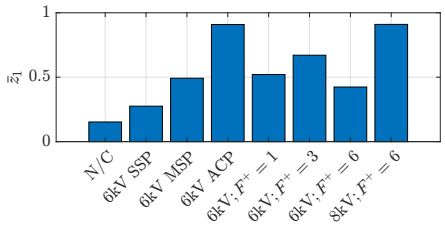


Fig. 3 Results of flow control. The mode coefficient z_1 of 1 and 0 shows attached and separated flows, respectively. The legend with F^+ is predetermined burst control with that nondimensional frequency F^+.[5)]

2) N Kanda, C Abe, S Goto, K Yamada, K Nakai, Y Saito, K Asai, T Nonomura: Proof-of-concept study of sparse processing particle image velocimetry for real1-time flow observation , Experiments in Fluids, 63, 2022.
3) C Abe, N Kanda, K Nakai, T Nonomura: Robust and multiresolution sparse processing particle image velocimetry for improvement in spatial resolution, Journal of Visualization 28 2025.
4) T Nonomura, C Abe, R Naramura, Y Sasaki: Real-time feedback control of flow velocity field using sparse processing particle image velocimetry and plasma actuators , Experiments in Fluids, 66, 2025.
5) R Viguera, R Naramura, Y Sasaki, T Nonomura: Adaptive Control Pattern for Real-Time-Visual-Feedback Flow Separation Control over Airfoil with Sparse Processing Particle Image Velocimetry and Plasma Actuator , Experiments in Fluids, 67, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

進行波壁面による乱流抵抗低減制御
— 実験研究の進展と力学機構の解明 —
Turbulent Drag Reduction by Traveling-Wave Walls: Experimental Progress and Physical Mechanisms

岩本　薫（農工大・工）
Kaoru IWAMOTO, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: iwamotok@cc.tuat.ac.jp

Reduction of skin-friction drag in wall turbulence is an important issue directly related to energy saving in transportation systems, and active control using traveling waves imposed on a wall has attracted considerable attention as a promising approach. In this lecture, recent progress in experimental studies on turbulent drag reduction in a turbulent boundary layer over a traveling-wavy wall formed on a flexible rubber sheet is presented. Wind-tunnel experiments confirmed the reduction of skin-friction drag by the traveling-wavy wall. In addition, the streamwise evolution of the turbulent boundary layer developing over the traveling-wavy wall was measured, and it is experimentally demonstrated for the first time that the drag-reduced state can be maintained over a wide streamwise extent. Furthermore, changes in vortex structures are captured by stereoscopic PIV measurements. Combined with insights from DNS and pathline analysis of traveling-wave blowing and suction control, the mechanical mechanism of drag reduction through modulation of near-wall quasi-coherent turbulent structures is discussed.

１．はじめに

壁乱流の摩擦抵抗低減は輸送機器の省エネルギー化に直結する重要課題であり，壁面に進行波を与える能動制御は有望な手法として注目されている．本講演では，柔軟ゴムシート上に形成した進行波状壁面を用いた乱流境界層抵抗低減の実験研究の進展を紹介する．風洞実験（図 1, 2）により進行波状壁面による摩擦抵抗低減を確認するとともに，進行波状壁面上で発達する乱流境界層の流下方向変化を計測し，抵抗低減状態が流下方向に広く維持されることを実験により初めて明らかにした [1,2]．さらにステレオ PIV 計測により渦構造の変化を捉え [3]，進行波状吹出・吸込み制御の DNS および流跡線解析の知見と併せて [4,5]，壁近傍の乱流準秩序構造の変調を通じた抵抗低減の力学機構について議論する．

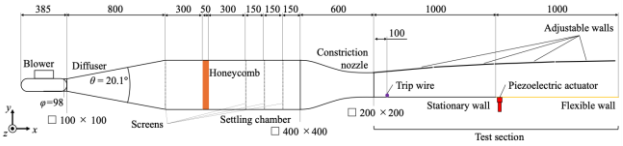


Fig. 1 Schematic of turbulent boundary layer wind tunnel (dimensions in mm)[1].

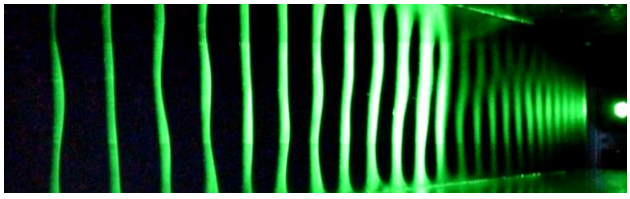


Fig. 2 Visualization of traveling wave[1].

参考文献

1) Y. Yoshida, T. Nimura, A. Mitsuishi, A. Murata and K. Iwamoto: Drag reduction of turbulent boundary layer flow with traveling wavy wall on flexible rubber sheet, Phys. Fluids 37, 075208, 2025.
2) Y. Yoshida, T. Nimura, A. Mitsuishi, A. Murata and K. Iwamoto: Streamwise evolution of drag-reduced turbulent boundary layer over a traveling wavy wall, J. Fluid Mech., in press, 2026.
3) 伊藤 興希，仁村 友洋，村田 章，岩本 薫: 進行波状壁面変形によって制御された乱流境界層流れにおける渦のステレオ PIV 計測，日本機械学会 第 102 期流体工学部門講演会，2024.
4) S. Koganezawa, A. Mitsuishi, T. Shimura, K. Iwamoto, H. Mamori and A. Murata: Pathline Analysis of Traveling Wavy Blowing and Suction Control in Turbulent Pipe Flow for Drag Reduction, Int. J. Heat Fluid Flow, 77, 0142-727X, 2019.
5) H. Mamori, K. Iwamoto and A. Murata: Effect of the Parameters of Traveling Waves Created by Blowing and Suction on the Relaminarization Phenomena in Fully Developed Turbulent Channel Flow, Phys. Fluids 26, 015101, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (1)

座長：河原源太（大阪大学）

9:10 ~ 9:25

[15001] Navier-Stokes乱流における同期：データ同化とLyapunov解析によるダイナミクスの理解

*犬伏 正信[1]、Caulfield Colm-cille[2] (1. 東京理科大学、2. ケンブリッジ大学)

9:25 ~ 9:40

[15002] 粘弾性乱流境界層中の有限長角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係

*鷲見 竜雅[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学大学院)

9:40 ~ 9:55

[15003] 高分子や界面活性剤の添加による乱流変調の物理機構

*後藤 晋[1]、増田 颯人[1]、鈴木 雅大[1]、Peruchi Zanca Augusto[1]、小井手 祐介[1]、本告 遊太郎[1] (1. 大阪大学)

9:55 ~ 10:25

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Navier–Stokes 乱流における同期：データ同化とLyapunov解析によるダイナミクスの理解
Synchronisation in Navier–Stokes turbulence: insights from data assimilation and Lyapunov analysis

犬伏　正信（理科大・理）　Colm-cille P. Caulfield（ケンブリッジ大・DAMTP）
Masanobu INUBUSHI, Tokyo University of Science
Colm-cille P. CAULFIELD, University of Cambridge
E-mail: inubushi@rs.tus.ac.jp

In Navier–Stokes turbulence, large-scale turbulent flows inevitably determine small-scale flows. Previous studies using data assimilation with the Navier-Stokes equations indicate that employing observational data resolved down to a specific length scale enables the successful reconstruction of small-scale flows. We characterise both the critical length scale and the associated exponential convergence rate through conditional Lyapunov exponents, ergodic invariants of the Navier–Stokes system.

Navier–Stokes 乱流の性質として，非線形性および大自由度性があげられる．この乱流ダイナミクスの性質を理論的に特徴付ける方法として，近年データ同化手法が注目を集めている[1]．数学的には古くからDetermining Modes等の概念として研究されてきた性質（文献[2]のChapter III - Finite Dimensionality of Flows参照）であるが，数値的研究や以下で述べるようなデータ駆動型手法との関連で研究が盛んになっている．

データ同化（その中でも最も単純な直接挿入法Direct Insertion Method）では流体の速度場uに対して，観測可能な変数pと観測困難な変数qに分解すること，すなわち$u = p + q$を考える．ここでは，pを速度場の大スケール成分，qを速度場の小スケール成分と考える[3,4]．

データ同化の目標は，部分観測データ$(p(t))$を用いて，観測困難な変数qの推定値$\hat{q}$を得ることである．その一結果をFig. 1に示す[4]．上段は直接数値計算（DNS）の結果（渦度場）であり，$u(t) = p(t) + q(t)\ (0 \le t \le 3)$を表す．ここでデータ同化の開始時刻を$t = 0$とした．中段は部分観測データであり$p(t)$を表す．これは単にDNSの結果をローパスフィルタした渦度場である．下段はデータ同化の結果であり，$\hat{u}(t) = p(t) + \hat{q}(t)$を表す．詳細は講演にて紹介するが，データ同化結果の渦度場は，急速に（実は指数関数的に）DNSの渦度場に漸近していることがわかる．この挙動は，初期推定$\hat{q}(0)$に依らずに確認されるため，小スケール渦度場が大スケール渦度場に同期するとみなすことができる．実際，力学系理論における同期解析手法である条件付きLyapunov指数を用いることで，これらの現象を（データ同化を離れて）Navier–Stokes方程式の性質として特徴付けることが可能である[3,4]．

本講演ではこの力学系的解釈に基づき，乱流のデータ同化研究について紹介する．データ同化は（気象予測など）応用上重要なデータ駆動型手法であるだけでなく，乱流のダイナミクスを隷属性・因果関係の観点から理解するための新たなアプローチとして有用である．また，2 次元乱流と3 次元乱流の違いが，データ同化に関する性質の著しい違いとして現れることを述べる[4]．最後に，これらのデータ同化に関する知見が，乱流の機械学習モデルを構築する上でも重要になること[5]を紹介する．

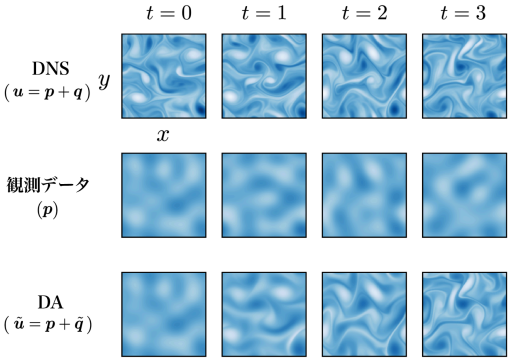


Fig. 1 Data assimilation experiment in Navier–Stokes turbulence. From top to bottom: a snapshot of the two-dimensional Kolmogorov flow with an Ekman friction term (DNS, corresponding to $u(t) = p(t) + q(t)$; the observational data (the vorticity field obtained by low-pass filtering the DNS vorticity field, corresponding to $p(t)$); and the data assimilation results (corresponding to $\hat{u}(t) = p(t) + \hat{q}(t)$).

参考文献

1) T. A. Zaki: Turbulence from an observer perspective, Annual Review of Fluid Mechanics 57, 2025.
2) C. Foias, O. Manley, R Rosa, and R Temam: Navier-Stokes equations and turbulence. Vol. 83. Cambridge University Press, 2001.
3) M. Inubushi, Y. Saiki, M. U. Kobayashi, and S. Goto: Characterizing small-scale dynamics of Navier–Stokes turbulence with transverse Lyapunov exponents: A data assimilation approach, Physical Review Letters, 131.25, 2023.
4) M. Inubushi and C. P. Caulfield: Synchronisation in two-dimensional damped-driven Navier-Stokes turbulence: insights from data assimilation and Lyapunov analysis, Journal of Fluid Mechanics, 1027, 2026.
5) S. Matsumoto, M. Inubushi, and S. Goto: Stable reproducibility of turbulence dynamics by machine learning, Physical Review Fluids, 9.10, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粘弾性乱流境界層中の有限長角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係

Turbulence Structures and Polymer Extension in the Wake of a Finite Wall-Mounted Square Cylinder in Turbulent Boundary Layers of Viscoelastic Fluids

鷲見　竜雅（名工大院）　仁村　友洋（名工大院）　武藤　真和（名工大院）　玉野　真司（名工大院）
Ryuga SUMI, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Tomohiro NIMURA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: r.sumi.505@stn.nitech.ac.jp

The drag reduction (DR) effect of viscoelastic fluids can significantly reduce the skin friction in the turbulent boundary layer. In practical applications, however, wall-mounted obstacles generate wake disturbances, which may influence DR performance. In this study, the direct numerical simulations (DNS) of the flow around a finite wall-mounted square cylinder in the turbulent boundary layer of viscoelastic fluids are performed to investigate the effect of polymer extension on turbulence structures in the wake.

1．緒言

粘弾性流体の抵抗低減（drag reduction: DR）効果[1]は，壁面における流動摩擦抵抗を顕著に低減させることが報告されており[2]，その工学的応用への期待が高まっている．しかし，流体輸送用の配管系や船舶の底面などの実用環境では，測定装置や制御装置などの障害物が壁面に設置されており，これらの後流で生じる乱れが DR 効果に及ぼす影響が懸念される．したがって，粘弾性流体中における壁面設置障害物後流の流動特性を明らかにすることが重要である．本研究では，DR 効果が発現する平板上粘弾性乱流境界層に有限長さの角柱を設置した流れの直接数値計算（DNS）を実施し，高分子流体中の角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関係を調査した．

2．計算手法

DNS の支配方程式である無次元化された非圧縮性粘弾性流体の運動方程式を式(1)に示す．ただし，粘弾性応力は FENE-P モデル[3]に基づく構成方程式により与えた．

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\beta}{Re_{\theta_0}}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}+\frac{1-\beta}{Re_{\theta_0}}\frac{1}{Wi}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{L^2 C_{ij}}{L^2-C_{kk}}-\delta_{ij}\right) \quad (1)$$

式(1)は，主流速度 U_e，代表運動量厚さ θ_0，溶媒のせん断粘度 η_s，密度 ρ を用いて無次元化されている．式(1)中 Re_{θ_0}，Wi，β は，それぞれレイノルズ数 $Re_{\theta_0}\equiv\rho U_e\theta_0/\eta_s$，ワイセンベルク数 $Wi\equiv\lambda U_e/\theta_0$，せん断粘度比 $\beta\equiv\eta_s/\eta_0$ である．ここで，λ は高分子の緩和時間，η_0 は溶液のゼロせん断粘度である．また，式(1)中の L は高分子の最大伸長，C_{ij} はコンフォメーションテンソルである．本研究では，$Re_{\theta_0}=670$，$Wi=30$，$\beta=0.9$，$L^2=10000$ と設定した．計算手法の詳細は文献 2)を，計算モデルの詳細は文献 4)を参照されたい．

3．結果および考察

Fig. 1 に，Q 値（速度勾配テンソルの第二不変量）の等値面（青色），およびコンフォメーションテンソルのトレース C_{kk} の等値面（橙色）を示す． Fig. 1(a)は俯瞰視点，(b)は真上からの視点である．ここで，C_{kk} は高分子伸長を表す物理量である．Fig. 1(a)における Q 値の等値面に着目すると，角柱後流においてC字状に歪曲した特徴的な渦の形成が認められ，間欠的に下流側へ放出されていることが確認できる．一方で C_{kk} の等値面に着目すると，下流側に広がる形状が間欠的に繰り返されている．また，Fig. 1(b)より，Q 値と C_{kk} の等値面には対応関係が認められる．以上の結果より角柱下流の渦と高分子伸長の間の相関関係が示唆される．

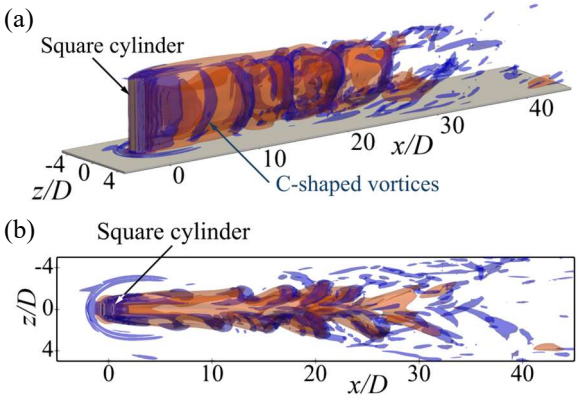


Fig. 1 Isosurface of instantaneous Q-criterion QD^2/U_e = 0.03 (blue) and trace of conformation tensor C_{kk}/L^2 = 0.4 (orange). (a) oblique view and (b) top view.

4．結言

本研究では，粘弾性乱流境界層に有限長角柱を設置した流れ場の直接数値計算を実施し，角柱後流における乱流構造と高分子伸長の関連を調査した．その結果，角柱後流における渦形成と高分子伸長との間に相関関係があることが明らかになった．

謝辞

本研究は日本学術振興会科学研究費助成事業（JP23H01342）の助成を受けている．記して謝意を表す．

参考文献

1) B. A. Toms: Some Observations on the Flow of Linear Polymeric Solutions through Straight Tubes at Large Reynolds Numbers, Proceedings of Int. Congr. Rheol., 2, pp. 135–141, 1948.
2) S. Tamano, M. D. Graham, and Y. Morinishi: Streamwise Variation of Turbulent Dynamics in Boundary Layer Flow of Drag-Reducing Fluid, J. Fluid Mech., 686, pp. 352–377, 2011.
3) R. B. Bird, R. C. Armstrong, and O. Hassager: Dynamics of Polymeric Liquids. Volume 1: Fluid Mechanics, 2nd ed, Wiley Interscience, 1987.
4) R. Sumi, K. Maekawa, M. Muto, S. Tamano: Analysis of Turbulence Statistics Based on DNS in Wake of Wall Mounted Finite-Length Square Cylinder in Viscoelastic Turbulent Boundary Layer, Proceedings of J-K TFEC11, JK-TFEC11-1210, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高分子や界面活性剤の添加による乱流変調の物理機構

Physical Mechanisms of Turbulence Modulation by Polymer and Surfactant Additives

後藤 晋，増田 颯人，鈴木 雅大，Augusto Henrique Peruchi Zanca，小井手 祐介，本告 遊太郎（大阪大学・基礎工）
Susumu Goto, Hayato Masuda, Masahiro Suzuki, Augusto Henrique Peruchi Zanca, Yusuke Koide, Yutaro Motoori,
Graduate School of Engineering Science, The University of Osaka
E-mail: s.goto.es@osaka-u.ac.jp

The phenomenon where turbulence is reduced by adding dilute polymers or surfactants is well known. To understand the physical mechanism behind this turbulence modulation, we report the results of research conducted through experiments and numerical simulations of turbulence modulation by these additives.

１．はじめに

微量の高分子を乱流状態にある流体に添加すると，その乱流強度が劇的に低減する現象はトムズ効果として古くから知られる．同様の効果は，界面活性剤の添加でも見られる．このような添加剤による乱流制御方法は大がかりな制御装置などを必要としないので，既に実用化もされている．

一方で，この興味深い乱流変調現象の物理機構に関しては今もなお議論が続いている．古典理論 [1,2] はあるものの，その実験的な検証は，支配するパラメタの多さから，必ずしも容易ではない．一方で，非ニュートン流体の乱流の数値シミュレーションが可能となったことで，この現象を理解するための手がかりが得られるようになった．

そこで我々は，実験と数値シミュレーションを協働して，高分子や界面活性剤の添加による乱流低減の物理機構の解明に挑戦している．

２．手法

実験は，図１に示す乱流駆動装置を用いて行う．この装置では，直方体のタンクに作動流体を入れ，４つの互い違いの向きに回転する回転子により乱流を駆動する．回転子の形状としては，円柱状および平板状のものを用いる．前者は回転子表面の粘性応力により流れを駆動する（粘性撹拌），後者は回転子表面の圧力により流れを駆動する（慣性撹拌）に対応し，質的に異なる乱流を駆動できる．

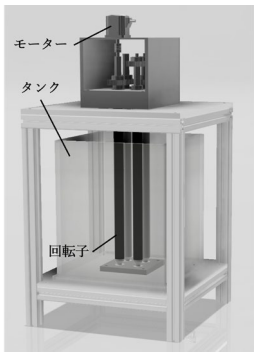


図１乱流駆動装置．

この装置内に駆動された乱流に高分子や界面活性剤を添加して，流れの統計性質がどのように変化するかを調べる．流速場の情報は，粒子画像流速測定（PIV）あるいは粒子追跡流速測定（PTV）と，レーザードップラー流速測定を併用して行う．

一方，数値シミュレーションでは，周期境界条件下の乱流を，ナビエ・ストークス方程式を有限差分法により解くことで求める．添加物の効果は，構成則（FENE-P モデル）を用いた手法，あるいは流体中を浮遊するダンベルと乱流の相互作用を評価する手法 [3] のいずれかで表現する．

３．結果

図１の実験装置を用いて行った実験結果を図２（a, b）に示す．図１(a) は水，(b) は界面活性剤（CTAC）を 75 ppm だけ添加した水溶液の PTV の結果を示す．これらの図からも，微量の添加物が劇的な効果をもち，回転子間に存在した渦が消滅することが確認できる．

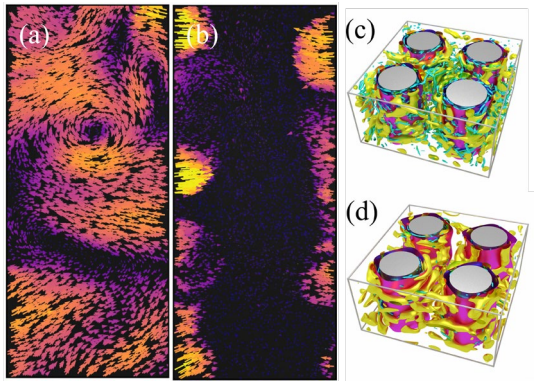


図２ (a, b) 図１の装置内に維持される水および界面活性剤水溶液の乱流（PTV による，粘性撹拌の結果）．(c, d) 同様の系に対する数値シミュレーションによる渦の可視化．

次に，同様の系における数値シミュレーション結果の例を図２(c, d) に示す．図２(d) には，高分子の添加による乱流が変調した状態における渦の可視化を示す（赤色が最大渦，黄色が中渦，青色が小渦）．実験と同様，本来は多様なスケールの渦が混在していた乱流（図２c）に対して，変調後の乱流では，より小さな渦から低減する様子が確認できる．

このような乱流低減は，乱流中のより小さい渦ほど短い時間スケールをもつことから定量的にも説明できる．物理機構の詳細は講演時に述べるとともに，出席者の皆さんと深く議論したい．

参考文献

1) J. Lumley 1969 Drag reduction by additives. Annu. Rev. Fluid Mech. 1, 367–384.
2) P. G. de Gennes 1986 Towards a scaling theory of drag reduction. Physica A 140, 9–25.
3) T. Watanabe & T. Gotoh 2013 Hybrid eulerian-lagrangian simulations for polymer-turbulence interactions. J. Fluid. Mech. 717, 535–575.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (2)

座長：米田剛（一橋大学）

10:35 ~ 10:50

[15004] 円管乱流におけるマイクロバブルの時空間分布に関する実験的試み

*呉 顕峰[1]、濱名 泰久[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[15005] Couette乱流における共変Lyapunovベクトルの整列と動力学

*佐々木 英一[1]、河原 源太[2]、山田 道夫[3] (1. 秋田大学、2. 大阪大学、3. 京都大学)

11:05 ~ 11:20

[15006] 薄い球殻と単位球面上のナヴィエ・ストークス方程式の弱解に対する差分評価

*三浦 達彦[1] (1. 東京都立大学)

11:20 ~ 11:50

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

円管乱流におけるマイクロバブルの時空間分布に関する実験的試み
An Experimental Investigation of the Spatial-Temporal Distribution of Microbubbles in Turbulent Pipe Flow

呉　顕峰（名大・工）　　濱名　泰久（名大・工）　　辻　義之（名大・工）
Xianfeng WU, Nagoya University
Yasuhisa HAMANA, Nagoya University
Yoshiyuki Tsuji, Nagoya University
E-mail: wu.xianfeng.i5@s.mail.nagoya-u.ac.jp

Microbubble-induced drag reduction has been widely studied through experiments and numerical simulations. Their physical properties, such as size distribution and morphology, play a key role in modulating turbulent flows. In this study, microbubbles with an average diameter of approximately 60 μm were introduced into a fully developed turbulent pipe flow. A two-dimensional backlight shadow imaging technique was used to measure the spatial-temporal distribution of microbubbles in the near-wall region. The present study aims to provide a new perspective on microbubble drag reduction mechanisms through a quantitative analysis of the spatial-temporal distribution of microbubbles in the near-wall region.

１．はじめに

国際貿易の 80%は船舶によるものであり，この過程で発生する二酸化炭素の排出量は世界全体の約 6%を占めている．現在，国際的な省エネと排出削減が非常に重視されており，船舶海運業においても環境への配慮がますます求められている．船舶輸送のエネルギーロスの 70%が海面による摩擦抵抗と言われており，抵抗低減により大規模な省エネ化が期待されている．船舶の流体抵抗に関する研究によれば，航行中に発生する抵抗は主に圧差抵抗と表面摩擦抵抗から成り立っている．油船，散貨船，およびコンテナ船において，表面摩擦抵抗が総抵抗の約 60%～80%を占めている [1]．そのため，表面摩擦抵抗低減は海運業において省エネと抵抗低減の観点から非常に重要である．これまで様々な摩擦抵抗低減技術が提案されているが，中でもマイクロバブル（microbubbles, MB）を用いた抵抗低減手法は，有望なアクティブ制御技術の一つとして注目されている．

著者らはこれまで，円管乱流に MB を導入した場合の乱流特性の変化について検討してきた. 先行研究では, MB 導入により小スケール乱流構造の統計量（内部エネルギー，体積，構造数）が低下することを報告した [2]．また，レイノルズ応力に関連する乱流事象について 4 象限解析を適用した結果，強い Q2 および Q4 事象が MB によって選択的に抑制されることを示した [3]．しかしながら，MB がこれらの乱流統計量や乱流事象に影響を及ぼすメカニズム，すなわち流れ場中において MB がどのように作用しているのかについては, 依然として十分に明らかではない. 一方で，気泡の物理的特性（サイズ分布や形状など）が抵抗低減性能に重要な影響を及ぼすことは広く知られている．したがって，MB の作用を理解するためには，壁面近傍領域における MB の時空間分布特性を実験的に把握することが重要である．

そこで本研究では，円管乱流場に MB を導入し，二次元バックライト法を用いて壁面近傍領域における MB の時空間分布を定量的に解析することを目的とする. これにより，MB による抵抗低減メカニズムの理解に対して，新たな視点が得られることが期待される．

２．実験および計測法

本実験では，循環式流路を用いて測定を行った．実験システムは，循環管路，測定セクション，および二次元バックライト可視化システムの三つの要素から構成される．循環管路は，タンク，流量計，ポンプ，および配管系により構成されている．MB は，上流側のタンク内において流体中へ供給した．測定セクションは透明アクリル製円管からなり，入口から下流約 3000 mm の位置に設置した．これにより，測定部において十分に発達した乱流場が形成されている. Fig.1 に測定セクションおよび二次元バックライト可視化システムの概略図を示す．座標系の原点は円管中心に設定し，x，y，z 軸はそれぞれ流れ方向，水平方向，および鉛直方向を表す．

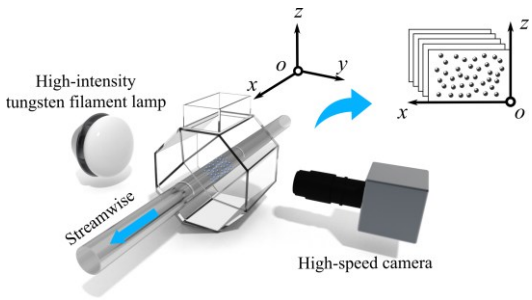


Fig.1 Schematic view of the visualization system.

バックライト光源には 450 W の高輝度白熱ランプを用い，x-z 平面方向から照射することで高コントラストな気泡シャドウ像を取得した．撮影には高速度カメラ（Photron AX-50）を用い，解像度 1024×1024 pixel^2，12 bit 階調にて画像を取得した．円管曲率に起因する光学的屈折および像歪みの影響を低減するため，管外部に光学補正プリズムを設置した．撮影には 180 mm Nikon マクロレンズに 3 倍テレコンバータを組み合わせて使用した．実効空間分解能は 6.2μm/pixel であり，実験に先立ち x-z 平面内に設置した精密キャリブレーションプレートを用いて校正を行った．統計的に独立したサンプルを取得するため，サンプリング周波数は 50 Hz に設定した．

実験は，管径 D および断面平均流速 U に基づくレイノルズ数 Re ≈ 16,400，26,000，36,500，46,500，57,300 の条件下で実施した．流路内の異なる領域における気泡特性を評価するため，カメラの設置高さを調整し，管中心部および壁面近傍領域の撮影をそれぞれ行った．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．結果と考察

Figure 2 に取得された代表的な原画像を示す．MB は明るい背景に対して暗い影として観察される．気泡径を抽出するため，自動画像処理アルゴリズムを構築した．処理手順を以下に示す．まず，グレースケール画像に対して閾値処理を適用し，気泡候補領域を抽出した（Fig.3(a)）．次に，被写界深度の制約により焦点面外に存在する気泡は輪郭が不明瞭となり，径計測に誤差を生じる可能性があるため，勾配ベースのエッジ検出法を適用し，明瞭な輪郭を有する焦点内気泡のみを抽出した（Fig.3(b)）．この処理は計測精度の確保において重要である．

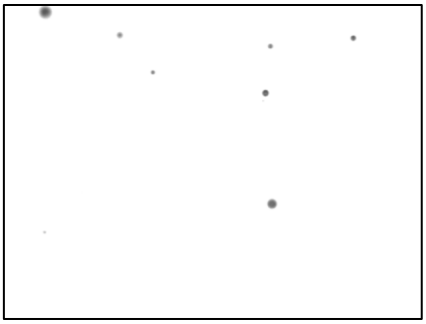


Fig.2 Example of a recorded image, where the black dots represent microbubbles.

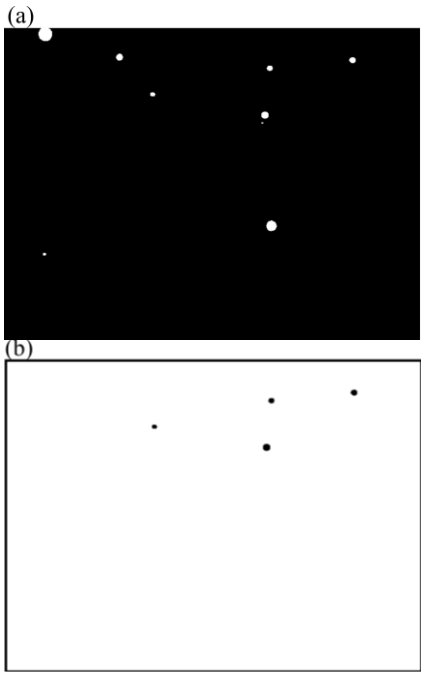


Fig.3 Image processing examples. (a) Binarized image where white spots indicate bubbles, including out-of-focus ones. (b) Validated bubbles within the focal plane identified after edge detection.

抽出された有効気泡に対しては，投影面積 A_b に基づき，式(1)を用いて等価直径 d_b を算出した．なお，面積 A_b は画素数および校正係数により決定した．

$$d_b = \sqrt{\frac{4A_b}{\pi}} \tag{1}$$

Figure 4 に，Re = 16,400 における全測定位置（壁面近傍および管中心部）で取得した気泡径の確率密度関数（PDF）を示す．気泡径は単峰性の分布を示し，ピーク値は約 70 μm，平均径は約 60 μm であった．

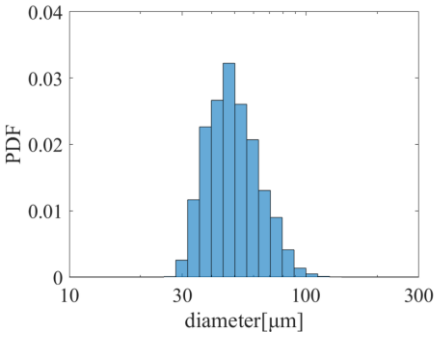


Fig.4 Probability density function of microbubble diameters.

さらに，壁法線方向における気泡径の分布を評価した結果を Fig.5 に示す．気泡径分布は壁面からの距離の増加に伴い減少する傾向を示し，壁面近傍における平均気泡径は管中心部に比べて大きいことが確認された．このような近壁領域における気泡径の変化は，抵抗低減現象の理解に対して重要な示唆を与える可能性がある．その要因の解明には，さらなる解析および比較検討が必要である．

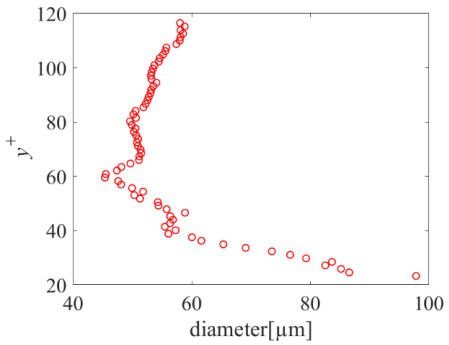


Fig.5 Wall-normal distribution of microbubble diameter.

４．おわりに

本研究では，二次元バックライト法を用いて円管内乱流場における MB の時空間分布特性について実験的に調査した．実験では，壁面近傍および管中心部における気泡径分布を定量的に評価した．今後は，MB の分布特性と抵抗低減現象との関連性について，さらなる検討を行う予定である．

参考文献

1) 川島久宜,児玉良明: マイクロバブルによる摩擦抵抗低減に関する実験的研究，日本流体力学会誌 「ながれ」, 25, pp.209-217, 2006.
2) X. Wu, Y. Hamana, & Y. Tsuji: Microbubble drag reduction and effect on small-scale turbulent structures in pipe flow, Physics of Fluids, 37(10), 2025.
3) X. Wu, Y. Hamana, & Y. Tsuji: Microbubble effect on Reynolds shear stress in drag reduction process in turbulent pipe flow, Physics of Fluids, 38(2) , 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Couette 乱流における共変 Lyapunov ベクトルの整列と動力学
Alignment events of covariant Lyapunov vectors in moderately developed Couette turbulence

佐々木　英一（秋大・理工），河原　源太（阪大・基礎工），山田　道夫(京大・数理研)
Eiichi SASAKI, Akita University
Genta Kawahara, University of Osaka
Michio Yamada, Kyoto University
E-mail: esasaki@gipc.akita-u.ac.jp

Orbital instability in moderately developed Couette turbulence is investigated using covariant Lyapunov vector (CLV) analysis. The leading Lyapunov exponents are closely spaced (within 2%), while the corresponding CLVs have similar spectra and are predominantly localized in the buffer layer. Intermittent alignment events are observed, during which the associated local Lyapunov exponents become particularly close. Nevertheless, volume measures based on pairs of CLVs remain appreciable on average, indicating that the vectors are not persistently degenerate. We discuss the dynamical implications of the coexistence of intermittent alignment and non-degeneracy.

Lyapunov 解析は解軌道に沿った安定性を調べる方法で，カオスの重要な性質である初期値鋭敏性を定量的に評価することができる．本研究は，壁面摩擦 Reynolds 数 400 程度の Couette 乱流について共変 Lyapunov 解析 [1]を行った．第 1,2Lyapunov 指数はそれぞれ$\gamma^1 = 0.652U/h, \gamma^2 = 0.646U/h$と近い値を持つ．ここに$U, h$は両壁面の速度差の半分とチャネル半幅である．対応する Lyapunov ベクトルのエネルギースペクトルに顕著な差はみられず，不安定構造は主に壁面近傍のバッファー層に存在する．しかし，バッファー層乱流の典型的な秩序スケール [2]にくらべ，Lyapunov ベクトルの壁平行方向の広がりは半分以下である(Fig. 1)．この結果は，バッファー層の不安定性が Lyapunov ベクトルの重ね合わせに起因することを示唆する．局所 Lyapunov ベクトル同士のなす角を調べたところ，小角となるイベントが間欠的に現れる．このとき，対応する局所 Lyapunov 指数は近い値となる．しかし，Laypunov ベクトルが張る平行面体の体積の平均は十分大きく，Lyapunov ベクトルは常に縮退していない．講演では局所 Lyapunov 指数が近づくイベントに注目し，その際の Lyapunov ベクトルの幾何(角度・体積)と乱流場の状態との対応を議論する．

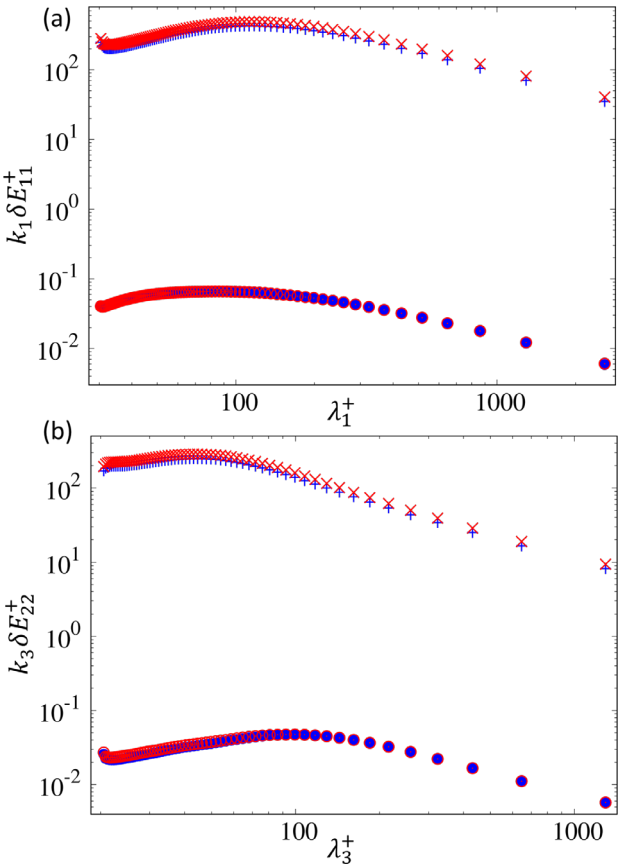


Fig. 1 Premultiplied power spectra of Lyapunov vectors at $\mathrm{R}_\tau = 411$: (a) $k_1\delta E_{11}(k_1, y)$, (b) $k_3\delta E_{22}(k_3, y)$. The red and blue colors represent the 1st and 2nd Lyapunov vectors, respectively. The closes and plusses indicate $y^+ = 29.6$, while points and circles mean $y = h$.

参考文献
1) E. Ginelli, P. Poggi, A. Turchi, H. Chaté, R. Livi and A. Politi: Characterizing dynamics with covariant Lyapunov vectors, Phys. Rev. Lett. 99, 130601, 2007.
2) J. Jiménez and P. Moin: The minimal flow unit in near-wall turbulence, J. Fluid Mech. 225, 213-240, 1991.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

薄い球殻と単位球面上のナヴィエ・ストークス方程式の弱解に対する差分評価

Difference estimate for weak solutions to the Navier–Stokes equations in a thin spherical shell and on the unit sphere

三浦　達彦（弘前大・理工）
Tatsu-Hiko MIURA, Hirosaki University
E-mail: thmiura623@hirosaki-u.ac.jp

We consider the Navier–Stokes equations in a 3D thin spherical shell and on the 2D unit sphere, and estimate the difference of weak solutions on the two different domains. Assuming that the weak solution on the thin spherical shell is a Leray–Hopf weak solution satisfying the energy inequality, we derive difference estimates for the two weak solutions by the weak-strong uniqueness argument. The main idea is to extend the weak solution on the unit sphere properly to an approximate solution on the thin spherical shell, and to use the extension as a strong solution in the weak-strong uniqueness argument.

1. 導入

十分小さい $\varepsilon > 0$ に対して $\Omega_\varepsilon = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 1 < |x| < 1+\varepsilon\}$ を 3 次元の薄い球殻とする. 本講演では薄い球殻上で次のナヴィエ・ストークス (NS) 方程式を考える:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{u}^\varepsilon + (\mathbf{u}^\varepsilon \cdot \nabla)\mathbf{u}^\varepsilon - \nu\Delta\mathbf{u}^\varepsilon + \nabla p^\varepsilon = \mathbf{0}, \\ \operatorname{div}\mathbf{u}^\varepsilon = 0 \quad \text{in} \quad \Omega_\varepsilon \times (0,\infty), \\ \mathbf{u}^\varepsilon \cdot \mathbf{n}_\varepsilon = 0, \quad \mathbf{P}_\varepsilon \mathbf{D}(\mathbf{u}^\varepsilon)\mathbf{n}_\varepsilon = \mathbf{0} \quad \text{on} \quad \partial\Omega_\varepsilon \times (0,\infty), \\ \mathbf{u}^\varepsilon|_{t=0} = \mathbf{u}_0^\varepsilon \quad \text{in} \quad \Omega_\varepsilon. \end{cases} \tag{1}$$

ただし, $\nu > 0$ は ε に依存しない粘性係数, $\mathbf{n}_\varepsilon$ は境界 $\partial\Omega_\varepsilon$ の外向き単位法線ベクトル, $\mathbf{P}_\varepsilon$ は $\partial\Omega_\varepsilon$ の接平面への直交射影, $\mathbf{D}(\mathbf{u}^\varepsilon)$ は歪み速度テンソルである. また, 境界では「流体が領域の内外に出入りせず, 摩擦力を受けずに境界上を滑る」というナヴィエ境界条件を課している.

$\varepsilon \to 0$ のとき, Ω_ε は 2 次元単位球面 S^2 に退化する. 一般に, 空間内のある方向への幅が非常に小さく, その幅をゼロに近づけると低次元の極限集合に退化する領域のことを, 薄膜領域または薄い領域 (thin domain) という. 細胞膜中の物質輸送や地球流体の運動など, 自然界には薄膜領域上の偏微分方程式によって数理モデル化される現象が数多く存在する. 薄膜領域が低次元集合に退化するとき, 薄膜領域上の方程式から極限集合上の方程式を導出し, 解の差分評価などを通じて 2 つの方程式を比較しようと思うことは自然である. このような厚さゼロ極限の問題を考察することは純粋数学として意味があるだけではなく, 独立変数の個数 (領域の次元) の削減や, 曲面などの低次元集合における現象の数理モデル化など, 応用の観点からも重要である.

講演者による先行研究[5] では, 一般の 2 次元閉曲面に厚みを付けた曲がった薄膜領域上で NS 方程式を考え, 厚さゼロ極限によって閉曲面上の NS 方程式を数学的に厳密に導出した. 薄い球殻 Ω_ε の場合, NS 方程式 (1) から厚さゼロ極限で導出される S^2 上の NS 方程式は次の形になる:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{v} + \nabla_{\mathbf{v}}\mathbf{v} - 2\nu\mathbf{P}\operatorname{div}_{S^2}[\mathbf{D}_{S^2}(\mathbf{v})] + \nabla_{S^2} q = \mathbf{0}, \\ \operatorname{div}_{S^2}\mathbf{v} = 0 \quad \text{on} \quad S^2 \times (0,\infty), \\ \mathbf{v}|_{t=0} = \mathbf{v}_0 \quad \text{on} \quad S^2. \end{cases} \tag{2}$$

ただし, $\mathbf{v}$ と $\mathbf{v}_0$ は S^2 上の接ベクトル場, ∇_{S^2} と div_{S^2} は接勾配と表面発散, $\nabla_{\mathbf{v}}\mathbf{v}$ は共変微分である. また, $\mathbf{P}$ は S^2 の接平面への直交射影, $\mathbf{D}_{S^2}(\mathbf{v})$ は S^2 の接平面における歪み速度テンソルであり, これらは 3×3 行列である. そのため, 方程式 (2) は S^2 の $\mathbb{R}^3$ への埋め込みを必要とする外在的な表現であるが, 実は (2) は次の形に書き換えられる:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{v} + \nabla_{\mathbf{v}}\mathbf{v} - \nu\{\Delta_H \mathbf{v} + 2\mathrm{Ric}(\mathbf{v})\} + \nabla_{S^2} q = \mathbf{0}, \\ \operatorname{div}_{S^2}\mathbf{v} = 0 \quad \text{on} \quad S^2 \times (0,\infty). \end{cases} \tag{3}$$

ここで, Δ_H はホッジラプラシアン, Ric はリッチ曲率 (S^2 の場合は $\mathrm{Ric} \equiv 1$) であり, これらは S^2 の第一基本形式のみで記述される. したがって, 方程式 (3) は S^2 の $\mathbb{R}^3$ への埋め込みを必要としない内在的な表現であり, 一般の多様体上の NS 方程式[1),9)] でもある. 幾何学的には (3) の方が洗練された表現かもしれないが, 本講演では $\mathbb{R}^3$ 内で記述された方程式 (1) と比較するため, 外在的な表現 (2) の方が都合がよい. また, 石鹸膜のように時間経過で移動や変形を伴う曲面上の流体運動を数理モデル化する際にも, (2) と同様の外在的な表現の NS 方程式が用いられている.[2),3)]

先行研究[5)] では, 一般の閉曲面の周りの曲がった薄膜領域上の NS 方程式について厚さゼロ極限での L^2 強解の収束を示し, その極限関数が満たす方程式として閉曲面上の NS 方程式を数学的に厳密に導出した. 薄い球殻 Ω_ε の場合, 先行研究の結果は次のように述べることができる.

命題 1　NS 方程式 (1) の初期値 $\mathbf{u}_0^\varepsilon \in H^1(\Omega_\varepsilon)^3$ に対して, 次の条件が成り立つと仮定する:

(a)任意の $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$ に対して $(\mathbf{u}_0^\varepsilon, \mathbf{r}_\mathbf{a})_{L^2(\Omega_\varepsilon)} = 0$.
　ただし $\mathbf{r}_\mathbf{a}(x) = \mathbf{a} \times x$ は軸 $\mathbf{a}$ 周りの無限小回転.
(b)ある定数 $c > 0$ が存在して $\varepsilon^{-1/2}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon\|_{H^1(\Omega_\varepsilon)} \le c$.
(c)$\varepsilon \to 0$ のとき, $\mathbf{u}_0^\varepsilon$ の膜の厚さ方向への積分平均

$$\mathcal{M}_\varepsilon^0 \mathbf{u}_0^\varepsilon(y) = \frac{1}{\varepsilon}\int_1^{1+\varepsilon} \mathbf{u}_0^\varepsilon(ry)\, dr, \quad y \in S^2 \tag{4}$$

　が S^2 上のある接ベクトル場 $\mathbf{v}_0$ に L^2 弱収束する.

このとき, 十分小さい各 $\varepsilon > 0$ に対して (1) の L^2 強解 $\mathbf{u}^\varepsilon$ が時間大域的に存在する. また, ある $S^2 \times [0,\infty)$ 上の接ベクトル場 $\mathbf{v}$ が存在し, 各 $T > 0$ に対して

$$\lim_{\varepsilon\to0} \mathcal{M}_\varepsilon^0 \mathbf{u}^\varepsilon = \mathbf{v} \quad \text{weakly in} \quad L^2(0,T;H^1(S^2)^3) \tag{5}$$

が成り立ち, さらに $\mathbf{v}$ は S^2 上の NS 方程式 (2) の唯一の時間大域的な L^2 弱解である. 次に, 各 $T > 0$ に対して $[0,T]$ における $\mathbf{u}^\varepsilon$ と $\mathbf{v}$ との誤差の 2 乗を測る量を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}\max_{t\in[0,T]}\|\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\bar{\mathbf{v}}(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)} + \frac{\nu}{\varepsilon}\int_0^T \left\|\overline{\mathbf{P}}\nabla\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\overline{\nabla_{S^2}\mathbf{v}}(t)\right\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}dt + \frac{\nu}{\varepsilon}\int_0^T \|\partial_r\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\bar{\mathbf{v}}(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}dt \tag{6}$$

で定める. ただし, $\bar{\eta}(x)=\eta(x/|x|)$ は S^2 上の関数 η の半径方向への定数拡張であり, ∂_r は半径方向への微分である. このとき, 各 $T>0$ に対してある定数 $c_T>0$ が存在して

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon \le c_T\left(\frac{1}{\varepsilon}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon-\bar{\mathbf{v}}_0\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+\varepsilon\right) \tag{7}$$

が成り立つ (誤差としては $\sqrt{\mathcal{D}_T^\varepsilon}=O(\sqrt{\varepsilon})$ である).

一般の曲がった薄膜領域上の NS 方程式に対して命題 1 のような厳密な厚さゼロ極限の結果を示したのは, 論文[5] が初めてである. しかし, この論文は全 108 ページの第 1 部[7] と全 60 ページの第 2 部[6] の結果に基づいて書かれた第 3 部の論文であり, この論文自体も全 170 ページである. これだけの紙数を要したのは, 一般の閉曲面の近傍で定義されたベクトル場の解析手法を整備し, 薄膜領域上の NS 方程式の強解を構成して評価するためのあらゆる議論を ε への依存度の観点から再検討する必要があったことに由来する. ただ, 論文の長さゆえに, 命題 1 は有用な結果ではあるが容易にアクセスできない状態である. また, 講演者は論文[4] において, 動く閉曲面に厚みを付けた動く薄膜領域上の NS 方程式に対して形式的な厚さゼロ極限の計算を行ったが, これを命題 1 のような形で数学的に正当化するのは議論の難しさから絶望的である.

このような事情があり, 講演者は薄膜領域上の NS 方程式の解を強解ではなく弱解に変えて差分評価を導出できないか, と考えていた. 今回, 薄い球殻の場合にはその試みが上手くいき, 以下の結果を示すことができた.

2. 主定理

以下, 初期値 $\mathbf{u}_0^\varepsilon\in L^2(\Omega_\varepsilon)^3$ と $\mathbf{v}_0\in L^2(S^2)^3$ に対して, $\mathbf{u}^\varepsilon$ と $\mathbf{v}$ をそれぞれ NS 方程式 (1) と (2) の L^2 弱解とする (ただし $\mathbf{v}_0$ と $\mathbf{v}$ は S^2 上の接ベクトル場). なお, (2) は 2 次元の NS 方程式であるため, 平面領域の場合と同様にエネルギー法によって L^2 弱解の一意性とエネルギー等式

$$\frac{1}{2}\|\mathbf{v}(t)\|^2_{L^2(S^2)}+2\nu\int_0^t\|[\mathbf{D}_{S^2}(\mathbf{v})](s)\|^2_{L^2(S^2)}ds = \frac{1}{2}\|\mathbf{v}_0\|^2_{L^2(S^2)},\quad t\ge 0 \tag{8}$$

の成立を示せることに注意する.

本講演の主定理は論文[8] で得られた次の結果である.

定理 2 Ω_ε 上の NS 方程式 (1) の弱解 $\mathbf{u}^\varepsilon$ はルレイ・ホップの弱解である, すなわちエネルギー不等式

$$\frac{1}{2}\|\mathbf{u}^\varepsilon(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+2\nu\int_0^t\|[\mathbf{D}(\mathbf{u}^\varepsilon)](s)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}ds \le \frac{1}{2}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)},\quad t\ge 0 \tag{9}$$

を満たす弱解であると仮定する. このとき, $\mathcal{D}_T^\varepsilon$ を (6) で定めると, 各 $T>0$ に対してある定数 $c_T>0$ が存在して

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon \le c_T\left(\frac{1}{\varepsilon}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon-\bar{\mathbf{v}}_0\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+\varepsilon^2\right) \tag{10}$$

が成り立つ (誤差としては $\sqrt{\mathcal{D}_T^\varepsilon}=O(\varepsilon)$ である).

命題 1 と比較すると, 定理 2 では $\mathbf{u}^\varepsilon$ がルレイ・ホップの弱解であることしか仮定していないにもかかわらず, 差分評価が $O(\sqrt{\varepsilon})$ から $O(\varepsilon)$ に改善している. ただし, 定理 2 に現れる定数 c_T は一般に T について指数増大であり, 時間局所的な差分評価にとどまっている (命題 1 も同様). 次の結果は, 初期値 $\mathbf{u}_0^\varepsilon$ と $\mathbf{v}_0$ に追加の仮定を課すことで, 時間大域的な差分評価が得られることを示している.

定理 3 定理 2 の仮定の下, さらに任意の $\mathbf{a}\in\mathbb{R}^3$ に対して

$$(\mathbf{u}_0^\varepsilon,\mathbf{r}_\mathbf{a})_{L^2(\Omega_\varepsilon)}=0,\quad (\mathbf{v}_0,\mathbf{r}_\mathbf{a})_{L^2(S^2)}=0 \qquad (\mathbf{r}_\mathbf{a}(x)=\mathbf{a}\times x \text{ は軸 } \mathbf{a} \text{ 周りの無限小回転}) \tag{11}$$

が成り立つと仮定する. このとき, ある定数 $c_0>0$ が存在して, 全ての $T>0$ に対して

$$\mathcal{D}_T^\varepsilon+\frac{\nu}{\varepsilon}\int_0^T\|\mathbf{u}^\varepsilon(t)-\bar{\mathbf{v}}(t)\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}dt \le c_0\left(\frac{1}{\varepsilon}\|\mathbf{u}_0^\varepsilon-\bar{\mathbf{v}}_0\|^2_{L^2(\Omega_\varepsilon)}+\varepsilon^2\right) \tag{12}$$

が成り立つ (c_0 は T に依存しないことに注意).

主定理の証明のポイントは次の 2 つである:

- S^2 上の NS 方程式 (2) の弱解 $\mathbf{v}$ を適切に拡張し, Ω_ε 上の NS 方程式 (1) の近似的な弱解 $\mathbf{v}_\mathrm{E}$ を構成する.
- Weak-strong uniqueness の議論により, Ω_ε 上の NS 方程式の弱解 $\mathbf{u}^\varepsilon$ と近似的な弱解 $\mathbf{v}_\mathrm{E}$ の差分を評価する.

実際の講演では, 命題 1 の証明と主定理の証明のアイデアの違いや, 定理 2 と定理 3 の証明で用いる不等式の違いなどを含め, 証明の要点をもう少し詳しく解説する.

参考文献

1) D. G. Ebin and J. Marsden. Groups of diffeomorphisms and the motion of an incompressible fluid. *Ann. of Math. (2)*, 92:102–163, 1970.
2) T. Jankuhn, M. A. Olshanskii, and A. Reusken. Incompressible fluid problems on embedded surfaces: modeling and variational formulations. *Interfaces Free Bound.*, 20(3):353–377, 2018.
3) H. Koba, C. Liu, and Y. Giga. Energetic variational approaches for incompressible fluid systems on an evolving surface. *Quart. Appl. Math.*, 75(2):359–389, 2017.
4) T.-H. Miura. On singular limit equations for incompressible fluids in moving thin domains. *Quart. Appl. Math.*, 76(2):215–251, 2018.
5) T.-H. Miura. Navier-Stokes equations in a curved thin domain, Part III: thin-film limit. *Adv. Differential Equations*, 25(9-10):457–626, 2020.
6) T.-H. Miura. Navier-Stokes Equations in a Curved Thin Domain, Part II: Global Existence of a Strong Solution. *J. Math. Fluid Mech.*, 23(1):Paper No. 7, 60, 2021.
7) T.-H. Miura. Navier-Stokes Equations in a Curved Thin Domain, Part I: Uniform Estimates for the Stokes Operator. *J. Math. Sci. Univ. Tokyo*, 29(2):149–256, 2022.
8) T.-H. Miura. Difference estimate for weak solutions to the Navier–Stokes equations in a thin spherical shell and on the unit sphere. *arXiv:2507.06630*, 2025.
9) M. E. Taylor. *Partial differential equations III. Nonlinear equations*, volume 117 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer, New York, second edition, 2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:15 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (3)

座長：松本剛（京都大学）

15:00 ~ 15:15

[15007] f面放射対流平衡における熱帯低気圧形成のデータ駆動型モデリング

*神野 拓哉[1]、原 誠人[2]、三ツ井 孝仁[3]、齊木 吉隆[2]、米田 剛[2] (1. 富山大学、2. 一橋大学、3. 順天堂大学)

15:15 ~ 15:30

[15008] 情報を保存する乱流モデル：チャネル乱流への適用

*橋本 丈瑠[1]、塚原 隆裕[1]、荒木 亮[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[15009] 波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル

*吉田 恭[1] (1. 筑波大学)

15:45 ~ 16:15

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

f 面放射対流平衡における熱帯低気圧形成のデータ駆動型モデリング
Data-driven modelling of tropical cyclogenesis in rotating radiative-convective equilibrium

神野　拓哉（富山大・都市）　　原　誠人（一橋大・経済）　　三ツ井　孝仁（順天堂大・健康）
齊木　吉隆（一橋大・経営）　　米田　剛（一橋大・経済）
Takuya JINNO, University of Toyama
Masato HARA, Hitotsubashi University
Takahito MITSUI, Juntendo University
Yoshitaka SAIKI, Hitotsubashi University
Tsuyoshi YONEDA, Hitotsubashi University
E-mail: jinno@sus.u-toyama.ac.jp

Predicting the time evolution of tropical cyclone (TC) intensity remains challenging, even with state-of-the-art numerical weather prediction models. The timing of cyclogenesis is highly sensitive to the initial conditions of the simulations. We conducted an ensemble of three-dimensional radiative–convective equilibrium simulations that include the effect of planetary rotation. Macroscopic atmospheric variables related to TC intensity were used to construct a data-driven model based on reservoir computing. It is found that ensemble time series which include the dynamics of self-organized cloud clusters before the formation of TCs contributed to the forecast improvement of early formation and following intensification of TCs.

1．背景

大気放射や水蒸気など複数の物理過程が複雑に関与する熱帯大気の中で、熱帯低気圧はメカニズムの理解と予測に関して特に多くの課題を残した現象である。熱帯低気圧はその最大強度の周辺にカオス的なレジームが存在することが確認されている [1]。一方で熱帯低気圧の強度の予測は、形成の初期とその後の急発達の段階でその不確かさが最大になることが知られている [2]。大気の流れは全体としては大自由度の系であるが、熱帯低気圧の形成に伴う強度のダイナミクスは簡略な力学系モデルで記述できることが示唆されている [3]。

本研究では、熱帯低気圧の強度変化の中でも形成と初期の発達の段階に着目し、機械学習モデルを用いた予測可能性について議論する。エコーステートネットワーク(ESN)による時系列予測は、間欠的なレジームの変化を伴うような非定常な系に対しても有効であることが示されている [4]。熱帯低気圧の振る舞いを示す時系列データとして、惑星の回転を導入した 3 次元放射対流平衡のアンサンブル数値実験を実施し、強度の指標を学習・予測する枠組みを構築した。

2．f 面放射対流平衡実験

現実の大気における熱帯低気圧の形成と時間発展はより時空間スケールの大きな大気と海洋の変動や緯度の変化から強く影響を受ける。本研究では外的な強制を除いて理想化した環境での予測可能性を議論するために、海面水温とコリオリパラメーターを時間・空間的に一定の値に固定した放射対流平衡実験で自発的に形成される熱帯低気圧を対象とする。

数値実験モデルとして RIKEN SCALE-RM 5.5.2 を用いた。水平格子間隔は 4 km、鉛直格子間隔は地表付近における 100 m から上端高度 28 km における 500 m まで漸増するストレッチグリッドに設定した。実験領域は一つの熱帯低気圧が収まる一辺 1,024 km の正方形領域とし、水平 2 方向に周期境界条件を設定した。物理過程としてバルク方式の地表面熱フラックスとインタラクティブな大気放射のパラメタリゼーションを使用し、積雲のパラメタリゼーションは使用していない。北半球熱帯域での熱帯低気圧の発生が活発な環境場に合わせて、海面水温は 304 K、コリオリパラメーターは 3.77×10^{-5} s^{-1}（北緯 15 度に相当）に固定した。初期条件は風速ゼロとし、典型的な熱帯域の温位の鉛直分布に平均振幅 0.01 K の確率的なノイズを加えた全 150 ケースのアンサンブル実験をそれぞれ 50 日間時間発展させた。

図 1 に単一の実験ケースにおいて実験開始直後から熱帯低気圧が発達するまでの 10 m 高度の水平風速の水平分布を示す。水平準一様な初期条件から数日間は領域全体にわたって散発的に積雲対流が発生し、10 日程度かけて積雲が密集した複数の湿潤なクラスターとその周辺の乾燥した領域への分離が進行する。これは回転のない放射対流平衡で見られる雲の自己組織化現象と同様である。その後、雲クラスターのうちのいずれかが回転を強め、地表付近の最大風速で特徴づけられる低気圧性の渦状構造が発達する。

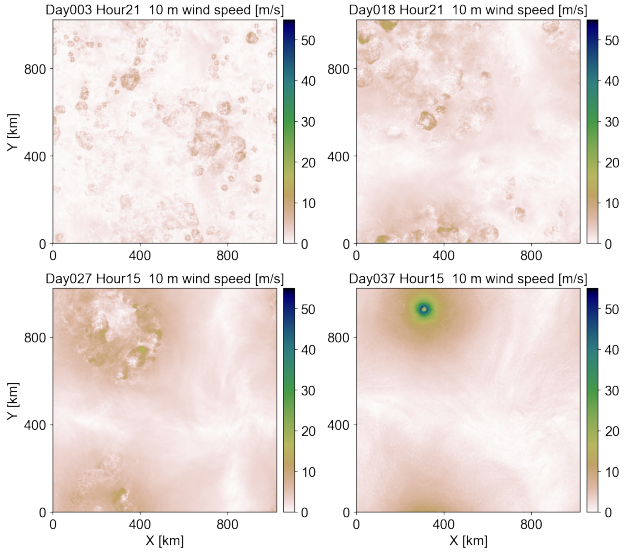


Fig. 1 Time evolution of near-surface horizontal wind speed in a numerical simulation.

3．ESN モデル

ESN はリザバーコンピューティングの枠組みに基づく再帰的ニューラルネットワークの一種であり、入力、リザ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

バー、出力の 3 層から成り、リザバー層と出力層の状態ベクトル$\mathbf{r}(t), \mathbf{u}(t)$は式(1)、(2)に基づいて時間発展する。

$$\mathbf{r}(t+\Delta t) = (1-\alpha)\mathbf{r}(t) + \alpha \tanh\left(\mathbf{A}\mathbf{r}(t) + b\mathbf{I} + \sigma_{\text{in}}\mathbf{W}_{\text{in}}\mathbf{u}(t)\right) \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(t+\Delta t) = \mathbf{W}_{\text{out}}\mathbf{r}(t+\Delta t) \quad (2)$$

ただし$\mathbf{W}_{\text{in}}$は入力・リザバー間の結合重み行列、σ_{in}は入力のスケーリング定数、$\mathbf{A}$はリザバーの再帰結合重み行列を表す。トレーニングデータによってリザバーから出力層への結合の重み行列$\mathbf{W}_{\text{out}}$のみを学習し、$\mathbf{W}_{\text{in}}$と$\mathbf{A}$は乱数で決定する。本研究では入出力変数として熱帯低気圧の強度指標の遅延座標系を用いる。放射対流平衡実験の全 150 ケースのうち、100 ケースをトレーニングに、25 ケースをモデルのハイパーパラメーター選択に、25 ケースをモデルの予測精度のテストに使用した。なお時系列データの時間刻みは 1 ステップを 3 時間としている。

4. 結果・議論

入出力変数となる 3 次元放射対流平衡実験中で生じる熱帯低気圧の強度の指標として、高度 10 m の水平風速場の回転成分のうち各時間ステップでの領域内最大値$V_{\max}$を用いる。$V_{\max}$がハリケーンの基準である 33 m/s を超えた時刻を熱帯低気圧の発生時刻と定義する [5]。図 2 に全 150 ケースの$V_{\max}$の時間変化を示す。実験開始から 450 時間程度の雲クラスター形成の段階では形成位置が異なるのみで、アンサンブルメンバーごとの$V_{\max}$の時系列上の違いは大きくない。その後、熱帯低気圧の発達する過程は突発的であり、実験ケースごとに発生時刻の分散が大きい。

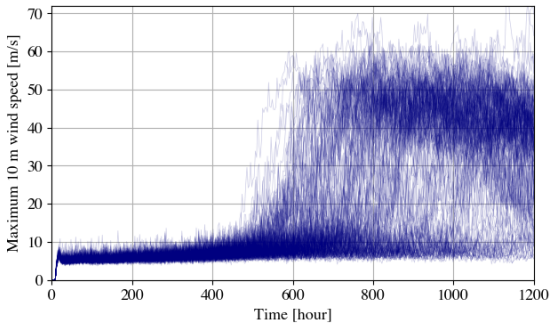


Fig. 2 The ensemble time evolution of simulated TC intensity.

実験開始から時刻t_sまでの$V_{\max}$の時系列を用いてリザバー層をスピンアップし、以降の時間変化を自励系として予測した。アンサンブルメンバーのうち最も早く発生した熱帯低気圧の発生時刻 1 ステップ前から予測を開始した場合（$t_s = 549$ h)の結果の一部を図 3 に示す。図 3a では風速の上昇が始まった直後から約 100 時間後の熱帯低気圧の発生を高い精度で予測しており、図 3b ではt_sから 400 時間以上先の熱帯低気圧発生に対し、予測の誤差を 30 時間以内に留めている。一方実験期間を通して熱帯低気圧の発達が弱い図 3c のようなケースでは、発生時刻の予測誤差が大きくなる場合も存在する。

熱帯低気圧の発生に関する予測可能な時間スケールを推定するため、数値実験・ESN モデル予測間の発生時刻の誤差の絶対値をテストデータ 25 ケースについて平均した TC genesis time MAE のt_sに対する依存性を図 3d に示す。灰色の実線はトレーニングデータ 100 ケースでの発生時刻のアンサンブル平均をテストデータでの発生時刻の予測値として用いた場合の値である。ESN モデルによる予測は$t_s >$ 420 h の範囲でアンサンブル平均よりも発生時刻の予測精度が高く保たれている。

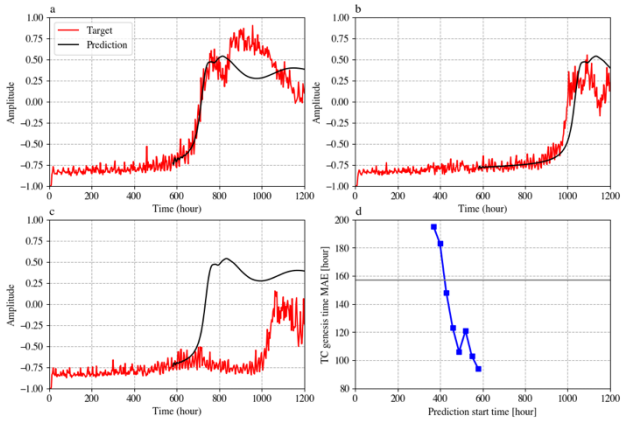


Fig. 3 Comparison between the prediction and the target of TC intensity. Ensemble members (a) case 1, (b) case 8, and (c) case 20. Here, $V_{\max}$ is rescaled so that 0 m/s corresponds to -1 and 33 m/s corresponds to 0. (d) Mean absolute error of predicted time of tropical cyclogenesis as a function of t_s.

放射対流平衡のアンサンブル実験において実験開始から 420 時間程度までの時間発展は、数百 km スケールの積雲対流のクラスターとそれに伴う大規模な大気の循環流が形成されるまでの過程に相当する。大規模循環の地表付近での風速場の情報を$V_{\max}$の時系列として取り入れることで、熱帯低気圧の強度変化の予測精度が向上していると考えられる。

参考文献

1) C. Kieu, W. Cai, and W.-T. L. Fan: On the existence of low-dimensional chaos of the tropical cyclone intensity in an idealized axisymmetric simulation, Journal of the Atmospheric Sciences, 80, 797 – 811, 2023.
2) K. Emanuel and F. Zhang: On the predictability and error sources of tropical cyclone intensity forecasts, Journal of the Atmospheric Sciences, 73, 3739 – 3747, 2016.
3) M. DeMaria: A simplified dynamical system for tropical cyclone intensity prediction, Monthly Weather Review, 137, 68 – 82, 2009.
4) L.-W. Kong, H. Fan, C. Grebogi, and Y.-C. Lai: Emergence of transient chaos and intermittency in machine learning, Journal of Physics: Complexity, 2, 035014, 2021.
5) A. A. Wing, S. J. Camargo, and A. H. Sobel: Role of radiative–convective feedbacks in spontaneous tropical cyclogenesis in idealized numerical simulations, Journal of the Atmospheric Sciences, 73, 2633 – 2642, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

情報を保存する乱流モデル：チャネル乱流への適用
Information-preserving turbulence model: application to channel turbulence

橋本　丈瑠（東理大院）　　塚原　隆裕（東理大）　　荒木　亮（東理大）
Takeru HASHIMOTO, Tokyo University of Science
Takahiro TSUKAHARA, Tokyo University of Science
Ryo ARAKI, Tokyo University of Science
Email: 7525544@ed.tus.ac.jp; araki.ryo@rs.tus.ac.jp

Large-eddy simulation is an important approach for numerical simulation of turbulent flows in engineering. Recently, data-driven approaches such as machine learning have been actively proposed. In this study, we propose a sub-grid scale model by interpreting the local equilibrium hypothesis as "information preservation". Our model reproduces key statistics of wall turbulence without incorporating a wall function. This study highlights the utility of the information-theoretic picture of turbulence in its modeling.

1．緒言

乱流の数値シミュレーションを低コストかつ高精度に行う手法として，Large-Eddy Simulation（LES）が広く用いられている．近年では，機械学習などを用いたデータ駆動的な手法に基づくモデルが活発に提案されてきた[1]．本研究では，発達乱流中のスケール間局所平衡仮説を「情報の保存」として定式化する Sub-Grid Scale（SGS）モデルを提案する．

2．情報理論

情報理論は Shannon が提案した情報通信の理論[2]であり，確率変数 X の平均的不確かさを表す Shannon エントロピを，X がとりうる事象 $x \in X$ の確率分布 $p(x)$ を用いて

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log p(x)\,\mathrm{d}x \tag{1}$$

で定義する．また，2 つの確率変数 X, Y が共有する情報量を，相互情報量

$$I(X:Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y) \tag{2}$$

で定義する．ここで $H(X,Y)$ は同時エントロピである．

3．SGS モデルの構築

LES の支配方程式は，粗視化した連続の式と Navier–Stokes 方程式

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \overline{f}_i \tag{4}$$

である．ここで，u_i は速度場，p は圧力場，f_i は外力場であり，ρ, ν は流れを支配するパラメータである密度と動粘性係数である．LES の Grid Scale（GS）で粗視化するフィルタ操作 $\overline{(\cdot)}$ により登場した SGS 応力

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j \tag{5}$$

は GS の流れ場から計算できず，モデル化が必要である．SGS 応力を GS 速度の関数と仮定すれば，変形速度テンソル S_{ij} と回転テンソル Ω_{ij} からなる 5 つの項に展開できる[3]．本研究ではモデルの簡略化のため，その中で最も重要な 2 項

$$\tau_{ij}^{\mathrm{mod}} = C_1 f_1 \Delta^2 \,|\boldsymbol{S}| S_{ij} + C_2 f_2 \Delta^2 (S_{ik}\Omega_{kj} - \Omega_{ik}S_{kj}) \tag{6}$$

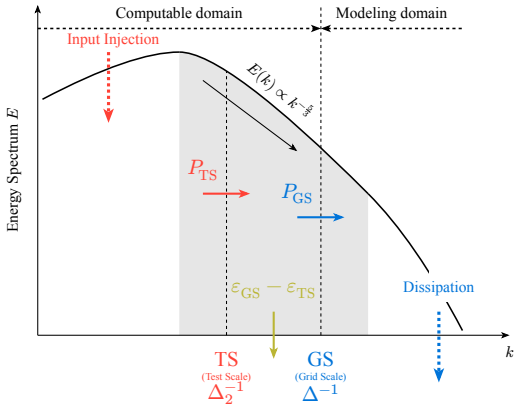


Fig. 1　Schematic energy spectrum with energy balance. Energy production at the test and grid scales are denoted by P_{TS} and P_{GS}, respectively. Cumulative energy dissipation rate up to the test and grid scales are denoted by $\varepsilon_{\mathrm{TS}}$ and $\varepsilon_{\mathrm{GS}}$, respectively.

で SGS 応力をモデル化した．ここで，$f_i(\boldsymbol{x}, t)$ は S_{ij} と Ω_{ij} の不変量からなる関数で，$C_i(t)$ は時間に依存するモデルパラメータ，Δ は GS の格子幅を表す．

まず，未知関数 $f_i(\boldsymbol{x}, t)$ を決定する．本研究では壁乱流に対しても適用可能なモデルを目指し，coherent 構造関数

$$F_{\mathrm{CS}} = \frac{\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}}{\Omega_{kl}\Omega_{kl} + S_{kl}S_{kl}} \tag{7}$$

を用いた[4]．壁面近傍での漸近要件を考慮し，$f_1 = |F_{\mathrm{CS}}|^{3/2}, f_2 = |F_{\mathrm{CS}}|^2$ と定義した．

次に，パラメータ $C_i(t)$ を推定する．図 1 に示すように，格子幅 Δ に対応する GS と，それよりも大きい $\Delta_2 (> \Delta)$ に対応するテストスケール（TS）を導入する．いま，GS–TS 間のスケール間局所平衡関係をエネルギ生成率 $P = \tau_{ij}S_{ij}$ とエネルギ散逸率 ε で書くと，

$$\langle P_{\mathrm{GS}} + \varepsilon_{\mathrm{GS}} \rangle_v = \langle P_{\mathrm{TS}} + \varepsilon_{\mathrm{TS}} \rangle_v \tag{8}$$

が得られる[5]．ただし，$\langle\cdot\rangle_v$ は空間局所領域 $v \in V$ における平均を表す．エネルギ生成に含まれる τ_{ij} を τ_{ij}^{mod} に置き換えて Germano の恒等式で変形すると，上式は

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\underbrace{\left\langle -\left(\widetilde{\tilde{u}_i\tilde{u}_j}-\tilde{\bar{u}}_i\tilde{\bar{u}}_j\right)\tilde{S}_{ij}+\varepsilon_{\mathrm{TS}}\right\rangle_v}_{\Gamma_1} = \underbrace{\left\langle \widetilde{\tau^{\mathrm{mod}}}_{ij}\tilde{S}_{ij}-\tau_{ij}^{\widetilde{\mathrm{mod}}}S_{ij}+\varepsilon_{\mathrm{GS}}\right\rangle_v}_{\Gamma_2(C_1,C_2)} \tag{9}$$

と書き換えられる．ここで，$\widetilde{(\cdot)}$ は TS での粗視化を表す．いま，Γ_1 は GS 速度のみで定義でき，$\Gamma_2(C_1,C_2)$ はパラメータ $C_1(t), C_2(t)$ の関数となる．本研究では，このスケール間局所平衡関係を情報の観点から相互情報量の最大化問題

$$C_1, C_2 = \arg\max_{C_1,C_2} I(\Gamma_1 : \Gamma_2) \tag{10}$$

とみなしてパラメータを推定した．ここまでで提案した Information Preserving Coherent Structure Model（IP-CSM）は先行研究で提案された IP-SGS モデル[6] と同様のアイデアに基づくが，パラメータの決定方法を改善している．

4．結果・考察

圧力で駆動されるチャネル乱流を対象に，IP-CSM を a-posteriori テストで評価する．図 2 に平均速度と Reynolds せん断応力の壁垂直方向分布を示す．比較対象として，Smagorinsky モデル[7] と Coherent Structure モデル[4]（CSM）の結果も示す．両者は共に，式 6 の右辺初項のみを用いて

$$\tau_{ij}^{\mathrm{smag}} = C_1(f_s\Delta)^2\,|\boldsymbol{S}|S_{ij} \quad \text{with} \quad C_1 = -2\cdot 0.17^2 \tag{11}$$

$$\tau_{ij}^{\mathrm{CSM}} = C_1\Delta^2\,|F_{\mathrm{CS}}|^{\frac{3}{2}}\,|\boldsymbol{S}|S_{ij} \quad \text{with} \quad C_1 = -0.1 \tag{12}$$

と定義される．ただし，これらのモデルではパラメータ C_1 が事前に定数で設定されていることに注意する．また，オリジナルの Smagorinsky モデルは壁を表現できないため，van Driest の減衰関数

$$f_s = 1-\exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \quad \text{with} \quad A^+ = 25 \tag{13}$$

を適用した[8]．ここで，$(\cdot)^+$ は摩擦速度 u_τ と粘性長さスケール ν/u_τ による規格化である．

本研究で提案した IP-CSM は a priori なパラメータを持たないにも関わらず，チャネル乱流の統計を既存の SGS モデルと同等の精度で再現した．具体的には，図 2 (a)の流速分布では粘性低層における線形則と乱流層における対数則が，(b)の Reynolds せん断応力では $\propto y^3$ 則がよく再現された．なお，IP-CSM は周期箱乱流に対してもその統計とダイナミクスをよく再現した[9]．

5．結言

本研究では，局所平衡仮説を情報の保存と解釈するデータ駆動型 SGS モデルを提案した[9]．本手法は周期箱乱流，壁乱流の両方で既存モデルと同等の精度を達成し，乱流の情報理論描像がそのモデリングに有用であることを示した．

謝辞

研究は JST さきがけ JPMJPR25K1 および JSPS 科研費 21H05007，24K22942 による助成を受けた．

参考文献

1) S. L. Brunton, B. R. Noack and P. Koumoutsakos. Machine learning for fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 52, No. 1, pp. 477–508, 2020.

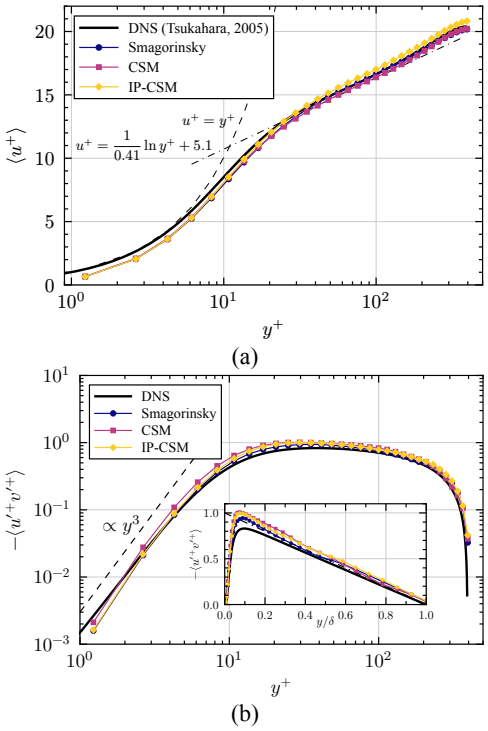


Fig. 2 (a) Mean velocity and (b) Reynolds shear stress profile of wall turbulence. The dashed and dot-dash lines in (a) are the viscous sublayer and log-law scaling, respectively. The inset of (b) replots the main plot in linear-linear axes. DNS and some conventional SGS models' results are shown for comparison.

2) C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, Vol. 27, No. 3, pp. 379–423, 1948.
3) Thomas S. Lund and Evgeny Novikov, Parameterization of subgrid-scale stress by the velocity gradient tensor, *Proceedings of NASA Annual Research Briefs*, 1993.
4) H. Kobayashi. The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 4, 2005. 045104.
5) T. Murota, A dynamic subgrid scale model of eddy viscosity type deduced from a local inter-scale equilibrium assumption of energy transfer, *Third Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, 2003. Begel House Inc..
6) A. Lozano-Durán and G. Arranz. Information-theoretic formulation of dynamical systems: causality, modeling, and control. *Physical Review Research*, Vol. 4, Jun 2022. 023195.
7) J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment. *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99–164, 1963.
8) E. R. van Driest. On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 23, No. 11, pp. 1007–1011, 1956.
9) T. Hashimoto, T. Tsukahara and R. Araki. Information-preserving SGS model based on the local inter-scale equilibrium hypothesis. in prep.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

波数空間における定流束状態を用いた乱流のアンサンブルモデル
Ensemble model of turbulence based on states of constant flux in wavenumber space

吉田　恭（筑波大・数理物質）
Kyo YOSHIDA, University of Tsukuba
E-mail: yoshida.kyo.fu@u.tsukuba.ac.jp

An ensemble model of turbulence proposed by the author (K. Yoshida, Phys. Rev. E **106**, 045106 (2022)) is reviewed. The ensemble consists of all the states in which a constant flux of an inviscid conserved quantity, such as energy or enstrophy in two-dimensional fluids, in wavenumber space is sustained during a certain time interval under inviscid dynamics. To support the validity of the model, it was attempted to numerically sample such states with constant enstrophy flux in two-dimension fluid using a Monte-Carlo method. The results show that the energy spectra of the sampled states with quasi-constant enstrophy flux are consistent with the known spectrum $E_k = C_K \eta^{2/3} k^{-3} \left(\ln(k/k_\mathrm{b})\right)^{-1/3}$, where η is the constant value of enstrophy flux, k_b is the lower bound of the constant-flux range, and C_K is a universal constant.

1．はじめに

粘性流体の運動は決定論的なNavier-Stokes方程式で記述されるが，高Reynolds数では，その解の速度場$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$は様々な時空間スケールの変動が励起され乱雑に振る舞う乱流状態となり，確率を用いた解析が適当であろうと期待される．ただし，支配方程式に基づき乱流の種々の統計量を求める方法論は確立していない．

ここで熱平衡系の統計力学を振り返ってみると，Gibbsによるアンサンブル描像の整備および後続の洗練によって，その方法論が完全に確立している．ハミルトニアンが与えられたら，状態空間にカノニカル・アンサンブル，ミクロカノニカル・アンサンブルなどのアンサンブルモデルを導入すれば，諸々の統計量は対応する量のアンサンブル平均で表される．アンサンブル描像の根拠づけについては，典型性に基づく議論など最近でも研究の対象であるが，少なくとも熱平衡状態についてはアンサンブル描像による処方箋の有用性には揺るぎがない．

乱流にも適切なアンサンブルモデルを導入できないかというのは自然な問いである．駆動散逸力学系の一般論としてはアトラクタ上の不変測度は一つの候補であるが，それについて厳密に数学的な解析は難しい．不変測度の代替に不安定周期軌道を数値的に探索する研究（例えば文献[1]）もあるが，これもReynolds数の上昇とともに困難になる．外力場を確率変数として扱い場の理論的な定式化（例えば文献[2]）もなされているが，その具体的解析は難しい．完結近似において，具体的にアンサンブルを指定することを避け，適当な仮定の下でアンサンブル平均による場の1次または2次までの低次モーメントについて閉じた式を導出する．特にラグランジュ2点完結近似（例えば文献[3,4]）は，乱流のエネルギースペクトルのKolmogorov則を普遍定数の見積もりまで含めて導くことに成功している．完結近似についての包括的なレビューは文献[5]等を参照にされたい．ここに挙げた例も含めてこれまで乱流の統計理論について様々な観点から研究が行われ一定の知見が蓄積されてはいるが，熱平衡系統計力学におけるカノニカル・アンサンブルなどのアンサンブル理論のような決定版はいまだ無いというのが現状だろう．

一方でRichardson[6]以来，乱流におけるエネルギーカスケードの現象論は広く受け入れられている．外力により大きいスケールの渦にエネルギーが注入され，段階的に次の小さい渦にエネルギーが輸送され，やがて一番小さいスケールの渦で粘性によりエネルギーが散逸する．統計的定常状態ではエネルギー注入率とエネルギー輸送率とエネルギー散逸率がバランスして，その値ϵが系を特徴づける重要なパラメタとなる．Kolmogorovの一様等方性乱流の理論[7]もϵを中心に据えて展開される．

最近，著者はこのエネルギーカスケードの現象論を積極的に取り入れた乱流のアンサンブルモデルの構築を試みており[8]，本講演ではその概要を説明する．

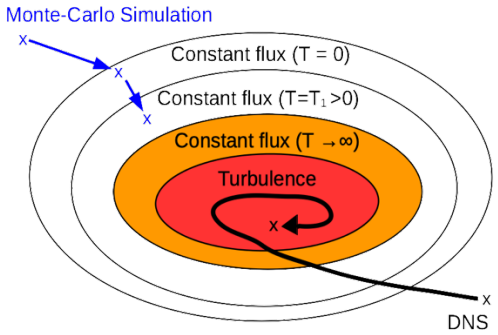


Fig. 1 Conceptual diagram of ensembles of states with constant flux over time intervals and the ensemble of turbulence.

2．アンサンブルモデル

エネルギーカスケードは，波数空間の言葉で言えば，ある波数kより低波数側の領域から高波数側の領域に非線形相互作用で輸送されるエネルギー流束Φ_kが，慣性領域において波数によらず一定値ϵとなり，それが時間発展で維持されることである．この状態を定流束状態と呼び，その維持時間をTで表すことにする．数々のNavier-Stokes方程式の直接数値シミュレーション（DNS）において，計算資源の制約により限られた慣性領域範囲内ではあるが，定流束状態$\Phi_k \approx \epsilon$に緩和することが確認されている（例えば文献[9]）．これは乱流状態を外力のあるNavier-Stokes方程式のアトラクタ上での点と捉えた場合，乱流状態の集合が十分長いTについての定流束状態の集合に含まれることを示唆する．（Fig. 1参照）．

ここで一つの仮説を考える．「乱流状態の集合と十分長いTについての定流束状態の集合は，稀な非典型的状態を除いて一致する」のではないか．この仮説が正しいとすると，十分長いTについての定流束状態の集合を乱流のアンサンブルモデルと考えることができる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

以降では，状態（速度場）を象徴的に $\boldsymbol{u}$ で表し，$\boldsymbol{u}$ を期条件に外力なし，非粘性（つまり Euler 方程式）で時間発展した解を $\boldsymbol{u}(t)$ で表す．アンサンブルモデルは状態空間上の確率密度関数 $P(\boldsymbol{u})$ で指定される．ここで，

$$P(\boldsymbol{u}) := C \prod_{n=0}^{N_t} \prod_{m=0}^{N_k} \delta\left(\Phi_{k_m}\left(\boldsymbol{u}(t_n)\right) - \epsilon\right) \quad (1)$$

とする．ただし $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数，C は確率の規格化定数，ϵ はエネルギー流束に対応する定数，$k_0 < k_1 < \ldots < k_{N_k}$ で $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_{N_t}$ である．ここで，$N_k, N_t \to \infty$，$k_{N_k}, t_{N_t} \to \infty$，$\min_m(k_{m+1} - k_m)$，$\min_m(t_{n+1} - t_n) \to 0$ とすることで，形式的に定流束状態のアンサンブルを構成できる．

式が明示的に与えられているものの，このアンサンブルに基づいて種々の量の平均を求めることは困難であり，何らかの近似的解析手法を開発する必要がある．しかし，ここではその代わりにこのモデルに関して数値計算的アプローチを試みる．

3．定流束状態の数値的探索

定流束状態を力学的時間発展によらず数値的に探索することを考える（Fig. 1 参照）．ランダムサンプリングされた定流束状態と DNS で得られた乱流状態の種々の量を比較してそれらが同等であれば，前節での仮説が正しいと数値的に検証されたと言えよう．また熱平衡系の統計力学でも期待されている「アンサンブル内のほとんどの状態は，興味ある物理量について同じ値を持つ」という典型性の性質が，ここでのアンサンブルについても成り立つならば，1 つの定流束状態を適切にサンプリングできれば，その状態から必要な物理量の情報が得られることになる．

文献 [8]では，計算資源の節約のため手始めに，2 次元乱流について瞬時的（$T = 0$）定エンストロフィー流束状態のモンテカルロ法による数値探索を試みている．状態 $\boldsymbol{u}$ のエンストロフィー流束を $\Phi_k^{\Omega}(\boldsymbol{u})$ と表す．状態 $\boldsymbol{u}$ の定エンストロフィー流束状態 $\Phi_k^{\Omega}(\boldsymbol{u}) = \eta$ からのずれを適切に誤差関数 $\Delta(\boldsymbol{u})$ を定義して評価する．まず，乱数で初期の状態 $\boldsymbol{u}$ 選ぶ．また乱数で $\boldsymbol{u}$ からわずかにずれた状態 $\boldsymbol{u}'$ を選ぶ．$\Delta(\boldsymbol{u}') \le \Delta(\boldsymbol{u})$ の場合は $\boldsymbol{u}$ を $\boldsymbol{u}'$ に更新し，それ以外の場合は $\boldsymbol{u}$ をそのままにする．これを繰り返すことにより $\Delta(\boldsymbol{u}) \approx 0$ となれば，近似的に定流束状態が探索されたことになる．

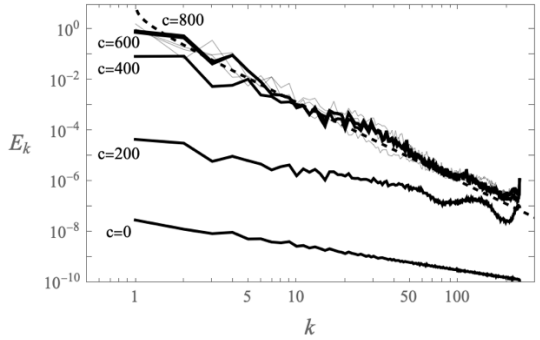


Fig. 2 Energy spectra of obtained states with quasi-constant enstrophy flux. Dashed line shows the scaling spectrum. Reprinted from Ref. 8.

モンテカルロ法で得られた瞬時的（$T = 0$）近似的定エンストロフィー流束状態のエネルギースペクトルが Fig. 2 に示されている．全ての波数モードに 1 回ずつモンテカルロ試行する過程を 1 サイクルとして，サイクル数を c で表している．$c = 800$ の状態のエネルギースペクトルは，ラグランジュスペクトル完結近似によって得られた乱流のエンストロフィーカスケード領域におけるエネルギースペクトル [10] $E_k = C_K \eta^{2/3} k^{-3} \left(\ln(k/k_b)\right)^{-1/3}, C_K = 1.81$（点線）と整合している．ただし，$\eta$ は定エンストロフィー流束の値でk_bは定エンストロフィー領域の下端波数である．

4．まとめと展望

数値探索で得られた数値探索で得られた瞬時的（$T = 0$）近似的定エンスロィー流束状態がエネルギースペクトルにおいて乱流状態と整合することは，第 2 節の仮説に対して肯定的な結果である．ただし，これは初歩的な検証であり，多くの課題が残されている．まず，定流束が維持される時間が $T > 0$ となる場合はどうなるのか，定流束状態と乱流状態の類似性を見るのにエネルギースペクトル以外にどのような量を調べればいいのか，また数値探索の初期値などに結果は依存しないのか，などの問題がある．これらの問題については，文献 [11]で扱っている．更に，同様の数値的探索を 3 次元乱流のエネルギーカスケード領域について行うことが重要である．現行の数値的探索は愚直で非バイアス的であるが非効率的であり，その効率化も課題である．

参考文献

1) G. Kawahara and S. Kida, J. Fluid Mech. **449**, 291 (2001).
2) P. Martin, E. Siggia, and H. Rose, Phys. Rev. A **8**, 423 (1973).
3) R. H. Kraichnan, Phys. Fluids **8**, 575 (1965).
4) Y. Kaneda, J. Fluid Mec. **107**, 131 (1981).
5) Y. Zhou, Phys. Rep. **935**, 1 (2021).
6) L. F. Richardson, Weather prediction by numerical processes (Cambridge University Press, 1922) p. 66.
7) A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR **30**, 301 (1941), (reprinted in Proc. R. Soc. Lond. A **434**, 9).
8) K. Yoshida, Phys. Rev. E **106**, 045106 (2022).
9) T. Ishihara, K. Morishita, M. Yokokawa, A. Uno, and Y. Kaneda, Phys. Rev. Fluids **1**, 082403(R) (2016).
10) Y. Kaneda, Phys. Fluids **30**, 2672 (1987), erratum: see the reference in T. Ishihara and Y. Kaneda, Phys. Fluids, **13** 544 (2001).
11) K. Yoshida, arXiv:2507.04853 [physics.flu-dyn] .

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-03：乱流のダイナミクス）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-03 (4)

座長：玉野真司（名古屋工業大学）

16:25 ~ 16:40

[15010] チャネル高分子流れにおける壁面せん断応力計測に関する研究

*浅岡 純平[1]、辻 義之[1] (1. 名古屋大学大学院工学研究科エネルギー理工学専攻)

16:40 ~ 16:55

[15011] 圧縮性等方乱流におけるショックレットの幾何学的解析

*櫻井 幹記[1]、立石 隼啓[2]、石原 卓[2] (1. 横浜国立大学、2. 岡山大学)

16:55 ~ 17:10

[15012] 非対称流路ネットワークでバクテリア集団運動のトポロジカルエッジ状態をデザインする

*内田 善人[1]、西口 大貴[2]、竹内 一将[1] (1. 東京大学、2. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[15013] 滑らかなオイラー流における渦輪の非線形スケール局所変形

*米田 剛[1] (1. 一橋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

チャネル高分子流れにおける壁面せん断応力計測に関する研究
Study on Wall Shear Stress Measurement in Polymer Channel Flow

浅岡　純平（名古屋大・工）　　辻　義之（名古屋大・工）
Jumpei ASAOKA, Nagoya University
Yoshiyuki TSUJI, Nagoya University
FAX: 052-789-4692
E-mail: asaoka.jumpei.m4@s.mail.nagoya-u.ac.jp

高分子添加による抵抗低減効果のメカニズム解明に向けて、壁面近傍の応力構造の理解は極めて重要である。本研究では、高分子添加流体を対象に、圧力損失測定から得られる平均壁面せん断応力と、物質輸送と運動量輸送のアナロジーを利用した電気化学的計測手法から得られる壁面せん断応力の比較検討を行った。チャネル乱流場において、複数の高分子濃度や Re 数条件下における応力評価を実施した。その結果、高分子濃度の増加に伴い、圧力損失に基づく応力値に対して電気化学的計測に基づく応力値が相対的に小さくなるという有意な差異が生じることが確認された。本発表では、この計測手法間の差異について、圧力損失が壁面における総応力を捉える一方で、電気化学的計測が壁面での速度勾配に由来する粘性応力を評価しているという仮説を提示する。得られた応力の差分が壁面近傍における高分子応力項に起因する可能性について報告し、高分子が応力場に与える影響について議論する。

１．はじめに

流体に微量の高分子を添加することにより摩擦抵抗が著しく低減する現象は、流体輸送システムの省エネルギー化に資する重要な特性として知られており、その流体力学的メカニズムの解明に向けて、これまで数多くの研究が行われてきた。抵抗低減効果の定量的評価や流路内における乱流構造の変調を理解する上で、壁面せん断応力を正確に把握することは不可欠である。一般に、平均的な壁面せん断応力は圧力損失測定に基づき、検査体積における全体の運動量バランスから算出される。一方、壁面近傍における局所的かつ瞬時の壁面せん断応力の評価には、物質輸送と運動量輸送のアナロジーを利用した電気化学的計測手法が有効である。ニュートン流体においては、これら原理の異なる計測手法から得られる壁面せん断応力は一致する。しかし、高分子添加流体では流体中に弾性が付与されるため、せん断応力は粘性応力項およびレイノルズ応力項に加えて、高分子応力項を含む形で記述される [1]。壁面上の境界条件に注目すると、壁面せん断応力は粘性応力項と高分子応力項のみから構成される。

本研究では、圧力損失測定および電気化学的計測手法を用いて高分子水溶液の壁面せん断応力を測定し、両者から得られる結果の差異に着目した。全体の運動量バランスに基づく圧力損失測定が壁面における総せん断応力を反映するのに対し、電気化学的計測手法による結果は主として粘性応力項を評価している可能性があると考えられる。本発表では、この仮説に基づき、両計測結果の差分を壁面における高分子応力項として評価する新たな試みについて報告する。

２．実験手法及び条件

実験ループの全体概略図を Fig. 1 に示す。流路は，試験部であるアクリル製チャネルダクト，円管，タンク，ポンプおよび流量計から構成されている。チャネルダクトの試験部には，作用電極板を設置するための開口部および対極として用いる Ni 板が設けられている。チャネルダクトの寸法は，高さ 10 mm，幅 120 mm，全長 2040 mm である。チャネル入口から試験部までの距離は 1330 mm とし，計測位置に到達するまでに流れが十分に発達するよう考慮した。高分子には、電気化学的計測手法に影響の少ない、非イオン性かつ水溶性を有するポリアクリルアミドを使用した。各実験条件は Table 1 に示す。

Table 1　実験条件

Re_b	(-)	5500, 7000, 8600, 10000, 11700
Temperature	(℃)	20
Polymer concentration	(ppm)	0, 50, 100, 150, 200, 250, 300
Measurement time	(s)	60
Measurement Frequency	(Hz)	5000
Polymer (Polyacrylamide)		M_v= 6×10^6

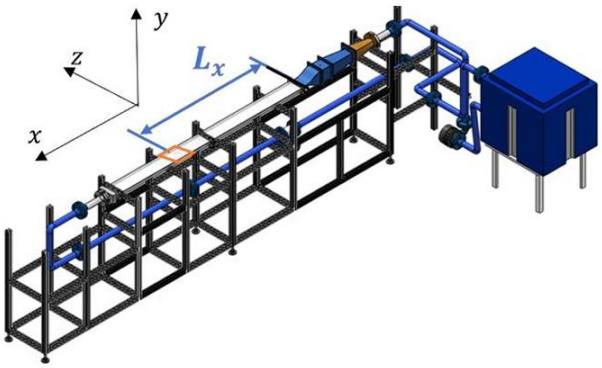


Fig. 1 試験ループ全体図

２．１　圧力損失測定

圧力損失測定では、流路の測定部の上流および下流に設けた圧力孔の間の圧力差を測定することにより、壁面せん断応力を算出した。圧力孔はチャネル底面にあり、測定区間の距離は 0.8 m である。得られた圧力損失から、チャネルの寸法と測定区間距離を用いた全運動量のバランスの式に基づいて、平均の壁面せん断応力を算出した。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\tau_{w,p} = \frac{ab}{2(a+b)} \cdot \frac{\Delta P}{L} \tag{1}$$

２．２　電気化学的計測手法

本研究では運動量輸送と物質輸送のアナロジーを利用した電気化学的計測手法を用いた。本手法では、流体中の運動量の輸送特性が、電極表面における物質の移動特性と対応することを利用し、物質移動量から壁面せん断応力を間接的に評価した。具体的には、作動流体である電解液中に酸化体および還元体を溶解させ、チャネル底面に設置した作用電極に電圧を印加する。これにより、電極表面では酸化還元反応が生じ、その際に流れる電流値を測定する。印加電圧を適切に設定することで、反応はイオンの拡散速度によって律速される状態となり、測定される電流値は電極近傍における物質移動量、すなわち流れ場の特性を反映する。限界電流と物質移行係数の関係は式(2)で示される。

$$\tilde{k} = \frac{i}{An_eFc_b} \tag{2}$$

電極の寸法および配置は Fig. 2 に示す通りであり、スパン方向に円形電極を円盤プレートに埋め込んだ。円盤プレートは測定部であるチャネル底面に設置した。円形電極の直径は 0.3 mm で間隔は 1.25 mm である。

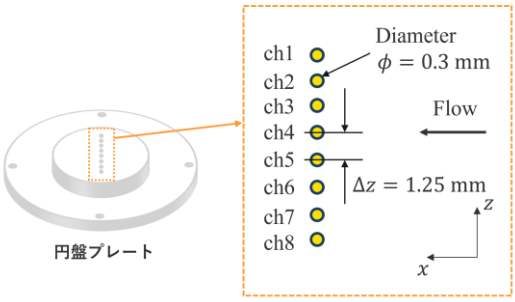


Fig. 2 円盤プレート及び電極寸法

計測された電流値から、物質移動と運動量輸送の関係式を用いて壁面せん断応力を算出する。濃度境界層は電極表面上のみに十分薄い層として形成される。Hanratty および Campbell によれば、十分に小さな点電極に対しては、濃度境界層の厚さは極めて薄く、速度境界層における粘性底層内に存在する [2]。この条件下では、壁面せん断応力と物質移行係数との関係は式(3)で与えられる。ただし、式(3)に含まれる定数Cは、電極の形状及び寸法の影響を考慮したものであり、点電極の場合には$C = 0.807$とされている [3, 4]。

$$\tilde{\tau}_{w,e} = \frac{L_e\mu}{{D_f}^2}\left(\frac{\tilde{k}}{C}\right)^3 \tag{3}$$

３．結果

圧力損失測定と電気化学的計測手法、それぞれの手法から算出された結果を比較した。結果を図 1 に示す。横軸は高分子濃度、縦軸は圧力損失で得られた結果に対する、2 つの計測手法の差が占める割合である。

両手法の計測精度と整合性を担保するため、事前に溶媒である水を用いて各レイノルズ数における計測を行い、Dean の実験式に基づく補正係数を算出することで基準の厳密な統一を図った。ただし$C_f = \tau_w / \frac{1}{2}\rho {U_b}^2$で定義される。

$$C_f = 0.073Re^{-0.25} \tag{4}$$

異なる高分子濃度およびレイノルズ数条件下で計測を実施し、両手法から得られた壁面せん断応力の相対的な差分を評価した。両者の比較から、高分子濃度が増加するにつれて、圧力損失から得られた壁面せん断応力に対して、電気化学的計測から得られた壁面せん断応力が相対的に小さくなる傾向が明確に確認された。この計測手法の違いに起因する壁面せん断応力の乖離は、高分子濃度の上昇に伴って拡大した。さらに、この濃度依存性の傾向は、検証した全てのレイノルズ数条件において一貫して認められた。圧力損失測定が流路全体の力学的な釣り合いから壁面での総せん断応力を算出するのに対し、電気化学的計測手法は壁面近傍の物質移動量、すなわち壁面での速度勾配に基づく粘性応力を評価していると考えられる。したがって、本実験における高分子濃度の増加に伴う計測値の差の拡大は、単なる機器の計測誤差ではなく、壁面上に明確に存在する高分子応力項の寄与分を定量的に抽出できている可能性を示唆するものであると推測される。

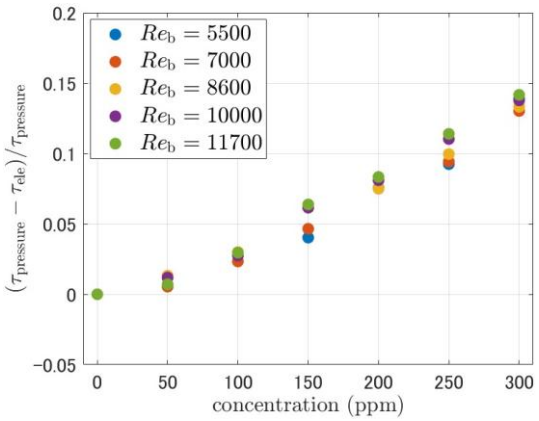


Fig. 3 $\tau_{w,p}$に対し両手法の結果の差が占める割合

参考文献

1) 堀内 潔:粘弾性法線応力差による乱流抵抗低減機構の解明, 日本機械学会論文集 B 編, 70 巻, 699 号, pp.404–410, 2004.
2) J. A. Campbell and T. J. Hanratty: Measurement of wall shear stress, *Fluid Mechanics Measurements*, 2nd ed., Routledge, 1996.
3) Y. Wang and Y. Tsuji: Characteristics of shear stress fluctuations in polymer solutions and their relation to turbulent structures in channel flows, *Physics of Fluids*, 36, 105153, 2024.
4) L. P. Reiss and T. J. Hanratty: An experimental study of the unsteady nature of the viscous sublayer, *AIChE Journal*, 9, pp.154–160, 1963.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧縮性等方乱流におけるショックレットの幾何学的解析
A Study on the Geometry of Shocklets in Compressible Isotropic Turbulence

櫻井　幹記（横国大・環境）　　立石　隼啓（岡大・環境）　　石原　卓（岡大・環境）
Yoshiki SAKURAI, Yokohama National University
Hayahiro TATEISHI, Okayama University
Takashi ISHIHARA, Okayama University
E-mail: sakurai-yoshiki-hx@ynu.ac.jp

We investigated the geometry of strong shocklets using high-resolution direct numerical simulations of non-isothermal and isothermal compressible isotropic turbulence. The results revealed that strong shocklets exhibit shapes ranging from thin layers to thin rod-shaped structures and show no significant dependence on the isothermal assumption or the Reynolds number. An analysis based on the moment of inertia, assuming the local structure of the shocklet to be a rectangular parallelepiped, indicated that strong shocklet regions become thicker as the Reynolds number increases.

１．諸言

亜音速領域における圧縮性乱流では，局所的に速度発散が大きく負の値をとるショックレットと呼ばれる弱い衝撃波が形成される．ショックレットは，エネルギー散逸や渦生成など，圧縮性乱流の様々な力学特性に影響を及ぼす重要な乱流構造であると考えられている[1]．

Samtaney et al.[2]は圧縮性減衰乱流の直接数値計算（DNS）を実施し，乱流場から抽出したショックレット構造の多くが湾曲した薄いリボン状であることを示した．Watanabe et al.[3]はソレノイダル外力によって駆動される一様等方性圧縮性乱流の DNS データを解析し，圧力ジャンプおよび圧力勾配から見積もられるショックレット厚みが乱流マッハ数の増加とともに減少し，漸近的にコルモゴロフ長の約 1.5 倍に近づくことを示した．また，彼ら[3]の結果は，ショックレット厚みがレイノルズ数にほとんど依存しないことを示唆している．しかしながら，ショックレットは非常に薄いため，その幾何学的構造を正確に解析するには高い空間解像度を有する DNS データが不可欠である．

近年実施された圧縮性乱流の高解像度 DNS[4]では，速度発散の確率密度関数が非等温乱流と等温乱流で異なり，さらにレイノルズ数に依存することが示された．この結果は，ショックレット構造が等温仮定やレイノルズ数によって変化することを示唆している．本講演では，Vela-Martin and Ishihara[5]によって開発された乱流構造の解析手法を高解像度 DNS で得られた圧縮性乱流場[4]に適用し，ショックレットの幾何学的構造を定量的に特徴づけた結果について報告する．

２．数値計算手法と計算条件

本研究では，3 次元の非等温および等温圧縮性ナビエ・ストークス方程式に基づく高解像度 DNS によって得られた乱流場[4]を解析し，等温仮定の有無およびレイノルズ数がショックレットの幾何学的構造に及ぼす影響を調べた．計算領域は一辺2πの立方体であり，各方向に周期境界条件が課されている．計算手法の詳細については，Sakurai and Ishihara[4]を参照されたい．解析した乱流場の統計量を表 1 に示す．ここで，nonIT と IT はそれぞれ非等温乱流と等温乱流を表し，Nは 1 次元あたりの格子点数，R_λはテイラー・レイノルズ数，M_tは乱流マッハ数，ε_rはエネルギー散逸率の圧縮成分ε_dとソレノイダル成分ε_sの比$\varepsilon_d/\varepsilon_s$，$\eta$はコルモゴロフ長である．すべての計算において，$k_{\max} \equiv \sqrt{2}N/3$により定義される空間解像度は$k_{\max}\eta \approx 8$である．

Table 1 Simulation parameters and turbulence characteristics.

Run	N	R_λ	M_t	ε_r	$10^3\eta$
2048-nonIT	2048	166	0.30	0.098	7.92
2048-IT	2048	182	0.32	0.099	7.90
4096-IT	4096	336	0.33	0.126	4.13

３．解析手法

Vela-Martin and Ishihara[5]によって提案された手法を用いたショックレット構造解析の概要を以下に示す．速度発散$\theta \equiv \nabla\cdot\boldsymbol{u}$に対して，$\theta < -\alpha\theta_{\mathrm{rms}}\ (\alpha = 20, 30)$を満たす格子点を強いショックレット領域と定義する．ここで，$\boldsymbol{u}$は速度ベクトル，θ_{rms}はθの二乗平均平方根である．強いショックレット領域に含まれる格子点から構成される慣性モーメントテンソルの固有値を解析することにより，三つの主慣性モーメント$I_1, I_2, I_3\ (I_1 > I_2 > I_3 \geq 0)$が得られる．これらより，ショックレットの形状を特徴づける無次元パラメータ

$$\varepsilon_1 = \frac{I_2}{I_1}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{I_3}{I_1} \tag{1}$$

を定義する．ここで，$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$は厚みが無視できる層状構造を，$\varepsilon_1 = 1$かつ$\varepsilon_2 = 0$は厚みが無視できる棒状構造を表す．なお，強いショックレット領域の概形を抽出することを目的とした解析では，フィルター幅$\Delta = (\pi/2)\eta$のガウスフィルターによって粗視化された乱流場を用い，強いショックレット領域の断片の厚さを求めることを目的とした解析では，粗視化なしの元の乱流場を用いた．

本研究では，ショックレット厚みの定量的評価を行うため，以下の解析を実施した．$(100\eta)^3$の立方領域に含まれるショックレットを，一辺の長さがそれぞれ$a, b, c\ (a > b > c)$である直方体として近似する．直方体の重心を原点とし，bとcを辺とする面に垂直な方向をx軸，cとaを辺とする面に垂直な方向をy軸，aとbを辺とする面に垂直な方向をz軸と定義する．このとき，ショックレット領域に含まれる格子点数をMとすると，各軸まわりの慣性モーメントは$I_x = M(b^2 + c^2)/12, I_y = M(c^2 + a^2)/12, I_z = M(a^2 + b^2)/12$と表される．これらの関係式から，最も短い辺の長さは

$$c = \sqrt{\frac{6(I_x + I_y - I_z)}{M}} \equiv \delta \tag{2}$$

のように求めることができる．本研究では，式(2)によって求められる値を強いショックレット領域の厚さδとして定義する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

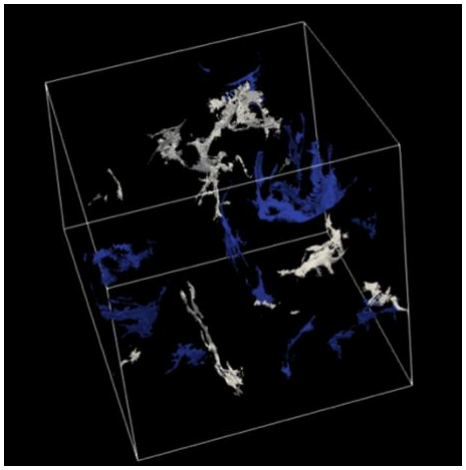


Fig. 1 Visualization of the ten largest shocklets in 2048-nonIT (blue) and 2048-IT (white). The visualization range is $(2\pi)^3$.

4．結果

2048-nonIT および 2048-IT の乱流場において，$\alpha = 20$において大きさが上位 10 位に含まれる強いショックレット領域を重ねて可視化した結果を図 1 に示す．いずれの乱流場においても，ショックレットは乱流場全域に広く分布していることが観察される．詳細な解析の結果，2048-nonIT の乱流場では 2048-IT の乱流場と比較して，ショックレットの個数が多く，かつ，その大きさも大きいことが明らかになった（図省略）。これらの結果は，同程度のレイノルズ数においても，等温仮定の有無によってショックレットの幾何学的性質が変化することを示している．

粗視化した圧縮性乱流場において，$\alpha = 20$により抽出される強いショックレット構造を対象に，等温仮定およびレイノルズ数がε_1およびε_2の値に及ぼす影響を調べた結果を図 2 に示す．図 2 から，ショックレットは薄い層状構造から細い棒状構造に広く分布する形状を有するものの，Vela-Martin and Ishihara [5]が示した渦クラスターのような三次元的に広がった構造をもたないことがわかる。また，図 2(a)では 2048-nonIT と 2048-IT の分布が概ね一致しており，図 2(b)では 2048-IT と 4096-IT の分布が概ね一致していることが観察される．以上のことから，ショックレットの幾何学的形状は等温仮定およびレイノルズ数に対して顕著な依存性を示さないことが示唆された．

$\alpha = 30$において大きさが上位 40 位に含まれる強いショックレットを抽出し，相互に重なって解析が困難なものを除外した結果，2048-IT では 19 個，4096-IT では 30 個のショックレットが抽出された。式(2)を用いてショックレット厚みを算出したところ，その平均値は 2048-IT で$\delta = 2.02\eta$，4096-IT で$\delta = 3.00\eta$となった．以上により，強いショックレット領域の厚さは，レイノルズ数の増加に伴って増加することが示された．

5．結言

圧縮性等方乱流の高解像度 DNS によって得られた乱流場に存在する強いショックレットを対象に幾何学的解析を行い，等温仮定およびレイノルズ数の影響を調べた．その結果，強いショックレットは乱流場全域に広く分布しており，その個数および大きさは等温仮定の影響を受けることが明らかになった．一方で，強いショックレットは薄い層状構造から細い棒状構造に広く分布する形状を有するものの，その形状および分布は等温仮定およびレイノルズ数に対して顕著な依存性を示さないことが示唆された．さらに，直方体近似に基づく慣性モーメントを用いた解析により，レイノルズ数の増加に伴って強いショックレット領域の厚さが増加することが示された．

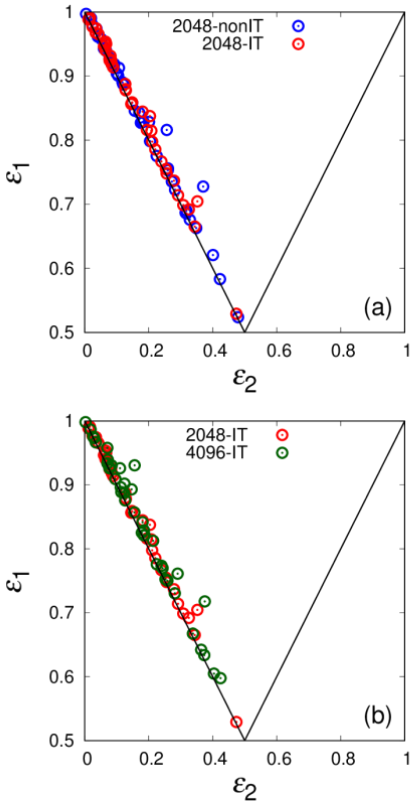


Fig. 2　Effect of (a) the isothermal assumption and (b) the Reynolds number on the values of ε_1 and ε_2.

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP23H04473, JP23K19958 の助成を受けて実施した．また，本研究の一部は，HPCI システム利用研究課題（hp240165，hp250088）を通じて，理化学研究所が提供する富岳および名古屋大学が提供する不老の計算資源を使用して実施した．また，学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（JHPCN）による支援も受けた（課題番号：jh240062，jh250074）．

参考文献

1) P. Sagaut and C. Cambon: Homogeneous Turbulence Dynamics, 2nd edn., Springer, 2018.
2) R. Samtaney, D. I. Pullin, and B. Kosovic: Direct numerical simulation of decaying compressible turbulence and shocklet statistics, Phys. Fluids 13, 1415, 2001.
3) T. Watanabe, K. Tanaka, and K. Nagata: Solenoidal linear forcing for compressible, statistically steady, homogeneous isotropic turbulence with reduced turbulent Mach number oscillation, Phys. Fluids 33, 095108, 2021.
4) Y. Sakurai and T. Ishihara: Direct numerical simulations of compressible turbulence in a periodic box: Effect of isothermal assumptions on turbulence statistics, Phys. Fluids 36, 085152, 2024.
5) A. Vela-Martin and T. Ishihara: A new statistical tool to study the geometry of intense vorticity clusters in turbulence. J. Phys.: Conf. Series 708, 012004, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非対称流路ネットワークでバクテリア集団運動のトポロジカルエッジ状態をデザインする
Designing Topological Edge States of Bacterial Collective Motion in Asymmetric Channel Networks

内田　善人（東大・理）　　西口　大貴（東京科学大・理）　　竹内　一将（東大・理）
Yoshihito UCHIDA, The University of Tokyo
Daiki NISHIGUCHI, Institute of Science Tokyo
Kazumasa A. TAKEUCHI, The University of Tokyo
E-mail: uchida@noneq.phys.s.u-tokyo.ac.jp

While active matter is intrinsically nonequilibrium and fluctuating, the emergence of topologically protected edge states has been theoretically proposed using the concept of wavenumber topology. However, experimental realizations remain largely unexplored and have so far been limited to systems composed of chiral active particles, which restricts design capabilities. Here, we experimentally realize geometry-driven topological edge states in dense bacterial suspension using microfabricated networks. In a directional kagome network composed of ratchet-shaped channels, we observe edge localization of bacterial density, where the density decays from the network boundary toward the bulk. We further reveal the topological origin of the observed edge states and identify the key geometrical ingredients required for their design.

波数空間トポロジーは固体物理においてロバストな輸送現象を理解するための有用な枠組みであり、近年では、エネルギーを自ら駆動力へと変換する粒子から構成されるアクティブマターへの拡張も研究されている。アクティブマター系は本質的に非平衡でゆらいでいるにもかかわらず、トポロジカルエッジ状態が発現しうることが理論的に予言されている。しかし、実験的には運動のカイラリティーという構成粒子の特徴を活かした実現に留まっており、アクティブマターにおけるトポロジカル輸送現象のデザイン可能性は依然として限定的である。

そこで、運動のカイラリティーといった粒子自身の性質ではなく、粒子の存在する環境の幾何構造によってトポロジカル輸送現象を実現できるという理論提案[1)]に着目した。この枠組みでは、固体物理における結晶構造に類似した周期的な構造を環境として与えることで、アクティブ粒子自身の内部自由度に依存せずにトポロジカル輸送現象を実現できると期待され、その制御可能性に系統的に踏み込める。本研究では、理論モデル[2)]の幾何構造に着想を得て、特徴的な波数空間トポロジーを持つと期待されるネットワーク構造を微細加工で作製し、そこにバクテリア懸濁液を閉じ込めることで、トポロジカルエッジ状態を実現した[3)]。

まず、理論モデル[2)]に着想を得て作製した非対称籠目ネットワークにおいて、バクテリア数密度がエッジからバルクへ向かって減衰するエッジ局在の観察に成功した(Fig. 1 上)。この非対称籠目ネットワークは、バクテリア集団の整流効果を生み出すラチェット型流路（Fig. 1 下）で構成されており、非対称流路によって生じる強い一方向流れがエッジ局在を生み出していることが示唆された。

また、実験的に観察されたエッジ状態のトポロジカルな起源を明らかにするために、非対称流路ネットワーク内でのバクテリア輸送をモデル化し、バンド理論に基づく解析を行った。その結果、ギャップを有するバンド構造が得られ、非自明なトポロジカル不変量によって特徴づけられることが明らかになった。また、バンドギャップを横切るモードが現れ、その固有モードがネットワークのエッジに局在する状態に対応していることを示した。

さらに、エッジ状態の発現に重要な幾何構造の性質を明らかにすべく、微細加工による形状のチューニングを行い、エッジ局在の発現の有無を調査した。その結果、ネットワ

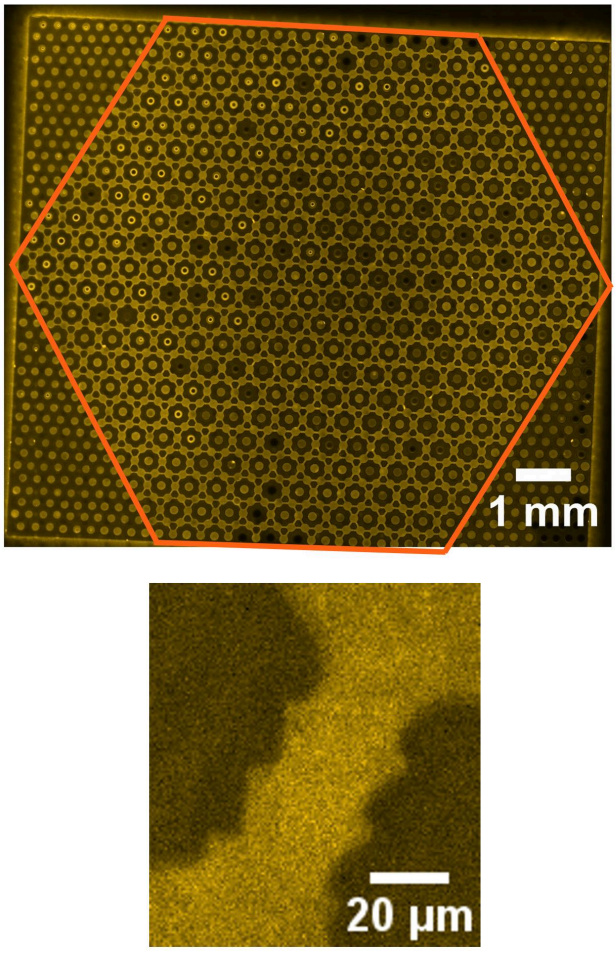


Fig. 1 Epifluorescence microscopy image of dyed bacterial suspension confined in a directional kagome network (top), which is composed of wells connected by ratchet-shaped channels (right).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ーク構造のカイラリティーにより、エッジ局在の有無を設計できることを実証した。

以上の結果より、典型的なアクティブマター系において、トポロジカル輸送現象を環境の幾何構造によって制御できることを実証した。より一般的な観点からは、幾何形状による輸送現象の制御を通じて、マイクロ流体デバイスなどにおいて、通常は乱流的な振る舞いを示す流れをロバストに制御するための設計指針につながる可能性が期待される。

参考文献

1) K. Sone and Y. Ashida. Anomalous topological active matter. *Phys. Rev. Lett.* **123**, 205502 (2019).
2) T. Yoshida, T. Mizoguchi, and Y. Hatsugai. Chiral edge modes in evolutionary game theory: A Kagome network of rock-paper-scissors cycles. *Phys. Rev. E.* **104**, 025003 (2021).
3) Y. Uchida, D. Nishiguchi, and K. A. Takeuchi. Designing topological edge states in bacterial active matter. arXiv:2601.08243 (2026).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Nonlinear Scale-Local Deformations of Vortex Rings in Smooth Euler Flows

Tsuyoshi YONEDA, Hitotsubashi University
E-mail: t.yoneda@r.hit-u.ac.jp

We study the three-dimensional incompressible Euler equations in a regime where a vortex ring experiences radially expanding Lagrangian transport. To uncover the mechanisms behind nonlinear scale-local deformations, we construct a geometric Lagrangian framework that avoids singular pressure representations and yields a new wave equation for the axis of swirling particles. This formulation reveals purely nonlinear mechanisms driving scale-local vortex deformations, supported by machine-learning-based analysis.

1. Introduction

In this talk we aim to demonstrate the emergence of short-wavelength structures through a fully nonlinear analysis of the incompressible Euler equations, without resorting to linearization, combined with a machine-learning-based approach.

2. Derivation of a Novel Wave Equation

Let Φ denote the Lagrangian flow map associated with the incompressible Euler equations, written in Lagrangian form (omitting the explicit volume-preserving constraint) as follows:

$$\left(\partial_t^2 \Phi(t,\cdot)\right) \circ \Phi^{-1}(t,x) = -\nabla p(t,x), \qquad t>0,\ x\in\mathbb{R}^3. \quad (1)$$

Let $\ell = \bigcup_s \ell(s) \subset \mathbb{R}^3$ be a smooth curve representing the vortex axis. We now describe the time evolution of swirling particles around ℓ. Let z denote the arc-length parameter along the transported curve $\bigcup_t \Phi(t,\ell(s))$. More precisely, we define a reparametrization $t = t(z)$ (implicitly depending on s) by

$$\partial_z t = v(t)^{-1} \qquad v(t) := \left|\partial_t \Phi(t,\ell(s))\right|, \quad (2)$$

so that

$$\left|\partial_z \Phi(t(z),\ell(s))\right| = 1.$$

Note that this implies $\partial_z = v(t)^{-1}\partial_t$. Using the transported curve $\bigcup_t \Phi(t,\ell(s))$, we introduce a Lagrangian moving frame. First, we define the unit tangent vector

$$\tau(z) := \partial_z \Phi(t(z),\ell(s)).$$

The curvature $\kappa(z)$ and unit normal vector $n(z)$ are defined by

$$\partial_z \tau(z) = \kappa(z)\, n(z).$$

The torsion $T(z)$ and binormal vector $b(z)$ are then defined through the Frenet–Serret relation:

$$\partial_z n(z) = -\kappa(z)\,\tau(z) + T(z)\, b(z).$$

For any initial particle

$$x = \ell(s) + Z(0,r_1,r_2)\,\tau(0) + r_1\, n(0) + r_2\, b(0),$$

the flow map $\Phi(t,x)$ can be uniquely expressed (for sufficiently small r_1, r_2) as

$$\begin{aligned}\Phi(t,x) &=: \Phi(t,s,r_1,r_2)\\ &= \Phi(t,\ell(s)) + Z(t,r_1,r_2)\,\tau(t)\\ &\quad + R_1(t,r_1,r_2)\, n(t) + R_2(t,r_1,r_2)\, b(t).\end{aligned} \quad (3)$$

Here

$$Z(0,r_1,r_2) = \alpha_1(0) r_1 + \alpha_2(0) r_2, \qquad Z(t,0,0) = 0,$$

and

$$R_1(0,r_1,r_2) = r_1, \qquad R_2(0,r_1,r_2) = r_2,$$

with $\alpha_1(0), \alpha_2(0) \in \mathbb{R}$. Since the Jacobian

$$\frac{\partial(R_1,R_2)}{\partial(r_1,r_2)}$$

is nonzero at $(r_1,r_2) = (0,0)$, the inverse function theorem implies that, for each fixed $t>0$ and for sufficiently small $|R_1|, |R_2|$, we may rewrite (3) in terms of (R_1,R_2) as follows. Let $r_1 = r_1(t,R_1,R_2)$ and $r_2 = r_2(t,R_1,R_2)$ denote the corresponding inverse functions. Then, for any initial particle

$$x = \ell(s) + r_1(t,R_1,R_2)\, n(0) + r_2(t,R_1,R_2)\, b(0),$$

we have

$$\begin{aligned}\Phi(t,x) &=: \Phi(t,s,R_1,R_2)\\ &= \Phi(t,\ell(s)) + Z\big(t,r_1(t,R_1,R_2),r_2(t,R_1,R_2)\big)\,\tau(t)\\ &\quad + R_1\, n(t) + R_2\, b(t).\end{aligned} \quad (4)$$

Note that $\Phi(t,s,R_1,R_2)\big|_{R_1=R_2=0}$ represents the Lagrangian transport of the vortex axis ℓ. We now simplify the function Z by the expansion

$$Z\big(t,r_1(t,R_1,R_2),r_2(t,R_1,R_2)\big) = \alpha_1(t)R_1 + \alpha_2(t)R_2 + O(|R|^2), \quad (5)$$

and we interpret Z as describing the time evolution of swirling particles around the vortex axis. We are now in a position to state the following key theorem.

Theorem. The quantities α_1 and α_2 satisfy the following second–order wave equations:

$$\alpha_1''(t) = \frac{v''(t)}{v(t)}\,\alpha_1(t) + 2v(t)\kappa'(t) + 4v'(t)\kappa(t),$$

$$\alpha_2''(t) = \frac{v''(t)}{v(t)}\,\alpha_2(t).$$

Remark. In a separate line of research, Hasimoto's remarkable discovery that the Local Induction Approximation (LIA) reduces to the focusing nonlinear Schrödinger equation revealed a profound connection between filament geometry and dispersive wave dynamics (see 1)). Despite these influential developments, existing theories rely fundamentally on vortex–filament approximations, such as concentrated vorticity, Biot–Savart expansions, LIA truncations, or asymptotic regimes in which the vortex core radius is assumed to be small. Consequently, the emergence of wave phenomena has traditionally been viewed as a feature of singular or nearly singular vortex models. It has therefore remained unclear whether similar wave dynamics arise intrinsically within the full incompressible Euler equations in a smooth, non–filament setting.

To the best of our knowledge, this paper is the first derivation showing that wave equations governing Lagrangian motion emerge directly from the incompressible Euler equations in a fully smooth setting.

3. Numerical Implementation

In this section, we present a numerical implementation to investigate how the alignment between the vortex axis and the axis of swirling particles is maintained during the time evolution of a vortex ring. In particular, we demonstrate that such alignment cannot

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

be preserved by pure radial expansion alone, and that a nontrivial deformation of the ring plays an essential role. We first prescribe an accelerating transport flow that expands in the radial direction, characterized by a scalar function $\Gamma(t)$ satisfying

$$\Gamma(t_0) = 0, \qquad \Gamma(t) > 0, \qquad \Gamma'(t) > 0, \qquad \Gamma''(t) > 0$$

for $t \in (t_0, t_1)$. The time evolution of the ring shape, for $t \in [t_0, t_1)$ and $s \in [0, 1)$, is defined by

$$\Phi(t,s) = \Big(R(s,\delta) + \Gamma(t) + \gamma_1(t,s)\Big)\begin{pmatrix}\cos 2\pi s\\ \sin 2\pi s\\ 0\end{pmatrix} + \gamma_2(t,s)\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Here,

$$R(s,\delta) := \frac{(1+\delta)(1-\delta)}{2\sqrt{\big((1-\delta)\cos s\big)^2 + \big((1+\delta)\sin s\big)^2}}$$

represents the initial ring shape with elliptic radius, where $\delta > 0$ is a small ellipticity parameter. The functions $\gamma_1(t,s)$ and $\gamma_2(t,s)$ describe a time-dependent wavy deformation and are given by

$$\gamma_1(t,s) = \frac{1}{K+1}\sum_{j=0}^{J}\sum_{k=0}^{K}\Big(c_{jk}^{11}(t-t_0)^{j+1}\sin 2\pi k s + c_{jk}^{12}(t-t_0)^{j+1}\cos 2\pi k s\Big),$$

$$\gamma_2(t,s) = \frac{1}{K+1}\sum_{j=0}^{J}\sum_{k=0}^{K}\Big(c_{jk}^{21}(t-t_0)^{j+1}\sin 2\pi k s + c_{jk}^{22}(t-t_0)^{j+1}\cos 2\pi k s\Big),$$

where the coefficients $\{c_{jk}^{\ell m}\}_{jk\ell m} \subset \mathbb{R}$ are treated as learnable parameters. We now give a definition of the axis of swirling particles $\zeta(t,s)$ by

$$\zeta(t,s) := \tau(t,s) - \alpha_1(t,s)n(t,s) - \alpha_2(t,s)b(t,s). \tag{6}$$

On the other hand, the vortex axis $\zeta^*(t,s)$ is defined by

$$\zeta^*(t,s) := \partial_s \Phi(t,s,R_1,R_2)\big|_{R_1=R_2=0}.$$

Recall taht α_1 and α_2 satisfy the following wave-type equations:

$$\alpha_1'' = \frac{v''}{v}\alpha_1 + 2v\kappa' + 4v'\kappa, \qquad \alpha_2'' = \frac{v''}{v}\alpha_2,$$

where $v(t,s) := |\partial_t \Phi(t,s)|$ and $\kappa(t,s)$ denotes the curvature of the curve $\cup_t \Phi(t,s)$. For the machine learning implementation, we choose the initial data $\alpha_1(0,s)$, $\alpha_2(0,s)$, $\partial_t\alpha_1(0,s)$, and $\partial_t\alpha_2(0,s)$ so that

$$\frac{\zeta^*(0,s)}{|\zeta^*(0,s)|}\cdot\frac{\zeta(0,s)}{|\zeta(0,s)|} = 1, \quad \partial_t\left(\frac{\zeta^*(t,s)}{|\zeta^*(t,s)|}\cdot\frac{\zeta(t,s)}{|\zeta(t,s)|}\right)\Big|_{t=0} = 0$$

for $s \in [0,1)$. These conditions ensure that the vortex axis and the axis of swirling particles are perfectly aligned at the initial time. If the two axes are not parallel, the resulting rotating flow tends to exhibit shear. From a physical viewpoint, it is therefore natural to assume that the system favors configurations in which these axes remain aligned during the evolution, thereby minimizing shear. Motivated by this consideration, we introduce the following mean absolute directional correlation (MADC) as a functional:

$$\mathrm{MADC} := \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1}\int_0^1 \left|\frac{\zeta^*(t,s)}{|\zeta^*(t,s)|}\cdot\frac{\zeta(t,s)}{|\zeta(t,s)|}\right| ds\, dt,$$

which serves as an objective functional to be maximized. In the numerical implementation, we set

$$\Gamma(t) = 1 - \cos(12\pi t), \qquad (t_0 = 1/48,\ t_1 = 1/24),$$

and adopt the following hyperparameters:

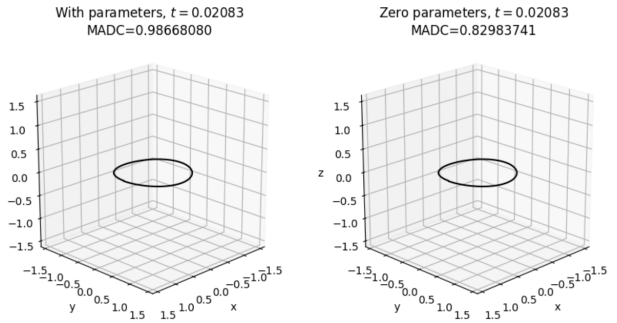


Fig. 1 Initial vortex rings (the same configuration). Left: Bayesian optimization, Right: $\{c_{jk}^{\ell m}\}_{jk\ell m} = 0$

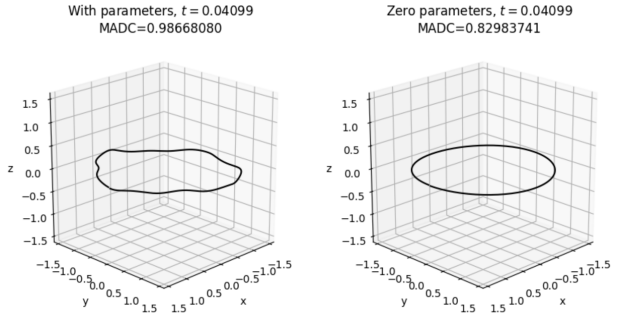


Fig. 2 Vortex rings at the terminal time. Left: Bayesian optimization, Right: $\{c_{jk}^{\ell m}\}_{jk\ell m} = 0$

- $\delta = 0.02$ (ellipticity parameter),
- $J = 20$ (number of polynomial terms),
- $K = 10$ (number of Fourier modes).

The time interval $[t_0, t_1]$ is discretized into 32 steps, and the angular parameter interval $[0, 1)$ is discretized into 128 points. For optimization, we employ Bayesian optimization using the Optuna library:

- First 10,000 trials: quasi–Monte Carlo sampling,
- Subsequent 50 trials: Bayesian optimization,
- Parameter bounds: $|c_{jk}^{\ell m}| \le 30.0$.

The numerical results are shown in Figures 1 and 2. Qualitatively, the results indicate that maintaining alignment between the vortex axis and the axis of swirling particles throughout the evolution requires the presence of a nontrivial wavy deformation. Conversely, larger values of MADC are obtained only when such wavy deformations are included, indicating that these deformations play a fundamental role in generating the discrepancies captured by the error metric. At the present stage, our analysis remains qualitative. Nevertheless, despite prescribing ten Fourier modes in the Bayesian learning procedure, the representations inferred from the image data consistently indicate that the effective dynamics are dominated by five to six Fourier modes. This observation provides strong evidence that the deformation of the vortex ring is governed by scale-local mechanisms. A central direction for future work is to undertake a detailed qualitative investigation of this scale locality.

References

1) H. Hasimoto, *A soliton on a vortex filament*, J. Fluid Mech. **51** (1972) 477-485.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (1)

座長:永島 壮(名古屋大学)

9:10 ~ 9:25

[16001] 加法変分原理と乗法重み構造の自然な等価性

*髙梨 和光[1] (1. NPO法人環境防災コンシェルジェ)

9:25 ~ 9:40

[16002] Föppl–von Kármán 板理論と分子動力学法による回位を導入したグラフェンシートの形態解析

*石田 一真[1]、田中 展[2]、雷 霄雯[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学、2. 兵庫県立大学)

9:40 ~ 9:55

[16003] 転位対に起因するカーボンナノチューブのらせん構造形成機構と力学特性の解析

*小屋根 淳平[1]、雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1] (1. 東京科学大学)

9:55 ~ 10:10

[16004] フェーズフィールド・クリスタル法と分子動力学法によるらせん状カーボンナノチューブのモデル構築と力学特性解析

*雷 霄雯[1]、松崎 健一郎[1]、藤居 俊之[1]、高木 知弘[2] (1. 東京科学大学、2. 京都工芸繊維大学)

10:10 ~ 10:25

[16005] 有限変形奇弾性構成則の構築に向けた変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

*松原 成志朗[1]、志賀 美春[1]、中村 明莉[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Natural Equivalence between Additive Variational Principles and Multiplicative Weight Structures

Wako Takanashi,Concierge for environmental space and protection of disasters

This paper is established that a natural equivalence between the category of additive variational principles and the category of multiplicative weight structures with exponential and logarithmic functors. The result offers a unified structural framework underlying variational mechanics clarifying the relationship between action, energy, and exponential weighting.

1. Introduction

The variational principle constitutes a fundamental framework in classical mechanics, field theory, and continuum mechanics. The transition between additive and multiplicative formulations of the variational principle is often treated as a formal operation rather than a structural correspondence. The purpose of this paper is to show that the additive and multiplicative descriptions are naturally equivalent with adjoint pairs, and that this equivalence does not claim that the additive and multiplicative weights are identical, however rather that each uniquely determines the canonical representative in the category of the other, excluding natural isomorphisms.

2. The Category of Additive Variational Principles

2.1. Definition

Definition 2.1 (Additive Variational Category).
Let C_{add} be the category defined as follows:

- **Objects:** Real-valued functionals
$$S: U \to \mathbf{R}, \tag{2.1.1}$$
where U is a configuration space
(e.g., fields, displacements, paths).
- **Morphisms:** Maps $f: U_1 \to U_2$ satisfying
$$S_2 \circ f = S_1 \tag{2.1.2}$$

This category includes classical actions, energy functionals, and strain energies as special cases.

2.2. Variational Structure

Each object $S \in C_{\text{add}}$ admits a variational derivative δS. However, the present work focuses not on critical point equations but on the structural properties of S as an additive object.

3. The Category of Multiplicative Weight Structures

3.1. Definition

Definition 3.1 (Multiplicative Weight Category).
Let C_{mult} be the category defined as follows:

- **Objects:** Positive-valued functions
$$w: U \to \mathbf{R}_{>0}. \tag{3.1.1}$$
- **Morphisms:** Maps $f: U_1 \to U_2$ such that
$$w_2 \circ f = w_1. \tag{3.1.2}$$

3.2. Independence from Probability Theory

No normalization or probabilistic interpretation is imposed on www. The multiplicative structure alone is fundamental; probability theory arises only after additional constraints.

4. Exponential and Logarithmic Functors

4.1. Exponential Functor

Definition 4.1 (Exponential Functor).
Define
$$\text{Exp}: C_{\text{add}} \to C_{\text{mult}} \tag{4.1.1}$$
by
$$\text{Exp}(S) = \exp(-\beta S), \tag{4.1.2}$$
where $\beta > 0$ is a fixed parameter.

4.2. Logarithmic Functor

Definition 4.2 (Logarithmic Functor).
Define
$$\text{Log}: C_{\text{mult}} \to C_{\text{add}} \tag{4.2.1}$$
by
$$\text{Log}(w) = -\beta^{-1} \log w. \tag{4.2.1}$$

4.3. Functoriality

Both constructions act naturally on morphisms and preserve categorical composition, hence define bona fide functors.

5. Main Theorem: Natural Equivalence

Theorem 5.1 (Natural Equivalence).
The functors
$$\text{Exp}: C_{\text{add}} \rightleftarrows C_{\text{mult}}: \text{Log} \tag{5.1.1}$$
form an adjoint pair
$$\text{Exp} \dashv \text{Log}, \tag{5.1.2}$$
and induce a natural equivalence between the two categories.
That is, there exist natural transformations
$$\eta : \text{Id}_{C_{\text{add}}} \Rightarrow \text{Log} \circ \text{Exp}, \tag{5.1.3}$$
$$\varepsilon : \text{Exp} \circ \text{Log} \Rightarrow \text{Id}_{C_{\text{mult}}}, \tag{5.1.4}$$
satisfying the triangular identities.

5.2. Strength of the Equivalence

This equivalence asserts neither equality nor pointwise identity. Rather, it guarantees that:

- Each additive variational principle admits a canonical multiplicative representative.
- Each multiplicative weight determines a canonical additive generator.

Thus, additive and multiplicative formulations are equivalent up to natural isomorphism, not substitution.

6. Physical Examples

6.1. Statistical Mechanics

Given an energy functional E, the canonical weight
$$W \propto \exp(-\beta E) \tag{6.1.1}$$
is precisely the image of E under the exponential functor.

6.2. Linear Elasticity

For a strain energy functional
$$E[u] = \int W(\varepsilon(u))\, dx \tag{6.2.1}$$
the associated exponential weight defines a multiplicative structure compatible with stochastic or ensemble-based elasticity theories.

7. Conclusion

This paper are shown that additive variational principles and multiplicative weight structures are naturally equivalent in a precise categorical sense. This equivalence clarifies the conceptual relationship between action, energy, and exponential weighting across mechanics.

Acknowledgments

In particular, the author wishes to express his heartfelt appreciation for the invaluable guidance and encouragement provided by the late Emeritus Professor Yorihiko Ohsaki of the University of Tokyo.

References

1) Atiyah, M., The Geometry of Classical Particles
2) VJaynes, E. T., Information Theory and Statistical Mechanics
3) Mac Lane, S., Categories for the Working Mathematician
4) Landau, L. D., and Lifshitz, E. M., Theory of Elasticity

Appendix

Appendix A:
Categorical Structure of the Exponential–Variational Correspondence

This appendix provides a precise categorical formulation underlying the natural equivalence established in the main text.

A.1 The Additive Variational Category V_+

Objects.

Objects of V_+ are pairs

$$(C,S), \tag{A.1.1}$$

where C is a configuration space (e.g. a Banach or Hilbert manifold of fields) and
$S:C\to\mathbf{R}$ is an additive action functional.

Morphisms.

A morphism

$$\phi:(C_1,S_1)\to(C_2,S_2) \tag{A.1.2}$$

is a map $\phi:C_1\to C_2$ such that

$$S_2 \circ \phi = S_1. \tag{A.1.3}$$

This category admits:

- additive combination S_1+S_2,
- constant shifts $S\mapsto S+c$,

reflecting the intrinsic additive nature of variational principles.

A.2 The Multiplicative Weight Category $V_\times$

Objects.

Objects of $V_\times$ are pairs

$$(C,w), \tag{A.2.1}$$

where $w:C\to\mathbf{R}_{>0}$ is a positive multiplicative weight.

Morphisms.

A morphism

$$\phi:(C_1,w_1)\to(C_2,w_2) \tag{A.2.2}$$

satisfies

$$w_2 \circ \phi = w_1 \tag{A.2.3}$$

The natural operations are:

- pointwise multiplication $w_1 \cdot w_2$,
- normalization $w\mapsto c\,w$, $c>0$.

A.3 Exponential and Logarithmic Functors

Define the exponential functor

$$\mathrm{Exp}_\beta: V_+\to V_\times, \qquad (C,S)\mapsto (C,e^{-\beta S}), \tag{A.3.1}$$

and the logarithmic functor

$$\mathrm{Log}_\beta: V_\times\to V_+, \qquad (C,w)\mapsto (C,-\beta^{-1}\log w), \tag{A.3.2}$$

where $\beta>0$ is a fixed scaling parameter.

These are well-defined functors respecting morphisms in each category.

A.4 Adjunction and Natural Equivalence

For any $(C,S)\in V_+$ and $(C,w)\in V_\times$, there exists a natural isomorphism

$$\mathrm{Hom}_{V_\times}(\mathrm{Exp}_\beta(S),w) \cong \mathrm{Hom}_{V_+}(S,\mathrm{Log}_\beta(w)). \tag{A.4.1}$$

The unit

$$\eta_S: S \longrightarrow \mathrm{Log}_\beta \circ \mathrm{Exp}_\beta(S) \tag{A.4.2}$$

and the counit

$$\varepsilon_w: \mathrm{Exp}_\beta \circ \mathrm{Log}_\beta(w) \longrightarrow w \tag{A.4.3}$$

are identities up to additive and multiplicative gauge transformations, respectively.

Hence, $\mathrm{Exp}_\beta \dashv \mathrm{Log}_\beta$ defines a natural equivalence modulo gauge, not merely a formal correspondence.

Appendix B:Physical Realizations

B.1 Linear Elasticity as an Additive Variational Theory

Let uuu be a displacement field on a domain Ω.

The elastic energy functional

$$E[u]=\frac{1}{2}\int_\Omega \varepsilon(u):C:\varepsilon(u)\,dx \tag{B.1.1}$$

is an additive action functional.

The Euler–Lagrange equation

$$\delta E=0 \iff \nabla\cdot\sigma=0 \tag{B.1.2}$$

expresses mechanical equilibrium and is invariant under additive shifts of E.

B.2 Canonical Weights and Multiplicative Structure

Applying the exponential functor yields the canonical weight

$$p[u]=\exp(-\beta E[u]). \tag{B.2.1}$$

This weight:

- is multiplicative under independent subsystems,
- is invariant under normalization,
- defines a probability density in statistical or stochastic interpretations.

Thus, the passage

$$(u,E) \longrightarrow (u,p) \tag{B.2.2}$$

realizes concretely the functor Exp_β.

Appendix C:
Natural Equivalence between Additive Variational Principles and Multiplicative Weight Structures

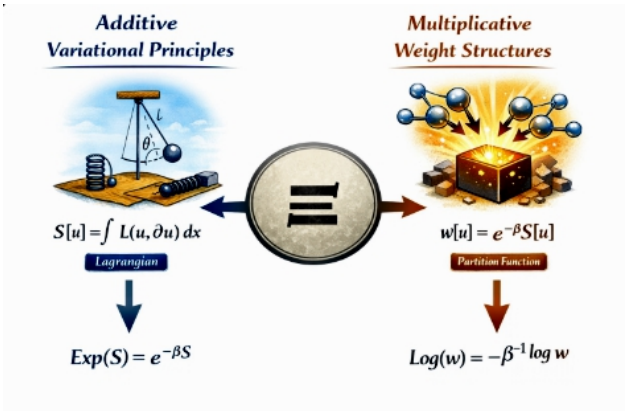


Fig.1 Natural Equivalence between Additive Variational Principles and Multiplicative Weight Structures

Föppl–von Kármán 板理論と分子動力学法による回位を導入したグラフェンシートの形態解析

Morphological Analysis of Graphene Sheets with Disclinations using Föppl–von Kármán Plate Theory and Molecular Dynamics Method

石田　一真（東京科学大・物質理工）　田中　展（兵庫県立大・工）
雷　霄雯（東京科学大・物質理工）　藤居　俊之（東京科学大・物質理工）
Kazuma ISHIDA, Institute of Science Tokyo
Hiro TANAKA, University of Hyogo
Xiao-Wen LEI, Institute of Science Tokyo
Toshiyuki FUJII, Institute of Science Tokyo
E-mail: lei.x.ac@m.titech.ac.jp

In this study, we developed a continuum model of graphene sheets (GSs) with lattice defects based on the Föppl–von Kármán plate theory. Low-dimensional nanocarbon materials such as GSs exhibit significant changes in their mechanical properties due to lattice defects including disclinations and dislocations, which induce spontaneous out-of-plane deformations. GSs form conical or saddle-like shapes when positive (5-membered) or negative (7-membered) disclinations are introduced. While molecular dynamics simulations are widely used to investigate these materials, they are limited to nanoscale systems and constructing molecular models with arbitrary defect configurations remains challenging. By combining the Föppl–von Kármán plate theory with a formulation of lattice defects, large out-of-plane deformations caused by arbitrary defect configurations can be reproduced. Isogeometric linear buckling analysis was done to obtain the deformation shape of GSs with lattice defects. The validity of the approach was confirmed by comparison with MD simulation results.

１．はじめに

グラフェンシート（GS: Graphene Sheet）やカーボンナノチューブといった低次元ナノ炭素材料は，転位や回位などの格子欠陥の導入に伴う自発的な面外変形により，力学特性が大きく変化することが知られている[1),2)]．GS は炭素原子の 6 員環からなる平面構造を基本とするが，正の回位（5 員環）や負の回位（7 員環）の導入により，円錐型や鞍型の立体形状を形成する．このような格子欠陥を有する GS は，耐衝撃性[2)]などの優れた機能性を示すため，NEMS（Nanoelectromechanical Systems）等への応用が期待されている．

格子欠陥を有する GS の優れた機能性発現の探索には，分子動力学（MD: Molecular Dynamics）法が広く用いられている．MD 法は，原子間の相互作用を記述する原子間ポテンシャルに基づき系の時間発展を計算するため，格子欠陥を含む GS の立体形状を高精度に再現できる．しかしながら，MD 法は膨大な計算コストを要するため，解析規模が時間的・空間的にナノスケールに限定されるという課題がある．さらに，一般的には，格子欠陥の種類，位置を自在に制御した分子モデルの構築は困難であるため，機能性材料設計に向けた，高効率な解析手法が求められている．

このような課題を克服するために，連続体力学の適用が考えられる．特に回位論においては，転位配列と回位双極子の力学的な等価性が，線形弾性論と MD 法を用いて検証されている[2)]．両者の力学的等価性は確認されているものの，従来の線形弾性論では格子欠陥に起因する面外変形を記述できないため，長距離の回位双極子と転位配列の比較において，MD 法の結果と乖離することが指摘されている．したがって，回位論に基づく高精度な解析には，面外変形を適切に考慮可能な連続体理論の枠組みを用いることが不可欠である．

以上の背景を踏まえ，本研究では，連続体力学に基づく高効率な機能性材料設計基盤の構築を目的とし，薄板の有限変形理論である Föppl–von Kármán（FvK）板理論に回位を組み込んだ格子欠陥を有する GS モデルを構築した．本モデルは，格子欠陥分布を任意に設定し，回位に起因する面外への大変形を再現することが可能である．アイソジオメトリック解析（IGA: Isogeometric Analysis）を用いた線形座屈解析を行い，回位を有する GS の立体形状を計算した．さらに，本モデルの妥当性を検証するため，同等の回位配置を有する GS モデルに対し，MD 法を用いて緩和計算を実施し，得られた形状を提案手法と比較した．その結果，FvK 板理論に基づく本手法により，正の回位を有する GS は円錐型に，負の回位を有する GS は鞍型に変形する形態を適切に評価できることが明らかとなった．さらに，複数の回位を導入した GS の形態解析を行った．

２．解析手法

２．１．Föppl–von Kármán 板理論

FvK 板理論に基づく回位を有する GS の支配方程式およびエネルギー汎関数は，通常のひずみエネルギーに加え，未定乗数法を用いることで，回位による不適合条件式を組み込んで，次式で表される[4)]．

$$\begin{cases} D\Delta^2 w = [w, \Phi] \\ \dfrac{1}{2Eh}\Delta^2\Phi + \dfrac{1}{2}[w,w] = \Theta \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \Pi(\Phi, w) = &\frac{D}{2}\int_\omega ((\Delta w)^2 - (1-\nu)[w,w])dA \\ &-\frac{1}{2Eh}\int_\omega ((\Delta\Phi)^2 - (1+\nu)[\Phi,\Phi])dA \\ &+\frac{1}{2}\int_\omega (\nabla w)^T \mathrm{cof}(\nabla^2\Phi)(\nabla w)dA \\ &+\int_\omega \Theta\Phi dA \end{aligned} \tag{2}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで Φ は面内応力関数, w は面外変位, D は曲げ剛性, E はヤング率, h は板厚, ν はポアソン比, Θ は回位密度, N は回位の個数, s_i は回位のフランクベクトルの大きさ, r_i は回位芯の位置, $\mathrm{cof}(A)$ は A の余因子行列である. 回位密度および演算子 $[\cdot,\cdot]$ は次式で表される.

$$\Theta = \sum_{i=1}^{N} s_i \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_i) \tag{3}$$

$$[f, g] = (\partial_{xx} f)(\partial_{yy} g) + (\partial_{yy} f)(\partial_{xx} g) - 2(\partial_{xy} f)(\partial_{xy} g) \tag{4}$$

式(2)のエネルギー汎関数は変位の 2 階微分を含むため, 解析における基底関数にはC^1級の連続性が要求される. そこで本研究では, 高次の連続性を容易に扱える IGA により解析をおこなった. 長方形の解析領域について, 基底関数として次数 4, 開一様ノットベクトルの B スプライン曲面を用いた. 回位は外力とみなし, 式(2)に導入した. 回位の存在により, GS に大変形が生じるため, 線形座屈解析を行い, 最小固有値に対応する座屈モードを採用した. 材料定数には, GS の物性値を用いた [5].

2．2．分子動力学法

回位を有する GS の分子モデルを構築した. MD 法では, 原子間相互作用に AIREBO ポテンシャルを用い, 共役勾配法により, 系の相対エネルギー変化が 10^{-25} 以下になるまで, 構造最適化を行った. MD 法は系のすべての原子を計算するため, FvK 板理論よりも高精度に格子欠陥を有する GS の最安定な立体形状を得られるため, FvK 板理論によるグラフェンシートの面外変位場の妥当性を検証するためのベンチマーキングとして用いる.

本研究では, 正および負の孤立回位, 正と負の回位のペアである回位双極子を一列に並べた回位双極子配列, 回位を互い違いに四角形型に配置した回位四重極子のモデルに対し, FvK 板理論および MD 法による解析を行った. 境界条件はいずれも自由境界とした. 解析モデルの大きさ, および回位の位置は Fig. 1 に示した.

3．結果・考察

FvK 板理論に基づく線形座屈解析, および MD 法による解析結果を Fig. 1 に示す. なお, 線形座屈解析では座屈モードのみが得られ, 面外変位の定量的な評価はできないため, 本稿では形状の定性的な比較にとどめる.

各モデルについて, FvK 板理論により得られた面外変位場は, MD 法による構造最適化後の形状と良好な対応を示した. 特に, 正および負の孤立回位においては, それぞれ特徴的な円錐型, 鞍型の曲面が再現されている. また, 回位四重極子の場合も MD 法と近い形態を示した. この結果から, FvK 板理論は格子欠陥を有する GS の形態解析への適用が可能であると考えられる. 一方, 回位双極子配列モデルにおいては, MD 法の結果との間に形状の乖離がみられた. これは, 他モデルと異なり, 両端の回位に挟まれた中心部の回位双極子付近で面内応力場の絶対値が大きくなり, GS の中心部が局所的に大きく変形したためである.

今後は, 線形座屈解析における回位の重ね合わせが面内応力場に与える影響の理論的な考察や, 非線形座屈後解析による面内応力場の変化について, 詳細な解析を進める必要がある.

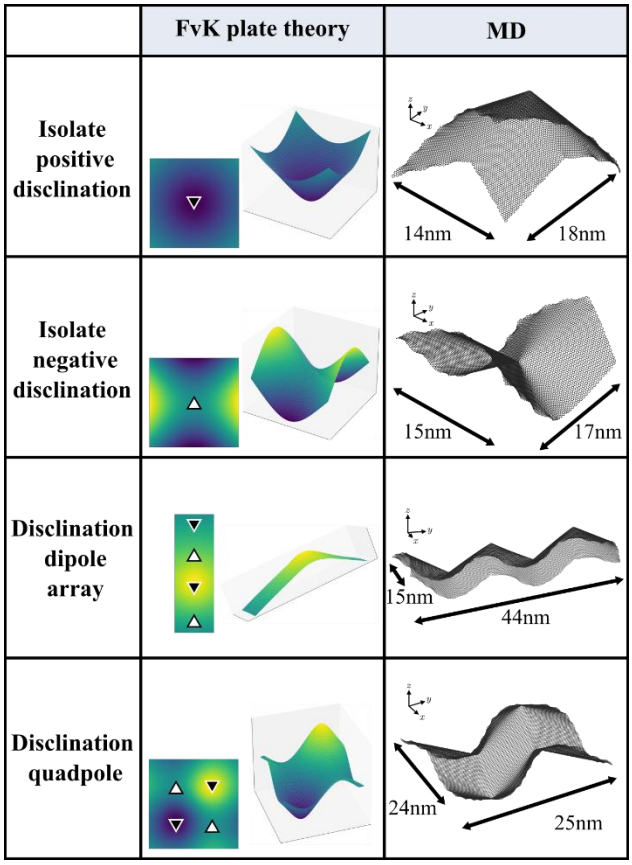


Fig. 1 Comparison of out-of-plane deformation shapes obtained by FvK plate theory and MD simulation. Black and white triangles represent positive and negative disclinations.

4．結言

本研究では, 回位を有する GS の面外変形について, FvK 板理論を用いた線形座屈解析を行った. 得られた形状は, MD 法による安定形状と定性的な一致を示し, 連続体モデルの有効性が明らかになった.

今後は, 非線形の座屈後解析を行い, 変形の定量的な評価や力学特性解析を進め, 高効率な材料設計基盤の構築を目指す.

参考文献

1) H. Qin, Y. Sun, J. Z. Liu and Y. Liu: Mechanical properties of wrinkled graphene generated by topological defects, Carbon, 108, pp.204-214, 2016.
2) Y. Tomioka, T. Natsuki, J.-X. Shi and X.-W. Lei: Theoretical evaluation of impact characteristics of wavy graphene sheets with disclinations formed by origami and kirigami, Nanomaterials, 12(3), pp.436, 2022.
3) S. Tsuchida, X.-W. Lei, Y. Kunihiro and T. Fujii: Numerical analysis of the fungibility of disclination dipole by dislocation array or dislocation monopole, Materials Today. Communications, 41(110687), 2024.
4) M. Singh, A. Roychowdhury and A. Gupta: Defects and metric anomalies in Föppl–von Kármán surfaces, Proceedings. Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 478(2262), 2022.
5) Y. Kunihiro, X.-W. Lei, T. Uneyama and T. Fujii: A new computational approach for evaluating bending rigidity of graphene sheets incorporating disclinations, Nanoscale, 17(31), pp.18112-18126, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

転位対に起因するカーボンナノチューブのらせん構造形成機構と力学特性の解析

Analysis of the helical structure formation and mechanical properties of carbon nanotubes due to dislocation pairs

小屋根　淳平（東京科学大・物質理工）　雷　霄雯（東京科学大・物質理工）
松崎　健一郎（東京科学大・物質理工）　藤居　俊之（東京科学大・物質理工）
Jumpei KOYANE, Institute of Science Tokyo
Xiao-Wen LEI, Institute of Science Tokyo
Kenichiro MATSUZAKI, Institute of Science Tokyo
Toshiyuki FUJII, Institute of Science Tokyo
E-mail: lei.x.ac@m.titech.ac.jp

This study explored the feasibility of designing helical CNTs by intentionally inducing out-of-plane deformation through dislocation pairs separated from Stone–Wales (SW) defects, which are common in CNTs. Analytical models were systematically constructed by introducing dislocation pairs into (4,4) CNTs with lengths of about 160 to 480 Å. The centerline of each CNT was approximated as a three-dimensional helix, and geometric parameters such as helix radius were extracted. Additionally, tensile tests were conducted to estimate the spring constants based on elastic energy. The simulation results indicated that the deformation pattern of CNTs is strongly influenced by the arrangement rule of the introduced dislocation pairs, which results in a change in the mechanical properties of the helical CNTs. This study revealed that the introduction of dislocation pairs into CNTs significantly changes the shape and mechanical properties of CNTs and showed the possibility of controlling the properties of helical CNTs by adjusting the type and arrangement of dislocation pairs introduced into the CNTs.

1．緒言

カーボンナノチューブ（Carbon nanotube: CNT）は，軽量でありながら優れた強度，導電性，熱伝導性を有する材料である．CNT は，格子欠陥を導入すると自発的な面外変形が生じて，形状変化する．導入した格子欠陥の種類や配置によっては CN がらせん状に変形することが明らかになっている．らせん状 CNT はその特異な三次元構造から，直線状 CNT 同様の高い力学的強度に加えて，ばねのような弾性を有するため，ナノスプリング等の機械部品としての活用が期待されている [1]．

そこで本研究では，CNT においてしばしば観察される Stone-Wales (SW) 欠陥が分離することによって生成する転位対に着目する．転位対を導入した CNT に分子動力学 (Molecular dynamics: MD)による変形シミュレーションを行い，変形後の形状を評価する．さらに，らせん状 CN モデルの引張変形シミュレーションによってばね定数を算出する．これらの結果から，転位対の種類や密度，配置と，CNT の形状や力学特性との関係を明らかにし，らせん状 CN の特性の制御に貢献する．

2．解析モデル

我々の先行研究 [2]で開発した方法を用いて解析モデルを作成した．全長が 160～480 Å でカイラリティが（4, 4）の無欠陥 CNT に対して，Fig. 1 に示す 3 種類の転位対をそれぞれ異なる配置規則によって各 CNT に規則的に導入した．

Fig. 2 に示すように，導入した転位対間に存在する 6 員環の数を，CNT の長手方向については s，円周方向については t と定義し，これらを用いて転位対の配置規則を一意に記述した．

転位対の導入には，deWit[3]の連続体の転位論を応用し，式 (1)，(2)を用いて転位が原子に与える変位を計算した．

$$u_1^T = b_1\left[\frac{\varphi}{2\pi} + \frac{x_1 x_2}{4\pi(1-\nu)\rho^2}\right] \quad (1)$$

$$u_2^T = -\frac{b_1}{4\pi(1-\nu)}\left[(1-2\nu)\ln\rho + \frac{x_1^2}{\rho^2}\right] \quad (2)$$

ここで、u は変位，b はバーガースベクトルの大きさ，x は転位を原点，バーガースベクトルをx_1 軸上にとったときの，変位を計算する原子の座標，φ はその原子の座標の偏角，ρ はその原子の原点からの距離，ν はポアソン比である．

作成した解析モデルには LAMMPS を用いて MD 法によるエネルギー最小化計算を行い，エネルギー誤差許容値が 1.0×10^{-17} 以下になるまで構造を最適化した．原子間ポテンシャルは AIREBO ポテンシャルを用いた．AIREBO ポテンシャル中の REBO ポテンシャルのカットオフ距離は 1.95 Å とした．

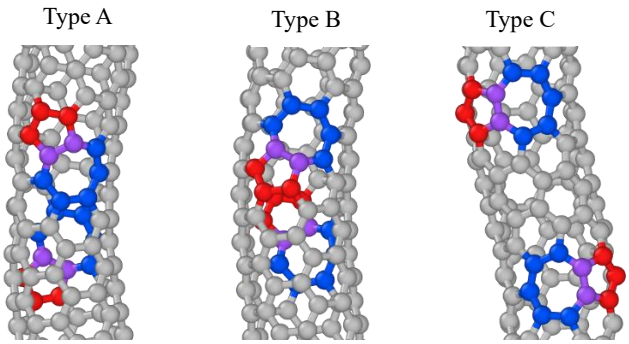


Fig. 1 Three types of dislocation pairs.

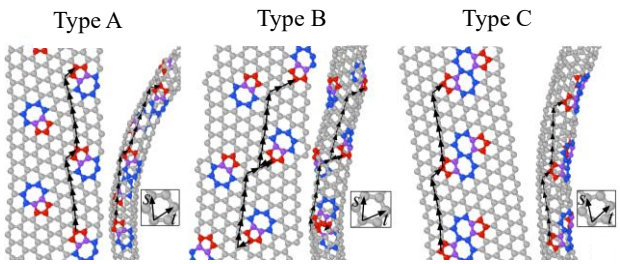


Fig. 2 The arrangement rules of dislocation pairs.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析方法

MD 法によるエネルギー最小化計算を行い，安定な構造が得られたモデルのみを考察の対象とした．らせん状 CNT の円筒の中心を通る曲線を三次元のらせん構造として近似し，らせん半径，巻数，らせん角等のらせん形状を表す指標を解析した．

安定構造を持つモデルに対し MD 法を用いて引張試験シミュレーションを行った．引張時の温度は 5 K，ひずみ速度は 0.01 /ps とした．得られた結果から変位およびポテンシャルエネルギーを計算した．式 (3) を用いて，ばね定数を導出した．

$$\Delta U = \frac{1}{2}kx^2 \tag{3}$$

ここで，ΔU は引張前後のポテンシャルエネルギーの差，k はばね定数，x は変位である．

４．結果と考察

らせん状 CNT の巻数は，転位対を導入する前の CNT の長さ（理想長さ）に大きく影響され，Fig. 4 に示すように，導入した転位対の種類と配置が等しい場合は，巻数は理想長さに対し線形に単調増加した．一方，らせん半径は理想長さの影響をほとんど受けず，導入した転位対の種類と配置のみによって決まった．Fig. 5 に示すように，らせん半径は転位対の種類と t によって大きく異なる値を示した．それらが等しいモデル同士の比較では，s の値が大きい，すなわちチューブ長手方向における転位対同士の間隔が広いほどらせん半径は大きくなる傾向を示した．

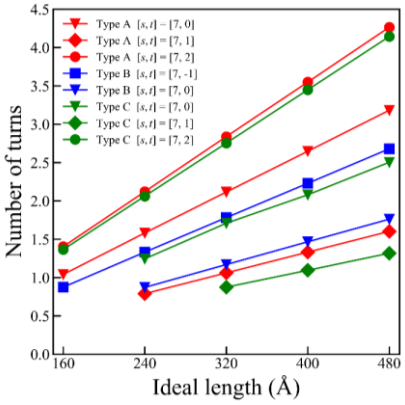


Fig. 4 Relationship between number of turns and ideal length.

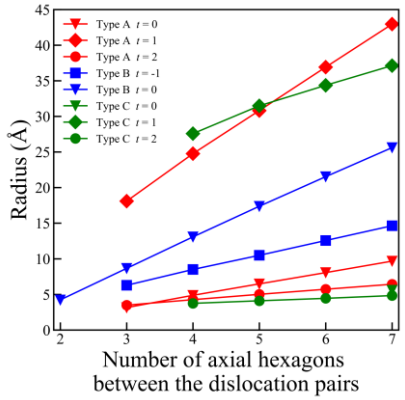


Fig. 5 Relationship between radius and number of axial hexagons between the dislocation pairs.

理想長さが異なるモデル間の比較では，巻数以外の差は小さく，ばね定数は主に巻数に依存し，Fig. 6 に示すように巻数が大きいほどばね定数は小さくなった．理想長さが等しいモデルの比較では，ばね定数は複数の要素に影響されるものの，らせん半径の影響が最も強く，Fig. 7 に示すようにらせん半径が大きいほどばね定数は小さくなった．材料力学の理論により，マクロスケールのコイルばねでは，巻数およびらせん半径の増加に伴ってばね定数は減少する．本研究により，ナノスケールのらせん状 CNT においても，同様の力学的挙動が明らかになった．

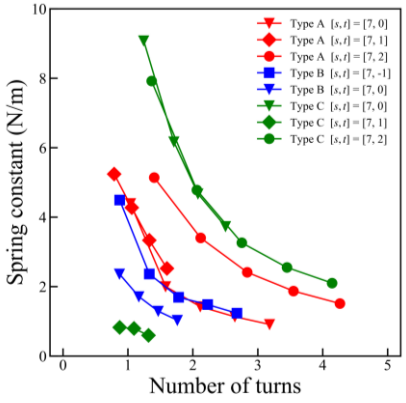


Fig. 6 Relationship between spring constant and number of turns.

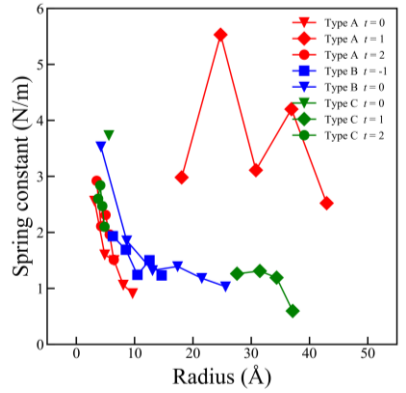


Fig. 7 Relationship between spring constant and radius.

５．結言

本研究は，CNT への転位対の導入によって CNT の形状および力学特性が大きく変化することを明らかにし，CNT 中に導入される転位対の種類や配置を変化させることにより，らせん状 CNT の特性を制御し得る可能性を提示した．

参考文献

1) K. T. Lau, M. Lu, and D. Hui: Coiled carbon nanotubes: Synthesis and their potential applications in advanced composite structures, Composites Part B: Engineering, 37, pp. 437-448, 2006.
2) X.-W. Lei, J. Koyane, T. Lu, K. Matsuzaki, Y. Yan, J.-X. Shi, and T. Fujii: Mechanical and Geom etric Properties of Nanosprings Based on Carbon Nanotubes with Dislocation Dipoles, ACS Applied Nano Materials, 8, pp.9192-9200, 2025.
3) R. deWit: Theory of Disclinations: IV. Straight Disclinations, Journal of research of the National Bureau of Standards. Section A, Physics and Chemistry, 77A, pp. 607-658, 1973.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フェーズフィールド・クリスタル法と分子動力学法による らせん状カーボンナノチューブのモデル構築と力学特性解析

Model Construction and Mechanical Property Analysis of Coiled Carbon Nanotubes Using Phase Field Crystal Method and Molecular Dynamics Method

雷　霄雯（東京科学大・物質理工）　松崎　健一郎（東京科学大・物質理工）
藤居　俊之（東京科学大・物質理工）　高木　知弘（京都工芸繊維大・機械工学）
Xiao-Wen LEI, Institute of Science Tokyo
Kenichiro MATSUZAKI, Institute of Science Tokyo
Toshiyuki FUJII, Institute of Science Tokyo
Tomohiro TAKAKI, Kyoto Institute of Technology
E-mail: lei.x.ac@m.titech.ac.jp

Carbon nanotubes (CNTs) possess outstanding mechanical and electrical properties, and their helical configurations have attracted considerable attention for applications as nanosprings. To achieve advanced functionalities such as enhanced flexibility and impact absorption, precise and versatile shape design is essential. However, determining the lattice defect arrangements required to realize arbitrarily shaped helical CNTs remains a significant challenge. In this study, we propose a computational framework for constructing helical CNT structures with diverse geometries using the phase-field crystal (PFC) method. Unlike atomistic molecular dynamics approaches, the PFC method enables efficient simulation of defect-mediated structural evolution over diffusive time scales while retaining atomistic-scale periodicity. Previous PFC studies have primarily focused on the growth and defect dynamics of graphene crystals on planar surfaces, whereas simulations on curved surfaces and systematic investigations of the influence of initial conditions have been limited. Here, we extend the PFC framework to curved geometries and systematically analyze how variations in initial conditions affect defect formation, emergent helical morphology, and resulting mechanical properties. In particular, we quantify the relationship between defect distribution and the effective spring constant of the resulting nanospring structures. The ultimate objective of this work is to establish a defect-informed design strategy for CNT-based nanosprings with controllable geometry and tunable mechanical performance.

１．緒言

低次元ナノ炭素材料であるカーボンナノチューブ（Carbon Nanotube: CNT）は，1991 年に発見された炭素六員環構造からなる筒状物質であり，優れた力学特性，熱的性質，電気的特性を有することが知られている [1]．近年ではらせん状に成形された CNT についても実験および理論の両面から研究が進められている．らせん状 CNT や類似構造からなるナノスケールのコイルばねはナノスプリングと呼ばれ，NEMS（Nanoelectromechanical System）等におけるアクチュエーターやセンサーへの応用が期待されている [2]．特にらせん状 CNT は高いポテンシャルエネルギー密度を有しうると予測されており，次世代の高性能エネルギー貯蔵材料として注目されている [3]．

従来のらせん状 CNT シミュレーションモデルは，回位（五員環や七員環）やそれらが隣接する転位といった格子欠陥を人工的に導入し，規則的な面外変形によって曲面を形成する手法が主に用いられてきた．しかし，所望の力学特性・構造形状に着目し，エネルギー的に安定な原子スケール構造を幾何学パラメータに基づいて設計するいわゆる逆問題を解くことは一般に困難である．本研究では，らせん状 CNT のモデル構築に焦点を当て，結晶成長過程において結晶構造と格子欠陥の形成を自発的に表現できるフェーズフィールド・クリスタル（Phase Field Crystal: PFC）法を用い，任意のピッチ，らせん半径，素線直径を有するらせんチューブ曲面に適合した炭素原子配置を導出する手法を提案する．曲面における PFC 法については初期値や収束条件に関する報告例がほとんどなく，本研究では検討すべき課題として取り上げた．一方で，PFC 法のみでは材料の変形や物性の評価が困難であるため，得られたモデルを分子動力学（Molecular Dynamics: MD）法へと接続する．MD シミュレーションから，構築したモデルのばね定数等の力学特性を評価する．以上により，PFC 法と MD 法を連携させた一貫した解析手法を確立し，らせん状 CNT の構造設計および力学特性制御に関する指導原理の構築を目指す．

２．解析方法

PFC 法は Elder らによって提案された，結晶成長と材料組織予測のためのシミュレーション手法である．原子論的手法とは異なり，連続的なフェーズフィールド（PF）変数 ϕ の分布を用いて原子の六員環構造を再現する．ϕ に対する自由エネルギー汎関数と系のエネルギー減少を記述する Cahn-Hilliard 方程式から，ϕ の時間発展方程式が以下の通り導出される [4]．

$$\partial\phi/\partial t = \Delta[\{\varepsilon + (1+\Delta)^2\}\phi + \phi^3] \qquad (1)$$

ここで，ε は過冷却度である．らせんチューブの幾何学パラメータを定めたうえで，曲面上の空間微分には Laplace-Beltrami 作用素を利用し，差分法を用いて式(1)の時間発展を数値的に解いた．PFC 法で得られた結果を CNT の原子座標系へ変換した後，MD 法による力学解析をした．まず緩和計算により面外変形を含む構造最適化を行い，その後，引張シミュレーションを実施した．ポテンシャルエネルギー変化 ΔU，変位 x，ばね定数 k には $\Delta U = kx^2/2$ の関係が成り立つことを利用し，ばね定数を算出した．

本研究で構築したモデルは粗巻（図 1）および密巻（図 2）に分類される．各モデルについて，PF 変数の初期値にランダムな変動を与えたものと，等間隔に n か所（$n =$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

1, …, 12）で周状の変動を与えたものの計 13 種類の初期条件を検討した．その結果，全てのモデルでなめらかな曲面を有するらせん状 CNT が構築された．また，素線直径を 5.0-14.0 Å の範囲で 1.5 Å ずつ変化させ，ランダムな初期 PF 変数から構築したモデルの解析からは，本手法によるばね定数予測が妥当であることが明らかになった．

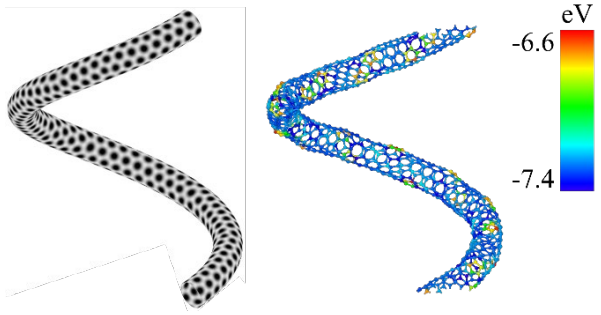


Fig. 1: Rough coiled CNT model.

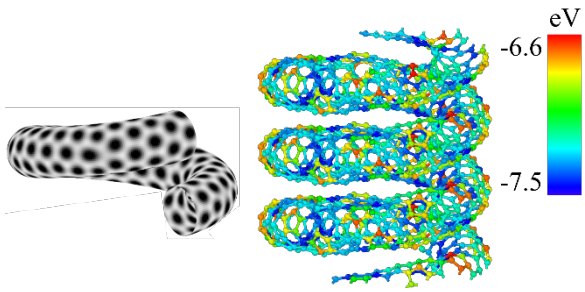


Fig. 2: Close coiled CNT model.

3．結果および考察

PFC 法シミュレーションにより，曲面に適合した回位や転位などの格子欠陥が自動的に導入された．得られた結果から導出したらせん状 CNT 構造に対して MD 法による緩和計算を行うことで，ポテンシャルエネルギーが最小化されたなめらかな曲面を有する構造が得られた．PF 変数について設定した 13 種類の初期条件のうち，周状の変動を与えた一部のモデルでは，ランダムな変動を与えたモデルと比較してエネルギー的により安定な構造が形成された．また，粗巻モデルについては ΔU と $x^2/2$ の関係において線形性が存在し，良好なばね特性を示すことが明らかになった．

一方，密巻モデルにおいては材料力学の理論値よりも著しく高いばね定数が得られた．図 3 に示すように，隣接するピッチのチューブが炭素原子間の非共有結合距離と同程度まで接近し，凝着が生じている箇所も見られたことから，ファンデルワールス力による相互作用がばね定数上昇の要因となっていることが推測される．素線直径を変化させた際のばね定数変化を図 4 に示す．素線直径の増加に伴いらせん状 CNT のばね定数は単調に増加し，解析結果は理論値の範囲内に収まることが判明した．本研究で得られた知見は，ナノスプリングの形状設計に対する有用な指針を与えるとともに，粗巻らせん CNT の力学特性に関する理解の深化に貢献するものである．

4．結言

- 差分格子と Laplace-Beltrami 演算子を用いて曲面上で PFC シミュレーションを行う独自の方法を提案し，構造や力学の解析に適する一貫した手法を開発した．
- PFC 法の初期条件について検討し，一般的に用いられるランダム変動は必ずしも最安定ならせん状 CNT 構造を導かないことが明らかになった．
- 粗巻モデルではナノスプリングとしての十分な性能が示された一方，密巻のらせん状 CNT では原子間の相互作用により，理論値よりも著しく高いばね定数が算出されたことは重要な知見である．
- 本研究のばね定数予測手法の妥当性が示され，素線直径はばね定数に対して支配的な影響因子であることが明らかになった．

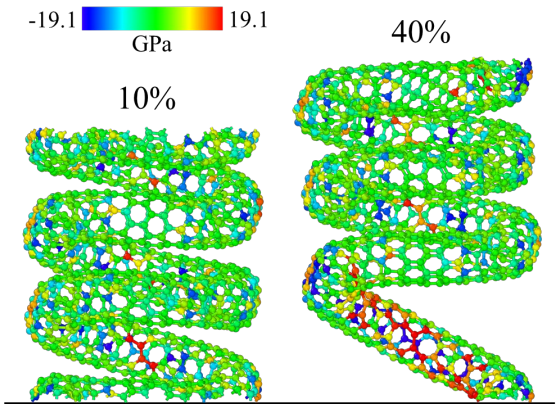


Fig. 3: Tensile simulation of a close coiled CNT model

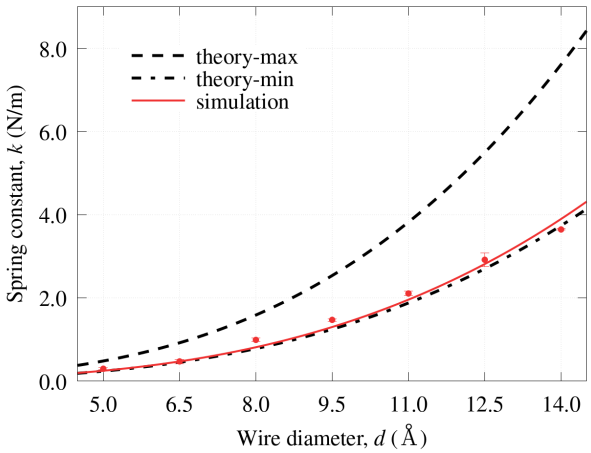


Fig. 4: Relationship between spring constant and wire diameter.

参考文献

1) S. Iijima, Nature, 354, 56 (1991).
2) B. A. Korgel, Science, 309, 1683 (2005).
3) F. A. Hill, T. F. Havel, and C. Livermore, Nanotechnology, 20, 255704 (2009).
4) K. R. Elder, M. Katakowski, M. Haataja, and M. Grant, Physical Review Letters, 88, 245701 (2002).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限変形奇弾性構成則の構築に向けた変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

Hyperelastic model based on multiplicative decomposition of deformation gradient toward constructing finite strain odd elastic constitutive law

松原　成志朗（東北大・工）　　志賀　美春（東北大・工）
中村　明莉（東北大・工）　　寺田　賢二郎（東北大・工）
Seishiro Matsubara, Tohoku University
Miharu Shiga, Tohoku University
Akari Nakamura, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
E-mail: seishiro.matsubara.b7@tohoku.ac.jp

The odd elastic constitutive law presumes that a continuum body only satisfies the linear momentum, establishing a linear relationship between stress and strain using an asymmetric operator. This property might enable us to represent the mechanical behavior of active metamaterials, while this constitutive law is based on small strain theory. In this study, we propose a hyperelastic model based on the multiplicative decomposition of the deformation gradient toward constructing a finite strain odd elastic constitutive law. The main idea of this study is the conjugate transformation for an isochoric right stretch tensor, resulting in extracting the desirable deformation modes without competition. The performance of the proposed framework will be verified by evaluating deformation and stress modes for representative hyperelastic models.

1．はじめに

奇弾性構成則は，連続体が並進の運動量保存則のみを満足すると仮定し，非対称な線形作用素によって応力とひずみを関係づける [1]．また，本構成則では力学的エネルギー保存則が要請されず，連続体は任意のひずみサイクルのなかで外界に対して正の仕事をする．そのため，圧電素子などのエネルギー生成材料を微視構造に含むアクティブメタマテリアルの巨視的な力学挙動を表現し得るとして注目を集めている [2]．

しかし，奇弾性構成則はこれまで微小変形理論の枠組みでしか調査されていない．アクティブメタマテリアルの素材となるのは変形能に優れるゴムやゲルであることを勘案すると，現状の奇弾性構成則を工学応用に結び付けることは困難であると考えられる．

そこで本研究では，有限変形奇弾性構成則の構築に向けて，まずは変形勾配テンソルの乗算分解に基づく超弾性モデルを提案し，その基本的な性能を数値的に評価する．

2．微小変形理論の枠組みでの奇弾性構成則

2 次元の連続体について，微小変形理論の枠組みでの奇弾性構成則は次式で定義される [1]．

$$\begin{pmatrix} \sigma_0^{\mathrm{odd}} \\ \sigma_1^{\mathrm{odd}} \\ \sigma_2^{\mathrm{odd}} \\ \sigma_3^{\mathrm{odd}} \end{pmatrix} = \mathbb{C}^{\mathrm{odd}} \begin{pmatrix} H_0^{\mathrm{odd}} \\ H_1^{\mathrm{odd}} \\ H_2^{\mathrm{odd}} \\ H_3^{\mathrm{odd}} \end{pmatrix} \tag{1}$$

ここで，$\mathbb{C}^{\mathrm{odd}}$は非対称な線形作用素であり，本研究では奇弾性係数行列と呼称する．また，$\sigma_\alpha^{\mathrm{odd}}, H_\alpha^{\mathrm{odd}}\ (\alpha = 0,1,2,3)$はそれぞれ奇弾性応力成分と奇弾性ひずみ成分であり，基底テンソル$\boldsymbol{\tau}_\alpha$を用いて応力$\boldsymbol{\sigma}$, 変位勾配テンソル$\boldsymbol{H}$とそれぞれ次の関係にある．

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{\alpha=0}^{3} \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{\mathrm{odd}} \quad \because \boldsymbol{\sigma}_\alpha^{\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}\sigma_\alpha^{\mathrm{odd}}\boldsymbol{\tau}_\alpha \tag{2}$$

$$\boldsymbol{H} = \sum_{\alpha=0}^{3} \boldsymbol{H}_\alpha^{\mathrm{odd}} \quad \because \boldsymbol{H}_\alpha^{\mathrm{odd}} = \frac{1}{2}H_\alpha^{\mathrm{odd}}\boldsymbol{\tau}_\alpha \tag{3}$$

微小変形理論における各奇弾性成分の物理的意味を図 1 に示す．微小変形理論における変位勾配テンソルとは連続体の微小な相対位置を対応する相対変位場に写像するもの（$d\boldsymbol{u} = \boldsymbol{H}d\boldsymbol{x}$）であり，各奇弾性ひずみ成分の物理的意味も明確である．そのため，対応する奇弾性応力成分の意味も明確であって，図的に理解することができる．ところが，有限変形理論においては変形後の形状が現配置を参照するため，例えば等容軸変形と純せん断を示すモード 2 と 3 が等積変形になっておらず, モード分解が正しく行われない．

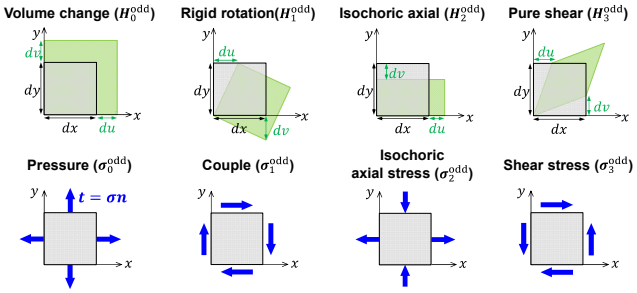


Fig.1 Physical meaning of each odd elastic component in small strain theory.

3．変形勾配の乗算分解に基づく超弾性モデル

第 2 節で問題とした変形モード同士のバッティングを避けるために，変形勾配テンソル$\boldsymbol{F}$の乗算分解に基づいて定式化を進める．まず，物体の膨張・収縮変形と等容変形は次の Flory の乗算分解を用いて分けることができる．

$$\boldsymbol{F} = J^{\frac{1}{3}}\overline{\boldsymbol{F}} \tag{4}$$

ここで，Jは体積変形ヤコビアン，$\overline{\boldsymbol{F}} \neq \overline{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{T}}$は等容変形勾配であり，$\det(\overline{\boldsymbol{F}}) = 1$を満たす．また，物体の回転を抽出するために，$\overline{\boldsymbol{F}}$に対して次の極分解を考える．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\bar{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{U}} \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{R}$と$\bar{\boldsymbol{U}}$は$\bar{\boldsymbol{F}}$に関する回転テンソルと等容右ストレッチテンソルであり，それぞれ$\boldsymbol{R} \neq \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}, \det(\boldsymbol{R}) = 1$と$\bar{\boldsymbol{U}} = \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{T}}, \det(\bar{\boldsymbol{U}}) = 1$となる．このとき，奇弾性ひずみに係る膨張・収縮成分と剛体回転成分はそれぞれJと$\boldsymbol{R}$で表現でき，等容変形成分は$\bar{\boldsymbol{U}}$で表現できる．しかし，等容変形成分の分解に関しては，基底テンソル$\boldsymbol{\tau}_\alpha$を用いた成分分解はできない（厳密には，変形が微小である場合のみ妥当）．そこでまず，等容軸変形成分を表現する右ストレッチテンソルを次式で定義する．

$$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}} = \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{dim}}} \lambda_i^{\mathrm{dg}} \boldsymbol{E}_i \otimes \boldsymbol{E}_i = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{E}_i$は初期配置の基底ベクトルである．また，$\det\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right) = 1$より$\prod_{i=1}^{n_{\mathrm{dim}}} \lambda_i^{\mathrm{dg}} = 1$である．$\lambda_i^{\mathrm{dg}}$の求め方は様々考えられるが，本研究では，$\bar{\boldsymbol{F}}$に関する右 Cauchy-Green テンソル$\bar{\boldsymbol{C}} = \bar{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{F}}$を用いて$\lambda^{\mathrm{dg}} = \sqrt{f(\bar{\boldsymbol{C}})}$と定義し，2 次元空間（$n_{\mathrm{dim}} = 2$）のときは，平面ひずみ：$\lambda_1^{\mathrm{dg}} = \lambda^{\mathrm{dg}}, \lambda_2^{\mathrm{dg}} = \left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)^{-1}$，3 次元空間（$n_{\mathrm{dim}} = 3$）のときは，単軸：$\lambda_1^{\mathrm{dg}} = \lambda^{\mathrm{dg}}, \lambda_2^{\mathrm{dg}} = \lambda_3^{\mathrm{dg}} = \left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)^{-\frac{1}{2}}$として$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$を特定する．なお，$f(\bar{\boldsymbol{C}}) = \boldsymbol{E}_j \cdot \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{E}_j$のときは，指定した基底ベクトル方向$\boldsymbol{E}_j$に軸応力寄与が生じる．また，任意の配向ベクトル$\boldsymbol{a}_0$を用いて$f(\bar{\boldsymbol{C}}) = \boldsymbol{a}_0 \cdot \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{a}_0$とするとき，$f(\bar{\boldsymbol{C}})$は$\bar{\boldsymbol{F}}$に関するひずみの第四不変量になる．次に，$\bar{\boldsymbol{U}}$から$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$を除いた右ストレッチテンソルとして次式を定義する．

$$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^{-\frac{1}{2}} \bar{\boldsymbol{U}} \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

ここで，$\det(\bar{\boldsymbol{U}}) = 1, \det\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right) = 1$より$\det\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right) = 1$となる．$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$は軸方向等容伸長を公平に取り除いた残りの純粋等容変形（以下，等容非軸変形）を表し，純せん断と厳密に一致はしないが，少なくとも軸変形以外の等容変形を純粋に表現するものとして扱うことが可能である．また，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$と$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$は正定値対称テンソルである．

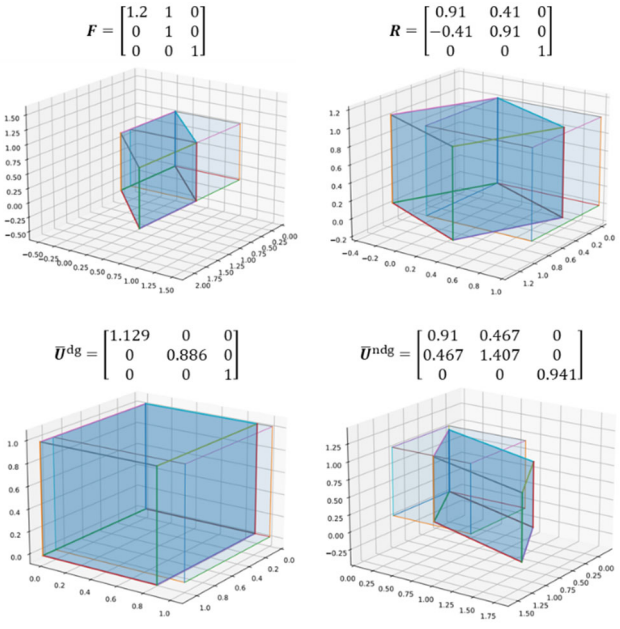


Fig.2 Deformation modes in proposed decomposition way.

本研究で提案する変形モード分解の性能を次式の変形勾配テンソルを例として調査する．

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1.2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

図 2 からわかるように，乗算分解後の各ひずみ成分は正しく所望の変形を表現していることがわかる．

有限変形理論に基づく奇弾性構成則の構築にあたって，まずは力学的エネルギー保存則と角運動量保存則が成立し，ひずみエネルギー関数が定義できる場合を考える．いま，等方性超弾性体のひずみエネルギー関数が次式で記述できると仮定する．

$$\psi(\boldsymbol{F}) = \psi^{\mathrm{vol}}(J) + \psi^{\mathrm{dg}}\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right) + \psi^{\mathrm{ndg}}\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right) \tag{9}$$

ここで，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$と$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$は正定値対称な右ストレッチテンソルなので客観的な量であり，式(9)から導かれる超弾性構成則は客観性を満たす．また，ψ^{dg}とψ^{ndg}は等方テンソル関数であり，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}$と$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}$に対応する右 Cauchy-Green テンソル$\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{dg}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\right)^2$と$\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{ndg}} = \left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\right)^2$のひずみ不変量を独立変数とする次の表現が可能である．

$$\psi^{\mathrm{A}}\left(\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{A}}\right) = \psi^{\mathrm{A}}\left(I_1^{\mathrm{A}}, I_2^{\mathrm{A}}\right) \quad \because \mathrm{A} = \{\mathrm{dg}, \mathrm{ndg}\} \tag{10}$$

ここで，$I_1^{\mathrm{A}} = \mathrm{tr}\left(\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{A}}\right)$，$I_2^{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}\left[\mathrm{tr}^2\left(\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{A}}\right) - \mathrm{tr}\left\{\left(\bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{A}}\right)^2\right\}\right]$であり，第三不変量は等容性により 1 である．なお，本研究の仮定より，$\bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}} = \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{dg}}\left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)$であるため，$\psi^{\mathrm{dg}} = \psi^{\mathrm{dg}}\left(\lambda^{\mathrm{dg}}\right)$となる．以上より，ひずみエネルギー関数は$\psi(\boldsymbol{F}) = \psi(\boldsymbol{C})$であり，第二 Piola-Kirchhoff 応力は次式で得られる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S} = J\frac{\partial \psi^{\mathrm{vol}}}{\partial J}\boldsymbol{C}^{-1} + J^{-\frac{2}{3}}\mathrm{DEV}\Bigg[&\frac{1}{\lambda^{\mathrm{dg}}}\frac{\partial \psi^{\mathrm{dg}}}{\partial \lambda^{\mathrm{dg}}}\frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{C}})}{\partial \bar{\boldsymbol{C}}} \\ &+ 4\left(\xi_1 \mathbf{1} - \xi_2 \bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{ndg}}\right) : \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}\mathbb{X}\Bigg] \end{aligned} \tag{11}$$

ここで，任意の 2 階テンソル$\boldsymbol{A}$について$\mathrm{DEV}(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A} - \frac{1}{3}(\boldsymbol{A}:\bar{\boldsymbol{C}})\boldsymbol{C}^{-1}$である．また，$\xi_1, \xi_2, \mathbb{X}$はそれぞれ次式となる．

$$\xi_1 = \frac{\partial \psi^{\mathrm{ndg}}}{\partial I_1^{\mathrm{ndg}}} + I_1^{\mathrm{ndg}}\frac{\partial \psi^{\mathrm{ndg}}}{\partial I_2^{\mathrm{ndg}}}, \quad \xi_2 = \frac{\partial \psi^{\mathrm{ndg}}}{\partial I_2^{\mathrm{ndg}}} \tag{12}$$

$$\mathbb{X} = \frac{\partial \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{ndg}}}{\partial \bar{\boldsymbol{C}}} \tag{13}$$

本研究で提案する構成則の性能は，様々な代表的な超弾性モデルについての応力を評価することによって調査する．

4．結言

本研究では，有限変形奇弾性構成則の構築に向けて，変形勾配の乗算分解による超弾性モデルを定式化した．微小変形理論の枠組みにおける奇弾性構成則で扱われる各ひずみ成分を有限変形理論の枠組みで記述するために，Flory 分解や極分解に加え，等容軸変形の定義と共役変換による等容非軸変形を新たに導入した．それぞれのひずみ成分は理論的にほぼ単一の変形モードを表現することができ，有限変形奇弾性構成則の構築に活路を見出すことができた．

参考文献

1) C. Scheibner et al., Nat. Phys., 16, 475-480, 2020.
2) Y. Wang et al., J. Mech. Phys. Solids, 182, 105462, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-07：形態と機能の材料力学）

2026年5月16日(土) 10:35 ~ 11:50 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-07 (2)

座長:雷 霄雯(東京科学大学)

10:35 ~ 10:50

[16006] 薄膜リンクル平坦化現象における濡れ性と膜厚の影響

*上野 誠太[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

10:50 ~ 11:05

[16007] エラストマー上における銀ナノワイヤの座屈

*村田 瞭介[1]、永島 壮[1]、兒嶋 佑太[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:05 ~ 11:20

[16008] Sobolev学習MLPによるノンレシプロカルゲルのサロゲートモデルの構築と実装

*兒嶋 佑太[1]、余語 勇哉[1]、稲前 有人[1]、永島 壮[1]、奥村 大[1] (1. 名古屋大学)

11:20 ~ 11:35

[16009] 情報幾何学を用いた高分子のアフィンネットワークモデルの変形過程の解析

*西川 皐太[1]、小林 舜典[1]、畝山 多加志[2]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学、2. 名古屋大学)

11:35 ~ 11:50

[16010] 力学的に等価な結晶欠陥配置の形態解析

*小林 舜典[1]、垂水 竜一[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

薄膜リンクル平坦化現象における濡れ性と膜厚の影響
Effects of wettability and thickness on droplet-induced wrinkle flattening

上野　誠太（名大・工）　永島　壮（名大・工）　兒嶋　佑太（名大・工）　奥村　大（名大・工）
Seita UENO, Nagoya University
So NAGASHIMA, Nagoya University
Yuta KOJIMA, Nagoya University
Dai OKUMURA, Nagoya University
E-mail: so.nagashima@nagoya-u.jp

It has recently been reported that wrinkles on bilayers consisting of a soft substrate and a metal thin film become flattened upon contact with water droplets. Although previous studies have suggested that surface wettability is a factor governing this phenomenon, the underlying mechanism remains unclear. In this study, we investigate the effects of wettability and film thickness on wrinkle flattening through in situ microscopic observations using thin metal films formed on elastomer substrates.

1．緒言
軟質基板と硬質薄膜から成る二層構造体に対し，臨界値を超える面内圧縮応力が作用すると，薄膜の座屈が生じ，リンクルをはじめとしたしわパターンが形成される．この現象は表面不安定と呼ばれ，フレキシブル・ストレッチャブルセンサの開発 [1]をはじめとした工学的応用への展開が期待されている．

このような状況の中，水滴との接触により生じるリンクル平坦化現象が報告された [2]．薄膜表面の濡れ性，膜厚，膜と基板の弾性率比，および圧縮ひずみが現象の影響因子であることが明らかにされたが [3]，実現象における詳細は依然として不明である．一方，硬質薄膜として広範に用いられる白金（Pt）は，成膜完了時点からの経過時間に応じて濡れ性が変化することが報告されている [4]．

そこで本研究は，汎用エラストマーであるポリジメチルシロキサン（PDMS）と Pt 薄膜から成る二層構造体を用い，リンクル平坦化現象に及ぼす濡れ性および膜厚の影響を実験により調査することを目的とした．

2．実験方法
まず，Pt 薄膜の濡れ性を評価した．シリコンウェハ基板にイオンスパッタ装置（JEC-3000FC, JEOL）を用いて Pt を成膜し，成膜完了後，所定の時点で薄膜上に水滴を静置し，その静的接触角を測定した．以上により，接触角の経時変化を評価した．次に，PDMS 基板の表面に Pt を成膜した試料を用いてリンクル平坦化実験を行った．まず，シリコーンポッティング材（Sylgard 184, Dow）を用いて PDMS 基板を作製した．主剤と架橋剤の重量混合比を 40:1 とし，硬化温度を 90℃，硬化時間を 2 時間とした．次に，作製した PDMS 基板に対して単軸方向に引張の予ひずみを付与し，様々な厚さの Pt を成膜した．成膜完了後，基板の予ひずみを除去することにより薄膜の圧縮変形を誘発した．上述の接触角測定結果に基づき，所定の時点で水滴（0.7 μL）を圧縮変形した薄膜上に静置し，表面形状をレーザ顕微鏡（VK-X3000, Keyence）で観察した．以上により，リンクル平坦化に及ぼす濡れ性および膜厚の影響を調べた．

3．実験結果と考察
シリコンウェハ上に成膜した Pt 薄膜について濡れ性を評価した結果，時間経過に伴う膜表面の疎水化が確認された．接触角の経時変化評価結果に基づき，成膜完了時から 5 分後に PDMS 基板上の Pt 薄膜に水滴を静置した場合のレーザ顕微鏡画像を Fig. 1 に示す．固気液三相接触線の近傍においてリンクルの平坦化が観察された．また，成膜からの時間経過によって膜表面が疎水化するにつれ，平坦化距離が減少することがわかった．さらに，接触角が一定の場合，膜厚が増大するほど，平坦化が抑制されやすい傾向が明らかになった．

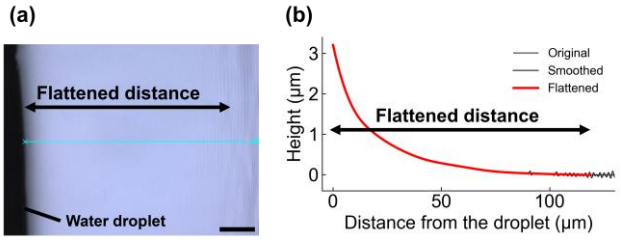


Fig. 1 Microscope image (a) and line profiles (b) of wrinkles flattened by a water droplet. Scale bar: 20 μm.

4．結言
Pt 薄膜と PDMS 基板から成る二層構造体において，表面の疎水化および膜厚の増大により，水滴に駆動されるリンクル平坦化現象を抑制できることを明らかにした．本研究で獲得した知見は，水滴接触環境におけるリンクルを活用した機能性表面の開発に結びつくことが期待される．

謝辞　本研究は，JSPS 科研費（JP25H00706）および JST 創発的研究支援事業（JPMJFR222K）の支援を受けて実施された．ここに記して謝意を表す．

参考文献
1) G. Lee, M. Zarei, Q. Wei, Y. Zhu and S.G. Lee: Surface wrinkling for flexible and stretchable sensors, Small, 18, 2203491, 2022.
2) S. Nagashima and A. Nakatani: Capillary-induced wrinkle-to-fold transitions under biaxial compression, Langmuir, 37, pp. 5282–5289, 2021.
3) S. Nagashima, R. Okamoto, S. Matsubara and D. Okumura: Soft wetting of film–substrate bilayers: Wrinkle flattening near the three-phase contact line, International Journal of Multiphase Flow, 191, 105324, 2025.
4) Z. Li, P. Beck, D.A.A. Ohlberg, D.R. Stewart and R.S. Williams: Surface properties of platinum thin films as a function of plasma treatment conditions, Surface Science, 529, pp. 410–418, 2003.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

エラストマー上における銀ナノワイヤの座屈
Buckling of silver nanowires on elastomer substrates

村田　瞭介（名大・工）　永島　壮（名大・工）　兒嶋　佑太（名大・工）　奥村　大（名大・工）
Ryousuke MURATA, Nagoya University
So NAGASHIMA, Nagoya University
Yuta Kojima, Nagoya University
Dai Okumura, Nagoya University
E-mail: so.nagashima@nagoya-u.jp

Silver nanowires, which have excellent electrical conductivity and optical transparency, are widely used in stretchable electronic devices. Although they are known to buckle under compression, the underlying mechanism remains unclear. In this study, we investigate the buckling behavior of silver nanowires on elastomer substrates through in situ atomic force microscopy observations. Silver nanowires with various diameters were examined on polydimethylsiloxane (PDMS) substrates with different elastic moduli. The results show that the wavelength and amplitude of the buckled nanowires depend on the nanowire diameter, compressive strain, and the elastic modulus of the PDMS substrate.

１．緒言
近年，ナノワイヤを用いた機能性デバイスの研究開発が推進されている．特に，銀ナノワイヤは，その優れた導電性や光透過性から，伸縮性透明デバイスの構成材料として利用されている [1]．一方，デバイスの変形に伴い，銀ナノワイヤの圧縮変形や座屈が生じるが，その制御メカニズムについては，依然として未解明な点が存在する．

そこで本研究では，エラストマー基板上に配置した銀ナノワイヤの座屈挙動を顕微鏡その場観察実験により調査した．特に，基板の弾性率およびナノワイヤの直径が座屈に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．

２．実験方法
本研究では，ポリジメチルシロキサン（PDMS）を基板として使用した．基板の弾性率を変化させるために，PDMS 作製時の主剤と架橋剤の重量混合比を 10:1, 20:1, 40:1 とした．銀ナノワイヤは，直径が 25 nm および 45 nm のものを使用した．単軸方向に引張予ひずみを付与した PDMS 基板に銀ナノワイヤを静置したのち，予ひずみを段階的に除去した．以上により，銀ナノワイヤに圧縮ひずみを付与し，圧縮変形および座屈を誘起した．レーザー顕微鏡および原子間力顕微鏡を用いたその場観察により，変形過程を定量的に評価した．

３．実験結果および考察
いずれの実験条件においても，圧縮過程で銀ナノワイヤの座屈が観察された．一方，その幾何形状や寸法は，基板の弾性率，銀ナノワイヤの直径，および圧縮ひずみに応じて様々に変化した．座屈した銀ナノワイヤの代表的な原子間力顕微鏡画像を Fig. 1 に示す．重量混合比 10:1（弾性率約 2 MPa）の PDMS 基板を使用し，銀ナノワイヤの直径は約 45 nm，圧縮ひずみは 0.21 である．局所的に鋭利な先端を有した正弦波状の座屈形状が観察された．一方，重量混合比 40:1（弾性率約 0.04 MPa）の PDMS 基板上では，銀ナノワイヤは正弦波状の座屈形状を保持したまま，圧縮ひずみの増大に伴う振幅の増大を示し，鋭利な先端形状は発生しなかった．以上の重量混合比の違いによる座屈形状の変化は，銀ナノワイヤの密着強度の差異に起因すると考えられる．PDMS においては，重量混合比の低減により，表面の未架橋鎖が減少し，他の固体材料との密着強度が低下する [2]．そのため，重量混合比 10:1 では，圧縮過程で銀ナノワイヤのはく離が局所的に生じ得る．その結果，面内変形から面外変形への遷移，ならびにねじれが発生し，鋭利な先端形状が出現したと考えられる．レーザー顕微鏡により正弦波状銀ナノワイヤの波長と振幅を測定した結果，PDMS の弾性率が低下し，銀ナノワイヤの直径が増大するほど，波長と振幅が増大した．さらに，圧縮ひずみの増大に伴い，振幅が増大した一方，波長は顕著な変化は見られなかった．以上により，基板の弾性率およびナノワイヤの直径が銀ナノワイヤの座屈に及ぼす影響を明らかにした．

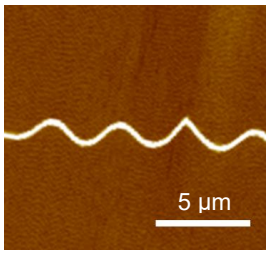


Fig. 1 Atomic force microscope image of a buckled silver nanowire on a PDMS substrate.

４．結言
顕微鏡その場観察実験により，PDMS 基板上における銀ナノワイヤの座屈挙動を調査した．その結果．基板の弾性率，ナノワイヤの直径，および圧縮ひずみが，座屈現象の影響因子であることを明らかにした．これらの因子を調節することにより，座屈の抑制あるいは積極的活用が可能となる．

謝辞　本研究は，JST 創発的研究支援事業（JPMJFR222K）の支援を受けて実施された．ここに記して謝意を表す．

参考文献
1) B. S. Kim, H. Kwon, H. J. Kwon, J. B. Pyo, J. Oh, S. Y. Hong, J. H. Park, K. Char, J. S. Ha, J. G. Son and S-.S. Lee: Buckling instability control of 1D nanowire networks for a large-area stretchable and transparent electrode, Advanced Functional Materials, 30, 1910214, 2020.
2) Y. Yu, D. Sanchez and N. Lu: Work of adhesion/separation between soft elastomers of different mixing ratios, Journal of Materials Research, 30, pp. 2702–2712, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Sobolev 学習 MLP によるノンレシプロカルゲルのサロゲートモデルの構築と実装
Construction and Implementation of a Surrogate Model for Non-reciprocal Gels Using Sobolev-trained MLP

兒嶋 佑太（名古屋大） 余語 勇哉（名古屋大） 稲前 有人（名古屋大） 永島 壮（名古屋大）
奥村 大（名古屋大）
Yuta KOJIMA, Nagoya University Yuya YOGO, Nagoya University Yuto INAMAE, Nagoya University So NAGASHIMA, Nagoya University Dai OKUMURA, Nagoya University
E-mail: yuta.kojima@nagoya-u.jp

This study aims to construct and implement a multiscale surrogate model capable of reproducing the highly nonlinear behavior of non-reciprocal materials by linking the microscopic buckling behavior of nanosheets with the macroscopic mechanical response. Specifically, we construct a Multi-layer Perceptron (MLP) incorporating Sobolev training, which simultaneously learns stress values and tangent stiffness. The MLP model predicts the true stress and tangent stiffness from the logarithmic strain of the unit cell. This approach enables the model to learn the complex tangent stiffness tensor characteristic of non-reciprocal materials. In this paper, we detail the construction methodology of the proposed model and demonstrate its prediction accuracy and effectiveness through validation experiments targeting nanosheet-embedded gels.

１．はじめに

近年，外部環境に応じて特異な応答を示すスマートマテリアルの開発が進む中で，金属ナノシートをゲル内部に配向させた相反性崩壊材料であるノンレシプロカルゲルが注目されている(1,2)．ノンレシプロカルゲルは，ナノシートの配向方向への引張負荷に対しては高い剛性を示す一方で，圧縮負荷に対してはシートの座屈により剛性が著しく低下し，母材であるゲル支配の柔軟な剛性を示す．そのため，ソフトロボットや次世代アクチュエータへの応用が期待される一方で，その挙動を正確に記述する数理モデルの構築は極めて困難であり，デバイス設計におけるボトルネックとなっている．

有限要素法（Finite element method; FEM）を用いてノンレシプロカルゲルの解析を行う研究も行われている．例えば，増分形式の応力-ひずみ関係を Abaqus(3) のユーザー材料サブルーチンで実装する研究(4)が行われている．しかしながら，除荷後に変形が残留するという課題がある．加えては，ミクロ構造におけるナノシートの座屈を考慮した解析は行われていない．

そこで本研究では，ミクロなナノシートの座屈挙動とマクロな力学応答を結びつけることで，相反性崩壊材料の高度な非線形挙動を再現可能なマルチスケールサロゲートモデルの構築と実装を目的とする．具体的には，応力値とその接線剛性を同時に学習させる Sobolev 学習を導入した Multi-layer perceptron（MLP）を構成する．MLP モデルはユニットセルの対数ひずみから真応力および，接線剛性を予測する．これにより相反性破壊材料特有の複雑な接線剛性テンソルを学習させる．本稿では，提案モデルの構築手法を詳述するとともに，ナノシート含有ゲルを対象とした検証実験を通じて，その予測精度と有効性を明らかにする．

２．方法

２．１．データセット作成

本研究では，ナノシート含有ゲルの非線形力学挙動をサロゲートモデル化するため，入力に対数ひずみ（3 成分），出力に真応力（3 成分）を用いる．さらに，構成則の数値計算における収束安定性を保証するため，応力のひずみ微分である接線剛性（3×3 成分）も教師データとして使用した．今回使用した損失関数は$L = MSE_\sigma + \lambda \cdot MSE_C$である．

学習データを作成する際，$\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}$をそれぞれ 0 に近づくにつれて密度が高くなるように傾斜をかけて 21 通り，計 9261 通りのひずみと応力を抽出し，その値を使って接線剛性を作成した．

２．２．データセット作成

サロゲートモデルの構築には，応力とその接線剛性を同時に学習する Sobolev MLP を用いた．Fig. 1 にモデルの概略図を示す．モデル構造は，入力層（3 ノード），3 層の隠れ層（各 64 ノード），出力層（3 ノード）からなる全結合型ニューラルネットワークである．活性化関数には，滑らかな微分特性を持つ SiLU（Sigmoid Linear Unit）関数を採用した．損失関数$\mathcal{L}$には，応力の平均二乗誤差（MSE）に加え，接線剛性の MSE を重み付けして加算した定義を用い，$\lambda = 0.05$と設定した．

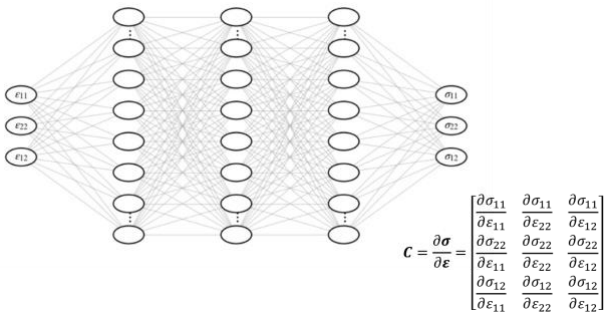


Fig. 1 Architecture of Sobolev MLP with Jacobian training.

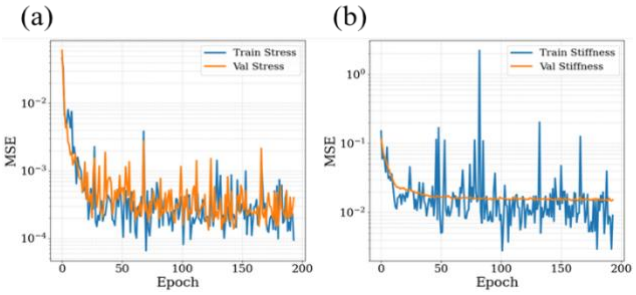


Fig. 2 Learning curves for stress and stiffness errors.
(a) Mean squared error of stress and (b) stiffness.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

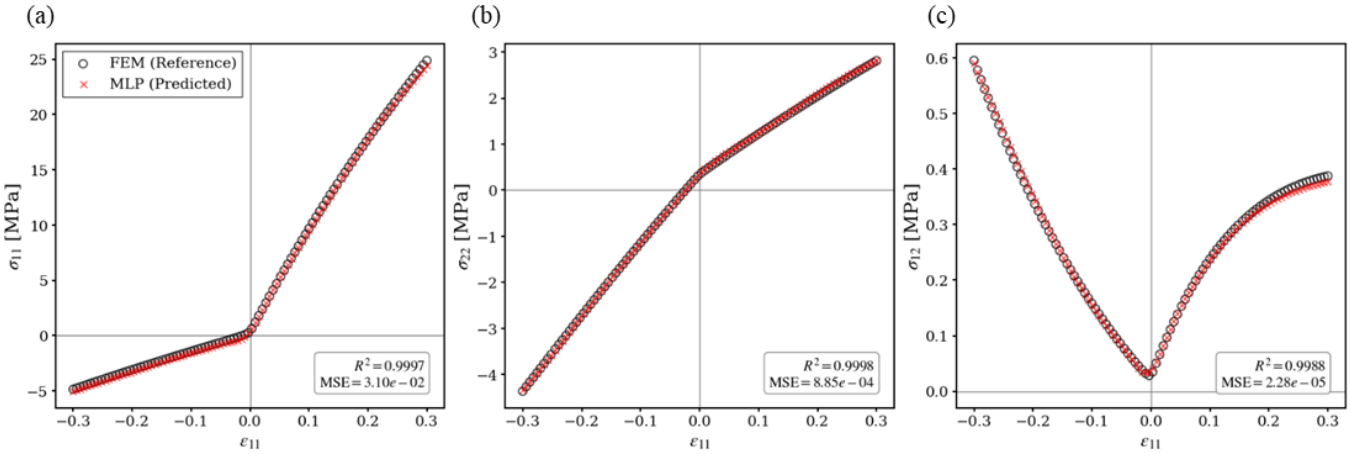


Fig. 3 Prediction accuracy for a specific loading path ($\varepsilon_{22} = 0.03$, $\varepsilon_{12} = 0.16$). (a)σ_{11}, (b)σ_{22}, (c)σ_{12}.

３．結果

構築した Sobolev MLP の学習曲線（損失関数の推移）を Fig. 2 に示す．学習の進行に伴い，応力誤差だけでなく，接線剛性の誤差も同時に低減していることが確認できる．これは，SiLU 関数を用いた滑らかなモデル表現と，Sobolev 学習による微分制約が有効に機能していることを示している．

構築したモデルの汎化性能を検証するため，学習に使用していない未知の変形モードに対する予測を行った．検証条件として，入力ひずみベクトル$\varepsilon = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}]$において，$\varepsilon_{22} = 0.03$, $\varepsilon_{12} = 0.16$ に固定し，ε_{11}を-0.3 から 0.3 の範囲で推移させた際の応力応答を計算した．Fig. 3 に FEM と MLP による予測値の比較を示す．(a)はσ_{11}，(b)はσ_{22}，(c)はσ_{12} である．図より，赤色の予測プロットは青色の実験値を極めて正確にトレースしていることがわかる．特に，$\varepsilon_{11} = 0$ 付近で見られる応力勾配の急激な変化や，複合的な応力状態における挙動を正しく再現できている．定量的な評価指標である決定係数R^2 は，全ての応力成分において 0.999 以上であった．これは，Sobolev 学習によって応力値だけでなく接線剛性を直接学習させたことで，局所的な非線形挙動の再現性が大幅に向上したためと考えられる．

４．結言

本研究では，相反性崩壊材料であるノンレシプロカルゲルの複雑な非線形挙動を記述するため，Sobolev 学習を導入した MLP によるサロゲートモデル構築手法を提案した．本手法の最大の特徴は，ひずみから応力に加えて接線剛性を明示的に予測させる点である．既存研究では考慮されていないミクロなナノシートの座屈挙動とマクロな力学応答を結びつけることができた．検証実験の結果，提案モデルは未学習の変形モードに対して$R^2 > 0.999$ もの精度を達成し，物理的に妥当な接線剛性の推移を再現できることが確認された．これは，データ駆動型アプローチが，複雑な新奇材料の構成則モデリングにおいて極めて有効であることを示している．今後は，本モデルを汎用有限要素法ソルバーへ実装し，大規模な構造解析へと適用を展開する予定である．

参考文献

(1) 布施卓馬，松原成志朗，永島壮，奥村大，「均質化解析によるノンレシプロカルゲルの引張・圧縮非対称性評価」，計算数理工学論文集，Vol. 23，19-231124，(2023).
(2) H. Kim, I. Jeong, H. Cho, M. Cho, "Surrogate Model Based on Data-Driven Model Reduction for Inelastic Behavior of Composite Microstructure", International Journal of Aeronautical and Space Sciences, Vol. 24, 732-752, (2023).
(3) Abaqus 6.14 User Documentation, 2014, Dassault Systems SIMULIA Coorporation.
(4) 野々垣翔真，松原成志朗，永島壮，奥村大，「ノンレシプロカルゲルの円筒押込み大変形解析」，計算数理工学論文集，Vol. 23，17-231124，(2023).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

情報幾何学を用いた高分子のアフィンネットワークモデルの変形過程の解析
Information Geometric Analysis of Deformation of Polymers using Affine Network Model

西川　皐太（大阪大・基礎工）　　小林　舜典（大阪大・基礎工）
畝山　多加志（名古屋大・工）　　垂水　竜一（大阪大・基礎工）
Kota NISHIKAWA, The University of Osaka
Shunsuke KOBAYASHI, The University of Osaka
Takashi UNEYAMA, Nagoya University
Ryuichi TARUMI, The University of Osaka
E-mail: nishikawa.kota.91u@ecs.osaka-u.ac.jp

Elucidating the mechanical properties of polymeric materials is crucial for developing high-performance materials. However, the affine network model, which describes material deformation through the probability density function of polymer chains, has not fully utilized this statistical information. In this analysis, the probability density function representing the state of polymer chains is regarded as information denoting the microscopic state of the system. Additionally, Wasserstein information geometry, which measures the transport cost of probability distributions, is introduced onto the statistical manifold formed by these probability density functions. For the relaxation deformation process of elastomers, the geodesic, representing the shortest path of information, is compared with the steepest descent curve of the free energy. The results reveal a clear discrepancy between the two paths, indicating that the spontaneous relaxation process does not necessarily follow the transport-theoretically optimal route. By evaluating the contribution of thermodynamic forces resisting path constraints during deformation, based on the difference between this informational shortest path and the mechanical path, this study aims to clarify the relationship between information and mechanics in the deformation process.

１．緒言

高分子材料であるエラストマーの力学特性の解明は，高性能な材料を設計・開発する上で極めて重要である．ゴムなどのエラストマーはエントロピー弾性による巨大な弾性変形が特徴的であり，この変形挙動を記述する代表的な統計モデルの一つにアフィンネットワークモデルがある [1]．このモデルでは，高分子鎖の状態がガウス分布という確率密度関数(PDF)で表現されるため，これを系のミクロな状態を示す「情報」として捉えることができる．従来のエラストマーの研究においては，このモデルを用いることで，自由エネルギーや応力などのマクロな力学量が統計力学的に解析されてきた [2]．しかしながら，ミクロな高分子鎖の分布変化を示す情報の発展過程と力学の関係はこれまでに十分解析されていない．そこで本研究では，連続体の変形に情報幾何学の視点を取り入れ，変形過程における PDF の変化を統計多様体における測地線上の遷移として記述することで，エントロピー弾性における「情報」と「力学」の関係を明らかにすることを目的とする．

２．解析手法

本研究では，ゴム状高分子材料の微視的構造を記述するアフィンネットワークモデルを対象に，非圧縮条件下における二軸変形の解析を情報幾何学の観点で行う．このモデルにおいて，高分子鎖の末端間ベクトル$\boldsymbol{r}$の分布は，無変形状態では等方的なガウス分布として表現される．ここにマクロな変形として変形勾配$\boldsymbol{F}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,1/(\lambda_1\lambda_2))$が与えられたとき，アフィン変形の仮定を通して，分布は二軸変形の主ストレッチλ_1,λ_2に依存した非等方的なガウス分布へと変化する．この現状態における確率密度関数$P(\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{F})$は以下のように表される．

$$P(\boldsymbol{r}'|\boldsymbol{F})=\left(\frac{3}{2\pi Nb^2}\right)^{\frac{3}{2}}\exp\left\{-\frac{3}{2Nb^2}\left(\frac{x^2}{\lambda_1^2}+\frac{y^2}{\lambda_2^2}+\lambda_1^2\lambda_2^2z^2\right)\right\} \quad (1)$$

これにより，変形状態の集合は変形パラメータを座標とする統計多様体$\mathcal{M}=\{(\lambda_1,\lambda_2)\in\mathbb{R}^2|\lambda_1>0,\lambda_2>0\}$を構成する．本研究では，任意のアフィン変形状態から自由エネルギー最小状態である安定点へと至る緩和変形過程を対象に，以下の二つの異なる視点から変形経路を比較する．まず，力学的な視点である．熱力学第二法則に基づき，系は Helmholtz の自由エネルギーFが最も急激に減少する方向へと自発的に推移するため，この緩和過程の経路は次式に示す最急降下曲線として求めることができる．

$$\frac{d\lambda^i}{ds}=-\delta_{ij}\frac{\partial F}{\partial\lambda^j} \quad (2)$$

次に情報幾何学的な視点として，統計多様体$\mathcal{M}$上に Wasserstein 情報幾何学を導入する．これは，PDF の形状変化に伴う最小輸送コストを表す Wasserstein 距離を距離とする幾何学である．この Wasserstein 距離から導かれる Otto 計量に基づき，輸送コストを最小化する変形経路として測地線を導出することができる．情報の最短経路である測地線は, Otto 計量から導かれる Levi-Civita 接続Γ_{ij}^kを用いることで，以下の測地線方程式の解として記述される．

$$\frac{d^2\lambda^k}{ds^2}+\Gamma_{ij}^k\frac{d\lambda^i}{ds}\frac{d\lambda^j}{ds}=0 \quad (3)$$

本研究では，式(3)を始終点を固定する境界値問題として定式化し，有限要素法を用いて数値解析を行う．

３．解析結果

Fig.1 に, パラメータ空間(λ_1,λ_2)における力学的な経路である最急降下曲線と Wasserstein 情報幾何学から得られた測地線を示す．Fig.1 より，力学的な経路と情報の最短経路は，一致しないことが明らかとなった．これは，エラストマーの自然な緩和変形過程が，輸送論的に最も効率の良い変形ではないことを示している．これらの幾何学的な乖離を定量的に評価するため, 力学的な最急降下曲線に対して，易動度L^{ij}と外力f_jを含む以下の式に拡張した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{d\lambda^i}{ds} = -L_{ij}\left(\frac{\partial F}{\partial \lambda^j} - f_j\right) \tag{4}$$

本条件の下で，変形経路全体のエネルギー散逸を最小化する最小散逸経路の方程式を導出すると，測地線方程式と一致した．特に，易動度を Otto 計量の逆行列とすることで，Wasserstein 情報幾何学の測地線を外力付与下における最小散逸経路という物理モデルとして捉えることが可能である．これにより，情報の最短経路を実現するために必要な易動度の分布や外力の定量化が可能となった．これより求まる仮想的な外力は測地線の接線方向と法線方向にそれぞれ分解できる．このとき，仮想的な外力の法線方向成分は，Wasserstein 情報幾何学における測地線の変形経路を維持するために必要な抵抗力として評価することができると考えられる．

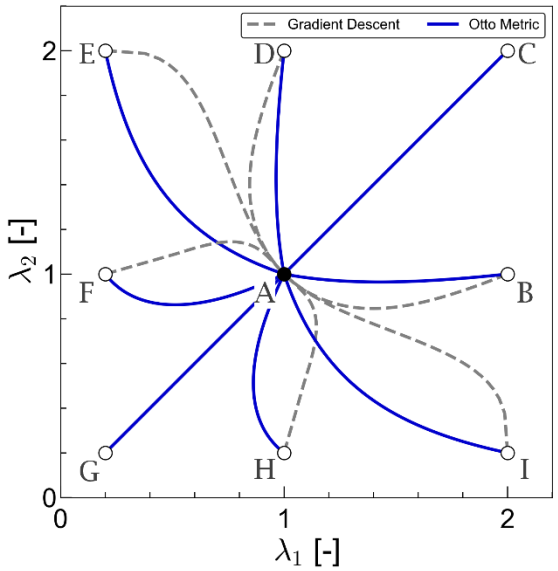


Fig. 1 Relaxation deformation process in deformation parameter space

参考文献

1) Boyce M.C. and Arruda E.M., Constitutive Models of Rubber Elasticity, Rubber Chemistry and Technology, 73(3), 504-523 (2000).
2) Treloar L.R.G., The Physics of Rubber Elasticity, Oxford University Press (1975)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

力学的に等価な結晶欠陥配置の形態解析
Morphological Analysis of Mechanically Equivalent Crystalline Defect Configurations

小林　舜典（大阪大・基礎工）　　垂水　竜一（大阪大・基礎工）
Shunsuke KOBAYASHI, The University of Osaka
Ryuichi TARUMI, The University of Osaka
E-mail: kobayashi.shunsuke.es@osaka-u.ac.jp

Line defects in crystals are classified into translational-type dislocations and rotational-type disclinations. It is known that there exist special configurations in which these two kinds of defects exhibit equivalent elastic fields in their vicinity. To clarify the characteristics of such mechanically equivalent configurations, this study carried out a kinematic analysis using differential geometry. As a result, it was found that for a single wedge disclination, two different edge-dislocation configurations can exist. These two types of edge-dislocation configurations are considered to represent the difference between partial and perfect disclinations.

１．諸言

結晶中の線欠陥は並進・回転対称性の破れに対応する転位と回位に分類することができる．一方，質的に異なるこれらの線欠陥に対して，欠陥近傍の応力・ひずみ場が等しくなる空間配置が存在することが知られている．こうした弾性場が等価となる欠陥配置の代表例として，刃状転位列とくさび型回位対が挙げられる [1]．最近，我々の研究グループでは微分幾何学を基礎とした結晶欠陥の連続体力学理論を用いることで，転位列を回位対へと変換する操作を定義することができ，これを通して両者の弾性場の等価性の起源が，塑性変形の場の等価性にまで遡ることができることを明らかにした [2]．この同一視は，数学的にはアフィン接続と呼ばれる構造を置換する操作に還元される．しかしながら，この変換操作に対する逆操作，すなわち与えられた回位と等価な転位配置がどのような特徴を持つかは明らかにされておらず，これら二種類の欠陥配置の間の同一視がどこまで可能かは不明である．こうした背景を踏まえて，本研究では転位と回位の変換・逆変換を行い，力学的に等価な転位・回位配置の特徴を明らかにすることを目的とする．

２．解析方法

幾何学的な格子欠陥論においては，欠陥を含む結晶の仮想的な塑性変形状態を Riemann–Cartan 多様体$(\mathcal{M}, g, \nabla)$を用いて記述する．これは，内積と平行性を Riemann 計量g，およびアフィン接続∇を用いて一般化した空間である．このとき，格子欠陥の空間分布はアフィン接続∇を用いて定義される捩率 2-形式τ^α, および曲率 2-形式Ω^α_βを用いて表現することができる．特に転位は Weitzenböck 接続∇^W，回位は Levi-Civita 接続∇^Lを用いて表すことができる．これらが存在するとき，Riemann–Cartan 多様体は次式で表される Cartan の第一・第二構造方程式を満足するようにして決定することができる．

$$\tau^\alpha = d\vartheta^\alpha + \omega^\alpha_\beta \wedge \vartheta^\beta \tag{1}$$

$$\Omega^\alpha_\beta = d\omega^\alpha_\beta + \omega^\alpha_\gamma \wedge \omega^\gamma_\beta \tag{2}$$

ただしϑ^αは$g = \delta_{\alpha\beta}\vartheta^\alpha \otimes \vartheta^\beta$を満足する Riemann–Cartan 多様体の正規直交基底であり，ω^α_γはアフィン接続に関する接続 1-形式である．特に，Weitzenböck 接続では$\omega^\alpha_\beta = 0$とおくことができる．

これらの方程式に対して，転位のみが存在する条件$(\tau^\alpha \neq 0)$の下で式(1)を解き，これによって得られた Riemann 計量gから Levi–Civita 接続の接続 1-形式ω^α_βを決め，式(2)に代入することで与えられた転位τ^αに対応する回位の空間分布を決定することができる．通常，物体に発生するひずみ・応力場は Riemann 計量gにのみ依存することから，この接続の置換操作の過程では弾性場は不変に保たれる．したがって，この操作によって等価な弾性場を持つ転位と回位の対を算出することができる．また，これと逆の置換操作として，はじめに回位の空間分布を与え，そこで得られた正規直交基底ϑ^αおよび Weitzenböck 接続の接続係数$\omega^\alpha_\beta = 0$を式(1)に代入することで，与えられた回位に対応して等価な転位配置を算出することができる．

３．解析結果と考察

等間隔で並ぶ転位列を表す捩率 2-形式は$\tau^2 = \Omega\delta(y)H(x)$と表すことができる．ただし，$\Omega$は転位列に沿った単位長さあたりの Burgers ベクトルの大きさであり，δは Dirac デルタ，Hは Heaviside 関数である．順方向の接続の変換によりこれに対応するくさび回位は$\Omega^1_2 = \Omega\delta(x)\delta(y)$と表すことができる．これは，転位列の終端部$(x, y) = (0,0)$にくさび回位が局在化する様子を表している [2]．次に$\Omega^1_2 = \Omega\delta(x)\delta(y)$のくさび回位に対して式(1)–(2)を解くと，Levi-Civita 接続の接続 1-形式は$\omega^1_2 = \frac{\Omega}{2\pi r^2}(-ydx + xdy)$となる．これを用いて式(1)を解くと$(\vartheta^1, \vartheta^2) = (dx, dy) + \omega^1_2(-y, x)$となる．これに対して Weizenböck 接続の下で式(1)に代入すると，捩率 2 形式は次式ように表すことができる．

$$\tau^1 = \frac{-\Omega y}{2\pi r^2} dx \wedge dy \tag{3}$$

$$\tau^2 = \frac{\Omega x}{2\pi r^2} dx \wedge dy \tag{4}$$

上式は，周方向に Burgers ベクトルをもつ刃状転位の連続分布を表しており，刃状転位列とは異なる配置を示している．したがって，くさび回位には，力学的に等価な刃状転位配置が少なくとも二種類存在すると考えられる．

ここで得られた二種類の刃状転位配置は，解析領域のトポロジーに依存して決定されたものと考えられる．第一・第二の例では，それぞれ初期に与えた欠陥配置に対応して，それぞれ$x = 0, y > 0$の半直線，$(x, y) = (0,0)$の原点に特異点が存在する．特に式(3)–(4)で得られた転位配置は初期に与えたくさび回位と同一の特異点を有しており，初期配置の特異点が転位配置に影響していることを示唆している．また，トポロジーの異なる二種類の結果は，不完全・完全くさび回位の区別が可能であることを示唆している．

参考文献

1) L.C.M. Li, Surface Science, 31, pp. 1226 (1972).
2) S. Kobayashi, K. Takemasa and R. Tarumi, Royal Society Open Science, 12, 242213 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

2026年5月16日(土) 15:00 ~ 16:00 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (1)

座長:中村 尚弘(関西学院大学)

15:00 ~ 15:15

[16011] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その1　アンケート概要および耐震構造に関する結果

*犬伏 徹志[1]、佐武 直紀、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:15 ~ 15:30

[16012] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その2　制振構造に関する結果

*伊藤 真二[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、近藤 貴士[1]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:30 ~ 15:45

[16013] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その3　免震構造に関する結果

*佐武 直紀、犬伏 徹志[1]、近藤 貴士[2]、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 近畿大学、2. 大和ハウス工業、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

15:45 ~ 16:00

[16014] 建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査　その４　床振動の検討に関する結果

*近藤 貴士[1]、西井 康真[1]、犬伏 徹志[2]、佐武 直紀、中村 尚弘[3]、宮津 裕次[4]、池田 周英[5] (1. 大和ハウス工業、2. 近畿大学、3. 関西学院大学、4. 東京理科大学、5. 竹中工務店)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査
その 1　アンケート概要および耐震構造に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design
Part 1: Survey Outline and Results for Seismic-resistant Structures

犬伏　徹志（近畿大・建築）　佐武　直紀（フリーランス）　近藤　貴士（大和ハウス工業）
中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）　池田　周英（竹中工務店）
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Naoki SATAKE, Freelance
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka corporation
E-mail: inubushi@arch.kindai.ac.jp

This paper outlines a questionnaire survey on damping settings in structural design. Dynamic analysis was widely conducted for seismic-resistant structures, even for buildings under 60 m. For horizontal damping, tangent stiffness proportional models predominated in RC structures, while initial stiffness proportional models predominated in S structures. The first-mode damping ratio was 3% in RC and 2% in S structures. Vertical damping ratios were similar, and designers emphasized the need for rational, objectively justified models.

1．はじめに

日本建築学会の「建築物の減衰機構とその性能評価小委員会」では，これまでに得られた建築物の減衰に関する知見を収集・整理し，書籍「建築物の減衰と振動」[1]を出版した．しかし，建築物における減衰の発生メカニズムが未だ不明確であること，各種観測記録を分析して得られた減衰定数に大きなばらつきがあること，などの課題がある．一方で，動的解析では減衰の設定により建築物の応答性状は大きく変化する．このような課題があるため，設計においては減衰について慎重な設定が求められる．

そこで，実務設計者を対象にアンケートを実施し，構造設計で用いた減衰モデルや減衰定数などについて調査を行った．本稿ではアンケート概要と耐震構造に関する調査結果について述べる．

2．アンケート調査の概要

本アンケートは(一社)日本建築構造技術者協会(JSCA)に協力頂いた．2024 年 7 月上旬に JSCA を通じて案内し，オンライン形式で実施した．アンケートは無記名方式とし，時刻歴応答解析を用いて設計された耐震構造，制振構造，免震構造，さらに居住性に関連する床振動を対象とした．

アンケートでは，設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などを主に選択式で回答し，さらに実務設計における減衰の設定に関する疑問や課題などについて自由記述で回答する形式とした．なお，耐震構造と制振構造は同じ質問で，免震構造については，上記に加えて免震層に関する質問を追加している．床振動についてはその 4 に概要を示す．

3．耐震構造に関するアンケート結果

1）建物概要

Fig.1 に建物概要を示す．有効回答数は 34 件である．建物用途は事務所が全体の 38%で最も多く，次いで集合住宅が 29%となっている．数は少ないが，ホテル，倉庫，病院なども見られる．建物高さは 60m 以下が約半数を占めており，100m 以下の建物が全体の 88%を占めている．構造種別は RC 造が全体の 41%, S 造が 35%となっている．RC 造，SRC 造 ，PC 造， PRC 造を RC 系，S 造, CFT 造を S 系とすると，両者はほぼ同数となっている．

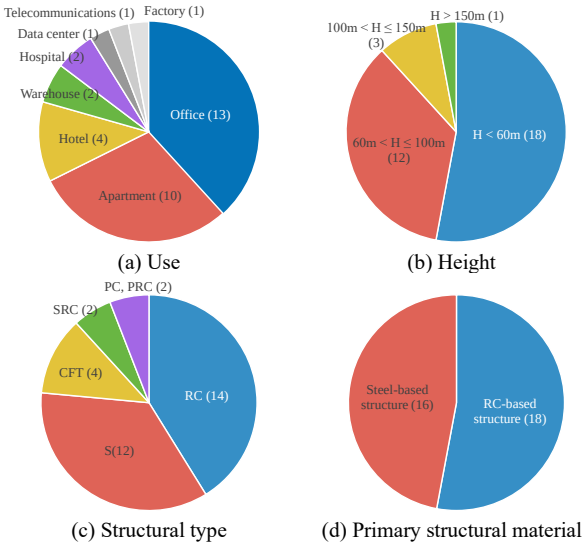


Fig.1 Building overview (seismic-resistant structure)

2）RC 系耐震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

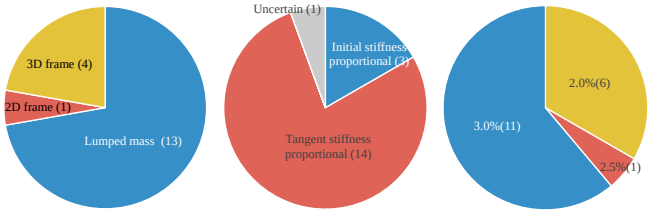
a）水平方向

Fig.2 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが全体の約 75%を，減衰モデルは瞬間剛性比例型が約 80%を占めている．回答した減衰モデルを用いた理由として，過去に設計した建物との連続性，一般的に用いられているため，1 次モードが支配的であるため，などの回答があった．h_1 は 3%が過半数を占めているが，それより小さい値を採用した事例も見られ，これらの多くは SRC 造，PC 造，PRC 造であった．

b）鉛直方向

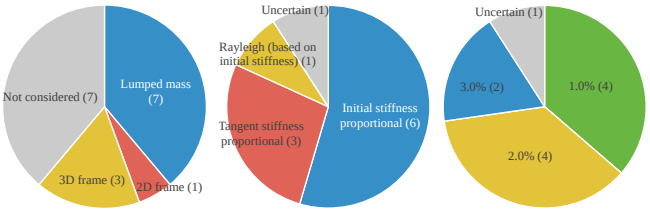
Fig.3 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．鉛直方向では解析を実施していないケースが多く，水平方向同様に質点系の採用数が最も多いが，平面や立体フレームモデルの採用数は水平方向とほぼ同じである．水平方向の検討

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



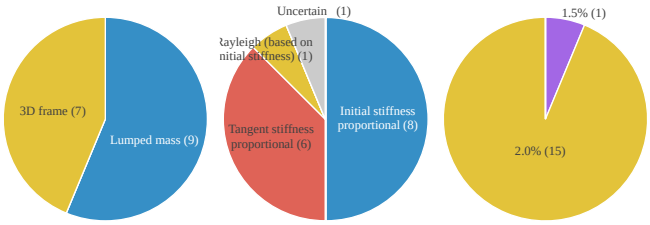
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.2 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: horizontal direction)



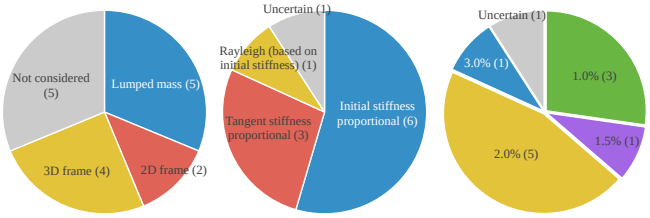
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.3 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: vertical direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.4 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: horizontal direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.5 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: vertical direction)

では質点系モデルを用いているが，鉛直方向の検討では平面や立体フレームモデルを用いた事例も見られる．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多く，鉛直方向は弾性状態と考えて設計を行っているためと考えられる．また，1 件のみだがレーリー型も採用されている．h_1 は水平方向に比べて 1%程度低い値を採用している事例が多い．一般的には水平方向に比べて鉛直方向の応答振幅は小さいため，減衰定数の振幅依存性を意識しての対応と思われる．

3）S 系耐震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

Fig.4 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルと立体フレームモデルが同程度で，減衰モデルは初期剛性比例型が半数を占めている．回答した減衰モデルを用いた理由としては RC 系と同様であった．なお，1 件のみだがレーリー型も採用され，立体フレームモデルと組み合わせて使用されていた．h_1 はほとんどが 2%であった．

b) 鉛直方向

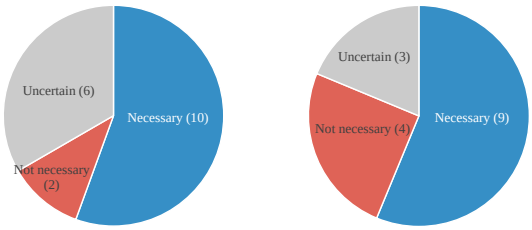
Fig.5 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．RC 系と同様，鉛直方向の解析を実施していないケースが多いが，一方で平面や立体フレームモデルを採用した事例が比較的多く見られる．なお，S 造では水平方向と鉛直方向で同じ種類の解析モデルを用いる傾向が見られ，初期剛性比例型が最も多く採用されている．h_1 は基本的には水平方向と同じか，それより低い値を用いる傾向が見られる．

4）減衰の設定等について感じた疑問や課題

耐震構造建物における減衰定数やその設定に関する意見として主要なものを以下に挙げる．

【減衰定数について】

- 減衰定数の値やそのばらつきが不明確であるため，既往の実績値（RC 造 3%，S 造 2%）を用いている．
- 構造規模や形態などにより減衰定数の値が異なる要因を分析し，より適切な値を示してほしい．
- 地盤との動的相互作用の扱いと合わせて考えるべき．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.6 Necessity of considering aging effects

- 今のやり方で実質的に問題なければ今の値でよい．

【減衰の設定について】

- 地盤減衰系を簡単に考慮できる方法があるとよい．
- 振幅依存性まで考慮できる合理的な減衰モデルが必要．
- 工学的に説明できないので，きちんとした指針がほしい．
- 1%の設定差で応答がかなり変わることもあるので、妥当性については疑問に感じる。
- 減衰の適正な設定は困難なので制振構造を採用すべき
- モニタリングを義務化してデータ収集すべき．

Fig.6 に，設計の段階において建築物の経年変化を考慮すべきかの質問に対する回答結果を示す．RC 系，S 系ともに，半数以上が経年変化を考慮した方が良いと考えており，設計者の関心の高さがうかがえる．自由記述で寄せられた主要な意見を以下に示す．

- ひび割れ等による剛性変化の影響は考慮した方がよい．
- 大地震後の振動特性の変化（固有周期の変化など）を考慮した耐震安全性も評価すべき．
- 新築時と 100 年後の振動特性の差異を知りたい．(適切なメンテナンスを行えば新築時と同等か？)

4．まとめ

本稿では実務設計者を対象に実施した，構造設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などのアンケート調査概要および耐震構造に関する調査結果を示した。

参考文献

1) 日本建築学会：建築物の減衰と振動，2020.12

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その 2　制振構造に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design Part 2: Survey Outline and Results for Seismic Vibration Control Structures

伊藤　真二（大和ハウス工業）　犬伏　徹志（近畿大・建築）　佐武　直紀（フリーランス）
近藤　貴士（大和ハウス工業）　中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）
池田　周英（竹中工務店）
Shinji ITO, Daiwa House Industry
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Naoki SATAKE, Freelance
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka Corporation
E-mail: ito-shinji@daiwahouse.jp

A questionnaire survey examined damping models and ratios used in the design of seismic vibration control structures. For horizontal damping, tangent stiffness proportional model predominated in RC structures, while initial stiffness proportional model predominated in S structures. The first-mode damping ratio was generally 3% in RC and 2% in S structures. Vertical trends were similar but slightly smaller. Designers requested improved models and clearer theory, and views on aging effects differed between RC and S structures.

1．はじめに

その 1 では，実務設計者を対象に実施した，構造設計で用いた減衰モデルや 1 次減衰定数などについてのアンケート概要と耐震構造に関する調査結果について述べた．本稿その 2 では，制振構造に関する調査結果について述べる．

2．制振構造に関するアンケート結果

1）建物概要

Fig.1 に建物概要を示す．有効回答数は 25 件で，耐震構造に比べてやや少ない．建物用途は事務所が全体の 48%で最も多く，次いで集合住宅が 28%となっている．60m 超～100m 以下と 100m 超～150m 以下を合わせて 88%となっており，超高層建物に制振構造が多く採用されていることがわかる．構造種別は S 造が全体の 40%，RC 造と CFT 造がともに 28%となっている．RC 造，SRC 造を RC 系，S 造，CFT 造を S 系とすると，RC 系が 32%、S 系が 68%となっている．

2）RC 系制振建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

Fig.2 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが多いが，立体フレームモデルも比較的多く用いられている．減衰モデルは瞬間剛性比例型が 75%を占めている．減衰モデルを用いた理由として，一般的に用いられているため，との回答が多かった．なお，採用した h_1 の値はすべて 3%であった．

b) 鉛直方向

Fig.3 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは，質点系モデルと立体フレームモデルの採用割合が水平方向とほぼ同じである．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多くなっており，これは鉛直方向では弾性状態を想定しているためと考えられる．h_1 は水平方向と同じ値を採用している事例がほとんどであり，回答数は少ないものの，耐震構造（水平方向に対して鉛直方向の h_1 が 1%程度低い値を採用する事例が多い）とは異なる傾向となっている．

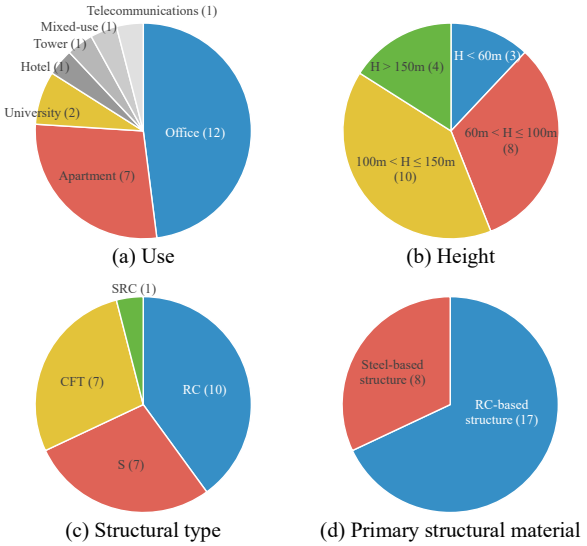


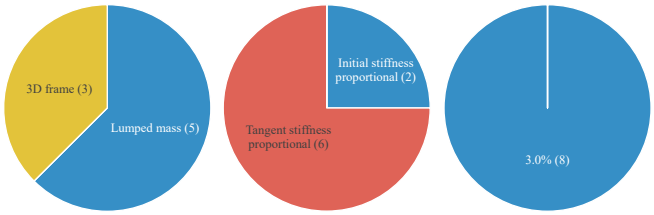
Fig.1 Building overview (seismic vibration control structures)

3）S 系制振建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

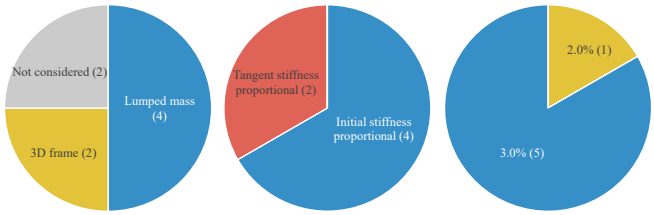
Fig.4 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは RC 系の傾向とは異なり，立体フレームモデルが多く用いられている．これは周辺架構剛性を考慮してダンパーのエネルギー吸収量をより詳細に評価するためと考えられる．減衰モデルは初期剛性比例型が 59%で過半数を占めており，瞬間剛性比例型も比較的多く用いられている．回答した減衰モデルを用いた理由として，過去に設計した建物との連続性，一般的に用いられているため，との回答が多かった．また，超高層建物で高次モードの影響を考慮するためにレーリー減衰を用いた，との回答もあり，減衰モデルの特徴を適切に理解して設計を行っていることがわかる．一方，他の減衰モデルでも検討を行ったが事業計画が

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



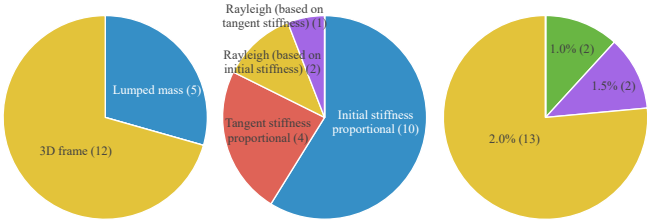
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.2 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: horizontal direction)



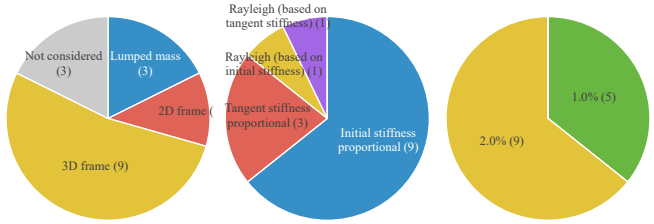
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.3 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: vertical direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.4 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: horizontal direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.5 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: vertical direction)

変わりそうだったため，との回答もあり，安全性と経済性の両立に苦心している様子もうかがえる．採用した h_1 の値はほとんどが 2%であった．

b) 鉛直方向

Fig.5 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．RC 系に比べて解析を実施していないケースは少なく，水平方向同様，立体フレームモデルが多く用いられている．これは 1 つの解析モデルで水平・鉛直両方向の検討を行っているためと考えられる．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多い．この減衰モデルを用いた理由として，水平方向と同様の回答が多かったが，1 次固有周期が十分に短く高次モードの影響は小さいと考えたため，との回答もあった．h_1 は水平方向と同じか，それより低い値を用いる傾向が見られる．

4) 固有周期の計算方法

Fig.6 に減衰の設定に用いる固有周期の計算方法を示す．すべての事例で実固有値解析が用いられており，ダンパーを除いた架構に対して剛性マトリクスを作成しているケースが過半数を占めている．

5) 減衰の設定等について感じた疑問や課題

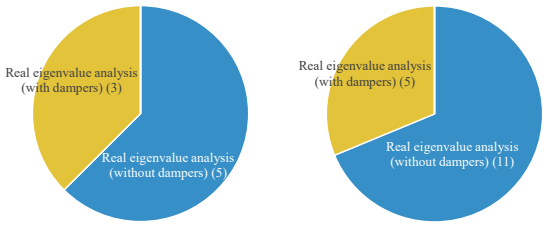
制振構造建物における減衰定数やその設定に関する意見として主要なものを以下に挙げる．

【減衰定数について】

- ばらつきが大きい理由を解明し，減衰定数設定方法の確立を目指すべき．
- 動的相互作用による減衰効果を明らかにしたうえで，建物自体の減衰定数を考えるべき．
- 建物の重要度や応答の敏感性などを加味して設計者判断が必要な項目と考えられる．
- 設計では安全側のみを考慮することは非経済的であり，従来の設定値との整合性が必要．
- 外力と減衰はセットで考える必要があり，どちらかだけを厳密にする意味はあまり感じない．

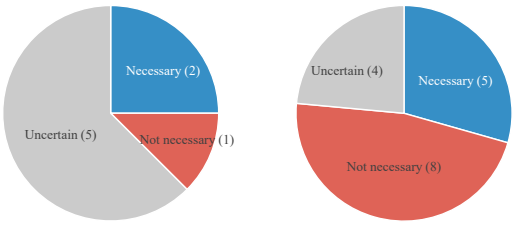
【減衰の設定について】

- 入力地震動と建物への入力（地盤と建物との動的相互作用）部分での不明瞭さの解明が必要．
- 振幅依存性や非構造部材の影響の評価．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.6 Calculation method for natural periods



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.7 Necessity of considering aging effects

- 設計と実際に乖離があることが指摘されていても，相場観でよく分からずに設計をしている．
- 研究による減衰定数の明快な理論的説明．
- 超高層建物の地震被害・応答比較データの収集．
- 適切な減衰モデルの開発．

Fig.7 に，設計の段階において建築物の経年変化を考慮すべきかの質問に対する回答結果を示す．RC 系では「わからない」の回答が多く，S 系では経年変化を考慮しなくても良いと考えている割合が多い．これは，制振構造で大地震において建物損傷が小さいためと考えられる．なお，自由記述において，「複数回地震の想定．BCP に関係するが，現状は根拠が乏しいので設計として採用しにくい．」との意見があった．

3．まとめ

本稿では実務設計者を対象に実施した，制振構造の設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などについてのアンケート調査結果を示した。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その 3　免震構造に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design Part 3: Survey Outline and Results for Seismically Base-Isolated Structures

佐武　直紀（フリーランス）　犬伏　徹志（近畿大・建築）　近藤　貴士（大和ハウス工業）
中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）　池田　周英（竹中工務店）
Naoki SATAKE, Freelance
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka Corporation
E-mail: nsatake2@gmail.com

A questionnaire survey examined damping models and ratios used in the design of base-isolated structures. For horizontal damping, tangent stiffness proportional model predominated in RC structures, while tangent and initial stiffness proportional models were adopted in similar proportions in S structures. The first-mode damping ratio was generally 2%, with 1% also common in S structures. Vertical trends were similar, and internal viscous damping of isolation layer was rarely considered. Most respondents regarded aging effects as unnecessary.

１．はじめに

その 2 では，実務設計者を対象に実施した制振構造に関するアンケート調査結果について述べた. 本稿その 3 では，免震構造に関する調査結果について述べる．

２．免震構造に関するアンケート結果

1）建物概要

Fig.1 に建物概要を示す．有効回答数は 38 件である．建物用途は事務所が全体の 34%で最も多く，次いで集合住宅が 29%，病院が 16%となっている．建物高さは 60m 以下が 69%で，100m 以下の建物が全体の 87%を占めている。構造種別は RC 造が全体の 50%，S 造が 37%となっている．RC 造，SRC 造を RC 系，S 造，CFT 造を S 系とすると，RC 系が 55%、S 系が 39%となっている（それ以外は RC と S の混構造）．

2）RC 系免震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

Fig.2 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが、減衰モデルは瞬間剛性比例型が大多数を占めている。回答した減衰モデルを用いた理由として、過去に設計した建物との連続性、RC 造では一般的に用いられているため、などの回答があった。採用した h_1 の値はすべて 2%が過半数を占めている．耐震構造では 3%が多かったが，免震構造ではそれよりも低い h_1 を使用する傾向が見られる。

b) 鉛直方向

Fig.3 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．他の構造形式に比べて解析を実施しているケースが多く，免震部材の面圧や鉛直ひずみを確認するためと考えられる．解析モデルは水平方向同様に質点系の採用数が最も多いが，平面や立体フレームモデルの採用数が水平方向よりも多い．アンケートでは詳細には尋ねていないが，上部構造は質点系で免震層のみ平面的な広がりを有するモデルを用いていることが考えられる．減衰モデルは瞬間剛性比例型が最も多いが，初期剛性比例型やレーリー型も比較的多く用いられており，レーリー型は平面や立体フレームモデルと組み合わせて用いられていた. 減衰モデルを用いた理由として，剛性比例型では，過去に設計した建物との連続性，RC 造では一般的に用いられているため，などの回答があった一方，レーリー型では，減衰を過大評価しないため，水平動と上下動を同時入力したため，などの回答があった．採用した h_1 の値は 2%以下が過半数を占めている．

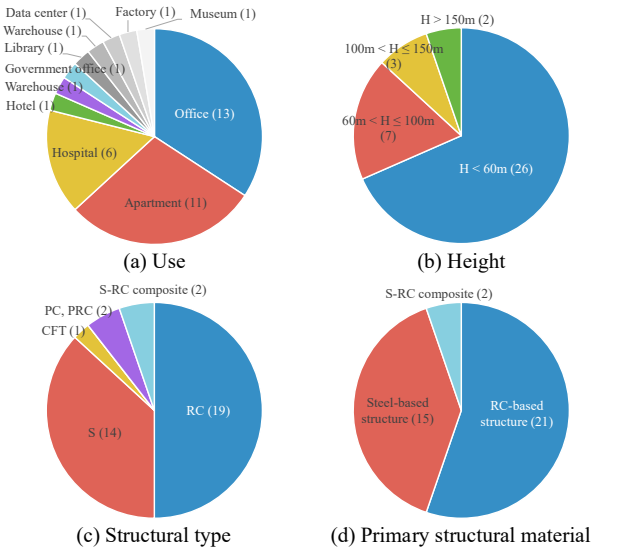


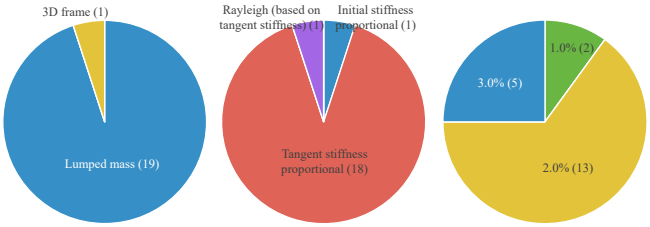
Fig.1 Building overview (seismically base-isolated structures)

3）S 系免震建物に用いた減衰モデル・減衰定数

a) 水平方向

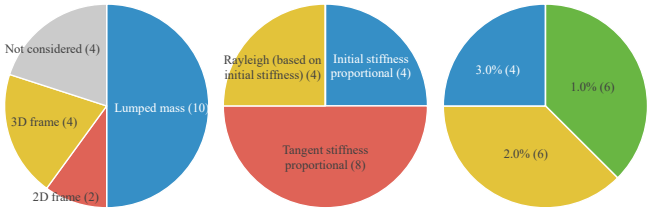
Fig.4 に水平方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．解析モデルは質点系モデルが最も多く、減衰モデルは初期剛性比例型と瞬間剛性比例型が概ね同じ割合である。減衰モデルを用いた理由として、過去に設計した建物との連続性、S 造では一般的であるから、などの回答があった．採用した h_1 の値は 2%が過半数を占めているが、1%の採用数も多い。すなわち、S 系では耐震構造と同じか低い h_1 を使用する傾向が見られる。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



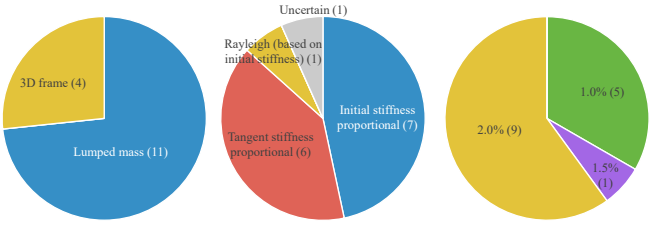
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.2 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: horizontal direction)



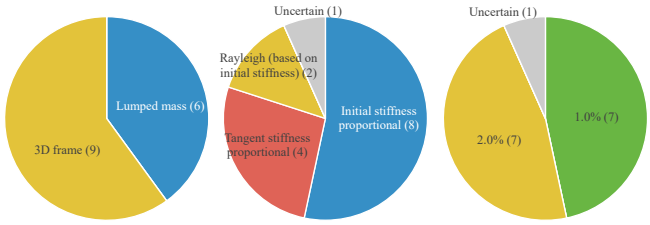
(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.3 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (RC-based structure: vertical direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

Fig.4 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: horizontal direction)



(a) Analytical model (b) Damping model (c) Damping ratio

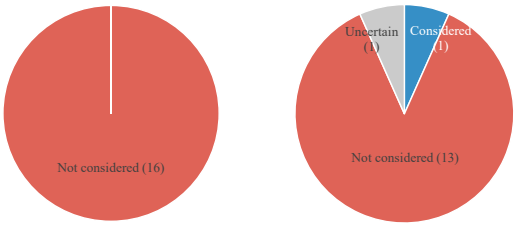
Fig.5 Analytical model, damping model, 1st mode damping ratio (Steel-based structure: vertical direction)

b) 鉛直方向

Fig.5 に鉛直方向の時刻歴応答解析（レベル 2）に用いた解析モデル，減衰モデル，1 次減衰定数 h_1 を示す．すべての事例で時刻歴応答解析を実施しており，解析モデルは質点系に比べて，立体フレームモデルが多く用いられている．これは RC 系同様，上部構造は質点系で免震層のみ平面的な広がりを有するモデルを用いていることが考えられる．減衰モデルは初期剛性比例型が最も多く，次いで瞬間剛性比例型が多い．レーリー型は RC 系に比べるとやや少ない．減衰モデルを用いた理由として，剛性比例型では，過去に設計した建物との連続性などの回答があった一方，レーリー型では，減衰を過大評価しないため，との回答があった．採用した h_1 は水平方向と同じか低い値を用いる傾向が見られる．

4) 免震層の減衰の考慮

Fig.6 に鉛直方向の検討において免震層に内部粘性減衰を考慮したかどうかの結果を示す．いずれもほぼすべての建物で免震層の内部粘性減衰は考慮していない．すなわち鉛直方向では上部構造の減衰のみを期待して設計を行っていることがわかる．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.6 Internal viscous damping in the isolation layer

5) 減衰の設定等について感じた疑問や課題

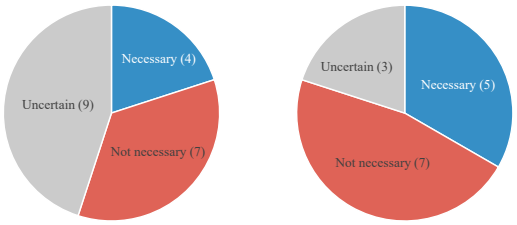
免震構造建物における減衰定数やその設定に関する意見として主要なものを以下に挙げる．

【減衰定数について】

- 応答変位が小さいため RC でも 2%を採用した．
- 小さい値が望ましいとしてもコストに影響するため簡単に採用はできない．
- 免震構造や制振構造の場合は大きな影響はないと考える．
- 鉛直方向についてはほとんど知見がない．

【減衰の設定について】

- 構造形式や架構の特徴に応じて減衰定数を低減するなどの対応が必要．
- 適切な値やモデル化の設定が難しく，エビデンスに基づいた適切な設定のための指針類があると有意義．
- 研究による減衰定数の明快な理論的説明．
- 多くの観測記録に基づく妥当な減衰定数の提示．
- 合理的な減衰モデルの開発．



(a) RC-based structure (b) Steel-based structure

Fig.7 Necessity of considering aging effects

Fig.7 に，設計の段階において建築物の経年変化を考慮すべきかの質問に対する回答結果を示す．RC 系では「わからない」の回答が多く，S 系では経年変化を考慮しなくても良いと考えている割合が多い．この傾向は制振構造と同様で，大地震において建物損傷が小さいためと考えられる．なお，自由記述で寄せられた主要な意見を以下に示す．

- ひび割れ等により建物剛性が低下した場合の検討が必要．
- 複数の地震を繋げた地震動を用いて時刻歴応答解析を行う方法等が考えられるが，適切な検討方法や評価方法についての指針類があると有意義．
- 長期，超長期の場合に繰り返し載荷や経年変化を考慮して耐力の割り増しを行うべき．

3．まとめ

本稿では実務設計者を対象に実施した，免震構造の設計で用いた解析モデル，減衰モデル，減衰定数などについてのアンケート調査結果を示した。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

建築物の構造設計における内部粘性減衰の設定に関するアンケート調査 その４　床振動の検討に関する結果

Questionnaire Survey on Internal Viscous Damping Modeling in Building Structural Design Part 4: Results for Study on Floor vibrations

近藤　貴士（大和ハウス工業）　西井　康真（大和ハウス工業）　犬伏　徹志（近畿大・建築）　佐武　直紀（フリーランス）
中村　尚弘（関西学院大・建築）　宮津　裕次（東京理科大・創域理工）池田　周英（竹中工務店）
Takahito KONDO, Daiwa House Industry
Yasuma NISHII, Daiwa House Industry
Tetsushi INUBUSHI, Kindai University
Naoki SATAKE, Freelance
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Shuei IKEDA, Takenaka Corporation
E-mail: taka_kondo@daiwahouse.jp

This paper reports a questionnaire survey on damping models and damping ratios used in the study on floor vibrations. The most common damping model used was the stiffness-proportional type, followed by Rayleigh-type and modal damping, which were also relatively frequent. The majority of the primary damping ratio was 2.0% or less. Compared to actual measurement data, there was a tendency to set lower damping constants in the design phase.

１．はじめに

その 1～3 では，実務設計者を対象に実施した建築物の構造設計における減衰の設定に関するアンケート概要と耐震構造，制振構造および免震構造に関する調査結果について述べた．本稿その 4 では，居住性に関する床振動の検討に対する調査結果について述べる．

２．調査項目および回答形式

調査項目および回答形式を以下に示す．

・主要構造部の構造種別（選択式）
・床版種別（選択式）
・長辺スパン長（自由記述，数値を入力）
・対象床の用途（選択式）
・想定する振動源（選択式，複数回答可）
・評価基準とその理由（選択式・記述式）
・振動解析モデルの種類（選択式，複数回答可）
・解析モデルの固有振動数（自由記述，数値を入力）
・解析に用いた減衰モデルとその理由（選択式・記述式）
・1 次減衰定数とその理由（選択式・記述式）
・（高次モードの減衰定数を設定している場合）次数および減衰定数とその理由（自由記述）

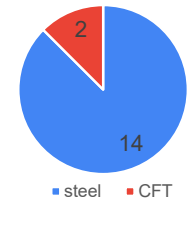
３．調査結果

1）　建物概要

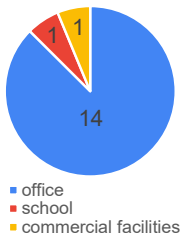
有効回答数は 16 件であった．Fig.1 に建物概要を示す．(a)は構造種別，(b)は床用途の内訳で，ほとんどが鉄骨造の事務所である．(c)は床版種別の内訳で，合成スラブが全体の 69% (11 件)と多数を占めている．(d) は長辺スパン長の内訳で 10～25m に多く分布し，全体の 69%を占めている．

2）　想定振動源と評価指標

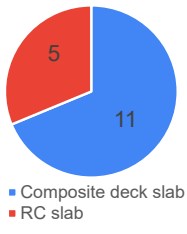
Fig.2 に想定した振動源の内訳を示す．本質問項目は複数回答可としていたが，ほとんどが歩行など人間活動を対象とした内部振動源に限定されている．また．Fig.3 に評価基準の内訳を示す．ほとんどが本会の最新の居住性能評価規準 [1]を参照していることがわかる．なお，この評価基準を用いた理由としては，構造設計業界の標準である，建物スペックとして評価しやすい，以前から用いているため施主からの要望，などの回答があった．



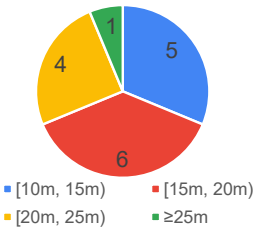
(a) Structural type



(b) Use



(c) Deck type



(d) Long side span

Fig.1 Building Overview

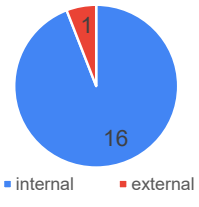


Fig.2 Vibration source

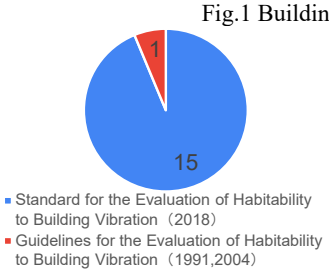


Fig.3 Evaluation indicators

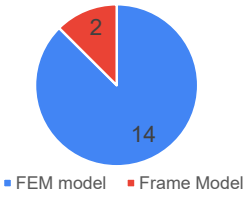


Fig.4 Analysis model type

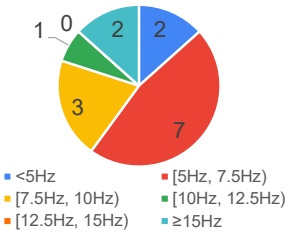


Fig.5 Natural frequency

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

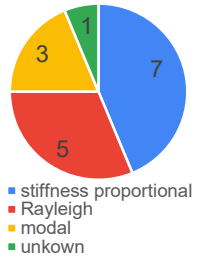


Fig.6 Damping model

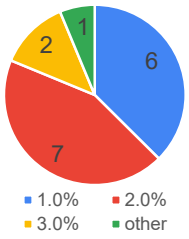
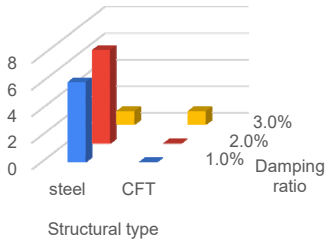
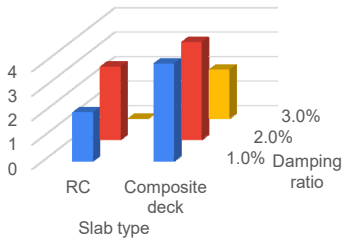


Fig.7 Damping ratio



(a)Structual type



(b)Slab type

3) 減衰モデルおよび減衰定数

Fig.4 に解析モデルを，Fig.5 に固有振動数を示す．FEM モデルが大多数を占めており，固有振動数は 10Hz 未満が全体の 80%を占めている．また，Fig.6 に減衰モデルを示す。剛性比例型が 44% (7 件)で最も多く，レーリー型（31% (5 件)）やモード減衰（19% (3 件)）も比較的多い．減衰モデルの採用理由として，剛性比例型は一般的であること，過去の事例との連続性，社内基準による，などの回答があった．また，レーリー型では過去の解析と計測値の比較結果から判断した，との回答があり，モード減衰では周波数領域で減衰定数を一定にしたいため，などの回答があった．Fig.7 に採用した 1 次減衰定数 h_1 の内訳を示す．h_1=1.0%と h_1=2.0%の割合が概ね同じで，これらが全体の 81%を占めている．減衰定数の採用理由として以下の回答があった．

【h_1=1.0%】微振動領域のため／過去の類似案件より
【h_1=2.0%】一般的であるため／実測に基づく社内基準
過去案件より（解析/計測値/設計案件）
【h_1=3.0%】実測結果より／参考文献より
【その他】 床と架構で減衰定数が異なる社内知見あり

4) 各種パラメータと減衰定数の関係

Fig.8 に建物概要（構造種別，床の用途，床版種類，長辺スパン長）および解析モデルの固有振動数における設定した 1 次減衰定数 h_1 の分布を示す．件数が少ないこともあり，各パラメータと 1 次減衰定数 h_1 に明瞭な関係は確認できない．また，今回のアンケート結果で大多数を占める鉄骨造を対象に，固有振動数および長辺スパンと減衰定数の関係を実測データ [2]と比較した結果を Fig.9 に示す．実測データに比べ，設計では減衰定数を低く設定している傾向がある．

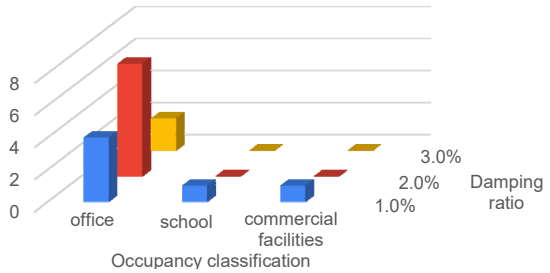
4．まとめ

本稿では実務設計者に実施した居住性に関する床振動の検討における減衰の設定に関するアンケート結果を示した．

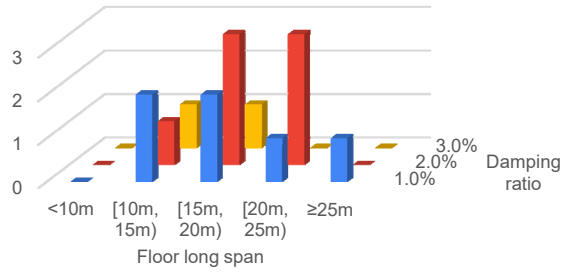
- 鉄骨造で合成スラブを用いた事務所用途の床の検討が多く，長辺スパン長は 10～25m に多く分布していた．
- 解析モデルは FEM モデルが多く，振動源は歩行等の人間活動を想定したケースが多い．評価指標は本会の居住性能評価規準を用いていた．
- 減衰モデルは剛性比例型が最多で，レーリー型やモード減衰も比較的多い．また，1 次減衰定数は 2.0%以下が大多数を占めていた．これらの設定理由は，過去の解析事例や実測データ，または独自の社内基準に基づくものなどであった．
- 構造種別，床の用途，床版種類と 1 次減衰定数に明瞭な関係は確認できない．一方，実測データと比較すると，設計では減衰定数を低く設定している傾向があった．

参考文献

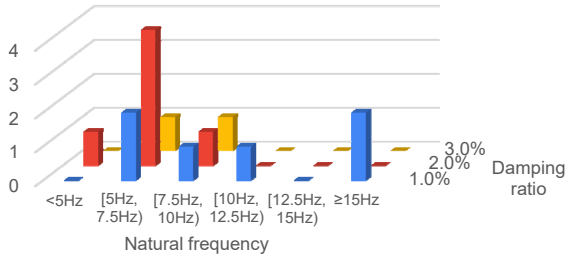
1) 日本建築学会: 建築物の振動に関する居住性能評価規準・同解説, AIJES-V0001-2018, 2018.
2) 日本建築学会: 建築物の減衰と振動, 2020.



(c)Use

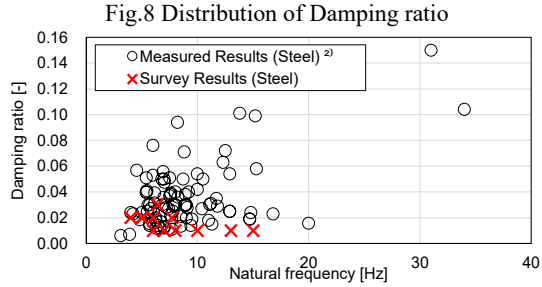


(d)Floor long span

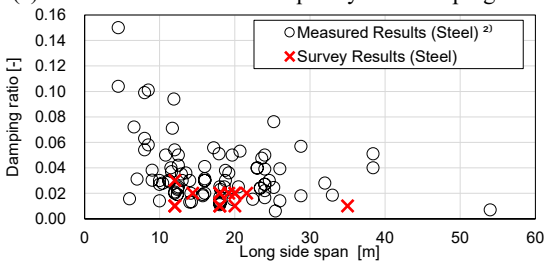


(e)Natural frequency

Fig.8 Distribution of Damping ratio



(a) Correlation of Natural frequency and Damping ratio



(b) Correlation of Long side span and Damping ratio

Fig.9 Comparison of measured results and survey results

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-09：減衰性能と振動特性の評価）

2026年5月16日(土) 16:25 ~ 17:25 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-09 (2)

座長:犬伏 徹志(近畿大学)

16:25 ~ 16:40

[16015] 減衰モデルの歴史と最新の知見

*茂木 良宏[1]、中村 尚弘[2]、太田 成[3] (1. 大成建設株式会社、2. 関西学院大学、3. 構造計画研究所)

16:40 ~ 16:55

[16016] 生成AIによる建築物の減衰分野の最新情報の収集

*中村 尚弘[1] (1. 関西学院大学)

16:55 ~ 17:10

[16017] 観測加速度から変位波形を求める解析について

*犬飼 瑞郎[1] (1. 国立研究開発法人　建築研究所)

17:10 ~ 17:25

[16018] 伝達関数及び確率部分空間法を用いた床スラブの振動特性評価

*組原 理玖[1]、宮津 裕次[1]、髙橋 祐貴[1]、増田 圭司[2]、佐々木 康人[2]、大塚 友理[2] (1. 東京理科大学、2. 株式会社フジタ)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

減衰モデルの歴史と最新の知見
History of Damping Modes and Latest Finding

茂木　良宏（大成建設）　中村　尚弘（関西学院大学・建築）　太田　成（構造計画研究所）
Yoshihiro MOGI, Design Division, Taisei Corporation
Naohiro NAKAMURA, School of Architecture., Kwansei Gakuin University
Akira OTA, Analysis Group, Kozo Keikaku Engineering
FAX: 03-3340-2964, E-mail: mg-ysh00@pub.taisei.co.jp

Inherent damping has traditionally been expressed as viscous damping. However, although viscous damping is easy to express mathematically, past studies have shown that it can cause various problems in numerical analysis. In the first half of this paper, we review past studies conducted domestically and internationally and share issues related to classical viscous damping models. In the latter half, we introduce several damping models proposed in recent years to overcome these issues.

１．はじめに

建築物の地震応答解析における内部減衰は、主架構の塑性化に伴う履歴減衰と、接合部摩擦や非構造材等に起因する非履歴型減衰に大別される。後者は時間領域での厳密な表現が困難であるため、従来は等価粘性減衰として扱われてきた。実務では Rayleigh 減衰や剛性比例型減衰が広く用いられてきたが、その選定は歴史的経緯や慣行に依存しており、理論的整理が十分とは言い難い。

本稿では、1970 年代以降の減衰モデル研究の流れを概観するとともに、近年注目される振動数非依存型減衰モデルについて整理する。

２．初期剛性比例型と瞬間剛性比例型の論点

1970 年代，内部減衰を初期剛性に比例させるべきか，瞬間剛性に比例させるべきかが主要な論点であった [1]。RC 造の弾塑性解析が普及する中で、両者の応答差や実験整合性が議論されたが、統一的結論には至らなかった。

1980 年に Crisp[2]は、初期剛性比例型減衰を用いたことによって、部材降伏時に意図しない減衰力が発生することを指摘した。Bernal[3]はその理論的背景を示し、質量を有さない自由度（回転自由度など）に不釣合い減衰力が発生する機構を明らかにした。これにより RC 造では瞬間剛性比例型減衰の採用が広まった。

しかし 2000 年代に入り、瞬間剛性比例型減衰に物理的な重大な欠陥が存在することが認識され、数値解析上の表現方法が見直された。多くの弾塑性応答解析プログラムは増分方程式から求まる増分変位、増分速度、増分加速度を累加させていく仕組みであるため、これまで減衰力$\boldsymbol{f_d}$も(1)式のように、瞬間減衰係数$\boldsymbol{C}^*$と増分速度$\Delta\dot{\boldsymbol{x}}$の積で求まる増分減衰力$\Delta\boldsymbol{f_d}$を累積させる方式がに用いられてきた。一見すると自然な手法であるが、減衰力$\boldsymbol{f_d}$は最終的に原点に収束する保証がないため、応答が収束しても減衰力がゼロとならず、不自然な変形状態で静止する現象が確認された。そこで多くのプログラムは、減衰力を(2)式の瞬間減衰係数$\boldsymbol{C}^*$と速度$\dot{\boldsymbol{x}}$の積で表現するようになった。

増分形式:　$\boldsymbol{f_d} = \sum \boldsymbol{C}^* \cdot \Delta\dot{\boldsymbol{x}}$　(1)

全体形式:　$\boldsymbol{f_d} = \boldsymbol{C}^* \cdot \dot{\boldsymbol{x}}$　(2)

３．Rayleigh 減衰の課題と対策

Hall[4]は Rayleigh 型減衰の外部減衰と内部減衰の両方で生じる意図しない減衰力を、具体的な事例を用いて示している。以下にそれぞれの項による問題について整理している。

・　外部減衰(質量比例項)による意図しない減衰力

1)　免震建物のような剛体運動を伴う構造物では、建物全体に与えられる減衰定数は質量比例減衰項に起因して非常に大きくなる。

2)　構造物の一部が破損またはひび割れし、速度が大きくなった場合、質量比例減衰項によって大きい減衰力が生じる。

・　内部減衰(剛性比例項)による意図しない減衰力

1)　弾塑性解析で初期剛性が用いられた場合、応力に比べて大きな減衰力が発生する。

2)　瞬間剛性比例型を用いると、減衰力が急激に変化し不連続になる可能性があるため推奨できない。

Hall[4]はこれらの問題を回避する方法として、初期剛性比例型減衰の減衰力に頭打ちを設けた「キャップ減衰」を提案している。しかし、頭打ち量をどの程度にするかは重要なことであるが明確にされておらず、設計者の判断に委ねられている。

一方で、Cheney[5]や Jehel[6]は、簡単な 5 層建物モデルで時刻歴非線形応答解析を行い、初期 Rayleigh 型と瞬間 Rayleigh 型の違いについて比較している。それによれば、部材が塑性化すると固有周期が変わるため Rayleigh 減衰の目標振動数と減衰定数にずれが生じるが、瞬間 Rayleigh 型の方が、初期 Rayleigh 型に比べて良好に減衰を与えられることを示し、瞬間 Rayleigh 型の使用を推奨している。ただし減衰力の急激な変化が伴う場合もあり、その場合には時間刻みを細かくする必要があることを述べている。

Chopra[7]は意図しない減衰力を回避する別の方法として、瞬間剛性比例やキャップ減衰よりも Wilson-Penzien 減衰を推奨している。Wilson-Penzien 減衰は無質量自由度には減衰力が発生しないモデルであるため、意図しない減衰力は理論的に発生しないモデルとなっている。難点は減衰行列が密行列になるため、大規模解析で実用性がないことである。

また、Luco[8]は、瞬間剛性比例型減衰や Wilson-Penzien 減衰にも、質量のない自由度に意図しない減衰力が発生することを指摘している。これは数値計算上のノイズによるもので、これを回避するためには無質量自由度にも微量の初期剛性比例型減衰を付加することが有効であるとしている。

以上、1980 年代から始まる研究の多くは、意図しない減衰力をどのように回避するのかが減衰モデルの大きな関心であり、2000 年代以降も議論が交わされている。また 2000 年代以降には、解析モデルの大規模化や、多くの観測記録が蓄積されてきたことに伴い、減衰定数の振動数非依存性に関する研究も行われるようになってきた。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．解析モデルの大規模化と減衰の振動数非依存性

近年の観測記録の分析によれば、2 次・3 次の振動モードにおける減衰定数は 1 次モードと同程度であることが確認されている。したがって高次モードの寄与が無視できない解析では、振動数依存性の小さい減衰モデルが求められる。Rayleigh 減衰は、二つの代表振動数間で減衰定数をほぼ一定に保てるものの、その有効範囲を確保するためには、当該二振動数を過度に離隔させることができないという制約がある。またモード減衰は全振動数域で一定減衰を設定可能だが、密行列を伴うため大規模解析では実用性に乏しい。このため、疎行列の利点を保持しつつ、広範な振動数帯域で減衰定数を一定に近づけることが可能な減衰モデルの考案が進められている。

４．１．因果的履歴減衰

履歴減衰は振動数領域において、複素剛性として容易に表現できる。一方、その複素剛性を時間領域へ変換することは、一般に因果律の破綻により困難であるとされている。時間領域で因果性を満たすためには、虚数関数の実部と虚部が Hilbert 変換の関係を成す必要がある。そこで虚数関数の実部を虚部の Hilbert 変換によって再評価することで、時間領域で利用可能な「因果的履歴減衰モデル(以降、因果減衰と略す)」[9]が提案されている。

$$\boldsymbol{f_d}(t) = 2h \cdot \boldsymbol{K}\left[\frac{\dot{\boldsymbol{x}}(t)}{\omega_{lim}} + \sum_{j=1}^{N} b_j \cdot \boldsymbol{x}\left(t - \frac{2\pi \cdot j}{\omega_{lim}}\right)\right] \qquad (3)$$

hは減衰定数、ω_{lim}は一定としたい振動数領域の上限円振動数である。(3)式に示す因果減衰は、現在時刻tの速度に比例した剛性比例減衰項[Fig. 1(b)]と、複数の遅れ項[Fig. 1(c)]の和で表現される。しかし、(5)式の表現は過去の全変位応答を記憶しておくことになるため、数値解析上は記憶領域の制約などの問題が生じる。そこで、限られた遅れ項数Nで表現できるようb_jを最適化したモデル(N=2 項、4 項、9 項)を提案している。また Rayleigh 減衰の剛性項を因果減衰に置き換えることで、少ない N で広範な振動数領域で減衰定数一定領域を実現可能な「拡張 Rayleigh 減衰」[10]も提案されている。

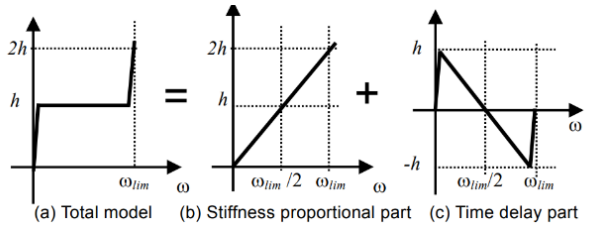


Fig.1　Image of causal damping model

４．2．一様減衰

Huang[11]は、幅広い振動数領域で振動数に依存しにくい減衰モデルを開発した。減衰定数を一定にできる周波数範囲は、Rayleigh 減衰よりもかなり広い。部材塑性変形後、減衰力は緩やかに減少するため、瞬間剛性比例型減衰よりも自然な振る舞いをする。適用範囲外では減衰定数が低下する特徴がある。動剛性が上昇する性質があり、低次モードでも剛性が 4%程度上昇(周期は 2%程度短くなる)し、高次モードになるほどその影響は強くなる。そのため、実位相地震波による解析では振動性状に大きな影響を与えることが明らかとなっている [12]。実際の建物は雑壁などの影響により、解析モデルよりも短周期化する可能性も考えられるが、そのようなエビデンスは存在しないため、このような性質を持つ減衰モデルを構造設計等でどのように使うのかは悩ましい問題である。

４．3．キャップ減衰

キャップ減衰は、初期剛性比例型減衰の減衰力に頭打ちを設けたモデルで Hall[4]によって提案された。建物が 1 次モードで振動している場合、部材復元力が弾塑性によって制限されない限り、1 次モード減衰は線形粘性減衰となる。次に振動系が 2 次モードで単振動している状態を考えた時、最大減衰力は同様に最大振幅$\boldsymbol{x}$を用いて(4)式で評価することができる。

$$\boldsymbol{f}_{dmax} = \frac{2h}{\omega_1} \cdot \boldsymbol{K} \cdot \omega_2 \cdot \boldsymbol{x} = 2h\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \boldsymbol{r}_{max} \qquad (4)$$

ω_1、ω_2はそれぞれ、1 次、2 次の固有円振動数を表す。(4)式は見かけ上、減衰力が振動数に比例して上昇したことになる。しかし、もし減衰力が$2h \cdot \boldsymbol{r}_{max}$を頭打ちにする場合、2 次モードで振動している系は、振動数に依存性した係数ω_2/ω_1が 1.0 となるため、仮に 1 次モードと 2 次モードが同一の振幅量で振動した場合は、1 サイクル当たりで吸収される減衰エネルギー量は同程度となる。

５．まとめ

本稿では、1970 年代ころから現在に至る文献を調査し、それらの知見を整理した。

参考文献

1) 表祐太郎, 武田寿一：超高煙突の弾塑性応答に関する研究(第 7 報)―応答におよぼす減衰効果の検討―, 日本建築学会学術大会梗概集(東北), pp.915-916, 昭和 48 年 10 月
2) Chrisp D.: Damping models for inelastic structures. Master's thesis, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1980.
3) Bernal D.: Viscous damping in inelastic structural response, J. Struct. Eng.,120(4):1240–1254, 1994.
4) Hall J.F.: Problems encountered from the use (or misuse) of Rayleigh damping, Earthq. Eng. Struct. Dyn.;35(5):525–545, 2006.
5) Charney F.A.: Unintended consequences of modeling damping in structures, J. Struct. Eng.,134(4), 581–592, 2008.
6) Jehel P, Leger P, Ibrahibegovic A.: Initial versus tangent-stiffness based Rayleigh damping in inelastic time history analysis, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 43:476–484, 2014.
7) Chopra A.K., McKenna F.: Modeling viscous damping in nonlinear response history analysis of buildings for earthquake excitation, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 45(2):193–211, 2016.
8) Luco J.E., Lanzi A.: Numerical artifacts associated with Rayleigh and modal damping models of inelastic structures with massless coordinates, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 48(13):1491–1507, 2019.
9) Nakamura N.: Practical Causal Hysteretic Damping, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 36(5), 597-617, 2007.
10) Nakamura N.: Extended Rayleigh Damping Model, Front Built Environ, 2016.
11) Huang Y., Strurt R., Willford M.: A damping model for nonlinear dynamic analysis providing uniform damping over a frequency range, Comput. Struct., 212, 101-109, 2019.
12) Mogi Y., Nakamura N., Nabeshima K., Ota A.: Performance of Inherent Damping Models in Inelastic Seismic Analysis for Tall Building Subject to Simultaneous Horizontal and Vertical Seismic Motion, Earthq. Eng. Struct. Dyn., 52(12), 3746-3764, 2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

生成 AI による建築物の減衰分野の最新情報の収集
Gathering the latest information on building damping by generative AI

中村　尚弘（関西学院大学）
Naohiro NAKAMURA, Kwansei Gakuin University
E-mail: naohiro0043@gmailcom

Generative AI has been developing rapidly in recent years. This paper considers how to utilize generative AI for research positions in the field of "building damping" within the field of structural engineering. Recently, the number of overseas research journals and papers has increased, making it difficult to keep up with the latest developments. To solve this problem, this paper attempts to use ChatGPT, one of generative AI, and reports the results. First, it examines current issues and future research directions. Furthermore, it presents 20 papers that can be used as references for understanding the latest information in the field.

１．はじめに

近年、ChatGPT[1)]をはじめとする生成 AI が急速に進展し、大きな話題となっている。これに関する書籍や雑誌の記事も極めて増加している。生成 AI は大規模言語モデル（LLM: Large Language Model）に基づく技術であり、自然言語処理（NLP : Natural Language Processing）により、実用性が急速に向上した。

一方で筆者は、生成 AI が娯楽や趣味の世界で用いられる例は多いが、実務に向けても多数の書籍が出版されている。しかし、その多くは事務職や営業職に向けたものが多く、技術職特に著者らが関係する建築構造系分野についてはあまり見られないと感じている。本報は、建築構造系分野のうち、「建築物の減衰」分野の研究職に向けて生成 AI の活用法について考えたものである。

研究者がテーマを考えたり論文を作成したりする場合、必須となるのが、その分野の「既往の研究」の調査である。このためには、最新の研究を把握する必要がある。

この分野の国内の論文であれば、建築学会論文集や技術報告集を当たれば概ね足りると思うが、海外の論文は難しい。従来は Earthquake Engineering and Structural Dynamics や ASCE Engineering Mechanics などのいくつかの主要な論文集を見れば概ね足りていたように思う。

しかし最近は論文集の数と論文数が増加したため、これらの最新状況を把握するのは困難になってきた。本報ではその解決法として、生成 AI のうち ChatGPT を試みたので、以下にその結果を報告する。

２．現状の課題

1) 観測・同定（OMA/強震記録）側の課題

- 減衰比は同定が不安定：固有振動数より推定誤差が大きく、手法・ノイズ・近接モード等で値が揺れやすい。結果として「点推定」をそのまま設計・解析入力に使うと危うい。
- 近接モード・高層の難しさ：高層建物などでモード間隔が狭いと、減衰同定がさらに難しくなるため、改良 OMA や検証が必要。
- “振幅依存”の扱いが未整理：微動・風レベルで同定した減衰を、強震レベルに外挿できるとは限らない（振幅・損傷依存）。観測データの振幅レンジが限定されることも課題。

2) 解析モデル（NLTHA/FE）側の課題

- 非線形解析での粘性減衰の入れ方に“決定版がない”：履歴（材料・部材）でエネルギーが散逸するのに、Rayleigh 等の粘性減衰を重ねると二重計上や、周波数帯によっては過減衰を招く恐れがある。
- Rayleigh/Caughey の“目的関数”が曖昧になりがち：どのモード帯を再現したいのか、非線形化後に何が起きるのか（剛性低下でフィットが崩れる等）を明示しないと、結果の解釈が難しい。
- 未モデル化要素（非構造材・接合摩擦・設備・SSI 等）が減衰に混ざる：解析モデルで表現しきれない散逸が“粘性減衰”に押し込まれ、建物タイプや状態で一般化しにくい。

3) 設計実装（規準・性能評価）側の課題

- 設計前提（例：基準減衰スペクトル）と、現物の減衰（可変）とのギャップ：特に制振・免震のような高減衰領域では、減衰補正係数・設計手続きの扱いが結果を左右する。
- “不確かさの提示”が不足：減衰が結果に効くケース（変位・層間変形など）でも、設定値を 1 本に固定して示すとリスク評価がしづらい。ベイズ等で同定の不確かさを出す方向が出てきているが、実務標準にはなり切っていない。

4) まとめ

現状の核心課題は「減衰は変わる（振幅・状態依存）」「同定が不安定」「非線形解析で入れ方が結果を左右」の 3 つに整理できる。

３．今後の研究の方向（有望な流れ）

1) 「点」ではなく「分布（不確かさ）」で減衰を扱う

- ベイズ OMA のように、減衰比を最尤値＋不確かさとして出し、解析・判断もレンジで示す（性能評価・既存建物・SHM と相性が良い）。

2) OMA の高度化＋データ駆動による頑健な評価法

- 近接モードに強い OMA の改良や、データ駆動（例：時系列学習）で減衰同定の安定化を狙う研究が進む。
- 近接モード・低 S/N でも頑健な評価法をめざす

3) 非線形解析での「役割分担」を前提にした減衰モデル

- 履歴モデルが担う散逸と、未モデル化散逸（非構造・摩擦等）を分け、粘性減衰は後者の最小限の代表として扱う思想を明確化する（＋感度分析をセット運用）。

4) Rayleigh/Caughey は「使い方を規格化」する方向

- どの周波数帯（モード）に合わせるか、非線形化後の影響、数値振動抑制目的か物理モデル目的か、を明文化して“再現したい量”で選ぶ（Caughey の調整自由度を活かす等）。

5) 高減衰（制振・免震・原子力等）は 高減衰スペクトル／補正の再整理

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

・ 高減衰領域のスペクトル構築・補正係数の整備と、コード手続き比較（免震設計の枠組み）を体系化する流れ。

6)「データとベンチマーク」の整備がボトルネック

・ 実建物モニタリングが増えつつあるが、建物種別・仕上げ・設備・劣化などのメタ情報込みで共有できないと一般化が難しい。今後は、公開データ＋共通評価指標（同定誤差、再現性）の整備が重要になる。

7) まとめ

今後の方向は「不確かさ込み（ベイズ）」「OMA/データ駆動で頑健化」「非線形解析では役割分担＋感度分析」「高減衰設計の体系化」が中心となるのではないか。

7．参考となる文献 20 編

建築物の減衰分野の最新情報を把握する上で、参考となる論文（20 編）として生成 AI は以下を挙げた。

A. OMA（Operational Modal Analysis）・減衰同定（不確かさ、近接モード、AOMA）

1. **Zheng, Y. (2025)** “Revisiting damping identification: limitations and …” *Frontiers in Built Environment*（減衰同定の限界・誤差論点を整理したレビュー寄り）
2. **Pan, H., et al. (2025)** “Bayesian operational modal analysis of two supertall buildings …” *Engineering Structures*（BAYOMA で減衰＋不確かさを同時推定、強風イベント実測）
3. **He, J., et al. (2026)** “Automated Bayesian operational modal analysis using …” *Engineering Structures*（自動化 AOMA×ベイズで減衰推定を実務寄りに）
4. **Shang, X.-Q., et al. (2024)** “Operational Modal Analysis … with Closely Spaced Modes …” *Sensors*（近接モードでも減衰まで安定に出す工夫）
5. **López-Aragón, J.A., et al. (2024)** “Influence of the modal damping ratio calculation method …” *Bulletin of Earthquake Engineering*（減衰算定法の比較レビュー：log dec / bandwidth / RDT 等）
6. **(CityU 系 PDF, 2025)** “Operational modal damping identification based on … (DISD/CS 系)”（圧縮計測×OMA で減衰推定を改善、SHM 応用）
7. **Noh, J., et al. (2025)** “Damping Ratio Estimation of Heavily Damped Structures …” *Sensors*（高減衰系での推定手法・課題整理、制振/免震とも相性）
8. **Moore, H., et al. (2026)** “Damping ratio identification of a volumetric modular high-… building …” *Engineering Structures*（実建物モニタリングで減衰同定、建物タイプ差の議論に使える）
9. **Castelli, S., et al. (2024)** “Operational modal analysis, seismic vulnerability assessment …” *Bulletin of Earthquake Engineering*（OMA＋FE モデル更新＋損傷評価の実例）
10. **Luo, S., et al. (2025)** “First-Order Structural Modal Damping Ratio Identification …” *Coatings*（自由減衰応答から一次減衰を抽出する実装寄り提案）

B. 非線形時刻歴解析（NLTHA）での減衰モデル（Rayleigh の落とし穴、代替案、感度）

11. **Ghahari, F., et al. (2024)** “Quantification of modeling uncertainty in the Rayleigh damping model …” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*（Rayleigh 減衰の不確かさ定量化フレーム）
12. **Chopra, A.K. & McKenna, F. (2016)** “Modeling viscous damping in nonlinear response history analysis of buildings …” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*（“スプリアス減衰力”問題の定番。SOTA の必読基盤）
13. **Qian, X., et al. (2021)** “Modeling viscous damping in nonlinear response history …” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*（線形粘性モデルと非線形モデル比較、設計者の選択に有用）
14. **Jehel, P., et al. (2013)** “Initial versus tangent stiffness-based Rayleigh damping in inelastic time history analysis”（初期剛性型 vs 接線剛性型の比較。いまも参照される整理）
15. **(ASCE, 年不明：論文ページ)** “Enhanced Rayleigh Damping Model for Dynamic Analysis …” *Journal of Structural Engineering (ASCE)*（tangent stiffness 等の改良 Rayleigh の系譜を押さえる）
16. **Nakamura, N., et al. (2024)** “Frequency-independent damping models for a high-rise …” *Frontiers in Built Environment*（“周波数依存しない減衰”の扱い・比較。減衰モデル設計の論点整理に便利）
17. **Chen, Y., et al. (2024)** “Research on the Value of Rayleigh Damping Parameter in …” *Buildings*（Rayleigh 係数設定の実務的論点：解析法（陽解法/陰解法）差など）
18. **(NZSEE 2024, PDF)** “A Review on Nonlinear Time History Analysis of Structures”（NLTHA 全体のレビュー。減衰モデルの位置づけ整理に使える）

C. 振幅依存・高層建物の実測（風・台風等）と減衰の変化

19. **He, Y., et al. (2023)** “Amplitude dependence of natural frequency and damping … (five supertall buildings under typhoon)”（300m 級×台風で振幅依存を実測、強風域の SOTA 材料）
20. **Gong, F., et al. (2025)** “Experimental Study on the Damping Ratio Evaluation of a …”（振幅・初期応力依存など、減衰が状態量で変わる例として引用しやすい）

用語の説明

CityU：City University of Hong Kong
NZSSE：New Zealand Society for Earthquake Engineering
NLTHA or NTHA：Non-Linear Time History Analysis
OMA：Operational Modal Analysis：運用時モーダル解析: 入力（地震力や加振機の力）を計測せず、建物の出力応答（加速度・変位など）だけから、その建物の振動特性（固有振動数・減衰比・モード形）を推定する方法。振動源は風、常時微動、交通振動、人の活動などの「自然・環境励起」である。代表的な OMA 手法としては FDD（Frequency Domain Decomposition）などがある。

参考文献

1) https://chatgpt.com/

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

観測加速度から変位波形を求める解析について
Analyses for Displacement Waves based on Ground Acceleration Records

犬飼　瑞郎（国立研究開発法人建築研究所）
Mizuo INUKAI, Building Research Institute, Japan
E-mail: maidcm2401@gmail.com

In decades, many seismographs have been installed, recording accelerations on the ground surface near the epicenter. These accelerations have attracted considerable attention in the fields of earthquake engineering and seismology. In the case of large earthquakes, it is known that residual displacement occurs due to ground movement, etc. It is possible to investigate whether this could be analytically determined from the acceleration records. In this study, a time history response analysis for integration is modified. It is the time integration using *mck*.

１．はじめに

近年，多くの地震計が設置され，震央付近の地表面で観測加速度が記録されている．観測加速度は，地震工学や地震学の分野で関心が高く，加速度を積分することにより，地震計自体の速度波形，変位波形が少なからず求められている．しかし，実際に，積分すると，速度，変位が発散することが多いため，基線補正や，長周期成分をカットするフィルタリング等が用いられてきた．[1),2)]

ところで，大地震の場合，地盤の隆起等により残留変位が生じていることが知られており，これを地震計の観測加速度から，解析で求められないか検討した．観測加速度$\ddot{y}$を積分するには，$\ddot{y}$と観測時間間隔Δt を用いることが多いが，他にも積分方法は有り，本検討では，時刻歴応答解析を積分用に修正して，*mck* を用いた時間積分を用いた．

２．*mck*を用いた時間積分

mck を用いた時間積分とは，1 質点系の地震応答解析 [1)]における，1 質点を地震発生中の不動点となるように剛性，質量，もしくは，周期を設定し，1 質点の上から，地表面を見下ろした時の加速度，速度，変位を求めるものである．その運動方程式には，1 質点系の地震応答解析における，減衰強制振動の運動方程式における右辺の観測加速度$\ddot{y}$の符号を正に代えた式(1)を用いた．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m\ddot{y} \tag{1}$$

ここで，*m*:1 質点の質量，*c*:減衰係数，*k*:剛性，x :地表変位，$\dot{x}$:地表速度，$\ddot{x}$:地表加速度，$\ddot{y}$:観測加速度，とした．

時刻 *t* における地表加速度を$\ddot{x}_t$，地表速度を$\dot{x}_t$，地表変位をx_t，及び，時刻$t+\Delta t$の観測加速度を$\ddot{y}_{t+\Delta t}$，と現せば，時刻$t+\Delta t$の地表加速度を$\ddot{x}_{t+\Delta t}$，地表速度$\dot{x}_{t+\Delta t}$，地表変位$x_{t+\Delta t}$は，以下の式(2)～式(4)のとおり求まる．ここで，時刻$t=0$における初期値は，$\ddot{x}_{t=0}-\ddot{y}_{t=0}=-(c/m)\ddot{y}_{t=0}\Delta t$，$\dot{x}_{t=0}=\ddot{y}_{t=0}\Delta t$，$x_{t=0}=0$ である．

$$\ddot{x}_{t+\Delta t} = -\frac{c}{m}\dot{x}_{t+\Delta t} - \frac{k}{m}x_{t+\Delta t} + \ddot{y}_{t+\Delta t} \tag{2}$$

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + (\ddot{x}_t + \ddot{x}_{t+\Delta t})\frac{\Delta t}{2} \tag{3}$$

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \dot{x}_t\Delta t + \left(\frac{\ddot{x}_t}{3} + \frac{\ddot{x}_{t+\Delta t}}{6}\right)(\Delta t)^2 \tag{4}$$

本解析では，1質点が不動点となるように，剛性*k*を滑り支承の剛性よりも更に小さく設定した．つまり，地震応答解析で用いられる周期$T = 2\pi\sqrt{m/k}$を20秒以上に設定した．周期20秒以上は，通常の耐震工学では適用されない，大きな数値である．減衰定数h (= $c/(2\sqrt{mk})$)は，多く用いられる0.05とした．

本解析により，平成7年(1995年)兵庫県南部地震(震度7)において，神戸市中央区中山手で観測された加速度(震度6)のNS方向$\ddot{y}$(ピーク値:-818.0 gal)，及び，それを積分した結果が，図1～図4である．文献[3)]では，気象庁HP公表の360秒間の観測加速度を基に，変位波形等を示したが，本稿では，オフラインデータ[4)]の1,791秒間の観測加速度等を示した．

図 1 が$\ddot{y}$であり，図 2～図 4 を求める時に，*T* は，地表速度，地表変位の図が適切なものになるように，*T*=20，50，100，200，300，500，1,000，10,000 秒等から選び，*T*=200 秒とした．*T*=200 秒の時，地表加速度$\ddot{x}$(ピーク値：-818.0 gal)(図 2)と観測加速度$\ddot{y}$の差(= $\ddot{x}-\ddot{y}$)は，全観測時刻を通じて，0.3 gal 以下であり，$\ddot{x}$は，ほぼ$\ddot{y}$と一致したと言える．地表速度$\dot{x}$は，最大値：+92 kine を時刻 33 秒頃に示し，本震後の 60 秒以降は，地表速度の大きさは，8 kine 以下が求められた(図 3)．地表変位 *x* は，最大値：+51 cm を時刻 86 秒頃に示し，ピーク値：-73 cm を時刻 348 秒頃に示した(図 4)．ここで，符号+が北方向である．

図 3 は，多くの大地震において，本震後の地表速度が 0 kine に近い値まで小さくなることを現し，図 4 は，本震後の地表面がまだ動いているように感じられることを現している．また，周期 *T*=200 秒という，人が想像しにくい長い周期は，その観測点での地表面の固有周期と考えられる．

図 4 の時刻 86 秒までの図を見ると，地表変位が増大し続けて見えるので，基線補正等が必要に思われるが，敢えて行わず，そのまま，時刻 86 秒以降も，本解析を続けた．また，基線補正は，変位を補正すると同時に，実は元の観測加速度も変える恐れがあるので，ここでは行わなかった．他に，本解析では，*k* を変化させていないにも関わらず，地表変位は 0cm に戻らず，解析終了の時刻 1,791 秒に，*x*=-3.52cm が求められ，その後も振動が続いていると考えられる．もし，時刻 1,791 秒以後も観測加速度が有れば，残留変位と言われる地表変位を，解析で求められる可能性がある．

３．加速度の伝達率

上記で$\ddot{y}$から$\ddot{x}$を求めた時の加速度の伝達率を，調和振動により調べた．式(1)の$\ddot{y}$を，一定振幅 *P*，観測加速度の周期T_Qを使って，$\ddot{y} = (P/m)\cdot\sin(2\pi/T_Q)t$ という調和振動に設定すれば，$\ddot{x}$は式(5)，式(6)となる．

$$\ddot{x} = -\frac{P}{k}\cdot\frac{(2\pi/T_Q)^2}{\sqrt{\left[1-(T/T_Q)^2\right]^2+\left[2h(T/T_Q)\right]^2}}\sin\left(\frac{2\pi}{T_Q}t-\varphi\right) \tag{5}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left[2\cdot h\cdot T_Q\cdot T/\left({T_Q}^2-T^2\right)\right] \tag{6}$$

ここで，$\ddot{y}$の振幅$\ddot{Y}(=P/m)$と，$\ddot{x}$の振幅$\ddot{X}$

$$\ddot{X} = \frac{P}{k}\cdot\frac{(2\pi/T_Q)^2}{\sqrt{\left[1-(T/T_Q)^2\right]^2+\left[2h(T/T_Q)\right]^2}} \tag{7}$$

の比 μ (式(8))が，加速度の伝達率と言える．

$$\mu = \ddot{X}/\ddot{Y} = \left(T/T_Q\right)^2/\sqrt{\left[1-\left(T/T_Q\right)^2\right]^2+\left[2h\left(T/T_Q\right)\right]^2} \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

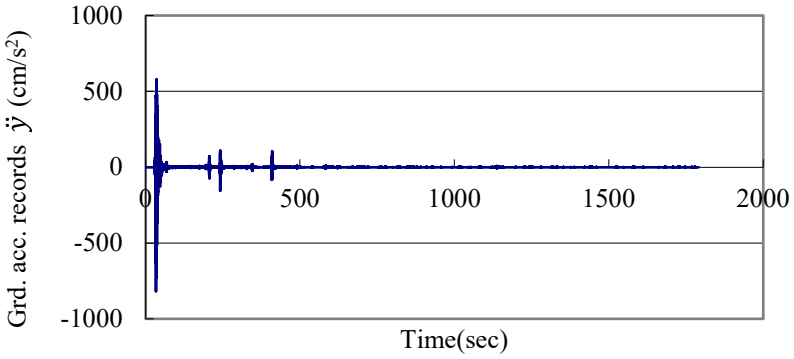


Fig. 1 Ground acceleration records $\ddot{y}$ (cm/sec^2) during 1,791 sec. in 1995 Kobe Earthquake NS.

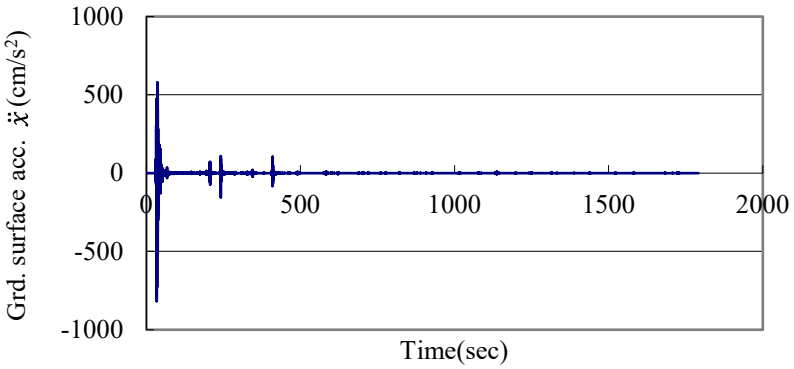


Fig. 2 Ground surface acceleration $\ddot{x}$ (cm/sec^2) during 1,791 sec. based on $\ddot{y}$ (h=0.05, T=200 sec.)

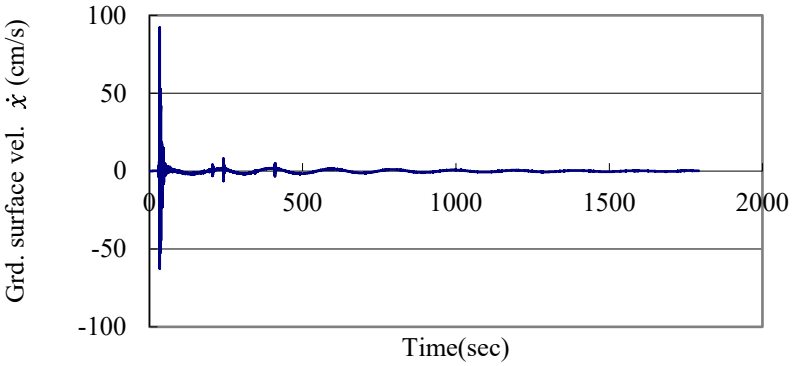


Fig. 3 Ground surface velocity $\dot{x}$ (cm/sec) during 1,791 sec. based on $\ddot{y}$ (h=0.05, T=200 sec.)

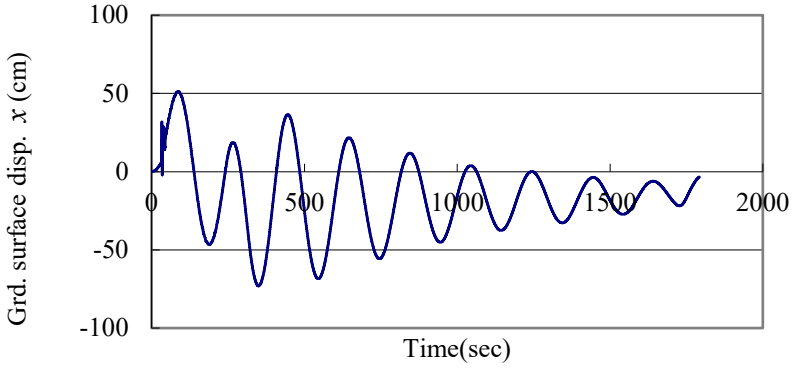


Fig. 4 Ground surface displacement x (cm) during 1,791 sec. based on $\ddot{y}$ (h=0.05, T=200 sec.)

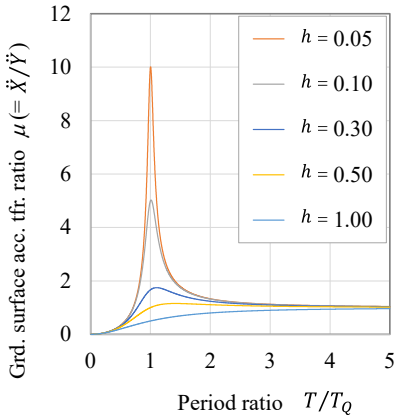


Fig. 5 Relationship between Ground surface acceleration transfer ratio $\mu\ (=\ddot{X}/\ddot{Y})$ and Period ratio T/T_Q

式(8)より，μ と周期比T/T_Qの関係を，減衰定数hをパラメーターとして描くと，図 5 になる．いずれの曲線も，$T/T_Q \to 0$ の時に μ =0 となり，$T/T_Q \to \infty$の時に μ =1 となる．図 1 の$\ddot{y}$をフーリエ変換した時の振幅が一定値以上となるT_Qは，ほぼ 10 秒以下なので，2. の T=200 秒では，$T/T_Q \geqq 5$ と考えられ，μ =1 と言えそうである．

4．まとめ

基線補正，フィルタリングを用いずに，観測加速度から変位波形を求める解析方法を開発するとともに，以下が判明した．

(1)平成 7 年(1995 年)兵庫県南部地震において神戸市中央区中山手で観測された加速度の NS 方向について，*mck* を用いた時間積分を行った．
(2)地表の固有周期 200 秒を用いて，地表の加速度，速度，変位を求めた．
(3)時刻 1,791 秒において，南方向に 3.52cm の地表変位が，本解析により求められた．
(4)継続時間 2,000 秒以上の観測加速度が望まれる．

参考文献

1) 柴田明徳：最新耐震構造解析，森北出版，1993
2) C. Minowa：Development of a New Method of Baseline Correction on Earthquake Strong Motions and Its Application to Long Period Sloshing Responses of Liquid Storage Tanks During Strong Earthquakes , Seismic Engineering, PVP-Vol. 466, 2003, ASME, pp.203-210.
3) 犬飼瑞郎：観測加速度から求めた速度波形，変位波形について，第 19 回年次大会梗概集，(公社)日本地震工学会，B-2-2, Paper No. 20250008, pp.1-6, Nov. 2025
4) (一財)気象業務支援センター：地震・火山関連のオフラインデータ，加速度データ(強震波形データ・87 型)1995 年，CD, https://www.jmbsc.or.jp/jp/offline/data/cd_list.pdf

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

伝達関数及び確率部分空間法を用いた床スラブの振動特性評価

Evaluation of vibration characteristics of floor slab using transfer function and stochastic subspace method

組原　理玖（東理大・創域理工）　宮津　裕次（東理大・創域理工）　髙橋　祐貴（東理大・創域理工）
増田　圭司（フジタ）　佐々木　康人（フジタ）　大塚　友理（フジタ）
Riku KUMIHARA, Tokyo University of Science
Yuji MIYAZU, Tokyo University of Science
Yuki TAKAHASHI, Tokyo University of Science　Keiji MASUDA, Fujita Corporation
Yasuhito SASAKI, Fujita Corporation　Yuri OTSUKA, Fujita Corporation
E-mail: 7122035@ed.tus.ac.jp

This study evaluates the vibration characteristics of floor slab by comparing transfer functions from impact tests with stochastic subspace identification (SSI) using ambient vibration data. While impact tests failed to identify certain modes due to excitation at nodes, SSI successfully captured all primary modes regardless of input conditions. The natural frequencies and mode shapes identified by SSI showed high accuracy, consistent with traditional methods. However, SSI produced lower damping ratios, reflecting the amplitude dependency of damping during minute ambient vibrations.

１．はじめに

近年、建築物の大規模化や多用途化に伴い、床の大スパン化が進んでいるが、歩行等の鉛直振動が居住性能を損なう要因となるため、その振動特性を正確に把握する必要がある。従来では、加振試験に基づき算出した伝達関数から振動特性を評価することが一般的だが、加振位置の適切な選定や加振力の正確な測定などの課題がある。また、構造ヘルスモニタリングの普及に伴い、環境振動を利用する手法が求められており、出力データのみに基づくシステム同定手法である確率部分空間法（以下、SSI）が注目されている。建物全体を対象とした研究[1]においてSSIの有効性が示されているが、床にSSIを適用した例は知る限りない。そこで本研究では、実在床を対象に、加振試験による伝達関数の算出と、常時微動計測データへのSSIの適用を行い、両手法から同定された床の振動特性を比較することで、床の振動評価におけるSSIの適用可能性を検討する。

２．対象床と振動計測の概要

２．１　対象床の概要

計測対象は東京理科大学野田キャンパス内にある鋼構造建物の床とする。対象教室の床はデッキスラブで、仕上げ材には厚さ10 mmのタイルカーペットを使用している。

２．２　計測概要

センサの水平性は治具を用いることで確保し、サンプリング周波数500 Hz、仕上げ材は敷設したままの状態で計測を行った。Fig. 1に各ケースの計測位置と加振位置を示す。

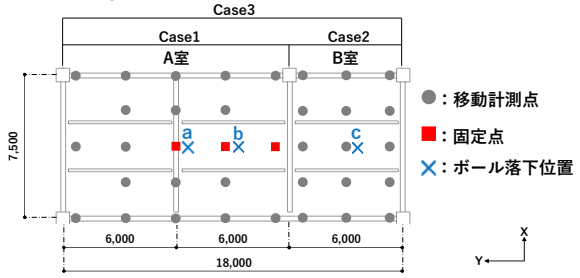


Fig. 1 Measurement and excitation position for each case.

Case 1、Case 2では各室を対象に常時微動計測と加振試験を、Case 3では2室を対象として加振試験のみ行った。加振源には重量床衝撃音発生器YI-01[2]（以下、ゴムボール）を用い、加振力の測定は加振試験とは別にロードセルを用いて計測を行った。

３．伝達関数を用いた床の振動特性評価

３．１　伝達関数による振動特性の同定方法

ゴムボールの加振力を入力、各計測点での応答加速度を出力とし、時刻歴データを時間軸上で同期させ、伝達関数を算出する。推定された複素伝達関数の振幅特性と位相特性から固有振動数を同定する。モード形状は各計測点の加振点との位相差を考慮したうえで最大振幅を1として正規化したモードベクトルを抽出する。減衰定数は加振点近傍の加速度データに対して伝達関数を算出し、カーブフィッティング法を適用することで同定する。

３．２　同定結果

伝達関数より同定した固有振動数と減衰定数の結果をFig. 2に、Case 3におけるモード形状をFig. 3に示す。

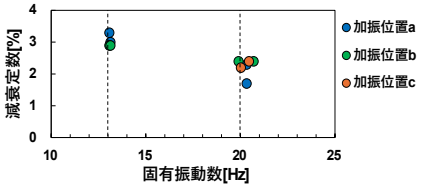


Fig. 2 Damping ratios and natural frequencies evaluated by transfer function.

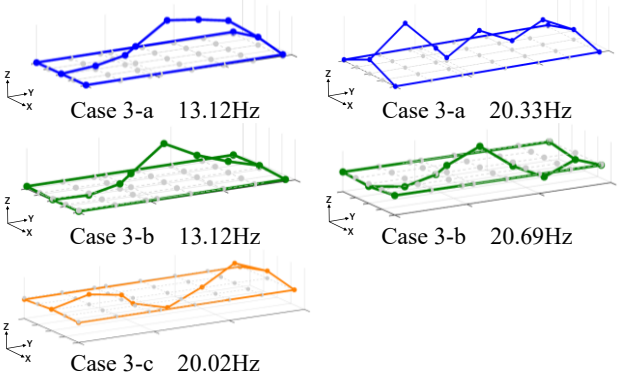


Fig. 3 Mode shapes evaluated by transfer function.

伝達関数により、対象床における主要なモードとして13 Hz帯と20 Hz帯の2つのモードが同定された。13 Hz帯の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モードは、中央付近が最大振幅となり全体が同位相で振動する挙動を示し、20 Hz 帯のモードは、長辺方向を 3 分割する位置に節が形成され、節を境に逆位相となる挙動を示した。これらは四辺支持スラブにおける 1 次モード、3 次モードに相当する。また、20 Hz 帯のモードに関して、モードの節となる a 点を加振した場合、当該モードを十分に励起することができず､同定精度が低下する結果となった。

４．確率部分空間法を用いた床の振動特性評価

４．１　確率部分空間法による同定方法

振動解析ソフトウェア ARTeMIS を使用して、常時微動計測データに対し確率部分空間法 [3]（SSI）を適用することで振動特性を同定する。Case 3 では Case 1、Case 2 における計測データを Fig.1 に示す固定点でマージしている。

４．２　同定結果

SSI を用いた同定では建物全体の上下振動モードも確認されたが、本研究では伝達関数による結果との比較を行うため、建物全体の上下振動モードは除外した。Fig. 4 には床の振動モードに対応する固有振動数と減衰定数を示す。SSI を適用した場合､伝達関数により同定された 13 Hz 帯、20 Hz 帯のモードに加えて 17 Hz 帯のモードが全ケースにおいて同定された。Fig. 4 より、固有振動数はケース間の差が小さく安定した結果が得られた一方で、減衰定数は高次モードにおいてケースごとのばらつきが見られた。各ケースにおけるモード形状を Fig. 5 に、各ケースにおける 17 Hz 帯のモード形状を Fig. 6 に示す。17 Hz 帯のモードは長辺方向を 2 分割する位置に形成された節を境に逆位相となる挙動を示し、四辺支持スラブにおける 2 次モードに相当する。このモードが伝達関数から同定されなかった理由として､加振位置 a､b が当該モードの節近傍であったことや、c 点での加振力が間仕切壁等の影響を受け、隣接する A 室に十分に伝達されなかったことが考えられる。

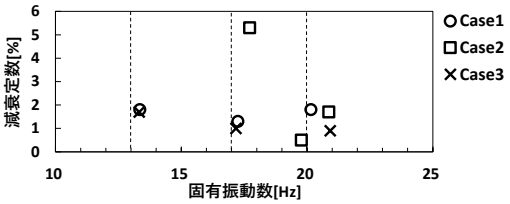
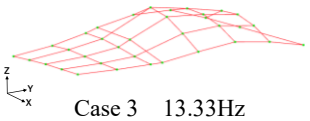


Fig. 4 Damping ratios and natural frequencies evaluated by SSI.



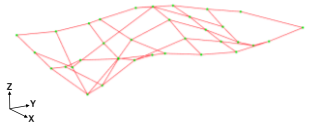
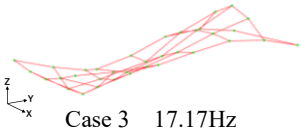


Fig. 5 Mode shapes evaluated by SSI.



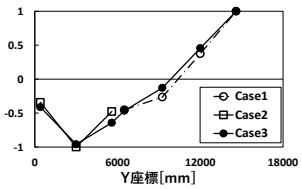


Fig. 6 Comparison of mode shapes at 17 Hz.

５．確率部分空間法の同定精度の検証

５．１　固有振動数および減衰定数の比較

両手法により同定された固有振動数と減衰定数の結果を Fig. 7 に示す。どちらの手法でも、対象床の主要なモードとして 13 Hz 帯と 20 Hz 帯のモードが同定され、SSI を用いた場合のみ 17 Hz 帯のモードが同定された。また、SSI を用いた場合、固有振動数は伝達関数と概ね一致したが、減衰定数は 20 Hz 帯にばらつきが見られ、全体的に伝達関数の結果より低く同定される傾向が見られた。これは減衰性能の振幅依存性によるものと考えられる。

５．２　モード形状の定量的比較

両手法により同定したモードの形状を定量的に比較するため、Fig. 1 における X または Y 方向 1 列分について最大振幅を 1 として正規化し、重ねて描画したグラフを Fig. 8 に示す。13 Hz 帯では両手法によるモード形状が高い精度で一致しており、20 Hz 帯では振幅の大きさに差は見られるものの、モードの腹・節の位置関係や節を境に位相が反転するといった形状特性は SSI においても正確に捉えられていることが確認できる。また、Case 3 の 20Hz 帯において、c 点加振では隣室への振動伝達が不十分であったためモード形状の同定精度が低下したと考えられるが、SSI では 2 室全体にわたるモード形状を明瞭に同定できている。

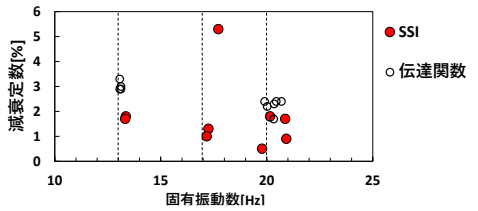


Fig. 7 Comparison of damping ratios and natural frequencies evaluated by SSI and transfer function.

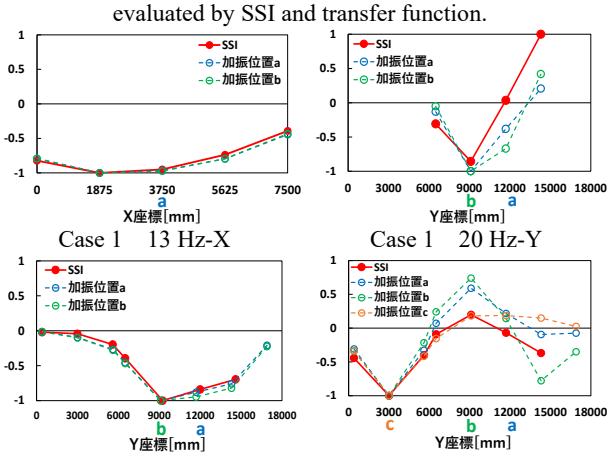


Fig. 8 Quantitative comparison of mode shapes.

６．まとめ

常時微動を用いる SSI ではボール加振による伝達関数では捉えられなかったモードも同定できることが確認された。固有振動数およびモード形状については、SSI と伝達関数による同等結果は同等であった。減衰定数については、常時微動を用いる SSI の結果は伝達関数による結果と比較して小さくなる傾向であった。これは、減衰性能の振幅依存性によるものと考えられ、減衰定数の評価にあたっては注意を要することが示された。

参考文献

1)　手塚智生，金澤健司，栗田哲：確率部分空間法による基礎固定系建物の振動特性同定法，日本建築学会構造系論文集(第 88 巻,第 805 号,403-413),2023.03
2)　JIS A 1418-2:2019: 建築物の床衝撃音遮断性能の測定方法 -第 2 部: 標準重量衝撃源による方法
3)　和田清，奥宏史，田中秀幸，大松繁：システム同定，コロナ社, 2017

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 9:10 ~ 10:40 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-01

Shu TAKAGI (The University of Tokjyo)

9:10 ~ 9:40

[iutam_16a] When deformable bubble passes through a miscible liquid-liquid interface

Hyungmin PARK (Seoul National University)

9:40 ~ 10:10

[iutam_16b] Imaging Hidden Mechanics in Impulsive Multiphase and Soft-Matter Systems

Yoshiyuki TAGAWA (Tokyo University of Agriculture and Technology)

10:10 ~ 10:40

[iutam_16c] When Meshing Fails: A Meshless Multiphysics Framework for Thermoelastic Strain-Driven Electrical Percolation in Polymer Composites

Ettore BARBIERI (JAMSTEC)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 13:20 ~ 13:50 | G会場(環境棟：FSホール)

表彰式

13:20 ~ 13:50
表彰式

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 13:50 ~ 14:50 | G会場(環境棟：FSホール)

特別講演

13:50 ~ 14:50

特別講演

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 15:10 ~ 17:10 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-03

15:10 ~ 15:40

[iutam_16g] Physics and Applications of Electrohydrodynamic Jet Printing

Supreet Singh BAHGA (Indian Institute of Technology Delhi)

15:40 ~ 16:10

[iutam_16h] Insights into Electrical and Thermal Pathways in Network-Structured Materials via Thermoreflectance Imaging

Kazuya TATSUMI (Kyoto Institute of Technology)

16:10 ~ 16:40

[iutam_16i] Phase Transitions in Biofilms

Xiaoling WANG (University of Science and Technology Beijing)

[iutam_16j] Elasticity, plastic compression and shear strength of soil based on granular cell mechanics

Takashi MATSUSHIMA (Tsukuba University)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 11:00 ~ 12:30 | G会場(環境棟：FSホール)

IUTAM-02

Simon SONG (Hanyang University)

11:00 ~ 11:30

[iutam_16d] Experimental Insights into Gene Delivery Induced by Mechanical and Electrical Fields

Yoko YAMANISHI (Kyushu University)

11:30 ~ 12:00

[iutam_16e] Topology Optimization for Multiphysics Systems

Gilho YOON (Hanyang University)

12:00 ~ 12:30

[iutam_16f] On the Horizontal Bubble Clustering

Shu Takagi (The University of Tokyo)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月16日(土) 17:20 ~ 17:55 | G会場(環境棟：FSホール)

Panel Discussion toward AUTAM

Chair: Kikuo KISHIMOTO (Board of Director, IUTAM)
Panelists: Heuy Dong KIM, Yoko YAMANISHI, Simon SONG, Shu TAKAGI

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (1)

座長:野村 泰稔(立命館大学)

9:10 ~ 9:25

[21001] 欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

河田 晃靖[2]、*珠玖 隆行[1] (1. 東京都市大学、2. 東洋建設(株))

9:25 ~ 9:40

[21002] 寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察 （シンポジウム講演概要）

*須藤 敦史[1]、兼清 泰明[2]、丸山 収[3]、佐藤 京[4] (1. 東北工業大学、2. 関西大学、3. 東急建設、4. 土木研究所寒地土木研究所)

9:40 ~ 9:55

[21003] 寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] (1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人　土木研究所　寒地土木研究所)

9:55 ~ 10:10

[21004] DICデータと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

*鎌田 浩基[1]、佐藤 開[1]、山本 真哉[1]、西尾 真由子[2] (1. 清水建設、2. 筑波大学)

10:10 ~ 10:25

[21005] 交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた車両重量推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*石黒 志竜[1]、薛 凱[2]、髙橋 泰賀[3]、飯村 勇作[3]、長山 智則[1] (1. 東京大学、2. スマートシティ技術研究所、3. 株式会社ブリヂストン)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

欠損のある地盤データを対象とした多変量正規分布モデル構築法（シンポジウム講演概要）

A Method for Constructing a Multi-variate Normal Distribution Model for Soil Property Data Including Missing Values (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

河田　晃靖（東洋建設(株)・総合技術研究所）　　珠玖隆行（東京都市大学）
Kosei KAWATA, Technical Research Institute, Toyo Construction Co.,Ltd.
Takayuki SHUKU, Tokyo City University
E-mail: kawata-kosei@toyo-const.co.jp

In recent years, advanced spatial prediction methods combining large-scale geotechnical databases with complex models have gained attention. However, "black-box" estimation processes can hinder the engineering interpretability required in practical reliability-based design (RBD). Furthermore, heuristic approaches like bootstrap-based covariance estimation with ad-hoc regularization fail to fully propagate the uncertainties of missing data. To address these limitations, this study presents a mathematically rigorous fundamental Bayesian approach incorporating a Gibbs sampler with Data Augmentation under a single multivariate normal framework. By treating missing values as unknown parameters, the Gibbs sampler iteratively draws samples from the full conditional distributions of the mean vector, covariance matrix, and missing data. Rather than focusing on opaque model extensions, this paper explicitly demystifies the mathematical mechanics of the posterior updating process. We demonstrate how the estimated covariance matrix dynamically and transparently updates the mean and coefficient of variation of an unmeasured design parameter (e.g., unconfined compressive strength) given independent site-specific measurements (e.g., CPTU and index properties). This approach provides geotechnical engineers with a high degree of interpretability, theoretical strictness, and broad applicability to general geotechnical data.

１．はじめに

地盤や岩盤に関するデータベースを構築し，データを設計や施工に積極的に利用しようとする試みが，2010 年代より盛んになってきた[例えば 1)]．データベースを地盤工学実務で積極的に活用する場合には，データの可視化や構造化が重要な役割を果たす．ここで構造化とは，「データを扱いやすい統計モデルなどに縮約すること・データをモデル化すること」を意味する．

地盤工学におけるデータの構造化には，実用的な観点から多変量正規分布が一般的に用いられている．しかしながら，Phoon et al.[2)]が指摘するように，地盤のデータは欠損値を含むことが一般的であるため，いくつかの情報が欠損したデータセットに対しても機能する頑健なモデリングが必要となる．Ching and Phoon[1)]は，Johnson 変換[3)]を施した地盤パラメータに対して，bootstrap 法[4)]を用いて 2 つの地盤パラメータの相関係数を調べることで実用的な多変量正規分布モデルの構築方法を提案しており，地盤工学において広く用いられている．

統計の分野では，欠損データを含むデータセットに対して，マルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov Chain Monte Carlo Method，以降，MCMC とする）を用いて多変量正規分布を構築する方法が提案されている[例えば 5)]．この方法は Ching and Phoon の方法よりも理論的な一貫性があり，また MCMC によるサンプリングを行うだけでよいという簡便さがある．しかしながら，統計の分野で一般的に用いられている方法が地盤のデータに対して機能するかどうか十分な検証が必要となる．

そこで本研究では，欠損がありデータ量の不均一性が著しい地盤データに対する MCMC の適用性に関して，既存の方法との比較を通して議論する．

２．多変量正規分布モデルの構築法[1)]

本研究でデータの構造化に用いる多変量正規分布は，次式で与えられる．

$$N(\mathbf{z},\mathbf{C}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M|\mathbf{C}|}}\exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{z}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{z}\right) \qquad (1)$$

ここに，$\mathbf{z}$ は先述した地盤や岩盤のパラメータを Johnson 変換した後のパラメータベクトル，$\mathbf{C}$ は共分散行列を表す．上記モデルにおいて未知パラメータは共分散行列 $\mathbf{C}$ のみであるが，データベースに収録されているデータは多くの場合不完全データ（欠損値を含むデータ）であるため，単純な方法で共分散行列を計算することはできない．

Ching and Phoon[1)]らは欠損を含むデータに対して多変量正規分布モデルを構築する方法を提案しており，以下に手順の概略を示す．

Step 1: 全てのパラメータを Johnson 変換する。
Step 2: 2 つのパラメータに着目し，Bootstrap 法[3)]によるサンプリングを行う．得られたサンプルに対して共分散δ_{ij} を計算する．
Step 3: Bootstrap 法によって得られた 1000 個のδ_{ij} のサンプルの中央値を用いて仮の共分散行列 $\mathbf{C}_0$ を構成する
Step 4: 共分散行列が正則かどうかをチェックし，正則でなければ Step 3 に戻る．正則であればその $\mathbf{C}_0$ を共分散行列 $\mathbf{C}$ と定義する

上記の手順により，多変量正規分布モデルが確定し，種々の計算に利用することができる。なお，データを Johnson 変換しているため，実際の設計にモデルを利用する際は，パラメータの逆変換が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．MCMC を用いた多変量正規分布モデルの構築法

欠損の無い多変量のデータが与えられた場合，データから直接，平均値ベクトル$\boldsymbol{\mu}$と共分散行列$\boldsymbol{\Sigma}$を求めることができるが，それらのばらつきを評価したい場合には MCMC，その中でもとくに Gibbs sampler[6]が用いられることが多い．具体的には，$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$に対して以下で定義される共役な事前分布を設定し，条件付き確率から$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\Sigma}$をサンプリングする．

$$p(\boldsymbol{\mu}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |\boldsymbol{\Lambda}_0|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Lambda}_0^{-1} (\mathbf{y}-\boldsymbol{\mu}_0)\right) \tag{2}$$

$$p(\boldsymbol{\Sigma}) = \left[2^{\nu_0 p/2} \pi^{\binom{p}{2}/2} |\mathbf{S}_0|^{-\nu_0/2} \prod_{j=1}^{p} \Gamma([\nu_0 + 1 - j]/2)\right]^{-1} \times |\boldsymbol{\Sigma}|^{-(\nu_0+p+1)/2} \times \exp\{-\mathrm{tr}(\mathbf{S}_0 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})/2\} \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{y}$ はパラメータベクトル，$\boldsymbol{\mu}_0$ と L0 は事前分布の平均値ベクトルと共分散行列を表す．また，ν_0，p，$\mathbf{S}_0$，Γはそれぞれ，自由度，データ数，$p \times p$ の scale matrix，ガンマ関数を表す．Gibbs sampler により多変量正規分布モデルを評価することができるが，上記の方法は欠損値の無い完全データに対してのみ適用できるため，欠損データに適用するための改良が必要となる．

データにランダムな欠損値が含まれている場合，データがサンプリングされる確率は，

$$\begin{aligned} p(o_i, \{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) &= p(o_i) \times p(\{y_{i,j} : o_{i,j} = 1\} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \\ &= \int \left\{ p(y_{i,1}, \ldots, y_{i,p} | \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}) \prod_{y_{i,j}:o_{i,j}=0} dy_{i,j} \right\} \end{aligned} \tag{4}$$

で与えられる．ここに，$o_{ij} = 1$ はデータ y_{ij} が観測されていることを表しており，$o_{ij} = 0$ は欠損していることを表している．データが無作為に欠測している場合，欠測データについて積分を行い，観測データの周辺確率を得ることで，欠損値を推定することができる．多変量正規モデルの特別な場合として, MCMC を用いてこの周辺確率を容易に求めることができる．

欠損のあるデータセットに対する Gibbs sampler を実装するための準備として，完全なデータセットを $\mathbf{y}$，計測データを $\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}$，欠損データを $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ と定義する．ここで推定したい事後分布は $p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}} | \mathbf{y}_{\mathrm{obs}})$であり, 以下の手順を繰り返すことで, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\Sigma}$, に加えて $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}$ も推定することができる．

1. $\boldsymbol{\mu}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s)})$からサンプリング
2. $\boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s)}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)})$からサンプリング
3. $\mathbf{y}_{\mathrm{miss}}{}^{(s+1)}$を $p(\boldsymbol{\Sigma}|\mathbf{y}_{\mathrm{obs}}, \boldsymbol{\mu}^{(s+1)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s+1)})$からサンプリング

４．まとめ

本稿では，欠損があるデータセットに対する多変量正規分布モデルの構築方法に関して，既存の方法をレビューしつつ，MCMC を用いたアプローチに関して，その具体的方法を示した．本稿では紙面が限られているため，結果を示すことができなかったが，MCMC を用いた方法によって，簡便に多変量正規分布モデルを構築できることが明らかとなった．

地盤パラメータによっては観測できるデータ数に大きなばらつき（不均一性）が認められることもあり，これらが正規分布モデル推定に及ぼす影響や，適切な対処方法について数値実験を通して検証する予定である．

参考文献

1) Ching, J. and Phoon, K. K.: Modeling parameters of structured clays as a multivariate normal distribution, Canadian Geotechnical Journal, 49(5), 522–45, 2012.
2) Phoon, K.K., Ching, J., and Wang, Y.: Managing risk in geotechnical engineering – from data to digitalization. Proceedings, 7th International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR 2019), Taipei, Taiwan, 2019.
3) Johnson, N. L.: Systems of frequency curves generated by methods of translation. Biometrika, 36, 149-176, 1949.
4) Efron, B. and Tibshirani, R. J.: An Introduction to the Bootstrap, Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability, 456p, 1994.
5) Hoff, P.D.: A first course in Bayesian statistical methods, Springer, 270p, 2009.
6) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6(6), 721–741, 1984.
7) Friedman, J.・Hastie, T.・Tibshirani, R. (2008): Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso. Biostatistics, 9(3), 432-41.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地の道路構造物における劣化モデルの実用化と進展速度に対する考察（シンポジウム講演概要）

A Consideration of deterioration models and rate of progression for road structures in cold regions (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須藤 敦史（東北工大・工） 兼清 泰明（関西大・環境都市工） 丸山 収（東急建設㈱）佐藤 京（寒地土木研究所）
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Hiroaki KANEKIYO, Kansai University
Osamu MARUYAMA, Tokyu Construction
Takashi SATOH, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: atsu-sutoh@tohtech.ac.jp

This study is to conduct a unified deterioration assessment and future prediction for infrastructures in Hokkaido. The discrete damage assessment categories obtained from periodic inspections are converted into continuous deterioration assessment values and deterioration indices to grasp and predict the deterioration state of structures. Furthermore, the variability of these probability distributions, the characteristics of the tail, and the dual modes of deterioration transition rate are examined.

１．はじめに

現在，実施されている定期（近接目視）点検より得られる道路構造物（橋梁・トンネル・コンクリート構造物等）対する損傷度判定区分は Table1 の例に示す離散（レイティング）値であり，さらに管理する事業者により若干の差異があるため，統一的かつ正確な健全度の判定・診断が難しいのが現状である [1)など]．本研究では，北海道の道路構造物に対する定期点検より得られる損傷図や損傷度判定区分（離散値）から劣化評価値（連続値）や劣化指数（連続値）を求め，それら確率分布のばらつきと裾野部の特性および進展（遷移）速度の二重モードに関する検証と考察を行っている．

２．劣化特性値の連続（劣化評価値・劣化指数）変換

一般的なライサイクルマネジメント（LCM）では，構造物の供用期間における保有性能の時間的な劣化の遷移と補修・補強等との関係は，Fig.1 に示す連続的な概念で展開されている．著者らは定期点検結果および損傷図から連続的な劣化評価値（定義範囲:0.0～の実数値）を求め，さらに判定区分（4～5 区分）から，式(1)に示す連続的な劣化指数（定義範囲:0.0～1.0 の実数値）に変換している．

$$劣化指数=1/N\,\Sigma_i^N(判定区分_i \times Wf_i) \qquad (1)$$

それぞれの損傷度判定区分に応じた影響度（Wf_i）を乗じて連続的な劣化指数を求めている [2)など]．この劣化指数は健全な状態 1.0 から劣化進行に従って 0.0 に遷移する連続値となる．

さらに開発局と北海道が管理する道路構造物（函館地区）に対してそれぞれの劣化指数（簡易 BHI・簡易 THI・簡易 BOHI）を式(1)より求め（Fig.2 参照），それを統合することで対象地区の道路構造物に対する劣化評価も行える．

３．道路構造物における劣化評価値の確率分布の遷移

山岳トンネル（矢板工法）の覆工表面における損傷度判定区分における確率分布の遷移をそれぞれの経過(供用)年数（①15～30 年，②30～40 年，③40～50 年）毎に Fig.3(a)に示す．Fig.3(a)より，矢板工法の覆工表面における劣化評価値の平均とその分布は，明らかに正規分布ではなく左右非対称の分布形であり，中央値・最頻値が分布の左端に現れている．このような分布形は多くの自然現象で現れ（ベキ分布），確率分布の裾（テイル）部分の収束が非常に遅い

Table 1 Classification of road and bridge (Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Deterioration classification		State
I	healthy	There is no hindrance to the function of the road bridge
II	Preventive Maintenance Stage	A state in which the function of the bridge is not impeded, but it is desirable to take measures from the viewpoint of preventive maintenance.
III	Early Actions Stage	There is a possibility that the function of the bridge may be hindered, and measures should be taken as soon as possible
IV	Emergency Action Stage	The function of the bridge is impeded. or a condition that is extremely likely to occur and requires urgent action

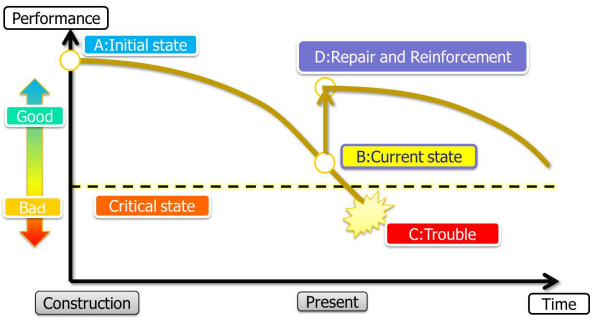


Fig. 1 The concept of life cycle costs

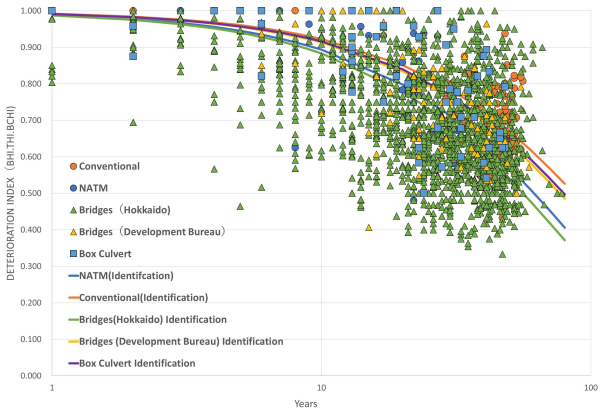


Fig.2 Road Structure Health Index in Hakodate Area

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

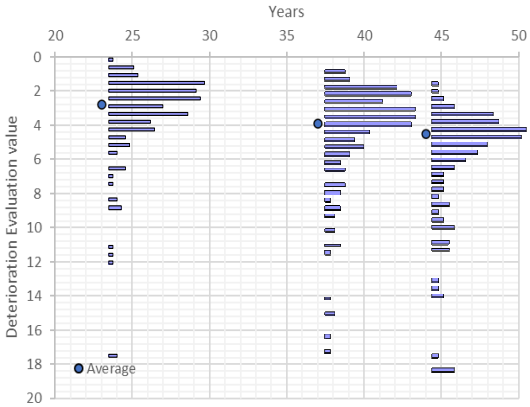


Fig.3(a) Distribution of deterioration assessment values (Conventional construction method)

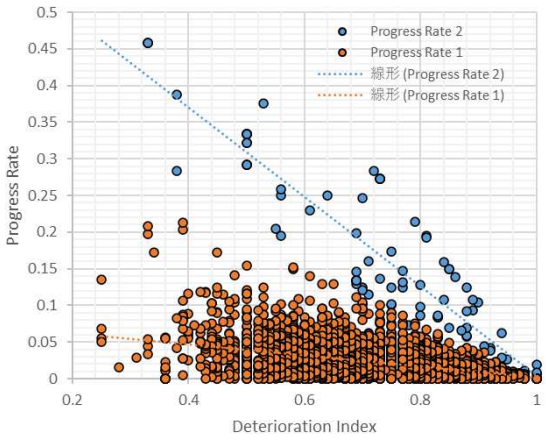


Fig.4 Deterioration index and progression rate in PC bridges

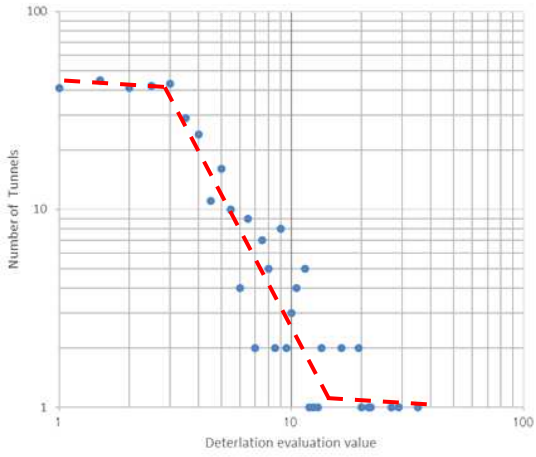


Fig3(b) Distribution of deterioration assessment values and years elapsed (Conventional construction method)

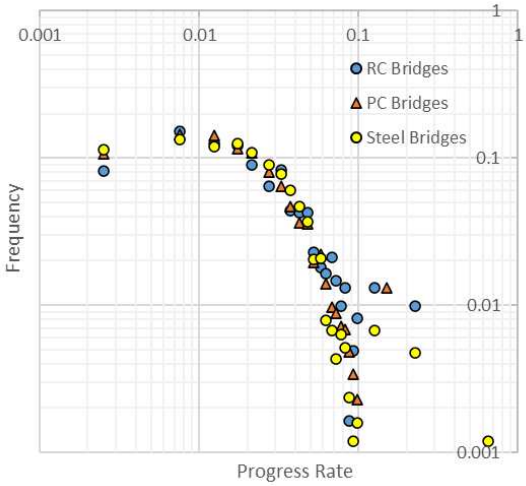


Fig.5 Distribution ratio of growth rate in bridges

（ロングテイル）分布であるため，分布形状の特定や同定が極めて困難な場合が多い．

加えて Fig.3(a)に示す劣化評価値の頻度と供用年数との関係を両対数で描くと Fig.3(b)に示すように直線で Z 形状（図中の近似では 2 つの勾配）になっている．

4．劣化指数の確率分布における二重モード性

コンクリート等は複合材料であることより，矢板工法の覆工においても劣化評価値の分布は，以下に示す式(2)～式(4) の二重モード分布として表される [3)など]．

$$f_X(x,y)=\Sigma^{2}_{i=1}\zeta_i\cdot f_X(x,t;\mu_i) \quad (2)$$

$$f_X(x,t;\mu)=e^{-\lambda t}/x\cdot\Sigma^{\infty}_{n=0}(\lambda t)^n/n!\cdot f^{n*}{}_w(\log x/x_0-\mu t) \quad (3)$$

$$f^{n*}{}_w(x)=(\rho w)^{n-1}/(n-1)!\cdot\rho e^{-\rho w} \quad (n=1,2,\cdots) \quad (4)$$

ここでμ_1，μ_2 は各モードでの平均進展抵抗，x_0は初期平均損傷度，λは雑音として導入されている複合Poisson過程の単位時間当たりの平均ジャンプ発生回数，ρ は複合Poisson 過程のジャンプの確率分布に関するパラメーター，ζ_1，ζ_2は各モードの分配比率，$\zeta_1+\zeta_2=1$であり，$f^{0*}{}_w$はデルタ関数となる．

このように，多くの材料や部材で構成される構造物では，比較的短時間で大きく成長する劣化現象が一定割合含まれていると考えられる．この点を明らかにするために劣化指数とその進展速度の関係をFig.4に示す．進展速度と劣化指数との間に比例関係が認められ，劣化指数は指数関数的な成長を示すことになる．さらにFig.5より，進展速度の遅い領域では，PC橋・RC橋・鋼橋とも同じ分布の比率構成を示しているが，進展速度の早い領域では，構造形式で分布比率のばらつきが大きい．

5. 結　論

劣化事象における進展速度の二重モードによって生じるロング・ヘヴィーテイルを示す確率分布は，維持管理や信頼性解析・リスク解析においてレベルの超過確率などに大きな影響を与えるため，確率分布がロング・ヘヴィーテイル特性を有するかどうかを把握しておくことは重要である．

参考文献

1) 建設省土木研究所：橋梁点検要領(案)，土木研究所資料，第 2651 号，1988.
2) 須藤敦史,佐藤京,兼清泰明,丸山収,西弘明: 寒冷地の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）における劣化特性とその分布について，土木学会 構造工学論文集，Vol.62A,pp.156-165, 2016.
3) 兼清泰明,丸山収,須藤敦史,佐藤京：寒冷地トンネル覆工コンクリートの損傷度確率分布のテイル特性に関する考察，日本材料学会 材料，Vol.65, No.4, pp.275-281, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地（北海道）構造物の維持管理における損傷度判定区分の活用と実装について（シンポジウム講演概要）

Utilization and implementation of damage assessment classification in the maintenance of cold region infrastructures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

禿　和英（㈱建設技術研究所）　須藤　敦史（東北工大・工）　佐藤　京（寒地土木研究所）
Kazuhide KAMURO, CTI Engineering Co., Ltd,
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Takashi SATO, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: kamuro@ctie.co.jp

In this study, in order to apply for the practice maintenance and management of infrastructure, the deterioration level of infrastructure is considered, based on the classification obtained from regular inspections. Finally, numerical examples are presented to demonstrate the usefulness of this identification and estimation method for infrastructure management System in cold regions (Hokkaido).

１．はじめに

我が国ではインフラに対する定期点検による健全度の判定は，Table1（山岳トンネル例）に示すように 4～5 段階のレイティング（離散）値が基本であるため，その解釈や利用等が難しく，加えて点検時期により判定基準が数回改定されており，経過年等を検討の軸とした長期にわたる一貫した劣化評価が非常に難しいのが現状である．

そこで本研究では，現状に即した維持管理の構築を目標として，まず，寒冷地（北海道）の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）の経過年数に伴って遷移する劣化過程（時間依存型マルコフ連鎖）モデルを用いて，実観測値から遷移確率行列の要素を同定し，さらに遷移確率図を作成して劣化特性の整理・検討および実装への考察を行っている．

２．時間依存型マルコフ連鎖モデルの同定

マルコフ連鎖モデル[例えば 1)]は，ある状態からつぎの状態への遷移過程モデルであり，ひとつ前の劣化評価の区分（状態）に依存する現象と考えられ，Fig.1 の例に示すように，Table1 の損傷度判定区分（ランク）に対するマルコフ遷移過程は，離散時間の経過に伴い，常にある確率 p_i で劣化する方向に遷移（1: Ⅰ⇒2: Ⅱb⇒2: Ⅱa⇒3: Ⅲ⇒4:Ⅳ）し，また確率 $1\text{-}p_i$ で停留する確率プロセスと考えられる．

このマルコフ連鎖モデルによる劣化（判定区分）の進展は，その状態や経過時間に依存して遷移するため，マルコフ連鎖における遷移確率行列の各要素は，時間経過とともに変化する値として，それらを実際の定期点検値より，数え上げ法[2)]で同定し，求めた判定区分の変動比率等により，対象物の劣化遷移および将来予測の可能性を検討する．

３．定期点検値より求めた山岳トンネルの遷移確率図

北海道開発局が管理する山岳トンネル（NATM:137，矢板工法:137 か所）に対して平成 18 年度～令和 2 年度における 14 回の定期点検結果で得られたトンネル覆工の損傷判定区分より，時間依存型（一定区間の定常性を仮定し，その区間の損傷度判定区分が時間経過に伴って遷移）マルコフ連鎖モデル[3)]に対する確率遷移行列の時間遷移を同定し，NATM と矢板工法の覆工における遷移推移図を求める．

札幌地区の NATM に対して供用初期から遷移時間間隔 4 年のトンネル覆工における遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.1 に示す．Fig.2.1 より，供用 19 年以降に補修・補強が施されている．ここで維持管理台帳を参考にして求めた補修・補強等を施さない場合の NATM 劣化遷移図

Table 1 Classification of road tunnel
(Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism)

Judgment category		Judgment details
Ⅰ		A state in which no measures are required because there is no possibility of affecting users.
Ⅱ	Ⅱb	A condition that requires monitoring because it may affect users in the future.
	Ⅱa	Since there is a possibility that users will be affected in the future, this condition requires intensive monitoring and systematic measures from a preventive maintenance perspective.
Ⅲ		There is a high possibility that users will be affected sooner or later, so it is necessary to take measures early.
Ⅳ		A situation in which it is necessary to take urgent measures because there is a high possibility that users will be affected.

*1 "Emergency" in Judgment Category IV refers to situations ranging from situations where early measures need to be taken to situations where traffic cannot be reopened.

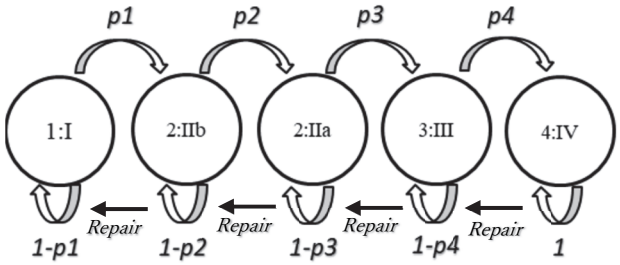


Fig. 1 Markov chain of tunnel deterioration

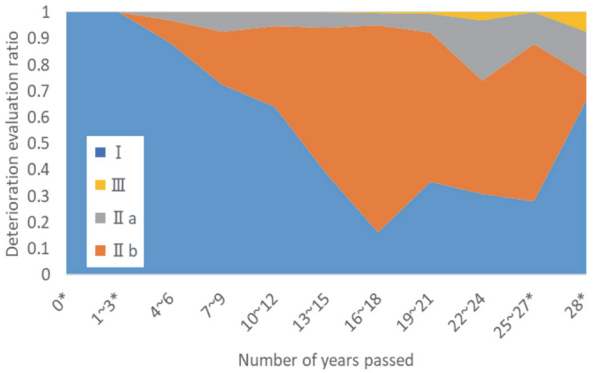


Fig.2.1 Transition probability in Sapporo area
(NATM 0 to 28 years of service)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

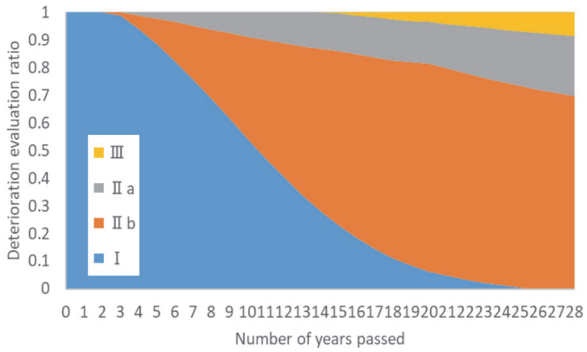


Fig.2.2 Transition probability in Sapporo area without repairs (NATM 0 to 28 years of service)

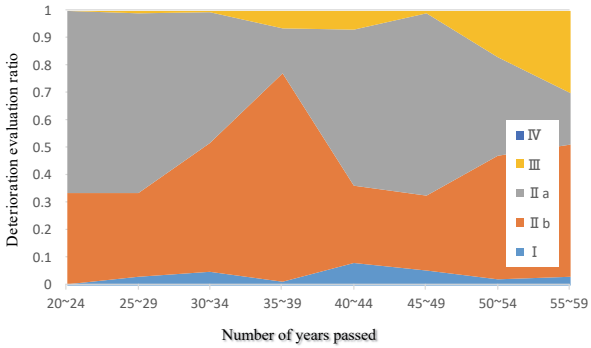


Fig.2.3 Transition probability in Otaru area (Conventional construction method 20 to 59 years of service)

Table 2 Classification of road bridge (Hokkaido Prefecture)

Judgment category	General situation
i	The damage is severe and may hinder traffic safety.
ii	The damage is extensive, and a detailed investigation is required to determine whether repairs or reinforcement are necessary.
iii	Damage is noted and continued observation is required.
iv	Damage must be recognized and its extent recorded.
OK	An inspection revealed no damage.

を Fig.2.2 に示す. 次に小樽地区の矢板工法に対して供用 20 年目から同様に遷移時間間隔 4 年におけるトンネル覆工の遷移確率を同定し，求めた遷移確率図を Fig.2.3 に示す.

ここで矢板工法の山岳トンネルでは，供用年数約 20 年以前の覆工表面に対する点検記録は得られていない.

Fig.2 より，道内の各地区における NATM と矢板工法の覆工に対する劣化状況の把握や将来予測が可能になる.

4．定期点検値より求めた橋梁の遷移確率図

北海道が管理する歩道・自転車橋を含む橋梁（5,154 橋）に対する平成 14 年～平成 26 年度の定期点検記録から，PC 橋・RC 橋における主桁の遷移確率図（遷移間隔 5 年）同様の手法で求めたものを Fig.3.1-3.2 に示す．ここで北海道の橋梁における損傷度判定区分表を Table2 に示す.

Fig.3 より，橋梁の各部材における劣化状況の把握が可能であり，RC 橋では供用 5 年で補修・補強が施されている.

次に同様に鋼橋における床版の遷移確率図（遷移間隔 5 年）を求めたものを Fig.4 に示す．Fig.4 より，鋼橋の床版においても劣化状況の把握が可能であり，加えて RC 橋では供用 5 年程度で劣化の進行が顕著であることが判る.

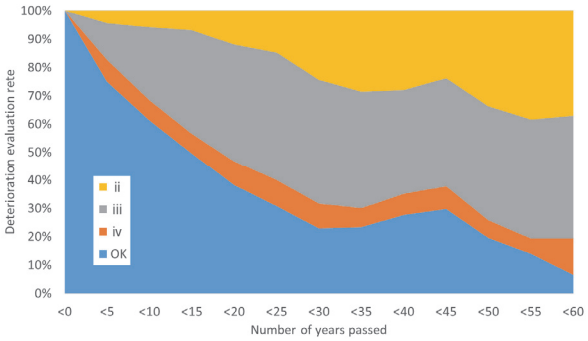


Fig.3.1 Transition probability (PC Bridge Main girder)

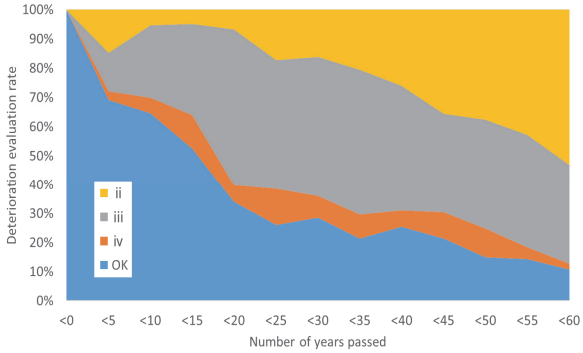


Fig.3.2 Transition probability (RC Bridge Main girder)

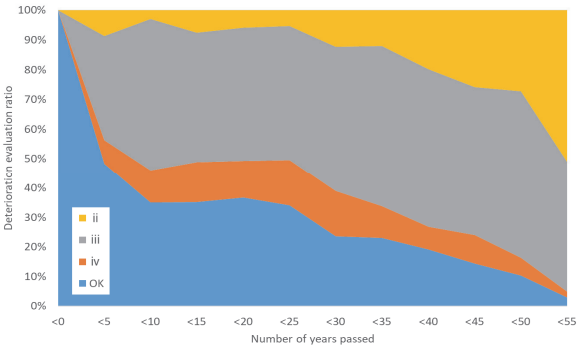


Fig.4. Transition probability (Steel Bridge floor slab)

5．結　論

本研究では，実際に得られる定期点検値（損傷度判定区分）から，時間依存型マルコフ連鎖モデルの採用により遷移確率行列が得られ，対象物における劣化の現状把握に対しての有効性が示された．加えて，遷移確率図を作成することにより，これら劣化状況の将来予測が可能になる.

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
2) 武山泰，嶋田洋一，福田正:マルコフ連鎖モデルによるアスファルト舗装の破損評価システム，土木学会論文集，第 420 号，V-13，pp.135-141，1990.
3) 禿 和英，須藤 敦史，兼清 泰明，丸山 収: 寒冷地におけるトンネル覆工の経年劣化についての検討, 第 27 回応用力学シンポジウム，24001-05-02，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DIC データと代理モデルを活用した構造部材における腐食状態の面的推定（シンポジウム講演概要）

Field estimation for Local Damage in Structural Members using DIC data and Surrogate Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鎌田　浩基（清水建設）　佐藤　開（清水建設）　山本　真哉（清水建設）　西尾　真由子（筑波大学）
Hiroki KAMDA, Shimizu Corporation
Kai SATO, Shimizu Corporation
Shinya YAMAMOTO, Shimizu Corporation
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp

Digital Image Correlation (DIC) provides dense full field strain data for identifying localized damage in structural members. In this study, a spatially heterogeneous thickness change field of a corroded steel plate under tensile loading is estimated by assimilating DIC strain data. Thickness parameters are defined on a grid in a 2D linear elastic model and updated using an Ensemble Kalman Filter (EnKF). To reduce computational cost, a Fourier Neural Operator surrogate replaces repeated ensemble simulations. Numerical tests show that higher observation density improves accuracy and reduces uncertainty, while higher noise degrades both. Estimation based on the measured DIC data capture the overall thinning trend but reveal modeling limitations.

１．はじめに

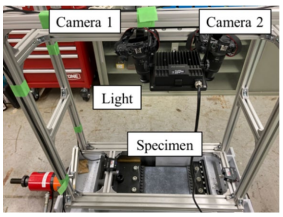
デジタル画像相関法（DIC）は高密度なデータ取得が可能であるため，この利点を生かして構造部材の局所的な変状を捉えることが可能である．さらに，DI C データを観測データとして逆解析を行うことで，ひずみゲージ計測などの空間的に疎な観測データでは困難な局所領域を対象とした状態推定への応用が期待される．いくつかの既往研究ではDICデータを用いた構造物のパラメータ推定が行われているが，上述のような DIC の高解像度のメリットを示したものは少ない．Sato and Nishio[1)]は局部損傷をもつ構造部材を対象としてDICデータを用いた荷重耐荷力の不確かさ定量化とデータ同化を行い，観測点数の増加に伴い領域全体で均質，または 2 か所に分けた領域内で均質な推定パラメータの不確かさが減少する傾向を確認した．また局所的な損傷の推定と残存性能の評価が可能であることを示した．本研究では，推定対象を空間的に非均質なパラメータへと拡張し，DIC データの有効性を示すことを目的とする．

２．問題設定

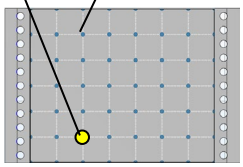
本研究では構造部材を模擬した Fig. 1(a)のような鋼板供試体の引張り試験を対象とする．DIC により得られた相当ひずみ分布を観測データとし，腐食した鋼板の板厚分布を推定する逆問題を設定する．試験の詳細は文献 [1)]を参照されたい. Fig. 1(b)に示す線形弾性体を仮定した二次元数値解析モデルの領域内をグリッド状に離散化して板厚の代表値 t_i を設定し，データ同化手法の一つであるアンサンブルカルマンフィルタ（EnKF）により観測データを再現する板厚分布を推定する. なお, EnKF の実装は pyPDAF[2)]を用いる．EnKF による推定では不確実性の表現のため，膨大なアンサンブル解析を行う必要がある．本研究では Fourier Neural Operator[3)]に基づく代理モデルを構築し，これと観測データより同化を行う．板厚の事前確率分布は文献 [1)]を参考に，2.9mm-3.2mm の一様分布を設定する. 簡単のため板厚以外の推定変数は省略する．

３．数値実験用の観測データを用いた性質把握

数値実験的にDIC観測データを様々な観測ノイズ設定のもと作成し，非均質な板厚の推定を実施した．観測点数はグリッドの粗密を変更した 4 種類を設定した．各観測技術の精度をもとに，観測ノイズ 1%はひずみゲージによる計測, 観測ノイズ 5%から 20%はDICによる計測を想定した．



(a) Tensile test setup[1)]



(b) 2D Analysis model

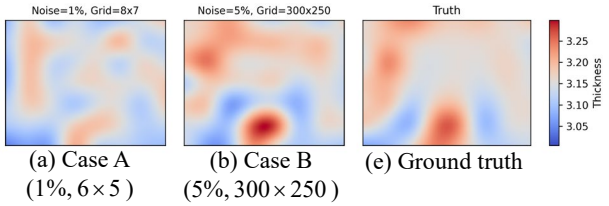
Fig. 1 Experimental and analysis setup

Table 1 Posterior distribution of t_i at point A. Cells show mean error (posterior mean minus truth) [posterior standard deviation].

Noise	Number of observations 6×5	30×25	90×75	300×250
Prior	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]	-0.04[0.10]
1%	0.03[0.08]	0.01[0.02]	0.01[0.01]	0.00[0.00]
5%	0.01[0.09]	0.01[0.06]	0.00[0.03]	0.01[0.02]
10%	0.01[0.09]	0.00[0.07]	-0.01[0.05]	0.00[0.02]
20%	0.01[0.09]	0.01[0.09]	0.02[0.07]	0.03[0.04]

Table 1 は板厚の代表点 A における事後確率分布の平均値と正解値の絶対誤差, および標準偏差（括弧内）である．代表点 A は腐食による減肉を仮定した領域に設けた．数値は小数点第 2 位で丸めた．事前確率分布に対し，観測ノイズ，観測点数のいずれの設定においても，正解との誤差と標準偏差が低減した．また，推定精度は観測点数の増加に対して向上し，ノイズの増加に対して悪化の傾向が見られた．Fig.2(a)-(d)は板厚分布の事後平均，Fig. 2(e)は正解となる板厚分布である．Fig. 2(a)は観測点数が 6×5 で観測ノイズが 1%の場合（Case A）, Fig.2(b)-(d)は観測点数が 300×250 で観測ノイズがそれぞれ 5%，10%，20%の場合（Case B, C，D）に対応する．上述したように，前者はひずみゲージによる計測データを用いた推定を想定し，後者は DIC による計測データを用いた推定を想定した． なお，これらはそ

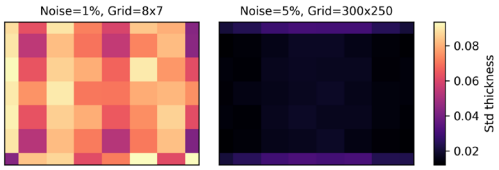
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Case A (1%, 6×5) (b) Case B (5%, 300×250) (e) Ground truth

(c) Case C (10%, 300×250) (d) Case D (20%, 300×250)

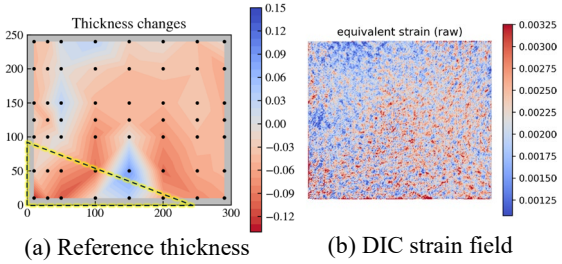
Fig. 2 Posterior mean: thickness field



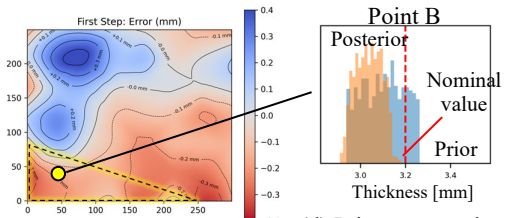
(a) Case A (b) Case B

(c) Case C (d) Case D

Fig. 3 Posterior standard deviation: thickness



(a) Reference thickness (b) DIC strain field



(c) Posterior mean thickness field change (d) Prior vs posterior (Point B)

Fig. 4 Thickness field estimation (measured DIC)

れぞれ Table 1 のハッチングをかけたセルに対応する．Case A に対し，Case B，C，D では，正解の減肉の分布傾向を捉えることができた．Fig. 3 は Fig. 2 に対応する板厚値の事後確率分布のアンサンブル標準偏差である．ここでは 8×7 の板厚について補間を用いずに示している．Case A に対し，Case B，C，D では，より不確かさが低減することができた．また，Case B，C，D では，鋼板の上下端においてその周囲に比べ標準偏差が大きい結果となった．この結果は，Fig. 2(b)-(d)の上下端においても事後確率分布の平均値が正解と乖離が生じていることと整合していると考える．

4．実際の DIC データを用いた検討結果

実際の DIC 計測データを用い，非均質な板厚の推定を実施した．Fig. 4(a)は試験前に直接計測した供試体の板厚（参照解），Fig. 4(b)は板厚推定に用いた DIC 計測データ，Fig. 4(c)は推定された板厚平均の空間分布，Fig. 4(d)は代表点 B における板厚の事前，事後確率分布である．Fig. 4(a)および Fig. 4(c)左下の三角形領域は，供試体を意図的に腐食させた箇所である．DIC データの処理条件については文献 [1]を参照されたい．Fig. 4(c)は参照解に対し，領域下半分全体，特に意図的に腐食させた三角形領域の減肉傾向を捉えることができた．Fig. 4(d)より，事後確率分布は不確かさを減少した．参照解では中央下部に局所的な板厚増加が確認されたのに対し，推定結果では同様の板厚増加は確認されなかった．この結果より，参照解における板厚増加は，剛性に寄与しない腐食生成物による可能性が示唆された．

一方，減肉量の最大の絶対値が計測値に対して 2 倍程度であることや，領域左側に板厚が増加する領域が不自然に生じた．これは，解析モデルが荷重の不均一性や面外変形を考慮しなかったため生じたと想定されることから，モデル化に関する追加の検討が必要である．

5．おわりに

本研究では，DIC データと代理モデルを活用し，構造部材における腐食状態の面的な推定を実施した．得られた知見を以下に示す．

- ひずみゲージや DIC による計測を模擬した数値観測データを用いた検討により，観測点数と観測ノイズが板厚の事後平均の正解との乖離や不確かさの程度に与える影響を調査した．観測点数の増加に伴い推定誤差と不確かさが低減し，一方で観測ノイズの増加に伴いこれらが増大する傾向を確認した．
- 数値実験による同化の検証で，ひずみゲージを想定した，観測点が少なく，かつ，観測誤差が小さい条件において板厚の面的な推定は困難であった．一方で，DIC を想定した，観測点が多く，観測誤差が比較的大きい条件では，減肉領域をより高精度に推定でき，不確かさも低減することを確認できた．DIC データを活用することで，ひずみゲージのスパースな計測では検知が難しい，面的かつ局所的な状態推定が可能になることが示唆された．
- 実際の DIC データを用いた場合においても，参照解に見られた減肉について，面的に推定ができた．また，事前確率分布に対して事後確率分布は不確かさを減少した．これより実構造の異常検知や状態推定の目的で，DIC データが活用できる可能性が示唆された．一方，不自然な板厚増加が確認され，EnKF で同化を行う数値モデルの改良が課題である．

参考文献

1) K. Sato and M. Nishio: Uncertainty quantification using digital-image-correlation data for load-carrying capacity analysis of structural members with local damages, *Structures*, **79** -109431, 2025, p. 109431.
2) pyPDAF: https://github.com/yumengch/pyPDAF.git
3) N. Kovachki, Z. Li, B. Liu, K Azizzadenesheli. K. Bhattacharya: Neural Operator: Learning Maps Between Function Spaces With Applications to PDEs, *Journal of machine learning research: JMLR*, **24** -89, 2023, pp. 1–97.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

交差点旋回時の車両動揺に対する多項式補正を用いた重量推定手法に関する研究（シンポジウム講演概要）

Vehicle Weight Estimation Using Polynomial Correction Based on Vehicle Vibration at Intersection Turns (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石黒 志竜（東京大学）　薛 凱（スマートシティ技術研究所）
髙橋 泰賀（株式会社ブリヂストン）　飯村 勇作（株式会社ブリヂストン）
長山 智則（東京大学）
Shiryu Ishiguro, The University of Tokyo
Kai Xue, Smartcity Technology Research Institute
Taiga Takahashi, Bridgestone Corporation
Yusaku Iimura, Bridgestone Corporation
Tomonori Nagayama, The University of Tokyo
E-mail: nagayama@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

To efficiently combat overloaded vehicles that threaten road infrastructure, this study proposes a novel vehicle weight estimation method using an inexpensive IMU and GNSS. The method focuses on the characteristic that the ratio of roll angle to lateral acceleration (normalized roll response) during intersection turns is proportional to the vehicle's load weight. To address the major obstacle of sensor integration drift errors, a correction algorithm based on polynomial approximation utilizing straight driving sections before and after turns was developed. Experimental results from real-world driving tests with various vehicle types, from passenger cars to large trucks, achieved weight estimation accuracy around 10%. This method enables low-cost and versatile overloaded vehicle screening technology without the need for identifying unknown vehicle parameters, paving the way for societal implementation.

1. はじめに

国内の道路インフラは急速な老朽化に直面しており，特に過積載車両によるダメージは甚大であるため，効率的な過積載対策が求められている．現在，過積載対策として軸重計や Weigh-In-Motion (WIM) が用いられているが，これらは設置箇所が限定的であり，広範な監視網の構築には多大なコストを要する．

これに対し，車載の慣性計測装置（IMU）を用いて走行データから重量を推定する手法が検討されているが，IMU から重量を推定する手法は実用化されていない．

そこで本研究では，日常的な交差点旋回挙動を利用し，かつ多項式近似を用いた積分補正手法を導入することで，安価なセンサでも車両重量を推定可能な手法を構築する．シミュレーションおよび実車両走行試験の結果から本手法の有効性を検証する．

2. 重量推定の原理と信号処理

2.1. カーブ走行時の定式化と規格化ロール応答量の定義

車両が旋回する際，遠心力（横加速度 a_y）によって車体は外側へロール角 ϕ だけ傾く．車両を簡易的なハーフカーモデルと仮定し，静的なモーメントの釣り合いを考えると，以下の関係が成立する．

$$mgh_s \tan(-\phi) + ma_y h_s - K\frac{l^2}{2}\tan(-\phi) = 0 \qquad (1)$$

ここで，m はばね上質量，h_s はロール中心から重心までの距離，K はロール剛性である。微小角近似（$\tan\phi \approx \phi$）および，$K \gg mgh_s$ が成立すると仮定すれば，ロール角と横加速度の比 ϕ/a_y は質量 m に比例する．本研究ではこの指標を「**規格化ロール応答量**（normalized roll response）」と定義し，積載重量との相関を評価する．

$$m \approx \frac{Kl^2}{2h_s}\frac{\phi}{a_y} \qquad (2)$$

一方で，$Kl^2/2h_s$ は車両のロール剛性に依存するため，未知のパラメータとして同定する必要がある．本研究では，空車状態を基準として重量変動を推定するため，積載なしの状態での $Kl^2/2h_s$ を定数として扱う．

2.2. 交差点旋回区間の抽出とドリフト補正

実走行データから解析対象となる交差点区間を自動抽出するため，ヨー角速度 ω_z に着目した．交差点旋回は「一定以上のヨー角速度が，一定時間継続する」という特徴を持つ[1)]．本研究では，ω_z および a_y が閾値を超える区間を検出し，かつ継続時間や旋回前後の安定性を条件としてフィルタリングすることで，解析に適した良質な旋回データのみを抽出するアルゴリズムを構築した．

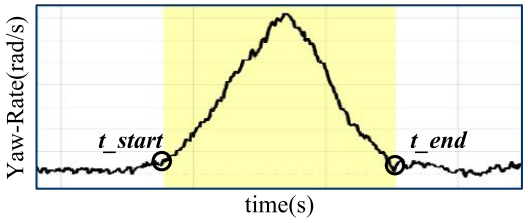


Fig. 1　交差点旋回区間でのヨー角速度 ω_z のピーク

交差点として検出される区間の閾値の条件は以下の通りにした．

- ヨー角速度 ω_z が 0.3 rad/s を超える区間が 0.8s 以上存在すること．
- 横加速度 a_y が 0.5 m/s^2 を超えること．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

- ヨー角速度 ω_z が 0.03 rad/s を下回る時刻を始点および終点とする．

一方で，実環境でロール角 ϕ を得るには，ジャイロセンサのロール角速度 ω_x を積分する必要がある．しかし，安価なセンサにはバイアスや温度ドリフトが含まれ，単純積分では誤差が累積する．

そこで本研究では，交差点旋回の前後に存在する「直線走行区間」に着目した補正手法を提案する．直線区間では本来ロール角はゼロ付近で推移することが期待される．したがって，旋回開始前（t_{start} 以前）および終了後（t_{end} 以後）の積分値に含まれる低周波成分を，センサのドリフト成分とみなすことができる．具体的には，旋回前後 5 秒間を含む区間の積分データに対し，5 次の多項式フィッティングを行い，これをドリフト成分として元の積分波形から減算することで，真のロール角成分のみを抽出する[2]．この多項式フィッティングの結果として，補正後の角度は以下の式で表される．

$$\phi_{comp}(t) = \int_{t_{start}}^{t} \omega_x(\tau)\mathrm{d}\tau - \sum_{n=0}^{5} \hat{a_n}(t - t_{start})^n \qquad (3)$$

ここで，$\hat{a_n}$ は旋回前後 5 秒の区間に対する多項式フィッティングによって得られる係数である．交差点区間における最大加速度および補正後に得られるロール角の最大値を用いて，規格化ロール応答量を算出し，これを積載重量と比較することで推定精度を評価する．

3. 実車両走行試験

3.1. 実験概要

提案手法の汎用性を検証するため，シミュレーションによる手法の妥当性の立証を行い，さらに実車両を用いた公道での走行実験を実施した．シミュレーションおよび実験における車両の積載重量は，空車状態から最大積載状態まで複数段階で変化させた．さらにシミュレーションにおいては過積載状態まで再現し，推定重量の変化を確認する．

3.2. 実験結果と考察

シミュレーションにおける重量推定の結果を表 1 に，実車両における重量推定の結果を表 2 に示す．なお，両者の重量の真値については表の左端に示す通りである．走行試験は複数の車両で実施したが，ここでは代表的な車両の結果を示す．

Table 1　シミュレーション結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1254	-3.54
1500	1380	-8.00
2000	1782	-10.9

Table 2　実車両走行試験の結果

真値 (kg)	推定重量 (kg)	推定誤差 (%)
1100	-	-
1300	1149	-11.6
1500	1634	8.91

4. 結論

本研究では，交差点旋回時の車両のロール応答を利用した新たな重量推定手法を提案し，シミュレーションおよび実車両走行試験によりその有効性を検証した．シミュレーションおよび実データにおける推定誤差は，空車状態から最大積載状態まで，平均して誤差 10% 程度で推定可能であることが確認された．この結果は，安価な車載 IMU を用いても，適切な信号処理と補正アルゴリズムを組み合わせることで，簡易的な車両重量推定が可能であることを示している．

一方で，シミュレーションにおいては重量の増加に伴い推定重量が過小評価される傾向が見られた．これは，定数と仮定したパラメータ $Kl^2/2h_s$ が実際には積載量によって変化することが原因であると考えられる．

今後の課題としては，より多様な車両や走行条件に対する評価を行い，さらに推定精度を向上させるため，機械学習による計測データの補正やシミュレーションモデルの実データへの適合性を高めることが挙げられる．

参考文献

1) 高野瀬 碧輝 et al.：都市部環境下で適用可能な GNSS/IMU に関する研究，pp. 721-726, 自動車技術会論文集，2020. [T. Takano et al.: *Research on Applicable GNSS/IMU in Urban Environments*, pp. 721-726, 2020.]
2) 入江 清：複数観測の統合に基づいた慣性運動計測の誤差修正，No.18-15，日本機械学会シンポジウム：スポーツ工学・ヒューマンダイナミクス 2018 講演論文集，2018. [K. Irie: *Error Correction of Inertial Motion Estimation by Fusing Multiple Observations*, No.18-15, Japan Society of Mechanical Engineers, 2018.]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (2)

座長:北原 優(北海道大学)

10:35 ~ 10:50

[21006] ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

*髙原 智遥[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

10:50 ~ 11:05

[21007] ベイズ最適化を用いたRBSM解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

*爲井 秋成[1]、山田 滉一郎[1]、芳賀 琹[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

11:05 ~ 11:20

[21008] 固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

*鍔本 優希[1]、古川 愛子[1] (1. 京都大学)

11:20 ~ 11:35

[21009] Drive-by Monitoringのための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

*秦 涼太[1]、勝山 俊平[2]、山本 亨輔[2] (1. 東京理科大学、2. 筑波大学)

11:35 ~ 11:50

[21010] モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ハミルトニアンベースの機械学習による構造システム同定（シンポジウム講演概要）

Structural system identification using Hamiltonian-based machine learning
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

髙原　智遥（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Chiharu TAKAHARA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail:s2210566@u.tsukuba.ac.jp

This study examines the performance of vibration data-based structural system identification implemented using port Hamiltonian Neural Network (pHNN), which is a physics-guided machine learning, where based on explicit Hamiltonian and dissipative structure. Verification was conducted through shaking table experiments on a vertical shear building model, targeting the identification of stiffness and damping parameters using measured acceleration data. To enable parameter estimation directly from acceleration responses, an appropriate formulation of the system dynamics was derived. Experiments using measured acceleration data showed increased estimation errors and instability, reflecting the effects of measurement noise and modeling uncertainties. In the results, while stiffness parameters are estimated with relatively high accuracy, the damping parameters exhibit comparatively larger estimation errors. These results indicate that while the proposed method provides a physically consistent framework for system identification, its performance strongly depends on the excitation characteristics and data quality.

１．序論

構造物のシステム同定は，構造物のモデル化の検証や更新，また構造モニタリングによる状態評価などに用いられる．ただし，実構造物を対象として計測データを用いる際には，システム同定の妥当なモデル化や計測ノイズの扱いへの検討が求められる．

一方で近年，物理法則を組み込む機械学習 (Physics-guided Machine Learning: PGML)が着目されており，動的システムの応答をもとめるだけでなく，システム同定への適用も期待されている．しかし，システム同定は実空間のシステムを扱うためエネルギー散逸を無視できず，多くのPGML では明示的にそれを考慮できなかった．その中で，エネルギー保存則を保証する Hamiltonian Neural Networks (HNN) [1]や Port Hamiltonian Neural Network (pHNN)[2] は，エネルギー逸散を伴うシステムの高精度な応答予測を可能にした．しかし，これらの機械学習においても数値解析データを用いる理想的な環境でのシミュレーションにとどまっており，ノイズを含む実構造物応答からシステムの特性値を同定する取組みは未だみられない．

そこで本研究では，多自由度系せん断モデルの振動問題を対象に，pHNN による構造システム同定を提案し，計測データのノイズやモデル化不確定性に対する頑健性を検証する．3 層のたて物せん断モデルの振動台実験を行い，取得する加速度データからの構造特性同定の精度を評価することで，システム同定への適用可能性を明らかにする．

２．pHNN によるシステム同定の定式化

本研究では多自由度系動的システムとして，3 自由度系せん断モデルを扱うこととする．システム同定では，質量行列$\mathbf{M}$を既知とし，剛性行列 $\mathbf{K}$ と減衰行列 $\mathbf{C}$ を同定する．

はじめに，ポート・ハミルトニアン系の運動方程式は，運動エネルギーT とポテンシャルエネルギーV で構成するハミルトニアン H=T+V を用いて，(1)式で表される．

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{p}} = -\dfrac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} - \dfrac{\partial R}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{F}(t) \end{cases} \tag{1}$$

ここで，一般化運動量$\mathbf{p}$，一般化変位$\mathbf{q}$，外力$\mathbf{F}(t)$，散逸関数Rである．pHNN では剛性が関わるVと，減衰項に関わるRを，ニューラルネットワーク(NN)で近似する．

多自由度系せん断モデルに対しては，自由度iの変位をq_i，運動量をp_iとしたとき，相対変位$\delta_i = q_i - q_{i-1}$及び相対速度$\dot{\delta}_i$を用いて NN でV_iとR_iを構築する．

$$\hat{V}_i = NN(\delta_i^2), \hat{R}_i = NN(\dot{\delta}_i^2) \tag{2}$$

$NN(\cdot)$は NN によって近似される未知の非線形関数を示している．また，

$$\hat{V}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{V}_i(\delta_i), \hat{R}(\dot{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^{3} \hat{R}_i(\dot{\delta}_i) \tag{3}$$

とする．ここで$\mathbf{p}$を用いるとハミルトニアン$\hat{H}$は次式となる．

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\mathbf{p^t M^{-1} p} + \hat{V}(\mathbf{q}) \tag{4}$$

本研究で用いるせん断モデルは線形系と仮定できるため，VとRは次式のように線形系の 2 次形式で表される．

$$\hat{V}_i = \frac{1}{2}k_i\delta_i^2, \quad \hat{R}_i = \frac{1}{2}c_i\dot{\delta}_i^2 \tag{5}$$

いくつかのδ_i, $\dot{\delta}_i$に対するVとRの推定値を用いて最小二乗フィッティングすると，k_i, c_i を次式のように同定できる．

$$k_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{V}_i(x_j)}{\sum(x_j^2)}, \quad c_i = 2 \cdot \frac{\sum x_j^2 \cdot \hat{R}_i(v_j)}{\sum(v_j^2)} \tag{6}$$

３．たて物せん断モデルの振動実験でのシステム同定

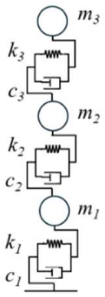
３．１　実験データの取得

本研究の検証では，Fig.1(a) に示すアルミ製の 3 層たて物せん断モデルを用いた．たて物せん断モデルは，Fig.1(b)のように質量集中系で妥当にモデル化できる．加振実験では，供試体下端を完全固定して振動台に設置し，周波数帯域 3–50Hz のランダム波形を振幅レベル 140gal RMS に設定して入力した．各層の床版には加振方向に 1 軸圧電式加速度センサを設置し，同条件で 3 回加振してサンプリング周波数 160 Hz で加速度応答を 3 データ取得した．

前項で述べたように，pHNN では入力が一般化変位 $\mathbf{q}$ と一般化運動量 $\mathbf{p}$ である．そこで，取得した加速度データを周波数領域で積分することで $\mathbf{q}$ と $\mathbf{p}$ に関わる変位と速度を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会


(a) Model specimen



(b) Lumped-mass model

Fig.1 3DOF shear building model for shake table test

導出して pHNN の入力とした．このとき変位と速度に 2–60Hz のバンドパスフィルタを施した．

３．３　比較参照値の導出と pHNN の学習

本研究では，既知として扱う各層の質量m_iは，床版や柱材、接合部を秤で測定して 3 自由度系の集中質量として振り分けた．そのうえで，pHNN による同定結果と比較するため，実験モード解析から剛性と減衰を求め，「実験値 Experimental」とした．ここでは，取得した加速度データのパワースペクトル密度のピーク値から剛性 k_i を，各ピークにハーフパワー法を適用し，モード減衰率から減衰c_iを導出した．さらに「諸元値 Nominal」として，供試体の部材寸法と物性公称値から各層の剛性 k_i を梁理論で算出した．

pHNN のネットワーク構成は 4 層 64 ニューロンとし，活性化関数は Softplus を採用した．損失関数は，加速度データ $\mathbf{a}$ と予測値 $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{p}}\mathbf{M}^{-1}$ から

$$Loss = \left|\left|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\right|\right|_2^2 \qquad (7)$$

とした．最適化アルゴリズムには Adam を用い，学習率は 0.001，バッチサイズ 64，総ステップ数 30000 とした．

３．３　システム同定の結果と考察

pHNN による構造パラメータの同定結果「pHNN identified」を，前項でもとめた参照値と比較して Table.1 に示す．pHNN での同定は 3 つの計測データ各々に対して実施した．表内では 3 データでの同定値平均の実験値平均に対する相対誤差，また 3 データでの同定値のばらつきを相対レンジで示した．剛性については，3 つのパラメータで実験値に対して相対誤差 15% 程度以内の同定精度を示しており，相対レンジも高くて 1%程度と安定していた．同定値と実験値いずれにおいても諸元値とは差異があり，計測データから，より実際の応答に基づく構造パラメータが得られていることが見て取れる．一方，減衰については同定精度が実験値に対して低く，ばらつきも大きい結果となった．ただし減衰パラメータ ci の同定値からモード減衰率を導出すると，各モードで 1%程度となり，実験供試体の構造減衰として

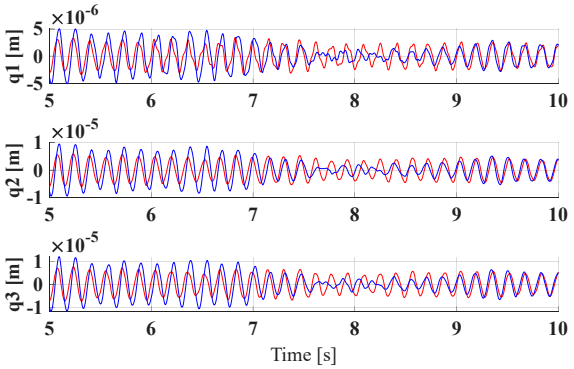


Fig.2 Comparison of time-history displacement **q** (Blue: calculated q using identified **M** and **K**, Red: experimental data)

は概ね妥当な値が得られた．減衰の同定精度が低く剛性では比較的高精度で安定して同定値が得られた要因には，このせん断モデル系において動的応答に対して剛性マトリクスの感度が高いことが 1 つ考えられる．また，散逸関数Rから粘性抵抗のみを考慮して減衰マトリックス$\mathbf{C}$を求めるところで，同定に大きな制約がかかっている可能性がある．

最後に，同定された剛性k_iと減衰c_iを用いて剛性マトリクス K と減衰マトリクス C を導出し，実応答との整合を調べた．K と C はから運動方程式(1)を構成し，振動台上に設置した加速度を入力として，ルンゲクッタ法で時刻歴応答 **q** をもとめた．Fig. 2 に，実験での加速度データと重ねて示す．波形の振幅は減衰の同定誤差により異なっているものの，周期と位相はよく一致していることが見て取れる．

４．結論

本研究では，ハミルトン系の運動方程式に基づく機械学習 pHNN をシステム同定に適用した．検証は，3 層のたて物せん断モデルを用いて，実験で得る加速度データから剛性と減衰の同定を行った．その結果，剛性について頑健性が確認できたが減衰については計測ノイズやモデル化誤差，非線形要素の影響から同定誤差が生じることが確認された．

今後は線形ばねや線形粘性抵抗のみであるという仮定を緩和し，非線形なばねや非線形な減衰の同定も可能な構造を検討する．さらに，減衰率の求め方に関してもさらなる検討が必要である．

参考文献

1) Greydanus, S., Dzamba, M., & Yosinski, J. (2019). Hamiltonian neural networks. Advances in neural information processing systems, 32.
2) Desai, S., Mattheakis, M., Sondak, D., Protopapas, P., &Roberts, S. (2021). Port-Hamiltonian neural networks forlearning explicit time-dependent dynamical systems. arXiv preprint arXiv:2107.08024.

Table.1 Comparisons of model parameters by pHNN identifications to experimental and nominal values

Model parameter		pHNN identified					Experimental (mean of three data)	Nominal
		Data 1	Data 2	Data 3	Relative error of mean [%]	Relative range[%]		
Stiffness [kPa]	k_1	12.4	12.5	12.5	-1.7	0.946	12.3	16.0
	k_2	11.6	11.6	11.6	-15.6	0.150	13.6	
	k_3	12.4	12.3	12.4	-5.2	1.27	12.8	
Damping [Ns/m]	c_1	4.09	1.92	3.03	-22.8	72.0	2.71	—
	c_2	4.34	2.42	2.50	+161.5	63.4	0.94	
	c_3	2.44	1.73	1.09	-89.6	34.2	1.95	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ベイズ最適化を用いた RBSM 解析の材料パラメータ同定（シンポジウム講演概要）

Material Parameter Identification for Rigid Body Spring Model (RBSM) Analysis Using Bayesian Optimization
(Proceedings of the Symposium on Applied Mechanics)

爲井　秋成（法政大・工）　山田　滉一郎（法政大・工）　芳賀　栞（法政大・工）　山本佳士（法政大・工）
Shusei TAMEI, Hosei University
Koichiro YAMADA, Hosei University
Shiori HAGA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: shusei.tamei.5b@stu.hosei.ac.jp

In numerical analyses aimed at reproducing the complex nonlinear behavior of concrete and rock, identifying material parameters that are difficult to determine directly through experiments remains a critical issue. In this study, Bayesian optimization was applied to identify constitutive parameters of a Drucker–Prager-type model for nonlinear incremental analyses using the Rigid Body Spring Model (RBSM). The objective function was defined as the sum of mean absolute errors between simulated and experimental shear stress–displacement curves obtained from direct shear tests of stacked metal hexagonal bars under three normal stress levels (0.40, 0.10, and 0.05 MPa). The results demonstrate that the proposed approach enables stable and highly accurate parameter identification with a limited number of trials, thereby confirming its effectiveness.

1．研究背景

構造物および周辺地盤に対する耐震設計や安全性評価などを適切に行うためには，材料の非線形挙動を高精度に再現可能な数値解析手法の確立が不可欠である．有限要素法（FEM）や剛体バネモデル（RBSM）を用いた数値解析では，材料パラメータの設定が解析結果に大きく影響する．一方で，マクロな対象では実験から直接的にパラメータを決定することは困難であり，従来は解析者が手動でキャリブレーションすることが一般的である．しかし，この方法は解析回数が膨大になる場合や材料パラメータの探索が困難になる場合がある．また，対象が非線形である場合には決定することがさらに困難であることが課題とされている．

近年，このような問題に対してマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）や遺伝的アルゴリズム（GA）といった逆解析手法が用いられることが多い．しかし，非線形性が強い場合に局所的な最適解に陥りやすいことや膨大な計算時間が必要となってしまうといった課題が指摘されている[1]．そこで本研究では，ブラックボックス最適化手法の一つであるベイズ最適化に着目した．ブラックボックス最適化とは，数値解析過程がとても複雑である場合や未知である場合でも，入力と出力のみを用いて最適な出力を得る入力の組み合わせを探索する手法である．ベイズ最適化では入力と出力よりガウス過程回帰を用いて目的関数を確率的に近似し，期待改善量などの獲得関数によってより良い結果が得られると考えられる点を決定し，評価を行う．この操作を繰り返し行い，最適解を探索する．これにより，非線形性に強く，少ない試行回数で最適化が可能となる．

本研究では，基礎的な検証として既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒の一面せん断試験を対象に，RBSM の材料パラメータ同定を行う．また，ベイズ最適化の有用性を確認するために，MCMC および GA との比較を実施する．

2．解析手法

本研究では岩盤材料を対象とし，Fig. および Fig. 2 のような金属六角棒の一面せん断試験 [2),3)]を模擬する数値解析モデルとして剛体バネモデル(RBSM)を用いる．構成則には Drucker-Prager 型モデル [4)]を採用し，垂直バネとせん断バネの弾性係数比，内部摩擦角，硬化係数の三つの材料パラメータを同定対象とする．

材料パラメータ同定は逆解析問題として定式化し，数値解析と実験によって得られるせん断応力―変位関係の差を目的関数として定義する．本研究では垂直応力 0.4MPa，0.1MPa，0.05MPa の 3 条件における平均絶対誤差を合計した値を目的関数とし，3 つの応力条件を同時に再現できる一つのパラメータセットの推定を行う．最適化手法として，非線形性に強く，少ない試行回数で推定が行うことが可能なベイズ最適化を用いる．サロゲートモデルの構築にはガウス過程回帰を用い，獲得関数には期待改善量（EI）を適用する．探索には Python ライブラリである Optuna[5)]を用い，ガウス過程のハイパーパラメータおよび探索点の探索を自動的に逐次最適化することで，少ない試行回数で高精度なパラメータ推定を実現する．

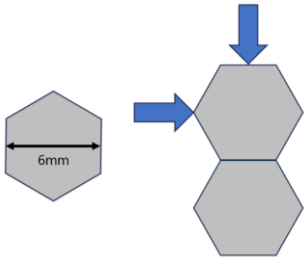


Fig. 1 Metal hexagonal bar

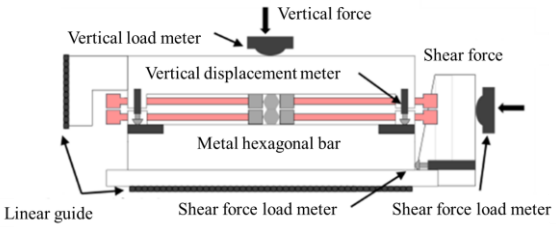


Fig. 2 Test diagram

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析概要・結果

本研究の最適化における推定範囲は，パラメータごとに感度解析を行い，実験結果を十分に包含するように決定した．感度解析により決定した推定範囲基づき，サロゲートモデル構築のために初めに与える初期データ数を 20 個，試行回数 60 回で解析を行った．その結果として得られたせん断応力―変位曲線を Fig. 3 に示す．次に他手法との比較において，上記と同条件で初期データを変更した 5 ケースについて，MCMC と GA でもパラメータ推定を行った．それぞれの最終平均目的関数値を Table 1 に示す．さらに，ベイズ最適化の結果に達するまでの回数を検証した結果を Fig. 4，拡大したものを Fig. 5 に示す．結果より，ベイズ最適化は他手法よりも少ない解析回数で既往の試験を十分に再現できる材料パラメータを推定可能であることが確認された．また，他手法と比べ，初期データへの依存性が低いことが明らかにされた．

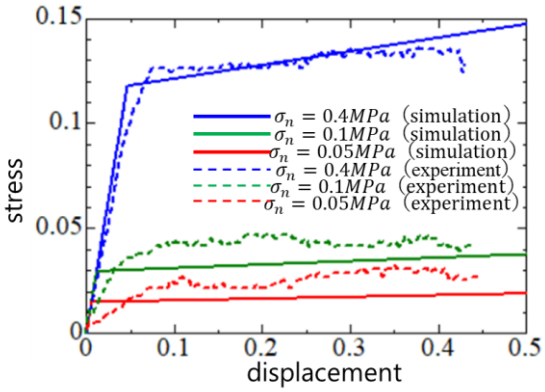


Fig. 3 Estimated displacement-stress curve

Table1 average objective value

Average objective value		
Bayesian optimization	MCMC	GA
0.02137	0.02400	0.02730

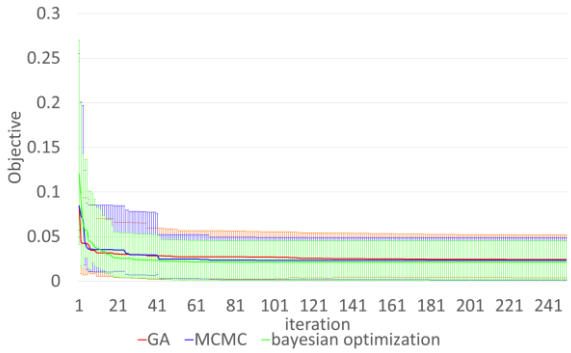


Fig. 4 Comparison of iteration result

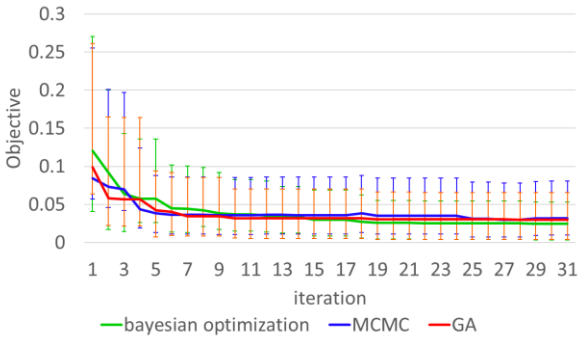


Fig. 5 Comparison of iteration result (enlarged view)

４．結論

本研究では，既往の不連続性岩盤を模擬した金属六角棒による一面せん断試験を対象に，ベイズ最適化を用いて材料パラメータ同定を行った．結果より得られた知見を以下に示す．

(1) ベイズ最適化を用いることで，一つの材料パラメータセットで 3 つの垂直応力条件の実験結果を概ね同時に再現することができた．

(2) ベイズ最適化は，MCMC や GA と比べて初期データへの依存性が低く，少ない解析回数で良い目的関数値に到達したことから，計算コスト低減が期待できる．

今後は，マクロな試験を対象とし，さらに非線形性の強い数値解析モデルに対して材料パラメータ同定を行いベイズ最適化の有用性を確認する必要がある．

５．参考文献

1) Levasseur, S., Malécot, Y., Boulon, M., and Flavigny, E., Identification of material parameters using genetic algorithms, Engineering Structures, Vol.30, No.5, pp. 1365–1374, 2008.

2) 岡田哲実，納谷朋弘，和仁雅明，大塚康範：不連続性岩盤を模擬した金属六角棒積層の斜面模型の動的挙動評価(1)研究の取り組み方法と材料の室内試験，第 15 回岩の力学国内シンポジウム講演集，pp.387-392, 2021.

3) 土木学会岩盤力学委員会岩盤動力学に関する研究小委員会：第 4 フェーズ研究成果報告書，2025.

4) 山田滉一郎，山本佳士：幾何学的非線形性を考慮した RBSM による金属六角棒積層要素試験の再現解析，第 51 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集，公益社団法人土木学会，pp. 13-18, 2025.

5) Akiba, T., Sano, S., Yanase, T., Ohta, T., & Koyama, M., Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining (KDD 2019), pp. 2623–2631, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固有振動特性とスペクトル要素法を用いた橋梁ケーブルの損傷同定（シンポジウム講演概要）

Bridge cable damage identification using modal vibration characteristics and the spectral element method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鍔本　優希（京都大・工）　　古川　愛子（京都大・工）
Yuuki TSUBAMOTO, Kyoto University
Aiko FURUKAWA, Kyoto University
E-mail: tsubamoto.yuuki.66v@st.kyoto-u.ac.jp

In the maintenance of cables, monitoring cable degradation is of critical importance. However, reliable methods for assessing cable integrity have not been established. This paper proposes a new method for estimating cable damage based on the vibration characteristics of higher-order modes. The proposed method employs the spectral element method (SEM) to accurately evaluate higher-order modal characteristics with a small number of elements. By using natural frequencies and mode shapes, the method identifies the tension and the bending stiffness of each segment, both of which decrease due to cable damage. Numerical verification confirmed that the proposed method can accurately estimate both the tension and bending stiffness of each segment.

１．本研究の背景と目的

近年，建設後長期間が経過したケーブル系橋梁の老朽化が進行しているが，ケーブルの継続使用可否を判断するための知見が乏しく，健全度評価手法の確立が望まれている．本研究では，ケーブルの健全度評価においてこれまで利用されてこなかった高次モードまでの振動特性と，それらを少ない要素数で高精度に解析可能なスペクトル要素法（SEM）[1]を用いたケーブル損傷同定手法を提案し，数値シミュレーションによりその有用性を検証することを目的とする．ケーブルの損傷により張力と曲げ剛性が変化するとモデル化し，張力および箇所ごとの曲げ剛性を推定することにより，損傷状態を同定する．

２．ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響

実存する斜張橋ケーブルを対象とし，張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁でモデル化した（Fig. 1）．有限要素法（FEM）を用いて 1000 個の要素で等分割し，両端単純支持とした．健全時のケーブル諸元は，密度 8.35 ton/m^3，断面積 1.14×10^{-2} m^2，ヤング率 2.0×10^8 kN/m^2，断面 2 次モーメント 5.13×10^{-6}m^4, 張力 539.1kN, 長さ 106.1894m である．

下端から全長の 10%に相当する区間（要素番号 1～100）に損傷を仮定し，断面積を 15%，断面 2 次モーメントを 27.75%低下させた．断面積減少に伴う張力低下も考慮した．ケーブルの定着間距離一定（張力による軸伸び一定）の仮定のもと，損傷時張力を健全時に比べ 1.7%低下させた．また，損傷によって質量およびヤング率は変化しないと仮定し，軸方向自由度を固定することで曲げ変形のみを対象とした．その結果，損傷に伴う固有振動特性の変化は主として張力および曲げ剛性の低下に起因する．

Fig.2 に，1～50 次モードの固有振動数の変化率（健全時に対する損傷時の比）を示す．赤色は張力低下を考慮した場合（張力・曲げ剛性ともに変化），青色は張力低下を考慮しない場合（曲げ剛性のみ変化）である．固有振動数は曲げ剛性に対する感度が低く，低次では特にその影響は小さい．主として張力低下により減少することが示された．

Fig.3 に 1 次および 50 次モードのモード形状を健全時と損傷時で比較した結果を示す（最大値を 1 に正規化）． 1 次モードでは顕著な変化は認められないが，50 次モードでは振幅変化および位相ずれが確認された．なお，張力低下の考慮の有無による差は小さく，高次モード形状の変化は主として曲げ剛性低下に起因することが示された．

３．スペクトル要素法の概要と有限要素法との比較

前章の結果より，曲げ剛性の変化を捉えるには高次モード形状が有効であることが示された．しかし，FEM で高次振動特性を高精度に算定するには多くの要素分割が必要となる．逆解析による損傷同定では繰返し計算が不可欠であるため，少ない要素数で固有振動特性を精度よく評価できる数値解析手法が有効である．

スペクトル要素法（SEM）[1]は，FEM と同様に構造物を有限個の要素に分割してモデル化するが，形状関数を振動数の関数として厳密に導出する点に特徴がある．ケーブルを張力のかかったオイラー・ベルヌーイ梁としてモデル化する際，位置xにおける円振動数ωのモード関数 $y(x,\omega)$ は，

$$y(x,\omega) = C_1 \exp(i\alpha x) + C_2 \exp(-i\alpha x) + C_3 \exp(\beta x) + C_4 \exp(-\beta x) \quad (1)$$

と表される．ここにαとβはωの関数である．SEM では，



Fig. 1 Analytical model

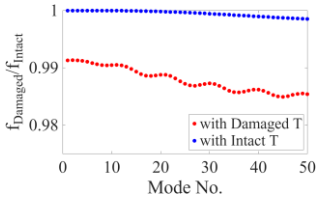


Fig. 2 Ratio of natural frequencies (damaged/intact)

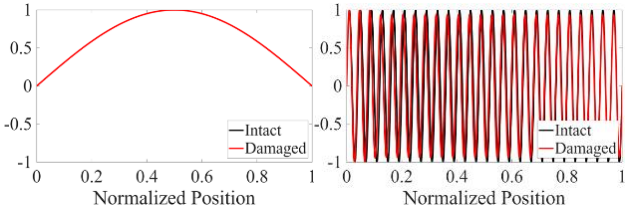


Fig. 3 Comparison of mode shapes (intact vs. damaged)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$\exp(i\alpha x)$, $\exp(-i\alpha x)$, $\exp(\beta x)$, $\exp(-\beta x)$ を形状関数として用いて厳密な要素動剛性行列を構築するため，最小限の要素数で理論解と一致する解が得られ，高振動数領域の解析に適している．一方，FEM では多項式形状関数を用いるため，波長の短い高次モードを精度よく再現するには細かい要素分割が必要となる．なお SEM では動剛性行列の最小特異値が極小となる振動数が固有振動数，対応する右特異ベクトルを固有ベクトルとする．

健全ケーブルを対象に，要素分割数 25，100，300，500，1000 の場合の固有振動数を FEM および SEM で算出し，理論解との比を比較した（Fig. 4）． その結果，FEM では高次モードほど細かく分割する必要があるのに対し，SEM では少ない分割数でも理論解と良好に一致することが確認された．モード形状についても同様の傾向が確認された．

4．ケーブル張力と箇所別曲げ剛性の推定手法の提案

第 2 章の結果より，張力と曲げ剛性は固有振動特性に対して異なる感度を有することが示された．すなわち，低次固有振動数は主として張力低下により減少し，曲げ剛性の影響は限定的である一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して比較的高い感度を示す．これを踏まえ，本研究では張力と箇所別曲げ剛性を段階的に推定する 2 段階推定法を提案する．SEM により算出される固有振動特性が観測値を最もよく再現するよう，最小二乗法により未知数を推定する．

(1) 第 1 段階：張力および一様曲げ剛性の推定

第 1 段階では，張力およびケーブル全体で一様と仮定した曲げ剛性を未知数とし，1～5 次モードの固有振動数を用いて推定する．i次モードの固有振動数f_iにおける全体動剛性行列$S(f_i)$の最小特異値 $\sigma_{min}(S(f_i))$ は 0 となることから，観測固有振動数 f_i が与えられたとき，次式を最小化することにより張力Tおよび一様曲げ剛性$UniEI$ を推定する．

$$\min_{T,UniEI} \sum_{i=1}^{5} \left[\sigma_{min}(S(f_i))\right]^2 \tag{2}$$

(2) 第 2 段階：箇所別曲げ剛性の推定

第 2 段階では，第 1 段階で得られた張力 T を既知量として固定し，モード形状から箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．$\boldsymbol{EI}$ は，ケーブルを複数領域に分割し，各領域内で曲げ剛性が一様であると仮定した場合に，各領域の曲げ剛性を成分にもつベクトルである．i次モードの計測点 j におけるモード形状$\phi_{i,j}$を，各モード内で最大振幅値$\phi_{i,max}$により正規化する．この正規化量について，SEM 解析値と観測値の差を最小二乗法により評価し，箇所別曲げ剛性 $\boldsymbol{EI}$ を推定する．

$$\min_{\boldsymbol{EI}} \sum_{i} \left[\sum_{j=1}^{m} \left\{ \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{th} - \left(\frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i,max}}\right)_{obs} \right\}^2 \right] \tag{3}$$

ここで，mは計測点数，thは SEM 解析値，obsは観測値を示す．

5．提案手法の検証

第 2 章で対象としたケーブルを Fig. 5 のように 5 領域に等分し，中央領域に損傷（断面積 15%低下，断面 2 次モーメント 27.75%低下）を仮定した．各領域に箇所別曲げ剛性 EI_1～EI_5 を設定した．桁側（左側）ではケーブルへのアクセスが容易であることを想定し，当該領域をさらに 5 等分して 9 要素に分割し，節点 2～9 の 8 点でモード形状を計測するものとした．すべての固有振動数およびモード形状には，一様乱数により 1%の計測誤差を付与した．

(1) 第 1 段階

張力推定結果を Table 1 に示す．推定値を真値で除した値を示している．比較のため 46～50 次および 1～50 次モードを用いた場合も検討したが，低次の 1～5 次モードを用いた場合が最も安定した推定精度を与えた．第 2 段階の推定にはこの張力を採用する．

(2) 第 2 段階

箇所別曲げ剛性の推定結果を Table 2 に示す．評価指標として式(4)に示す平均絶対誤差率（MAPE）を用いた．

$$MAPE = \frac{1}{5}\sum_{g=1}^{5} \left| EI_g^{est} / EI_g^{true} - 1 \right| \tag{4}$$

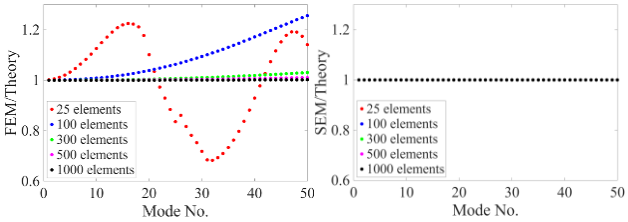
ここで，gは領域番号， $true$およびestはそれぞれ真値および推定値を示す．Table 2 より，高次モード形状を用いることで推定精度は向上し，特に 1～50 次モードを用いた場合には MAPE が 0.7%となり，高精度で箇所別曲げ剛性を推定できることが確認された．

6．結論

ケーブル損傷が固有振動特性に及ぼす影響を検討した結果，固有振動数は主として張力低下に支配される一方，高次モード形状は曲げ剛性低下に対して高い感度を有することが明らかとなった．また，高次モードまでの振動特性を精度よく評価する上で，少ない要素数で理論解と良好に一致する SEM が有効であることを確認した．これらの知見に基づき，低次固有振動数による張力推定と，高次モード形状による箇所別曲げ剛性推定からなる 2 段階推定法を提案した．数値解析による検証の結果，提案手法によりケーブルの損傷を同定可能であることを示した．

参考文献

1) James F. Doyle, Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms, Springer, 1997.



(a)FEM (b)SEM

Fig. 4 Natural frequency ratios to the theoretical solution

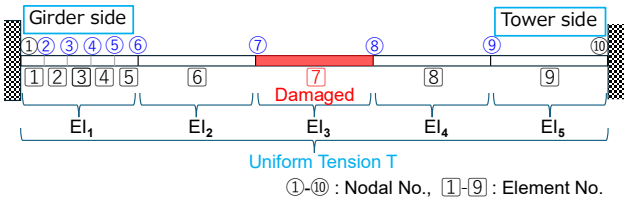


Fig. 5 Analytical model

Table 1 Tension estimation results (estimated/true)

1-5th	46-50th	1-50th
0.984	0.676	1.018

Table 2 Bending stiffness estimation results (MAPE)

1-5th	46-50th	1-50th
0.436	0.024	0.007

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Drive-by Monitoring のための不可観測カルマンフィルタの安定化と端部損傷検知（シンポジウム講演概要）

Stabilization of an Unobservable State-Space Model in Drive-by Monitoring and Its Application to Bridge End-Damage Detection (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

秦　涼太（東京理科大）　　勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Ryota SHIN, Tokyo University of Science
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: shin.ryota.sp@alumni.tsukuba.ac.jp

Drive-by Monitoring enables bridge condition assessment using vehicle-mounted sensors. Conventional methods obtain displacement by integrating acceleration and applying a high-pass filter to suppress numerical drift, which may attenuate important low-frequency components. This study proposes a VBISI method based on an unobservable state-space model that reconstructs input profiles without high-pass filtering. Numerical simulations under noise-free conditions show that the proposed model achieves higher parameter estimation accuracy than an observable model, particularly for bridge edge damage detection.

1. はじめに

交通・物流を支える橋梁は，経年的劣化や外的作用により構造性能が変化し，重大な事故や社会的損失を引き起こす可能性がある．このため，構造健全性モニタリングは，予防保全型維持管理を実現するための重要な技術として注目されている（Fujino & Siringoringo, 2020）．近年，車両にセンサを搭載し，橋梁通過時の車両応答から橋梁状態を推定する Drive-by Monitoring が提案されている（Yang et al., 2004）．本手法は橋梁側に多数のセンサを設置する必要がなく，迅速かつ低コストなスクリーニング技術として期待される．

しかし，車両応答には路面凹凸や車両-橋梁相互作用（VBI）の影響が重畳し，橋梁損傷に起因する成分のみを抽出することは容易ではない（Malekjafarian et al., 2015）．特に，車両質量が橋梁質量に対して無視できない場合，見かけの固有振動数が走行位置に応じて変動することが知られており（Cantero & O’Brien, 2013；Chang et al., 2014），固有振動数などのモード特性に基づく損傷評価には限界がある．さらに，橋梁端部の損傷はモード形推定において検知が難しいことも報告されている（Yamamoto et al., 2023）．

これに対し，車両・橋梁・路面を力学モデルに基づいて同時に同定する Vehicle-Bridge Interaction System Identification（VBISI）法は，モード特性ではなく力学パラメータを直接推定する構造同定法として提案されている（Yamamoto et al., 2022a）．しかし，加速度データのみを観測量とする場合，状態空間モデルは一般に可観測性を満たさず（片山, 2018），測定ノイズを含む場合には数値積分誤差やフィルタ処理の影響により，同定精度が低下する可能性がある（長山ほか, 2019）．

本研究では，可観測性を満たさない状態空間モデルに対しても計算を安定化できる新たな VBISI 法を提案する．具体的には，可観測性を満たさない場合であっても一意に定まる観測可能な状態変数が存在することに着目し（Wang et al., 2019），カルマンフィルタで推定されたそれらの変数を車両の運動方程式に代入して入力プロファイルを算出する枠組みを構築する．これにより，ハイパスフィルタに依存せずに低周波成分を保持したまま推定を行うことが可能となり，同定精度の向上が期待される．

本論文では，提案手法の有効性を数値シミュレーションにより検証する．車両にはハーフカーモデル，橋梁には Euler-Bernoulli 梁モデルを用い，測定ノイズを含まない条件下での同定精度を評価する．さらに，橋梁端部に剛性低下を導入した損傷シナリオを設定し，端部損傷の検知可能性について検討する．これにより，橋梁損傷における難検知領域である橋梁端部損傷に対する本手法の適用可能性を明らかにすることを目的とする．

2. 基礎数理

車両-橋梁相互作用系では，車両への入力プロファイル$\boldsymbol{u}(t)$は路面プロファイル$\boldsymbol{r}(t)$と橋梁プロファイル$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t)$の和で与えられる．ここで，橋梁プロファイルは橋梁節点変位$\boldsymbol{w}_b(t)$は，車軸位置へ写像する行列$\mathbf{L}(t)$により，

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_b(t) = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{w}_b(t) \tag{1}$$

と表される．一方，橋梁への入力であるタイヤ接地力$(V_i(t), i$はそれぞれ前軸と後軸)は，車両のバネ下変位などから計算でき，橋梁外力ベクトルは，

$$\boldsymbol{F}(t) = \mathbf{L}(t)\begin{bmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{H}(t) \tag{2}$$

で与えられる($\mathbf{H}(t)$は支点反力成分)．

車両系の運動方程式(ハーフカーモデル)を

$$\mathbf{M}_v\ddot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{C}_v\dot{\boldsymbol{w}}_v(t) + \mathbf{K}_v\boldsymbol{w}_v(t) = \mathbf{F}_v\boldsymbol{u}(t) \tag{3}$$

とし，離散化した拡張状態ベクトルを

$$\boldsymbol{Z}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{u}}_k^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

で定義する(離散時刻 $t_k = k\Delta t$)．この時，拡張離散時間状態空間モデルは，

$$\boldsymbol{Z}_k = \bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_k, \quad \boldsymbol{s}_k = \mathbf{H}\boldsymbol{Z}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k \tag{5}$$

とかける．ここで$\boldsymbol{s}_k$は観測ベクトルであり，本研究では加速度のみを観測とするため，$\boldsymbol{s}_k$は$\ddot{\boldsymbol{w}}_v$で構成される．また，$\boldsymbol{\omega}_k$はプロセスノイズであり，$\boldsymbol{\epsilon}_k$は観測ノイズである．この時，可観測行列

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{\mathrm{T}} & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}})^{\mathrm{T}} & \cdots & (\mathbf{H}\bar{\mathbf{V}}^{n-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

のランクが状態次元nに達せず，$rank(\mathbf{O}) < n$となり，状態全体は可観測ではない．すなわち，加速度観測のみから$\boldsymbol{Z}_0$を一意に定められず，そのままではカルマンフィルタ推定が不安定化しうる．

可観測性を満たさない場合でも，状態$\boldsymbol{Z}_k$のうち一部は観測$\boldsymbol{s}_k$から一意に推定できる（観測可能な部分空間が存在する）．本研究では，判別法(Wang et al., 2019)に基づき観測可能な状態変数は車両振動成分（$\boldsymbol{w}_{v,k}$と$\dot{\boldsymbol{w}}_{v,k}$に対応）があることに着目

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

する．そこで，本研究は「入力$\boldsymbol{u}_k$を状態空間モデルで直接推定する」ことを避け，カルマンフィルタで安定に推定できる車両振動成分のみを用いて入力を計算する方針を採る．

カルマンフィルタにより得られる推定値$\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,k}$と$\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$，$\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$を用い，車両運動方程式を$\boldsymbol{u}_k$について解く($\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k}$は，$\bar{\mathbf{V}}\boldsymbol{Z}_{k-1}$より得る)．擬似逆行列を用いて

$$\widehat{\boldsymbol{u}}_k = \mathbf{F}_v^{\dagger}\left(\mathbf{M}_v\widehat{\ddot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{C}_v\widehat{\dot{\boldsymbol{w}}}_{v,k} + \mathbf{K}_v\widehat{\boldsymbol{w}}_{v,\mathrm{k}}\right) \tag{7}$$

として，入力プロファイルを直接計算できる．この操作により，$\boldsymbol{u}_k$を状態として推定する際に生じる不可観測成分の影響を回避し，数値的に安定な入力推定を実現する．推定した$\widehat{\boldsymbol{u}}_k$は$\widehat{\boldsymbol{u}}_k \approx \boldsymbol{r}_k + \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$を満たすため，橋梁動的応答解析により，$\boldsymbol{w}_{b,k}$を計算し，$\widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k} = \mathbf{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{b,k}$を得ることで，路面は$\boldsymbol{r}_k = \widehat{\boldsymbol{u}}_k - \widetilde{\boldsymbol{w}}_{b,k}$として分離できる．VBIS 法では，前後輪が同一路面を走行するという拘束を用い，前軸・後軸で推定される路面が一致するように車両・橋梁パラメータを更新して同定を行う．

本研究では，橋梁剛性の端部要素に剛性低下を与えた損傷シナリオを設定し，同定で得られる端部要素の剛性推定値を損傷指標として，端部損傷の検知可能性を数値シミュレーションで検討する．

3. 数値シミュレーションの結果

本研究の数値シミュレーションは，ハーフカーモデルと Euler-Bernoulli 梁モデルを用いた VBI 系を構築し，橋梁を 7 要素に分割して検証を行った．端部損傷は端部要素（EI_1）の曲げ剛性を健全時の 50%に低下させることで模擬した．観測量は車両の鉛直加速度とし，測定ノイズは付加していない(車両速度 10m/s，時間刻み 0.001s，実験回数 16 回)．

図 1 にパラメータ推定結果を示す．左図は提案手法であり，右図は可観測性を満たすカルマンフィルタ（ハイパスフィルタ適用）の結果である．不可観測モデルでは，端部要素の剛性低下がほぼ真値どおりに推定され，他の要素も概ね健全値付近に同定された．すなわち，損傷が端部に局在していることが明瞭に再現されている．なお，カルマンフィルタの観測ノイズ項に微小な値を加えているため，真値に一致はしない．

一方，可観測モデルは端部剛性の低下傾向は確認できるものの，推定値は真値から乖離し他の要素にも誤差が生じた．可観測モデルは，加速度を数値積分して変位を生成する際に生じるトレンドに対処するため，カットオフ周波数 0.05 Hz のハイパスフィルタを適用している．しかしながら，この処理により橋梁応答の低周波成分も同時に減衰し，剛性同定に必要な情報が一部失われた可能性がある．以上より，ノイズを含まない理想条件においては，低周波成分を保持できる提案手法の方が高精度に端部損傷を同定可能であることが確認された．

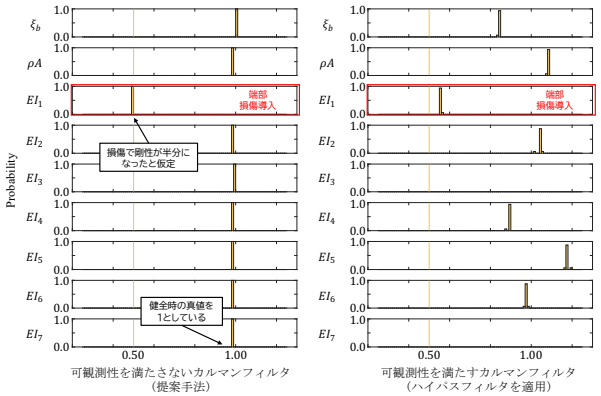


図1：不可観測モデルと可観測モデルの橋梁パラメータ推定結果の比較（端部損傷，ノイズ 0%）

4. 考察

本結果の差異は，低周波成分の取り扱いが同定精度に影響を与えた可能性に起因すると考えられる．橋梁の剛性変化は，振動モードの変化だけでなく，車両通過時の準静的たわみ応答にも反映される．この準静的応答は比較的低周波帯域に含まれるため，当該成分を適切に保持することが剛性推定に寄与している可能性がある．可観測モデルでは，数値積分に伴うドリフトを抑制するためにハイパスフィルタを適用しているが，その結果として準静的成分の一部が減衰し，同定に利用可能な情報量が減少したことが推定誤差の増加につながったと解釈できる．

一方，提案手法では観測可能な状態成分を用いて運動方程式に基づき入力を再構成するため，低周波成分を保持したまま推定が行われる．VBI 系は車両と橋梁が相互作用する結合系であり，入力・応答の双方に構造情報が分散して現れる特徴を有する．このような系においては，観測量の種類だけでなく，信号処理の方法が識別可能な情報に影響を及ぼすと考えられる．本結果は，観測設計と信号処理の選択が同定性能に与える影響を示す一例と位置付けられる．

ただし，本検討はノイズを含まない数値シミュレーションに基づくものであり，実環境では低周波帯域が環境ノイズやセンサ誤差の影響を受ける可能性がある．さらに，走行速度や損傷位置の違いが低周波成分への寄与にどのように影響するかを体系的に検討することにより，本手法の適用範囲をより明確にできると考えられる．

参考文献

1) Cantero, D. and O'Brien, E. J.: The non-stationarity of apparent bridge natural frequencies during vehicle crossing events, *FME Transactions*, Vol.41, No.4, pp.279-284, 2013.
2) Chang, K. C., Kim, C. W. and Borjigin, S.: Variability in bridge frequency induced by a parked vehicle, *Smart Structures and Systems*, Vol.13, No.5, pp.755-773, 2014.
3) Fujino, Y. and Siringoringo, D. M.: Recent research and development programs for infrastructures maintenance, renovation and management in Japan, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.16, No.1, pp.3-25, 2020.
4) Malekjafarian, A., McGetrick, P. J. and O'Brien, E. J.: A review of indirect bridge monitoring using passing vehicles, *Shock and Vibration*, 286139, pp.1-16, 2015.
5) Wang, H., Nagayama, T. and Su, D.: Estimation of dynamic tire force by measurement of vehicle body responses with numerical and experimental validation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.123, pp.369-385, 2019.
6) Yamamoto, K., Fujiwara, S., Tsukada, K., Shin, R. and Okada, Y.: Numerical studies on bridge inspection using data obtained from sensors on vehicle, *Proceedings of the 13th International Workshop on Structural Health Monitoring (IWSHM 2022)*, pp.756-763, 2022.
7) Yamamoto, K., Shin, R. and Mudahemuka, E.: Numerical verification of the drive-by monitoring method for identifying vehicle and bridge mechanical parameters, *Applied Sciences*, Vol.13, No.5, 3049, 2023.
8) Yang, Y. B., Lin, C. W. and Yau, J. D.: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.272, No.3-5, pp.471-493, 2004.
9) 片山徹：システム同定―部分空間法からのアプローチ，朝倉書店，2018.
10) 長山智則，趙博宇，薛凱：走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定，土木学会論文集 E1, Vol.75, No.1, pp.1-16, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モード重ね合わせ法に基づく転移学習による少数観測データからの構造物地震応答予測（シンポジウム講演概要）

Seismic response prediction from limited observation data using mode superposition transfer learning (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

才田　大聖（筑波大院・システム情報工学研究群）　　西尾　真由子（筑波大・システム情報系）
Taisei SAIDA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: saida.taisei.tj@alumni.tsukuba.ac.jp

This study proposes Mode Superposition Transfer Learning (MSTL), a physics-informed transfer learning method for seismic response prediction with limited observations. Based on modal superposition method, the ground motion to structural response mapping is learned in two steps: a deep learning model is pre-trained to predict a set of Single Degree of Freedom (SDOF) responses from ground acceleration, and then a second deep learning model is fine-tuned to combine these SDOF responses into the response of the target structure. The method is verified on observation data from a two-span RC box-girder bridge, predicting transverse deck displacement from ground accelerations. MSTL improves R^2 and more accurately captures response peaks than training without MSTL, indicating its effectiveness in small-data settings.

1．序論

日本は地震多発国であり、構造物の地震時の挙動を把握し、それに基づいて耐震補強などを行うことが重要である。ここで地震時挙動を予測するためには有限要素法などの数値計算が用いられることが多い。しかし、実構造物の持つ材料特性や境界条件などを正確に数値解析モデル化することは困難であり、正確な地震応答挙動把握は難しい。

そこで近年、数値解析モデルを介さずに、地震の地盤加速度と構造物の応答の時刻歴波形間の関係を深層学習モデルでモデル化する研究が行われてきている。このモデル化では、入力となる地震動と出力となる構造応答の関係性自体が、構造物の動的特性を内包しているため、境界条件等も暗にモデル化に組み込まれることとなる。こうしたデータ駆動型の深層学習モデルは実際の観測データから学習されるため、数値解析モデルよりも高精度なモデルを作成できる可能性があり、注目されている。

地震応答予測における深層学習モデルとして、Convolutional Neural Networks (CNN) や Long Short-Time Memory (LSTM) がよく用いられており、構造物の地震応答挙動を予測できる可能性が示されてきている。著者らにおいても、説明可能な地震応答予測モデルとして、Explainable Seismic Response Networks (ExSRNet) を提案してきており、実構造物の挙動を高精度に予測している [1]。しかし、これらの深層学習モデルはデータ駆動型である上に、そのパラメータ数は多く、構造物の地震観測といった少数のデータから学習することが難しいことが課題となる。

そこで本研究では、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 (Mode Superposition Transfer Learning, MSTL) を提案する。モード重ね合わせ法に基づくと、線形な多自由度系応答(MDOF)は複数の 1 自由度系(SDOF)の応答の重ね合わせで表現できる。そこで MSTL では、SDOF 応答からなるデータセットを基に事前学習を行い、実構造物である MDOF 応答からなるデータセットでファインチューニングを実施する。SDOF 応答といった物理的な知識を事前にモデルに埋め込むことにより、少ない観測データからでも高精度な地震応答予測モデルを構築できる可能性がある。検証では、2 径間 RC 箱桁橋の実観測データを用いて学習を実施し、将来的な地震応答の予測精度を MSTL の有無で比較し、MSTL の有効性を示す。

2．モード重ね合わせ法に基づく MSTL の実装

時刻$t = 1, \dots, L$において、地震加速度$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_L)^\mathsf{T}$と構造物応答$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_L)^\mathsf{T}$が観測されているとする。地震応答の予測においては、写像$\mathbf{y} = \mathcal{G}(\mathbf{x})$を近似することが目的となる。ここで、データが豊富な状況下においては、観測データを用いてパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を持つ深層学習モデル$\hat{\mathcal{G}}_{\boldsymbol{\theta}}$を構築し、$\mathcal{G}$を近似すればよい。しかし、地震観測において通常、地震観測回数は少なく、深層学習モデルを直接学習させると、過学習しやすく学習が難しい。

そこで MSTL では、モード重ね合わせ法に基づき、$\mathcal{G}$の学習を 2 段階の学習として捉える。具体的には、$\mathcal{G}$をゼロから学習する代わりに、地震動から SDOF 応答の集合への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答の集合から対象構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成写像$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として考える。2 段階にすることにより、$\mathcal{F}$を対象構造物の観測データなしに学習することが可能となり、$\mathcal{P}$のみを観測データから学習すればよく、過学習を抑えられることが期待される。

実装では、Fig. 1 に示すように 2 段階の学習が行われる。1 段階目の事前学習においては、$\mathcal{F}$を近似する深層学習モデル$f_{\boldsymbol{\theta}}$を大規模な SDOF の応答データより学習する。この学習により、SDOF の応答を予測可能なパラメータ$\boldsymbol{\theta}$を獲得する。2 段階目のファインチューニングでは、事前学習済みの$f_{\boldsymbol{\theta}}$を再利用し、地震波形から SDOF 応答$\mathbf{Z}$を予測する。続いて、$\mathcal{P}$を近似する深層学習モデル$p_{\boldsymbol{\phi}}$を学習することで、

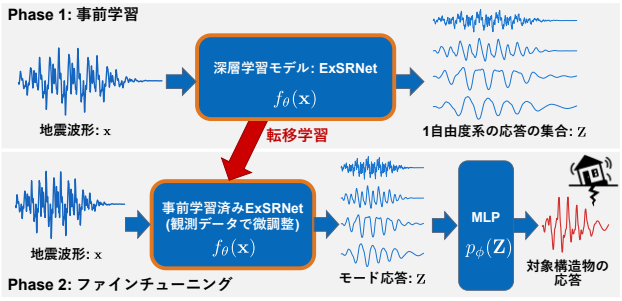


Fig. 1 Overview of Mode Superposition Transfer Learning

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

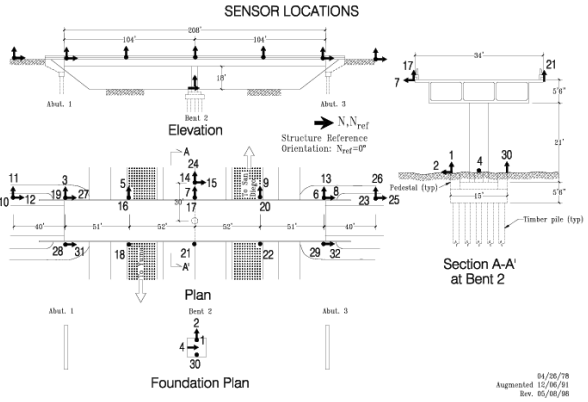


Fig. 2 Sensor Locations of RC bridge [3)]

対象構造物の応答を学習する。ここでp_ϕは SDOF 応答を非線形に重ね合わせる多層パーセプトロン(MLP)である。f_θについては、時刻歴予測が可能な任意のモデルを使用可能であるが、本研究においては ExSRNet[1)]を使用する。θおよびϕの最適化においては、Sharpness Aware Minimization を適用した RAdam を使用する。また、事前学習に用いる SDOF 応答のデータセットは、0.2 から 10 Hz の固有振動数の範囲で 64 の振動数を設定し、入力地震動として K-NET および KiK-net の強震記録 [2)]から計測震度 4.5 以上の加速度波形を 4,254 波形取得して用いた。すなわち、事前学習用データセットの応答数は 64×4,254=272,256 となり、大規模なデータセットである。

３．２径間 RC 箱桁橋の観測データを用いた検証

検証では、Center for Engineering Strong Motion Data[3)]で公開されている 2 径間 RC 連続箱桁橋の実観測データを用い、地震応答予測モデルを MSTL により構築し、予測精度を評価する。対象橋梁は全長 63.4m、1 径間当たりの長さが 31.7m である。観測点として、Fig. 2 に示すように多数の加速度計が設置されている。検証では、入力として地盤の加速度（ch14, ch15, ch24）を用い、橋軸直角方向の床版位置での変位（ch7）を出力とする。訓練・検証データとして、2008～2010 年 5 月の 9 観測を用い、テストデータには 2010 年 7 月以降の 2 観測を用いた。これにより、過去の地震記録で学習し、未来の応答を予測できるかを検証する。

まず、テストデータに対する予測精度を評価する。Table1 に、各テスト地震記録に対する決定係数 R^2 を示す。 ここで、ExSRNet-MSTL は MSTL を適用したモデル、ExSRNet は MSTL を適用しないモデルである。いずれの地震においても ExSRNet-MSTL が ExSRNet の精度を上回っていることが確認できる。通常の ExSRNet では、観測データから地震動の特徴抽出と、構造応答への変換の両方をゼロから学習しなければならず、過学習や局所解に陥りやすい。対して ExSRNet-MSTL では、事前学習の段階で多様な固有周期を持つ SDOF の揺れ方を既に学習している。そのため、対象構造物に対する学習は、獲得済みの特徴量をどのように組み合わせれば観測応答を再現できるか、というモードの重み付けとその微調整のみを学習すればよく、学習が容易化したことが精度向上につながったと考えられる。

次に、具体的な応答を確認するため、BorregoSprings (2010-07-07) 地震における変位応答の最大応答付近の予測結果を Fig. 3 に示す。 図中、黒線はセンサの値、赤点線は ExSRNet-MSTL、青点線は ExSRNet の予測値を表す。 また、横軸は時間を表し、縦軸は変位である。Fig. 3 の最大応答付近（15～17 秒）において、ExSRNet は応答を過小評価し、ピークのタイミングや形状にずれが見られるのに対し、ExSRNet-MSTL はピークのタイミングと振幅ともに精度よく捉えている。これは、MSTL によって獲得された表現が、実際の構造物応答といった複雑な応答特性に対しても有効に機能していることを示唆している。

Table 1 Accuracy of Seismic Response Prediction

地震名	R^2（ExSRNet-MSTL）	R^2 (ExSRNet)
BorregoSprings (2010-07-07)	**0.9345**	0.7289
BorregoSprings (2016-06-10)	**0.7627**	0.4389

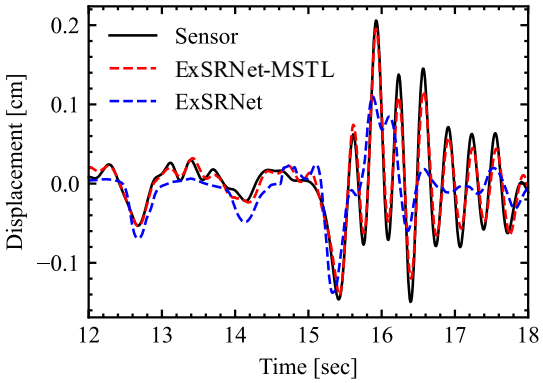


Fig. 3 Predicting Response of RC Bridge

４．結論

本研究では、地震観測データが少数であることに起因する深層学習モデルの過学習を課題として、モード重ね合わせ法に基づく転移学習手法 MSTL を提案した。MSTL は、地震動から構造物応答への写像を、地震動から SDOF 応答への写像$\mathcal{F}$と、SDOF 応答から構造物応答への写像$\mathcal{P}$の合成$\mathcal{G} \approx \mathcal{P} \circ \mathcal{F}$として捉え、SDOF の大規模データで$\mathcal{F}$を事前学習し、実構造物の観測データで主に $\mathcal{P}$をファインチューニングする 2 段階学習により学習を安定化させる。

2 径間 RC 連続箱桁橋における検証では、MSTL を適用した ExSRNet-MSTL は、適用しない ExSRNet と比較してテスト地震で R^2 が向上した。以上より、SDOF 応答に基づく物理的知識を事前学習として埋め込む MSTL は、少数の実観測データしか得られない実構造物の地震応答予測において有効であることを示した。

謝辞

本研究は JST 創発的研究支援事業 JPMJFR205T 及び、JSPS 科研費 24KJ0474 の助成を受けたものです。また、計算資源は筑波大学計算科学研究センターの学際共同利用プログラムにより提供されました。

参考文献

1) T. Saida and M. Nishio: ExSRNet: Explainable deep learning model for seismic response prediction with frequency attention mechanism, Engineering Structures, 343, pp.120953, 2025.
2) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience: NIED K-NET, KiK-net, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, 2019.
3) California Geological Survey and U.S. Geological Survey: Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD), U.S. Geological Survey, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 12:00 ~ 13:10 | A会場(環境棟：2階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

🏛2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | 🏛A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (3)

座長:木本 和志(岡山大学)

14:45 ~ 15:00

[21011] 線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について(シンポジウム講演概要)

*鳥巣 茂樹[1] (1. 武庫川女子大学)

15:00 ~ 15:15

[21012] 光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

*木本 和志[1]、一水 信之介[1]、斎藤 隆泰[2] (1. 岡山大学、2. 群馬大学)

15:15 ~ 15:30

[21013] 微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較（シンポジウム講演概要）

*東平 光生[1] (1. 東京理科大学)

15:30 ~ 15:45

[21014] ねじりモーメントを受けるCFRP接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

*水谷 壮志[1]、伊佐治 響己[1]、石川 敏之[1] (1. 関西大学)

15:45 ~ 16:00

[21015] 大域参照勾配を用いたHermite族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

*勝山 俊平[1]、山本 亨輔[1] (1. 筑波大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

線型弾性論に於ける自己平衡応力場と偶応力場について（シンポジウム講演概要）

On the self-equilibrated stress fields and couple stress fields in Linear Theory of Elasticity (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鳥巣 茂樹（武庫川女子大学・建築）
Shigeki TOSU, Mukogawa Women's University
E-mail: tosu@mukogawa-u.ac.jp

The Cauchy stress field, a symmetric tensor field, ensures couple equilibrium on a sub-body, but it is indeterminate with respect to external force fields because it contains self-equilibrated stress components that exist in the absence of external loading. Eliminating these components renders the stress field unique relative to the external forces, and the traction field also becomes unique. The resulting stress field admits scalar and vector potentials, but maintaining couple equilibrium on a sub-body requires the existence of couple stresses. Thus, eliminating self-equilibrated stresses while excluding couple stresses is incompatible.

１．線型弾性論

3 次元 Euclid 空間上の単連結領域を占める弾性体 B が，外力場に依り $\acute{\mathrm{B}}$ に変形し，静力学的に平衡するとき，物体力･表面力 vector 場 $\{\acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\acute{\boldsymbol{x}} \in \acute{\mathrm{B}}$, $\acute{\boldsymbol{\xi}} \in \partial\acute{\mathrm{B}}$ を，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV = \acute{\boldsymbol{f}}(\acute{\boldsymbol{x}})\,d\acute{V}, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \acute{\boldsymbol{t}}(\acute{\boldsymbol{\xi}})\,d\acute{S}\}$, $\boldsymbol{x} \in \mathrm{B}$, $\boldsymbol{\xi} \in \partial\mathrm{B}$ と物質表示し，変位 vector 場を $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \acute{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{x}$ とすれば，外力場の並進力･偶力平衡式は下式となる．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\big)\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \big(\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\big)\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

このとき，変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ と外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ は幾何学的非線型となり，数理的扱いが困難となる．

そこで，変位場および外力場が微小量と仮定すれば，非線型項 $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ は 2 次微小量として無視出来て，線型化出来ると言うのが，所謂微小変位理論 [1) 487G.] である．しかし，弾性 energy $\{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV, \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS\}$ も 2 次微小量として無視出来て，弾性論が成立たない．

線型弾性論では，外力場･内力場の並進力･偶力平衡に，変位場･歪場･構成則が関わらないことを前提とし，(2)式は

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{\xi}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{3}$$

となる．つまり，外力場は，弾性体の無変位･初期状態，即ち剛体状 B 上の vector 場であり，純幾何学的に，B 上で内力場，即ち応力場と平衡する．変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ も，外力場と線型関係を成す B 上の vector 場と言う数理的措定と言える．

２．弾性変形と変位場の可積分条件

弾性体と言う限り，他の連続体と一線を画する物性を備えている．その物性を端的に表せば，加力に依り isotopic かつ滑らかな変形を生じ，除荷すれば初期状態に復元する物性と言える．isotopic な変形とは，平たく言えば，内部構造，例えば弾性体に埋込まれた微細な格子構造を保存する変形であり，内部構造が破断･圧潰･重畳･反転あるいは自己交差･接触･貫入を生じない．更に，変形の滑らかさ，即ち内部構造が屈折･捩折を生じないことも求められる．

弾性体 B が外力作用に依り変形し，単連結領域 $\acute{\mathrm{B}}$ となるとき，写像 $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\in\mathrm{B} \to \acute{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}+\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) \in \acute{\mathrm{B}}$ が局所的に単射または微分同相となるには，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は C^1 級で，連続な変位勾配 tensor 場 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$，変形勾配 tensor 場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \nabla\otimes\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{I}+\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が存在し（勾配の一般的な表現は $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$），下式を満足しなければならない．

$$\det\big(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\big) = 1 + e(\boldsymbol{x}) + \mathrm{adj}\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) : \boldsymbol{I} + \det\big(\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\big) > 0 \tag{4}$$

なお，$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ とおき，偏差歪 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$，置換 tensor を $\boldsymbol{\epsilon}$ とすれば，$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ は下式

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = e(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{I}/3 + \omega(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) \tag{5}$$

のように直交分解出来る．$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$ が微小なら，(4)式は満たされ，$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$ の局所的単射性と向き保存（orientation preserving）[5) 5. 5.] が保証される．

一方，$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が C^2 級なら，下の Poisson 方程式が成立つ．

$$\nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \tag{6}$$

$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) \to \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が単射となり，凸領域 B の原点 $\mathrm{O}\in\mathrm{B}$ に対する Cesàro の変位場求積法の下式が一意的であるためには，

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{u}(r\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{0}) + \boldsymbol{k}\cdot\int_0^r \boldsymbol{J}(s\boldsymbol{k})\,ds \quad \text{for} \quad \forall\boldsymbol{k}\in\mathrm{S}^1 \tag{7}$$

不定成分 $\nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を排除し，下式が成立たねばならない．

$$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = -\nabla\cdot\boldsymbol{\epsilon}\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

つまり、Saint- Venant の歪場適合方程式ではなく、上式を満たさねばならない。上式は $\partial_i\big(\partial_j u_k\big) = \partial_j(\partial_i u_k)$ for $i\neq j$ と書けるので，偏微分の順序交換条件･Young の定理･Schwarz の可積分条件とも呼ばれる．弾性体 B に埋込まれた単純閉曲線を，弧長助変数 s で C: $\boldsymbol{c}(s)\subset\mathrm{B}$ と表現すると，C の接線 vector 場は $\boldsymbol{c}'(s) = \lambda(s)\in\mathrm{S}^2$ で，C は弾性変形に伴い $\acute{\mathrm{C}}$: $\acute{\boldsymbol{c}}(s) = \boldsymbol{\varphi}\big(\boldsymbol{c}(s)\big) = \boldsymbol{c}(s) + \boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ に変形する．任意の単純閉曲線 C を境界とする曲面を Π，即ち $\mathrm{C} = \partial\Pi$ とすれば，C 上の変位 vector 場 $\boldsymbol{u}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)$ の増分の周回積分は，Stokes の定理より，下式となる．

$$\oint_{\boldsymbol{c}(s)\in\mathrm{C}} \lambda(s)\cdot\boldsymbol{J}\big(\boldsymbol{c}(s)\big)\,ds = \int_{\boldsymbol{x}\in\Pi} \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x})\,dS = \boldsymbol{0} \quad \because\ \tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \tag{9}$$

$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ なら，積分経路 C に依らず周回積分は零となり，変形後の曲線 $\acute{\mathrm{C}}$ も閉曲線で，弾性体 B に埋込まれた任意の単純閉曲線 C が，大域的にも破断･転位 [3)] しないことを保証している．$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})$: $\boldsymbol{x}\to\acute{\boldsymbol{x}}$ は大域的に単射とは言えず，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線とは必ずしも言えないが，局所的には，$\acute{\mathrm{C}}$ も単純閉曲線と言えるので，ambient isotopic な変形と看做せる．

このとき，$\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\tilde{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{I} = 0$ より，下式

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\,\nabla\,e(\boldsymbol{x}) - (1/2)\,\nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{10}$$

$$\therefore\ \nabla^2\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) = \nabla\,e(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{11}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = 0 \quad \because\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{I} = 0 \tag{12}$$

が導ける．この歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ は，(12)式の拘束を有し，独立な要素は 3 要素であり，変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ の独立な要素数と一致し，冗長性を持たない．(10)式は，$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ を意味

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

せず，偏差歪 tensor 場 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{x})$ は $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ に従属し、勾配 $\{\nabla e(\boldsymbol{x}), \nabla\times\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が生ずる見掛の歪場であることを表す．

Navier-Cauchy の運動方程式から，導かれる波動方程式

$$\ddot{e}(\boldsymbol{x}) = c_P \nabla^2 e(\boldsymbol{x}),\quad \ddot{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{x}) = c_S \nabla^2 \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) \tag{13}$$

も，歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ が弾性 energy を伝搬することを示す．

3．自己平衡応力場

古典的弾性論に従えば，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し，応力 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が存在し，境界閉曲面 ∂B の法線 vector を $\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})$ とするとき，下式の平衡方程式を満たす．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) \quad \text{in} \quad \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{15}$$

正定値剛性 tensor を $\mathbf{C}$ とし，構成則 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x})$ の存在を仮定すれば，⑭・⑮式を満たす解は一意的と Kirchhoff は主張した [2) 118.]が，柔性 tensor を $\mathbf{S}$ とする $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{S}:\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ が普遍的弾性構成則であり、Stokes も指摘するように $\mathbf{S}$ は正則とは限らず，$\mathbf{C}$ も存在するとは限らない．また，Beltrami の適合条件式 [4) 7. 3.]も，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0}$ から $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ は導けない．

⑫・⑬式を 3 連立の偏微分方程式と Neumann 境界条件と看做せば，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ の 9 or 6 要素は冗長で，解は不定となる．⑭・⑮式に含まれる自己平衡(self- equilibrated)応力場とは，下式を満たす成分 $\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) \neq \boldsymbol{0}$ で，Kirchhoff が応力場一意性の背理法証明で用いた，異なる 2 解の差分に他ならない．

$$\nabla\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\acute{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{16}$$

これを排除するためには，下式が成立たねばならない．

$$\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{17}$$

一方，$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})$ は⑸式と同様に，偏差応力 tensor 場を $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$ とするとき，下式のように直交分解出来る．

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,\mathbf{I}/3 + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\epsilon}/2 + \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ p(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\mathbf{I},\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}):\boldsymbol{\epsilon} \tag{18}$$

よって，$\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\nabla\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{x}) = (2/3)\nabla p(\boldsymbol{x}) - (1/2)\nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})$$

$$\therefore -\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) - \nabla\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{19}$$

更に，$\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{0}$ および $\big(\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\xi})\big):\mathbf{I} = \boldsymbol{0}$ より，

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\xi}) = (2/3)\,p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - (1/2)\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})$$

$$\therefore \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}),$$

$$\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = 0 \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{20}$$

が成立ち，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \to \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ の一意的関係，下式も成立つ．

$$p(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}),\ \ \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi})\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{21}$$

このとき，⑲式は vector 場 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ の Helmholtz 分解式となり⑪式に一致し，⑳式は vector $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})$ の直交分解式となる．⑲・⑳式を満たし，応力 potential 場とも言える $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\}$ は，外力場 $\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ に対し一意的であり(Friedreichs 分解)，$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) \leftrightarrow \{p(\boldsymbol{\xi}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\xi})\}$ も双射の関係となる．

なお，応力場が対称 tensor 場 $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})$ $\therefore \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$ とするなら，⑭・⑮式は，下式の“hydrostatique”に帰する．

$$-\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \nabla p(\boldsymbol{x}) \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x},\ \ \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi}) = p(\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\xi}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B}\ni\boldsymbol{\xi} \tag{22}$$

よって，応力 tensor 場の不定性、即ち自己平衡応力場成分の排除と偶応力場の排除は，相反し，両立しない．

4．偶応力場

外力場が変位 vector 場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を生じるまでに弾性体 B に成す仕事 U_{B} は，$\{\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\}$ と $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が線型関係で，⑲・⑳式が成立てば，下式となり，弾性 energy として保存される．

$$U_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\cdot\,dV + \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{\xi}\in\partial\mathrm{B}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\xi})\cdot\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})\,dS$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \big(p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\big)\,dV = \int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} W(\boldsymbol{x})\,dV \tag{23}$$

よって，下式の Hooke の法則が成立ち，

$$e(\boldsymbol{x}) = \kappa^{-1}\,p(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \kappa > 0,$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda > 0,\ \ \because \nabla\cdot\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{24}$$

⑶式は下式となって，剛体回転を生じないことを保証する．

$$2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV = 2\lambda\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B}} \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\,dV = \boldsymbol{0} \tag{25}$$

切断原理に従い，任意の部分領域 $\mathrm{B_P}\subseteq\mathrm{B}$ の境界面 $\partial\mathrm{B_P}$ 上に並進・偶 traction vector 場 $\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$, $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS$ on $\partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta}$ が存在し，部分固体 $\mathrm{B_P}$ 上に作用する物体力場と平衡するとすれば，下式が成立つ．

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{26}$$

$$\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \big(\boldsymbol{\zeta}\times\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\big)\,dS = \boldsymbol{0} \tag{27}$$

このとき，⑳式と同様な下式が成立てば，⑳式を満たす．

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{\zeta}) = p(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{q}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta} \tag{28}$$

更に，下式が成立つならば，⑸・⑵式を満たす．

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \ \text{ in } \ \mathrm{B}\ni\boldsymbol{x} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) = -2\,\boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\zeta})\times\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta}) \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B_P}\ni\boldsymbol{\zeta},$$

$$\boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{0} \ \text{ on } \ \partial\mathrm{B} \ \ni\boldsymbol{\xi} \tag{30}$$

$$\because 2\int_{\boldsymbol{x}\in\mathrm{B_P}} \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\,dV + \int_{\boldsymbol{\zeta}\in\partial\mathrm{B_P}} \boldsymbol{m}(\boldsymbol{\zeta})\,dS = \boldsymbol{0} \tag{31}$$

変位場 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を層状 vector 場成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x})$ と管状 vector 場成分に分解し，管状 vector 場成分を剪断変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x})$ と湾曲変位成分 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ に分解すると，下式となる．

$$e(\boldsymbol{x}) = \nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) \tag{32}$$

このとき，⑵8)～⑶0)式および⑵3)式の部分積分から下式，

$$2\,W(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x})\,e(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x})$$

$$\text{where } \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \nabla\times\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) = -\nabla^2\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}),\ \ \nabla\cdot\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{33}$$

が成立つので，下式の Hooke の法則が導ける．

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{q}}(\boldsymbol{x}) = \lambda^{-1}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}),\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x}) = \mu^{-1}\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) \ \text{ where } \ \lambda,\,\mu > 0 \tag{34}$$

よって，応力場 $\{p(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{q}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})\}$ は弾性歪場 $\{e(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{x})\}$ の連続性を保証し，Poisson 方程式⑶3)の正則性に依り，偶応力場 $\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x})$ の連続性が $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x})$ の滑らかさ C^2 級を保証する．

5．まとめ

抑も線形弾性論は，〈外力場→応力場→歪場→変位場〉の線型な因果関係を導くことで，〈応力場→外力場〉・〈変位場→歪場〉が一意的でも，逆が不定なら，線形弾性論は成立たない．Cauchy の応力場は，偶応力場を排斥することで，対称 tensor 場となり，不定性を孕むが，自己平衡応力場を排除すれば，静水圧場に帰する．即ち，応力場の不定性の解消と偶応力場の排斥は，二律背反し，両立しない．そこで，自己平衡応力場成分を含まない応力場と偶応力場に基づく，線型弾性論を示した．(なお、Cosserat 兄弟の偶応力理論から自己平衡応力場を排除すれば、本論に帰着する．)「静力学=vector」⇒「解析力学=scalar」と言う弾性論史，あるいは「有理力学 : 連続体=無構造」⇒「弾性=構成則」は，「弾性=柔性(力→変形)=幾何学」と言う視座を隠蔽している．

参考文献

1) 日本数学会編集: 岩波 数学事典, 第 4 版, 岩波書店, 2007.
2) Love A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity (2nd Edition), Cambridge: at the University Press, 1906.
3) Kröner E.: Continuum Theory of Dislocations and Proper Stresses (Trans. by Delphenich D. H.), Springer Verlag, 1958.
4) Fung Y. C.: Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, 1965.
5) Ciarlet P. G.: Mathematical Elasticity Vol. 1: Three-dimensional Elasticity, Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

光音響法で励起された超音波の指向性とビーム合成性能に関する研究（シンポジウム講演概要）

Study on Directivity and Beam Forming Capability of Photo Acoustically Generated Ultrasonic Waves
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

木本　和志（岡山大・環境生命自然科学）　一水　信之介（岡山大・環境生命自然科学）
斎藤　隆泰（群馬大・理工学府）
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Shin-nosuke ICHIMIZU, Okayama University
Takahiro SAITO, Gunnma University
E-mail: kimoto@okayama-u.ac.jp

Photo acoustic (PA) ultrasonic generation has several advantages over conventional piezoelectric transducers. In the context of ultrasonic flaw detection, a notable potential advantage is the ability to excite ultrasonic beams from curved surfaces. To explore this possibility, directivity characteristics of photo acoustically generated ultrasonic beam are investigated in this study, using a sample with partially curved surface. It is found as a result that the PA generated ultrasonic beam deflects to the direction perpendicular to the surface where the beam is generated. Also shown is that the 6dB beam width is as broad as 30 to 40 degrees. It can thus be expected that the PA method is amenable for phased array beam forming for sub-surface flaw detection.

1. はじめに

超音波探傷試験は，鋼橋における疲労き裂の検出や評価に用いられている．鋼橋の超音波探傷試験では，通常，接触型の圧電トランスデューサ (探触子) が用いられ，探触子はカップラントを用いて対象物に密着させる必要がある．そのため，曲面や段差のある箇所での送受信は簡単ではなく，対象物の形状に合わせたシューに探触子をマウントすることや，シューの形状や素子配置を変化させることのできるアダプティブ探触子を用いる必要がある．一方，パルスレーザー照射によって超音波を励起する光音響法は，平坦でない箇所からも非接触で超音波を励起できる．疲労き裂が発生する溶接継手には溶接ビードの余盛りがあり，表面が平坦でない．そのような箇所で光音響法を用いることができれば，近距離からき裂や溶接欠陥に向けて強い超音波を送信できる可能性がある．しかしながら，光音響法は鋼橋の超音波探傷に用いられておらず，内部きずの探傷に適した超音波ビームを，曲面や傾斜した平面から入射できるかどうかは明らかでない．

このことを踏まえ本研究では，アブレーションモードの光音響法で励起した超音波の伝播状況を，溶接余盛りを模擬した試験体を用い透過波測定を行って調べた．本発表では，多点送信によるビーム合成において成否の鍵となる，個別送信点からの超音波が示す指向性について得られた知見を中心に報告を行う．

2. 実験方法

光音響法による透過波測定に用いた装置の構成を図 1 に，試験体の形状と寸法を図 2(a) に示す．超音波の励起には Q スイッチ Nd:YAG レーザーを，受信にはレーザードップラー振動計 (LDV:Laser Doppler Vibrometer) を用いた．YAG レーザーの波長は 1,024nm, 出力は 20mJ で，凸レンズを用い，試験体表面でスポット径が約 1mm となるようにして照射した．LDV の帯域は 0.1Hz~20MHz で，十分な幅の周波数帯域が確保されている．試験体には，突き合わせ溶接継手の余盛りを模擬するために，半径 14.5mm の円弧状の凸部を設けている．模擬余盛りの幅は 20mm, 高さは 4mm で，図 2 の奥行き方向は厚さ 35mm で一様な断面形となっている．試験体は，加工が容易な真鍮を用いて作成し，フライス盤による切削とヤスリがけによる研磨で表面を成形した．試験体作成後は側面のスキャン画像を取得し，設計寸法と大きな差が無いことを確認した．また，比較のため，図 2(b) に示す，大きさ 100mm×25mm×35mm の真鍮ブロックを参照試験体として用いた．真鍮の弾性波速度は，別途，圧電探触子で測定したところ，P 波速度は 4.4km/s, S 波速度は 2.1km/s であった．以下，(a) を模擬余盛り試験体，(b) を参照試験体と称する．送受信点位置は，試験体底面の中央を原点とする xy 座標系で表す．ただし，受信点座標は $(x, y) = (x, 0)$，送信点座標は (x_s, y_s) と書いて互いに区別する．受信は試験体と送信位置によらず，一律に，$|x| \leq 40$mm(区間 BB') において 0.5mm ピッチで行った．送信は，模擬余盛り試験体では $|x_s| \leq 12$mm の区間 AA' から，参照試験体では $x_s = 0$mm からのみ行った．

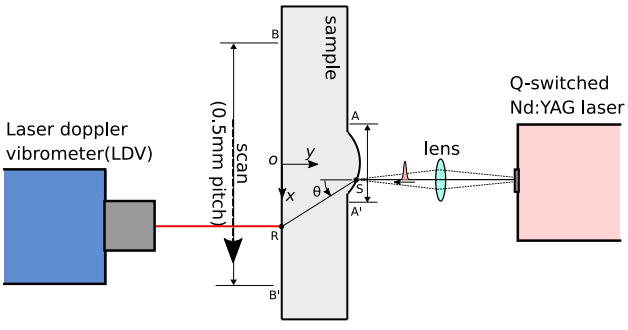


Fig. 1　Experimental setup for the photo acoustic ultrasonic transmission test

3. 実験結果

測定結果の一例を図 3 に示す．この図は，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) で超音波を励起した結果得られた走時波形である．横軸は時間 $t[\mu s]$，縦軸は測定位置 x[mm] を表し，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

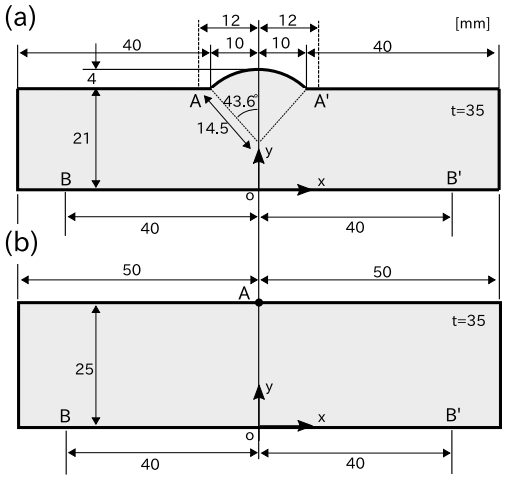


Fig. 2　Samples for the ultrasonic measurements

最大値で無次元化した振幅をカラー表示している．真鍮の弾性波速度から予想される時間と位置で P 波と S 波のパルスが明確に現れており，他にも，試験体の角部や上下面からの反射波が見られる．縦波は送信点直下で最も早く到達し，測定範囲全体 $|x| \leq 40$mm に渡って観察されている．紙面の都合上，ここでは割愛するが，参照試験体でもよく似た走時波形が得られる．ただし，超音波の広がりは平面から送信を行った参照試験体でより大きく，最大振幅は模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) の方がやや大きい結果となった．以下，本稿では，模擬余盛りから送信を行った場合の P 波の指向性に関する結果を示す．

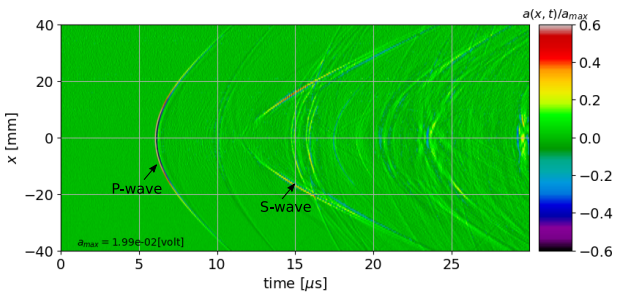


Fig. 3　Travel-time plot for the measured waveforms (transmission from $x_s = 0$mm)

4.　指向性の評価

LDV 測定では，振動速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ のレーザー照射方向成分 v_n が得られる．従って，送信点から観測点をみる方向を θ(図 1 を参照) とすれば，$|\boldsymbol{v}| = v_n/\cos\theta$ の関係がある．また，点源からの弾性波は伝播距離 $r = y_s/\cos\theta$ に比例して振幅が低下する．これらの効果を補正し，超音波強度と伝播方向 θ の関係を調べるためには，LDV 測定で得られた波形に $y_s/\cos^2\theta$ を乗じたものを用いればよい．ここで，(x_s, y_s) から送信し，$(x, 0)$ で受信した超音波の時刻歴波形を $a(x, t; x_s)$ と表す．これを，上の考えに基づいて補正し，その最大振幅

$$I(\theta; x_s) = \max_t \left\{ \frac{a(x, t; x_s)}{\cos^2\theta} \right\} \tag{1}$$

を超音波強度として用いる．さらに，異なる送信位置に対する結果を互いに比較するために，次のように規格化し，これを放射パターンと呼ぶことにする．

$$D_P(\theta; x_s) = \frac{I(\theta; x_s)}{\max_\theta \{I(\theta; x_s)\}} \tag{2}$$

図 4 は，このようにして推定した，P 波の放射パターンを示したものである．参照試験体に対する結果をみると，$D_P(\theta; 0)$ のピーク方向 θ_p は送信点直下にな，$\theta_p = -10°$ 程度となっている．このことは，模擬余盛り中央 ($x_s = 0$mm) から送信した場合も同じで，YAG レーザーの強度が軸対象でなく空間的な偏りがあることが原因として考えられる．ただし，超音波ビーム軸をピーク方向 θ_p でなく，$D_P(\theta; x_s)$ を重みとした方向 θ の平均 $\bar{\theta}$ で評価すれば，$\bar{\theta} \simeq 0$ となり，図 3 で P 波到達時間が $x = 0$mm に関して上下対称であることと整合する．超音波の広がりは，参照試験体が模擬余盛りの場合よりもやや大きい．半値幅 (half width at half-maximum)$\Delta\theta_{6\mathrm{dB}}$ で言えば，参照試験体は約 50 度，模擬余盛り試験体 ($x_s = 0$mm) で約 40 度となっている．この違いは，試験体表面の曲率の影響を受け，超音波が緩くフォーカスがかかったためと解釈できる．模擬余盛り試験体，$x_s = -4$ と -9mm の場合，半値幅はより小さくなるが，最低でも $\Delta\theta_{6\mathrm{dB}} = 30$ 度程度と，P 波が広い範囲に伝わることがわかる．ただし，これらのケースではビーム軸が $\theta > 0$ 方向に大きく傾き，概ね送信点位置の法線ベクトル方向に向へ強い超音波が向かう．

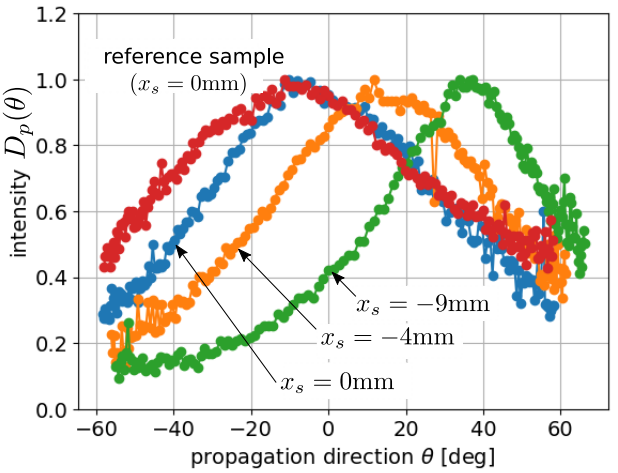


Fig. 4　Directivity of the photo acoustically generated ultrasonic P-wave.

5.　まとめ

以上のように，光音響法による超音波励起では，試験体表面の曲率や傾きの影響を受け，ビーム幅やビーム軸方向が変化する．これは，一点からの入射では，期待する方向に強い超音波を送信できるとは限らないことを意味する．従って，光音響法を超音波探傷に用いる場合，表面形状と指向性の関係をよく理解した上で，多点送信によるビーム制御を行う必要がある．幸い，アブレーションモードでは，よく広がる強い P 波を励起することができ，ビームフォーカシングやステアリングに加え，超音波イメージングにも利用し易いやすいと期待される．発表では，この観点を加え，光音響法で励起された P 波の指向性と，ビーム合成性能について調べた結果について報告する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微小散乱源の解析に関わる量子論と古典論からのアプローチの比較 (シンポジウム講演概要)

Comparisons of the classical and quantum mechanics approaches to point-like scatterers (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

東平光生（東京理科大学・創域理工学部）
Terumi TOUHEI, Tokyo University of Science
E-mail: ttouhei@rs.tus.ac.jp

The interaction effects of point-like scatterers is investigated in mathematical methods for the quantum and classical mechanics. We address the renormalization theory used in the quantum mechanics and observe that renormalization of coupling constant is also required in classical mechanics regime. We prove the strong convergence of the operator for the Dirac-type scatterers to the free Hamiltonian in the classical mechanics, where the interaction effects of the Dirac-type scatterers are disappeared. We observe that the Foldy algebraic equation in the classical mechanics regime remains valid in this limit process.

1. はじめに

量子論における波動関数は，量子の存在の確率密度関数として特徴づけられ，作用素に関しては observable として自己共役性が要請される．一方で，古典力学での波動場は，音響場などの物理的な意味が付与され，波動場の作用素は結果的に自己共役であることが多いと考えれる一方で，量子論のように始めから自己共役性が要請されるわけではない．量子論と古典論のこのような差異にも関わらず，古典論で音響場を扱う場合など量子論での方程式の構造と類似する場合がある．こうした意味で，量子論と古典論で，それぞれ展開されてきた数理の比較しその差異を考察することは意義があると考えられる．本稿では，この問題に関するいくつかの考察のポイントに言及する．

2. 微小散乱源の方程式と量子論からのアプローチ

本稿では，次の Dirac 散乱体による散乱問題を考える．

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \qquad (1)$$

古典力学側からの描像で方程式について述べれば，p は音響場の圧力としての意味を付与する．また，ω は角振動数，α は散乱源を識別するための番号でここでは散乱源の総数を N としている．また $m_\alpha\omega^2$ は coupling constant，$\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数 $\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_F$ とは散乱源に波動を照射するための点源の位置，Δ はラプラシアン，k は媒質の波数である．

ここでは，この方程式を巡って，量子論ではどのようなことが言われているかを概観する．量子論での議論では p は量子の存在の確率密度関数関数として読み替える．式 (1) に現れる Dirac type の散乱源 (ポテンシャル) は Fermi pseudo potntial[1] の問題として定義される．主たる論点は，式 (1) に現れた作用素の逆

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} m_\alpha \omega^2 \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right)^{-1} \qquad (2)$$

は定義できないと言うことである．この問題を解決するために coupling constant $m_\alpha\omega^2$ を再定義 (renormalization) することが必要である．さらに，この renormalization で得られた作用素が observable として自己共役性が要請される．限れられた紙面でこの問題を論じることは不可能であり．結果のみ記述すると，以下のようになる．

$$\begin{aligned}(H-k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} [\Gamma_\theta]^{-1}_{\alpha\beta} G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}'), \quad (\mathrm{Im}\, k > 0) \end{aligned} \qquad (3)$$

ここに H は式 (1) の作用素の第 1 項と 2 項で coupling constant に renomrmalization を施し，さらに自己共役性を要請したものである．G_k は free space の Green 関数

$$G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \frac{1}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \qquad (4)$$

$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta}$ は相互作用を表現する係数行列で

$$[\Gamma_\theta]_{\alpha\beta} = \begin{cases} \theta_\alpha - \dfrac{ik}{4\pi}, & \alpha = \beta \\ -G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (5)$$

ここに θ_α は

$$-\infty < \theta_\alpha \leq +\infty$$

を満足する任意のパラメータである．このように，作用素の自己共役拡張は唯一でなく無数に存在する．この任意パラメータの決定は数学の問題でなく物理の問題である[2]．なお，renormalization された coupling constant は $\theta_\alpha - ik/(4\pi)$ で元の $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なっている．

3. 古典論からみた微小散乱源の問題

Foldy(1945)[3] が提示した微小散乱源の相互作用方程式は量子論の問題よりもむしろ古典論での波動散乱問題への方法論と捉えられ，多くのアプリケーションの実績がある (例えば[4])．Dirac-type の散乱源の方程式 (式 (1)) に対しても，Foldy の方程式の適用事例は存在し，Hu and Sini ([4]) は次式が相互作用の近似であるとする．

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} p(\boldsymbol{r}_\beta) = G(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_F) \qquad (6)$$

ここに $\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta}$ は Foldy の相互作用方程式の係数行列で

$$\left[\Gamma^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha = \beta \\ -m_\alpha\omega^2 G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \alpha \neq \beta \end{cases} \qquad (7)$$

Hu and Sini と比較して Martin[5] は Dirac-type の散乱源の扱い，特に Green 関数の特異性と Dirac のデルタ関数の特異性が重なる相互作用には，式 (7) の適用には慎重である．Foldy の相互作用方程式が活躍する古典的な散乱理論では，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Dirac-type の散乱源への扱いに関しては，見解が分かれることもある．

ところで，式 (2) で述べた逆作用素が定義できない問題は量子論特有のものでなく，Dirac-type の散乱源を扱う場合の数学的な問題のはずである．古典力学の場で，この問題を検討するために，有限の support の散乱源からの極限以降のプロセスで Dirac-type 散乱源を捉え直す．出発点として，

$$\left(-\Delta - \sum_{\alpha=1}^{N} \frac{m_\alpha \omega^2}{(4/3)\pi a^3} X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) - k^2\right) p(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_F) \tag{8}$$

を考える．ここに，散乱源は球と考え，a はその半径である．また

$$X_a(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| \le 1 \\ 0, & \text{when } |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha| > 1 \end{cases} \tag{9}$$

である．式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素は，Schrödinger 作用素における井戸 potentail の議論[6] を参考にすることで，自己共役性を満足することが導ける．それにも関わらず，この方程式の解表現は，やや煩雑な計算ののち，coupling constant を再定義しなければならないという結果が出てくる．量子論での renormalization とは状況が異なるものの，古典場においても renormalization が必要となる．

式 (8) の逆演算子の表現は次式となる

$$\begin{aligned} &(H_a - k^2)^{-1}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &= G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') \end{aligned} \tag{10}$$

ここに，H_a は式 (8) の左辺の第 1 項と 2 項からなる作用素で renormalization を施したもので，添え字にスケールパラメータ a を明記した．また $s_\alpha(a)$ は renormalization を施した coupling constant で $m_\alpha\omega^2$ とは全く異なる形式となる．非常に煩雑な形式であるものの散乱源のスケールパラメータ a に比例する．即ち，

$$s_\alpha(a) \propto a \tag{11}$$

であり，決して $m_\alpha\omega^2$ には比例しない．また

$$\left[\Gamma_a^{(F)}\right]_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \text{when } \alpha = \beta \\ -s_\beta(a) G_k(\boldsymbol{r}_\alpha,\boldsymbol{r}_\beta), & \text{when } \alpha \ne \beta \end{cases} \tag{12}$$

式 (7) と (12) の比較で明らかなように両者の対角項は 1 であり，Foldy の提示した相互作用方程式は renormalization を施した方程式でも成立している．

式 (10) の表現は有限な空間 scale a の散乱源に対するものである．Dirac-type の散乱源がどのような性質を持つか，$a \to 0$ の極限移行によって議論を行う必要がある．

まず，再定義された coupling constant で構成される $\Gamma_a^{(F)}$ に対しては次式が成立することを見るのは容易である．

$$\|I - \Gamma_a^{(F)}\| \to 0, \ (a \to 0) \tag{13}$$

ここに，I は単位行列である．式 (13) は十分小さな a に対して $\Gamma_a^{(F)}$ が逆行列を持つことを示す．さらに，任意の $\epsilon > 0$ に対して $a_0 > 0$ をとることで

$$1 - \epsilon \le \|{\Gamma_a^{(F)}}^{-1}\| \le 1 + \epsilon, \ (0 < a < a_0) \tag{14}$$

の一様有界性も導ける．

次に $f \in L^2(\mathbb{R}^3)$ をとり，関数 g をを次のように定義する．

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{r}) &= \left(H_a - k^2)^{-1} f - (-\Delta - k^2)^{-1} f\right)(\boldsymbol{r}) \\ &= \sum_{\alpha=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{N} \left[\Gamma_a^{(F)}\right]^{-1}_{\alpha\beta} s_\alpha(a) G_k(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}_\alpha) \\ &\quad \times \int_{\mathbb{R}^3} G_k(\boldsymbol{r}_\beta,\boldsymbol{r}') f(\boldsymbol{r}') d\boldsymbol{r}' \end{aligned} \tag{15}$$

式 (14) の一様有界性から実は

$$\|g\|_{L^2(\mathbb{R}^3)} \to 0, \ (a \to 0, \mathrm{Im}(k) > 0) \tag{16}$$

が導かれる．この意味で式 (16) は

$$\mathrm{s}\text{−}\lim_{a\to 0} \left(H_a - k^2\right)^{-1} = \left(-\nabla^2 - k^2\right)^{-1}, \qquad (\mathrm{Im}\,(k) > 0)\,. \tag{17}$$

を意味する．ただし，s−lim は強収束である．式 (8) を出発点として Dirac 散乱源を近似して散乱源の空間 scale を無限小に移行させる process では Foldy の相互作用方程式を保持しつつも，Dirac 散乱源の相互作用は消失する．この状況は量子論での renormalization における任意パラメータの選択において

$$\theta_\alpha = \infty \tag{18}$$

に対応する．

4. 結論

本稿では，微小散乱源の相互作用解析における数学的アプローチにおいて，量子論と古典論の対比を試みるとともに，Dirac type の散乱源の相互作用はどうあるべきかの考察を行った．この考察はあくまで，数学的アプローチに着目したものであり，散乱源の空間スケールが量子論の守備範囲かどうかを問題にしたものではない．本稿での検討によれば，量子論で Dirac-type の散乱源に対して coupling constant の renormalization が必要とされるように，古典場でも同様に coupling constant の renormalization が必要とされる．また，有限な空間 scale の散乱源の極限移行の結果，Dirac 散乱源の相互作用は，作用素の強収束の意味で消失する．以上の結果は多くの数値解析，特に結晶構造の解析などで，実績のある古典場のコミニュティーには，意外な結果となる可能性がある．本稿の数学的考察の結果が，既存の多くの結果と調和的であることを実証することが今後の課題である．

謝辞：本研究の一部は JSPS 科研費 25K15150 のサポートを受けました．関係各位に感謝いたします．

参考文献

1) Albeverio, S., Gesztesy, F., Høegh-Krohn, R. and Holden, H. (1988). Solvable models in quantum mechanics, Springer-Verlag, (1988).
2) Reed and Simon, Method of Modern Mathematical Pyhisics, II (Fourier analysis and self adjointness), Academic Press, 1975.
3) The multiple scattering of waves I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers., Physical Review, 67, 107-119, 1945
4) Hu, G., and Sini, M. Elastic scattering by finitely many point-like obstacles, J. of Mathematical Physics, 54,042901, 32013
5) Martin, P.A., Multiple scattering, Interaction of time-harmonic waves with N obstacales, Cambridge University Press, 2006
6) 中村周，量子力学のスペクトル理論，共立講座 21 世紀の数学 26, 2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断遅れ理論（シンポジウム講演概要）

Shear Lag Theory for CFRP-Bonded Steel Tubes Subjected to Torsional Moment (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

水谷　壮志（関大・環）　　伊佐治　響己（関大・環）　　石川　敏之（関大・環）
Morimune MIZUTANI, Kansai University
Hibiki ISAJI, Kansai University
Toshiyuki ISHIKAWA, Kansai University
E-mail: mizutani@kansai-u.ac.jp

As a countermeasure against deterioration in steel signposts and lighting poles, bonding carbon fiber reinforced polymer (CFRP) is effective. The authors previously evaluated load transfer in CFRP-bonded steel tubes subjected to axial force and bending moment based on shear lag theory. However, pole bases and joints are also subjected to torsional moment. This study extends shear lag theory to CFRP-bonded steel tubes subjected to torsional moment. The derived equations agree well with finite element results.

１．はじめに

鋼製の標識柱や照明柱などの損傷の多くは腐食であり，基部，接合部や開口部などの不連続部に発生しやすい [1]．また，風による繰返し荷重により，疲労き裂も発生している．このような損傷への対策の一つとして，繊維強化樹脂（FRP）を接着する方法がある [2]．FRP は耐腐食性を有し，損傷部に接着剤で貼付するため，施工が容易である．特に，高強度・高弾性な炭素繊維強化樹脂（CFRP）は，鋼桁などの補修においても利用されている [2]．

筆者らは鋼管構造に CFRP を接着接合した際の，力の伝達をせん断遅れ理論により評価してきた [3]．せん断遅れ理論は，鋼部材と CFRP の軸力または曲げモーメントを接着剤のせん断応力が伝達するとした理論モデルである．しかし，標識柱や照明柱の基部や接合部は曲げモーメントに加えて，ねじりモーメントも作用する．そこで，本研究ではねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，せん断遅れ理論を適用し，力の伝達について評価する．

２．せん断遅れ理論に基づく CFRP 接着鋼管の分担ねじりモーメントおよび接着剤に生じるせん断応力

本研究では図 1 に示す CFRP 接着鋼管を対象とする．鋼管の全周に CFRP が接着されており，鋼管と CFRP で作用したねじりモーメントを分担する．図 2 に微小区間 dx における鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の模式図を示す．接着剤は鋼管と CFRP の周方向の変位差によりせん断応力が生じる．したがって，接着剤のせん断応力は次式で与えられる．

$$\tau_e(x) = G_e/h \cdot \{\lambda_s(x) - \lambda_c(x)\} \tag{1}$$

ここに，x は CFRP 接着中央からの位置，$\tau_e(x)$は接着剤のせん断応，G_e は接着剤のせん断弾性係数，h は接着厚さ，$\lambda_s(x)$は鋼管外周の周方向変位，$\lambda_c(x)$は CFRP 内周の周方向変位である．

式(1)を x で微分することで次式を得る．

$$d\tau_e(x)/dx = G_e/h \cdot \{\gamma_s(x) - \gamma_c(x)\} \tag{2}$$

ここに，$\gamma_s(x)$は鋼管外周のせん断ひずみ，$\gamma_c(x)$は CFRP 内周のせん断ひずみである．ただし，接着厚さ h が大きい場合にも精度よくの接着剤のせん断応力を算出するために，鋼管および CFRP のせん断ひずみは次式のように接着厚さ中央の位置に外挿する [3]．

$$\gamma_i(x) = (r_s + h/2)T_i(x)/(J_i G_i) \quad (i = s, c) \tag{3}$$

ここに，$i = s$ は鋼管，$i = c$ は CFRP の各部材を指し，$T_i(x)$は部材 i に生じるねじりモーメント，r_i は部材 i の外周半径，J_i は部材 i の断面 2 次極モーメント，G_i は部材 i のせん断弾性係数である．

図 2 に示す微小区間 dx の鋼管に対して，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$と接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$の力のつり合い式を変形し，次式が得られる．

$$dT_s(x)/dx = 2\pi(r_s + h/2)^2 \tau_e(x) \tag{4}$$

式(4)を x で微分し，式(2)，式(3)を代入し，整理することで，鋼管のねじりモーメント $T_s(x)$に関する 2 階の微分方程式が次式で得られる．

$$d^2T_s(x)/dx^2 - c_t^2 T_s(x) = -c_t^2 \xi_t T \tag{5}$$

$$c_t^2 = 2\pi G_e/h \cdot (r_s + h/2)^3 \cdot 1/\{J_s G_s (1 - \xi_t)\} \tag{6}$$

$$\xi_t = G_s J_s/(G_s J_s + G_c J_c) \tag{7}$$

式(5)の一般解は次式で得られる．

$$T_s(x) = C_1 \cosh(c_t x) + C_2 \sinh(c_t x) + \xi_t T \tag{8}$$

ここに，C_1 と C_2 は未定係数である．接着中央で鋼管のねじりモーメントが対称となる条件（$dT_s(0)/dx = 0$）より，$C_2 = 0$ である．また，接着端部で鋼管のねじりモーメントが作用するねじりモーメントとなる条件（$T_s(l) = T$）より，$C_1 = (1 - \xi_t)T/\cosh(c_t l)$である．

式(8)に未定係数 C_1，C_2 を代入して整理することで，鋼管のねじりモーメントが次式で表される．

$$T_s(x) = (1 - \xi_t)\{\cosh(c_t x)/\cosh(c_t l) + \xi_t/(1 - \xi_t)\}T \tag{9}$$

CFRP のねじりモーメントは $T_c(x) = T - T_s(x)$より，得られる．接着剤のせん断応力 $\tau_e(x)$は式(4)に式(9)を代入して整理することで得られる．

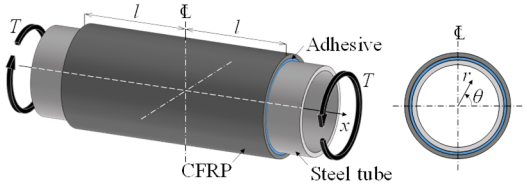


Fig. 1 CFRP-bonded steel tube under torsion moment.

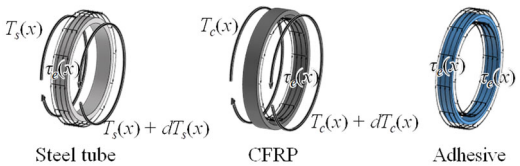


Fig. 2 Force equilibrium of each member in an infinitesimal element dx.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管のせん断応力分布

本章では，**２章**で導出したせん断遅れ理論に基づく理論式を用いたせん断応力の分布を示す．また，有限要素解析を実施し，理論式の妥当性を確認する．有限要素解析解析と比較するために，理論式の鋼管と CFRP の分担ねじりモーメントは，それぞれの外面のせん断応力へ変換する．また，CFRP 内のせん断遅れを考慮するために換算接着層厚（$h' = h + t_c G_e/(3G_{12})$）[4]を使用した．

計算例とした寸法および材料特性を表 1 に示す．CFRP は±45°に繊維配向された直交異方性材料を想定している．有限要素解析モデルを図 3 に示す．解析要素は 8 節点 6 面体完全積分要素であり，それぞれの部材を厚さ方向に 4 分割，周方向は 2.5°ずつ，長手方向は 2.5 mm ずつ分割している．モデル左端は完全固定とし，右端にねじりモーメント $T = 0.5$ kN·m を与えた．

図 4 に各部材のせん断応力分布を示す．図の縦軸は各せん断応力を作用せん断応力（$\tau_s = Tr_s/J_s$）で無次元化しており，横軸は CFRP 接着中央からの位置 x を接着半長さ l で無次元化している．図 4(a)は鋼管および CFRP の外面のせん断応力分布であり，鋼管と CFRP とが完全合成として挙動する際の理論値も破線で示している．また，図 4(b)は，接着厚さ中央のせん断応力分布である．

図 4 より，理論式および有限要素解析の値がよく一致している．また，図 4(a)より接着端部から中央に向かって，理論式および有限要素解析のせん断応力が完全合成の値に収束している．さらに，図 4(b)より接着剤のせん断応力は接着端部で最大となる．

４．ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管の定着長

他の CFRP 接着接合においても，図 4(a)のように接着端部付近は完全合成とならず，この範囲は補修・補強範囲の外側に定着長として確保する必要がある [5]．したがって，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管においても，定着長を考える．接着半長さ l_n の CFRP を接着した際に，接着中央の鋼管のねじりモーメント $T_s(0)$が任意の収束度 η 以下となるような条件から，定着長 l_n が次式で得られる．

$$l_n \geq 1/c \cdot \cosh^{-1}\left\{1/(\eta - 1)\cdot(1/\xi_t - 1)\right\} \qquad (10)$$

ここに，η は 1 より大きく 1 に近い値である．文献 5)では，収束値に対して 1%の許容を設定し，$\eta = 1.01$ としている．

３章の計算例において，$\eta = 1.01$ として定着長を算出すると $l_n \geq 33.4$ mm であり，接着端部から 35 mm の位置（$x/l = 0.65$）で完全合成の値に十分収束していることがわかる．

５．おわりに

本研究では，ねじりモーメントを受ける CFRP 接着鋼管を対象に，鋼管と CFRP のねじりモーメントおよび接着剤のせん断応力の理論式を示した．理論式は有限要素解析とよく一致した．また，定着長の算出式も示した．

参考文献

1) 宮原史，桑原正明，白戸真大: 道路附属物の損傷実態と安全性確保策，日本風工学誌，第 43 巻，第 1 号（通号 154 号），pp. 23-28, 2018.
2) 土木学会 複合構造委員会: FRP 複合構造の設計・維持管理に関する最新の調査報告，複合構造レポート 20, 2023.
3) 石川敏之，水谷壮志：CFRP 接着された鋼管の定着長とはく離に対するエネルギー解放率，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol. 77, No. 1, pp. 59-72, 2021.
4) 白井瑛人，北根安雄，石川敏之，伊藤義人: 軸力が作用する CFRP 接着補修鋼板に対する CFRP 板のせん断変形を考慮した理論解析，構造工学論文集 A, Vol. 61A, pp. 798-807, 2015.
5) 土木学会 複合構造委員会: 2024 年制定 複合構造標準示方書, 2024.

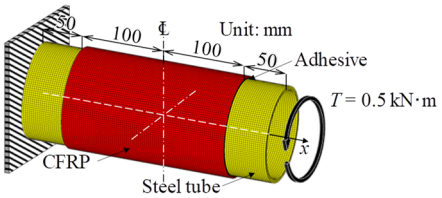
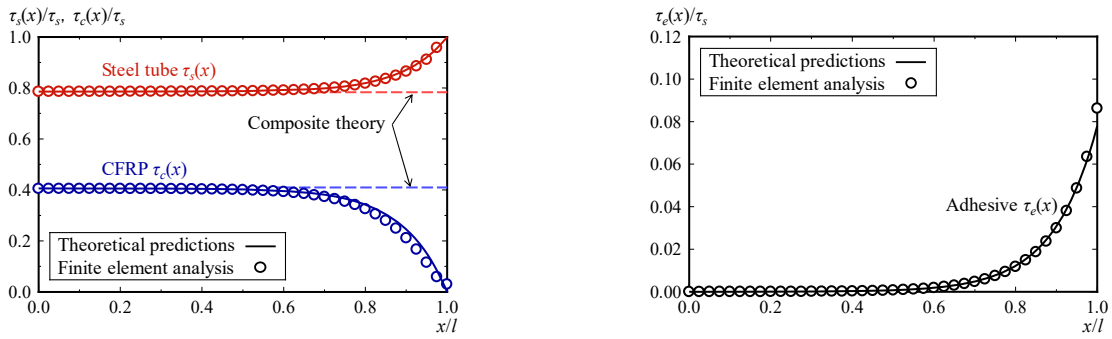


Fig. 3 Finite element model.

Table 1 Material properties and dimensions of each member.

	Steel tube	Adhesive	CFRP*
Young's modulus [GPa]	$E_s = 200$	$E_e = 2.500$	$E_1 = 2.847$, $E_2 = 3.591$, $E_3 = 3.591$
Poisson's ratio	$\nu_s = 0.300$	$\nu_e = 0.360$	$\nu_{12} = 0.016$, $\nu_{23} = 0.954$, $\nu_{31} = 0.020$
Shear modulus [GPa]	$G_s = E_s/\{2(1+\nu_s)\} = 76.923$	$G_e = E_e/\{2(1+\nu_e)\} = 0.919$	$G_{12} = 0.919$, $G_{23} = 37.770$ (= G_c), $G_{31} = 0.919$
Thickness [mm]	$t_s = 4.5$	$h = 1.0$	$t_c = 2.0$
Outside radius [mm]	$r_s = 57.15$		$r_c = r_s + h + t_c = 60.15$

* 1: radial, 2: tangential, 3: longitudinal directions.



(a) Outer surfaces of the steel tube and CFRP, (b) Mid-thickness of the adhesive layer.

Fig. 4 Shear stress distribution in the CFRP-bonded steel tube.

大域参照勾配を用いた Hermite 族有限要素法による三次元橋梁モデル（シンポジウム講演概要）

Three-Dimensional Bridge Modeling Using the Hermite Family Finite Element Method with Global Reference Gradients (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

勝山　俊平（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Shumpei KATSUYAMA, University of Tsukuba
Kyosuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: s2520872@u.tsukuba.ac.jp

To address Japan's bridge aging and labor shortages, this study develops a 3D simulation platform for vehicle-bridge interaction. Utilizing Hermite-family finite elements that share displacement and slope at nodes, alongside Kirchhoff-Love plate theory, the model balances efficiency and accuracy. A coordinate transformation method was introduced to manage spatial arrangements of members. Results confirm the method's utility as a prototype for simulating dynamic bridge behavior under traffic loads, establishing a framework for future accuracy enhancement.

１．研究背景

橋梁の一斉老朽化が進む中で，交通振動データに基づいて橋梁構造を診断する技術[1,2]の開発が進められている．ただし，実橋で観測される交通振動データにはしばしば近接固有モードが卓越する．これは，橋梁の三次元的な構造において，片側の車線のみに交通荷重が作用し，ねじりモードを励起するためと考えられる．したがって，交通振動ベースの橋梁診断技術開発には，車両-橋梁相互作用系の三次元モデルに基づく数値シミュレーションが必要である．

しかし，一般的に三次元橋梁モデルの数値シミュレーションは計算負荷が高く，膨大な交通振動データから構造同定するには高精度かつ軽量な数値計算モデルが必要である．橋梁のように薄板構造を組み合わせた構造系を効率よく計算する方法として，既往研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素[3]の適用が検討されている．既往研究において，板要素の定式化に際し，要素形状や配置の組み合わせに起因した，要素境界における物理量の不整合が生じるといった課題があった．

物理量の不整合は幾何と場の双方に共通の基底関数を用いるアイソパラメトリック・エルミート要素の構築[4]における幾何定義に局所パラメータ微分($\partial/\partial\xi$)が，物理場に大域座標微分($\partial/\partial x$)が混用されることに起因し，トポロジー的な不整合[5]となっていた．ここで，大域参照微分を局所パラメータ微分に線形変換により直接反映可能なように定義する方法に着目し，大域参照勾配法として提案する．

本研究では，Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案し，定式化を行う．得られた式に基づき構築された三次元橋梁モデルは，要素数を減らしながらも精度を維持して計算可能なため，従来の計算負荷を抑制しつつ，複雑な橋梁構造を精緻に表現することが期待できる．モデルの妥当性検証のため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．

２．Hermite 族有限要素法

Hermite 族有限要素法は，節点において変位と勾配を共有する．本研究では，節点における勾配成分に変位の大域参照座標における導関数で定義する大域参照勾配を用いた．橋梁モデルが定義されている三次元直交座標系内の大域参照座標 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,x_3)$ と幾何場 $\bar{\boldsymbol{x}}$ および変位場 $\boldsymbol{u}$ を定義すると，式(1)のように書ける．

$$\boldsymbol{x}=\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{u} \tag{1}$$

節点 k において形状マッピングベクトルの成分 $\boldsymbol{X}_i^k$ と数値解ベクトルの成分 $\boldsymbol{U}_i^k$ $(i=1,2,3)$は，以下の式(2)となる．

$$\boldsymbol{X}_i^k=\begin{bmatrix}\bar{x}_i^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix},\qquad \boldsymbol{U}_i^k=\begin{bmatrix}u_i^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_2}\right)^k\\ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_3}\right)^k\end{bmatrix} \tag{2}$$

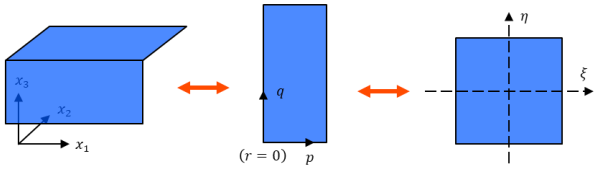
上記を定義により，橋梁の三次元的なモデルであっても座標変換の不整合を解消することで，一般的な計算順序により数値シミュレーションの実装が可能となる．

３．座標変換

Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素（H-KLP 要素）を用いてモデル化した床版，主桁および横桁で構成される橋梁では，三次元に組み合わされた要素(Fig.1 (a))間での共通節点において，自由度である変位と勾配は共有される．板の面内方向として p,q 軸を面外方向として r 軸を定義した基準座標系(Fig.1 (b))は，局所座標系として二次元正規化座標系(ξ,η)の H-KLP 要素における親要素(Fig.1 (c))の線形変換によって得られる．さらに，基準座標系を回転変換することでモデルの直交座標である大域参照座標系と関連づける手法を大域参照勾配法として新たに導入した．すなわち，式(2)の導入により，Fig.1 の各要素間は勾配に用いる座標系を統一的に扱うことが可能となる．

４．車両-橋梁モデル

車両は車体（スプリング上）重心の三次元座標と 4 つのばね下質点の垂直変位（スプリング下）を考慮した 7 自由度 Full-Car モデルを扱う．(Table 1) 走行速度は 10 m/s とし



(a) Global (b) Rotational (c) Normalized

Fig.1 Coordinate system transformation

Table 1 Vehicle parameters

symbol	name	unit	value
m_s	Body mass	kg	11406
m_{ui}	Unsprung mass	kg	435.000
c_{si}	Sprung mass	kg/s	1.590×10^4
c_{ui}	Unsprung damping	kg/s	4.000×10^6
k_{si}	Sprung stiffness	N/m	0.750×10^6
k_{ui}	Unsprung stiffness	N/m	1.380×10^6

Table 2 Elastic web parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	20000
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	2.00
t_g	Thickness	m	0.04

Table 3 Concrete deck material parameters

symbol	name	unit	value
E_s	Young's modulus	MPa	3500
ν	Poisson's ratio		0.25
L	Length	m	20.00
h	Height	m	5.50
t_g	Thickness	m	0.500

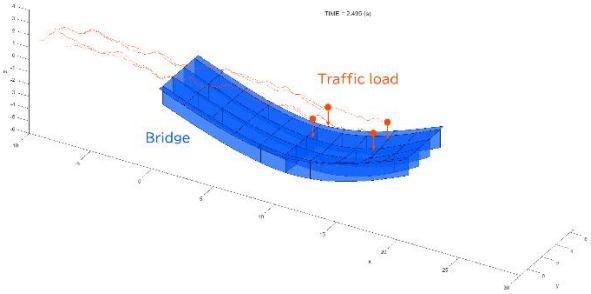


Fig.2 3D-simulation result (Perspective view)

た．橋梁は 4 本の主桁と 1 本の横桁を弾性体ウェブ（Table 2）として，床板はコンクリート（Table 3）としてモデルのパラメータを設定した．橋梁の各パラメータは，鋼橋の試設計データ [6]を参考にした．橋梁の要素分割について，主桁は橋軸方向に 3 要素，鉛直方向に 1 要素，横桁は橋軸直角方向に主桁との交差点に対応して，3 要素に分割した．また，床板は橋軸方向に 10 要素に分割した．これらは一般的なラグランジュ要素と比べ，比較的小さい．

これらの車両-橋梁モデルを用いて，4 つの車輪の挙動を模擬した交通振動に基づく交通荷重に対する橋梁のたわみを再現するシミュレーションを行う．ただし簡便のため，本検討においては車両-橋梁相互作用系を考慮しない．

5．結果と考察

シミュレーションの特定時刻における画像を Fig.2 に示す．この時刻の画像は，計算上において，特異な結果を意味しない．また，たわみが明確になるよう，可視化の際にたわみに 20000 倍の係数をかけているが，実際の値には影響しない．橋梁の片側を走行する車両による荷重に対し，推定される橋梁中点における節点のたわみは 0.187mm 程度であるところ，主桁中央部が最大 0.192~0.195mm たわむ様子が再現された．本検討において，定式化に基づき構築されたモデルが，設定された条件において，妥当であることが確認された．これらの分割数は一般的なラグランジュ要素での分割と比較すると小さい為，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなど，より計算負荷の高い問題への適用可能性が示唆される．

6．まとめ

本研究では Hermite 族 Kirchhoff-Love 板要素をより汎化するため，大域参照勾配法を提案，定式化した．構築された三次元橋梁モデルは妥当性を検証するため，車両走行に伴う交通荷重を模擬した振動に対する橋梁の三次元動的シミュレーションを実施し，橋梁の動的応答を再現した．以下に知見を示す．

1. 大域参照勾配法を適用した主桁，横桁および床板で構成された三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現された．

2. 要素数の少ない三次元橋梁モデルにおいてもたわみが再現されたことから，モデルの車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が示唆される．

今後の取り組みとして，車両-橋梁相互作用系や複雑な副構造を再現した橋梁モデルなどのより計算負荷の高い問題への適用が考えられる．また，大域参照勾配の導入により，幾何場と変位場の足し合わせを統合し，Hermite 要素のたわみとたわみ角の連続性を保証する複雑な過程が不要となったことから，より一般的な計算過程を保持することで，Hermite 族有限要素法の汎用性向上が期待される．

参考文献

1) R. Shin, Y. Okada, K. Yamamoto: Discussion on a Vehicle-Bridge Interaction System Identification in a Field Test, Sensors, 23(1), 539, 2023.
2) M.J. Whelan, M.V. Gangone, K.D. Janoyan, R. Jha: Real-time wireless vibration monitoring for operational modal analysis of an integral abutment highway bridge, Engineering Structures, 31(10), pp. 2224-2235, 2009.
3) J. Petera and J.F.T. Pittman: Isoparametric Hermite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37, pp.3489–3519, 1994.
4) A. Beheshti: Novel Quadrilateral Elements Based on Explicit Hermite Polynomials for Bending of Kirchhoff–Love Plates, Computational Mechanics, 62, pp.1199–1211, 2018.
5) 勝山俊平，田口由得，澤原菜々子，後藤由佳，山本亨輔: Hermite 族適合要素による有限要素解析を用いた 3 次元橋梁モデルの検討，令和 7 年度土木学会全国大会第 80 回年次学術講演会, 12PM2-Ae-16，熊本, 2025.
6) 原隆, 環境・都市システム教科書シリーズ 15 鋼構造学，コロナ社，2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | A会場(環境棟：2階講義室)

第1部門 (4)

座長:珠玖 隆行(東京都市大学)

16:10 ~ 16:25

[21016] 変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

*松浦 奈央[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:25 ~ 16:40

[21017] 能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

*高橋 良典[1]、北原 優[1] (1. 北海道大学)

16:40 ~ 16:55

[21018] Parameterized Physics-Informed Neural Networksと各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

*福永 竜世[1]、伊藤 真一[1]、酒匂 一成[2] (1. 立命館大学、2. 鹿児島大学)

16:55 ~ 17:10

[21019] 地震波動伝搬問題へのPhysics-Informed Neural Networksの適用におけるFourier Feature Mappingと適応型重みづけの有効性評価 (シンポジウム講演概要）

*吉本 圭吾[1]、宮本 崇[1] (1. 東京科学大学)

17:10 ~ 17:25

[21020] 拘束条件を緩和したData-Free Physics-Informed Neural Networkによる非圧縮性Navier- -Stokes方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

*出口 翔大[1]、三目 直登[1]、浅井 光輝[2] (1. 筑波大学、2. 九州大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

変分オートエンコーダを尤度評価に用いた既存免震橋の階層ベイズモデル更新（シンポジウム講演概要）

Likelihood free Hierarchical Bayesian model updating of an existing seismically isolated bridge using variational autoencoder (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松浦　奈央（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Nao MATSUURA, Hokkaido University
Masaru KITAHARA, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study proposes a likelihood-free hierarchical Bayesian model updating framework based on a Variational Autoencoder (VAE) for calibrating an existing seismically isolated bridge model. The pre-trained VAE enables implicit likelihood evaluation without imposing parametric assumptions on the probability distribution of measured seismic response data. Furthermore, to address the high dimensionality of parameters in multi-span bridge systems, a hierarchical Bayesian formulation is introduced. By incorporating mechanical similarity among bridge piers, the proposed approach enhances parameter identifiability and improves estimation stability.

１．研究背景と目的

橋脚の地震荷重を低減する目的で免震支承が広く用いられているが，近年はその経年劣化が顕在化している．劣化した支承を大規模地震後に早期発見・補修するため，地震観測データと数値解析モデルを組み合わせ，供用下における橋梁の現有性能を定量的に評価することで，橋梁全体の健全性や個別の支承の機能低下を効率的に把握することが期待される．

このような背景に対し，観測誤差やモデル化誤差などの不確実性を確率的に考慮できるベイズモデル更新理論が注目されている．しかし，観測量として地震時の時刻歴応答を用いる場合，尤度評価に時刻間独立性や誤差分散の仮定が必要となり，推定の不確実性が事後分布に適切に反映されない可能性がある．また，多径間連続橋では推定対象となる構造パラメータ数が多く，観測データの情報のみでは解が一意に定まらず安定した推定結果を得ることが難しい [1]．

これに対して，深層生成モデルの一種である変分オートエンコーダ（VAE）を用いて観測データの確率分布を仮定せず尤度評価を行う手法が提案されている [2]．本研究では，VAE を用いたベイズモデル更新法を多径間免震橋へ適用するため，各径間で支承と橋脚の復元力特性は大きく異ならないという構造的特徴に着目し，階層ベイズモデルの応用を検討した．

２．VAE を用いた階層ベイズモデル更新の概要

ベイズモデル更新は，次式に示すベイズの定理を用いた確率論的なモデルパラメータの更新手法である．

$$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D}) \propto P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta}) \tag{1}$$

ここで，$P(\boldsymbol{\theta})$はモデルパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の事前分布であり，その期待値やとり得る範囲に関する事前情報を表す．$P(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は$\boldsymbol{\theta}$が与えられたときの観測データ$\boldsymbol{D}$の生起確率を表す尤度関数である．これらを掛け合わせることで，データ$\boldsymbol{D}$が観測されたときの$\boldsymbol{\theta}$の事後分布$P(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})$を得る．事後分布は，観測誤差やモデル化誤差による構造パラメータの不確実性を表す．

本研究では，李ら [2]の手法に基づき VAE を用いて観測データの確率分布をエンコーダで近似することで尤度評価を行う．VAE は，入力データ$\boldsymbol{X}$から潜在変数$\boldsymbol{z}$の確率分布を出力するエンコーダ$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{X})$と，潜在変数$\boldsymbol{z}$からデータ$\boldsymbol{X}$を再構成するデコーダ$p_{\eta}(\boldsymbol{X}|\boldsymbol{z})$の 2 つのニューラルネットワークにより構成される．多数のデータを同時に学習することで，高次元データの確率構造を低次元の潜在空間上で表現することができる．

学習済みの VAE に観測データを入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})$，$\boldsymbol{\theta}$に対して地震応答解析で求めた応答予測を入力したときのエンコーダの出力$q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})$，$\boldsymbol{z}$の標準正規分布$q_{\phi}(\boldsymbol{z})$を用いて，尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$は次式で表される [2]．

$$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \approx q_{\phi}(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta}) \propto \int \frac{q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{D})q_{\phi}(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{\theta})}{q_{\phi}(\boldsymbol{z})} d\boldsymbol{z} \tag{2}$$

このように，VAE を導入することで観測データの確率分布を仮定せず尤度関数$p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$を求めることが可能となる．

また，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$がハイパーパラメータ$\boldsymbol{\psi}$の確率分布に従うとして階層ベイズモデルを構築する．$\boldsymbol{\psi}$自体も未知量として扱い$\boldsymbol{\theta}$と同時に推定する．$\boldsymbol{\psi}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\psi})$，$\boldsymbol{\theta}$の事前分布を$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})$とすると，$\boldsymbol{\theta}$と$\boldsymbol{\psi}$の事後分布は式(3)で求められる．

$$p(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}|\boldsymbol{D}) \propto p(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\psi})p(\boldsymbol{\psi}) \tag{3}$$

本研究では，$\boldsymbol{\psi}$は橋梁全体での期待値$\boldsymbol{\mu}$と径間毎のばらつきを表す分散$\boldsymbol{\sigma}^2$からなるものとし，構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$は以下の正規分布に従ってサンプリングする．

$$\boldsymbol{\theta} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) \tag{4}$$

これにより，橋梁全体に共通のハイパーパラメータ$\{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2\}$と個別の構造パラメータ$\boldsymbol{\theta}$を同時に推定する．

３．対象橋梁及び解析方法

鉛プラグ入り積層ゴム支承を有する 5 径間連続 RC 免震橋 [3]を対象に，**図−1** に示す 2 次元有限要素モデルでモデル化した．モデルの詳細は文献 [3]を参照されたい．本研究では，経年劣化による力学特性の変化として，免震支承のバイリニアモデルにおける初期剛性K_{b1}，降伏後剛性K_{b2}，降伏荷重Q_bおよび橋脚基部の Takeda モデルにおける初期剛性K_{p1}，降伏曲げモーメントM_yの設計値に対する変化率を**表−1** の通りランダムに設定した．これらのパラメータを用いて地震応答解析を行い，**図−1** の赤点で示す桁中央と各橋脚天端の計 5 か所の加速度応答時刻歴にノイズを付与して観測データを作成した．入力地震動は，レベル 2 設計地震動の II-I-1 地震動を用いた．

ハイパーパラメータの事前分布は一様分布とし，構造パラメータの設計値に対する範囲を**表−2** のように設定した．この事前分布から 30000 組の$\boldsymbol{\theta}$をランダムに生成し，上記 5 か所の加速度応答時刻歴を求めて VAE の学習を行った．潜在変数$\boldsymbol{z}$の次元数は 40 とした．同様の手順で 3000 組の検証用データセットを用意し，構築した VAE の推定精度を確認した．また，事後分布の推定には文献 [1]と同様に遷移マルコフ連鎖モンテカルロ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

法を用いて，サンプル数は 5000 とした．

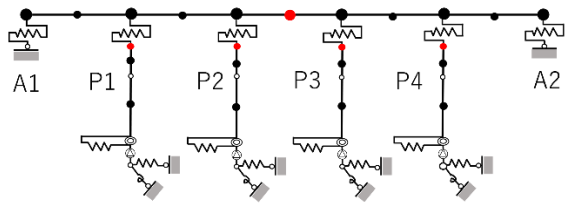


図-1：対象橋梁の 2 次元有限要素モデル

表-1 :経年劣化を考慮した構造パラメータ値（設計値比）

径間	K_{b1}	K_{b2}	Q_b	K_{p1}	M_y
P1	1.12	1.21	0.58	0.83	0.58
P2	1.12	1.27	0.46	0.72	0.69
P3	1.05	1.35	0.39	0.89	0.52
P4	1.36	1.03	0.50	0.69	0.46

表-2 :ハイパーパラメータの事前分布（設計値比）

ハイパーパラメータ	下限	上限	確率分布
期待値$\boldsymbol{\mu}$	0.2	1.9	一様分布
標準偏差$\boldsymbol{\sigma}$	0.05	0.20	一様分布

4．解析結果

全構造パラメータの事後分布を**図-2** に示す．図中の赤線は各パラメータの真値を示す．なお，階層ベイズモデル更新では各径間でのハイパーパラメータの事後分布も推定されるが，本研究では構造パラメータの推定結果を直接評価するため，図には構造パラメータの事後分布のみを示している．

図より，事後分布のばらつきはパラメータの種類や径間によっても異なり，学習済みの VAE を用いることで尤度関数に仮定を設けることなく各パラメータの不確実性を適切に定量化することができたものと考える．また，ほとんどのパラメータで事後分布は真値近傍に分布しており，真値が分布内に収まっていることがわかる．事後分布の平均値と真値の相対誤差は最大でも 40 %程度であり，多くのパラメータで 20 %以下となった．以上より，階層ベイズモデルを適用することで局所最適解に陥ることを防ぎ，経年変化後の構造パラメータを適切に推定することができたものと考える．

5．結論

本研究では，VAE を用いた尤度関数の近似手法を階層ベイズモデルに拡張し，既存免震橋の橋梁全体系モデルの更新を検討した．これにより，既往の経験的な尤度関数を用いて全パラメータを独立に推定した場合と比較して，推定精度を大幅に向上させるとともに，パラメータや径間の違いによる不確実性を事後分布として適切に考慮することができた．

今後は，観測データのノイズレベルの違いや入力地震動の強度，振幅特性の違いによる推定精度の検証を行うとともに，より詳細な解析モデルを用いてモデル化誤差の影響を明示的に考慮した検討などを行う予定である．

参考文献

1）片山創一朗，北原優，長山智則：複数観測点での地震応答を用いた既存免震橋のベイズモデル更新，土木学会論文集，Vol.81，No.15，24-15022，2025.
2）李尚元，松本雄馬，八百山太郎，肥田剛典，糸井達哉：変分オートエンコーダによるベイズ更新を用いた非線形地震応答解析モデルの更新手法の提案，日本建築学会構造系論文集，Vol.88，No.812，pp.1406-1416，2023.
3）土木学会地震工学委員会編：橋の動的耐震設計，pp.147-161，丸善出版．2003.

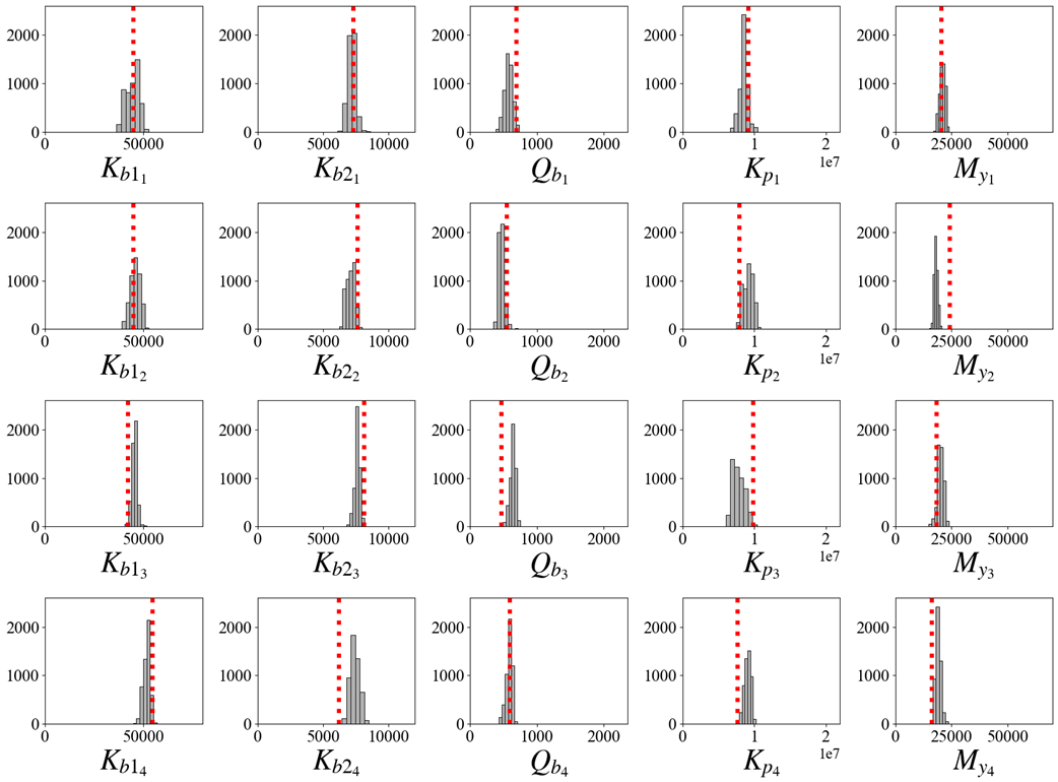


図-2：構造パラメータの事後分布

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

能動学習と次元削減を組み合わせた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討（シンポジウム講演概要）

Comparative Study of Learning Functions in High-Dimensional Reliability Analysis Combining Active Learning and Dimensionality Reduction (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　良典（北海道大・工）　　北原　優（北海道大・工）
Ryosuke Takahashi, Hokkaido University
Kitahara Masaru, Hokkaido University
E-mail: kitahara@eng.hokudai.ac.jp

This study compares different learning functions for the Adaptive active Subspace-based heteroscedastic Gaussian Process (AaS-hGP), a recently proposed high-dimensional active learning reliability analysis method. First, we conduct a sensitivity analysis on a 50-dimensional benchmark to determine the optimal threshold for the well-known EFF and H functions. Subsequently, the H-function with the optimized threshold is applied to a 100-dimensional ship rolling problem. The results demonstrate that the H function achieves superior accuracy and efficiency compared to the conventional U function.

1. はじめに

地震や風，波浪など確率的な外乱を受ける構造物の性能評価では，その不確実性を考慮した信頼性解析が重要となる．近年では，ガウス過程（GP）モデルとモンテカルロ法（MCS）による能動学習手法である AK-MCS[1]およびその派生手法が，精度と効率性の高さから広く注目されている．しかし，上記の自然外力は一般に数百次元の入力変数を持つ確率過程としてモデル化されるため，次元の呪いにより GP モデルの適用は困難である．

これに対し，能動学習で求めた勾配情報に基づき逐次的に次元削減を行う Active Subspace 法と，次元削減に伴う不確実性を不均一ノイズとして扱う不均一分散 GP（hGP）を組み合わせて AK-MCS を高次元信頼性解析に拡張した AaS-hGP が提案されている [2]．しかしながら，hGP モデルの能動学習において，訓練点を追加するための学習関数の選択が，破壊確率の推定結果に与える影響については十分に検証されていない．

そこで本研究では，ベンチマーク例題と船体の非線形横揺れ運動を対象に，AK-MCS で広く用いられる 3 つの学習関数について，AaS-hGP による破壊確率の推定精度および効率性の比較検討を行う．

2. AaS-hGP の理論

2.1 手法の概要

AaS-hGP では，入力変数$\boldsymbol{X} \in \mathbb{R}^D$を Active Subspace 法により低次元の特徴変数$\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^{d_r}$（$d_r \ll D$）へ射影し，その空間上で限界状態関数を hGP モデルで代理する．通常の GP が等分散を仮定するのに対し，hGP は空間依存の分散$\epsilon(\boldsymbol{\psi})$を導入することで，次元削減による不確実性を確率的に表現する．

能動学習においては，hGP モデルの予測平均および予測分散を用いて学習関数を評価し，追加の訓練点を選択する．破壊確率に関する収束条件を満たすまで，次元削減と hGP モデルの更新を繰り返す．本手法の計算フローを Fig. 1 に示す．

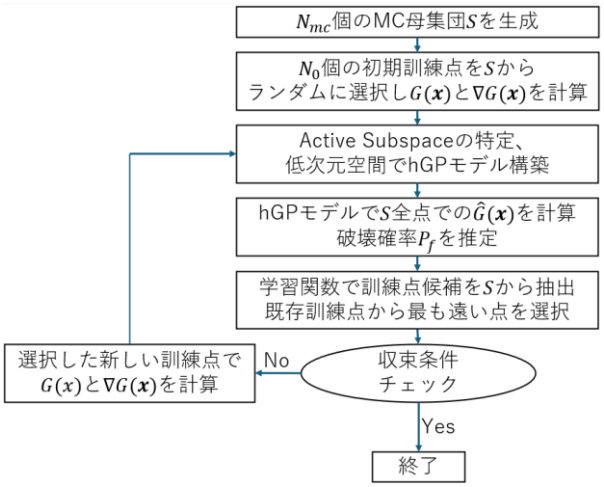


Fig. 1 The flowchart of AaS-hGP algorithm

2.2 学習関数の比較

本研究では，次の 3 つの学習関数を比較対象とする．（1）EFF 関数 [3]は，限界状態近傍における期待改善量に基づく関数である．（2）U 関数 [1]は信頼性指標に基づく関数であり，AK-MCS および AaS-hGP で標準的に用いられている．（3）H 関数 [3]は予測分布の情報エントロピーに基づく関数であり，初期訓練点の配置に依存せずロバスト性に優れることが指摘されている．

3. ベンチマーク例題による検討

限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$が次式で与えられる，50 次元のベンチマーク問題を考える．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{-1}{0.65}\prod_{j=1}^{50}\frac{4x_j - 2 + \lambda_j}{1 + \lambda_j} \tag{1}$$

ここで，x_jは$[0,1]$の一様分布，λ_jは$\lambda_j = 1\ (j = 1, \ldots, 4)$，$\lambda_j = 500\ (j \geq 5)$である．

MCS のサンプル数$N_{mc} = 10^6$，初期訓練点数$N_0 = 50$とした．Active Subspace の次元数d_rは，hGP モデルの予

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

測平均の二乗平均平方根誤差が閾値$\epsilon_d^t = 0.01$を下回るよう適応的に決定した．収束条件は，破壊確率の相対変化量とその変化率が閾値（共に$\epsilon^{tol} = 0.001$）を 3 回連続で満たすこととした．

原著論文 [2]では，U 関数の値が 2 以上となるサンプルを候補点とし，現在の訓練点と最も距離の離れた点を追加訓練点として選択している．本研究では，事前検討に基づき EFF 関数の値が 0.2 以上，H 関数の値が 0.15 以上となるサンプルを候補点とした．

以上の条件のもと，各ケースについて乱数シードを変えて 20 回の独立試行を実施した．Fig. 2 に各学習関数における Active subspace の次元数の推移を示す．図より，学習関数によらず初期段階で有効次元数$d_r = 4$を特定し，低次元特徴空間における能動学習が適切に行われていることがわかる．

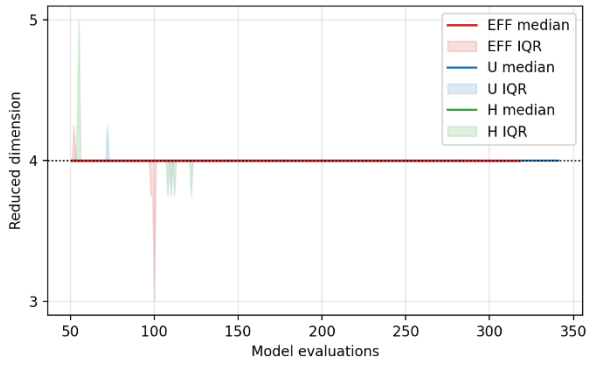


Fig. 2 Transition in the active subspace dimensionality

Table 1 に破壊確率P_fの推定結果を示す．なお，参照解は10^6回の MCS で算出した．いずれの学習関数でもP_fの相対誤差は 2%以下となり，AaS-hGP の高い推定精度が確認された．特に，H 関数は推定誤差，モデル評価回数の平均値，標準偏差がいずれも最小であり，他の学習関数を用いた場合より推定精度および効率性に優れる結果となった．

Table 1 Results for the benchmark example

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	4.96	-	10^6	-
AaS-hGP (EFF)	4.89	1.50	255	36.4
AaS-hGP (U)	4.92	0.71	254	40.9
AaS-hGP (H)	4.94	0.34	246	28.8

4. 実工学例題への適用

実工学問題における適用性を検証するため，不規則波中における船体の横揺れ運動を対象とした信頼性解析を実施した．Takami and Kitahara[4]のバルクキャリアについて，その横揺れ運動は次式で記述される．

$$\ddot{\phi} + 2\xi_1\omega_0\dot{\phi}_e + \xi_2|\dot{\phi}|\dot{\phi} + \frac{\xi_3\dot{\phi}_e^3}{\omega_0} + \frac{\omega_0^2 GZ(\phi)}{GM} = \frac{M(t)}{J_x} \quad (2)$$

ここで，減衰定数は$\xi_1 = 0.01$，$\xi_2 = 0.073$，$\xi_3 = 0.51$であり，ϕは横揺れ角，J_xは慣性を考慮した横揺れ半径，$GZ(\phi)$は復元力を表す復元挺である．入射波スペクトルを離散化した際の各周波数成分の係数を，100 次元の互いに独立な標準正規分布に従う入力変数$\boldsymbol{x}$とした．$M(t)$は波浪外力モーメントであり，対象船の主要パラメータと$\boldsymbol{x}$より求められる．限界状態関数$G(\boldsymbol{x})$は，600 秒間の解析において横揺れ角ϕが許容角$\phi_f = 0.4$ radを超える事象として，次式により定義した．

$$G(\boldsymbol{x}) = 1 - \frac{\phi(\boldsymbol{x}, t)}{\phi_f} \quad (3)$$

$N_{mc} = 10^6$，$N_0 = 50$，$\epsilon_d^t = 0.01$，$\epsilon^{tol} = 0.005$とし，U 関数および H 関数を用いて各 5 回の独立試行を行った．

解析結果を Table 2 に示す．ベンチマーク例題の結果と同様，U 関数と比べて H 関数は少ない計算コストで高い推定精度を示した．解の安定性についても，H 関数では U 関数と比較して訓練点数のばらつきが小さく抑えられている．以上より，100 次元の不規則波を考慮した船体の非線形横揺れ運動においても，H 関数を用いることで初期訓練点の配置に左右されず，AaS-hGP により安定して破壊確率を推定できることが確認された．

Table 2 Results for the engineering application

Method	$\hat{P}_f(\times 10^{-3})$	Rel. Error [%]	Mean Evals	Std Evals
Crude MCS	1.10	-	10^6	-
AaS-hGP (U)	1.33	20.5	262	62.0
AaS-hGP (H)	1.19	8.1	247	47.1

5. 結論

AaS-hGP を用いた高次元信頼性解析における学習関数の比較検討を行い，H 関数を用いることで推定精度と計算効率を向上させつつ，初期訓練点への依存性を大幅に低減できること可能性があることを明らかにした．

参考文献

1) Echard, B., Gayton, N. and Lemaire, M.: AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation, Structural Safety, Vol.33, No.2, pp.145-154 (2011).
2) Kim, J., Yi, S. and Song, J.: Estimation of first-passage probability under stochastic wind excitations by active-learning-based heteroscedastic Gaussian process, Structural Safety, Vol.100, 102268 (2023).
3) Lv, Z., Lu, Z. and Wang, P.: A new learning function for Kriging based structural reliability analysis, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.51, No.1, pp.11-25 (2015).
4) Takami, T. and Kitahara, M.: Active learning-based estimation of extreme roll motion in beam seas with supervised dimensionality reduction and gradient approximation, ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, Vol.12, No.1, 04025104 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Parameterized Physics-Informed Neural Networks と各種データ同化手法による不飽和浸透特性の事後分布推定に関する研究（シンポジウム講演概要）

Estimation of Posterior Distribution of Unsaturated Soil Hydraulic Properties Using Parameterized Physics-Informed Neural Networks and Multiple Data Assimilation Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福永　竜世（立命館大学）　伊藤　真一（立命館大学）　酒匂　一成（鹿児島大学）
Ryusei FUKUNAGA, Ritsumeikan University
Shinichi ITO, Ritsumeikan University
Kazunari SAKO, Kagoshima University
E-mail: gr0752hv@ed.ritsumei.ac.jp

This study evaluated the capability of multiple data assimilation methods to estimate posterior distributions when Parameterized Physics-Informed Neural Networks (P-PINNs) are employed as surrogate models. Specifically, we focused on the Particle Filter (PF), Ensemble Kalman Filter (EnKF), Marginalized Particle Filter (MPF), and Markov chain Monte Carlo (MCMC) methods. These methods were combined with P-PINNs to estimate the parameters related to unsaturated soil hydraulic properties based on measurement data obtained from a water retention test using the soil column method. The characteristics of each method are discussed in terms of the estimation accuracy and computational cost. The results indicate that all methods accurately estimated the posterior distribution. Furthermore, it was found that the use of P-PINNs alleviates particle degeneracy in PF and reduces the computational costs associated with the MCMC methods.

１．はじめに

データ同化は，数値解析モデルを観測データに基づいて修正・更新する方法である．代表的な手法としては，Kalman Filter や Particle Filter（以下，PF）などが挙げられ，土木工学分野においても構造同定や地盤パラメータの同定など様々な適用事例が報告されている．これらの観測更新アルゴリズムを比較した研究として，珠玖ら [1]は 2 自由度せん断問題に様々な手法を適用し，その特性を計算効率と事後分布の推定精度に着目して議論している．その結果，粒子数を増やすことで事後分布の推定精度は向上するが，計算コストが大きくなることが課題とされている．また，Yang et al.[2]は山留め掘削問題を対象とした地盤パラメータの推定に対して PF とマルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）を適用し，MCMC 法は計算負荷が大きいことを指摘している．このような計算コストの課題に対して，少ない粒子数で効率的に事後分布を推定可能な手法として Ensemble Kalman Filter（以下，EnKF），Merging Particle Filter（以下，MPF）などが提案されている．しかし，これらの手法は多峰性の分布の推定は難しいなど適用範囲に制約がある．

その一方で，粒子数を削減するのではなく数値解析を高速で行う方法としてサロゲートモデルの活用が考えられる．中でも本研究では，物理法則を満たす解を算出できるサロゲートモデルである Parameterized Physics-Informed Neural Networks（以下，P-PINNs）に着目する．P-PINNs は一度モデルを構築すると，任意の材料パラメータに対して高速で数値解析結果を算出できる．そのため，多数回の順解析を必要とするデータ同化手法においても，現実的な計算時間およびメモリで事後分布を推定可能であると考えられる．これらを踏まえると，従来の限られた試行回数での事後分布推定に関する議論ではなく，サロゲートモデルを用いた場合の各種データ同化手法の事後分布推定能力を再度評価する必要がある．本研究では，不飽和浸透問題を対象として P-PINNs により高速で不飽和浸透解析が可能なサロゲートモデルを構築し，そのモデルと PF，EnKF，MPF，MCMC 法により不飽和浸透特性の事後分布を推定する．そして，P-PINNs を用いた場合の各手法の特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して明らかにする．

２．問題設定と P-PINNs の適用

本研究では，不飽和浸透挙動の時系列データを得るために図-1 に示す試験装置を用いて土柱法による保水性試験を実施した．本試験では，供試体内の高さ 10 cm と 20 cm の位置に土壌水分計を設置することで体積含水率の経時変化を計測した．土試料として豊浦砂を用い初期飽和度 S_r = 10%，間隙比 e = 0.78 となるように締固めて供試体を作製した．図-2 は土柱法の試験結果を示している．本研究では，この計測データに基づいて，P-PINNs と各種データ同化手法を組み合わせることで，不飽和浸透特性の事後分布を推定する．

P-PINNs による不飽和浸透解析を行うための支配方程式には Richards 式，水分特性曲線モデルには式(1)に示す van Genuchten モデル，不飽和透水係数モデルには式(2)に示す Mualem モデルを用いた．

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha\psi)^n} \right\}^{1-\frac{1}{n}} \tag{1}$$

$$k(\psi) = k_s S_e^{0.5} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{\frac{n}{n-1}} \right)^{1-\frac{1}{n}} \right\}^2 \tag{2}$$

ここで，S_e は有効飽和度，θ_s は飽和体積含水率，θ_r は残留体積含水率，α と n は水分特性曲線の形状を決定するパラ

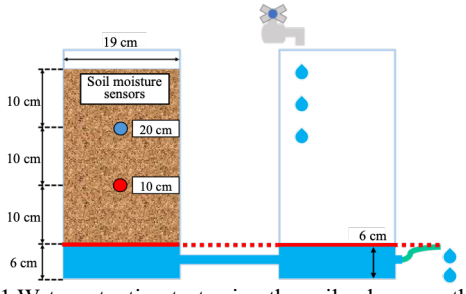


Fig. 1 Water retention test using the soil column method.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

メータ，k_s は飽和透水係数を表している．この不飽和浸透解析を行う際に土ごとで値の異なるパラメータは θ_s, θ_r, α, n, k_s の 5 つである．そのため，P-PINNs モデルでは，初期条件と 5 種類の不飽和浸透特性を入力データとして学習し，任意の条件に対して瞬時に土柱法の不飽和浸透挙動を再現できるモデルを構築した．P-PINNs モデルの構築方法および妥当性に関しては既往の研究を参照されたい [3]．

3．各種データ同化手法

本研究では，不飽和浸透特性の事後分布を推定する方法として，PF，EnKF，MPF，MCMC 法を用いた．PF，EnKF，MPF はシステムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれるアンサンブルで近似的に表現し，ベイズの定理に基づいてアンサンブルを逐次更新することで事後分布を求める方法である．一方で，MCMC 法はマルコフ性を仮定したモンテカルロ法を行うことで，事後分布に従う乱数を発生させることができる手法である．本研究では，観測誤差に正規分布を仮定しているため事後分布は以下の式で表される．

$$p(y \mid \mu) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(y - h(\mu)\right)^{\mathrm{T}} R^{-1}\left(y - h(\mu)\right)\right] p(\mu) \quad (3)$$

ここで R は分散共分散行列，y は計測データ，$h(\mu)$はパラメータ μ において事前に構築した P-PINNs モデルによる数値解析結果，$p(\mu)$は事前分布である．分散共分散行列 R は各深度の計測データの変動幅の 35%とし，比対角項は考慮していない．また，事前分布はパラメータの変動幅の中央値を平均値，変動幅の 25%を標準偏差とする正規分布を設定した．これらの条件で各手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，その特性を事後分布の推定精度と計算コストに着目して議論する．

4．解析結果

PF，EnKF，MPF では粒子数を 100,000 個として事後分布を推定した．また MCMC 法では試行回数 0 回～20,000 回までをバーンイン期間とし，バーンイン後の 20,000 回～100,000 回の値を事後分布として用いた．まず各手法の計算コストを比較すると，MCMC 法では約 2.0 分程度，それ以外の手法では約 1.0 分程度で事後分布を推定できた．MCMC 法は計算コストの大きさを課題として指摘されることが多いが，P-PINNs であれば実用的な時間内での事後分布推定が可能であると言える．

図-3 は推定した不飽和浸透特性の累積分布関数を示している．同図より，データ同化手法によらずほぼ同じ事後分布を推定できていることがわかる．一般に PF は粒子の退化が問題となるが，図-3 に示す累積分布関数は滑らかな形状を示している．これは粒子数を十分に増やしたためであり，P-PINNs の計算の高速性を活用することで，効率よく粒子の退化を解消できていると考えられる．最後に，推定した事後分布の妥当性を確認するために，水頭法による保水性試験を実施し，その結果と推定した水分特性曲線を比較した．図-4 はその比較結果を示しており，実線は事後分布から算出した水分特性曲線の平均値，点線は $\mu \pm 2\sigma$ の範囲を示している．推定した水分特性曲線は，水頭法試験の値の傾向を十分な精度で再現できており，各手法において同程度の信頼区間で事後分布を推定できていることが確認できる．以上の結果から，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であるが，不飽和浸透特性は時不変なパラメータであることを考慮すると，非逐次型のベイズ更新手法である MCMC 法を用いることが望ましいと考えられる．

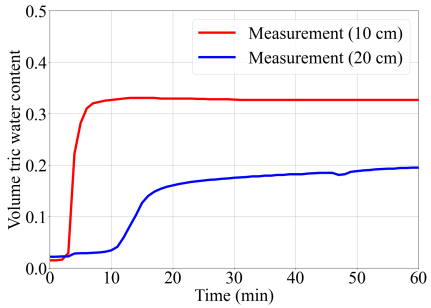


Fig. 2 Measurement data.

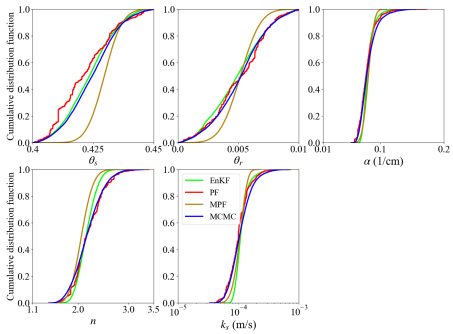


Fig. 3 Cumulative distribution functions of estimated parameters.

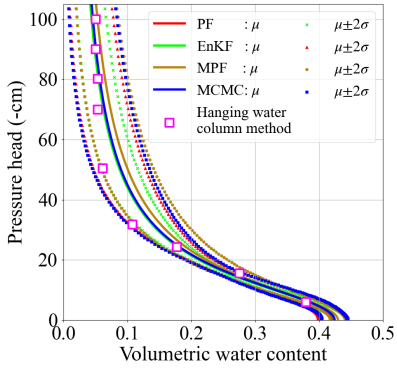


Fig. 4 Comparison results of soil water characteristics curve.

5．まとめ

本研究では，土柱法による保水性試験の計測データに基づいて各種データ同化手法により不飽和浸透特性の事後分布を推定し，P-PINNs を用いた場合の各種法の特性について議論した．その結果，いずれのデータ同化手法においても適切な事後分布を推定可能であることがわかった．また，P-PINNs の高速性を活用することで，粒子の退化や MCMC 法における計算コストの課題を解消できることが明らかになった．

参考文献

1) 珠玖隆行，吉田郁政，山本真哉，田中耕司，藤澤和謙，野村泰稔:各種観測更新アルゴリズムによる事後確率分布の推定，土木学会論文集 A2(応用力学)，71，pp.I_59-I_70, 2015.
2) N. Yang, T. Le and L.T. Nguyen: Comparison of Markov Chain Monte Carlo and Sequential Monte Carlo techniques for calibrating soil parameters in a braced excavation, Proceedings of the XVIII ECSMGE, pp.949-954, 2024.
3) 福永竜世，伊藤真一，酒匂一成:Physics-Informed Neural Networks とベイズ推定を組み合わせた不飽和浸透特性推定手法の提案，第 60 回地盤工学研究発表会，22-7-1-04, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地震波動伝搬問題への Physics-Informed Neural Networks の適用における Fourier Feature Mapping と適応型重みづけの有効性評価（シンポジウム講演概要）

Effectiveness of Fourier Feature Mapping and Adaptive Weights in Physics-Informed Neural Networks for Seismic Wave Propagation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

吉本　圭吾（東京科学大学）　　宮本　崇（東京科学大学）
Keigo Yoshimoto, Institute of Science Tokyo
Takashi Miyamoto, Institute of Science Tokyo
E-mail: miyamoto.t.725e@m.isct.ac.jp

Conventional Physics-Informed Neural Networks (PINNs) suffer from degraded training convergence primarily due to gradient pathology and spectral bias. To mitigate these, we propose an improved PINNs framework integrating Fourier Feature Mapping (FFM) and adaptive weights. Ablation studies on 2D seismic wave propagation demonstrate that our method significantly enhances convergence and accuracy, proving highly effective for both forward and inverse problems.

1. はじめに

地下構造の推定手法の 1 つである Full Waveform Inversion (FWI) の計算コストを解決する手法として、Physics-Informed Neural Networks (PINNs)[1] が注目されている。しかし、従来の PINNs には、各損失項の勾配が不均衡になる勾配病理と、高周波成分の学習が進まないスペクトルバイアスという 2 つの課題がある。これらに対し、適応型重みづけ[2] や Fourier Feature Mapping (FFM)[3] などの手法が提案されているが、両者を統合した効果や、観測地震動から地盤構造を推定する逆問題への有効性は十分に明らかにされていない。そこで本研究では、適応型重みづけと FFM を統合した改良型 PINNs フレームワークを提案する。本稿では、地震波動伝搬シミュレーション（順問題）および不均質地盤の速度構造推定（逆問題）を対象に、提案手法の有効性を確認する。

2. 方法

2.1. 支配方程式

地盤内の SH 波 (水平偏波横波) の伝搬に関する支配方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial^2 u(\mathbf{x},t)}{\partial t^2} = c^2(\mathbf{x})\nabla^2 u(\mathbf{x},t) + s(t)G(\mathbf{x},\mathbf{x}_s), \tag{1}$$

ここで $\mathbf{x} = \{x, z\}$ は 2 次元媒体における空間座標ベクトル、$\mathbf{x}_s = \{x_s, z_s\}$ は震源の座標を表す。また $c(\mathbf{x})$ は地盤の速度構造モデルであり、$u(\mathbf{x}, t)$ は時間領域における変位である。$s(t)$ は震源時間関数であり、中心周波数 f_0 と遅延時間 $t_0 = 1/f_0$ を持つリッカーウェーブレットを使用する。$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)$ には、ガウス形状を持つ滑らかな空間依存場を用いる。

2.2. PINNs の定式化

本研究では、ニューラルネットワークを用いて波動場 $u(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$ および速度構造 $c(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta})$(逆問題時) を近似する。以下の損失関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})$ を最小化することでネットワークパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を学習する。

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \lambda_{pde}\mathcal{L}_{pde} + \lambda_{ic}\mathcal{L}_{ic} + \lambda_{bc}\mathcal{L}_{bc} + \lambda_{data}\mathcal{L}_{data}, \tag{2}$$

ここで λ は各損失項の重み係数であり、$\mathcal{L}_{pde}$,$\mathcal{L}_{ic/bc}$,$\mathcal{L}_{data}$ はそれぞれ支配方程式、初期・境界条件、および観測データに対する二乗和残差（MSE）を表す。

2.3. 提案手法

本研究では地震波動伝搬シミュレーションおよび地下構造推定の精度向上を目的として、従来の PINNs に対し以下の 2 つを導入する。

1. **適応型重みづけ (Adaptive weights) の導入**
   勾配病理を緩和し、マルチタスク学習における収束速度を向上させるために、Wang ら[2] によって提案された適応型重みづけを用いる。
   適応型重みづけにおいて、各損失項の重みは次式で表される。
   $$\lambda_k = \frac{\sum_j \mathrm{Tr}(\mathbf{K}_j)}{\mathrm{Tr}(\mathbf{K}_k)} \quad \text{for} \quad k \in \{pde, ic, bc, data\}, \tag{3}$$
   ここで $\mathbf{K}_k$ は第 k 損失項に対応する NTK 行列であり、その (i, j) 成分はパラメータ θ に関するネットワーク出力 u の勾配の内積として定義される。
   $$\mathbf{K}_{i,j}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \nabla_\theta u(\mathbf{x}_i), \nabla_\theta u(\mathbf{x}_j) \rangle. \tag{4}$$
2. **入力層への Fourier Feature Mapping(FFM) の導入**
   スペクトルバイアスを緩和し、高周波成分を含む波動場の再現精度を向上させるために、Tancik ら[3] によって提案された Fourier Feature Mapping (FFM) を導入する。FFM は、正弦関数と余弦関数を用いて入力値を高次の特徴量空間へ埋め込む操作であり、次式で表される。
   $$\gamma(\mathbf{x}) = [\cos(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x}), \sin(2\pi\mathbf{B}\mathbf{x})]^\mathsf{T}, \tag{5}$$
   ここで $\gamma(\mathbf{x})$ は $\mathbb{R}^{2m}$ 次元のベクトルであり、m はフーリエ特徴量の数である。行列 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m\times d}$ の各成分はガウス分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ からサンプリングされ、学習中は固定される。分散 σ はマッピングする周波数の分布およびニューラルネットワークが優先的に学習する周波数を決定するハイパーパラメータである。

3. 数値実験

3.1. 実験設定

本研究では、順問題および均質・不均質媒質における逆問題の計 3 ケースで検証を行ったが、本稿ではその内の 1 つ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

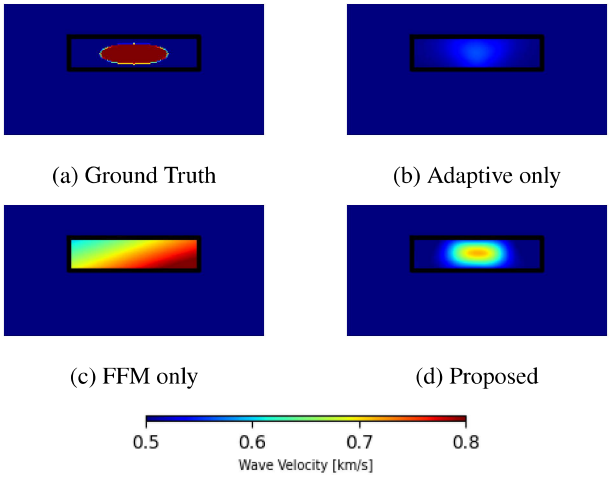
である不均質媒質における逆問題に焦点を当てる。計算領域は $x \in [0, 1000]$ m,$z \in [0, 500]$ m、解析時間は $t \in [0, 1.5]$ s とした。震源には中心周波数 5.0 Hz の Ricker wavelet を用い、$(x, z) = (500, 400)$ m に設置した。観測データとして、地表 ($z = 0$) に等間隔に配置した 41 点の受振器で取得された波形を用いた。推定対象の速度モデルは、背景速度 0.50 km/s の均質媒質中に、楕円状の高速度異常 (0.80 km/s) が存在する設定とした。

初期条件として、時刻 $t = 0$ において変位および速度がゼロとなる静止状態（$u = \partial u/\partial t = 0$）を与えた。また、境界条件として地表（$z = 0$）において応力がゼロとなる自由表面条件（$\partial u/\partial z = 0$）を課した。

ニューラルネットワークの構造は、変位 u の推定には全結合層 5 層（各層 80 ニューロン）を用いる。また、速度モデル c の推定に全結合層 5 層（各層 32 ニューロン）を用いた。活性化関数は全て Tanh を用いた。学習点数は、領域内部（PDE）$N_{pde} = 20,000$、初期条件 $N_{ic} = 8,000$、境界条件 $N_{bc} = 8,000$、観測データ $N_{data} = 8,000$ とした。最適化手法には Adam（学習率 1.0×10^{-4}）を用い、80,000 回の学習を行った。提案手法の有効性を検証するため、以下の 4 モデルを設計し性能の比較を行った: Baseline (通常の PINNs)、Adaptive only (適応型重みづけのみ適用)、FFM only (FFM のみ適用)、Proposed (提案手法)。

3.2. 結果と考察

Fig.1 に各モデルによる速度構造の推定結果を示す。この図から、Proposed（提案手法）が他のモデルと比較して、楕円の形状および速度値の両方を最も高精度に再現できていることがわかる。



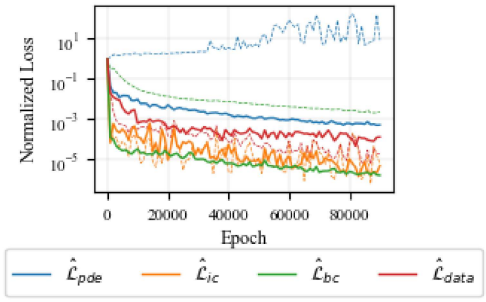
(a) Ground Truth　(b) Adaptive only

(c) FFM only　(d) Proposed

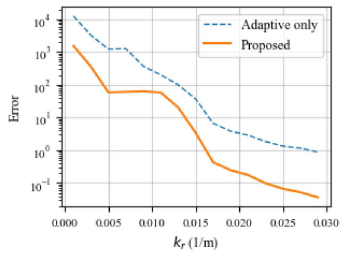
Fig. 1: Comparison of inversion results.

(1) 適応型重みづけの効果

各損失項の収束バランスを評価するため、学習初期の値で正規化した損失関数の推移を Fig.2a に示す。FFM のみを用いたモデル (FFM only) に着目すると観測データ項 $\hat{\mathcal{L}}_{data}$、初期条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{ic}$ および境界条件項 $\hat{\mathcal{L}}_{bc}$ は、10^{-2} から 10^{-5} オーダーでま偏りなく減少している。一方、支配方程式項 $\hat{\mathcal{L}}_{pde}$ は、学習回数が増えても 10^{0} 付近で停滞しており、支配方程式の学習が進んでいないことが確認される。これに対し適応型重みづけを導入した提案手法 (Proposed) に着目すると、すべての損失項が 10^{-2} から 10^{-5} オーダーまで偏りなく減少している。この結果は、適応型重みづけにより



(a) Loss histories



(b) Radial average spectrum at $t = 0.36$ s

Fig. 2: Quantitative evaluations. (a) Solid and dashed lines indicate Proposed and FFM only, respectively.

各損失項間の勾配のアンバランスが緩和されたことを示している。

(2) Fourier Feature Mapping の効果

スペクトルバイアスを可視化するため、特定の時刻における波動場のスナップショットの誤差を波数領域で評価する。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を次のように定義する。

$$S(k_r) = \frac{1}{N_{k_r}} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega_{k_r}} |\mathcal{F}\{u_{pred}\} - \mathcal{F}\{u_{ref}\}|^2, \tag{6}$$

ここで $\mathcal{F}$ は 2 次元フーリエ変換、Ω_{k_r} は半径 $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ を持つ波数の集合を表す。予測誤差のラジアル平均パワースペクトル $S(k_r)$ を Fig.2b に示す。同図より提案手法 (Proposed) は、Adaptive weights のみを用いたモデル (Adaptive only) に比べ、全波数領域にわたって誤差を大幅に低減しており、FFM がスペクトルバイアスを効果的に緩和することが分かる。

4. おわりに

本研究では、PINNs における勾配病理およびスペクトルバイアスを緩和するため、適応型重みづけと Fourier Feature Mapping (FFM) を統合した改良型フレームワークを提案し、地震波動伝搬および速度構造推定への有効性を検証した。数値実験からは、適応型重みづけによる損失項の収束バランスの改善と、FFM による高周波成分の再現性向上の相乗効果が確認され、いずれか一方を用いたモデルと比較して、順問題・逆問題ともに解の精度が大幅に向上することが示された。

参考文献

1) Raissi, M., et al.: J. Comput. Phys., 378, 686-707, 2019.
2) Wang, S., et al.: J. Comput. Phys., 449, 110768, 2022.
3) Tancik, M., et al.: NeurIPS, 33, 7537-7547, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

拘束条件を緩和した Data-Free Physics-Informed Neural Network による非圧縮性 Navier–Stokes 方程式のシミュレーション（シンポジウム講演概要）

Simulation of Navier–Stokes Equations by Data-Free Physics-Informed Neural Network with a Relaxed Incompressibility Constraint (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

出口　翔大（筑波大学）　三目　直登（筑波大学）　浅井　光輝（九州大学）
Shota DEGUCHI, University of Tsukuba
Naoto MITSUME, University of Tsukuba
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: deguchi.shota.gm@u.tsukuba.ac.jp

Physics-Informed Neural Networks (PINNs) approximate solutions to partial differential equations (PDEs) by incorporating the residuals of the governing equations into the training process. Their flexibility makes them suitable for inverse problems, where unknown parameters are sought, and for parametric problems, where solutions must be evaluated under varying parameters. However, the accuracy and reliability of PINNs for inverse and parametric analysis depend heavily on those for forward problems, which has not been sufficiently investigated. In this study, we examine the application of PINNs to the forward problem of the incompressible Navier–Stokes equations, and investigate the influence of the penalty coefficient associated with the incompressibility constraint on the accuracy and reliability of the resulting PINN solutions.

1. はじめに

Physics-Informed Neural Network (PINN)[1] は，Neural Network の学習において，当該の物理現象を記述する支配方程式の残差を利用する枠組みである．解くべき方程式が既知であれば観測データ無しに問題の近似解を求めることが可能であり（順解析），また，方程式に未知の係数が含まれる場合には観測データに基づいて方程式に含まれる係数等の逆推定が可能である（逆解析）．その柔軟性から，PINN は流体力学や生体工学など幅広い分野で応用されている．

著者らの先行研究では，非圧縮性 Navier–Stokes 方程式（非圧縮性 NS 式）において，境界条件の厳密な要請[2] と適応的な重みの調整[3] を併用することにより高精度な逆解析が可能であることを実証した[4]．一方，PINN が有効となる方程式の逆解析やパラメトリックな問題に適用する際には，その順解析に関する精度や信頼度が十分である必要がある．PINN が非圧縮性 NS 式の順解析ソルバーとして，どの程度の精度と信頼性を有するか，或いは精度や信頼性を担保するにはどのような工夫が必要であるかについては，未だ議論の余地が残されている．本研究では，PINN の非圧縮性 NS 式の順解析への適用に着目し，特に低〜中程度の Reynolds 数の流れ場を堅牢に予測するための工夫を検討する．

2. 機械学習手法

2.1. 問題設定

本研究では定常な非圧縮性 NS 式を考える．但し，外力は作用しないものとする．

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\boldsymbol{u} \quad \text{in} \quad \Omega \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0 \quad \text{in} \quad \Omega \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u} = (u, v)^\top$ は速度，p は圧力，Re は Reynolds 数であり，$\mathrm{Re} = 1{,}000$ とする．本研究では 2 次元のキャビティ流れを対象とし（$\Omega = (0,1)^2$），解の不連続性を回避するため，以下の境界条件を与える[5]．

$$\boldsymbol{u} = (4x(1-x), 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u} = (0, 0) \quad \text{on} \quad \Gamma_2 \tag{4}$$

ここで，$\Gamma_1 = \{(x,1) \mid x \in (0,1)\}$，$\Gamma_2 = \partial\Omega \setminus \Gamma_1$ である．

2.2. Physics-Informed Neural Network (PINN)

PINN[1] は式 (1)–(4) の解 $(\boldsymbol{u}, p)$ を Neural Network $(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}, p_{\boldsymbol{\theta}})$ により近似し，以下の損失関数を最小化する．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}_u(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{L}_v(\boldsymbol{\theta}) + \beta_c\mathcal{L}_c(\boldsymbol{\theta}) \tag{5}$$

$$\mathcal{L}_u = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)u_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_x p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 u_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{6}$$

$$\mathcal{L}_v = \int_\Omega |(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}\cdot\nabla)v_{\boldsymbol{\theta}} + \partial_y p_{\boldsymbol{\theta}} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 v_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{7}$$

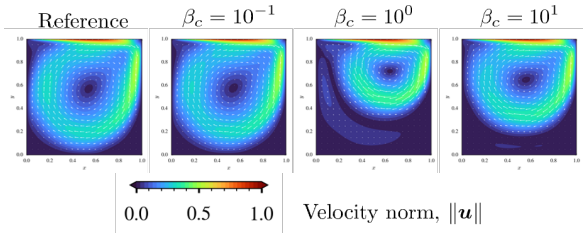
$$\mathcal{L}_c = \int_\Omega |\nabla\cdot\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\theta}}|^2\, d\boldsymbol{x} \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\theta}$ は Neural Network の学習可能パラメータ，$\beta_c (\in \mathbb{R}_+)$ は質量保存則に関する制約条件（式 (8)）に乗ずるペナルティ係数である．また，PINN では，境界条件に関するペナルティ項を式 (5) に付随させることにより式 (3)–(4) を近似的に満足させることが一般的であるが[1]，本研究では距離関数を用いてこれを厳密に課すこととする[2,4]．したがって，式 (5) に当該のペナルティ項は要さない．なお，圧力は，その平均値がゼロとなるよう指定する（$p, p_{\boldsymbol{\theta}} \in \{q \in L^2(\Omega) \mid \int_\Omega q\, d\boldsymbol{x} = 0\}$）．また，Neural Network の幅は 64，深さは 5，活性化関数は $\tanh(\cdot)$ に固定し，学習は Adam により 100,000 エポックだけ実行する．

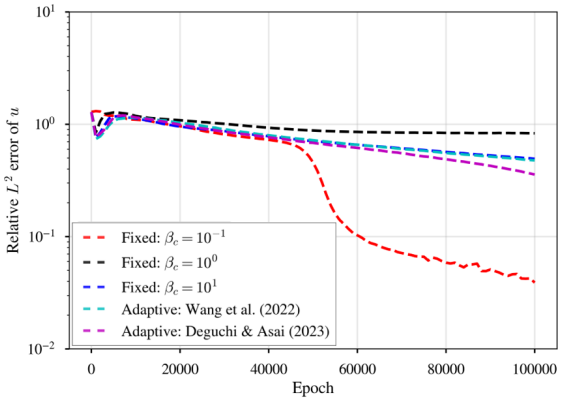
2.3. ペナルティ係数のチューニング

式 (5) のように複数の損失関数を伴う場合には，ペナルティ係数 β_c を適切にチューニングすることが肝要である．これには，固定値を採用する方法と，適応的な値を定める方法がある．適応的な方法には，各損失関数間の Neural Tangent Kernel (NTK) のトレースを同等にする方策[6] や勾配ノルムを同等にする方針[3] が知られている．詳細は文献

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 参照解および推論解の速度分布



(b) 参照解と推論解との相対 L^2 誤差（水平速度に関するもの）

図-1: ペナルティ係数 β_c の設定による解の差異

に譲るが，本研究では，前者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}^{(k)}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}^{(k)})}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}^{(k)})} \tag{9}$$

なるペナルティを，後者において，

$$\beta_c^{(k)} = \frac{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u^{(k)} + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v^{(k)}\|}{\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c^{(k)}\|} \tag{10}$$

なるペナルティを採用することとする．なお，$\boldsymbol{K}_{(\cdot,\cdot)}$ は NTK，$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_{(\cdot)}$ はパラメータ勾配であり，上付き文字 $(\cdot)^{(k)}$ はエポック数を指す．

3. 数値実験結果

式 (1)–(4) を式 (5)–(8) の損失関数に基づき PINN により求解した結果を**図- 1** に示す．なお，参照解は有限差分法により作成した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数 β_c を固定値とした場合（$\beta_c = \{10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}\}$）と適応的に定めた場合[3),6)] での結果を示している．ペナルティ係数を適応的に更新した場合，その係数はどちらも $\beta_c = 5 \sim 10$ 程度に収束し，また，その際の解の様相は固定値 $\beta_c = 10^{1}$ を用いた場合に類似していたため，**図- 1 (a)** からは可視化を省略している．

図- 1 (a) より，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ の場合，渦が上部壁に周辺に形成され，領域全体への運動量の輸送が不十分である．同様の傾向は，適応的なペナルティ係数を採用した場合にも確認している．一方，$\beta_c = 10^{-1}$ の場合には，渦が領域中央部に形成され，参照解との相対 L^2 誤差も低減している（**図- 1 (b)**）．**図- 1** には，幅 64，深さ 5 の Neural Network を用いた際の結果を示しているが，幅 64・128，深さ 4・5・6 の設定においても同様の傾向を確認した．

特に，適応的にペナルティ係数を定めた場合について注目する．Wang et al.[6)] による方法では，100,000 エポック経過時点において，$\mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{u,u}) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{v,v}) = 5.99 \times 10^{6}$ に対し $\beta_c \mathrm{tr}(\boldsymbol{K}_{c,c}) = 5.20 \times 10^{6}$ なる関係を得ており，本問題において各損失関数に対応する NTK のトレースを同等にすることができている．また，Deguchi & Asai[3)] の方法では，$\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_u + \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_v\| = 1.96 \times 10^{-1}$ に対して $\beta_c\|\nabla_{\boldsymbol{\theta}}\mathcal{L}_c\| = 2.79 \times 10^{-1}$ であり，各勾配ノルムも同程度に制御されている．即ち，両手法ともに，複数の損失関数の影響を同等に扱う，というペナルティ係数の設計指針を達成することはできている．しかしながら，係数が $\beta_c = 5 \sim 10$ 周辺に収束するとともに，解の様相も $\beta_c = 10^{1}$ と類似していることから，非圧縮性条件を過拘束する状態となっていると考えられる．以上より，非圧縮性 NS 式を PINN により順解析する場合，質量保存則を過度に強く課すことは必ずしも解の精度向上に寄与せず，寧ろ，拘束条件を適切に緩和することが，物理的に妥当な流れ場の再現に重要であると考えられる．

4. おわりに

本研究では，PINN の非圧縮性流れへの適用を念頭に，運動量保存則，質量保存則の寄与の制御について検討した．特に，質量保存則に関するペナルティ係数を固定値とした場合と適応的に定めた場合の結果を比較した．結果として，$\beta_c = 10^{-1}$ を採用し非圧縮性条件を緩和した場合には，定性的に妥当かつ定量的にも参照解と合致する解を得ることができた．一方，$\beta_c = 10^{0}, 10^{1}$ や適応的なペナルティを用いた場合，渦が上部壁に周辺に留まり，力学的に可容な解を得るに至らなかった．以上の結果は，これまで PINN の枠組みの中で，複数の損失関数の影響を同等にすることが重要と考えられてきたことに対して，非圧縮性 NS 式の順解析においては，質量保存に関する拘束条件を強く課すことが必ずしも解の精度向上や力学的に妥当な解への収束に寄与しないことを示唆している．今後は，有限要素法における混合補間に類する考えを Neural Network 構造の設計に導入することにより，本障壁を克服する方法を検討する．

参考文献

1) Maziar Raissi, Paris Perdikaris, and George Em Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 378, pp. 686–707, 2019.
2) Natarajan Sukumar and Ankit Srivastava. Exact imposition of boundary conditions with distance functions in physics-informed deep neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 389, p. 114333, 2022.
3) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Dynamic & norm-based weights to normalize imbalance in back-propagated gradients of physics-informed neural networks. *Journal of Physics Communications*, Vol. 7, No. 7, p. 075005, 2023.
4) Shota Deguchi and Mitsuteru Asai. Reliable and efficient inverse analysis using physics-informed neural networks with normalized distance functions and adaptive weight tuning. *Machine Learning: Science and Technology*, Vol. 6, No. 4, p. 045055, nov 2025.
5) Zhongkai Hao, Jiachen Yao, Chang Su, Hang Su, Ziao Wang, Fanzhi Lu, Zeyu Xia, Yichi Zhang, Songming Liu, Lu Lu, and Jun Zhu. PINNacle: A comprehensive benchmark of physics-informed neural networks for solving PDEs. In *The Thirty-eight Conference on Neural Information Processing Systems Datasets and Benchmarks Track*, 2024.
6) Sifan Wang, Xinling Yu, and Paris Perdikaris. When and why pinns fail to train: A neural tangent kernel perspective. *Journal of Computational Physics*, Vol. 449, p. 110768, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (3)

座長:西藤 潤(京都大学)

9:10 ~ 9:25

[22001] 即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

*竹田 光希[1]、松岡 勇樹[2]、タンジャラスリタラトーン タナワット[3]、宮﨑 祐輔[1] (1. 関西大学、2. 京都大学大学院、3. チュラロンコン大学)

9:25 ~ 9:40

[22002] 不飽和土地盤解析に対する固液気三相型MPMの適用性検証（シンポジウム講演概要）

*今泉 颯平[1]、飛彈野 壮真[1]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学)

9:40 ~ 9:55

[22003] 観測と数値解析を融合した地震力による斜面崩壊の広域即時予測(シンポジウム講演概要)

*小島 空[1]、松田 晃汰[1]、湯 東暘[1]、須郷 大地[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、大野 晋[1]、櫻庭 雅明[2]、佐藤 誠一[2]、野島 和也[2]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. 日本工営)

9:55 ~ 10:10

[22004] 3 次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

*須郷 大地[1]、Choe John[2]、Dolojan Nilo[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、渡邊 康介[3]、森口 周二[1] (1. 東北大学、2. ワシントン大学、3. 中部電力)

10:10 ~ 10:25

[22005] MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

*鈴木 祐太[1]、菅井 理一[1]、飛彈野 壮真[1]、野村 怜佳[1]、森口 周二[1]、小高 猛司[2]、寺田 賢二郎[1] (1. 東北大学、2. 名城大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

即時沈下量を最小化する浅い基礎のトポロジー最適化解析（シンポジウム講演概要）

Topology Optimization Analysis of a Shallow Foundation for Minimizing Immediate Settlement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

竹田　光希（関西大学・環境都市工）　　松岡　勇樹（京都大学大学院・工）
タンジャラスリタラトーン・タナワット（チュラロンコン大学）　　宮﨑　祐輔（関西大学・環境都市工）
Koki Takeda, Kansai University
Yuuki Matsuoka, Kyoto University
Tanawat Tangjarusritaratorn, Chulalongkorn University
Yuusuke Miyazaki, Kansai University
E-mail: k612326@kansai-u.ac.jp

This study investigates the mechanism of immediate settlement minimization in topology optimization considering soil flexibility, where stiffness maximization is set as the objective. For a shallow foundation structure, topology optimization was performed by incorporating elastic theoretical solutions for ground response. The results suggest that load transfer paths are formed according to soil flexibility, and that settlement is suppressed as structural stiffness is maximized.

１．はじめに

建設業において，生産性向上をかなえる技術として建設用 3D プリンターへの注目が高まっており，2025 年には技術指針案 [1]が作成された．複雑な構造でも再現できることが特徴で，その施工事例は増加傾向にある．また，材料分布を設計変数とするトポロジー最適化は，複雑な形状を出力するため，3D プリンターとの親和性が高いといえる．

地盤構造物へのトポロジー最適化設計の適用においては，土と構造物の相互作用を考慮し，所要の性能を満足できるよう検討することが必要不可欠である．Cortez et al.[2]は，間接境界要素法と有限要素法の組み合わせによって地盤上の構造物に対するトポロジー最適化計算手法を示した．密度法の一つである TOBS（Topology Optimization of Binary Structures）法を用いた計算例を示し，地盤の状態に応じて異なる構造が得られることを明らかにした．しかし，地盤の柔軟性が最適化構造の荷重伝達メカニズムに及ぼす影響についての考察は不十分である．

そこで，本研究では，この荷重伝達メカニズムの解明を目的として，ベンチマークコードとして使用されている Top99 コードを Ferrari and Sigmund[3]が高速化した解析コードに対して，Cortez et al.[2]の手法を実装した．地盤上の構造物としてシンプルな形状の浅い基礎を対象にトポロジー最適化解析を行い，荷重伝達のメカニズムを考察した．

２．地盤-構造物の相互作用を考慮した最適化計算手法

本研究では，Ferrari and Sigmund[3]による MATLAB コードで記述された高速度のトポロジー最適化計算プログラムを基に，Cortez et al.[2]が示した手法を参考に解析を行った．地盤反力計算の流れを Fig.1 に示す．式(1)のように外力に対して構造の内力と地盤反力の合計が釣り合うことを仮定する．構造物底面と地盤表面は密着し，その変位が一致する条件の下では，構造物に作用する地盤反力 $\boldsymbol{q}$ [N/mm^2]は地表面変位 $\boldsymbol{Du}$ を用いて式(2)のように表せる．

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Ku} + \boldsymbol{Aq} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{U^{-1}Du} \tag{2}$$

$\boldsymbol{F}$：外力ベクトル，$\boldsymbol{K}$：全体剛性行列，$\boldsymbol{u}$：節点変位ベクトル，$\boldsymbol{A}$：面反力→節点反力の変換行列，$\boldsymbol{q}$：地盤反力ベクトル，$\boldsymbol{U}$：面反力→変位の変換行列，$\boldsymbol{D}$：節点変位→面変位の変換行列である．

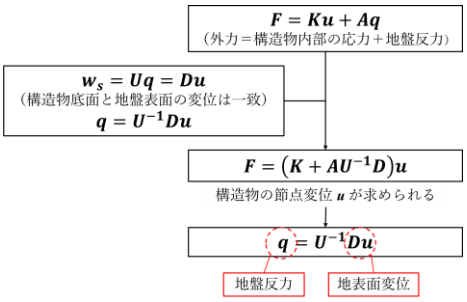


Fig. 1 Flow of Subgrade reaction Calculation

$$w_z(x,y) = \iint_D \frac{1-\nu^2}{\pi E_s} \frac{q(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} d\xi d\eta \tag{3}$$

$$w_x(x,y) = \iint_D \frac{1+\nu}{\pi E_s} \frac{p(\xi,\eta)}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}} \times \left\{(1-\nu)+\nu\frac{(x-\xi)^2}{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}\right\} d\xi d\eta \tag{4}$$

$\boldsymbol{U}$ 行列は，半無限弾性体とみなした地盤に，鉛直及び水平の点荷重が載荷されたときの変位を表す Boussinesq 解と Cerruti 解を式(3),(4)のように構造物の接地面積で積分したもので構成される．$\boldsymbol{U^{-1}}$ 行列を用いることで地表面の変位から地盤反力が計算できる．$w_z(x, y)$：地表面の点(x, y)の鉛直変位，$w_x(x, y)$：地表面の点(x, y)の水平変位，D：荷重の作用面積，$q(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する鉛直面荷重，$p(\xi, \eta)$：地表面の点(ξ, η)に作用する水平面荷重，E_S：地盤のヤング率，ν：地盤のポアソン比である．

３．解析条件

本解析の最適化問題は，剛性最大化を目的として次のように定式化される．

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x}} :\quad & c(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{F^T u} \\ \text{Subject to} :\quad & \frac{V(x)}{V_0} = f \\ & \boldsymbol{F} = \left(\boldsymbol{K} + \boldsymbol{AU^{-1}D}\right)\boldsymbol{u} \\ & 0 < x_{min} \le x_e \le 1 \end{aligned} \tag{5}$$

$c(x)$：コンプライアンス，$V(x)$：材料が占める体積，V_0：設計領域の体積，f：体積使用率，x_{min}：密度の下限値，x_e：要素密度である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

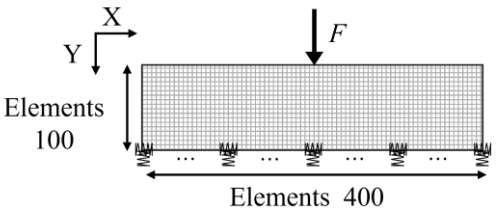


Fig. 2 Loading and boundary conditions

なお，対象とする沈下量は即時沈下によるものである．そのため，構造物と地盤が密着している条件下において構造物の剛性最大化問題を解くことで，ひずみが最小化され，同時に沈下量を最小化していることが考えられる．また，平面ひずみ状態を仮定し，奥行は十分に大きいものとする．収束条件については，式(6)の Cortez et al.[2]が示したコンプライアンスに関する条件に加え，SIMP（Solid Isotropic Material with Penalization）法の性質である中間密度の残留を考慮して，式(7)より密度更新に関する条件を設定した．

$$\frac{\left|\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_1(i)\right|}{\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_2(i)} \le 0.001 \tag{6}$$

$$\max_e \left|x_e^{(k)} - x_e^{(k-1)}\right| \le 0.01 \tag{7}$$

式(6)において，$\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_2(i)$は直近 5 回分のコンプライアンスの合計，$\left|\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_1(i)\right|$はその前の 5 回分のコンプライアンスの合計である．この場合，直近 10 回分の処理コンプライアンスの変化割合が 0.001 以下になれば収束とみなす．実装においては，式(6), (7)をいずれも満たすか，最大処理回数に到達した時点で処理を終了した．解析条件を Fig.2 に示す．浅い基礎構造を想定した荷重条件を設定し，体積使用率は 50%，境界条件は固定条件を設けず，水平と鉛直の地盤反力のみで支持するものとした．地盤の柔らかさについては，式(8)の構造物と地盤のヤング率比 m によって設定し，m = 1, 10, 100, 1000 とした．

$$m = \frac{E_0}{E_s} \tag{8}$$

E_0：構造物のヤング率で，E_0 = 1.0 N/mm² とする．

4．結果と考察

Fig.3 は，地盤が最も柔らかい m = 1000 の最適化構造の主応力線図である．赤色を圧縮，青色を引張とする．構造下部の曲げ変形に伴う引張り応力は，下に凸の放物線状の部材が受け持ち，上載荷重による圧縮応力は外周のアーチ構造と中央からハの字型に枝分かれした部材によって接地面全体に分散させながら伝えている．Fig.4 は最適化処理の 1 回目と処理終了時の沈下量分布を比較したものである．中央での沈下量は約 0.3%抑制され，両端部での沈下量は約 0.2%増加している．また，Fig.5 は最適化終了時の構造下端要素の鉛直応力分布と，鉛直地盤反力分布を比較したものである．構造物から最終的に地盤へ伝達される荷重は端部で最大となっており，その大きさや分布形状は地盤反力と概ね一致している．

以上より，最終的な最適化構造から地盤への荷重伝達メカニズムは Fig.6 のように考えられる．m = 1000 のように，地盤に対して構造物が固い場合，構造物は変形できず，一様に沈下しようとする．その結果，基礎端部を抑え込むような応力分配となり，釣り合うように地盤反力も端部で最大となる．本ケースで得られた構造においては，アーチ構造とハの字に形成された部材がその応力分配に寄与している．よって，m = 1000 のケースでは，最適化によって形成された引張部材で曲げ変形を抑制し，圧縮部材で荷重を分散することで沈下量の最小化がなされているといえる．

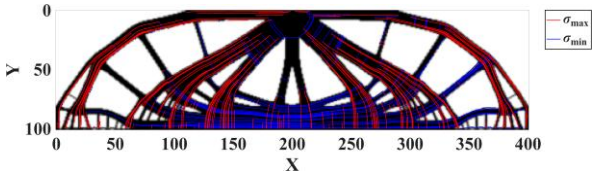


Fig. 3 Principal stress trajectories (m = 1000)

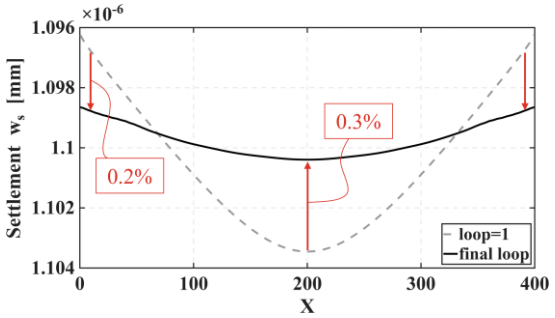


Fig. 4 Change in settlement due to optimization

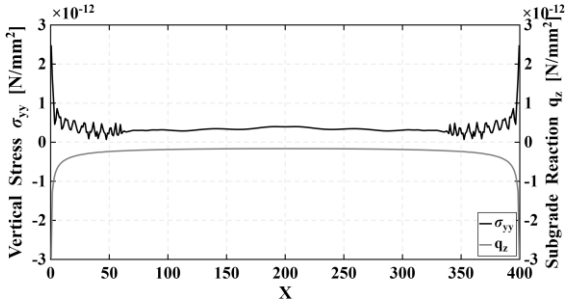


Fig. 5 Relationship between the vertical stress at the bottom elements of the foundation and the subgrade reaction

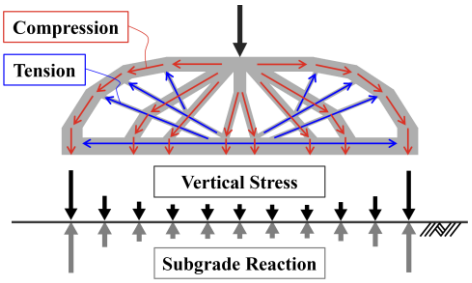


Fig. 6 Relationship between foundation, vertical stress, and subgrade reaction

5．おわりに

本研究では，地盤の柔軟性を考慮したトポロジー最適化計算について，構造的な観点から考察を行った．その結果，剛性を最大化する過程において，荷重を接地面全体に分散し，地盤の柔らかさに応じた荷重伝達経路を形成することで沈下量を最小化していることが示唆された．

参考文献

1) 土木学会コンクリート委員会編：建設用 3D プリント埋設型枠を用いたコンクリート構造物の技術指針(案)，コンクリートライブラリー，土木学会，2025
2) Cortez et al.：On the influence of soil flexibility in structural topology optimization，Numerical and Analytical Methods in Geomechanics，Vol.47，pp.2618-2642，2023
3) Federico Ferrari，Ole Sigmund：A new generation 99 line Matlab code for compliance topology optimization and its extension to 3D，Structural and Multidisciplinary Optimization，Vol.62，pp.2211-2228，2020

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和土地盤解析に対する 固液気三相型 MPM に関する基礎的検討 (シンポジウム講演概要)

Basic Examination about Solid-Liquid-Gas Three-phase Material Point Method towards Unsaturated Soil Analysis (Proceeding of Symposium on Applied Mechanics)

今泉　颯平（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）　寺田　賢二郎（東北大学）
Sohei IMAIZUMI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: imaizumi.sohei.t5@dc.tohoku.ac.jp

The purpose of this study is to propose the v_s−v_w−v_a formulation of unsaturated soil, which explicitly evaluates the velocity of air phase in the void of unsaturated soil, and to incorporate the formulation to Material Point Method (MPM). Velocities of each solid, liquid, and air phase that makes up unsaturated soil are treated as primary unknowns. Single-point/Three-phase spatial discretisation is adopted. After describing the governing equations of each phase, an MPM-based spatial discretisation and explicit time integration is derived. The proposed method is verified through the one-dimensional consolidation problem under saturated situations, and one-dimensional drainage problem under unsaturated situations. Finally, the method is validated by replication analysis of an infiltration-induced slope failure experiment of quartz soil. The effects of the kinematics of pore air, such as suction commits to the strength of soil skeleton are assessed by comparing with former solid-liquid formulations of MPM and FEM analyses. We also identify the limitations seen through these analyses and consider the possibilities of improvement for the proposed method.

1. 序論

世界各地で，気候変動により土砂災害は頻発・激甚化の傾向にあり，その危険性の予測，発生時の影響の正確かつ低コストな評価のため，数値解析手法は重要性を増している．固体解析，流体解析に特化した手法では，固体的性質と流体的性質を併せ持つ土砂の運動の過程を一貫して解析することは困難であり，これに対し固体と流体を単一の枠組みで解析できる手法である MPM（Material Point Method）の有用性が注目されている．不飽和土の MPM 解析では多くの既往研究において，間隙空気の影響を考慮しない二相系定式化が行われ，間隙空気の作用による地盤挙動への検証は十分なされていない．そこで本研究では，間隙空気に対して陽に速度定式化を行う固液気三相型 MPM を提案し，この数値不安定性に関する問題点を整理し，不飽和土解析への適用性を検証する．

2. 混合体の支配方程式

不飽和土において，間隙の飽和度 S_w は間隙空気圧 p_a と間隙水圧 p_w の差として定義されるサクション $p_c = p_a - p_w$ によって決定され，その関係は SWCC により記述される．本研究では van Genuchten モデルを用いる．

運動方程式は固相，液相，気相の各相について，混合体理論に基づいて定式化する．ここに $\boldsymbol{a}_\alpha$ は各相 α（= s, w, a）の加速度，$\boldsymbol{v}_\alpha$ は速度である．ρ_α は各相の真密度，k_w，k_a はそれぞれ透水係数，透気係数，θ は間隙率，$\boldsymbol{b}$ は物体力を表す．

各相に対して質量保存則を適用し，圧力・応力の増分を得る．液相と気相の質量保存式は次式で与えられ，それぞれの圧力増分はこれらの連立方程式の解として得る．

$$\theta\Big(\frac{S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_w}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_a}{\partial t} + S_w\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_w + (\boldsymbol{v}_w - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{1}$$

$$\theta\Big(\frac{1-S_w}{K_w} - C\Big)\frac{\partial p_a}{\partial t} + \theta C\frac{\partial p_w}{\partial t} + (1-S_w)\{(1-\theta)\nabla\cdot\boldsymbol{v}_s + \theta\nabla\cdot\boldsymbol{v}_a + (\boldsymbol{v}_a - \boldsymbol{v}_s)\nabla\theta\} = 0 \tag{2}$$

3. 一粒子三相型 MPM 離散化

MPM では連続体を Langrange 的物質点群に離散化する．主変数の計算は FEM 同様の積分アルゴリズムによる．混合体の離散化には複数の手法が存在し，本研究で用いる一粒子三相型（Single-point/Three-phase）型では，各物質点が三相の質量配分を持つ．物質点は土骨格を代表し，間隙水・空気の運動は土骨格から Euler 的にとらえる．物質点数が少なく済み計算コストを低減できるほか，雨水浸透など，流体相が固体相中に拡散する現象の解析への適用性が高い．また，本研究では時間積分に陽解法を用いる．

4. 解析例題

4.1. Liakopoulos 実験の再現解析

不飽和土解析の例題として，Liakopoulos[1] による一次元間隙水流出実験の再現解析を行った．実験装置・解析モデルの概要は図-1 に示す．物性値は Schrefler と Scotta[2] における FEM での再現解析に用いられたものに準拠する．結果は実験値のほか，上記研究の FEM 解析の結果と比較を行った．底部解放後実時間 10 分経過時の間隙水圧，間隙空気圧分布の計算結果は図-1 に示す通りとなり，既往の解析による数値解とある程度の整合が見られた．

4.2. 石英斜面浸透崩壊実験の再現解析

解析手法の妥当性検証のため，夏目ら[3] による石英斜面浸透崩壊実験の再現解析を試みた．物性値は実験で用いられたものと揃える[3] ほか，石英地盤の SWCC には物性の類似性を踏まえ，三河珪砂 6 号のパラメータによる van Genuchten モデルを用いる[4]．実験装置の概要は図-2 のとおりである．モデル底部への流入境界条件は静水圧を液相

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

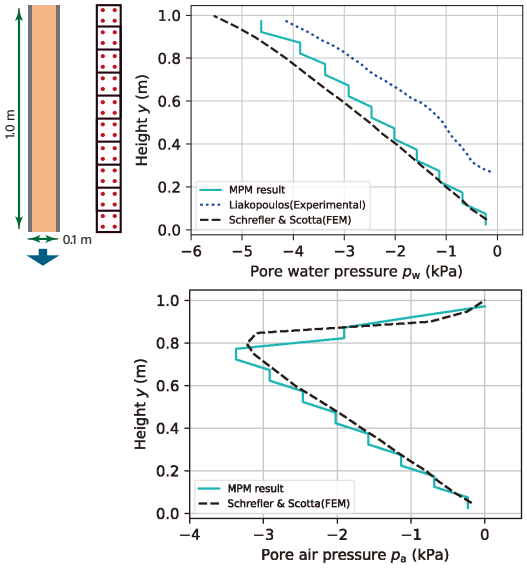


Fig. 1　一次元流出解析 モデル・結果

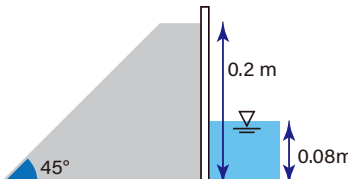


Fig. 2　石英斜面浸透　モデル概要

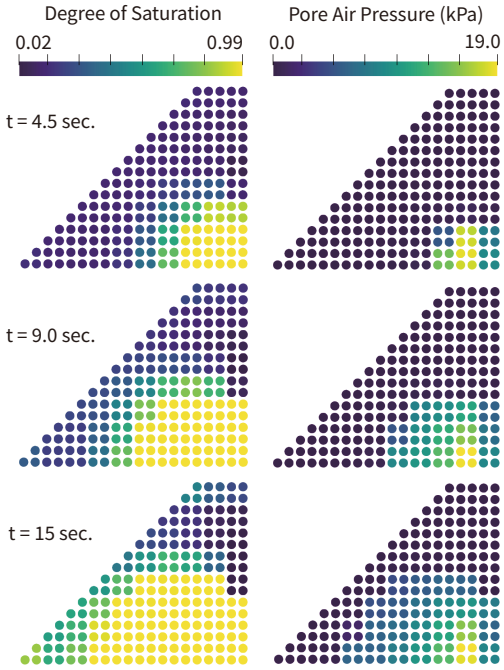


Fig. 3　石英斜面浸透解析結果

への表面力へ換算し，境界付近の物質点に課すことにより表現する．

解析の結果，図- 3 に示すように石英内部への浸透により飽和度が時間発展する様子が確認できる．また，流入開始直後に間隙空気が地盤内部で圧縮され，圧力が高まる様子も確認できる．これにより，提案手法によって，気相の影響を評価しつつ地盤内への浸透現象の傾向をある程度評価できることを検証できたといえる．しかし，圧力振動および飽和度分布の実験結果との不整合などの課題が見られ[3]，境界条件，パラメータ設定についてより詳細な検討が必要である．

5.　結論

本研究では気相を陽に考慮した三相系速度定式化による陽解法 MPM のアルゴリズムを構築した．Liakopoulos 実験[1] の再現解析により，提案の解析アルゴリズムの妥当性が検証され，石英地盤への浸透解析の結果，実現象とのある程度の整合性が確認されたものの，安定性の向上および，パラメータ設定の違いによる計算結果への影響の検証の余地がある．気相の存在が大きな影響を持つ現象，また地盤の崩壊の大変形を含む問題への適用性能評価により，提案手法の問題点を整理し手法を高度化することが今後の課題である．

参考文献

1) A. C. Liakopoulos: Transient flow through unsaturated porous media, Ph.D Thesis, University of California, Berkeley, 1964.
2) B. A. Schrefler, R. Scotta: A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media, Computer Methods Applications for Mechanical Engineerings, 3223, 3223-3246, 2001.
3) 夏目将嗣, 小高猛司, 岡本隆明, 李圭太: 屈折率マッチング法を用いた模型実験による浸透場の盛土崩壊時の内部挙動の可視化, 第 60 回地盤工学研究発表会, 2025
4) 吉川高広, 野田利弘, 小高猛司, 崔瑛: 空気～水～土骨格連成有限変形解析を用いた浸透破壊メカニズムに関する考察, 計算工学講演会論文集, vol.21, , 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

観測と数値解析を融合した 地震力による斜面崩壊の広域即時予測 (シンポジウム講演概要)

A Rapid Regional-Scale Prediction of Earthquake-Induced Landslides through Integration of Observations and Numerical Simulations (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小島　空（東北大）　松田　晃汰（東北大）　湯　東暘（東北大）　須郷　大地（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　大野　晋（東北大）
櫻庭　雅明（日本工営株式会社）　佐藤　誠一（日本工営株式会社）
野島　和也（日本工営株式会社）　森口　周二（東北大）
Sora Kojima, Tohoku University
Kota Matsuda, Tohoku University
Tang Dongyang, Tohoku University
Daichi Sugo, Tohoku University
Reika Nomura, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Susumu Ohno, Tohoku University
Masaaki Sakuraba, NIPPON KOEI
Seiichi Sato, NIPPON KOEI
Kazuya Nojima, NIPPON KOEI
Shuji Moriguchi, Tohoku University
E-mail: kojima.sora.p4@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a framework for the rapid prediction of earthquake-induced slope failures over a regional-scale using observed data obtained from seismic observation distributions combined with numerical simulations. In the proposed framework, the spatial distribution of ground motion is estimated using a limited number of observation points whose locations are optimized in advance based on the results of seismic ground motion analyses. In addition, a surrogate model trained on the results of slope stability analyses performed under uniformly distributed seismic loading conditions is employed to reduce computational cost, enabling the rapid estimation of distributions of the factor of safety. The proposed framework was applied to a risk assessment of a specific urban area, demonstrating its performance.

1. 目的

日本には急峻な山岳地域が広く分布し，斜面崩壊の危険性について検討を行うべき地域が多く存在する．斜面崩壊の誘因となる地震が全国各地で頻発していることからも，地震に起因する斜面崩壊リスクの高精度な評価は重要な課題である．本研究では，地震を誘因とする広域の斜面崩壊を地震発生後に即時評価する枠組みを提案する．研究の全体像を Fig.1 に示す．この枠組みでは，地震動解析と斜面安定解析の 2 種類の数値解析を事前に実施する．実際に地震が発生した際，地震動解析結果と観測結果を融合することで，地震力分布の即時的な把握が可能になる．また，地震力分布を入力とする代理モデルを構築することで斜面安定の即時評価が可能となる．本研究では，この枠組みを実際の都市に適用し，その有用性について議論する．

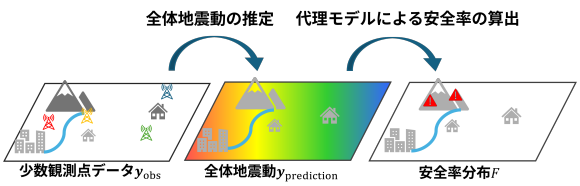


Fig. 1　Overview of the framework

2. 空間モードを活用した地震力の即時推定

ここでは，地震動解析とその結果の空間モード分解，およびその空間モードを利用した地震力分布の即時推定の方法について説明する．地震動解析では，多様な地震シナリオを考慮するために断層サイズやアスペリティの位置や数を変更し，地表面最大加速度（PGA: Peak Ground Acceleration）分布を得る．本研究では，各ケースの PGA 分布を列ベクトルとするデータ行列 $\boldsymbol{X}$ から，特異値分解 (SVD: Singular Value Decomposition) の理論に基づいて空間モードを抽出し，次式のように上位 r モードの 左特異値ベクトル行列 $\boldsymbol{U}_r$，特異値行列 $\boldsymbol{\Sigma}_r$，右特異ベクトル行列 $\boldsymbol{V}_r$ によって表現する．

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}_r \boldsymbol{\Sigma}_r \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\Sigma}_r$ の k 行 k 列成分 σ_k，$\boldsymbol{V}_r$ の j 行 k 列成分 v_{jk} を掛け合わせ，$z_{jk} = \sigma_k v_{jk}$ と定義すると，行列 $\boldsymbol{X}$ の j 列目のベクトルである $\boldsymbol{x_j}$ は次式のように表される．

$$\boldsymbol{x}_j = \sum_{k=1}^{r} \boldsymbol{u}_k z_{jk} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u}_k$ は $\boldsymbol{U_r}$ の k 列目のベクトルである．z_{jk} を $k = 1, \ldots, r$ まで並べたベクトル $\boldsymbol{z}_j$ は，j 番目のケースを再構成する POD 係数ベクトルである．このように，データに対応する POD 係数ベクトル $\boldsymbol{z}$ を得ることでデータの再構成が可能となる．観測点の位置を表現する行列 $\boldsymbol{H}$ を用いると，任意の観測データ $\boldsymbol{y}$ は次式のように表現される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{z} \tag{3}$$

上式を一般化逆行列の考え方を用いて，空間モードに対する POD 係数ベクトル $\hat{\boldsymbol{z}}$ について解くと次式のようになる．

$$\hat{\boldsymbol{z}} = (\boldsymbol{H}\boldsymbol{U}_r)^{\dagger}\boldsymbol{y} \tag{4}$$

また，式 (4) の $\hat{\boldsymbol{z}}$ と $\boldsymbol{U}_r$ を用いて，対象領域全体の PGA 分布 $\hat{\boldsymbol{x}}$ が次式のように得られる．

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{U}_r\hat{\boldsymbol{z}} \tag{5}$$

3. 斜面安定解析とその代理モデル

3.1. 三次元 LEM に基づく斜面安定解析手法

式 (5) で得られる PGA 分布から，3 次元極限平衡法 (LEM: Limit Equilibrium Method) に基づく斜面安定解析手法の 1 種である Hovland 法[1] を用いて，安全率 F を算出する．地震力を考慮するとき，地震力の大きさ K については，土柱の自重 W と水平震度係数 k_h から決定される（式 (6)）．なお，本研究では，k_h を地表最大加速度 (PGA) の関数として式 (7) により表現するものとする[2]．

$$K = k_h W \tag{6}$$

$$k_h = \begin{cases} \dfrac{PGA}{g} & \text{if } PGA \leq 200\,\text{gal} \\ \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{PGA}{g}\right)^{1/3} & \text{if } PGA > 200\,\text{gal} \end{cases} \tag{7}$$

3.2. 斜面安定解析の代理モデル

3 次元 LEM の結果に基づく代理モデルは，各評価点毎に構築するものとし，地震力（水平震度係数 k_h）を入力データとして，Fig.2 のように線形補間を用いて安全率を算出する．学習データは，上式 (6)，(7) により一様な地震力で計算された複数ケースの安全率分布である．対象とする地震動の各計算点における k_h の値に対して，線形補間により安全率の値が算出される．

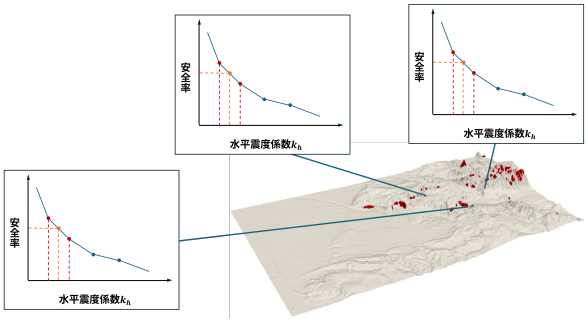


Fig. 2　Surrogate model of slope stability analysis

4. 数値実験および検証

4.1. 対象地域と対象断層

仙台市青葉区の一部地域 (4855 m × 8510 m) を対象とし，地震ハザードステーション (J-SHIS)[3] にて公開されている長町–利府断層の想定条件 (Fig.3) を基準として，マグニチュードの異なる複数シナリオを考慮した．設定を変更して得た地震動解析結果からデータ行列を作成し，そのデータ行列から空間モードを抽出するとともに，少数観測点の配置の配置を決定した．

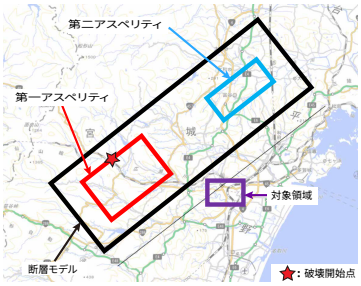


Fig. 3　Fault model

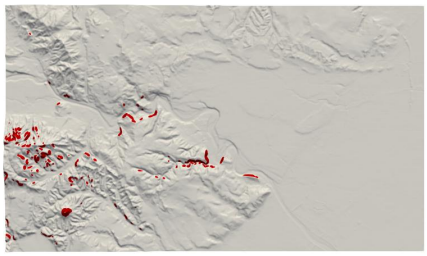


Fig. 4　Result obtained by proposed framework

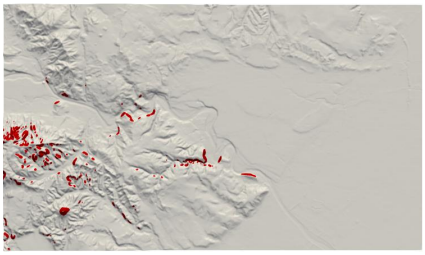


Fig. 5　Result obtained by simulations

4.2. 精度検証

Fig.4 は提案する枠組みの結果であり，Fig.5 はすべての工程を数値解析によって実施した結果である．これらの図は，安全率が 1 以下の部分を，斜面崩壊危険領域として赤く示している．これらの結果より，本研究の枠組みによる計算は，広域の安全率分布傾向を概ね再現できていることが確認される．

5. 結論

本研究では，地震発生直後に斜面崩壊分布を推定可能とする数値解析と観測を融合した枠組みを提案した．その枠組みを仙台市青葉区の一部地域に適用して検証を行った結果，すべての計算を数値解析で実施した場合の結果と比較して，斜面崩壊の危険箇所の空間分布の傾向をよい精度で再現できることが確認された．

参考文献

1) Azzouz, A. S., Baligh, M. M.: Discussion of “Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method” by H. J. Hovland, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, 104(9), pp.1206–1208, 1978.
2) 野田節男, 上部達生, 千葉忠樹: 重力式岸壁の震度と地盤加速度, 港湾技術研究所報告, 第 14 巻 第 4 号, pp.67–111, 1975 年 12 月.
3) National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience (NIED): J-SHIS: Japan Seismic Hazard Information Station, https://www.j-shis.bosai.go.jp/map/, Accessed: 2025-08-20, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3次元極限平衡法による広域斜面危険度評価のための臨界すべり面探索の効率化（シンポジウム講演概要）

Improving the efficiency of critical slip surface identification for regional-scale slope hazard assessment using a three-dimensional limit equilibrium method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

須郷　大地（東北大）　John CHOE（ワシントン大）　Nilo DOLOJAN（東北大）
野村　怜佳（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）　渡邊　康介（中部電力）
森口　周二（東北大）
Daichi SUGO, Tohoku University
John CHOE, University of Washington
Nilo DOLOJAN, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro Terada, Tohoku University
Kosuke WATANABE, Chubu Electric Power
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: daichi.sugo.s2@dc.tohoku.ac.jp

This study aims to accelerate critical slip surface identification in a three-dimensional limit equilibrium method for regional-scale slope hazard assessment. We apply two optimization approaches, particle swarm optimization (PSO) and Bayesian optimization (BO), to the slip surface identification problem and compare their accuracy and computational cost. A case study is conducted on the real topography of Kamaishi City, Iwate Prefecture, Japan, where the factor of safety (FOS) is evaluated using the Hovland method. Under a fixed computation time for a representative terrain cell, both PSO and BO achieve small errors relative to a grid-search reference; however, BO shows a larger spread in converged solutions. In contrast, BO greatly reduces the number of objective function evaluations compared with PSO, suggesting its advantage when FOS evaluation is computationally expensive. Furthermore, applying PSO to all terrain cells shows that it can identify near-critical slip surfaces over real topography with accuracy comparable to the grid-search reference while reducing computational cost.

1. 諸言

3次元極限平衡法（LEM: Limit Equilibrium Method）（例えば[1),2)]）を用いた斜面安定解析は，地理情報システム上で解析可能なもの（例えばXie et al.[3)]やMergili et al.[4)]）や，広範囲を解析するためのソフトウェア（Scoops3D[5)]）が存在しており，広域の斜面安定解析手法として1つの有力な選択肢となりつつある．しかし，広域への3次元極限平衡法の適用において，計算コストの大部分を占める臨界すべり面探索の効率化の検討は，グリッドサーチベースのもの[6)]に限られており，最適化手法の適用性の検討は不十分である．そこで，本研究では，メタヒューリスティクスの代表的手法である粒子群最適化[7)]（PSO: Particle Swarm Optimization）と，逐次モデルベース最適化手法の代表的手法であるベイズ最適化[8)]（BO: Bayesian Optimization）を臨界すべり面探索へ援用することで，計算精度および計算コスト低減性能の比較を行う．これにより，広域の斜面安定解析において，すべり面抽出の精度を維持しつつ，より効率的な解析を実施可能にすることを目的とする．

2. 解析手法

2.1. 3次元極限平衡法

3次元LEMは，仮定されたすべり面に対して，抵抗力と駆動力の比から安全率を算出する手法である．安全率Fは，次式のように定義される[9)]．

$$F = \frac{1}{T}\{cA + (N - uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{1}$$

ここで，Tはせん断力，cは粘着力，Aはすべり面の面積，Nは垂直力，ϕは内部摩擦角，$\boldsymbol{g}$は重力方向の単位ベクトル，$\boldsymbol{n}$はすべり面法線方向の単位ベクトルである．本研究では，Hovland法[1)]にならい，土柱間内力を全て無視して次式のようにNおよびTを算出する．

$$N = -W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) \tag{2}$$

$$T = \frac{1}{F}\{cA - (W(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n}) + uA(\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{n})^2)\tan\phi\} \tag{3}$$

式(2)および(3)を，次式で示されるモーメントのつり合い式へ代入することで安全率を得る．

$$\sum(\boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{T} + \boldsymbol{r}_b\times\boldsymbol{N} + \boldsymbol{r}_g\times\boldsymbol{W})\cdot\boldsymbol{\xi} = 0 \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{r}_b$は楕円体中心から分割されたすべり土柱底面への位置ベクトル，$\boldsymbol{r}_g$は楕円体中心からすべり土柱の重心への位置ベクトルである．

2.2. 臨界すべり面探索

本研究では，臨界すべり面探索の効率化のためにPSOとBOを用いる．PSOの粒子群の位置と速度の更新式およびBOの獲得関数に基づく逐次更新の詳細は関連論文[7),8)]を参照されたい．

3. 解析結果

解析対象領域は岩手県釜石市の一部領域（600×600 m^2）とする．メッシュサイズは1 mである．まず，対象領域内の代表地形セル1つについて，計算時間をPSOとBOの両方で10秒に固定して計算を行った場合の収束値の分布をFig.1に，参照解との誤差と目的関数の呼び出し回数（安全

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

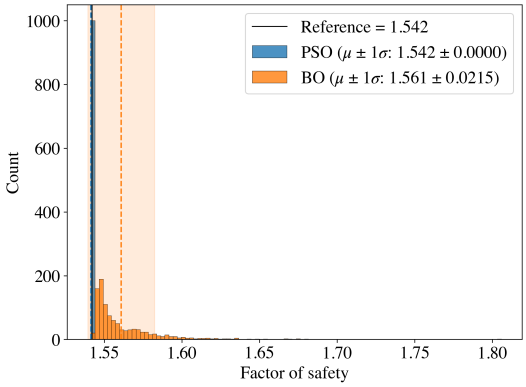


Fig. 1　Distribution of converged values for PSO and BO.

Table 1　Errors and number of objective function evaluations for PSO and BO.

	Mean	Within ϵ (%)			Objective Calls
		0.1	1.0	5.0	
PSO	1.542	1000	1000	1000	6962
BO	1.561	13	616	976	51

率の計算回数）を Table 1 に示す．なお，参照解はグリッドサーチによる探索の最小値としている．Fig.1 より，PSO と BO はどちらも参照解との誤差は小さいものの，BO の方が収束値のばらつきが大きい結果となっていることが確認できる．一方で，Table 1 より，目的関数の呼び出し回数は PSO では 6962 回，BO では 51 回と，BO の方が大幅に少ないことが確認できる．これは，計算プロセス中で最も支配的な計算コストが，PSO では目的関数の評価，BO では統計モデルの更新という違いに起因する．今回の計算条件下では同じ計算時間で PSO の方がより精度の良い結果となったが，目的関数の評価コストがより大きい条件下では BO の方が有利となる可能性がある．ただし BO は Fig.1 のように収束値にばらつきがあるため，ばらつきを最小化できるよう，カーネルや獲得関数の選択などの計算条件に注意が必要である．

次に，解析対象領域内の全地形セルに対して PSO による計算を行った結果を Fig.2 に，全セルでの参照解との差をプロットしたもの Fig.3 に示す．Fig.3 より，PSO は代表セルだけでなく領域全体でも参照解との誤差が少ない結果となっており，グリッドサーチベースの解析から精度を落とすことなく，計算コストを低減することが可能であることが確認された．

4.　結言

本研究では，3 次元 LEM の臨界すべり面探索を効率化するため，PSO と BO を援用して斜面安定解析を実施し，計算精度と計算コストを比較した．その結果，安全率の評価コストが大きい場合には，BO が PSO に比べて計算コストを大幅に低減できることを確認した．また，PSO は実地形において高い精度で臨界すべり面探索が可能であることも示された．より効率的な臨界すべり面探索のため，BO の収束値のばらつきを抑制するように探索プロセスを改善することが今後の課題として挙げられる．

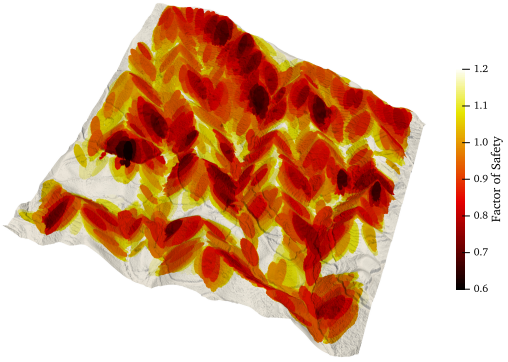


Fig. 2　Factor of safety distribution obtained using PSO.



Fig. 3　Difference in factor of safety between the reference solution and PSO.

参考文献

1) Hovland, H. J.: Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method, ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, No. 9, pp.971 – 986, 1977.
2) Hungr, O.: An extension of bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions, G´eotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 113 – 117, 1987.
3) Xie, M., Esaki, T. and Cai, M.: GIS-Based Implementation of Three-Dimensional Limit Equilibrium Approach of Slope Stability, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 132, No. 5, pp. 656 – 660, 2006.
4) Mergili, M., Marchesini, I., Alvioli, M., Metz, M., Schneider-Muntau, B., Rossi, M. and Guzzetti, F.: A strategy for GIS-based 3-D slope stability modelling over large areas, Geoscientific Model Development, Vol. 7, No. 6, pp. 2969 – 2982, 2014.
5) Reid, M. E., Christian, S. B., Brien, D. L. and Henderson, S. T: Scoops3D: software to analyze 3D slope stability throughout a digital landscape, United States Geological Survey, 2015.
6) Rao, B., Burman, A. and Roy, L. B.: An E ffi cient Box Search Method for Limit Equilibrium Method-Based 3D Slope Stability Analysis, Transportation Infrastructure Geotechnology, Vol. 11, No. 1, pp. 327 – 358, 2024.
7) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN), Vol. 4, pp. 1942 – 1948, 1995.
8) Jones, D. R., Schonlau, M. and Welch, W. J.: E ffi cient Global Optimization of Expensive Black-Box Functions, Journal of Global Optimization, Vol. 13, No. 4, pp. 455 – 492, 1998.
9) Turnbull, W. J. and Hvorslev, M. J.: Special problems in slope stability, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Vol. 93, No. 4, pp. 499 – 528, 1967

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

MPM–FEM ハイブリッド法によるパイピング現象の再現解析（シンポジウム講演概要）

Hybrid MPM–FEM analysis for reproducing piping phenomena (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

鈴木　祐太（東北大学）　菅井　理一（東北大学）　飛彈野　壮真（東北大学）
野村　怜佳（東北大学）　森口　周二（東北大学）　小高　猛司（名城大学）
寺田　賢二郎（東北大学）
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Riichi SUGAI, Tohoku University
Soma HIDANO, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Takeshi KODAKA, Meijo University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: yuta.suzuki.q6@dc.tohoku.ac.jp

The material point method (MPM), suited for large-deformation analyses of fluidized soils, has previously been combined with Eulerian FEM into a hybrid MPM–FEM framework for soil–water interaction based on mixture theory. Although B-spline basis functions mitigate the cell-crossing error, their non-interpolatory nature hinders exact imposition of Dirichlet boundary conditions at interior boundaries. This limitation is addressed by developing a multi-patch B-spline-based hybrid MPM–FEM, where the multi-patch approach ensures Kronecker delta property at patch interfaces, enabling exact enforcement of interior boundary conditions such as those on an embedded sheet pile. A numerical simulation of piping failure around a sheet pile is presented, demonstrating the method's ability to qualitatively reproduce the sequential processes of subsidence, uplifting, piping, and sedimentation observed in experiments.

1. 序論

ヒービングやクイックサンド，パイピングのような現象は，土留めを要する施工における安全性の観点で重要な問題として知られる．これらの現象は，地盤内部の透水現象や土圧の不均衡などの複雑な過程に起因し，多段階的に発生しうるものであり，このような現象に対する数値解析手法の開発は重要な課題の一つである．連続体の離散化解析手法の一種である material point method (MPM) は土砂の大変形や崩壊を伴う現象の解析に適しており，特に Pan ら[1] は土砂挙動の解析に MPM を，流体挙動の解析に安定化有限要素法を用いた MPM–FEM ハイブリッド法を提案し，地すべり津波などの動的な解析に成功している．しかし MPM–FEM ハイブリッド法は，メッシュ内部における厳密な Dirichlet 境界条件の適用が困難であるため，矢板のような構造物が存在する問題に対しては適用が難しいという課題がある．そこで本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，矢板周縁の Dirichlet 境界条件の適用を可能にし，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行う．

2. MPM–FEM ハイブリッド法

本章では，MPM–FEM ハイブリッド法に基づく数値解析手法のうち，特に支配方程式の定式化，および multi-patch B-spline 基底関数について説明する．詳細な定式化については，Pan ら[1] を参照されたい．

2.1. 支配方程式

本研究では，Biot の混合体理論に基づき，地盤材料を固相（土骨格）と流体相（水および空気）からなる混合体として支配方程式を記述してその運動を表現する．固相と流体相の運動方程式，および混合体の連続式はそれぞれ次式で表される．

$$(1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}a_i^{\mathrm{s}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}}{\partial x_j} + \hat{P}_i - p^{\mathrm{f}}\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + (1-\theta)\rho^{\mathrm{s}}b_i^{\mathrm{s}} \tag{1}$$

$$\theta\rho^{\mathrm{f}}\left(\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial t} + \bar{v}_j^{\mathrm{f}}\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial x_j}\right) = -\theta\frac{\partial p^{\mathrm{f}}}{\partial x_i} - \hat{P}_i + \theta\rho^{\mathrm{f}}b_i^{\mathrm{f}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial\left((1-\theta)v_i^{\mathrm{s}} + \theta v_i^{\mathrm{f}}\right)}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

ここで，上付き文字の “s” は固相，“f” は流体相の物理量であることを示しており，以下両者を α (= s, f) によって表す．また，θ は土の間隙率，p^{f} は流体相の圧力，ρ^{α} は密度，b_i^{α} は物体力であり，$\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}$ は固相の平均応力テンソル，v_i^{α} および $\bar{v}_j^{\mathrm{f}}$ は，それぞれ α 相の速度と流体相の移流速度である．$\hat{P}_i$ は固相と各流体相の間にはたらく抗力を表し，Forchheimer 式を参考に定式化する．なお，式 (3) は土粒子と流体相それぞれに非圧縮性を仮定したうえで，固相と流体相の連続式を展開して足し合わせることで導かれている．

2.2. Multi-patch B-spline 基底関数

MPM では “cell-crossing error” と呼ばれる数値誤差を抑制するために基底関数を工夫する必要があるが，本研究では区分的に滑らかな multi-patch B-spline 基底関数を用いる．

p 次 B-spline 基底関数は広義単調増加なノット ξ_i の集合であるノットベクトル $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n+p+1}\}$ によって定義され，C^{p-1} 級の連続性を持つ．また，同時にノットベクトルによってパッチ（領域）が定義され、その境界に該当する点で $p+1$ 回同じノットを繰り返すオープンノットベクトルを用いることによって，対応する基底関数が Kronecker デルタ特性を得るため，パッチ境界で厳密に Dirichlet 境界

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

条件を課すことができる．

その一方で，B-spline 基底関数は一つのパッチで生成されるメッシュ境界以外の制御点では Kronecker デルタ特性を持たないため，メッシュ内部に壁面が存在するような問題に対しては適切な境界条件の適用が困難であった．Multi-patch B-spline 基底関数は，パッチと呼ばれる部分領域に対して B-spline 基底関数を定義し，それらの基底関数を結合する手法である．これによって Fig. 1 に示すように，パッチの境界（$\xi = 3$）において基底関数の連続性が C^0 に低下するが，Kronecker デルタ特性を持つため，内部の制御点に対しても厳密に Dirichlet 境界条件を課すことができる．

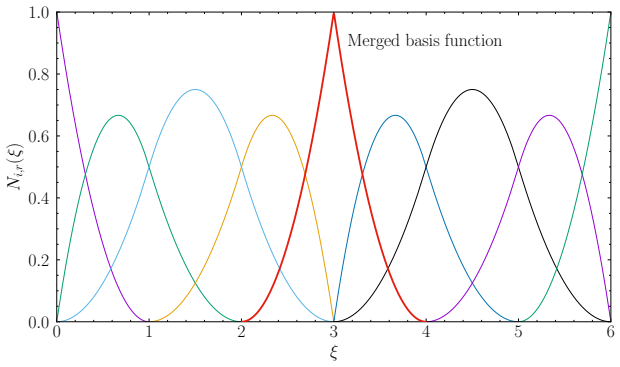


Fig. 1　Multi-patch B-spline basis functions.

3.　矢板周りのパイピング現象の再現解析

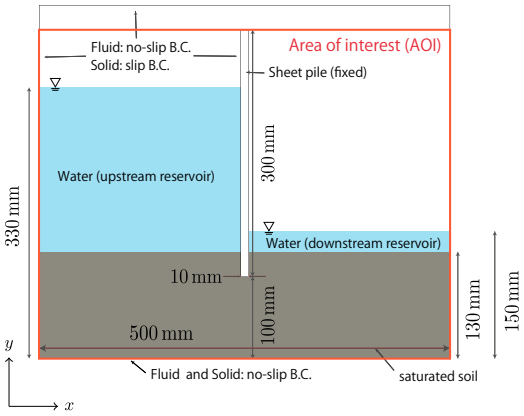


Fig. 2　Numerical model for the simulation of piping failure.

Fig. 2 に示すようなモデルを用いて Table 1 に示す解析条件のもとで，矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．ただし，奥行き方向に 1 要素を配置する準 3 次元モデルとし，各要素に対して $4\times4\times1$ 個の土粒子を配置した．また，時間刻み幅は 1×10^{-5} s とし，重力は解析初期に 0.1 s かけて準静的に作用させた．

解析結果を Fig. 3 に示す．本解析では土の沈下・隆起，パイピング（クイックサンド），および土の堆積の一連の現象が再現された．この一連の流れは既往の実験における観測[2] と定性的に一致した．特に 0.5 s から見られたパイピング現象においては，水みちが曲線的に形成され，下流側の矢板近傍に土が滞留する様子が再現されており，実験

Table 1　Parameters for the simulation of piping failure.

Parameter	Value
Solid	
Soil particles' density ρ^s	2.5×10^3 kg/m^3
Median soil particle diameter D_{50}	0.3×10^{-3} m
Initial porosity θ_0	0.45
Young's modulus	70 MPa
Poisson's ratio	0.3
Cohesion c	0 kPa
Friction angle ϕ	25°
Dilation angle ψ	0°
Fluid	
Density of air ρ^g	1.206 kg/m^3
Dynamic viscosity of air μ^g	1.82×10^{-5} Pa s
Density of water ρ^ℓ	0.998×10^3 kg/m^3
Dynamic viscosity of water μ^ℓ	1.002×10^{-3} Pa s
Gravitational acceleration g	9.81 m/s^2

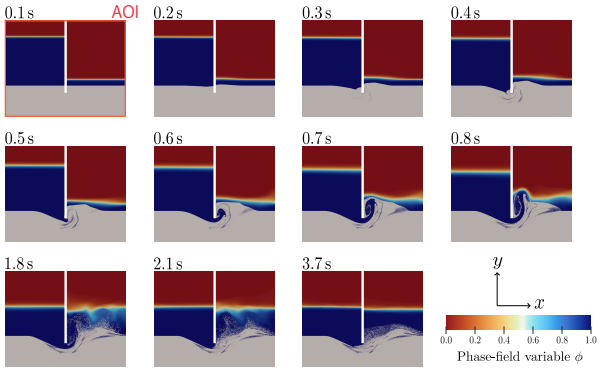


Fig. 3　Sequential results (fluid interface and MPM particle positions)

で確認できる特徴的な挙動と整合した．

4.　結論

本研究では，MPM–FEM ハイブリッド法に multi-patch B-spline 基底関数を用いることで，浸透崩壊現象の一種である矢板周りのパイピング現象の再現解析を行った．数値解析の結果，本手法は矢板周りのパイピング現象において連続的に発生する各段階を定性的に再現できることを示した．しかしながら，多くの実験で行われているような水を注入することで水位差を緩やかに変化させる過程は再現できておらず，実験との定量的な比較は今後の課題である．

参考文献

1) S. Pan, Y. Yamaguchi, A. Suppasri, S. Moriguchi, K. Terada: MPM–FEM hybrid method for granular mass-water interaction problems. Computational Mechanics, 68, pp. 155–173, 2021.
2) T. Kodaka, F. Oka, R. Morimoto: Seepage Failure Analyses of Sandy Ground Using a Liquefaction Analysis Method Based on Finite Deformation Theory, Computational Mechanics–New Frontiers for the New Millennium, pp. 387–392, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (4)

座長:田中 聖三(広島工業大学)

10:35 ~ 10:50

[22006] Logarithm Conformation Representationによる圧縮性流体方程式の数値計算（シンポジウム講演概要）

*中澤 嵩[1,2] (1. 金沢大学学術メディア創成センター、2. 大阪大学D3センター)

10:50 ~ 11:05

[22007] 非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

*石川 玄貴[1]、阿部 悠太[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

11:05 ~ 11:20

[22008] オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*松本 大河[1,2]、西口 浩司[1,2]、下村 明司[3]、一木 昭洋[3]、横井 正人[3]、伊藤 麻由美[3]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. 理化学研究所、3. 株式会社Magic Shields)

11:20 ~ 11:35

[22009] 超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明 （シンポジウム講演概要）

*山田 晟太[1,2]、西口 浩司[1,2]、加藤 準治[1]、戸田 祐嗣[1] (1. 名古屋大学、2. 国立研究開発法人 理化学研究所)

11:35 ~ 11:50

[22010] 樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

*武田 万有花[1]、鈴木 祐太[1]、中村 明莉[1]、野村 怜佳[1]、松原 成志朗[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Logarithm Conformation Representation による圧縮性流体方程式の数値計算
（シンポジウム講演概要）

Numerical simulation of the compressible fluid equation based on Logarithm Conformation Representation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中澤　嵩（金沢大学・学術メディア創成センター）
Takashi NAKAZAWA, Kanazawa University
E-mail: tnakazawa@staff.kanazawa-u.ac.jp

F. De Vuyst suggests a new mathematical model for compressible Euler equation, which is able to decrease calculation costs because Galerkin method could be used for discretizing in space, FVM and DGM. are not used. In this presentation, the author focus on Compressible Navier-Stokes equation and try to solve 2D Viscous Sod Shock Tube Problem at Re=200.

１．はじめに

航空工学や自動車工学では非定常・圧縮性（高レイノルズ数）流体を扱う必要があるため，式(1)に記述している圧縮性 Euler 方程の利用が一般的である．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})=0,\\&\frac{\partial \rho\boldsymbol{u}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u}\otimes\boldsymbol{u})+\nabla p=0,\\&\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\nabla\cdot\{(\rho E+p)\boldsymbol{u}\}=0.\end{aligned} \tag{1}$$

この圧縮性流体を扱う際，非圧縮性流体と比較して，時空間に複雑な応力分布が発生し，局所的に密度が集中する衝撃波が発生する．このような場合には，衝撃波を高精度に捕捉する必要があるため，界面を高精度に解像することが可能な有限体積法や不連続ガラーキン法等を用いた空間離散化が行われるが，形状最適化を行う際には順問題だけでなく逆問題を解く必要があるためアルゴリズムが非常に煩雑となることが予想される．

２．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

支配方程式として式(2)に記述している F. De Vuyst が提案している数理モデル(1)を活用することにする．

$$\begin{aligned}&\frac{Da_\rho}{Dt}+\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0,\\&\rho\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt}+p\nabla a_p=0,\\&\frac{Da_p}{Dt}+\gamma\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0.\end{aligned} \tag{2}$$

この数理モデル(2)は，密度と圧力と対して log 変換を行うことで衝撃波近傍における数値フラックスを精度よく近似することが期待されている．

$$a_\rho=\log(\rho),a_p=\log(p)$$

また，数理モデル(1)と同様の位相速度$u,u-c,u+c$や適合方程式

$$\begin{aligned}&D_1\rho-\frac{1}{c^2}D_1p=0,\\&D_2u+\frac{1}{\rho c}D_2p=0,\\&D_3u-\frac{1}{\rho c}D_3p=0\end{aligned}$$

が得られることが分かっており，最終的にはリーマン不変量も一致する．結果的に，この数理モデル(2)はこの数理モデル(1)と同等の数学的性質を引き継いでいると考えられる．

３．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(2)を圧縮性Navier-Stokes方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\begin{aligned}&\rho\frac{Da_\rho(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,\\&p\frac{D\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p=(\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}},\\&p\frac{Da_p}{Dt}+\gamma p(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=(\gamma-1)\boldsymbol{\sigma}:\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\\&+\frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla\cdot\{\exp(a_p-a_\rho)\nabla(a_p-a_\rho)\}\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{\mu}{Re}\left(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}+(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}-\frac{2}{3}(\nabla\cdot\boldsymbol{u})\boldsymbol{I}\right),T=\frac{p}{\rho}$$

である．

４．数理モデル：圧縮性 Euler 方程式

時間方向に離散化する際に，特性曲線法を用いて物質微分を数値的に近似することをすることを前提とすると，下記のように$a_\rho,\boldsymbol{u},a_p$に関する偏微分方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\\&\rho^n\frac{D\boldsymbol{u}^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\nabla p^n-\frac{1}{2}\Delta t\nabla\cdot\{(\nabla p^n)\boldsymbol{u}^n\}=0,\\&p^{n-1}\frac{Da_p^n(\boldsymbol{x})}{Dt}+\gamma p^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{u}^n)=0,\end{aligned} \tag{4}$$

圧縮性流体場の数値計算には，これまで保存系を用いることが一般的であり，非保存系で記述される数理モデル(2)に関する数値計算スキームはほとんど存在しない．

５．数理モデル：圧縮性 Navier-Stokes 方程式

式(4)を圧縮性 Navier-Stokes 方程式に拡張すると下記のように記述すことが出来る．

$$\rho^{n-1}\frac{Da_\rho^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt}+\rho^{n-1}(\nabla\cdot\boldsymbol{k})=0,$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\rho^n \frac{D\boldsymbol{u}^{n-1}(\boldsymbol{x})}{Dt} + \{1 + a_\rho^n - a_\rho^{n-1}\}\nabla p^n - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(p^n \nabla a_p^n)\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\}$$
$$= (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}} - \frac{1}{2}\Delta t \nabla \cdot \{(\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^n)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\},$$
$$p^{n-1}\frac{Da_{\mathrm{p}}^{n-1}}{Dt} + p^{n-1}(\nabla \cdot \boldsymbol{k}) + (\gamma - 1)M^{n-1} : \nabla \boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$$
$$= \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\} - \frac{1}{2}\Delta t \frac{\gamma\mu}{RePr}\nabla$$
$$\cdot \left[\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\right] \quad (5)$$

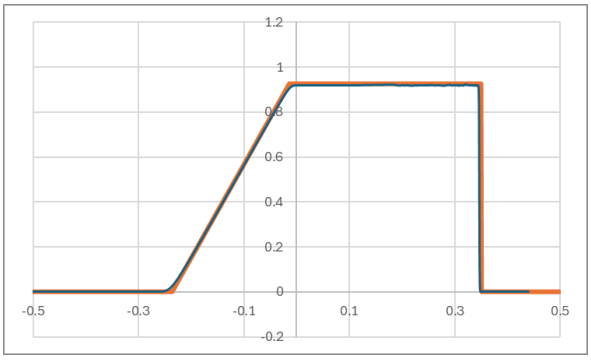
ここで,

$$M^{n-1} = p^{n-1}I - \boldsymbol{\sigma}^{n-1} = \begin{bmatrix} p^{n-1} - \sigma_x^{n-1} & -\tau^{n-1} \\ -\tau^{n-1} & p^{n-1} - \sigma_y^{n-1} \end{bmatrix},$$
$$\nabla \cdot \{T^n \nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}$$
$$= T^n \left[\{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}^2 + \nabla \cdot \{\nabla(a_p^n - a_\rho^n)\}\right],$$
$$T^n = \frac{p^n}{\rho^n} = \exp(a_p^n - a_\rho^n)$$

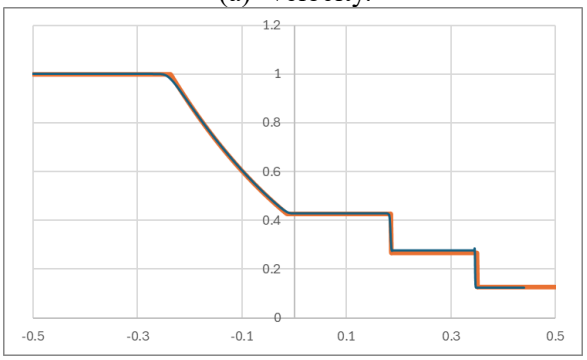
である.

6. 数値計算結果：1D Sod Shock Tube Problem

圧縮性 Euler 方程式を計算し，1 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．まず初めに，最小のエッジサイズΔxを5×10^{-4}として，a_ρ, u, a_pの基底関数として P2-P2-P2 (Fig.1)の計算を行った．各図の橙色が$t = 0.2$における厳密解，青色が数値解のプロファイルとなっている．数値結果から，厳密解に近いプロファイルとなることが明らかとなった．



(a) Velocity.

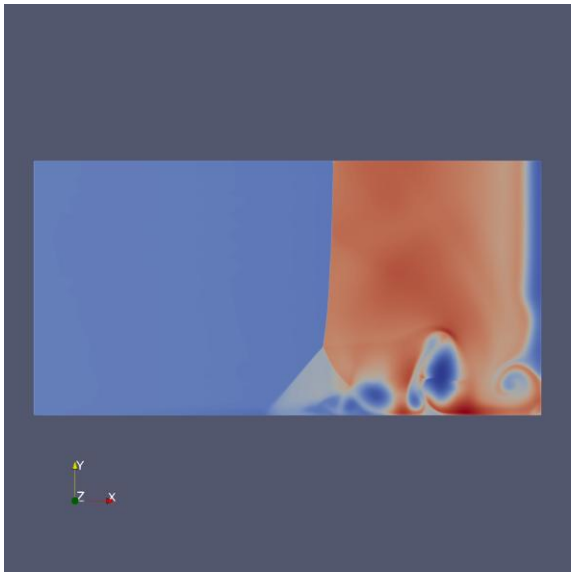


(b) Density.

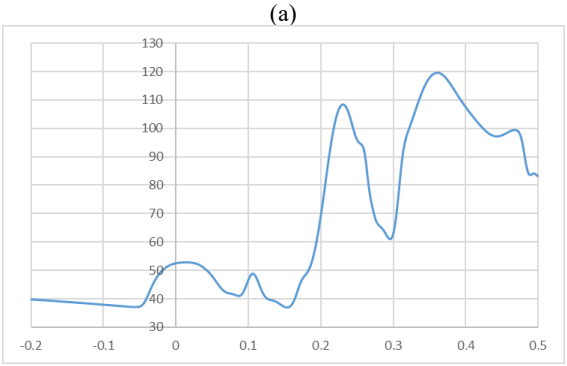
Fig.1. a_ρ, u, a_p for P2-P2-P2.

7. 数値計算結果：2D Sod Shock Tube Problem

最後に，圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解き，2 次元 Sod Shock Tube Problem を解いた．その際，レイノルズ数 Re は 200 として，その他のパラメーターは圧縮性 Euler 方程式を解いた時と同じものを用いた．その結果，先行研究と同様の密度分布が得られていることが分かった．



(a)



(b)

Fig. 2. 時刻$t = 1$における(a)密度分布と(b)底面における密度プロファイル.

非圧縮性気液二相流に対する高次精度メッシュレス解法の開発（シンポジウム講演概要）

Development of a High-Order Accurate Meshless Method for Incompressible Gas-Liquid Two-Phase Flows (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石川　玄貴（東北大）　阿部　悠太（東北大）　山田　正太郎（東北大）
Genki ISHIKAWA, Tohoku University
Yuta ABE, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: ishikawa.genki.p2@dc.tohoku.ac.jp

This study proposes a high-order and stable meshless method for incompressible gas–liquid two-phase flows. To overcome the limitations of conventional meshless schemes, we employ a polyharmonic spline (PHS)–based RBF-FD method with polynomial augmentation, incorporating a staggered velocity–pressure arrangement is employed for accurate and stable spatial discretization. The incompressible Navier–Stokes equations are solved using a rotational incremental pressure-correction scheme with second-order temporal accuracy. The gas–liquid interface is captured by a Cahn–Hilliard phase-field model, integrated with the scalar auxiliary variable (SAV) approach. Benchmark results confirm the accuracy and stability of the proposed framework.

1. 研究背景と目的

本研究では，Flyer et. Al. (2016a, 2016b)が提案する PHS 補助多項式付き RBF-FD 法とスタガード配置に基づいて，高精度な気液二層流解析法を構築する．

Navier–Stokes 方程式には回転増分型圧力修正法を適用し，Adams–Bashforth 法で時間 2 次精度を確保する．界面追跡には Cahn–Hilliard 方程式に基づく Phase-Field 法を用い，SAV 法と BDF2 によりエネルギー安定かつ時間 2 次精度を実現する．

2. RBFモデル

2.1. 散乱点に基づく局所差分近似

本研究で用いる RBF-FD 法は，構造格子を前提とする従来の有限差分法(FDM)を一般化し，任意配置の散乱点に対して局所的な差分近似を構築するメッシュレス法である．RBF-FD における考え方は，ある点 $\boldsymbol{x}_0$ の関数 $f(\boldsymbol{x}_0)$ の微分を stencil と称する近傍点集合 $\mathcal{N}$ の関数値を用いた線形結合として

$$\mathcal{L}f(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j f(\boldsymbol{x}_j) \tag{1}$$

と近似することである．ここで，$\mathcal{L}$ は微分演算子，w_j は重みであり，n は stencil を構成する散乱点の数である．重み w_j を決定するために，関数 $f(\boldsymbol{x})$ が動径基底関数 $\phi^k(\boldsymbol{x})$ $(k=1,\cdots,n)$ の線形結合で表されると仮定する．

$$\phi^k(\boldsymbol{x})=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{2}$$

式(2)に微分演算子を作用させ，係数 λ_j の任意性を考慮することで次式を得る．

$$\mathcal{L}\phi^k(\boldsymbol{x}_0)=\sum_{j=1}^{n} w_j\phi^k(\boldsymbol{x}_j) \tag{3}$$

式(3)より，連立一次方程式が得られる．

$$\mathbf{A}\mathbf{w}=\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 \tag{4}$$

ただし，

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\phi^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ \phi^n(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & \phi^n(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathbf{w}=\begin{pmatrix}w_1\\ \vdots\\ w_n\end{pmatrix},\ \mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}\phi^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}\phi^n(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{5}$$

である．式(4)を解くことで，重み w_j を求めることができる．

この重みの決定手法は以下の最適化問題として定式化できる．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n} J(\mathbf{w})=\frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w}-\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_c \tag{6}$$

2.2. PHSと補助多項式による重み決定

Flyer et. Al. (2016a, 2016b)は 基底関数に PHS を採用した上で，多項式補強を行うことにより停滞誤差の生じない RBF-FD を構築できることを示した． PHS は次式で定義され，図-2 に示す形状をとる．

$$\phi^j(r)=r^q,\quad r=\sqrt{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_j)^2} \tag{7}$$

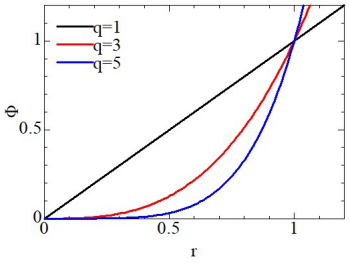


図-2 PHS 関数

一方で, PHS に基づく係数行列 $\mathbf{A}$ は, 条件付き正定値であり，PHS のみでは特異である．補助的に，多項式再現性を保証する条件を課す. べき関数 $p^\alpha(\boldsymbol{x})$ が微分演算子 $\mathcal{L}$ に対して正確に再現されるように重みを決定する．

$$\sum_{j=1}^{n} w_j p^\alpha(\boldsymbol{x}_j)=\mathcal{L}p^\alpha(\boldsymbol{x}_c) \tag{8}$$

式(8)は以下のように行列表現できる．

$$\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}=\mathcal{L}\mathbf{p}_0 \tag{9}$$

ただし，

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}p^1(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^1(\boldsymbol{x}_n)\\ \vdots & & \vdots\\ p^m(\boldsymbol{x}_1) & \cdots & p^m(\boldsymbol{x}_n)\end{bmatrix},\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0=\begin{pmatrix}\mathcal{L}p^1(\boldsymbol{x}_0)\\ \vdots\\ \mathcal{L}p^m(\boldsymbol{x}_0)\end{pmatrix} \tag{10}$$

である．Lagrange の未定乗数法を用いて，式(6)の最適化問題に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

式(9)を制約条件として課した以下の問題を考える．

$$\arg\min_{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n,\boldsymbol{\gamma}\in\mathbb{R}^m} L(\mathbf{w},\boldsymbol{\gamma}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{w} - \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0 + \boldsymbol{\gamma}^{\mathrm{T}}(\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{w} - \mathcal{L}\mathbf{p}) \quad (11)$$

ただし，$\boldsymbol{\gamma}$ は Lagrange の未定乗数である．停留条件より，得られる以下の連立一次方程式を解くことで重みを決定する．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{P}\\ \mathbf{P}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{w}\\ \boldsymbol{\gamma}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{L}\boldsymbol{\phi}_0\\ \mathcal{L}\mathbf{p}_0\end{pmatrix} \quad (12)$$

補助多項式で補強されたこの拡大行列は full-rank であり，境界・内部を問わず一貫した手順で安定した差分重みを構築することが可能となる．なお，本研究では，この空間離散化手法を Augmented PHS-FD (APF)と称することにする．

2.3. ノード配置

本研究では Navier-Stokes 方程式における速度-圧力連成の安定性を高めるため，圧力ノードと速度ノードをスタガード配置する．速度ノードでは，微分演算子 $D(V\to V)$，$D(V\to P)$ を構築するため，図-3 の(a)(b)のような stencil を用いる．同様に，圧力ノードでは微分演算子 $D(P\to V)$，$D(P\to P)$ を構築し，図-3 の(c)(d)のような stencil を用いる．

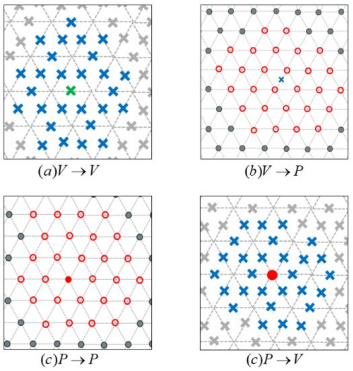


図-3 圧力点 p と速度点 v の stencil

3. Navier-Stokes方程式による流体解析

本研究で対象とする非圧縮流れの支配方程式は，非圧縮性の Navier-Stokes 方程式と連続式である．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} \quad (13)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v} = 0 \quad (14)$$

これらを数値的に解くために射影法を採用する．標準型の射影法では，仮速度が非圧縮性条件を満たさないことに起因して，壁境界付近で数値境界層が発生することが知られているため，Timmerman et al. (1998)によって提案された回転増分型圧力修正法を本研究では採用する．さらに，移流項に Adams-Bashforth 法を用いることで時間積分を行う．

4. Phase-Field法による界面捕捉

Phase-Field 法は，界面を明示的に追跡することなく，フェーズフィールド変数 ϕ を用いて相分布および界面を連続的に表現する手法である．本研究では，以下の Cahn-Hilliard 方程式を解くことで，界面の時間発展を記述する．

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\phi = M\nabla^2\mu \quad (15)$$

$$\mu = -\varepsilon^2\nabla^2\phi + f'(\phi) \quad (16)$$

ただし，M はモビリティ係数，ε は界面幅を制御するパラメータ，$f(\phi)$ はダブルウェルポテンシャルである．

Cahn-Hilliard 方程式を解くに際し，ϕ に関する 4 階の微分方程式を，ϕ と μ に関する 2 本の 2 階微分方程式に分解する混合法を採用する．さらに，Shen et al., (2018) に倣い，非線形自由エネルギー項を次式の補助変数を導入することで線形化する Scalar Auxiliary Variable (SAV) 法によって解く．

$$r(t) = \sqrt{\int_\Omega f(\phi)dx + C} \quad (17)$$

ただし，C は正の定数である．

この手法では，式(15)，(16)に加え，式(17)から導出される次式が支配方程式となる．

$$\frac{dr}{dt} = \int_\Omega \frac{f'(\phi)}{2r}\frac{\partial\phi}{\partial t}dx \quad (18)$$

時間微分項を 2 次の後退差分法(BDF2)で近似することで，時間 2 次精度を有する無条件安定スキームの構築が可能となる．

5. 数値解析例

構築した解析手法を用いて，液滴衝突解析を行った．同じ大きさの 2 つの液滴に向かい合うように正反対の速度を与え，衝突した際の挙動を確認した．初期高さが異なるため，2 つの液滴は合体した後，楕円型となり回転し円形に近づく様子が確認された．

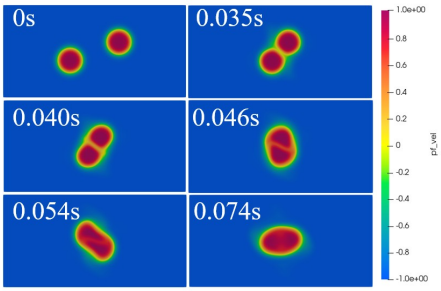


図-8 液滴の合体の様子

6. 結論

本研究では，PHS＋補助多項式型 RBF-FD 法に基づく高次精度メッシュレス解法 (APF)と，回転増分型圧力修正法および Phase-Field 法を組み合わせた非圧縮性気液二相流解析手法を構築した．

参考文献

1. Flyer, N., Barnett, G. A., and Wicker, L. J. (2016a): Enhancing finite differences with radial basis functions: Experiments on the Navier-Stokes equations., Journal of Computational Physics., 316, 39-62.
2. Flyer, N., Fornberg, B., and Barnett, G. A. (2016b): On the role of polynomials in RBF-FD approximations: I. Interpolation and accuracy, Journal of Computational Physics., 321, 21-38.
3. Shen, J., Xu, J., Yeng J. (2018): The scalar auxiliary variable (SAV) approach for gradient f lows, Journal of Computational Physics 353, 407–416.
4. Timmermans, L.J.P., Minev, P.D., Van de Vosse, F.N. (1996): An approximate projection scheme for incompressible flow using spectral elements, Int. J. Numer. Methods Fluids, 22, 673-688.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

オイラー型流体-構造連成解析を用いた転倒骨折防止構造の大規模シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Large scale simulation of fall fracture prevention structures using Eulerian fluid-structure interaction analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松本　大河（名古屋大学・工 / 理研）　西口　浩司（名古屋大学・工 / 理研）
下村　明司（株式会社 Magic Shields）　一木　昭洋（株式会社 Magic Shields）
横井　正人（株式会社 Magic Shields）　伊藤　麻由美（株式会社 Magic Shields）
加藤　準治（名古屋大学・工）
Taiga MATSUMOTO, Nagoya University/RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University/RIKEN
Hiroshi SHIMOMURA, Magic Shields, Inc.
Akihiro IKKI, Magic Shields, Inc.
Masato YOKOI, Magic Shields, Inc.
Mayumi ITO, Magic Shields, Inc.
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: matsumoto.taiga.w3@s.mail.nagoya-u.ac.jp

To prevent fall-related fractures in the elderly, flooring materials must ensure both walking stability and impact absorption. This study aims to evaluate practical-scale mechanical metamaterials designed to meet these conflicting requirements using Eulerian fluid-structure interaction analysis. We compared a 20 mm thick structure utilizing internal air pressure with a 10 mm thick structure employing negative stiffness. Results demonstrated that the negative stiffness structure, despite half the thickness, exhibited a 15 percent higher energy absorption density. Furthermore, its superior initial stiffness to peak load ratio confirms that negative stiffness behavior effectively achieves both high walking stability and efficient energy dissipation.

1. はじめに

高齢者の転倒骨折が深刻な社会問題となっており，これを防止する衝撃吸収技術が求められている[1)]．しかし，従来の材料では歩行時の安定性と衝撃吸収性を両立することが難しく，転倒リスクが高まるおそれがある[2)]．

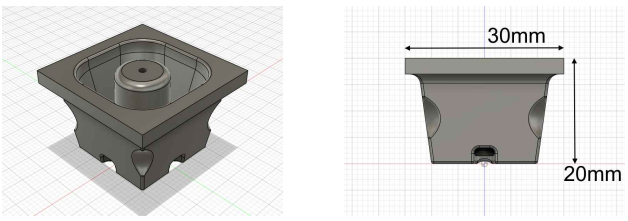
この課題に対して，メカニカルメタマテリアル（MM）が注目されている．MM は，特定のユニット形状を設計し，従来の材料では実現困難な特性を実現できる人工構造である．近年では，MM 特性を用いた歩行時に剛性を維持し，転倒時にのみ衝撃を吸収する床材が開発されている．

竹内らはオイラー型流体-構造連成解析において粘性-超弾性構成則を提案し，シミュレーションを実施した．しかし，実用サイズでの性能検証や，複数構造の比較は十分に行われていない．

本研究では，複数の MM を用いた実用サイズの衝撃吸収構造を数値解析し，力学的性能を多角的に評価する．

2. 衝撃吸収構造の設計

本研究では Fig.1，Fig.2 に示す 2 種類の MM の力学的考察を行う．



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 1　Type A のイメージ図

Type A は厚さ 20mm のユニット構造を持ち，ユニット中央円柱内部の空気圧を利用し，衝撃吸収性能を高めている．

Type B は Type A と比較し，厚さが 1/2 となり，軽量化や床材としての実用化に向けた改良モデルである．ユニット四隅に配置した中央にくぼみがある L 字柱により，座屈制御を行う．

3. 基礎方程式

複雑な大変形が予想される MM の衝撃吸収性能を検証するにあたり，オイラー型流体-構造連成解析を用いる．

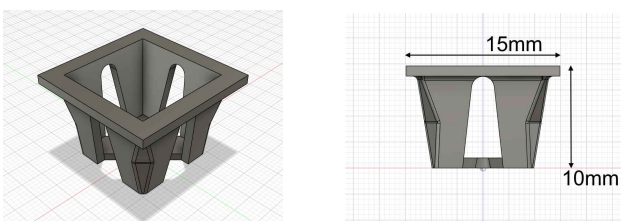
非圧縮性を仮定した，空間平均化を施した支配方程式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \cdot \nabla)\, \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} + \rho_{\mathrm{mix}} \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，混合物の物理量は体積率 ϕ_i を用いて以下のように定義される．

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{v}}_i, \quad \rho_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \rho_i, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \tag{3}$$



a) 全体図　b) 正面図

Fig. 2　Type B のイメージ図

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

固体の構成方程式においては，Simo の粘性-超弾性モデル[4] を採用し，Cauchy 応力を次のように加算分解する．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}} \tag{4}$$

体積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}}$ は非圧縮性条件より決定され，等積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}}$ は次式で定式化される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} - \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{Q}_i \tag{5}$$

$$\frac{D\boldsymbol{Q}_i}{Dt} + \frac{1}{\tau_i}\boldsymbol{Q}_i = \frac{g_i}{\tau_i}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} \quad (i = 1, \cdots, m) \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は超弾性体構成則に従い，$\boldsymbol{Q}_i$ は粘性-超弾性ユニットの応力であり，τ_i は緩和時間，g_i は実験的パラメータである．

超弾性体の偏差応力 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は，非圧縮性 neo-Hooke 体を仮定して以下で計算される．G_0 は瞬間せん断弾性率である．

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} = G_0(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{I}), \tag{7}$$

流体については，非圧縮性 Newton 流体の構成方程式を用いる．

4. 各構造の力学的性能検証

本節では，各構造の力学的性能を数値解析により比較検証する．中心剛体を 5 m/s で押し込み，圧縮試験を実施した．解析対象は，Type A が 5 × 5，Type B が 10 × 10 のユニットを配置した 15cm 四方の MM 構造である．計算には理化学研究所のスーパーコンピュータ「富岳」を用い，OpenMP と MPI によるハイブリッド並列計算を実施した．

Fig.3 に各構造で得られた荷重変位曲線を示す．すべての構造において初期剛性は高く維持できている．

各構造の力学的特性をより深く比較するため，単位体積あたりの衝撃吸収エネルギーを評価した．厚さ 20mm の Type A におけるエネルギー吸収密度は約 0.641 J/cm^3 であったのに対し，厚さ 10mm の Type B は約 0.735 J/cm^3 を示した．これは，Type B が体積比で約 15 %高いエネルギー吸収効率を持つことを意味する．さらに，本研究の主目的である歩行安定性と衝撃吸収性の両立を示す指標として，初期剛性を初期ピーク荷重で除した値を算出した．結果として，Type A が 0.379 にとどまる中，Type B は 0.578 と明確に高い数値を示した．Type B に見られる底面の大きな変形を伴う負の剛性挙動は，高い初期剛性を維持したまま転倒時のエネルギーを極めて効率的に散逸させていると推察される．

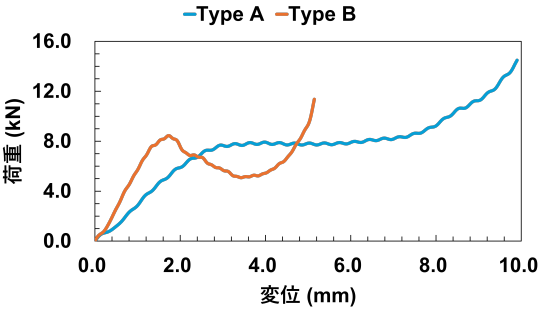
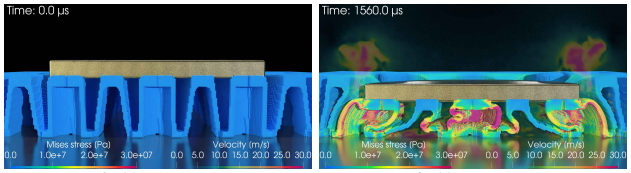
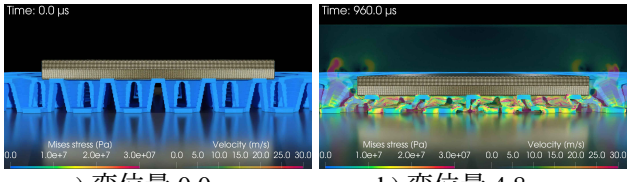


Fig. 3　各構造の荷重変位曲線比較



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 7.8mm

Fig. 4　Type A の断面図



a) 変位量 0.0mm　　b) 変位量 4.8mm

Fig. 5　Type B の断面図

5. 結論

本研究では，内部空気圧を主要な吸収機構とする Type A に対し，座屈と負の剛性を活用する Type B は，厚さが半分であるにもかかわらず，単位体積あたりのエネルギー吸収効率が約 15 %向上することが明らかとなった．加えて，初期剛性とピーク荷重の比を用いた独自の評価手法により，Type B が歩行安定性の確保と転倒時の衝撃緩和という相反する要求をより高い水準で両立し得ることが定量的に示された．今後は，これら異なる衝撃吸収メカニズムを複合的に最適化し，高齢者の安全を支える新たな床材設計指針の構築が期待される．

参考文献

1) Moreland, Briana. ”Trends in nonfatal falls and fall-related injuries among adults aged ≧ 65 years-United States, 2012–2018.” MMWR. Morbidity and mortality weekly report 69 (2020).
2) Laing, Andrew C., and Stephen N. Robinovitch. ”Low stiffness floors can attenuate fall-related femoral impact forces by up to 50 % without substantially impairing balance in older women.” Accident Analysis & Prevention 41.3 (2009): 642-650.
3) 竹内秀輔, et al. ”マーカー粒子を用いたオイラー型構造解析による粘性-超弾性解析.” 計算工学講演会論文集= Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science/日本計算工学会 編. Vol. 27. 東京: 日本計算工学会, 2022.
4) Simo, J.C. (1987) : ON A FULLY THREE-DIMENSIONAL FINITE-STRAIN VISCOELASTIC DAMAGEMODEL: FORMULATION AND COMPUTATIONAL ASPECTS, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING Vol.60, pp.153-173
5) Tan, Xiaojun, et al. ”Negative stiffness mechanical metamaterials: a review.” SMS (2024).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

超並列3次元流れ解析に基づく根固めブロック群の水理特性の解明（シンポジウム講演概要）

Elucidation of Hydraulic Characteristics of Foot Protection Blocks Based on Massively Parallel 3D Flow Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山田　晟太（名古屋大・工，理研）　西口　浩司（名古屋大・工，理研）
加藤　準治（名古屋大・工）　戸田　祐嗣（名古屋大・工）
Seita YAMADA, Nagoya University，RIKEN
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University，RIKEN
Junji KATO, Nagoya University
Yuji TODA, Nagoya University
E-mail: yamada.seita.s2@s.mail.nagoya-u.ac.jp

The intensification of flood flows driven by recent climate change has created an urgent need to ensure the stability of foot protection works. Conventional design methods fail to sufficiently account for block behavior within actual complex turbulent flow fields, making the accurate prediction of failure risks difficult. To address this challenge, this study evaluated the hydraulic characteristics of solitary and grouped foot protection blocks using large-scale parallel 3D flow analysis on the supercomputer "Flow".

1. はじめに

近年，気候変動に伴う水災害が激甚化する中，侵食や洗掘による河川堤防の破堤危険度を正確に評価することが治水上の喫緊の課題となっている．例えば，令和元年東日本台風における千曲川の被災事例では，砂州の移動に伴う洗掘により護岸基礎部が崩壊し，堤防の欠損へと至ったことが報告されている．このような洗掘への対策として，流勢を減じ洗掘を緩和することを目的に根固め工が広く設置されている．しかし，現行の根固めブロックの設計法にはいくつかの課題が指摘されている．第一に，ブロックの安定性は水路実験に基づく限界流速式を用いて所要重量が決定されているが，実河川で期待される「群体効果」（粗度や噛み合わせによる安定性向上）のメカニズムは明確化されていない．第二に，ブロック自体の滑動に加え，近年の被災事例で確認されている「吸い出し現象」（河床低下に伴いブロック下の土砂が吸い出され沈下・流出する現象）に対して，現行基準は定性的な記述にとどまっており，具体的な機能要件の評価手法が確立されていない．これらの被災メカニズムを解明するため，物理模型実験による検証が進められているが，ブロック周辺の複雑な乱流場に計測器を設置すると本来の流況が変化してしまう懸念があり，実験のみで詳細な流体力の分布や微細な流況構造を捉えることには困難が伴う．一方で数値解析は，流れの中に計測器を設置することなく任意の点における速度や圧力を評価でき，3次元的な渦構造の可視化が可能である．そこで本研究では，スーパーコンピュータ「不老」を用いた大規模並列3次元流体解析を導入し，根固めブロック周辺の水理特性を解明することを目的とする．従来の実験計測ではブラックボックスとされてきたブロック近傍の詳細な速度場および圧力場を数値的に再現・可視化することで，ブロック移動の駆動力となる流体力を評価し，将来的な被災機構解明と堤防危険度評価技術の高度化に向けた基礎的知見を得ることを目指す．

2. 基礎方程式

本研究では，対象とする流体は水であり，密度変化を無視でき，せん断応力がせん断速度に比例する非圧縮性ニュートン流体であると仮定する．流体の質量が時間変化によって消滅・生成することなく保存されることを示す連続の式を以下に示す．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は物質点の速度ベクトルである．また，流体の運動量は，流体に作用する力との釣り合いによって変化することを示すコーシーの運動方程式を以下に示す．

$$\rho \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，D/Dt は物質時間導関数，ρ は物質の質量密度，$\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力，$\boldsymbol{b}$ は単位質量あたりの物体力を表す．方程式を閉じた系として解くために，応力テンソルと流体の変形との関係を結びつける構成方程式は以下のように示される．

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{3}$$

ここで，ここで，μ は粘性係数，$\boldsymbol{D}$ は変形速度テンソル，p は流体の圧力である．

3. 数値解析手法

本研究では，計算コストの削減と並列計算効率の向上を目的とし，解析領域の分割には階層直交メッシュを採用する．この手法では，物体近傍や流れの変動が激しい領域には微細な格子を配置し，それ以外の領域には粗い格子を配置することで，計算精度を維持しつつ格子点数を抑制することが可能となる．運動方程式の時間方向の離散化にはフラクショナルステップ法を用いる．この手法は，速度場と圧力場の計算を分離して行う解法である．空間方向の離散化にはセル中心有限体積法を用いる．これは，計算格子の中心に速度や圧力などの物理量を定義し，検査体積（セル）に出入りする流束（フラックス）の収支に基づいて保存則を満たすように離散化する手法である．物体表現手法として Constraint Immersed Boundary Method（C-IBM）を用いる．C-IBM は仮想外力項を離散化前の運動方程式に加えることで物体を表現する手法である．

4. 単体の根固めブロックの流れ解析

本節では，本研究で用いる数値解析手法の妥当性の検証

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を目的とし，単体の根固めブロックを設置した流れ解析を行い，一定の範囲のレイノルズ数における抗力係数，揚力係数について，既往の水理実験の結果と比較する．レイノルズ数，抗力係数，揚力係数は以下の式を用いて算出した．

$$Re = \frac{\rho U l}{\mu} \tag{4}$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_D} \tag{5}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A_L} \tag{6}$$

本研究では，ρ は流体の密度 [kg/m^3]，U は流体の流入速度 [m/s]，l は根固めブロックの高さ [m]，μ は流体の粘性係数 [Pa · s]，F_D は抗力 [N]，F_L は揚力 [N]，A_D，A_L はそれぞれ抗力，揚力が作用する面積 [m^2] とする．流入流速を 0.4 ~ 1.0 m/s（Re = 24,000 ~ 60,000）の範囲で変化させ，抗力係数 C_D および揚力係数 C_L を算出した．既往の水理実験と本研究での数値計算によって得られた抗力係数とレイノルズ数の関係，揚力係数とレイノルズ数の関係を Fig. 1，Fig. 2 に示す．また，抗力係数・揚力係数の，実験値および計算値のそれぞれの平均値を Table 1 に示す．

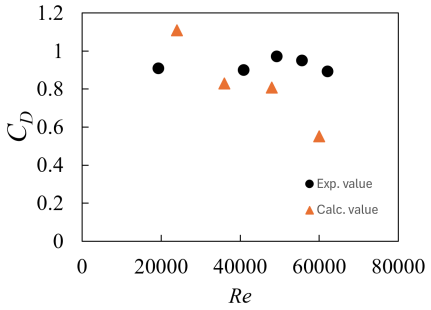


Fig. 1　Drag coefficients at various Reynolds numbers

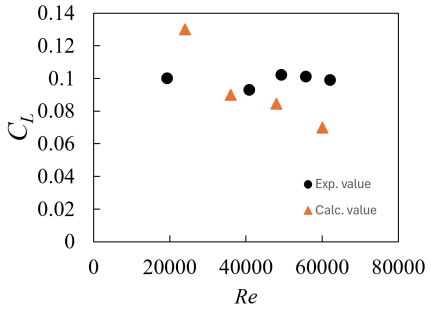


Fig. 2　Lift coefficients at various Reynolds numbers

Table 1　Experimental and calculated values of each coefficient

	C_D	C_L
Mean experimental values	0.92	0.10
Mean calculated values	0.83	0.094

5.　群体の根固めブロックの流れ解析

本節では，国総研の群体の根固めブロックを設置した水理実験を数値解析でモデル化し，解析領域全体の速度場，圧力場を計算し，群体の根固めブロックの被災につながる流体力の影響について考察を行う．速度場の可視化結果より，ブロック群への衝突による減速域の形成と，下流側における渦の発生が確認された（Fig. 3）．特にブロック下流側には時計回りの渦が形成されており，この渦による流体力がブロックに作用していることが示唆された．また，圧力場においては，ブロック上流側で高圧，下流側および内側で低圧となる傾向が確認された（Fig. 4）．実験では最下流部のブロックから滑動が確認されているが，解析結果においても同箇所周辺で顕著な圧力勾配が生じており，この圧力差が移動を促す駆動力として作用したと推察される．



Fig. 3　Velocity field



Fig. 4　Pressure field

6.　結論

スーパーコンピュータ「不老」を用いた C-IBM による大規模流体解析を行い，根固めブロック周辺の水理特性を評価した．単体解析による既往実験との比較から手法の妥当性を示した上で，群体解析により，従来計測が困難であったブロック間隙や近傍の詳細な 3 次元流況および圧力分布を明らかにした．今後は，流体力によるブロックの移動や，河床材料（土砂）の影響を考慮した連成解析への拡張が課題である．

参考文献

1) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，73，2，pp.153-163，2017.
2) 松尾峰樹，三好朋宏，平出亮輔: 根固めブロックの群体効果に関する水理実験について，河川技術論文集，30，pp.245-250，2024.
3) Rahul Bale, Neelesh A. Patankar, Niclas Jansson, Keiji Onishi, Makoto Tsubokura:Stencil Penalty approach based constraint immersed boundary method, Computers & Fluids, 200, 104457，2020.
4) 戸田 祐嗣, 岩崎 理樹, 溝口 敦子, 磯部 良太, 鈴木 克尚, 坂野 アイカ, 中島 由以佳, 田中 規夫, 藤田 光一（2024.7）：現況河道の状態把握を起点とした堤防の侵食・洗掘破堤危険度評価手法の実践的開発 ～2019 年 10 月洪水による千曲川での被災事例を検討対象として～，土木学会論文集，80，7，2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

樹木の対流体力挙動評価に向けた片方向流体・構造連成解析（シンポジウム講演概要）

One-way fluid–structure interaction analysis for evaluating the mechanical behavior of trees under fluid forces (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

武田　万有花（東北大）　鈴木　祐太（東北大）　中村　明莉（東北大）
野村　怜佳（東北大）　松原　成志朗（東北大）　寺田　賢二郎（東北大）
森口　周二（東北大）
Mayuka TAKEDA, Tohoku University
Yuta SUZUKI, Tohoku University
Akari NAKAMURA, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: takeda.mayuka.s5@dc.tohoku.ac.jp

This study conducts a one-way fluid–structure interaction analysis to evaluate the behavior of a tree in flowing water. In the fluid analysis, we employ the SUPG/PSPG stabilized finite element method, and free surface of the water waves is captured using the Phase-field method. The fluid forces calculated from the fluid analysis result are input to the structure analysis as boundary conditions. To evaluate the structural response against the fluid flow, we conduct dynamic analysis of a continuum using the finite element method. The deformation and stress distribution under fluid forces are visualized, and the effect of the tree's complex shape on the mechanical behavior is discussed. Additionally, we consider the implication of one-way coupling for evaluating the trees' performance and vulnerability from the perspective of disaster mitigation.

1. はじめに

津波や洪水などの水害に対して，防潮林を利用した防災・減災の取り組みが行われている．一方で，流木化による被害増大も懸念されており，防災設備としての樹木の限界を把握することが求められる．現地調査や実験，数値解析により樹木の減災効果を評価する研究[1)2)]は多く行われているが，没水した樹木の力学挙動やその複雑形状が流れから受ける作用については未解明な部分が多い．

本研究では，流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施する．流体解析結果から算出される流体力を構造解析において荷重境界条件として課すことで片方向に連成する．構造解析では樹木を連続体としてモデル化し，流体力作用時の応力状態や変形を観察することで，樹木の減災性能および限界評価に向けた片方向連成解析の有効性を検証するとともに，双方向連成解析への展望を述べる．

2. 片方向流体・構造連成解析手法

2.1. 3 次元流体解析

本研究では，樹木まわりの流れを記述する支配方程式として，以下の非圧縮性 Navier–Stokes 方程式と連続式を用いる．

$$\left.\begin{aligned} &\rho_\mathrm{f}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=\boldsymbol{0}\\ &\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0\end{aligned}\right\}\quad \text{in } \Omega_\mathrm{f} \tag{1}$$

ここで，ρ_f は密度，$\boldsymbol{u}$ は流速ベクトル，$\boldsymbol{f}$ は物体力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は応力テンソル，Ω_f は流体解析領域である．下付きの “f” は流体に関する物理量であることを意味する．本研究で対象とする水はニュートン流体であることから，応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}$ は圧力 p，粘性係数 μ，変形速度テンソル $\boldsymbol{D}$ を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{f}=-p\boldsymbol{I}+2\mu\boldsymbol{D} \tag{2}$$

空間離散化には SUPG/PSPG 安定化有限要素法を適用する．自由表面の捕捉には Phase-field 法を適用し，時間離散化には Crank–Nicolson 法を適用する．

2.2. 構造解析

構造解析では，樹木を連続体としてモデル化し，動的つり合い問題を考える．時刻 t における現在配置 B_t 内の任意の物質点 $\boldsymbol{x}$ での動的つり合い問題は，運動方程式，モーメントのつり合い式，材料構成則，変位・ひずみ関係式，変位境界条件，荷重境界条件による境界値問題として記述される．なお，B_t における Dirichlet 境界，Neumann 境界をそれぞれ $\partial_D B_t$，$\partial_T B_t$ とする．

$$\nabla_{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}-c\dot{\boldsymbol{d}}+\rho_\mathrm{s}\boldsymbol{g}(t)=\rho_\mathrm{s}\ddot{\boldsymbol{d}}\quad \text{in } B_t \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}^\mathrm{T}\quad \text{in } B_t \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}=\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}(\boldsymbol{F})\quad \text{in } B_t \tag{5}$$

$$\boldsymbol{F}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{x}=\nabla_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{d}+\boldsymbol{I}\quad \text{in } B_t \tag{6}$$

$$\boldsymbol{d}=\boldsymbol{d}_0(t)\quad \text{on } \partial_D B_t \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}\boldsymbol{n}=\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)\quad \text{on } \partial_T B_t \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}$ は応力テンソル，c は減衰係数，$\boldsymbol{g}(t)$ は体積力ベクトル，$\boldsymbol{F}$ は変形勾配テンソル，$\boldsymbol{d}$ は変位ベクトル，$\boldsymbol{d}_0(t)$ は強制変位ベクトル，$\bar{\boldsymbol{t}}_\mathrm{s}(t)$ は表面力ベクトルである．下付きの “s” は構造に関する物理量であることを意味する．空間離散化には有限要素法，時間離散化には Newmark-β 法を適用する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

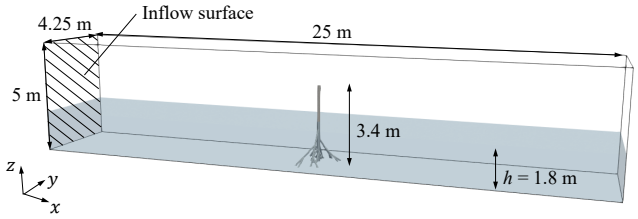


Fig. 1 Fluid domain

Table 1 Parameters used in the analysis

Parameters	Values
Density of water ρ_w	$998\,\mathrm{kg/m^3}$
Density of air ρ_a	$1.205\,\mathrm{kg/m^3}$
Viscosity of water μ_w	$1.01 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Viscosity of air μ_a	$1.81 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa \cdot s}$
Initial water depth h	1.8 m
Density of tree ρ_s	$800\,\mathrm{kg/m^3}$
Young's modulus E	$1.0 \times 10^9\,\mathrm{Pa}$
Poisson's ratio ν	0.0

2.3. 流体力の算出

本研究では，流体解析において樹木の変形・運動による作用を考慮しない．ゆえに，流体解析では構造物表面を静止した壁面として考慮し，底面と同様のすべりなし条件を課す．構造解析では，流体解析から算定される流体力を境界上に外力として作用させることにより片方向連成解析を行う．すなわち式 (8) の $\bar{\boldsymbol{t}}_s$ について，

$$\bar{\boldsymbol{t}}_s = \boldsymbol{t}_f \tag{9}$$

と定義する．$\boldsymbol{t}_f$ は流体解析によって算定される流体力ベクトルである．流体力は，以下の Cauchy の式に基づいて構造物表面の各節点における表面力ベクトルとして算定する．

$$\boldsymbol{t}_f = \boldsymbol{\sigma}_f \boldsymbol{n} = (-p\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\tau})\,\boldsymbol{n} \tag{10}$$

ここで，$\boldsymbol{t}_f$ は流体と構造物境界の表面力ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}_f$ は流体の応力テンソル，$\boldsymbol{n}$ は外向き単位法線ベクトル，p は圧力，$\boldsymbol{\tau}$ はせん断応力である．

流体解析では 4 節点四面体要素を用いており，境界面上では三角形メッシュが形成される．この三角形メッシュにおいて，各節点における外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$ は隣接・近傍の三角形要素の外積によって算定される外向き単位法線ベクトルを足し合わせ，正規化することで求める．

流体解析において，各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ は形状関数と流速の節点値を用いて，次式で近似する．

$$\tau_{ij}^e = \mu\left(\frac{\partial u_i^e}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^e}{\partial x_i}\right) \approx \mu\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_j} u_{i\alpha} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_i} u_{j\alpha}\right) \tag{11}$$

上式で得られる各要素のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}^e$ について，要素体積 V^e で重み付き平均をとり，各節点に振り分けることで各節点のせん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$ を算出する．以上で算出された各節点の外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}_{\mathrm{node}}$，せん断応力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{node}}$，圧力値 p を Cauchy の式 (10) に代入することで，各節点の流体力を表面力ベクトルとして得る．

3. 樹木モデルの片方向連成解析

提案手法を用いて，マングローブを模した樹木モデルの解析を行う．樹木モデルは植物の自己相似性を考慮して作成した．流体解析領域を Fig. 1に示す．流入境界では x 軸方向に流速 $\hat{u} = 0.1\,\mathrm{m/s}$ を課す．構造解析では，有限変形を仮定し，材料モデルには圧縮性 neo-Hookean 超弾性モデルを用いる．その他の解析条件は Table 1の通りである．

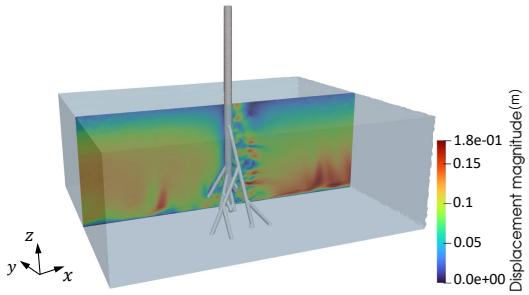


Fig. 2 Flow around the tree

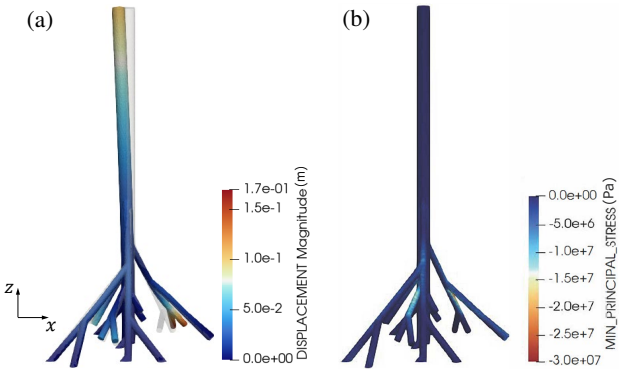


Fig. 3 Results of the structure analysis: (a) Deformation, (b) Stress distribution

流体および構造解析結果を Figs. 2, 3に示す．構造解析結果（Fig. 3）より，樹木の上部および底面に拘束されていない根の部分における変形と根の分岐部分への応力集中が確認される．根の非拘束部における大変形は，樹木の複雑形状が流れに影響を及ぼすことを示唆している．また，根の分岐部分への応力集中より，マングローブのような樹形では根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性が考えられる．

4. 結論

流体力が作用する樹木の力学挙動評価に向けて，片方向流体・構造連成解析を実施した．マングローブを模した樹木モデルの解析結果は，根という樹木特有の形状が流体力により変形し，流れに影響を及ぼすことを示唆した．加えて，根の分岐部分から破断し，流木化につながる可能性も示された．没水した樹木の力学挙動について体系的な知見を得るには，様々な樹種の物性・形状を考慮した解析が必要であることから，計算コストを抑えた片方向連成解析は有効な手法となり得る．一方で，樹木が流れに与える影響など相互作用の考慮のためには双方向連成解析の開発が必須であり，今後の課題としたい．

参考文献

1) 首藤伸夫: 防潮林の津波に対する効果と限界, 海岸工学講演会論文集, Vol. 32, pp. 465–469, 1985.
2) Mukherjee, A., Cajas, J. C., Houzeaux, G., Lehmkuhl, O., Suckale, J. and Marras, S.: Forest density is more effective than tree rigidity at reducing the onshore energy flux of tsunamis, *Coastal Engineering*, Vol. 182, p. 104286, 2023.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 12:00 ~ 13:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

ランチョンセミナー

12:00 ~ 13:10

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (5)

座長:高瀬 慎介(八戸工業大学)

14:45 ~ 15:00

[22011] 津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づくPhysics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

*多田 瑛貴[1]、島内 宏和[1]、野村 怜佳[2]、外里 健太[3]、森口 周二[2]、寺田 賢二郎[2]、高瀬 慎介[3] (1. 公立はこだて未来大学、2. 東北大学、3. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[22012] VM-SPH法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

*岡野 翔大[1]、森川 ダニエル[2]、浅井 光輝[1] (1. 九州大学、2. 同済大学)

15:15 ~ 15:30

[22013] Implicit ISPH法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*高橋 和真[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:30 ~ 15:45

[22014] Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率なISPH 法（シンポジウム講演概要）

*井上 恵天[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[2] (1. 東北大学、2. 九州大学)

15:45 ~ 16:00

[22015] 機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

*宿南 湧真[1]、安田 修悟[1]、Frank Martin[2] (1. 兵庫県立大学大学院 情報科学研究科、2. Karlsruhe Institute of Technology)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

津波波動場の即時予測のための観測情報の潜在表現学習に基づく Physics-Informed Neural Network（シンポジウム講演概要）

Real-Time Tsunami Wavefield Prediction Using Physics-Informed Neural Network Based on Latent Representation Learning of Observation Data (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

多田　瑛貴（公立はこだて未来大学）　島内　宏和（公立はこだて未来大学）
野村　怜佳（東北大学）　外里　健太（八戸工業大学）　森口　周二（東北大学）
寺田　賢二郎（東北大学）　高瀬　慎介（八戸工業大学）
Teruki TADA, Future University Hakodate
Hirokazu SHIMAUCHI, Future University Hakodate
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenta TOZATO, Hachinohe Institute of Technology
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shinsuke TAKASE, Hachinohe Institute of Technology
E-mail: b1022149@fun.ac.jp

Current real-time tsunami prediction largely relies on numerical simulations that solve discretized governing equations; however, achieving high accuracy requires computational resources. Recent machine-learning approaches predict only at discrete locations and do not enforce physical constraints. Someya and Furumura (2025, *Geophys. J. Int.*, 242(3)) demonstrated the potential of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) for estimating initial wavefields in a single-scenario setting; however, their framework requires retraining after each tsunami event and is not suited for rapid prediction. In this study, we propose a method combining an autoencoder for latent representations of observations with a PINN to generate tsunami wavefields across multiple scenarios.

1. 背景

現在の津波即時予測システムでは，有限体積法等のメッシュに基づく数値シミュレーションが広く用いられている．しかしながら，地震発生後にシミュレーションを行う場合，高精度な結果を迅速に得るにはスーパーコンピュータをはじめとする大規模な計算資源が必要となる．予測の迅速化や災害時の安定的な運用の観点からは，限られた計算資源で効率的に予測可能な手法が求められる．

事前計算された数値シミュレーション結果のデータベースを構築し，類似するシナリオを探索する手法が提案されている．Gusman らは，推定された津波源の情報に基づいてデータベースを探索し，小規模な計算資源を用いた高解像度の津波予測を実現した[1]．また野村らは，ベイズ更新を用いて最も類似する津波シナリオを継続的に探索する手法を提案した[2]．これらの手法では高速かつ物理法則に従う予測が可能である一方で，データベースに含まれないシナリオに対する汎化性能には限界がある．

近年，機械学習手法の一つであるニューラルネットワーク（NN）を用いた研究が進められている．Liu らは，ファンデフカ海峡における沖合の地点の時間波形を入力とし，セイリッシュ海の複数の地点における時間波形の予測を出力とするモデルを，複数の機械学習手法を用いて構築し比較を行った[3]．また牧野嶋らは，GNSS による測地データおよび沖合の観測情報を入力とし，陸上の浸水高の予測を出力とする，畳み込み NN に基づく手法を提案し，東北地方太平洋沖地震を対象とした数値実験で高い予測精度を示した[4]．これらの手法では迅速に結果を得られ，事前に作成された学習データにない津波にも対応し得る一方で，予測は離散地点に留まり，モデルの学習や推論の過程において物理法則は考慮されていない．

物理法則を制約条件として組み込んだ NN である Physics-Informed Neural Network（PINN）[5] の導入も検討されている．染矢と古村は，単一のシナリオにおいて，沖合の観測情報を用いて PINN を学習し，初期の津波波動場を推定する手法を提案した[6]．同手法は計算コストが高いモデルの学習を地震発生後に行う必要がある．さらに，将来予測に用いる場合には別途数値シミュレーションが必要となる．

2. 目的

本研究では，事前計算された複数のシナリオのシミュレーション結果からなるデータセットを用いて，津波の観測情報を低次元の潜在表現へ圧縮する NN を構築し，PINN に接続することで将来も含む津波波動場を生成する手法を提案する．提案手法の全体像を図 1 に示す．潜在表現が津波シナリオの特徴を適切に捉えていれば，地震発生後にモデルを新たに学習することなく，学習データにない津波を含めた複数のシナリオ，および未観測の時間領域にも対応できる可能性がある．

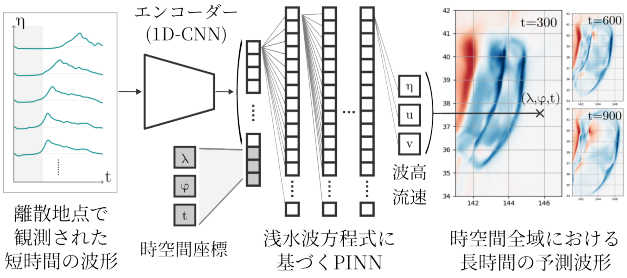


Fig. 1　提案手法の全体像．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. 提案手法

本手法では，二つの NN を用いる．一方は観測情報の低次元な潜在表現を獲得するオートエンコーダーであり，もう一方はこの潜在表現および時空間座標を入力とし，対応する座標の波高と流速を出力する PINN である．オートエンコーダーの概要を図 2 に示す．オートエンコーダーは，エンコーダーとデコーダーの二つの NN から構成され，それぞれ 1 次元の畳み込み NN を用いて構成する．エンコーダーは各観測点の時間波形を入力として時間方向に圧縮・統合し潜在表現を出力する．デコーダーは潜在表現を入力とし，元の時間波形を再構成する．PINN は全結合型 NN と学習済みのエンコーダーの重みを凍結して連結し構成する．学習は，各シナリオのシミュレーション結果上の観測点およびランダムにサンプリングされた点における再現誤差と，浅水波方程式に基づく損失を組み合わせた目的関数を最小化することにより行う．

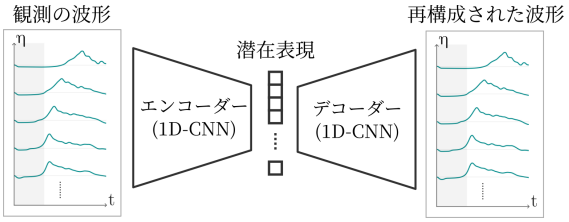


Fig. 2　オートエンコーダーのモデルの概要.

4. 実験と評価

本研究では，東北地方太平洋沖の地震を想定し，GeoClaw (`https://www.clawpack.org/geoclaw`) により生成した津波シミュレーションを用いてモデルを学習した．モデルの基礎的な性能を検証することを目的として，震源位置を東経 142 度 30 分～143 度，北緯 38 度～38 度 30 分の範囲に限定し，計 457 件のシナリオを用いた．321 件，68 件，68 件に分割し，それぞれ訓練，検証，テスト用データとして用いた．モデルの入力は，海底地震津波観測網 S-net の観測点における地震発生後 5 分間の時間波形とし，出力は 5 分後から 20 分後までの津波予測とした．評価指標としては，平均絶対誤差（MAE）とバリアンスリダクション（VR）を用いた．観測点である S-net，観測点に含まれない沖合のランダムな 500 地点，沿岸での全国港湾海洋波浪情報網（NOWPHAS）の観測点での精度を評価に用いた．

5. 結果と考察

PINN の予測精度を表 1 に示す．観測点である S-net における VR は，学習データで 92.8%，テストデータで 87.9%であった．染矢と古村[6] による類似実験では，観測時間内かつ単一シナリオを対象とした学習で VR は 93.7%と報告されており，本研究はテストデータにおいても近い値となった．また，提案手法は，地震発生後に追加の学習等を必要としない計算効率の高い予測が可能である．

観測点以外の地点では，沖合のランダムな 500 地点における VR は学習で 91.1%，テストで 87.5%となっている一方，沿岸部の地点で構成される NOWPHAS における VR は学習データにおいて 73.3%，テストにおいて 68.5%となり，相対的に低い精度となっている．沿岸部の地形は複雑であり，また反射波の影響などもあること等が要因の候補して上げられる．ランダムサンプリングにおいて沿岸部を優先する，損失に重み付けを施す等で対応できる可能性がある．

PINN のシナリオごとの S-net 観測点における MAE の分布を図 3 に示す．斜線ハッチの棒は学習データセットに対する MAE，点状ハッチの棒はテストデータセットに対する MAE を示す．双方において，極少数のシナリオでのみ MAE が著しく大きくなっていることが確認できる．今後は，ネットワーク・アーキテクチャを調整しつつ，12,000 件のシミュレーション結果を用いた学習を行うことで，東北地方太平洋沖地震を対象として，その多様な発生シナリオを広範に捉えることができるかを検証する．

Table 1　PINN の予測精度

観測点	指標	学習	テスト
S-net (観測点)	平均 MAE (m)	0.101	0.142
	平均 VR (%)	92.80	87.90
沖合 (500 地点)	平均 MAE (m)	0.085	0.109
	平均 VR (%)	91.08	87.49
NOWPHAS	平均 MAE (m)	0.344	0.383
	平均 VR (%)	73.30	68.50

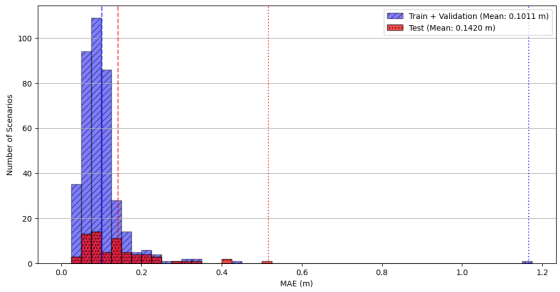


Fig. 3　各シナリオの PINN の MAE の分布 (S-net 上).

謝辞：本研究成果の一部は，大阪大学 D3 センターの大規模計算機システムを利用して得られたものです．

参考文献

1) A. R. Gusman *et al.*, A methodology for near-field tsunami inundation forecasting: Application to the 2011 Tohoku tsunami, *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 119, 8186–8206, 2014.
2) R. Nomura *et al.*, Sequential Bayesian Update to Detect the Most Likely Tsunami Scenario Using Observational Wave Sequences, *J. Geophys. Res.: Oceans*, 127(10), e2021JC018324, 2022.
3) C. M. Liu *et al.*, Comparison of Machine Learning Approaches for Tsunami Forecasting from Sparse Observations, *Pure Appl. Geophys.*, 178(12), 5129–5153, 2021.
4) F. Makinoshima *et al.*, Early forecasting of tsunami inundation from tsunami and geodetic observation data with convolutional neural networks, *Nat. Commun.*, 12, 2253, 2021.
5) M. Raissi *et al.*, Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, 378, 686–707, 2019.
6) M. Someya and T. Furumura, Physics-informed neural networks for offshore tsunami data assimilation, *Geophys. J. Int.*, 242(3), ggaf243, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

VM-SPH 法による高粘性流体解析の効率化（シンポジウム講演概要）

Accelerated high-viscosity flow simulation using VM-SPH
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

岡野　翔大（九州大・工）　森川　ダニエル（同済大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Shodai OKANO, Kyushu University
Daniel Morikawa, Tongji University
Mitsuteru Asai, Kyushu University
E-mail: s-okano@doc.kyushu-u.ac.jp

This study applies the VM-SPH method to highly viscous fluid analysis. In ISPH, explicit treatment of the viscous term requires extremely small time increments, and IISPH still requires small time increments due to splitting errors. VM-SPH adopts a fully implicit stabilized monolithic formulation, thereby eliminating both issues. Plane Poiseuille flow simulations demonstrate convergence to the analytical solution regardless of time increment, with speed-up of approximately 31 times over IISPH and 96 times over ISPH.

1. 序論

Lagrange 記述によるメッシュフリーの粒子法は，領域の変形を粒子によって表現でき，個々の構成要素の移動を効果的に追跡することに優れていることから，流体-構造連成解析や相変化を伴う複雑な現象において多くの研究が進められてきた．代表的な手法として，SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法やその非圧縮性流体向けの応用である ISPH（Incompressible SPH）法[1] などが挙げられる．ISPH 法は，射影法に基づき支配方程式を分離したうえで，粘性項と外力項を陽的に，圧力項を陰的に解く半陰解法型時間積分を採用している．

しかしながら，ISPH 法には重要な課題がいくつか存在する．そのうちの一つが，高粘性流体の扱いの困難さである．ISPH 法では粘性項を陽的に扱うことから，拡散に関する数値的安定性条件を満たす必要がある．そのため，高粘性流体を扱う場合は極めて小さな時間増分が要求され，その結果，著しく大きい計算コストを要する．また，支配方程式の分離に起因する分離誤差[2] は，高粘性の場合に無視できない大きさとなる．例えば，土木工学の分野では，フレッシュコンクリートの充填解析などでこの課題は大きな技術的制約となる．

この課題に対し，完全陰解法型時間積分の IISPH（Implicit ISPH）法[3] が提案されている．IISPH 法は，速度求解と圧力求解を分離したうえで，それぞれを陰的に求解する手法であり，これにより合理的な計算コストでの数値計算が可能となる．しかし，分離誤差は依然として残る．

本研究では，より根本的な解決策として，速度-圧力一体型 SPH（VM-SPH：VMS-based monolithic SPH）法[4] を適用し，合理的な計算コストのもとで数値的安定と精度を両立した高粘性流体解析を試みる．

2. 数値計算手法

本研究では，非圧縮性 Newton 流体を対象とする．支配方程式は，以下の Navier-Stokes 方程式と連続の式で記述される．

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{g} \tag{1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \tag{2}$$

ここで，$\mathbf{v}$，ρ，p，ν，$\mathbf{g}$ はそれぞれ速度，密度，圧力，動粘度，単位体積当たりの外力である．式 (1)，(2) に 1 次の差分近似を適用し行列形式で書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \Delta t\nu\nabla^2 & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \nabla^\top & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^{n+1} \\ p^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} \\ 0 \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

ここで，Δt は時間増分である．

このとき，式 (3) の行列は強圧性を満たしておらず，解の一意性を喪失する．そこで VM-SPH 法では，VMS（Variational Multiscale）を導入し，物理量の場を解像スケールとサブスケールに分解する．解像スケールの速度と圧力を未知変数として式 (3) を書き換えると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} - \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\Delta t\nu\nabla^2 - \dfrac{\tau_2\Delta t}{\rho}\nabla\nabla^\top & \dfrac{\Delta t}{\rho}\nabla \\ \left(1 - \dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\right)\nabla^\top & -\tau_1\nabla^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{v}}^{n+1} \\ \bar{p}^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v}^n + \Delta t\mathbf{g} + \tau_1\rho\nu\nabla^2\bar{\mathbf{v}}^n \\ -\dfrac{\tau_1\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\bar{\mathbf{v}}^n \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

ここで，τ は時間増分や密度から定まる安定化パラメータ，$\bar{\mathbf{v}}$，$\bar{p}$ は速度と圧力の解像スケール成分である．この操作により強圧性が満たされるので，速度と圧力の同時求解が可能となる．

このとき，式 (4) は異なる次元（運動量と質量）を連立させて解いている．密度，動粘度といった物理パラメータや，空間・時間の解像度といった計算パラメータの選び方によっては，VMS を導入してもなお固有値分布が悪くなる場合がある．そこで，本研究では式 (4) を解く際にブロック対角スケーリング前処理付き BiCGstab 法を用いている．

3. 数値計算例

高粘性流体解析における時間増分の影響を検証するために，Fig. 1 に示す平面 Poiseuille 流れをシミュレーションする．流体の物理定数は密度 $\rho = 1000$ kg/m^3 および動粘度 $\nu = 0.1$ m^2/s に設定した．計算条件は，時間増分 $\Delta t = 10^{-1}$ ～10^{-5} (s)，SPH 粒子径 $d = 0.005$ m とした．初期条件として，速度および圧力はゼロに設定した．境界条件として，壁面に非滑りの Dirichlet 条件を，流入/流出境界に規定圧力の Dirichlet 条件を課す．ISPH 法および IISPH 法の場合は，圧力 Poisson 方程式を解くためにさらに壁面に圧力の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Neumann 条件を課す．

Fig. 2 に，流路中心の速度の時間発展を示す．Fig. 2(a) に示す ISPH 法の場合は，時間増分が十分小さい $\Delta t = 10^{-4}$, 10^{-5} s のケースのみで圧力 Poisson 方程式が収束し，その他の時間増分が大きいケースは発散した．これは，ISPH 法が半陰解法型時間積分を採用しており，粘性項を陽的に評価しているためである．Fig. 2(b) に示す IISPH 法の場合は，粘性項を陰的に評価するため時間増分に対して無条件安定となり，すべてのケースで計算を実行可能である．しかし，時間増分が十分小さいケースでは理論解に収束しているものの，分離誤差の影響で，時間増分が大きくなると理論解から乖離している．分離誤差は高粘性流れ問題で特に顕著となることが知られており[2]，本例題においても分離誤差を低減するには時間増分を小さく設定する必要があることが確認された．一方，Fig. 2(c) に示す VM-SPH 法の場合は分離誤差が発生せず，全ての時間増分において理論解と一致する定常解に収束した．なお，計算初期において $\Delta t = 10^{-1}$ s のケースがわずかにずれているが，これは初期速度ゼロから定常状態に至るまでの非定常な発展過程を粗い時間増分では詳細に追跡できないためである．重要な点は，VM-SPH 法は粗い時間増分においても最終的に正しい定常解に収束することである．

以上から，VM-SPH 法は直接法に基づく完全陰解法であるため，時間増分に対して無条件安定であり，かつ，分離誤差が発生しないことを確認した．したがって，対象とする現象の時間スケールに応じて時間増分を大きく設定可能であり，実用上の優位性が示された．例えば，本例題で相対誤差が 10%以下となる解を得るために必要な最大の時間増分は，ISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，IISPH 法では $\Delta t = 10^{-4}$ s，VM-SPH 法では $\Delta t = 10^{-1}$ s である．Table 1 に示す通り，この条件下での $t = 1.00$ s までの総計算時間は，それぞれ 117.7 秒，37.7 秒，1.23 秒である．すなわち，IISPH と比較して 30.7 倍，ISPH 法と比較して 95.7 倍の高速化を達成した．

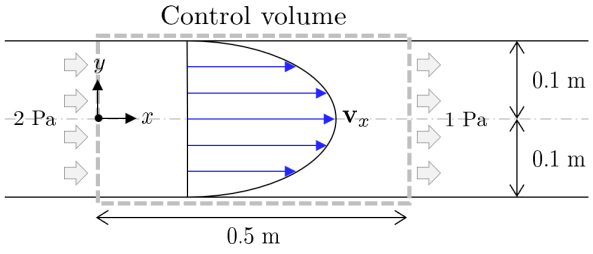


Fig. 1　Geometry of plane Poiseuille flow

4. 結論

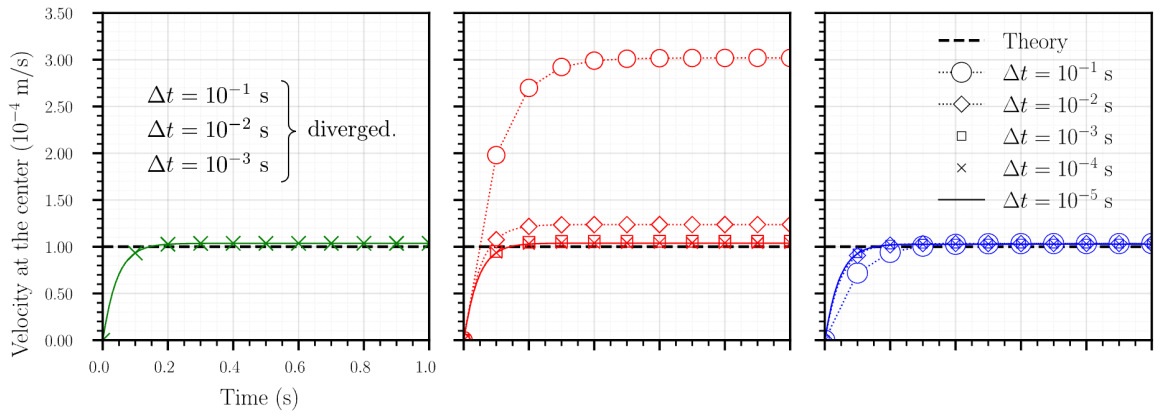
本研究では，ISPH 法における高粘性流体解析の諸問題を解決するため，VM-SPH 法を高粘性流体解析に適用した．基礎検討として実施した平面 Poiseuille 流れでは，数値的安定性・精度の観点から本手法が従来手法と比べて時間増分を大きくとることができ，その結果高効率な数値計算を実施可能なことを確認した．今後の展望としては，より実務的な工学問題への応用を目指し，二層流や非 Newton 流体に対しての拡張を進めていく方針である．

参考文献

1) Shao, Songdong and Lo, Edmond YM：Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, Advances in water resources, Vol. 26, No. 7, pp. 787-800, 2003.
2) Perot, J Blair：An analysis of the fractional step method, Journal of Computational Physics, Vol. 108, pp. 51-58, 1993.
3) Morikawa, Daniel and Asai, Mitsuteru and Idris, Nur' Ain and Imoto, Yusuke and Isshiki, Masaharu：Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method, Computational Particle Mechanics, Vol. 6, pp. 529-544, 2019.
4) 岡野翔大, 森川ダニエル, 葛宇甯, 浅井光輝：変分マルチスケール法による安定化を導入した速度-圧力一体型 SPH 流体解析, 計算工学講演会論文集 (Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science), Vol. 30, pp. 860-864, 2025.
5) Hughes, Thomas JR and Feijóo, Gonzalo R and Mazzei, Luca and Quincy, Jean-Baptiste：The variational multiscale method—a paradigm for computational mechanics, Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 166, No. 1-2, pp. 3-24, 1998.

Table 1　Total computational time up to $t = 1.0$ s

	10^{-1} s	10^{-2} s	10^{-3} s	10^{-4} s	10^{-5} s
ISPH				117.7	1003.4
IISPH	0.84	6.98	37.7	253.1	1773.3
VM-SPH	1.23	6.30	18.3	163.5	1268.9



(a) ISPH　(b) IISPH　(c) VM-SPH

Fig. 2　Time history of x-direction velocity at the center

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Implicit ISPH 法に基づく効率的な浸透流シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Efficient Seepage Flow Simulation Based on the Implicit ISPH Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

高橋　和真（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Kazuma TAKAHASHI, Tohoku University
Kunpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: takahashi.kazuma.p8@dc.tohoku.ac.jp

Conventional semi-implicit Incompressible SPH (ISPH) methods for simulating unified free-surface and seepage flows suffer from severe time-step constraints. To resolve this issue, this study applies the Implicit ISPH method to the Darcy-Forchheimer-Brinkman equation. This approach establishes a more stable numerical framework regarding time increments. In this study, the accuracy and validity of the proposed method are verified through 2D Poiseuille flow and numerical seepage flow experiments.

1. はじめに

近年，豪雨災害の増加に伴い，土砂災害による被害が頻発化，深刻化の傾向にある．特に，越水のような自由表面流れと堤体内部を流れる浸透流が複合的に作用する場合，堤体の侵食が促進され，決壊に至るケースが多い．このような現象の原因究明や対策工の検討において，浸透流解析は重要な役割を果たす．著者らは，粒子法 (SPH) による浸透流ー地表流統一解析[1] を適用してきたものの，実時間スケールでの長時間解析の実現には，時間刻みの制約による計算コストの増大と数値不安定性の解消が課題となる．

本研究では従来の Semi-Implicit ISPH 法よりも粗い時間増分で安定した解析が可能な Implicit ISPH 法[2] を導入し，浸透流解析のさらなる効率化を目指す．本発表では，2 次元 Poiseuille 流れや浸透流の数値実験を通して，提案手法の有用性と妥当性を検証する．

2. 計算手法

2.1. 支配方程式

本研究では自由表面流と浸透流を統一的に記述可能な Darcy-Forchheimer-Brinkman(DFB) 方程式 (式 (1)) を用いる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_D}{\partial t} + (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D = \frac{\varepsilon_f}{C_r}\left\{-\frac{1}{\rho_f}\nabla p + \nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D + \boldsymbol{f}_d + \boldsymbol{b}\right\} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{v}_D$，p，ρ_f，$\boldsymbol{b}$ は Darcy 流速，圧力，流体密度，物体力である．また，C_r，ν_E，$\boldsymbol{f}_d$ はそれぞれ仮想質量係数，有効動粘性係数，多孔質体から受ける抗力であり，多孔質体の間隙率 ε_f で決定される．特に，抗力 $\boldsymbol{f}_d$ は式 (2) に従う．

$$\boldsymbol{f}_d = -\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2}\boldsymbol{v}_D - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D|\boldsymbol{v}_D \tag{2}$$

本研究では線形・非線形抗力係数として，Ergun モデル ($\alpha = 150, \beta = 1.75$) を用いる．$D_{50}$ は土粒子の平均粒径である．本検証では透水係数と平均粒径の関係を示す Kozeny-Carman 式により，抗力式を透水係数 K_h で表現する．なお，本研究では PSTs(粒子再配列法) を組み込むことを考慮し，ALE 記述の DFB 式を用いる[1]．

2.2. 従来法:Semi-Implicit ISPH 法

著者らは，DFB 方程式に対し，Semi-Implicit ISPH 法[1] を適用してきた．この手法では，式 (1) を予測ステップ，修正ステップに分離し，速度を陽的に，圧力を陰的に算出する．

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\left\{\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^N + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^N) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N\right\} \\ \boldsymbol{v}_D^{N+1} = \boldsymbol{v}_D^* - \Delta t\,\dfrac{\varepsilon^N}{C_r}\left(\dfrac{1}{\rho_f}\nabla p^{N+1}\right) \end{cases} \tag{3}$$

この手法では速度更新が陽的に行われるため，時間刻み Δt が式 (4) の時間制約条件を満たす必要がある[2,3]．

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu},\quad C_{\mathrm{f_d}}\frac{K_h}{\varepsilon\|g\|}\right) \tag{4}$$

ここで，h，$u_{\max}$，K_h はそれぞれ平滑化長，最大流速，透水係数である．透水係数が小さい場合，式 (4) の第 3 項が支配的となり，極めて小さい時間刻みが要求される．

2.3. Implicit ISPH 法の適用

本研究では，Implicit ISPH 法[2] を DFB 方程式に適用することで，時間刻みの制約を緩和し，浸透流解析の効率化を図る．ここで，DFB 方程式内の粘性項および抗力項における仮速度 $\boldsymbol{v}_D^*$ を用いて表し，これを陰的に求める．すなわち，式 (3) の予測ステップを式 (5) に置き換える．

$$\boldsymbol{v}_D^* = \boldsymbol{v}_D^N + \Delta t\frac{\varepsilon^N}{C_r}(\nu_E\nabla^2\boldsymbol{v}_D^* + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}_d^*) - (\boldsymbol{c}^N\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_D^N \tag{5}$$

ただし，抗力項 $\boldsymbol{f}_d^*$ の非線形項を反復法を用いて算出するのは計算コストが高いため，式 (6) のように線形化を施す．

$$\boldsymbol{f}_d^* = \left(-\alpha\frac{\nu_f(1-\varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3 D_{50}^2} - \beta\frac{1-\varepsilon_f}{\varepsilon_f^3 D_{50}}|\boldsymbol{v}_D^N|\right)\boldsymbol{v}_D^* \tag{6}$$

3. 粘性項・抗力項の陰的算出の有効性検証

3.1. 粘性項の陰的算出の有効性:2 次元 Poiseuille 流れ

まず，異なる時間増分 Δt で 2 次元 Poiseuille 流れを用いて Implicit ISPH 法による粘性項の陰的計算の検証を行う．解析モデル Fig. 1 に，定常状態の速度分布 $u(y)$ と平均流速 $\hat{U}$ の理論解を式 (7) に示す．なお，解析では定常時の平均流速が 5.0 cm/s となるよう物体力を設定した．

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(y^2 - hy);\quad \hat{U} = -\frac{h^2}{12\mu}\frac{dp}{dx} \tag{7}$$

$$\Delta t \ll \min\left(C_{\mathrm{CFL}}\frac{h}{u_{\max}},\quad C_{\mathrm{visc}}\frac{h^2}{\nu} \approx 1.6\times10^{-3}\right) \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

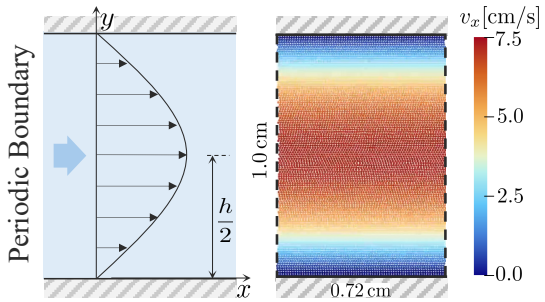


Fig. 1　2D poiseuille flow model and simulation results

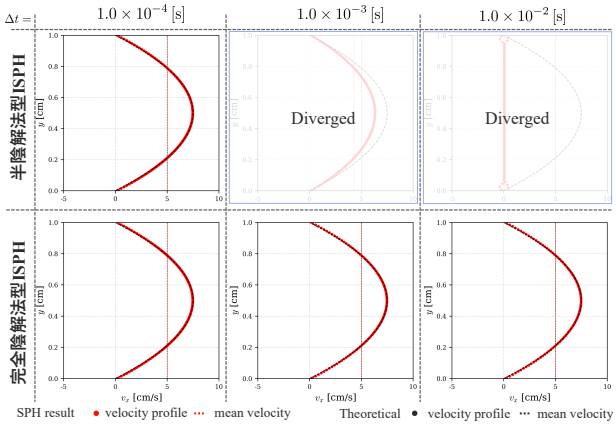


Fig. 2　Velocity profiles at different time increments

Fig. 2 に各時間増分による Semi-Implicit ISPH 法と Implicit ISPH 法による解析結果をそれぞれ示す．速度のプロファイルを点で，平均流速を鎖線で示し，理論解を黒，解析結果を赤色にて示す．$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ s では両手法とも理論解と良好に一致したが，Semi-Implicit ISPH 法では時間増分を大きくすると数値発散が生じた．具体的には，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-2}$ s では動粘性係数に基づく制約を，$\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ s では流速増大に伴い速度に基づく制約を満たさなくなったことに起因する (式 (8))．一方 Implicit ISPH 法による解析は，実施した全ての時間増分で解析が可能でかつ理論解と一致しており，時間制約に対する堅牢性と有用性が確認された．

3.2.　抗力項の陰的算出の有効性: 浸透流の数値実験

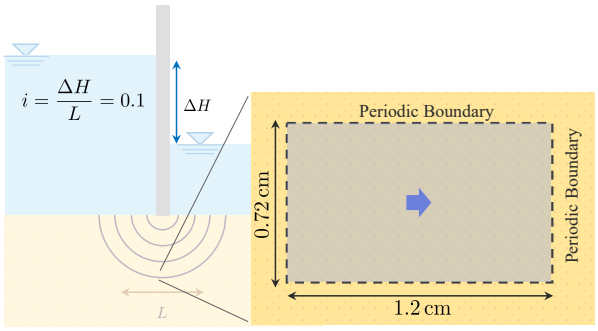


Fig. 3　Numerical experiment model for seepage flow

次に，抗力項の陰的算出の有効性を検証するため，Fig. 3 に示すモデルを用いて浸透流解析を行う．本解析では動水勾配 $i = 0.1$ に相当する物体力 $\boldsymbol{b}$ を作用させ，周期境界条件および粘性項無視の仮定を適用する．この条件下では，定常状態において物体力と抗力が釣り合うため，流速は理論上，透水係数 K_h に収束すると考えられる．以上を踏まえ，時間増分と透水係数を変化させた複数の条件下で解析を実施し，提案手法の有用性を検証する．

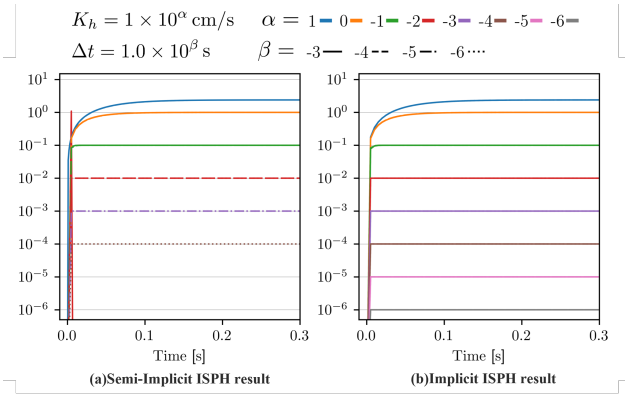


Fig. 4　Numerical experiment results for seepage flow

Fig. 4 (a) に Semi-Implicit ISPH 法の，(b) に Implicit ISPH 法の解析結果を示す．各透水係数による結果を線の色で区別し，各時間増分における結果を線種で区別する．高透水係数領域では両手法とも概ね透水係数値に収束したが，最も高い $K_h = 1.0 \times 10^{-2}$ m/s の場合において，流速増大に伴う非線形抗力の影響によって理論値からの乖離が見られた．なお，この傾向は両手法に共通している．一方で透水係数が低い領域では，Semi-Implicit ISPH 法は時間制約が厳しくなり数値発散が生じた．一方，Implicit ISPH 法は，いずれの透水係数においても発散せず安定して収束しており，その妥当性と有用性が確認された．

4.　結言

本研究では，浸透流解析の効率化を目指し，DFB 方程式に対して粘性項および抗力項を陰的に取り扱う Implicit ISPH 法を適用した．2 次元 Poiseuille 流れおよび浸透流の数値実験の結果，従来法では数値発散が生じる大きな時間増分や低い透水係数の条件下においても，本手法は安定して理論解・設定値に収束し，粘性項や透水係数によって決まる時間制約条件を大幅に緩和できることが確認され，計算コストと数値安定性の課題を解決しうる高効率な浸透流解析手法として有用である．今後の展望として自由表面領域を含むような実験との比較・検討を通して本手法の妥当性を確認する予定である．

参考文献

1) K.Tsuji, S.Fujioka, D.S.Morikawa, M.Asai : A reliable SPH (2) formulation for Darcy–Forchheimer–Brinkman equation using a density-based particle shifting in the ALE description. *Comput. Part. Mech.*, pp. 1–29, 2024.
2) D.S.Morikawa, M.Asai, N.Idris, Y.Imoto, M.Isshiki : Improvements in highly viscous fluid simulation using a fully implicit SPH method. *Comput. Part. Mech.*, Vol. 6, pp. 529–544, 2019.
3) D.S.Morikawa, M.Asai : Soil-water strong coupled ISPH based on u-w-p formulation for large deformation problems. *Comput. Geotech.*, Vol. 142, pp. 104570, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fast Runge-Kutta 法を用いた高精度・高効率な ISPH 法（シンポジウム講演概要）

A Highly Accurate and Efficient ISPH Method via the Fast Runge-Kutta Method (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

井上　恵天（東北大・工）　辻　勲平（東北大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Yoshitaka INOUE, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: inoue.yoshitaka.r8@dc.tohoku.ac.jp

Time integration in Incompressible SPH (ISPH) is typically limited to first-order accuracy, and high-order Runge-Kutta (RK) methods are computationally expensive due to repeated the Pressure Poisson Equation (PPE) solving. To overcome this issue, we introduce the Fast Runge-Kutta (FRK) methods into the Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) framework. The FRK methods reduce the multiple PPE solves of RK methods to just one at the final stage. The results confirm that the FRK method achieves numerical stability comparable to RK methods at no greater computational cost than conventional first-order schemes, thereby improving computational efficiency.

1. はじめに

SPH 法等の粒子法はメッシュフリーの特性から大変形解析に有効だが，従来の非圧縮性 SPH (ISPH) 法は時間積分が 1 次精度に留まり，数理的な厳密性に課題があった．

時間高次精度化に Runge-Kutta (RK) 法を適用する場合，非圧縮性流体解析では段数分だけ計算負荷の高い圧力 Poisson 方程式 (PPE) を解く必要があり，計算コストの増大が実用上の障壁となっていた[1]．

そこで本研究では，格子法で近年提案された Fast Runge-Kutta (FRK) 法[2] に着目した．FRK 法は中間ステージの圧力を過去の値から近似評価し，PPE の求解を最終段の 1 回に限定しつつ高次精度を維持できる．本研究はこの FRK 法を粒子法へ導入する．特に，計算点の移動と速度更新を分離する[3]Transport Eulerian ISPH (TE-ISPH) 法へ適用し，通常の時間 1 次精度手法と同等の低コストで高精度化を達成する高効率な解析フレームワークの確立を目指す．

2. 支配方程式と TE-ISPH 法

2.1. 支配方程式 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian 記述)

非圧縮性 Navier-Stokes 方程式は，以下の質量保存則および運動量保存則で記述される．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{c}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{v}$ は流速，p は圧力，$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}$ は相対速度，$\boldsymbol{w}$ は任意の輸送速度，$\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ は ALE 微分を表す．

2.2. TE-ISPH 法のアルゴリズム

本研究で採用する TE-ISPH 法は，速度の更新と位置の更新を分離する手法である[3]．速度更新時には計算点（粒子）を固定 ($\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$) して Euler 記述による支配方程式を解き，その後に粒子を移動させる点にある．これにより，移動粒子系特有の複雑な幾何学的補正を回避している[3]．

時間 1 次精度の陽的 Euler（EE）を用いた TE-ISPH 法の具体的な計算アルゴリズムは以下の通りである．

- **速度更新:** 計算点を現在の位置 $\boldsymbol{x}^n$ に固定し（$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$），仮速度 $\boldsymbol{v}^*$ の計算，圧力 Poisson 方程式 (PPE) の求解，および新時刻の速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ の算出を行う．

$$\boldsymbol{v}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\left(\nu\nabla^2\boldsymbol{v}^n + \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{v}^n\cdot\nabla)\boldsymbol{v}^n\right) \tag{3}$$

$$\nabla^2 p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}^* \tag{4}$$

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} = \boldsymbol{v}^* - \frac{\Delta t}{\rho}\nabla p_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{5}$$

- **位置更新とリマッピング:** 得られた流速 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ と粒子配置の均一化のための粒子シフト $\delta\boldsymbol{r}$ を用いて粒子位置を更新し，新しい位置 $\boldsymbol{x}^{n+1} = \boldsymbol{x}^n + \Delta\boldsymbol{r}$ へ移動させる．その後，粒子移動に伴う物理量のズレを補正するため，2 次項までの Taylor 展開を用いて物理量を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ へ再配置 (リマッピング) する．ここで，$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta t/2\cdot(\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^n + \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}) + \delta\boldsymbol{r}$ である．

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^{n+1}}^{n+1} \approx \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} + \sum_{m=1}^{2}\frac{1}{m!}(\Delta\boldsymbol{r}\cdot\nabla)^m\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1} \tag{6}$$

3. TE-ISPH 法の時間積分の高精度化

3.1. Runge-Kutta 法による TE-ISPH 法

時間積分の高精度化を目的として，2 段 Runge-Kutta 法 (RK2)[1] を TE-ISPH 法に適用する．$\tilde{a}_{i,j}$，$\tilde{c}_i$ は RK 法の係数である．アルゴリズムは以下の通りである．

- **第 1 ステージ（仮速度と PPE）:**

$$\boldsymbol{v}_{(1)}^* = \boldsymbol{v}^n + \Delta t\tilde{a}_{1,0}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v}^n), \tag{7}$$

$$\nabla^2 p_{(1)} = \frac{\rho}{\tilde{c}_1\Delta t}\nabla\cdot\boldsymbol{v}_{(1)}^*, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{v}_{(1)} = \boldsymbol{v}_{(1)}^* - \frac{\tilde{c}_1\Delta t}{\rho}\nabla p_{(1)}. \tag{9}$$

- **第 2 ステージ（最終速度の決定）:** 第 1 ステージの結果を用いて再度仮速度を計算し，PPE を解いて最終速度 $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{x}^n}^{n+1}$ を求める．通常の RK 法では，各ステージで PPE を解く必要があり，その計算コストが大きい．
- **位置更新とリマッピング:** 得られた速度に基づいて粒子位置を更新する．粒子移動に伴う物理量の不整合を補正するため，2 次の Taylor 展開を用いて速度および圧力を新位置 $\boldsymbol{x}^{n+1}$ に再配置する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3.2. Fast Runge-Kutta (FRK) 法の適用

通常の RK 法ではステージ数と同数の PPE 求解が必要である．一方，格子法で提案された FRK 法[2] は，中間ステージの圧力を既知の圧力から近似することで，PPE の求解を最終ステージのみに限定する手法である．

本研究ではこの FRK 法を TE-ISPH 法に適用する．2 段 FRK（FRK2）法と通常の RK 法の主な違いは以下の通りである．

- **第 1 ステージ:** 中間圧力を $p_{(0)} \approx p^n$ と近似し，PPE を解かずに圧力勾配項を評価して中間速度 $\boldsymbol{v}_{(1)}$ を求める．
- **第 2 ステージ（最終段）:** 非圧縮条件を満たすため，この段階で PPE を解き最終速度を決定する．これにより，RK 法と同様の時間精度を維持しつつ，PPE の求解回数を 1 ステップあたり 1 回に削減できる．

4. 数値検証

提案手法の精度と効率を検証するため，非圧縮性流体解析のベンチマークである 2 次元 Taylor-Green Vortex (TGV) 問題を用いた．空間 2 次精度を示す SPH(2)[4] を用いている．

4.1. 問題設定と評価指標

計算領域を $[-L, L] \times [-L, L]$ の正方形領域とし，全周に周期境界条件を適用する．速度場 $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y)$ および圧力場 p の厳密解は以下の通りである．

$$v_x = U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \sin(kx) \cos(ky) \tag{10}$$

$$v_y = -U \exp\left(-2\nu k^2 t\right) \cos(kx) \sin(ky) \tag{11}$$

$$p = \frac{\rho U^2}{4} \exp\left(-4\nu k^2 t\right)\left\{\cos(2kx) + \cos(2ky)\right\} \tag{12}$$

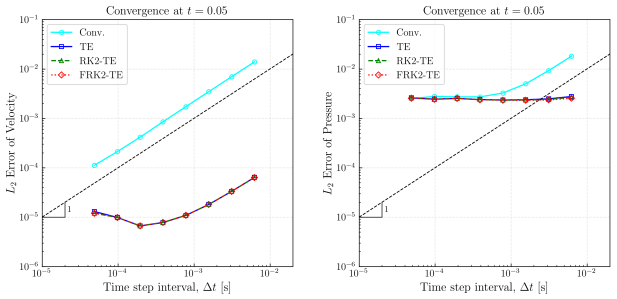
ここで，波数 $k = \pi/L$，代表長さ $L = 1\,\mathrm{m}$，密度 $\rho = 1\,\mathrm{kg/m^3}$，動粘性係数 $\nu = 10^{-3}\,\mathrm{m^2/s}$，代表速度 $U = 1\,\mathrm{m/s}$ と設定した (レイノルズ数 $Re = 1000$)．定量的な評価指標として相対誤差ノルム L_2 を用いる．

4.2. 検証結果と考察

誤差評価: 初期粒子間隔 $\Delta x = 2^{-6}$ m を固定し時間収束を検証した．TE-ISPH 法は従来 ISPH 法に比べ，速度誤差を約 2 オーダー低減した (Fig.1(a))．一方，圧力誤差は時間刻みに対してほぼ一定であり，空間誤差が卓越していることが確認された (Fig.1(b))．

リマッピング誤差の影響: 移動粒子解析では，Δt を小さくするほど Taylor 補間による累積誤差が増大した ($\Delta t < 1/5120\,\mathrm{s}$, Fig.1(a))．RK 法，FRK 法を導入しても補間誤差が卓越し，精度向上は限定的である．

FRK アルゴリズムの性能評価: Reynolds 数（$Re = 1000$）条件下において，提案手法は陽的 Euler（EE）法と比較して約 4 倍大きな時間刻み Δt で安定計算が可能であり（Fig.2），安定領域の大幅な拡大を確認した．これは高次時間積分の導入により数値的不安定性が効果的に抑制されたことを示している．さらに，Table 1 に示す通り，FRK 法（FRK2）の計算コストは従来の 1 次精度手法の約 1.2 倍に留まり，RK 法（約 1.7 倍）と比較しても計算効率に優れる．以上より，本手法は安定性向上と計算効率の両立を実現していることが示された．



(a) velocity (b) pressure

Fig. 1: Time Convergence at $t = 0.05$s (Moving particles)

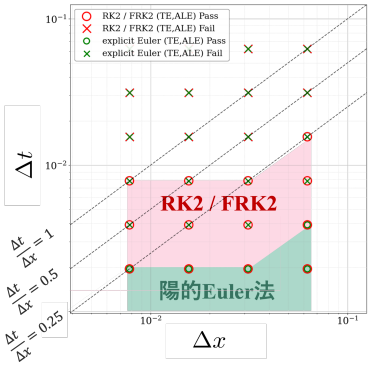


Fig. 2: Numerical stability ($Re = 1000$).

Table 1: Computational cost per step (ms).

Resolution	EE	RK2	FRK2 (Prop.)
$L/64$ ($N = 16{,}384$)	18.85	32.14	22.36
$L/128$ ($N = 65{,}536$)	74.61	120.25	89.99

5. 結言

本検証により，空間微分の誤差と Taylor 補間の累積誤差が時間精度の向上を制限する要因として残存するものの，FRK 法を導入した TE-ISPH 法のフレームワークは，従来法の 1.2 倍の低計算コストで RK 法と同等の数値安定性を実現できることが確認された．PPE を最終段でのみ解くことによるコスト削減効果は大きく，長時間の計算を要する非圧縮性流体解析の実用的なソルバーとして有望である．

参考文献

1) Sanderse, B. and Koren, B.: Accuracy analysis of explicit Runge–Kutta methods applied to the incompressible Navier–Stokes equations, *J. Comput. Phys.*, 231, 2012.
2) Aithal, A.B., Tipirneni, M., Ferrante, A.: Temporal accuracy of FastRK3, *J. Comput. Phys.*, 475, 2023.
3) Matsunaga, T. and Koshizuka, S. : Improvement of the time marching method in a particle method, *Trans. JSME*, 87, 2021, pp. 20-437.
4) Asai, M., Fujioka, S., Saeki, Y., Morikawa, D.S. and Tsuji, K. : A class of second-derivatives in the Smoothed Particle Hydrodynamics with 2nd-order accuracy and its application to incompressible flow simulations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 415, 2023, 116203.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

機械学習ウォームスタート予測子による陰的運動論ソルバーの高速化（シンポジウム講演概要）

A machine-learning-based warm-start predictor for accelerating an implicit kinetic solver (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宿南 湧真（兵県大・情報）　安田 修悟（兵県大・情報）　Martin FRANK（SCC, KIT）
Yuma SHUKUNAMI, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Shugo YASUDA, Graduate School of Information Science, University of Hyogo
Martin FRANK, Scientific Computing Center, Karlsruhe Institute of Technology
E-mail: minamium.shukunami@gmail.com

運動論モデルの陰解法では，衝突項に起因する強い数値的剛性のため内部 Picard 反復回数が増大し，計算コストが支配的となる．本研究では，巨視量の 1 ステップ更新量をニューラルネットワークで予測する Warm-Start 予測子を導入し，陰解法の初期値を改善する手法を提案する．Boltzmann – BGK 方程式に対する有限体積陰解法に適用し，Sod 衝撃管問題において Picard 反復回数を大幅に削減できることを示す．

1. はじめに

希薄気体の衝撃波や蒸発・凝縮流など，界面近傍で強い非平衡が生じる気体の輸送現象に対しては，分子の衝突過程を考慮した気体分子運動論（ボルツマン方程式）による記述が必要となる．またボルツマン方程式は連続体極限において，通常の流体力学の基礎方程式であるナビエ＝ストークス方程式を導出できることから，流体力学のメゾスコピック理論としても重要な意義を有する．[1)]

一方で，ボルツマン方程式やそのモデル方程式（運動論モデル）では，時間および空間変数に加えて，気体分子の速度も独立変数として扱う必要があるため，運動論モデルの数値計算は，連続体モデルと比較して計算コストが大きくなる．さらに，連続体極限近傍では，分子の衝突過程を記述する衝突項の緩和時間が，マクロな時間スケールに比べて非常に短くなるため，数値的な剛性も問題となる．

数値的剛性に対する代表的な対処法として陰解法が用いられるが，運動論モデルは衝突項に複雑な非線形項を含むため，単純な陰解法では各時間ステップにおいて非線形問題を解くためのピカール反復が必要となる．しかし，その反復回数は連続体極限において著しく増加するため，陰解法のみでは数値的剛性を十分に緩和することが難しい．

この種の課題に対して，運動論モデルと関連する巨視量方程式を援用した加速法 (例えば，HOLO スキーム[2)]) や漸近保存型スキーム (Asymptotic Preserving 法[3)]) など，様々な高度な数値スキームの開発・研究が活発に行われている．しかし，これらの数値スキームは，個々の運動論モデルの理論的な解析によって個別に導出されるものであり，一般な運動論モデルに対する汎用性のある手法とは言い難い．

そこで本研究では，運動論モデルの一般的な陰解法スキームに対して，ニューラルネットワークを導入し，内部ピカール反復を加速する Warm-Start 予測子を組み込む手法を提案する．これにより，既存の陰解法の構造を維持したまま低コストで数値的剛性の影響を緩和することができるようになる．

2. Boltzmann-BGK 陰解法と Picard 反復

本節では，物理空間 1 次元，速度空間 1 次元の BGK 方程式に対する陰解法スキームとその内部ピカール反復について解説する．

2.1. BGK モデル方程式

物理空間 1 次元 (x)，速度空間 1 次元 (v) の BGK 方程式は以下のように書ける．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_M - f}{\tau}, \tag{1}$$

ここで，$f(t,x,v)$ は速度分布関数，$f_M(t,x,v)$ は局所マクスウェル分布，$\tau(t,x)$ は衝突項緩和時間である．

局所マクスウェル分布 $f_M(t,x,v)$ と緩和時間 $\tau(t,x)$ は，速度分布関数 $f(t,x,v)$ のモーメントから次のように定義される巨視量 (数密度 $n(t,x)$，流速 $u(t,x)$, 温度 $T(t,x)$)，

$$n(x,t) = \int f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2a}$$

$$n(x,t)u(x,t) = \int v\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v, \tag{2b}$$

$$n\,(u^2+T) = \int v^2\,f(x,v,t)\,\mathrm{d}v. \tag{2c}$$

を用いて，以下のように求められる．

$$f_M(x,v,t) = \frac{n(x,t)}{\sqrt{2\pi\,T(x,t)}}\exp\left(-\frac{(v-u(x,t))^2}{2T(x,t)}\right), \tag{3}$$

$$\tau(x,t) = \frac{\widetilde{\tau}}{n(x,t)\sqrt{T(x,t)}}. \tag{4}$$

ここで，$\tilde{\tau}$ は，時空間に依存しない定数パラメータである．

2.2. 陰解法スキーム

BGK 方程式 (1) の有限体積法に基づく陰解法スキームは次のように書かれる．

$$f_{i,j}^{k+1} = f_{i,j}^{k} - \frac{\Delta t}{\Delta x}v_j\left(\hat{f}_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} - \hat{f}_{i-\frac{1}{2},j}^{k+1}\right) + \frac{\Delta t}{\tau_i^{k+1}}\left(f_{M,i,j}^{k+1} - f_{i,j}^{k+1}\right). \tag{5}$$

ここで，上付き添字 k は時間ステップ，下付き添字 i, j はそれぞれ，空間メッシュと速度空間メッシュを表す．また，右辺第 2 項にあるハット ‘‘ ˆ ’’ は有限体積セル界面での数値フラックスを表す．

2.3. 内部ピカール反復

陰解法スキーム (5) の解 $f_{i,j}^{k+1}$ は，Algorithm1 のピカール反復によって求める．ここで，収束判定は許容誤差 abs_tol

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を用いて次のように行う．

$$\left\| \frac{\mathbf{W}_i^{(z+1)} - \mathbf{W}_i^{(z)}}{\text{abs_tol} + \text{picard_tol} \max\left(\left|\mathbf{W}_i^{(z+1)}\right|, \left|\mathbf{W}_i^{(z)}\right|\right)} \right\|_\infty \le 1. \quad (6)$$

Algorithm 1 Fully implicit BGK step with Picard iteration

1. 初期化: $f^{(0)} \leftarrow f^k$ とし, $f^{(0)} \mapsto \mathbf{W}^{(0)} = (n, (nu), T)$ を計算する.
2. for $z = 0, 1, \ldots, N_{\max} - 1$:
   (a) $f^{(z)} \mapsto \mathbf{W}^{(z)} = (n, (nu), T)$ を計算し, $\tau^{(z)}, f_M^{(z)}$ を構成する.
   (b) $\{A_j(\mathbf{W}^{(z)}), \mathbf{b}_j(\mathbf{W}^{(z)})\}$ を組み立て, $A_j f_{\cdot,j}^{(z+1)} = \mathbf{b}_j$（速度ごとの三重対角）を batched GTSV で解き, $f^{(z+1)}$ を得る.
   (c) $f^{(z+1)} \mapsto \mathbf{W}^{(z+1)}$ を計算し, 収束条件 (6) を満たせば停止する.
3. $f^{k+1} \leftarrow f^{(z+1)}$.

3. MIWS-Net: Macro Informed Warm Start Neural Network

MIWS-Net は, BGK 方程式の非線形性が巨視量に依存する点に着目し, ピカール反復の初期値を ‘‘巨視量空間’’ で直接改善するための Warm-Start 予測子モデルである. 具体的には, セルごとの入力として $\mathbf{W}^k = (n^k, (nu)^k, T^k)$ とスカラー条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$ を与え, 出力として $\Delta\mathbf{W}$（次時刻に向けた巨視量の更新量）を予測する. CNN により空間局所構造（衝撃波近傍の勾配・局在）を捉え, ResNet により安定な残差学習として $\Delta\mathbf{W}$ を学習することで, 平坦領域での不要な摂動を抑えつつ, 支配的な非線形モードを先に潰すことを狙う. 推論は時間ステップごとに 1 回であり, 分布関数が物理次元と速度次元を持つことに比べて, MIWS-Net は物理次元のみの推論であるので計算コストは通常線形ソルバが支配的となるよう設計可能である. そして, 推論によって得られた $\Delta\mathbf{W}$ に基づいてピカール反復の初期値を与え, 既存解法のフローのまま反復削減を行えることが特徴である (Algorithm2).

Algorithm 2 MIWS-Net warm-start for fully implicit BGK step

1. 入力: $\mathbf{W}^k$ と条件 $(\Delta t, \bar{\tau})$.
2. 推論: $\Delta\mathbf{W} \leftarrow \text{MIWS-Net}(\mathbf{W}^k; \Delta t, \bar{\tau})$.
3. warm-start 巨視量: $\mathbf{W}^{(0)} \leftarrow \mathbf{W}^k + \Delta\mathbf{W}$.
4. warm-start 初期分布: $f^{(0)} \leftarrow f_M(\mathbf{W}^{(0)})$ として初期値を構成する.
5. 以降の Picard 反復は Algorithm1 と同一とする.

4. 性能評価と結果

一次元 Sod shock tube 問題を, 空間分割数 $n_x = 1024$, 速度空間分割数 $n_v = 256$, 時間刻み幅 $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$, ステップ数 $100 steps$, 緩和時間パラメータ $\bar{\tau} = 5 \times 10^{-7}$ の条件で数値計算し, 性能評価結果を Table.1 および Fig.1 に示す. ここで, ‘‘Base’’ は Algorithm1 , ‘‘Warm-Start’’ は Algorithm2 の結果を表す.

Table.1 は, Picard 収束許容値 tol を変化させた場合の総反復回数 iters_b（Base）, iters_w（Warm-Start）と, その比 $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$ を示す. tol = 10^{-6} において $\text{sp}_{it} = 3.33$ が得られ, Warm-Start により反復回数が大きく削減されることが確認できる.

Fig.1（左軸）は 1 ステップ当たり平均計算時間を示し, 反復回数の削減に対応して Walltime も同程度の倍率で短縮されており, 本設定では MIWS-Net の推論コストは Picard 反復計算に比べ十分小さいことが分かる. また Fig.1（右軸）は, Base の tol = 10^{-8} を参照解として最終ステップにおける巨視量の差の L_∞ ノルムを示す. Warm-Start は tol = 10^{-6} 程度まで参照解に対して同程度, あるいはそれ以下の誤差に収束しており, 反復削減と精度の両立が確認できる. なお Walltime の計測は NVIDIA A30 GPU 上で行った.

Table 1 Total Picard iterations (Base and Warm start). Here $\text{sp}_{it} = \text{iters}_b/\text{iters}_w$.

tol	iters_b	iters_w	sp_{it}
10^{-4}	150493	113602	1.32
10^{-5}	347869	133962	2.60
10^{-6}	504556	151724	3.33
10^{-7}	586876	184022	3.19
10^{-8}	609104	225637	2.70

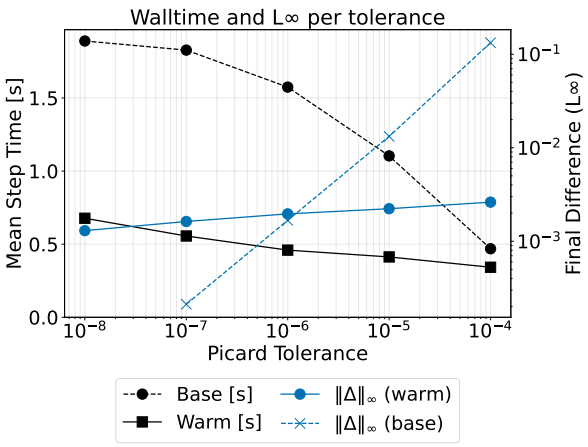


Fig. 1 Mean step time (Base and Warm start) per Picard tolerance and final L_∞ differences.

5. kineticEQ

本研究で開発したソルバは kineticEQ としてパッケージ化している. kineticEQ は, 主に運動論方程式を対象とした GPU ソルバであり, Python/ PyTorch を基盤として C++/CUDA 拡張により計算コアを実装している. 詳細は講演時に説明する.

謝辞：本研究は JSPS 科研費 25K07246 の助成および学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点（JHPCN）の支援 (課題番号 jh250073) を受けた.

参考文献

1) 曾根良夫, 青木一生著: 分子気体力学 (朝倉書店, 1994).
2) W. T. Taitano, *et. al.*: Moment-Based Acceleration for Neutral Gas Kinetics with BGK Collision Operator, J. Comput. Theor. Trans., **43**, (2014).
3) S. Jin: Efficient asymptotic-preserving (AP) schemes for some multiscale kinetic equations, SIAM J. Sci. Comput., **21** (1999).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:10 | B会場(環境棟：3階講義室)

第2部門 (6)

座長:松本 安弘(東京科学大学)

16:10 ~ 16:25

[22016] 陽的感度とエネルギー密度関数内挿による高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

*奈良 峻輔[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学)

16:25 ~ 16:40

[22017] Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証（シンポジウム講演概要）

*島田 知明[1]、奥田 裕也[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

16:40 ~ 16:55

[22018] Stable diffusionを用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*野村 璃歩[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

16:55 ~ 17:10

[22019] 量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

*片野 桃香[1]、遠藤 克浩[2]、山本 佳士[1] (1. 法政大学、2. 産業技術総合研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

陽的感度とエネルギー密度関数内挿による 高計算効率・高拡張性弾塑性トポロジー最適化（シンポジウム講演概要）

Computationally Efficient and Extensible Elastoplastic Topology Optimization Using Explicit Sensitivity and Energy Density Function Interpolation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

奈良 峻輔（名大）　西口 浩司（名大）　加藤 準治（名大）
Shunsuke NARA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: nara.shunsuke.w9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

We propose a computationally efficient and extensible elastoplastic topology optimization framework. In path-dependent problems, conventional Adjoint Variable Methods (AVM) lead to excessive memory and computational costs, in addition to the complex derivation of constitutive law sensitivities hinders implementation. We address these challenges by integrating explicit sensitivity analysis (Kato et al., 2015) and energy density function interpolation (Han et al., 2026) to eliminate history storage and constitutive law differentiation. Numerical examples demonstrate significant memory and time savings over AVM, and high extensibility via multi-material design combining von Mises and Drucker-Prager criteria.

1. はじめに

弾塑性体に代表される経路依存性を有する問題のトポロジー最適化では，感度解析における実装の複雑さと計算コスト，およびメモリ消費量が課題となっている．感度の導出にあたっては，複数の方程式からなる構成則を微分する必要があり，材料モデルの高度化につれてそのプロセスは複雑化する．また，一般に用いられる随伴変数法は，構造解析とは逆の荷重ステップ方向への随伴方程式の求解と全ステップの状態変数の保存を必要とし，大規模解析への適用が困難であった．

メモリ消費量の課題に対し，Kato et al. (2015)[1] によって提案された陽的感度解析手法が有効である．本手法は，構造解析と同一の方向で感度計算を完結させることが可能であり，随伴変数法による逆解析や履歴保存を回避できる．しかし，材料モデルごとに煩雑な微分の導出と実装が必要であり，モデルの高度化に伴う拡張性が制限されていた．

一方で，材料モデルの高度化に伴う課題に対しては，Han et al. (2026)[2] がエネルギー密度関数の内挿を提案している．これは，構成則の設計変数微分の導出を不要とする実装上の利点を有する．しかし，同手法は随伴変数法の枠組みで適用されているため，メモリ消費量の問題は依然として未解決のままである．

そこで，本研究では Kato et al. (2015)[1] の陽的感度解析手法と Han et al. (2026)[2] の内挿概念を統合した，新たな感度解析手法を提案する．これにより，高度な非線形材料モデルに対しても容易に拡張可能であり，かつ計算資源の制約を受けにくい実用的なトポロジー最適化が実現される．

本報では，エネルギー吸収性能最大化に対する本手法の定式化を示し，数値計算例を通じてその有効性を検証する．まず，提案手法のメモリ消費量の随伴変数法に対する優位性を証明する．さらに，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準に基づく複数材料を用いた最適化計算例を提示し，構成則が混在する複雑な問題においても力学的に合理的な解が得られることを実証する．

2. 最適化問題

本研究では，密度法に基づく 2 相材料のトポロジー最適化を定式化する．設計変数は各有限要素における材料 2 の体積率 s_j であり，$s_j = 0 \in [0,1]$ が材料 1，$s_j = 1$ が材料 2 に対応する．目的関数 $f(\boldsymbol{s})$ は構造の吸収するエネルギーの最大化とし，制約条件 $g(\boldsymbol{s})$ として構造全体の材料 2 の体積上限 $\hat{V}$ を設ける．

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{s}) = -\int_\Omega \int_{\hat{\varepsilon}} \boldsymbol{\sigma} : \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}\, \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad g(\boldsymbol{s}) = \int_\Omega s_j \,\mathrm{d}\Omega - \hat{V} \le 0 \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{s} = \{s_1, \ldots, s_N\}^T$ は設計変数ベクトル，Ω は設計領域，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力，$\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみ増分，$\hat{\varepsilon}$ は与える変位に対応するひずみである．

従来の密度法では材料定数を内挿するが，本研究では Han et al. (2026)[2] に倣い，エネルギー密度関数 Ψ (Energy Density function, EDF) の内挿概念を導入する．Han らは DMO に基づく内挿関数を適用したが，本研究では SIMP 法に基づく以下の内挿関数を用いる．

$$\Psi = (1 - s_j^p)\Psi^{(1)} + s_j^p \Psi^{(2)} \tag{3}$$

ここで，$\Psi^{(1)}$，$\Psi^{(2)}$ はそれぞれ材料 1，2 のエネルギー密度関数，p はペナルティである．常に $\Psi^{(1)} \le \Psi^{(2)}$ が成立するものとする．式 (3) をひずみで微分することで，以下の応力内挿式が得られる．

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1 - s_j^p)\boldsymbol{\sigma}^{(1)} + s_j^p \boldsymbol{\sigma}^{(2)} \tag{4}$$

3. 感度解析手法

感度解析手法として，Kato et al. (2015)[1] に基づく手法を採用する．同手法では，荷重が変位制御点のみに作用するという条件のもとで，仮想仕事式によって陰的微分項を相殺する．これにより，目的関数感度 $\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s})$ は次式のように陽に導出される．

$$\nabla_{s_j} f(\boldsymbol{s}) = \sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \nabla_{s_j} f_n(\boldsymbol{s}) = -\sum_{n=1}^{n_{\text{step}}} \int_\Omega \nabla^*_{s_j} \boldsymbol{\sigma}_n : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n \,\mathrm{d}\Omega \tag{5}$$

ここで，$\nabla^*_{s_j}$ は現在の変位（ひずみ）を固定した条件付き

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微分を表す．式 (4) より，本定式化における応力感度 $\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n$ は容易に得られる．

$$\nabla^*_{s_j}\boldsymbol{\sigma}_n = p s_j^{p-1}(\boldsymbol{\sigma}_n^{(2)} - \boldsymbol{\sigma}_n^{(1)}) \tag{6}$$

本手法により，弾塑性解析のような経路依存問題においても，複雑な構成則の微分や随伴方程式を必要とせず，各相の応力差のみによる効率的な感度の算出が可能となる．

4. 計算効率の検証

本節では，提案手法の計算効率を随伴変数法[3] との比較により検証する．ここでは，1,250 要素の片持ち梁に対し，荷重ステップ数を 25, 50, 100 と変化させた際の初期 3 ステップの平均計算時間および平均最大メモリ消費量を計測した．なお，材料定数（弾性係数 E，ポアソン比 ν，初期降伏応力 σ_{Y}，弾塑性接線係数 E^{ep}）は Table 1 に準拠する．

検証結果を Fig. 1 に示す．最大メモリ消費量については，随伴変数法は履歴変数の保存に起因してステップ数に対し線形に増大する．対して提案手法は，ステップ数に依存せずほぼ一定の値を維持しており，経路依存性に伴うメモリ制約を根本的に解消していることが確認できる．また，計算時間においても，提案手法は随伴変数法より増加率が小さい．これは，随伴変数法が各ステップでグローバルな随伴方程式の求解を要するのに対し，提案手法は各積分点における局所的な感度更新のみで完結するためである．以上より，大規模かつ多ステップの解析において，提案手法が計算資源の観点で顕著な優位性を有すると実証された．

5. 拡張性の検証

本節では，提案手法の拡張性を示すため，von Mises と Drucker-Prager の降伏基準が混在する複数材料設計への適用例を示す．ここでは，材料 1 に Drucker-Prager 則，材料 2 に von Mises 則を適用したトポロジー最適化を行った (Fig. 2(b))．比較として，両材料ともに von Mises 則に従う従来の材料内挿に基づく定式化[1] による結果も併記する (Fig. 2(a))．なお，材料定数は前節と同様である．

最適化結果を見ると，Fig. 2(b) は (a) と比較して，材料 2

Table 1 Material parameters.

	Material 1	Material 2
E[MPa]	30,000	210,000
ν	0.3	0.3
σ_{Y}[MPa]	30	300
E^{ep}[MPa]	500	2,000

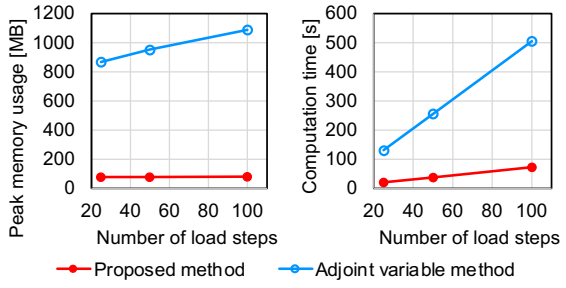


Fig. 1 Verification of computational costs, left: peak memory usage, right: computation time (Avg. of 3 runs; Intel Xeon Gold 6326 2.90GHz, 8 threads).

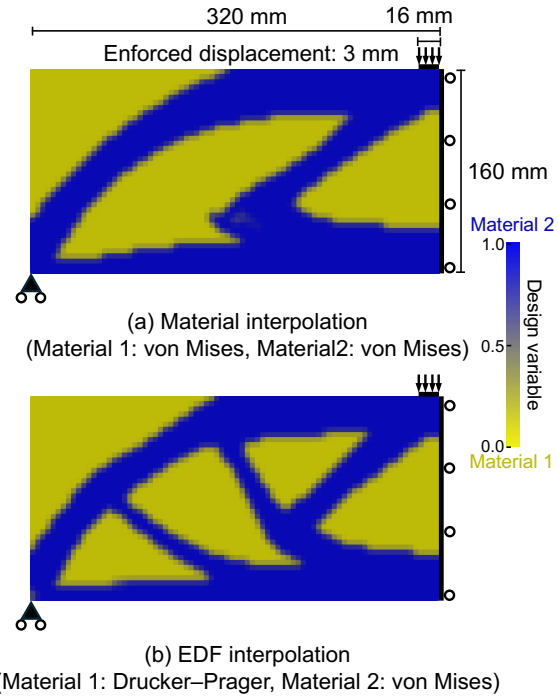


Fig. 2 Optimization results, (a) conventional material interpolation scheme, (b) proposed EDF interpolation method.

の領域が多岐に分岐した構造となった．これは，(b) の材料 1 が Drucker-Prager 則に従い引張強度が低くなるため，引張領域において高い強度を有する材料 2（von Mises）を分散配置し，構造全体の靭性を確保しようとした結果である．

また，目的関数値は (b) が -2.86×10^4 となった．一方，(a) で得られた最適構造に対し，(b) と同一の構成則を用いて再解析を行ったところ，その値は -2.45×10^4 にとどまった．すなわち，(b) の方がより高いエネルギー吸収性能を有している．これは，提案手法が各材料の力学的特性を適切に反映し，複合的な材料モデルに対してより合理的な最適解を導出できたことを示唆している．

6. まとめ

本研究では，計算効率と拡張性を兼ね備えた弾塑性トポロジー最適化手法を構築した．随伴変数法に対するメモリ・計算時間の著しい削減効果を実証するとともに，von Mises と Drucker-Prager 則の混在設計を通じ，複雑な構成則への高い適用性を示した．

参考文献

1) J. Kato, H. Hoshiba, S. Takase, K. Terada and T. Kyoya: Analytical sensitivity in topology optimization for elastoplastic composites, Struct. Multidisc. Optim., 52, pp. 507-526, 2015.
2) J. Han, K. Izui and S. Nishiwaki: Extended discrete material optimization: A generalized framework for multi-material topology optimization of nonlinear material constitutive models, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 451, 118682, 2026.
3) R. Alberdi, G. Zhang, L. Li and K. Khandelwal: A unified framework for nonlinear path-dependent sensitivity analysis in topology optimization, Int J Numer Methods Eng., 115, pp. 1-56, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Ogden モデルと微小変形理論に基づくトポロジー最適化構造の機械的特性の比較検証 （シンポジウム講演概要）

Comparative Verification of Mechanical Properties in Topology-Optimized Structures Based on Ogden Model and Small Deformation Theory (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

島田　知明（名古屋大・工）　奥田　裕也（ヤマハ発動機株式会社）
西口　浩司（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）
Tomoaki SHIMADA, Nagoya University
Yuya OKUDA, Yamaha Motor Co., Ltd.
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In structural design assuming rubber materials, topology optimization based on small deformation theory is often applied in practical or initial design stages due to its low computational cost and ease of implementation. However, it is not guaranteed that such design solutions can perform their intended functions under actual large deformation environments, raising concerns about potential structural failure. In this study, we constructed a finite deformation topology optimization framework using the Ogden model and compared the obtained optimal structures with solutions derived from small deformation theory. Numerical experiments involving large compressive deformation revealed that the solutions based on small deformation theory exhibited significant unstable behavior as geometric nonlinearity increased, failing to support the prescribed load. These results quantitatively demonstrate the indispensability of finite deformation theory in the design of rubber materials.

1. はじめに

ゴム材料を前提とした構造設計において，計算コストや実装の容易さから，実務あるいは初期検討段階において微小変形理論に基づくトポロジー最適化[1]が適用されることが多い．しかし，その設計解が実際の大変形環境下で意図した機能を発揮できるかは保証されず，構造的な不具合を招く懸念がある．特に，防振ゴムや免震積層ゴムのような大変形を前提とする部材では，幾何学的非線形性が支配的となり，微小変形理論に基づく設計解は致命的な機能不全に陥るリスクが高い．本研究では，Ogden により提唱された超弾性モデル[2]を用いた有限変形トポロジー最適化フレームワークを構築し，得られた最適構造を微小変形理論による解と比較する．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示す．

2. 微圧縮性 Ogden model の定式化

有限要素法における数値的不安定性や体積ロッキングを回避するため，本研究ではひずみエネルギー密度関数 Ψ を，偏差項 Ψ_{dev} と体積項 Ψ_{vol} の和として記述する微圧縮性 Ogden モデル[2]を採用する．任意の項数 N を持つ偏差項 Ψ_{dev} は主伸張比 λ_i を用いて次式で定義される．

$$\Psi_{dev} = \sum_{m=1}^{N} \left[\frac{\mu_m}{\alpha_m} (\lambda_1^{\alpha_m} + \lambda_2^{\alpha_m} + \lambda_3^{\alpha_m} - 3) - \mu_m \ln J \right] \quad (1)$$

ここで，J は体積変化率（ヤコビアン），μ_m, α_m は材料定数である．一方，体積項 Ψ_{vol} はペナルティ関数として以下の形式を採用する．

$$\Psi_{vol} = \frac{1}{2}\kappa(J-1)^2 \quad (2)$$

ここで，κ は体積弾性率である．初期せん断弾性係数 μ_0 を $\mu_0 = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N} \mu_m \alpha_m$ とすると，κ は $\kappa = \frac{2\mu_0(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ （あるいは単に $\kappa = 50\mu_0$ などの設定値）で与えられる．

3. 設計変数とエネルギー補間スキームによる安定化

設計変数として，各要素 e に要素密度 $s_e \in [s_{min}, 1]$ を割り当てる（本実装では $s_{min} = 10^{-3}$ とする）．中間密度の補間には SIMP 法[3]を用い，低密度要素の安定化には Wang ら[4]のエネルギー補間スキームを Ogden モデルへと拡張して導入した．本手法は，低密度領域の構成則を，数値的に不安定な超弾性モデルから，幾何学的非線形性を伴わない線形弾性モデルへと滑らかに置換することで計算の安定化を図るものである．具体的には，要素 e における補間されたひずみエネルギー密度関数 $\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e)$ を次式で定義する．

$$\tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, s_e) = (s_e)^p \left[\Psi_{\mathrm{NL}}(\gamma_e \boldsymbol{u}_e) + (1-\gamma_e^2)\Psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{u}_e) \right] \quad (3)$$

ここで，$\boldsymbol{u}_e$ は要素 e の節点変位ベクトル，$(s_e)^p$ は SIMP 法に基づくペナルティ項，p は SIMP 法に基づくペナルティ係数（通常 $p \geq 3$），Ψ_{NL} は Ogden モデル等の非線形ひずみエネルギー密度関数である．また，Ψ_{L} は微小ひずみ理論に基づく線形弾性エネルギー密度関数である．補間係数 γ_e には，密度 ρ_e に依存する平滑化ヘヴィサイド関数[4]を用いた．

4. 最適化問題の設定

本研究では，所定の強制変位（変位制御）条件下における外力仕事最大化を行う．最適化問題は，物理密度 $\boldsymbol{\rho}$ に依存する全ひずみエネルギーの負値を目的関数とし，以下のように定式化される．

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{s}}{\text{minimize}} \quad & J(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{s}), \boldsymbol{u}) = -\Pi_{int} = -\sum_{e=1}^{N_{el}} \int_{\Omega_e} \tilde{\Psi}_e(\boldsymbol{u}_e, \rho_e) d\Omega_e \\ \text{subject to} \quad & \boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{f}_{int}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\rho}) - \boldsymbol{f}_{ext} = \boldsymbol{0} \\ & g(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\sum_{e=1}^{N_{el}} v_e \rho_e}{V_0} - \bar{V} \leq 0 \\ & 0 < s_{min} \leq s_e \leq 1 \quad (e = 1, \ldots, N_{el}) \end{aligned} \quad (4)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Parameters of Ogden model

m	1	2	3
α_m	2.0	4.0	7.0
μ_m (MPa)	1.611	0.4	0.077

ここで，Π_{int} は構造全体のひずみエネルギー，$\tilde{\Psi}_e$ は式 (3) により定義された要素ひずみエネルギー密度関数である．制約条件式の $\boldsymbol{R}$ は力のつり合い式，$\boldsymbol{f}_{int}$ は内力ベクトル，$\boldsymbol{f}_{ext}$ は外力ベクトルである．$g(\boldsymbol{\rho})$ は物理密度に基づく体積制約であり，$\bar{V}$ は許容体積率を表す．最適化アルゴリズムは MMA[5] を用いる．

5.　数値計算例

本検証では，微小変形理論（線形弾性）と Ogden モデルを用いたそれぞれの最適化構造，変形図および荷重変位曲線を比較する．設計領域は 100×40 mm の長方形とし，これを 100×40 要素で離散化した片持ち梁モデルを用いた．最適化時の強制変位量は，線形弾性体では微小変形（0.01 mm），Ogden モデルでは大変形（20.0 mm）を想定した．3 項 Ogden モデル ($N = 3$) のパラメータは Table 1 の値を用い，比較対象の線形弾性体の材料定数は，Ogden モデルの初期接線剛性と一致させた（$E = 8.0$ MPa，$\nu = 0.49$）．体積制約は設計領域の 50% とし，空隙領域の剛性は固体相の 10^{-3} 倍に設定した．

最適化された構造を Fig.1 に示す．線形弾性体では，領域の上下で線対称かつ細長いトラス状の部材が支配的な構造が得られた．一方，Ogden モデルでは，応力集中を緩和するような滑らかなトポロジーが得られた．特に，大変形時に引張・圧縮が著しい箇所に部材が厚く配置される傾向が見られた．Fig.2 に，得られた最適構造に対して鉛直下向きに 20.0mm の強制変位を与えた変形図を，Fig.3 に荷重変位曲線を示す．線形理論に基づく最適解は，変位 5.0mm 付近で部材の局所的な座屈が生じ，急激な剛性低下を示した．これは構造全体がトラス的な軸力支持から，曲げ主体の不安定挙動へ移行したことに起因する．これに対し Ogden モデルによる最適解は，大変形域まで安定して荷重を支持し，高いエネルギー吸収性能を示した．これは，Ogden モデルが伸張に伴う急激な剛性化（ひずみ硬化）を表現できるため，局所的な変形集中が抑制され，部材全体で荷重を分担するメカニズムが働いたと考えられる．微小変形を仮定する最適化では，幾何学的剛性の低下や回転モードの発生を予測できず，大変形環境下では所定の耐荷力を発揮できない危険性があることが実証された．

6.　まとめ

本研究では Ogden 超弾性モデルを用いたトポロジー最適化によって得られた最適構造を，微小変形理論による解と比較した．これにより，ゴム材料設計における有限変形理論の不可欠性を定量的に示した．

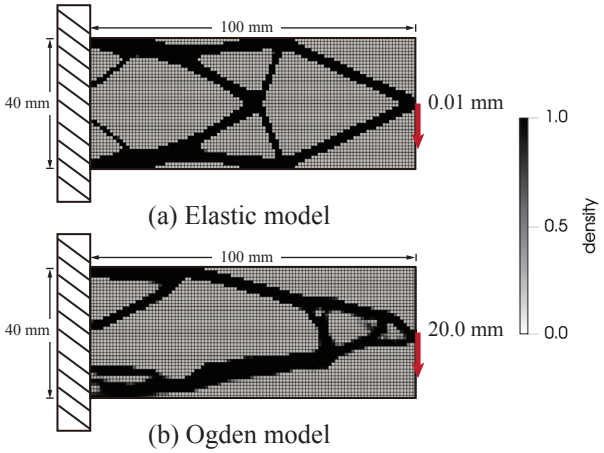


Fig. 1　Optimized structures

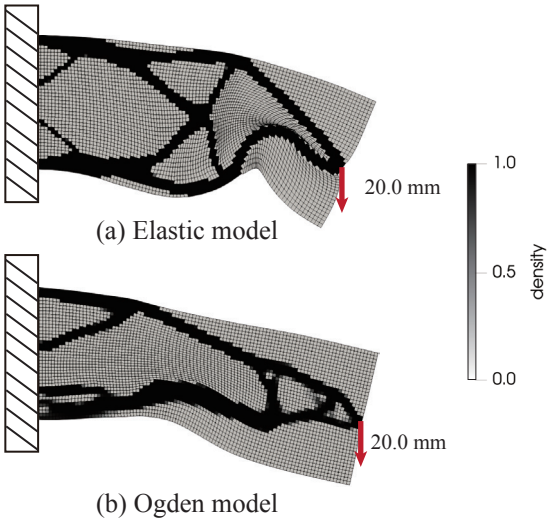


Fig. 2　Deformed structures

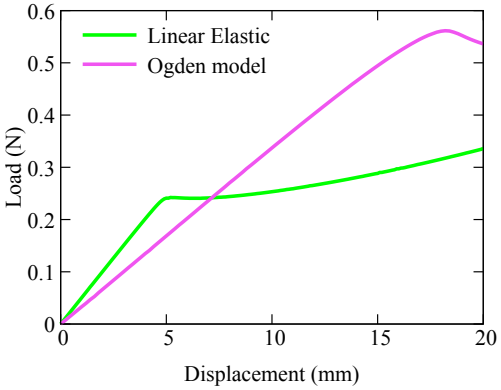


Fig. 3　Load-Displacement curves

参考文献

1) M. P. Bendsøe, N. Kikuchi: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, No.2, pp.197-224, 1988.
2) R. W. Ogden: Proc. Roy. Soc. Lond. A, 326, 565, 1972.
3) M.P. Bendsøe, O. Sigmund: Material interpolation schemes in topology optimization, Archive of Applied Mechanics, 69, pp. 635-654, 1999.
4) F. Wang, B. S. Lazarov, O. Sigmund, J. S. Jensen: Interpolation scheme for fictious domain techniques and topology optimization of finite strain elastic problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.276, pp.453-472, 2014.
5) K. Svanberg: The method of moving asymptotes a new method for structural optimization, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.24, pp.359-373, 1987.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Stable Diffusion を用いたテキスト駆動型トポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Text-Driven Topology Optimization Using Stable Diffusion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野村　璃歩（法政大・デザイン工）　　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Riho NOMURA, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: riho.nomura.8i@stu.hosei.ac.jp

This study explores text-driven topology optimization using Stable Diffusion and ControlNet to balance mechanical constraints with design intent. Using SIMP-generated images for training, we evaluated the model's performance across various resolutions. Results indicate that low-resolution outputs prioritize adherence to mechanical conditions, while high-resolution outputs enhance stylistic control via text prompts. This demonstrates that resolution is a critical factor influencing the trade-off between structural integrity and aesthetic integration. This framework offers a novel approach to integrating generative AI into structural engineering and design.

１．はじめに

近年，企画・構想段階で多様な案を短時間に生成し，要件に応じて探索・比較・選択する，生成デザインが注目されている．土木・建築では剛性などの力学性能に加え，外観・景観に関する，例えば「造形的美しさ」や「周辺環境との視覚的な調和」といった，定性的価値も同時に扱う必要がある．しかし，SIMP 法等のトポロジー最適化は FEM 解析を伴う反復計算のため，条件変更のたびに再計算が必要で設計探索に不向きである．学習ベースの代替モデルやテキスト制御の研究は進む一方，力学条件と意匠指示を同時に条件付けした場合の整理が不足している．

そこで，本研究では Stable Diffusion と ControlNet[1]を用い，境界条件画像とプロンプトを同時入力して最適化結果を拘束生成する枠組みの基礎的な検証を試みる．具体的には，再現性・条件追従性・未学習体積率への汎化と，解像度が条件拘束とプロンプト反映のバランスに与える影響を評価することを試みる．

２．トポロジー最適化と潜在拡散モデルの概要

(1) トポロジー最適化

トポロジー最適化は指定した固定設計領域内で，要求される性能を持つ構造を探索する材料分布問題であり，外形および形態ともに自由度の高い手法である．SIMP 法では，設計領域を要素分割し，各要素に密度を設計変数として材料分布を表現する．境界条件と設計パラメータから，力学的に合理的な密度分布を得る手法である．

(2) 潜在拡散モデル

本研究では，Stable Diffusion とその拡張機能である ControlNet を用いて検証を行う．Stable Diffusion はプロンプトから画像を生成するモデルで，潜在拡散モデル LDM[2]を用いる．LDM はノイズを加える拡散過程と，それを除去して復元する逆拡散過程を反復して学習を行う．Stable Diffusion では，プロンプトのみで境界条件の空間的配置を指定することが難しいため，ControlNet により境界条件を示す条件画像を入力可能にし，より精度の高い条件付けを行った．本検証では，Fig.1 に示すように，正解画像をトポロジー最適化結果，プロンプトを境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語の短文，条件画像を固定点・載荷点を示す図として同時に与える．

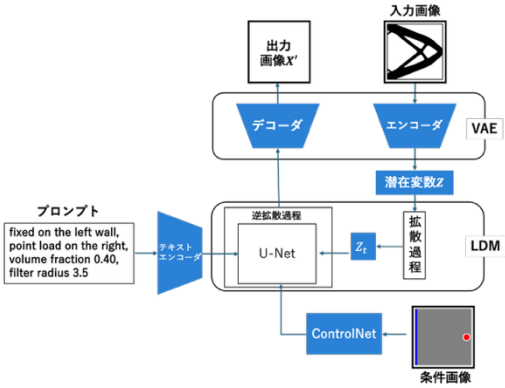


Fig. 1 Model Architecture of Stable Diffusion and ControlNet

３．検証概要

1)　学習データ生成：SIMP 法で左端固定および右端固定の片持ち梁と単純梁のトポロジー最適化を多数実行し，収束した密度分布を正解画像として作成した．Fig. 2 に示すように，固定点･載荷点は灰色背景に描画して条件画像とし，境界条件種別・体積率・フィルタ半径を含む英語短文をプロンプトとして付与した．

2)　生成モデル学習：Stable Diffusion に ControlNet を追加し，トポロジー最適化結果画像を条件画像とプロンプトから生成するよう，ControlNet 部分のみ追加学習した．

3)　評価観点：128 × 128解像度を用いて，学習データ再現性および条件追従性と未学習体積率への汎化を確認する．512 × 512解像度では，数値条件の追従に加え，意匠プロンプト・ネガティブプロンプト・プロンプト強度操作に伴う形態変化と，条件拘束とのトレードオフを整理する．

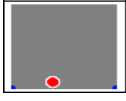
条件画像	正解画像	プロンプト
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the left wall, point load on the right, volume fraction 0.32, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,fixed on the right wall, point load on the left, volume fraction 0.43, filter radius 2.7
		topology optimization result, binary image, structural design, cantilever beam,supported at both bottom ends, point load at lower center, volume fraction 0.05, filter radius 4.0

Fig. 2 Overview of the Training Dataset

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．検証結果

本検証では，128 × 128解像度を用いて，境界条件および数値条件に対するサロゲート性を確認し，512 × 512解像度では意匠テキストによる多様性と条件拘束の関係を検証した．

(1) 学習データ再現性および汎化性能の検証

128 × 128解像度では，Fig. 3 に示すように，学習時と同じ条件を与えると，生成結果は，固定点および載荷点の配置に概ね一致し，条件付きで学習分布を再現できた．また，Fig. 4 の上段に示す体積率の増加に伴う材料量の増大傾向，および同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化など，数値指示に沿った形態傾向が確認された．さらに，Fig. 5 に示すように，載荷点位置の変更に応じて主部材の向きが変化し，条件画像への追従も概ね成立した．一方，体積率の一部区間を除外して学習した場合，Fig.6 に示す通り，内挿は連続的に補完できたが，学習範囲外の外挿では指示と一致しない結果が生じ，汎化に限界があることが確認された．

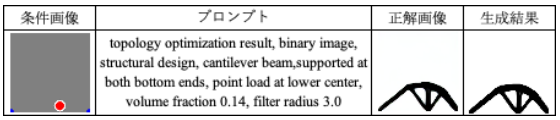


Fig. 3 Reproducibility of the Training Data

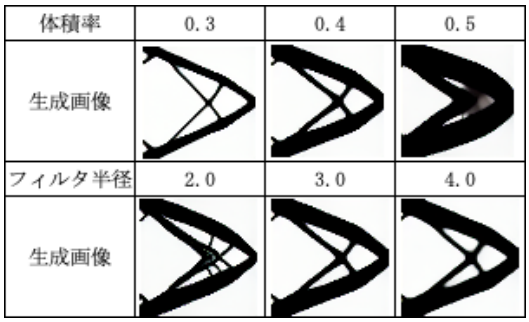


Fig. 4 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

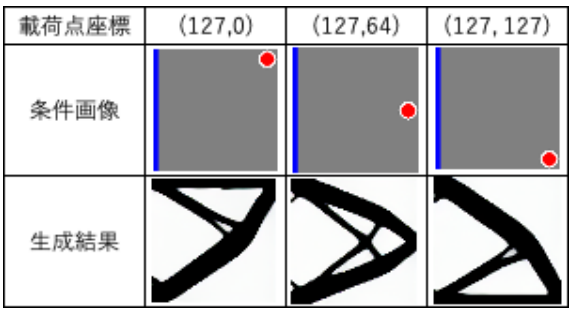


Fig. 5 Compliance with Load Position Changes

(2) テキスト条件に基づくデザイン生成例と解像度の影響

512 × 512解像度では，Fig. 6 の上段に示すように，体積率$f = 0.3$~0.5の範囲で変化させても形態差は小さく，数値条件の反映は限定的であった．一方，同図下段に示すフィルタリング半径の増加に伴う平滑化や載荷点移動に伴う主構造の向き変化は確認されたが，追従が弱い例も見られた．さらに，Fig. 7 に示すように意匠語彙を追加すると，同一境界条件でも分岐の細密化や太線化など表現様式が変化し，ネガティブプロンプトの差異のみでも出力が変化した．加えて，Fig. 8 に示す通り，対象語彙の重みおよびプロンプト強度による影響度の調整も可能であることが可能であった．ただし，強度を高めるほど境界条件や数値パラメータへの追従が弱まる傾向も確認された．

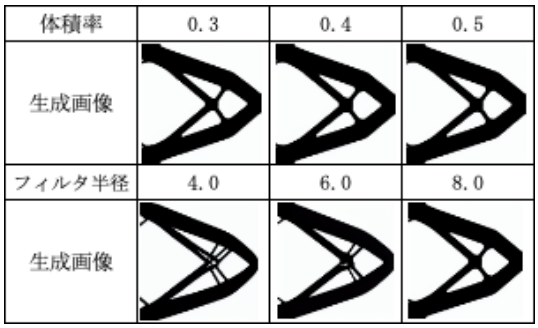


Fig. 6 Compliance with Prescribed Volume Fraction and Filter Radius

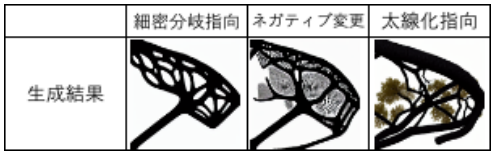


Fig. 7 Comparison of Generated Morphologies under Different Prompts

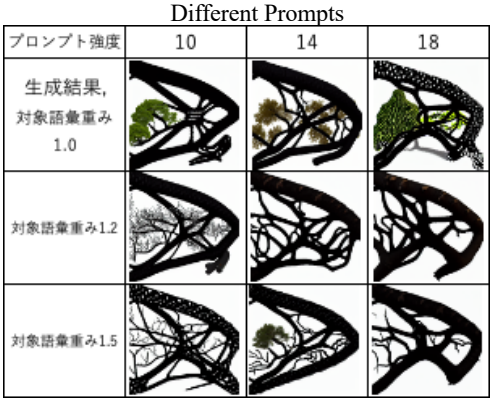


Fig. 8 Effect of Keyword Conditioning Weight and Prompt Strength on Generated Morphology

５．結論

本研究では，Stable Diffusion および ControlNet により，境界条件画像とプロンプトを同時入力してトポロジー最適化画像を生成する枠組みの検証を行った．本研究で用いた128 × 128解像度では，学習データの再現と載荷点追従が概ね成立し，体積率・フィルタ半径の変化に応じた形態傾向も得られた．一方，未学習体積率では内挿は連続的だが外挿では不一致が生じ，汎化に限界がある．また，512 × 512解像度ではフィルタリング半径や載荷点には一定の追従が見られ，さらに意匠語彙や強度操作により形態変化が可能であるが，強度を高めると条件拘束が弱まる傾向が確認された．

参考文献

1) Lvmin Zhang, Anyi Rao, Maneesh Agrawala : Adding Conditional Control toText-to-Image Diffusion Models , arXiv:2302.05543v3, 2023.
2) Robin Rombach, Andreas Blattman, Dominik Lorenz, Patrick Esser, Bjorn Ommer : High-Resolution Image Synthesis with Latent Diffusion Models, CVPR 2022 , arXiv:2112.10752, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

量子ハミルトニアン降下法を用いたトポロジー最適化に関する基礎的検討（シンポジウム講演概要）

A Fundamental Study on Topology Optimization Using Quantum Hamiltonian Descent (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

片野　桃香（法政大・デザイン工）　遠藤　克浩（産業技術総合研究所）　山本　佳士（法政大・デザイン工）
Momoka KATANO, Hosei University
Katsuhiro ENDO, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp

Topology optimization problems often get trapped in local optima and are computationally expensive, making it difficult to obtain a global optimum at practical scales. One potential method to resolve this tradeoff is Quantum Hamiltonian Descent (QHD), derived by quantizing classical gradient descent, which is expected to run with high accuracy on fault-tolerant quantum computer (FTQC). In this study, we propose a quantum algorithm that uses QHD to solve topology optimization problems on FTQC. As a numerical experiment, we validate the proposed method using a simple two-dimensional truss structure and confirmed that an optimal solution can be obtained with appropriate hyperparameter settings.

１．はじめに

トポロジー最適化は，所与の設計領域内で力学的に最適な材料配置を探索する手法であり，構造の位相変化を許容するため高い設計自由度を有する．本質的に 0 と 1 の材料分布を求める組合せ最適化の性質を持つことや，複雑な制約条件が加わることにより，最適化問題は強い非凸性を示し局所最適解に陥りやすいという課題がある．さらに，滑らかで実用的な構造形態を精度良く表現するためには設計領域の高解像度な離散化が不可欠であり，それに伴い設計変数が膨大となる結果，実規模問題では計算負荷が著しく高くなるという課題がある．こうした課題を克服する計算基盤として，近年，誤り耐性汎用量子コンピュータ（FTQC）の実現に向けた研究が加速している．さらに，古典的な勾配降下法を量子化して導出される量子ハミルトニアン降下法（QHD）が提案されており，量子トンネル効果による大域的最適解への収束と，FTQC 上での実行を通じた量子加速の可能性が示されている [1]．本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を試みる．

２．理論

(1) トポロジー最適化

本研究では，コンプライアンス最小化を目的とするトポロジー最適化問題を，制約条件をペナルティ項として組み込んだ目的関数Jの最小化問題として定式化する [2]．

$$J(\boldsymbol{u},\boldsymbol{\rho}) = \lambda_C \boldsymbol{f}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{u} + \lambda_V \left(\frac{\sum_{k=1}^{n_\rho} V_k(\rho_k)}{V_0} - V_T\right)^2 + \lambda_S \|\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{u} - \boldsymbol{f}\|^2 + \lambda_\rho \sum_{k=1}^{n_\rho} \rho_k(1-\rho_k) \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{f}$は対象とする構造に作用する既知の節点荷重ベクトル，$\boldsymbol{u}$は節点変位ベクトルである．$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \ldots, \rho_{n_\rho})$は有限要素ごとの設計変数で，$0 \le \rho_k \le 1$とし，$\rho_k = 1$が材料，$\rho_k = 0$が空隙を表す．また，$n_\rho$は要素数，$V_0$は初期体積，$V_T$は体積制約値，$V_k(\rho_k)$は$k$番目の要素の体積である．$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\rho})$は設計変数$\boldsymbol{\rho}$における有限要素モデルの全体剛性行列である．式(1)中の第 1 項はコンプライアンス，第 2 項は体積制約，第 3 項は釣合い条件，第 4 項は部材の設計変数に関する項を表す．λ_C，λ_V，λ_Sおよびλ_ρは各項の重みを表す重み係数である．

(2) Quantum Hamiltonian Descent (QHD)

QHD では最小化すべき目的関数$J(\boldsymbol{x})$を，時間依存するハミルトニアン$H(t)$のポテンシャル項として組み込む [1]．

$$H(t) = \alpha(t)\left(-\frac{1}{2}\nabla^2\right) + \beta(t)J(\boldsymbol{x}) \quad (2)$$

ここで，tは時間，$\boldsymbol{x}$は最適化問題の設計変数である．$\alpha(t)$は，$\alpha(t) > 0$の単調減少関数，$\beta(t)$は，$\beta(t) > 0$の単調増加関数である．式(2)の右辺，第 1 項は運動エネルギーを表す項であり，第 2 項がポテンシャルエネルギーを表す項である．以下のシュレディンガー方程式を十分に時間発展させることで，量子状態$\psi(\boldsymbol{x},t)$は低エネルギー付近に集中することが分かっている [1]．

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = H(t)\psi(\boldsymbol{x},t) \quad (3)$$

適切なスケジューリングの元で時間発展させることで，高い確率で目的関数$J(\boldsymbol{x})$のより良い解が得られる [1]．

３．量子アルゴリズム

式(3)の連続的な時間発展を量子回路で実装するため，トロッター分解を用いた時間離散化を行う．実際の計算では運動エネルギーとポテンシャルの各項に分割した次式を反復的に適用する [1]．

$$|\psi_{j+1}\rangle = \left[\exp\left(-is\alpha_j\left(-\frac{\nabla^2}{2}\right)\exp\left(-is\beta_j J\right)\right)\right]|\psi_j\rangle \quad (4)$$

ここで，sは，総計算時間Tと反復回数Rを用いて$s = T/R$とする．$j = 0, \ldots, R-1$として，$\alpha_j = \alpha(js)$, $\beta_j = \beta(js)$である．設計変数の離散化は参考文献 [3]を参照されたい．式(4)の右辺のポテンシャル部分は，位置基底において対角行列となるため，位相を与える操作で実装する．一方，運動エネルギー部分は，位置基底では非対角であるため，量子フーリエ変換 (QFT)を行い，フーリエ基底を用いて対角化して実装する．具体的な回路は Fig. 1 に示す．まず，全ての量子ビットに対してアダマールゲート H を適用し，初期状態$|\psi_0\rangle$を一様重ね合わせ状態にする．時間発展の各ステップで，ポテンシャル項$U_{pot}(\beta_j)$を適用後，$U_{kin}(\alpha_j)$を適用する．図の下部に示すように，$U_{kin}(\alpha_j)$は，QFT，対角行列$\boldsymbol{L}$，逆量子フーリエ変換(IQFT)の順に適用する．ここで$\boldsymbol{L}$は$-\nabla^2/2$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の固有値を対角成分に持つ行列である．

また，計算量解析を行った．合計でN_q個の量子ビットを使用すると，本手法のゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．

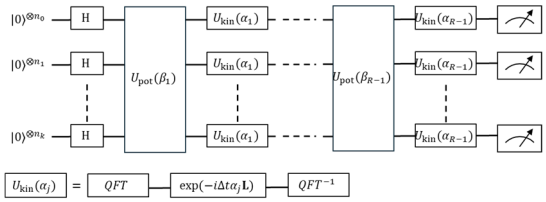


Fig. 1 Quantum circuit for QHD.

4．数値計算例

Fig. 2 に示す，最適解が既知である簡単な 4 節点 4 要素トラス構造に対して提案手法を用いてトポロジー最適化計算を実施した．最適解の出現確率はハイパーパラメータの選定，反復回数などの計算条件により変動する．本数値計算例では，適切な計算条件により，Fig. 3 に示す最適な構造に対応する解の出現確率を高められることを確認した．

重み係数には，λ_C，λ_V，λ_S，λ_ρがある．重み係数の設定が最適解の出現確率に与える影響について検証を行った．Leng et al.[1]の実験的なパラメータで関数$\alpha(t) = \frac{2}{s+t^3}$，$\beta(t) = 2t^3$，総計算時間$T$を10，反復回数$R$を$10^4$としていることを参考にした．$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$を固定し，$\lambda_\rho = 1,10,100$を比較した．$\lambda_\rho = 1$では，最適解が出現確率の上位 50 の中に観測されなかった．上位 50 の解の多くに設計変数$\boldsymbol{\rho}$が 0 または 1 に十分に収束していない解が存在した．$\lambda_\rho = 10$では，全探索空間の中で 2 番目に高い確率を持つ状態は最適解と一致したが，最適解の出現確率は 0.0108%であった．$\lambda_\rho = 100$では，全探索空間の中で最も高い確率をもつ状態は最適解と一致した．最適解の出現確率は 0.0561%であった．

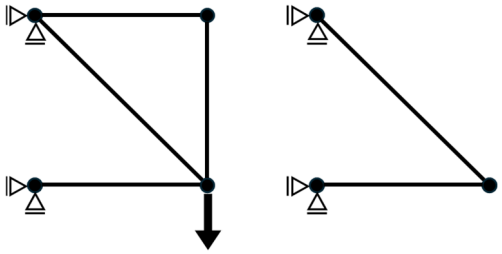


Fig. 2 Initial placement of truss structure.

Fig. 3 Optimal structure.

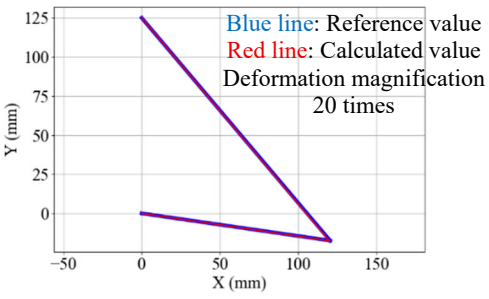


Fig. 4 Deformation diagram.

Fig. 5 および Fig. 6 に反復回数$R = 10^4$のときと$R = 10^5$のときの目的関数の期待値の推移を示す．重み係数は，$\lambda_C = 1.0 \times 10^{-3}$，$\lambda_V = 1$，$\lambda_S = 1$，$\lambda_\rho = 100$とした．いずれも収束挙動を示すが，$R = 10^5$はより低い期待値で収束した．最適解の出現確率において，$R = 10^4$のとき 0.0561%，$R = 10^5$のとき 54.6%であった．反復回数を増やすことで，最適解の出現確率が向上することを確認した．

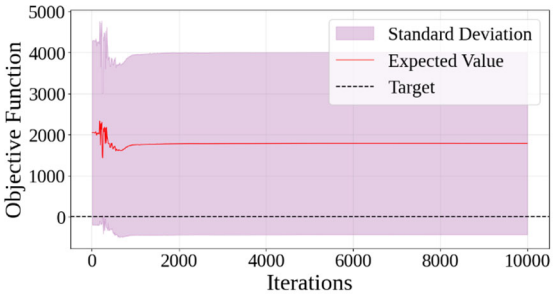


Fig. 5 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^4$).

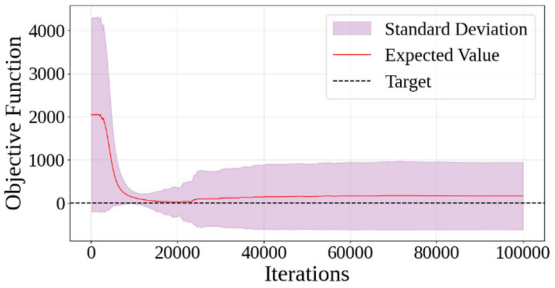


Fig. 6 The history of the expected value and standard deviation per 10 steps ($R = 10^5$).

5．結論

本研究では，QHD を用いてコンプライアンス最小化を目的としたトポロジー最適化問題を FTQC 上で解く量子アルゴリズムの開発を構成し，ゲート複雑性評価および簡単なトラス問題による検証をした．提案したアルゴリズムのゲート複雑性は$O(N_q^4 R)$である．また，適切な重み係数や反復回数などのハイパーパラメータ適切に設定することで最適解の出現確率を高められることが分かった．

今後は収束に必要なステップ数Rの量子ビット数に対してどのようにスケールするかについての数値実験を通じた検討が必要である．

参考文献

1) Jiaqi Leng, Ethan Hickman, Joseph Li, and Xiaodi Wu: Quantum Hamiltonian Descent, arXiv:2303.01471, https://arxiv.org/abs/2303.01471, 2023
2) 北里崚，芳賀琹，遠藤克浩，山本佳士：量子最適化アルゴリズムと HOBO 型定式化によるトポロジー最適化に関する基礎的研究， 計算工学講演会論文集，Vol. 30，2025
3) Francisco Chicano, Gabiel Luque, Zakaria Abdelmoiz Dahi, and Rodrigo Gil-Merino: Combinatorial Optimization with Quantum Computers, arXiv:2412.15778, https://arxiv.org/abs/2412.15778, 2024

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (4)

座長:廣畑 幹人(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[23001] SfM による3次元再構成と熱収支解析を統合したRC道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

*柴野 一真[1]、鈴木 哲也[2] (1. 新潟大学大学院、2. 新潟大学)

9:25 ~ 9:40

[23002] 分散繊維モデルを導入した拡張RBSMによる繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

*眞壁 椋[1]、木村 管杜[1]、白石 美稀[1]、山本 佳士[1] (1. 法政大学)

9:40 ~ 9:55

[23003] 亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 誉[1]、西垣 駿[2]、Fincato Riccardo[3]、堤 成一郎[2] (1. 住友重機械工業株式会社、2. 大阪大学、3. パドヴァ大学)

9:55 ~ 10:10

[23004] SRCNNを用いたコンクリートコアCT画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

*池田 弘毅[1]、柴野 一真[2]、向井 萌華[2]、鈴木 哲也[3] (1. 新潟大学大学院総合学術研究科、2. 新潟大学大学院自然科学研究科、3. 新潟大学自然科学系（農学部）)

10:10 ~ 10:25

[23005] 面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 ー繰返し弾塑性FEM解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価ー（シンポジウム講演概要）

*田中 颯人[1]、カン ウンブン[2]、﨑本 隆洋[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. JFEスチール株式会社、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SfM による 3 次元再構成と熱収支解析を統合した RC 道路擁壁の表面温度推定（シンポジウム講演概要）

Surface Temperature Estimation of RC Road Retaining Walls Integrating 3D Reconstruction by SfM and Heat Balance Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴野　一真（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Niigata University
E-mail: kazuma3267@gmail.com

Infrared thermography effectively detects subsurface damage in concrete structures, but surface temperature distribution is influenced by environmental conditions, thermal properties, and shadow effects. This study integrates passive infrared thermography with heat balance analysis and shadow simulation using three-dimensional mesh models from Structure from Motion photogrammetry. Applied to a west-facing road retaining wall, results showed shadow retreat from coping structure fundamentally governed thermal contrast development, with maximum temperature difference of 5.86°C at 16:00. Heat balance simulation predicted surface temperatures with Mean Absolute Error of 3.2-4.9°C, confirming effectiveness of rigorous analysis considering detailed geometry and shadow effects for structural assessment.

1．はじめに

パッシブ赤外線サーモグラフィは，コンクリート構造物の表層損傷検出において有効な非破壊検査手法である．実環境におけるコンクリート表面温度は，気象条件（日射量，気温，風速），コンクリート内部の熱伝導，表面特性（放射率）に代表される複数の要因によって決定される．構造物形状や周辺地形による影の影響は，表面に到達する日射量を大きく変化させるため，正確な表面温度予測には影の時空間分布を考慮した熱収支解析が不可欠である．従来の数値シミュレーション研究では，CAD ベースの簡略化された形状モデルが用いられてきたが，これらは実構造物の複雑な三次元形状，周辺地形，隣接構造物に挙げられる影効果に寄与する要素を適切に表現できない．道路擁壁のような供用構造物では，笠コンクリートや周辺地形による影が表面温度分布に支配的な影響を与えるため，これらの幾何学的特徴を高精度に再現することが重要である．

Structure from Motion（SfM）は，複数の画像から高精度な三次元点群およびメッシュモデルを生成可能であり，実構造物の詳細な幾何形状を取得できる．SfM により取得された三次元メッシュモデルを用いることで，太陽位置に対する構造物表面の向きと，周辺物体による遮蔽を考慮した影の時系列変化を再現することが可能となる．レイトレーシング手法（本研究では，Möller-Trumbore 交差判定アルゴリズム [1]）を適用することで，各時刻における各面への直達日射の有無を判定できる．

本研究では，SfM によって取得した高精度三次元メッシュモデルを用いた影シミュレーションと，一次元非定常熱伝導解析を統合した熱収支解析により，RC 道路擁壁の表面温度を予測する手法を開発する．この統合アプローチにより，実環境における複雑な影の影響を考慮した表面温度予測が可能となり，パッシブ赤外線サーモグラフィによる表層損傷検出の精度向上が期待される．

2．解析方法

SfM によって取得した三次元メッシュモデルを用いて影の影響シミュレーションと統合した熱収支解析により，コンクリート表面温度を計算する（Fig. 1）．影の影響に関しては，太陽位置に対する三次元メッシュの幾何学的解析を通じて，日射量に反映する影を再現する．コンクリート表面の熱収支は以下の式で表される [2]．

$$R_n = H + G \tag{1}$$

ここで，R_nは正味放射量（W/m²），Hは顕熱伝達（上向きを正，W/m²），Gは地中伝導熱（下向きを正，W/m²）である．正味放射量は，日射量の吸収と長波放射の収支によって決定される．顕熱伝達は，コンクリート表面と大気との間の温度差によって生じる対流熱伝達である．地中伝導熱は，熱伝導率，比熱，密度，時間，深さを含む熱伝導方程式を用いて計算される．影の検出には，Möller-Trumbore 交差アルゴリズムを用いたレイトレーシングを採用した．太陽と向き合っていると分類された面については，全てのメッシュ三角形に対して交差判定を実施する．

供用中の鉄筋コンクリート（RC）道路擁壁において，一連の測定を実施した．対象擁壁は 1973 年に建設され，擁壁表面の方位は西向きである．擁壁の上部は笠コンクリートで覆われている．損傷状態としては，表面欠陥や横方向のひび割れの存在が観察された．熱画像は，Zenmuse XT2 赤外線カメラを用いて取得した（FLIR 社）．仕様は，スペクトル範囲（7.3 μm～13.5 μm），視野角（32° × 26°），空間分解能（640 × 512）である．

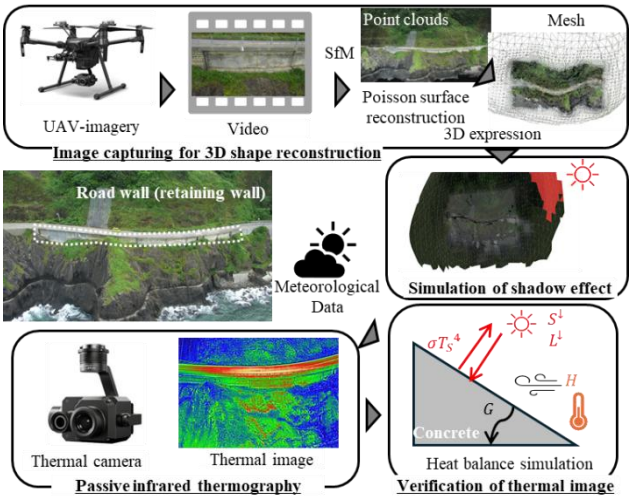


Fig. 1 Overview of this study for in-service RC road walls.

３．結果および考察

３．１　表面温度の時系列変化と影の影響

浮き部および無損傷部の表面温度を 8:00 から 16:00 まで測定した結果，両箇所間の温度差は笠コンクリートによる影の影響を受けていると考えられた．8:00 では両箇所とも約 14 度で温度差は 0.40 度であり，12:00 には影の影響により無損傷部が浮き部より高温を示し-0.96 度の温度差が示された．14:00 以降，笠コンクリートによる影が移動し，壁面が直達日射を受け始めると，浮き部の温度上昇が顕著となった．16:00 に最大温度差 5.86 度（浮き部 36.0 度，無損傷部 30.2 度）が検出され，ASTM 基準の最小検出閾値 0.5 度 [3]を大幅に上回った．この結果は浮き下の空気層による断熱効果が表面温度上昇を促すことを示唆していた．

３．２　SfM に基づく影シミュレーションの妥当性検証

SfM により取得した三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーション結果は，可視画像と高い一致を示した（Fig. 2）．Möller-Trumbore 交差アルゴリズムにより，笠コンクリートによる影の時系列変化を再現した．8:00 から 12:00 まで壁面は影に覆われ，14:00 より影が遷移を開始し，16:00 に完全な直達日射を受ける状態となった．この影の遷移過程が熱コントラストに影響を与えることが確認された．

３．３　熱収支解析による温度推定精度

影シミュレーション結果と気象データを統合した熱収支解析により，浮き部および無損傷部の表面温度変化を推定した．一次元非定常熱伝導解析により浮き下の空気層による断熱効果をモデル化し，測定値に対する平均絶対誤差（MAE）は 3.2 度～4.9 度であった（Fig. 3）．本解析は両箇所間の温度差の時間変化を適切に再現し，特に午後の表面温度の上昇過程を示した（Fig. 4）．再現困難な笠コンクリートによる影の効果を，SfM ベースの形状モデルにより適切に考慮できたことが，予測精度向上に寄与したと考えられる．

４．おわりに

本研究は，SfM 写真測量による三次元メッシュモデルに基づく影シミュレーションと熱収支解析を統合し，供用 RC 道路擁壁の表面温度推定を行った．得られた主要な知見を以下に示す．

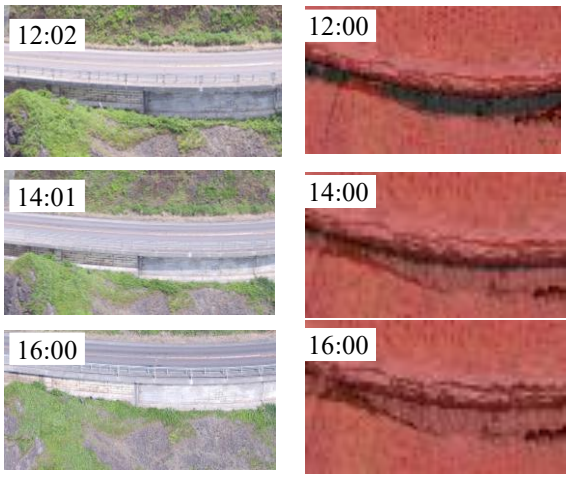
（1）　Möller-Trumbore 交差判定により，笠コンクリートを含む複雑形状の影を高精度に再現した．影遷移が表面温度変化を支配し，16:00 に最大温度差 5.86 度が確認された．

（2）　一次元非定常熱伝導解析により浮き下空気層の断熱効果をモデル化し，表面温度を平均絶対誤差 3.2～4.9 度で推定した．

本手法は，三次元形状に基づく影シミュレーションおよび熱収支解析が，パッシブ赤外線サーモグラフィによる損傷検出に有効であることを実証した．

参考文献

1) Möller, T. and Trumbore, B.: Fast, minimum storage ray/triangle intersection, In ACM SIGGRAPH 2005 Courses, pp. 7-es, 2005.
2) 近藤純正：水環境の気象学 － 地表面の水収支，朝倉書店，1994.
3) ASTM International. ASTM D4788-03(2022): Standard Test Method for Detecting Delaminations in Bridge Decks Using Infrared Thermography, West Conshohocken, PA: ASTM International, 2022.



(a) Visible images　(b) Simulated results

Fig. 2 Simulated results of shadow effect.

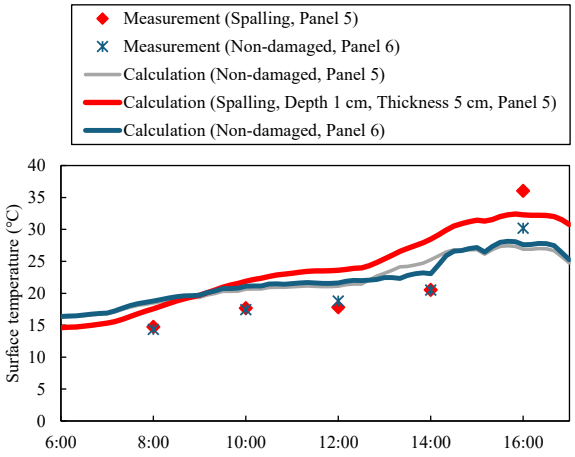


Fig. 3 Measured and calculated surface temperature at spalling and non-damaged points.

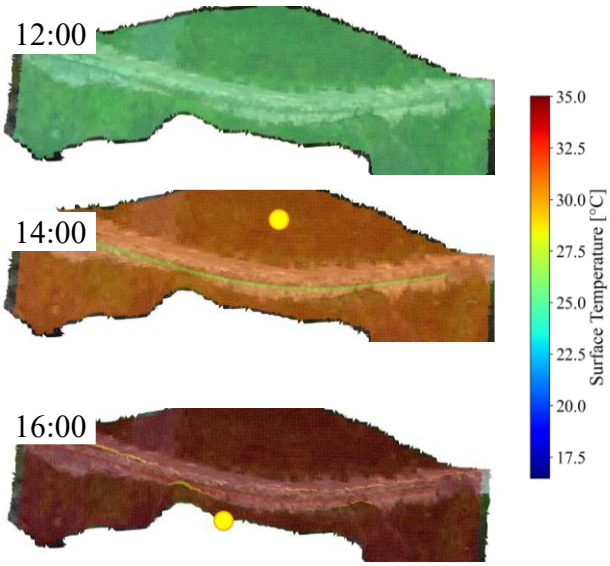


Fig. 4 Calculated surface temperature variation due to shadow effect.

分散繊維モデルを導入した拡張 RBSM による 繊維補強モルタル材料の衝撃破壊シミュレーション（シンポジウム講演概要）

Impact Failure Simulation of Fiber-reinforced mortar specimens Based on an Extended RBSM Incorporating a Smeared fiber model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

眞壁　椋（法政大・デザイン工）木村　管杜（法政大・デザイン工）
白石　美稀（法政大・デザイン工）山本　佳士（法政大・デザイン工）
Ryo MAKABE, Hosei University
Kanto KIMURA, Hosei University
Mitsuki SHIRAISHI, Hosei University
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
E-mail: ryo.makabe.3j@stu.hosei.ac.jp

In this study, we developed a dynamic extension of an extended Rigid Body Spring Model (RBSM) incorporating a smeared fiber model that has been validated for the static behavior of (3D-printed) 3DP specimens. The dynamic formulation accounts for geometric nonlinearity and contact behavior, enabling impact simulations of fiber-reinforced specimens. Impact failure analysis were performed using the proposed method, and the results qualitatively reproduced crack-suppression behavior due to fiber bridging effects.

１．はじめに

近年, 土木･建築分野において 3D プリンティング（3DP）技術の実用化が進められている．3DP の特徴である，自由な造形性を活かした複雑形状の構造物を実現するためには，数値解析に基づく安全性評価手法の確立が重要な課題となっている．材料押出方式によるプリント材料には，繊維補強モルタルが用いられることが多く，また，積層プロセスに起因して，繊維の配向や積層界面の影響による異方性が生じること明らかになっている．したがって，プリント部材の力学的挙動を精度良く評価するには，繊維の種類および配向性により変化する繊維の架橋効果と積層界面の存在による異方性挙動の双方を適切にモデル化することが不可欠である．一方，我が国では災害が激甚化・頻発化しているため，静的のみならず動的な作用に対する安全性の評価も重要な課題である．著者らは [1)3)]，異方性挙動も再現しつつ, 従来のように繊維を 1 本 1 本モデル化するのではなく，等価な数個のバネで表すことで計算負荷を抑えた，分散繊維モデルを開発している．しかし，同手法は静的な解析手法に留まっていた．一方，著者ら [2)]は幾何学的非線形性を考慮した剛体バネモデル（RBSM）を衝撃作用下の接触･衝突現象まで再現可能とした．そこで，本研究では，著者ら [2)]が開発した RBSM の動的解析手法に，分散繊維モデル [1)3)] を組み込んだ手法を開発する．さらに，本開発手法による衝撃破壊解析を実施し，定性的な検証を実施する．

２．解析手法

（１）3 次元剛体バネモデル

RBSM とは Figure 1 に示すように, 剛体要素とバネの集合体としてモデル化し, 要素間に分布するバネのエネルギーを評価することで, 力学的特性を追究する手法である. 境界面上の各積分点には計 3 個のバネが配置され, それらに非線形性を導入することで対象の変形･破壊挙動を追跡する. 本研究では, RBSM と低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目した, 幾何学的非線形性および接触挙動を考慮した静的･動的解析手法 [2)]を用いた.

（２）解析に使用するバネの構成モデル

RBSM における要素間バネの応力－ひずみ関係には，山本ら [4)]が提案した非線形構成モデルを導入した．バネに導入する材料パラメータは計 15 個存在し，従来，コンクリート材料試験を対象にキャリブレーション解析して得られたパラメータを使用していた．本研究では，繊維補強モルタルを対象とするため，既往研究 [3)]のキャリブレーション解析により定量的な妥当性が確認されたパラメータを用いる．

（３） 分散繊維モデル

本研究で用いる分散繊維モデル [3)]は，剛体要素境界面の積分点に繊維バネを配置することで架橋効果を表現する（Figure 2）．剛体要素境界面の積分点の面積から Naaman[5)]の理論に基づき, 各面に横切る架橋繊維本数を算出し，Figure 3 に示す最大架橋力を境界として定義物理量を切り替える架橋力−ひずみ･ひび割れ幅併用型構成則に，その本数を乗ずることで実数本の繊維の架橋効果を再現する．なお，本研究におけるピーク架橋応力$\sigma_{p,fiber}$ (N/mm^2)，ピーク架橋応力時のひずみε_p，損傷係数k は（２）と同様，既往研究 [3)]により妥当性が確認されたパラメータを用いる．

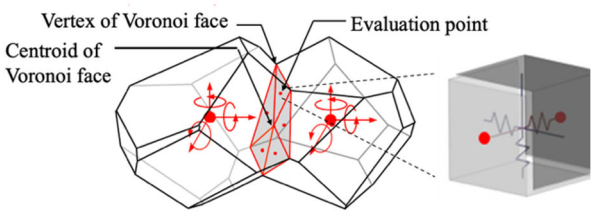


Figure 1.　Overview of RBSM

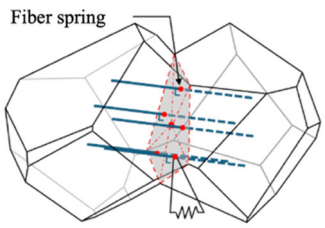
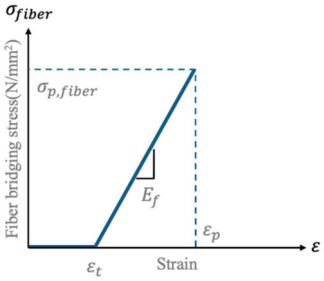
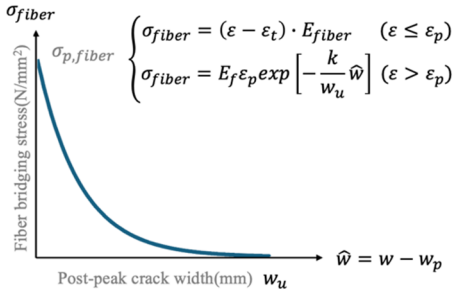


Figure 2.　Smeared fiber model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Pre-peak region



(b) Post-peak region

Figure 3. Single fiber combined bridging stress-strain and crack width constitutive law

３．繊維補強モルタル部材の衝撃破壊解析

ここでは，Ye et al.[6]により実施された衝撃破壊実験のモデル，条件を参考に，解析を実施する．また，繊維を配合しない条件も併せて解析を実施し，繊維の架橋効果を確認する．なお，本研究では手法検証の第一段階として，積層異方性を考慮しない打込み供試体を対象とした．解析モデルを Figure 4 に示す．供試体は長さ 400mm，幅 100mm，高さ 100mm で，平均要素寸法 10mm とした．この供試体上部中心に，直径 40mm，質量 49.135kg の球形重錘を高さ 1000mm から落下させる．解析では，初期衝突速度 4.4m/s とした．境界条件は，長さ 50mm，350mm 地点で，10mm の立方体を幅方向に 10 個配置することで表現した．繊維は，PE 繊維で，長さ 6.0mm，直径 0.012mm，ヤング係数 23.0kN/mm^2，引張強度 900N/mm^2 で，繊維混入率は 0.5%，2.0%の 2 パターンとした．Figure 5 に，$\sigma_{p,fiber}$を 3.98N/mm^2，ε_pを 0.024，kを 4.0 とした時の解析結果(衝突後 6ms)を示す．これより(a)では大きなひび割れが確認される一方，(c)では，ひび割れが，開口，進展していないことが分かる．以上のことより，定性的にではあるが，繊維の架橋効果によるひび割れ抑制効果が表現できていることが分かる．また，(b)では，繊維量が少ないため，ひび割れが進展した．ただし，架橋効果は表れているため，(a)よりもひび割れの進展が遅れていることが確認できた．以上より，変形図から，本解析手法によって衝撃作用下の繊維の架橋効果を定性的に再現可能であることを確認した．

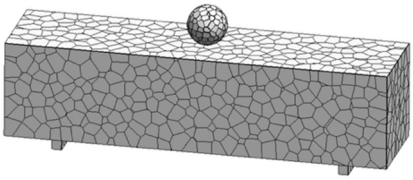
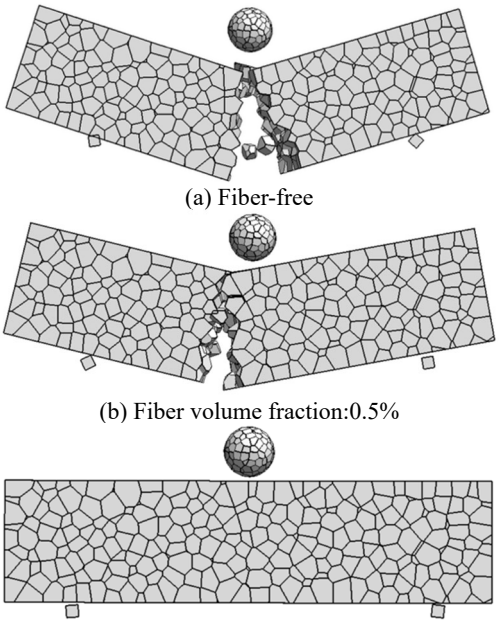


Figure 4. Mesh discretization for impact failure simulation



(a) Fiber-free

(b) Fiber volume fraction:0.5%

(c) Fiber volume fraction:2.0%

Figure 5. Results of impact failure analysis

４．結論

本研究では，繊維補強モルタル材料の力学的特性を再現できる分散繊維モデルを組み込んだ RBSM を動的に拡張した．さらに提案手法の定性的な架橋効果の再現性を検証した．その結果，繊維混入率の増加に伴うひび割れ抑制挙動が定性的に再現され，妥当性が示された．なお，参考文献 3)では，繊維の架橋効果に加えて，3DP 材料の積層界面に起因する異方性を表現可能な手法を提案しており，既に，本研究で提案している動的 RBSM に導入している．今後は，3DP 材料の静的および動的作用下の力学応答の妥当性確認を実施する予定である．

参考文献

1) 白石美稀，山本佳士，小倉大季，原紘一朗：分散繊維モデルを用いた RBSM による積層繊維補強モルタル材料の異方性破壊シミュレーション，土木学会全国大会年次学術講演会, 2025
2) Kimura, K. and Yamamoto, Y., Concrete structures: extended lifetime, limit impacts. Proceedings of the 2025 FIB International Symposium, held in Antibes, France June 16-18, 2025, pp846-857.
3) Shiraishi, M., Yamamoto, Y., Ogura, H. and Hara, K.: Simulation of anisotropic Failure in 3D-Printed Fibre-Reinforced Mortar members Using 3D RBSM with Smeared-Fibre Model, Fib 2026 Proceedings for the 2026 Fib Congress (submitted), 2026
4) 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：3 次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文集 E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008
5) Naaman，A.E.: A Statistical Theory of Strength for Fiber Reinforced Concrete, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology，1972.9.
6) Ye, H., He, Q., Ping, P., Pan, J. and Zhu, B.: Anisotropic flexural behavior and energy absorption of 3D printed engineered cementitious composites (3DP-ECC) beams under low-velocity impact, Cement and Concrete Composites，vol.163，2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

亀裂面腐食による疲労寿命延伸技術の疲労性能評価（シンポジウム講演概要）

Fatigue Performance Evaluation of Fatigue Life Extension Techniques Using Crack Face Corrosion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴田　誉（住友重機械工業（株））　　西垣　駿（大阪大・工）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大・工）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd., Syun Nishigaki, Osaka University
Riccardo FINCATO, Padua University, Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University
E-mail: homare.shibata@shi-g.com

Recent studies have focused on the fatigue life extension technique that utilize the fatigue crack closure effect induced by inserting artificial materials into crack surfaces. In this research, numerical investigations are performed to evaluate the fatigue life extension caused by corrosion products by a methodology for the investigation of the crack propagation phenomenon under the elasto-plastic state. The results show good agreement with the experimental data by considering Young's modulus of corrosion products on crack faces.

１．はじめに

我が国における社会インフラの深刻な老朽化を背景として，低コスト・簡易な亀裂補修手法の確立が望まれている．

その一つとして，亀裂内部に開口部から物質を注入し亀裂閉口現象を促進させる手法提案がある．北川ら [1]によって亀裂面内に接着剤を用いた検討が行われ，その有用性が示された．その後も高橋ら [2]，Putri ら [3]によって検討が行われている．いずれも，施工時の条件に依存はするものの，亀裂停留を含む大きな疲労寿命延伸効果が報告されている．

中でも，Putri ら [3]による手法は，鋼材の亀裂内部に液体の腐食促進剤を注入して発生させた腐食生成物を活用するもので，亀裂面全体に容易に広がることから，複雑な形状を呈する実構造物への適用が期待される．CT 試験片に対して，荷重条件および疲労予亀裂長さ$a_{co.}$を変化させた検討が行われ，亀裂停留を含む大幅な疲労寿命延伸効果が得られる場合があることを報告しているが，腐食生成物の堆積量や物性値取得など，詳細な検討は行われていない．

これを踏まえて，著者ら [4]は，疲労予亀裂を導入した SENT 試験片に対して同様の検討を行い，疲労亀裂進展寿命の延伸効果の把握と腐食生成物堆積量の定量計測を実施し，亀裂内部の腐食生成物が力学的に亀裂閉口に寄与していることを示した．

一方で，疲労現象のメカニズムを反映した高精度数値シミュレーションによる評価検討も重要である．著者ら [5]はこれまで，巨視的弾性状態を含む応力ひずみ関係を高精度に再現可能な繰返し弾塑性モデルの開発を進めており，局所的な弾塑性応答から疲労亀裂発生寿命を予測する手法を提案した．近年では，それを活用した疲労亀裂進展寿命評価手法の提案を行い，CT 試験片や SENT 試験片，十字継手などに対する検証を進めてきた．さらに，この手法は，亀裂面腐食状態を含む酸化物亀裂閉口状態を再現する手法へと拡張 [6]された．具体的には，疲労亀裂面が大きく腐食し亀裂閉口が促進される影響を，亀裂面要素への熱膨張により再現し，亀裂面が早期に接触し閉口する現象の再現を行った．ただし，亀裂面膨張による亀裂閉口促進というメカニズムは再現されたものの，実際の膨張状況と対応していない点や，解析対象条件が応力比R>0 に限定されていた点などに更なる検討の余地を有していた．

そこで，本研究では，応力比R<0 で行われた実験結果に対して，上記解析手法を援用した解析検討を行った．

２．再現対象とする腐食疲労試験

本章では，再現対象とした腐食疲労試験の概要について述べる．著者ら [4]は，Putri ら [3]による先行検討を参考に，35%硝酸を活用した腐食疲労試験を実施した．荷重条件は，Table 1 に示される通りとした．

初めに，①大気中で切欠き底から疲労予亀裂$a_{co.}$を導入する．次に，②試験速度を低下させ，亀裂面内に 35%硝酸を注入し，亀裂面に腐食生成物を堆積させる．ここでは，24 時間以上の腐食養生期間を設ける．最後に，③①と同条件の下，試験片を最終破断させる．得られる結果の一例を，後述の解析結果とともに Fig. 4 に示す．この結果より，腐食直後に亀裂進展挙動が急激に変化し，大きな寿命延伸効果が確認できる．

３．亀裂面腐食を考慮した疲労亀裂進展寿命評価手法

まず初めに，疲労予亀裂導入時の再現解析を行う．ここでは，疲労亀裂発生寿命N_cの間に，疲労亀裂がΔaだけ進展すると考えた評価を行う．すなわち，疲労亀裂進展速度da/dNを式(1)にて表現する．詳細は著者ら [6]の検討を参照されたい．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

続いて，亀裂面腐食による亀裂閉口現象が促進される状態を模した再現解析を行う．ここでは，疲労予亀裂長さ$a_{co.}$となるまで上記解析を繰り返した解析モデルに対して最大荷重を載荷したまま，亀裂面要素への入熱解析を行う．

著者ら [4]の実験検討によれば，腐食生成物堆積量計測結果は最大 30~40μm 程度であり，亀裂面内部を埋め尽くしていると考えられる．そのため，亀裂空間を満たすだけの体積膨張はしているものと仮定し，十分大きな入熱量を与えた膨張工程とする．

その際，亀裂面要素は，金属母材と腐食生成物が混在した状況となるため母材と比べて変形しやすいと想定され，荷重載荷によって大きく体積変化すると考えられる．特に，圧縮応力が付与された場合，圧縮の塑性変形を生じ，亀裂閉口効果が弱まることも想像される．そこで，亀裂面要素には母材同様に弾塑性材料モデルを設定するが，その際に等方弾性係数Eのみを調整し，亀裂面の腐食生成物が圧縮塑性変形する様子を再現する．

最後に，疲労予亀裂導入時と同じ亀裂進展解析を続ける．

４．解析モデルおよび解析結果

Fig. 1 に，解析に使用した 3 次元 FE モデル（1/2 対称モ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デル）および付与した境界条件を示す．

亀裂は，切欠き底を起点として荷重載荷方向の直角方向に進展するものと仮定した．解析には，有限要素解析ソフト ADVENTURECluster2022 を使用し，材料モデルにユーザーサブルーチン機能を使用して疲労 SS モデル [5]を実装した．

亀裂停留はせずとも大幅な寿命延伸効果を示した Case1 の結果を対象として，腐食解析後の亀裂面要素弾性係数Eに対するパラメトリック解析を実施した．

Fig. 2 に，腐食模擬解析前後における最大荷重・最小荷重載荷時の亀裂周辺の応力分布を示す．なお，表示応力は荷重載荷方向の応力である．この結果より，腐食模擬解析前後において最大荷重載荷時の応力分布に明瞭な差はみられないものの，最小荷重載荷時においては亀裂先端前方の応力が上昇していることがわかる．これは，亀裂面要素膨張により亀裂閉口が促進された結果であり，実験と同じメカニズムで再現がされている．

続いて，亀裂面要素の弾性係数Eを各種変化させて評価した疲労亀裂成長曲線を Fig. 4 に示す．同荷重条件による非腐食試験片における疲労亀裂成長曲線の結果を□にて併せて表示している．この結果より，弾性係数Eに従って疲労亀裂成長曲線の腐食後の速度回復挙動の違いが見て取れ，E=92.5GPa のときに実験結果の立ち上がり位置および角度を概ね再現可能であることが確認できる．

Fig. 3 に腐食模擬解析直後における亀裂面要素の様子および繰返し荷重載荷後の変形の様子を示す．この結果より，腐食模擬解析によって亀裂面要素が膨張する様子および繰返し荷重によって亀裂面要素が圧縮塑性変形する様子が確認できる．この原因としては，公称応力として大きな圧縮応力が作用した影響に加え，$a_{co.}$=0.4mm という全体構造に対して微小な亀裂長ゆえの荷重除荷による圧縮応力が重畳したためである．すなわち，亀裂面要素に弾塑性応力状態を設定することの重要性が確認でき，その程度は弾性係数Eと対応することがわかる．

Table 1 Fatigue test conditions

Max. stress, $\sigma_{\max}$	Stress ratio, R	Crack length of corrosion, $a_{co.}$
70	-1.0	0.4

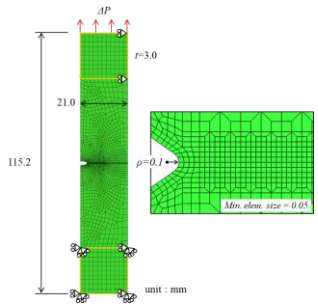


Fig. 1 FE model and boundary conditions

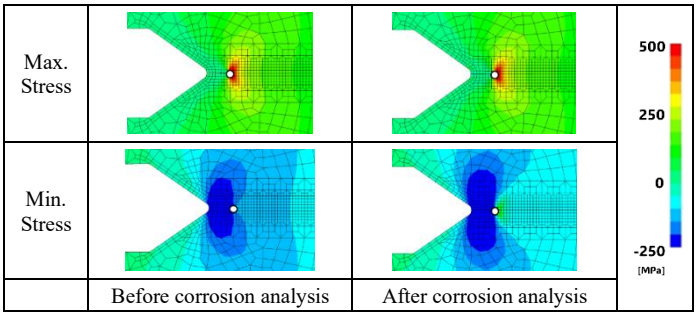


Fig. 2 Stress distributions before/after corrosion analysis

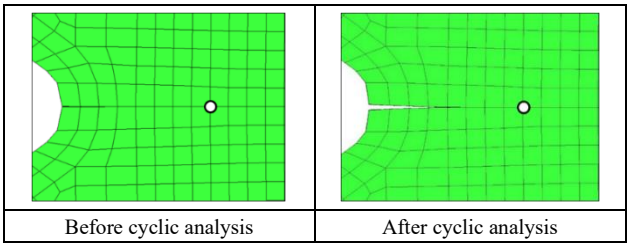


Fig. 3 Crack face elements before/after cyclic analyses at $a_{co.}$

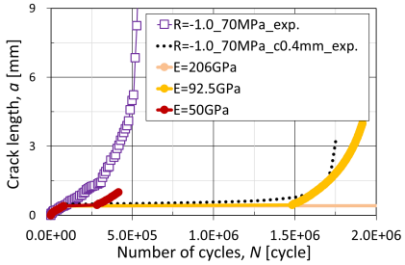


Fig. 4 Crack growth curves

５．結言

本研究は，亀裂閉口現象が促進される状況の再現解析手法確立を目的として，亀裂面腐食による疲労寿命延伸効果の再現解析に取り組んだ．その結果，以下の知見を得た．

1) 亀裂面要素を膨張させることにより実験同様の亀裂閉口現象を再現することができた．
2) 亀裂面要素に弾性係数Eを調整パラメータとした弾塑性材料モデルを適用し，実験で確認された亀裂再進展現象の再現解析を通じて，本手法の妥当性が検証された．

参考文献

1) H. Kitagawa, S. Toyohira and K. Ikeda: A new method of arresting fatigue crack growth by artificial wedge, Proceedings of an international conference on Fracture Mechanics in Engineering Application, pp.281-293, 1979.
2) I. Takahashi, C. Takahashi and N. Kotani: Restraint of fatigue crack growth by wedge effects of fine particles, Fatigue & Fracture of Engineering of Materials & Structures, Vol.23, Issue10, pp.867-877, 2001.
3) C.A. Putri, 舘石和雄, 清水優, 判治剛: 腐食促進剤注入による疲労き裂進展の遅延, 鋼構造論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
4) 柴田誉, 河野拳也, 佐藤啓介, 堤成一郎: 鋼材の硝酸腐食を活用する疲労寿命延伸技術に及ぼす応力比と亀裂長さの影響, 溶接学会論文集, 28 巻, 112 号, pp.112_111-112_116, 2021.
5) S. Tsutsumi and R. Fincato: Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, Vol.165, No.5, 107573, 2019.
6) 柴田誉, 佐藤啓介, フィンカトリカルド, 堤成一郎: 亀裂面腐食影響を考慮した弾塑性疲労亀裂伝播解析, 土木学会論文集, Vol.80, No.15, 23-15030, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

SRCNN を用いたコンクリートコア CT 画像の超解像処理に基づくひび割れ検出（シンポジウム講演概要）

Crack Detection of Concrete Core CT Images based on Super-Resolution using SRCNN (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

池田　弘毅（新潟大院・総）　　柴野　一真（新潟大院・自）
向井　萌華（新潟大院・自）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Koki IKEDA, Graduated School of Integrated Arts and Science, Niigata University
Kazuma SHIBANO, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Moeka MUKAI, Graduate School of Science and Technology, Niigata University
Tetsuya SUZUKI, Institute of Agriculture, Niigata University
E-mail: ikeda0995@gmail.com

Semantic segmentation of concrete X-ray CT images using deep learning is an effective means of crack detection. Since trained models operate on fixed input image dimensions, super-resolution processing is required for low-resolution images. SRCNN, a deep learning-based super-resolution approach, achieves PSNR and SSIM over bicubic interpolation, with particularly pronounced gains in image quality in crack regions. The application of SRCNN improves crack detection accuracy.

１．はじめに

深層学習を用いたコンクリートコアの X 線 CT 画像のセマンティックセグメンテーションは，ひび割れや空隙などの内部損傷を自動的に検出・定量化する有効な手段である[1]．しかし，訓練済みモデルは入力画像サイズが固定されているため，コンクリート構造物から採取されるコンクリートコアや撮影条件の制約で得られる低解像度画像をそのまま入力することができない．高解像度画像へ変換する超解像処理が必要となるが，従来のバイキュービック補間（Bicubic）ではひび割れのような微細構造の復元が困難であり，エッジのぼやけやアーチファクトが生じる問題があった[2,3]．超解像処理の課題は，1 つの低解像度ピクセルが無数の高解像度ピクセルの組み合わせから成り立つため，解が一意に定まらない不良設定問題とされている[3]．本研究では，深層学習ベースの超解像モデルである SRCNN（Super-Resolution Convolutional Neural Network）[4]をコンクリートコアの X 線 CT 画像に適用し，画質指標（PSNR・SSIM）および，学習済みのセグメンテーションモデルを用いて，ひび割れ検出性能（F1-score）の観点から有効性を検証した．

２．解析および実験方法

2.1　解析手法

CT 画像はコンクリートコア軸方向に沿ってスライスされた DICOM 形式で取得され，再構築されたボクセルデータから矢状面，冠状面，および横断面を抽出した．取得画像はすべて 512×512 画素にトリミングし，背景の割合が 75%以上を占める画像は事前に除外した．超解像モデルの訓練で使用する教師データには前処理を施した 512×512 画素の画像を使用し，対応する低解像度入力画像は最近傍補間法によって 128×128 画素に解像度を小さくして，入力画像を作成した．合計 697 枚の X 線 CT 画像を使用し，671 枚を学習用，20 枚を学習に含まれない構造物から取得したテストデータとして指定した．学習用データはホールドアウト法により訓練用と検証用に 9:1 の比率で分割した[6]．

超解像モデルには Dong et al.（2015）により提案された SRCNN[4]を採用した．SRCNN は 3 層の畳み込み層から構成され，バイキュービック補間で拡大した低解像度画像を入力とし，パッチ抽出・非線形マッピング・画像再構成の各層を通じて高解像度画像を出力する（Fig. 1）．活性化関数には ReLU を，損失関数には平均二乗誤差（MSE）を採用した．最適化には Adam を用い，学習率・バッチサイズ・重み減衰の 3 つのハイパーパラメータを Tree-structured Parzen Estimator（TPE）を用いたベイズ最適化によりチューニングした．

超解像処理の画質評価には，ピクセル単位の誤差を評価する PSNR と，輝度・コントラスト・構造の 3 要素から類似度を評価する SSIM を採用した．PSNR と SSIM はいかの式で定義される．

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{255^2}{MSE}, \tag{1}$$

$$SSIM(x,y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \tag{2}$$

ただし，これらの指標の改善が実際のひび割れ検出性能の向上を必ずしも保証しないことが指摘されており[3]，本研

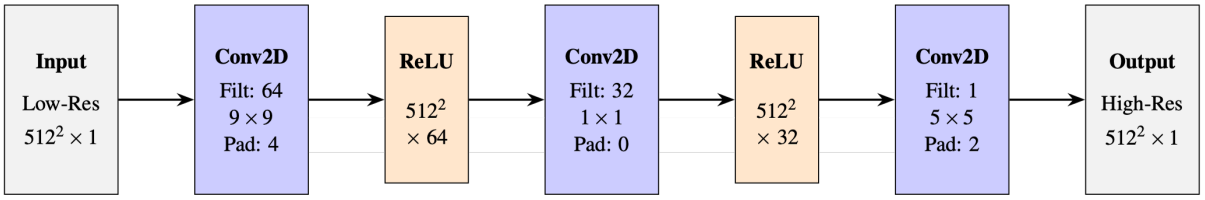
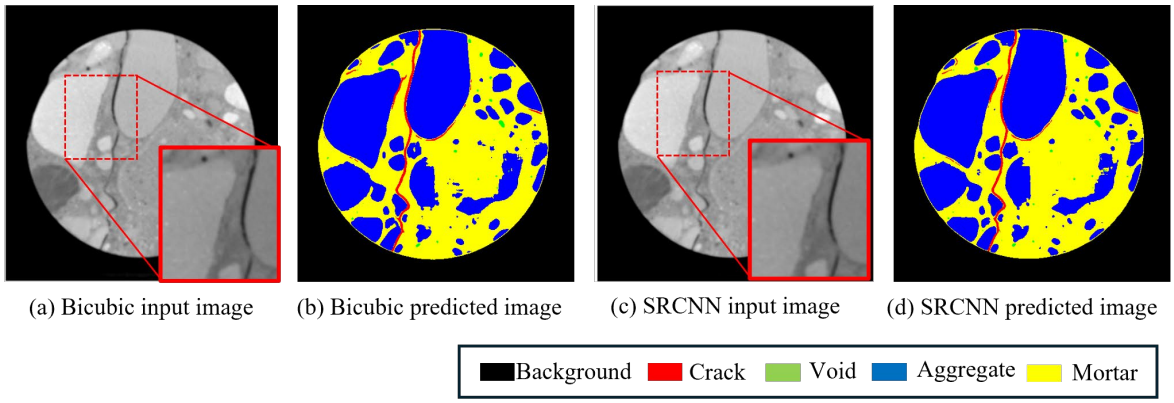


Fig. 1 SRCNN architecture.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Bicubic input image (b) Bicubic predicted image (c) SRCNN input image (d) SRCNN predicted image

Fig. 2 Results of super-resolution and segmentation of super-resolution images.

究ではひび割れ，空隙，骨材，モルタルおよび背景の 5 クラスを識別する学習済みの U-Net を用いたセグメンテーション性能の比較により，超解像処理のひび割れ検出タスクへの有効性を併せて評価した．セグメンテーション精度の評価指標には Precision，Recall および F1-score を用いた．

2.2 実験方法

コンクリートコアは，供用年数・配合・環境条件の異なる 7 基の既設鉄筋コンクリート水利施設から採取したコアと，実験室内打設のサンプルを用いた．X 線 CT 計測には Canon Medical Systems 社製 Aquilion ONE（TSX-301C/6A）を用い，ヘリカルスキャンモード（管電圧 120 kV，管電流 300 mA，スライス厚 0.5 mm）で撮影した．DICOM 形式で取得した画像から矢状面・冠状面・横断面を抽出した．

3．結果および考察

Table 1 に超解像処理の画質評価指標を示す．PSNR はバイキュービック補間の 39.90 dB に対し SRCNN は 48.85 dB と 8.95 dB 高い値を示した．SSIM についても，バイキュービック補間の 0.96 に対し SRCNN は 0.99 と高い構造的類似性を示した．このことから，SRCNN はバイキュービック補間と比較して高い精度でひび割れを復元できている．ひび割れは線状の構造を持ち，かつ境界が曖昧な領域を有する特徴がある．バイキュービック補間ではこのような曖昧性を適切に復元できなかったが，SRCNN は訓練データから原画像の特徴を学習したことにより，ひび割れの形状や境界をより正確に復元でき，指標の改善につながったと考えられる．この結果は，深層学習ベースの超解像処理が従来の補間手法では困難であったひび割れのような微細構造の復元において有効であることを示唆している．

Fig 2 に超解像処理の結果およびセグメンテーションの結果を，Table 2 にひび割れ検出に関する Precision, Recall および F1-score の結果を示す．原画像の F1-score が 0.785 であるのに対し，バイキュービック補間による超解像処理後の画像では 0.681 と 0.104 の低下が見られた．一方，SRCNN による超解像処理後の画像では 0.738 を示し，バイキュービック補間と比較して 0.057 の改善が認められた．原画像との差は F1-score で 0.047 にとどまり，SRCNN がひび割れを原画像に近い形で超解像処理を施したことにより，セグメンテーションモデルが適切に認識できる画像に改善されたと考えられる．

4．おわりに

本研究では，SRCNN をコンクリートコア X 線 CT 画像の超解像処理に適用し，以下の知見を得た．

（1）SRCNN はバイキュービック補間に対して PSNR・SSIM の両指標で顕著な改善を示した．

（2）下流タスクの評価において，SRCNN はひび割れ F1-score の低下をバイキュービック補間の 0.047 に抑え，深層学習ベースの超解像処理がひび割れ検出精度の維持に有効であることを示した．今後は，原画像と同等のセグメンテーション性能の達成に向け，モデルおよびデータセットの改善が課題である．

Table 1. Results of image quality metrics for crack area

Image quality metrics (crack)	Bicubic	SRCNN
PSNR（dB）	39.90	48.85
SSIM（-）	0.96	0.99

Table 2. Results of crack detection performance after super-resolution

Image type	Precision	Recall	F1-score
Original image	0.770	0.801	0.785
Bicubic	0.676	0.685	0.681
SRCNN	0.747	0.735	0.738

謝辞

本研究は，生研支援センター（BRAIN）「オープンイノベーション促進・実用化推進事業（助成番号：JPJ011937，プロジェクト ID：25132859）」により支援を受けて実施した．

参考文献

1) A. Nowacka, K. Schladitz, S. Grzesiak and M. Pahn: Segmentation of spatial crack structures in concrete by deep learning enabling image based characterization, Journal of Soft Computing in Civil Engineering, Vol.9, No.12, pp.56-83, 2025.
2) M. Amoros, C. Manuel and J. F. V.: Evaluating Super-Resolution Models in Biomedical Imaging: Applications and Performance in Segmentation and Classification, Journal of Imaging, Vol.11, No.4, pp.104, 2025.
3) H. Xiao, Z. Yang, T. Liu, S. Liu, X. Huang and J. Dai: Deep learning for medical imaging super-resolution: A comprehensive review, Neurocomputing, Vol.630, pp.129667, 2025.
4) C. Dong, C. C. Loy, K. He and X. Tang: Image super-resolution using deep convolutional networks, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.38, No.2, pp.295-307, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響 —繰返し弾塑性 FEM 解析に基づく疲労亀裂発生・進展寿命評価— （シンポジウム講演概要）

Effects of Welding Residual Stress and Distortion on Fatigue Performance of Out-of-Plane Gusset Welded Joints -Evaluation of Crack Initiation and Propagation Life by Cyclic Elasto-plasticity FEM Analysis- (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

田中　颯人（大阪大・工）　　カン　ウンブン（JFE スチール株式会社）　　崎本　隆洋（JFE スチール株式会社）
フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　　堤　成一郎（大阪大・工）
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Yunwen GUAN, JFE Steel Corporation
Takahiro SAKIMOTO, JFE Steel Corporation
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

Fatigue performance evaluation of out-of-plane gusset joints based on elasto-plastic FEM has been conducted; however, welding effects have not been considered. In this study, effects of welding residual stress and weld distortion on fatigue performance of out-of-plane gusset joints were investigated by elasto-plastic FEM. Welding residual stress and weld distortion were introduced through thermo-elasto-plastic analysis, and cyclic elasto-plastic FEM was performed using these as initial conditions. Results showed plastic deformation progressed at weld toe and crack tip, increasing fatigue crack propagation rate. In addition, predicted fatigue life shifted toward shorter-life side, improving prediction accuracy compared experiments.

１．緒言

鋼橋などの社会基盤構造物では，自動車等の繰返し荷重による疲労損傷が深刻な問題となっている [1]．鋼橋では，横部材や水平補剛材の主桁ウェブへの接合部に用いられる面外ガセット溶接継手において，溶接止端部を起点とする疲労亀裂の発生が報告 [1]されている．溶接部は一般に，形状不連続性に加え，溶接入熱に起因する溶接残留応力や溶接変形，材料組織変化および HAZ（熱影響部）強度分布等の影響が重畳するため，疲労亀裂の起点となりやすい．このような複雑な影響を適切に考慮する必要があることから，疲労性能を高精度に評価することは容易ではない．

また近年では，構造物の安全性確保や維持管理コストの低減などの観点から，構造物が要求性能を満足するかを数値解析により照査する性能規定型設計への移行が進められている．そのため，溶接継手の疲労性能を高精度に評価する手法の確立が求められている．

一方，著者らは繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な材料モデルを開発するとともに，局所的な弾塑性応答に着目した疲労性能評価手法を提案 [2]している．本手法を面外ガセット溶接継手に適用した結果，実験で得られた疲労寿命の傾向を概ね再現可能であることを示した [3]．しかしながら，本手法では溶接残留応力や溶接変形など，溶接に起因する影響が考慮されておらず，予測精度の向上には改善の余地がある．

そこで本研究では，溶接残留応力および溶接変形の影響を考慮し，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価手法の高度化を図るとともに，これらが面外ガセット溶接継手の疲労性能に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．具体的には，熱弾塑性解析により溶接残留応力および溶接変形を導入し，繰返し弾塑性 FEM 解析に基づいて疲労亀裂発生寿命および進展寿命を評価し，それらの影響について検討した．

２．疲労性能評価手法

本研究で採用する疲労性能評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [4]を採用した繰返し弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [2]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さaにおける亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \tag{1}$$

ここに，Δaは疲労亀裂進展速度に関する材料関数もしくは定数である．これにより，進展速度da/dNを積分することによって，進展寿命を算出する．

３．溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価

Fig. 1 に面外ガセット溶接継手を模した 3 次元 FE モデル（要素タイプ : 6 面体，4 面体 1 次要素）を示す．疲労亀裂は，溶接止端部中央を発生点として荷重載荷直角方向に進展するものと仮定し，ビーチマーク試験結果に基づき設定した亀裂形状を持つ解析モデルを作成した．また，応力集中が予想される溶接止端部周辺および亀裂周辺には，要素サイズ 0.05mm 程度の立方体要素を配置した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究では，溶接残留応力および変形を考慮しない場合と，考慮する場合（RS/WD）について検討を行った．溶接残留応力および変形を考慮しない場合には，繰返し荷重を載荷する弾塑性解析のみを実施した．繰返し荷重は応力比 R=0.1 の一定振幅の軸力として主板に載荷した．

一方，溶接残留応力および溶接変形を考慮する場合には，まず発熱率に基づく入熱と自然冷却を考慮した熱弾塑性解析により，溶接残留応力分布および溶接変形を算出した．得られた溶接残留応力分布（主板幅中央における長手方向応力分布）を Fig. 2 に示す．溶接止端部周辺に高い引張残留応力が導入されており，実際の面外ガセット溶接継手の溶接残留応力の測定結果と分布傾向が概ね一致することを確認した．また，溶接部の温度変化に伴う膨張・収縮により，溶接変形が生じていることを確認した．続いて，これらの熱弾塑性解析結果を繰返し弾塑性解析の初期条件として付与した．さらに，チャッキングによる溶接変形の強制を模擬するため主板に強制変位を与え，その状態を保持したまま繰返し荷重を載荷した．

Fig. 3 に溶接止端部および亀裂先端（亀裂長さ a=0 および 0.60mm）において得られた応力ひずみ応答を示す．溶接残留応力の影響による引張状態から，溶接変形の強制および荷重載荷によって塑性化が大きく進行した．続いて，溶接止端部および疲労亀裂先端の応力ひずみ応答に基づき，各亀裂長さにおける疲労亀裂進展速度 da/dN を算出した．溶接残留応力および溶接変形の考慮により，疲労亀裂進展速度は大きく増加することを確認した．Fig. 4 に疲労亀裂発生寿命と，得られた進展速度から算出した破断寿命の予測結果を示す．溶接残留応力および溶接変形を考慮した場合，考慮しない場合と比較して，すべての応力レベルにおいて予測結果は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度の向上が確認された．以上より，面外ガセット溶接継手の疲労性能評価においては，溶接残留応力および溶接変形の影響を適切に考慮することが重要であることが示された．

4．結言

本研究では，溶接残留応力および溶接変形を考慮した面外ガセット溶接継手の疲労性能評価を行った．熱弾塑性解析により，溶接残留応力および変形を導入し，荷重を載荷することで溶接止端部および亀裂先端における塑性化の進行が確認された．これにより寿命予測は短寿命側へ移行し，実験結果の予測精度が向上した．

参考文献

1) 日本道路協会：鋼橋の疲労，丸善，1997.
2) 柴田誉，桐生泰輔，佐藤啓介，フィンカト・リカルド，堤成一郎：弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法，土木学会論文集，81 巻 15 号，24-15028，2025.
3) 田中颯人，フィンカトリカルド，高木芳史，﨑本隆洋，堤成一郎：分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究，土木学会論文集，82 巻 15 号，25-15030，2026.
4) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

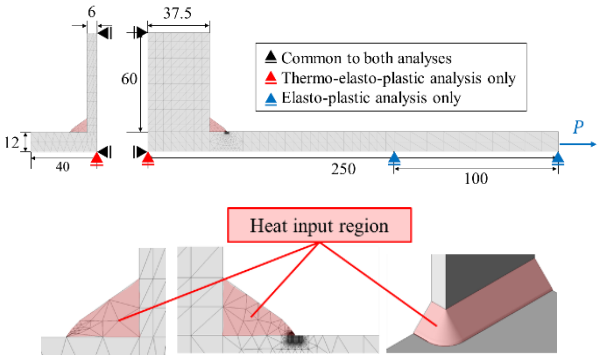


Fig. 1 FE model and boundary conditions

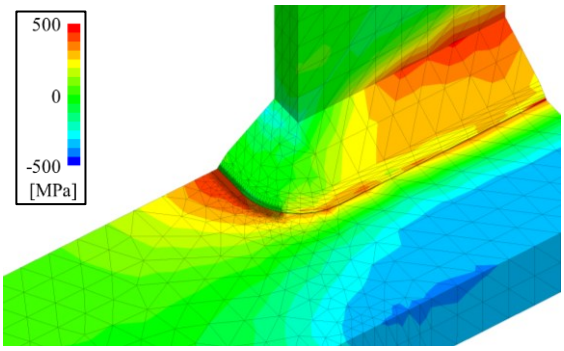


Fig. 2 Welding residual stress contours

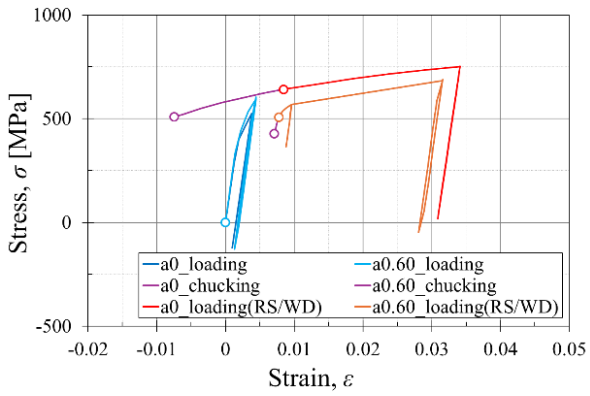


Fig.3 Stress–strain response at the weld toe and crack tip

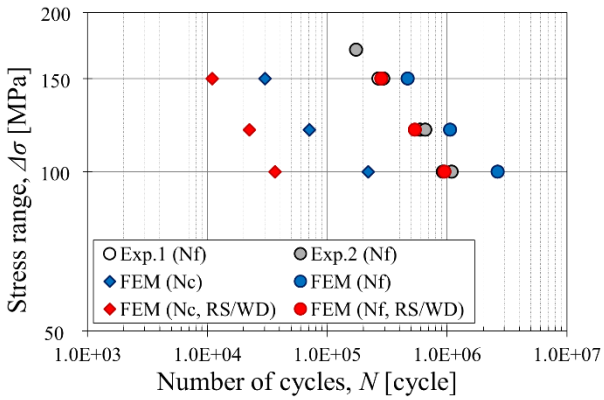


Fig. 4 Fatigue life evaluation results

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | C会場(環境棟：4階講義室)

第3部門 (5)

座長:山本 佳士(法政大学)

10:35 ~ 10:50

[23006] 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸及び曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

*柴山 颯良[1]、野田 雄也[1]、濱田 柔久[2]、松尾 祐希[2]、田中 宏徳[2]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 株式会社小松製作所)

10:50 ~ 11:05

[23007] 当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

*廣畑 幹人[1]、北村 鉄[1]、蒋 鋒[1] (1. 大阪大学)

11:05 ~ 11:20

[23008] 剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

*宮原 邑太[1]、堀口 俊行[1] (1. 防衛大学校)

11:20 ~ 11:35

[23009] 送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

*阪村 七々郁[1]、中泉 陽菜[2]、村上 知則[3]、松島 学[1]、吉田 秀典[1] (1. 香川大学、2. 奥村組、3. 四国総合研究所)

11:35 ~ 11:50

[23010] 弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法におけるFEM要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

*西垣 駿[1]、桐生 泰輔[1]、田中 颯人[1]、中村 源太[1]、柴田 誉[2]、フィンカト リカルド[3]、堤 成一郎[1] (1. 大阪大学大学院、2. 住友重機械工業（株）、3. パドヴァ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能統一評価手法（シンポジウム講演概要）

Unified Evaluation Method of Axial and Bending Fatigue Performance of Butt Welded Joints by Automated Multi-Section Geometry Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

柴山　颯良（大阪大学大学院）　野田　雄也（大阪大学大学院）　濱田　柔久（株式会社小松製作所）
松尾　祐希（株式会社小松製作所）　田中　宏徳（株式会社小松製作所）　堤　成一郎（大阪大学大学院）
Sora SHIBAYAMA, The University of Osaka
Yuya NODA, The University of Osaka
Norihisa HAMADA, Komatsu Ltd.
Yuki MATSUO, Komatsu Ltd
Hironori TANAKA, Komatsu Ltd.
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The fatigue performance of welded structures shows a strong correlation with the stress concentration factor Kt at the weld zone. Although several simplified estimation formulas for Kt have been proposed, obtaining the input shape parameters is highly operator-dependent. Therefore, the authors propose a method to consistently obtain each shape parameter and establish separate fatigue performance evaluation methods for axial and bending fatigue conditions in butt welded joints. However, for actual structures, an evaluation method under combined axial and bending loading is required. This study proposes a unified evaluation method for axial and bending fatigue performance of butt welded joints by defining a new bending correction factor and validating its applicability experimentally. The results demonstrate that the proposed method significantly reduces the variation in axial and bending fatigue performance, confirming its applicability for unified evaluation.

１．緒言

金属疲労は機械・構造物の損傷原因の約 8 割を占め，特に応力集中が高くなる溶接部は破壊起点の多くを占める．応力集中係数（K_t）と疲労性能には強い相関があり，K_tの簡易推定式が複数提案されているが，入力条件となる形状パラメータの取得は計測者に強く依存し，多大な労力と時間を要することがその適用上の課題であった．

そこで近年, 3D スキャン技術を活用した形状パラメータ評価手法が提案されているが，得られた形状パラメータは限定的であり，余盛を再構成する上で，元形状と乖離を生じる可能性がある．これに対し，著者ら[1)2)]は，余盛形状全体を 3 種類の関数で一意に同定することにより，各形状パラメータを矛盾なく取得可能な手法を提案するとともに，突合せ溶接継手の軸疲労条件下および曲げ疲労条件下それぞれで個別の疲労性能評価手法を構築した．

一方，実構造物は一般に軸および曲げ荷重が重畳するため，そのような複合荷重下での疲労性能を合理的に評価可能な手法が求められる．日本鋼構造協会（JSSC）疲労設計指針では，曲げ試験の公称応力範囲に対して，曲げ補正係数（γ）として定数 0.8 を乗じた S-N 曲線に基づき評価しているが，S-N 曲線のばらつきは依然として大きく，その適用性に関して十分に明らかにされているとは言い難い．

そこで本研究では，突合せ溶接継手の軸および曲げ疲労性能の統一評価手法を提案することを目的とする．具体的には，いずれも自動多断面形状分析により得られるK_tおよび角変形・目違いの影響係数（K_m）に基づく新たな曲げ補正係数 γ を提案するとともに，実験照査によってその適用性を明らかにする．

２．評価対象継手および自動多断面形状分析結果

板厚 16mm の SS400 鋼板を供試材とする突合せ溶接継手を Metal Active Gas（MAG）溶接により作製した．継手形状が疲労性能に与える影響を比較することを目的に，目違いを 4 段階（0,1,2,3mm），ルートギャップを 3 段階（1,2,3mm）に設定し，計 23 体の試験片を作製した．これらの試験片に対して，軸引張疲労試験および 4 点曲げ疲労試験をそれぞれ実施した．それぞれの試験結果について，公称応力範囲に基づき作成した S-N 曲線を Fig.1 (a)に示す．ここで，曲げ試験の公称応力範囲に曲げ補正係数として定数 0.8 を乗じ，軸試験結果に Walker らが提案した応力比補正式を用いて両試験の応力比を-1 に統一している．試験結果のばらつきを示す標準偏差は 0.410 であり，定数 0.8 による補正後においても，軸および曲げ疲労性能のばらつきが依然として大きいことを確認した．

全 23 体の試験片に対して，3D スキャナを用いて形状計測を実施した．3D 点群データから 2 次元断面データを取得し，自動多断面形状分析を実施した結果，得られた関数形状と実形状データが高精度で一致することを確認した．

３．軸および曲げ疲労性能の統一評価

(1) 曲げ補正係数 γ

従来用いられている曲げ補正係数（γ_1=0.8），大沢ら[3)]が提案した軸条件および曲げ条件下のK_tの比（γ_2）（Eq.(1)参照），および本研究で提案するγ_2に軸条件下のK_mを考慮した曲げ補正係数（γ_3）（Eq.(2)参照）の 3 種類を用いて比較検討を行う．

$$\gamma_2 = K_{t_b}/K_{t_a} \quad (1)$$

$$\gamma_3 = \gamma_2/K_{m_a} \quad (2)$$

ここに，K_{t_a}およびK_{t_b}はそれぞれ軸および曲げ条件下のK_t，K_{m_a}は軸条件下のK_mを表す．K_{t_a}およびK_{t_b}は Lawrence らが提案したK_t式を採用し，K_{m_a}は IIW が推奨するK_m式を採用した．

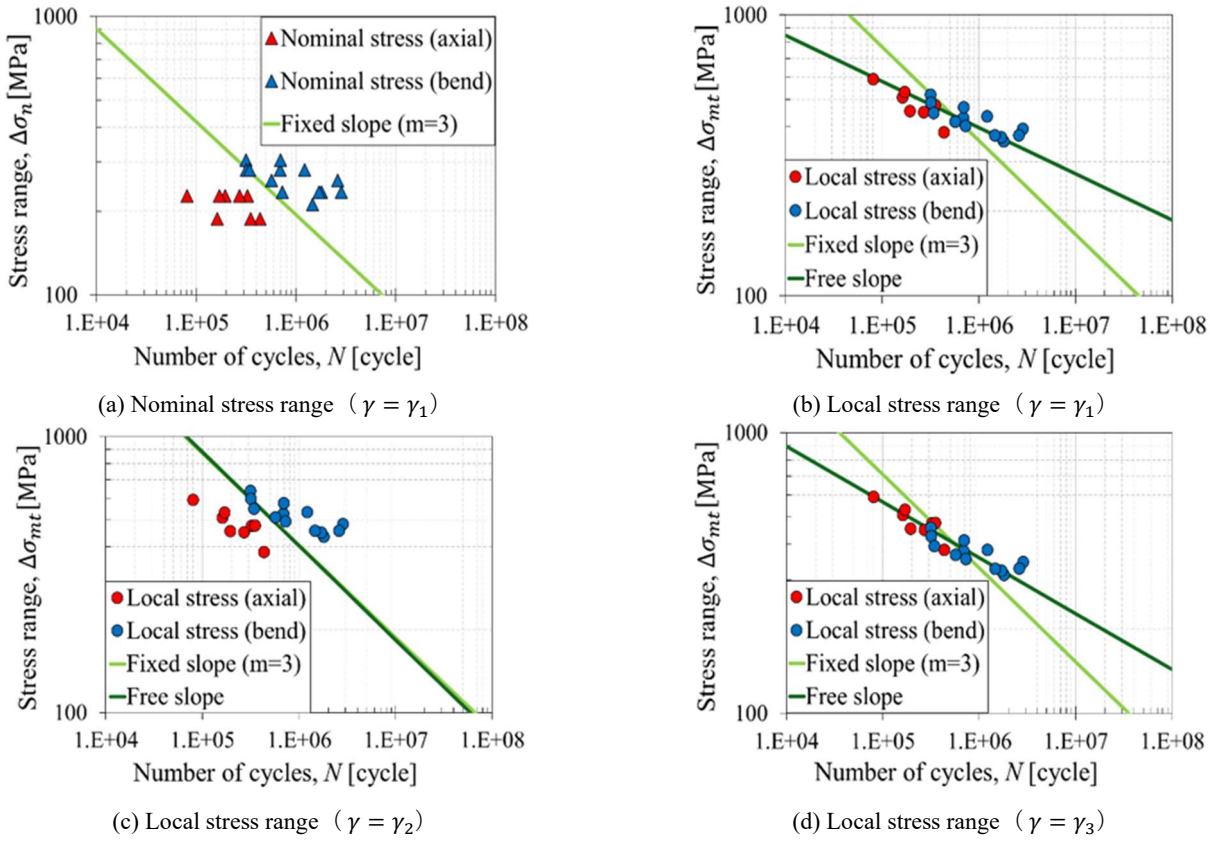
(2) 局所応力範囲による疲労性能評価

公称応力範囲にK_tおよびK_mを乗じて算出した局所応力範囲を評価する．なお，曲げ条件下において，角変形および目違いの影響は小さいことが想定されるため，$K_m = 1$と

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　Bending correction factor vs. standard deviation for selected stress range

	Bending correction factor (γ)		
	γ_1	γ_2	γ_3
Nominal stress range（$\Delta\sigma_n$）	0.410	0.524	0.344
Local stress range（$\Delta\sigma_{mt} = \Delta\sigma_n \cdot K_t \cdot K_m$）	0.218	0.394	0.167



(a) Nominal stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(b) Local stress range（$\gamma = \gamma_1$）

(c) Local stress range（$\gamma = \gamma_2$）

(d) Local stress range（$\gamma = \gamma_3$）

Fig. 1 S-N curve

している．曲げ試験の局所応力範囲を曲げ補正係数γ_1，γ_2，およびγ_3によってそれぞれ補正したS-N曲線をFig.1 (b)-(d)に示す．また，公称応力範囲および局所応力範囲によるS-N曲線の標準偏差をTable 1に示す．これらより，余盛と試験片の形状の影響を考慮した局所応力範囲によってS-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

加えて，3種類の曲げ補正係数γのうち，γ_3を用いた場合のS-N曲線のばらつきが最も小さいことが示された．なお，既存の複数のK_t式およびK_m式を適用した場合も同様の結果を確認した．

以上より，局所応力範囲を曲げ補正係数γ_3によって補正した評価手法が軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることが明らかになった．

4．結言

以下に，検討した自動多断面形状分析に基づく軸および曲げ疲労性能の統一評価手法とそれらを試験結果に適用して得られた知見をまとめる．

(1) 局所応力範囲による評価では，軸条件下において余盛と試験片の形状，曲げ条件下において余盛形状を考慮することで，S-N曲線のばらつきが大幅に低減することを示した．

(2) 曲げ試験結果から算出した局所応力範囲を曲げ補正係数γにより補正した評価のうち，余盛および試験片の形状の両者の影響を考慮したγ_3を用いる場合に，S-N曲線のばらつきが最も小さくなった．

(3) 曲げ補正係数γ_3を用いて補正した局所応力範囲による評価は，複数のK_t式およびK_m式でも同様の結果を示し，軸および曲げ疲労性能の統一評価に適用可能であることを明らかにした．

参考文献

1) 小川 太希, Luo Pengjun, 堤 成一郎 : 溶接継手の多断面形状分析に基づく疲労性能支配因子評価技術の確立, 土木学会論文集, Vol.81, No.15, 24-15025, 2025.

2) 野田 雄也, 小川 太希, 濱田 柔久, 松尾 祐希, 田中 宏徳, 堤 成一郎 : 自動多断面形状分析に基づく突合せ溶接継手の曲げ疲労性能影響因子の分離評価, 土木学会論文集, Vol.82, No.15, 25-15034, 2026.

3) Toru Shiratsuchi, Naoki Osawa: Investigation of thickness and bead profile effects on fatigue strength of welded joints based on relative stress gradient, In. J. Fatigue, Vol.134, 105520, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

当て板溶接補修の継手寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響（シンポジウム講演概要）

Influence of Joint Dimensions of Patch-weld Repair on Load-bearing Performance of Thickness-reduced Steel Plates (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

廣畑　幹人（大阪大・工）　　北村　鉄（大阪大・工）　　蒋　鋒（大阪大・工）
Mikihito HIROHATA, The University of Osaka
Tetsu KITAMURA, The University of Osaka
Feng JIANG, The University of Osaka
E-mail: hirohata@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The influence of joint dimensions of patch-weld repair on load-bearing performance of thickness-reduced steel plates was investigated. The thickness reduction and subsequent patch-weld repair processes were simulated by FE analysis. Based on the results, a design formula for recovering the load-bearing performance of the thickness-reduced steel plates by patch welding was proposed.

１．はじめに

鋼橋の桁端部付近では腐食による損傷事例が多い．腐食により減厚した鋼部材の耐荷性能を回復させる工法の一つに当て板補修がある．溶接による当て板補修は施工性，耐腐食性に優れる点などが長所として挙げられる．一方で，溶接による入熱が補修部材の力学的挙動に及ぼす影響について不明な点が多い．本研究では，減厚鋼板に対する溶接による当て板補修を想定し，溶接によるたわみと残留応力の変化を考慮したうえで，母材および当て板の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能回復効果に与える影響を明らかにすることを目的として，一連の検討を実施した．

２．当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験の再現解析

供試体の形状および寸法を Fig. 1 に示す．健全状態，減厚状態（減厚量 5 mm），補修状態（当て板厚さ 6 mm）の各状態で変化する面外変形および残留応力を測定した．また，健全状態から補修状態に至る過程を熱弾塑性解析により再現した．各種鋼材の温度依存型の材料特性は，既往の研究より参照した [1,2]．溶接の過程では，物体熱流束で入熱し瞬間熱源で再現した [3]．実験と解析の面外変形の比較を Fig. 2 に示す．実験結果と解析結果は概ね一致していることを確認した．各状態の荷重—変位関係を Fig. 3 に示す．実験値と解析値の誤差は，各状態において最大圧縮荷重は平均 8 %以内，弾性剛性は 5 %以内で再現することができた．実験値と解析値の間に多少の差は認められるものの，本解析手法により当て板溶接継手の施工過程および圧縮挙動を概ね再現できると考えられる．

３．継手の各種寸法が減厚鋼板の耐荷性能に及ぼす影響

周辺単純支持の境界条件のもと，Fig. 4 に示す寸法パターンで，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各パラメータが補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．健全，減厚，補修状態における各モデルに面内方向強制変位を与え，最大圧縮荷重を求めた．各モデルの最大圧縮荷重を耐荷性能として，補修状態の耐荷性能を健全状態の耐荷性能まで回復させることを目標とした．

Fig. 5 に健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，減厚量 d_c に対する当て板厚さ t_p の割合 t_p/d_c の関係を示す．Fig. 5(a)より，減厚幅 b_c = 300 mm においては，減厚量 d_c = 12 mm かつ当て板厚さ t_p = 6 mm のモデル（t_p/d_c = 0.5）を除いて，健全状態の耐荷性能を上回った．Fig. 5(b)および(c)より，減厚幅 b_c = 400 mm では $t_p/d_c \geqq 1$，減厚幅 b_c = 500 mm では $t_p/d_c \geqq 1.5$ で健全状態の耐荷性能を上回った．補修状態の耐荷性能

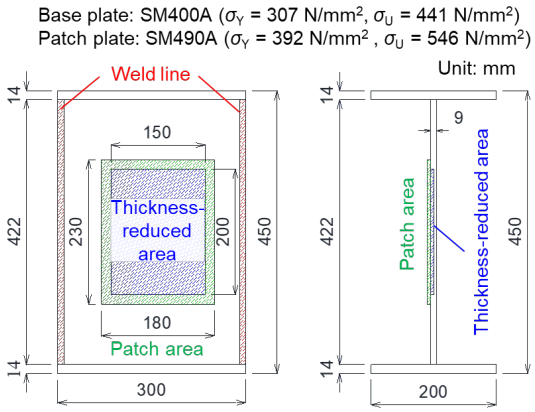


Fig. 1 Shape and dimension of specimen.

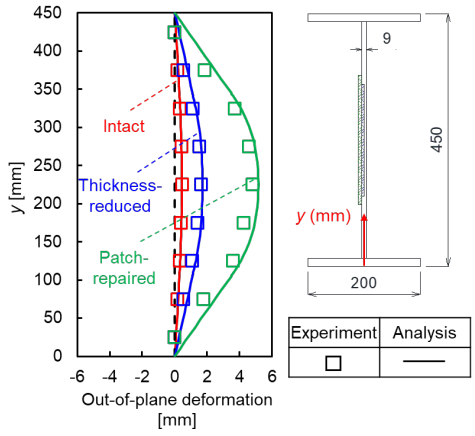


Fig. 2 Out-of-plane deformation.

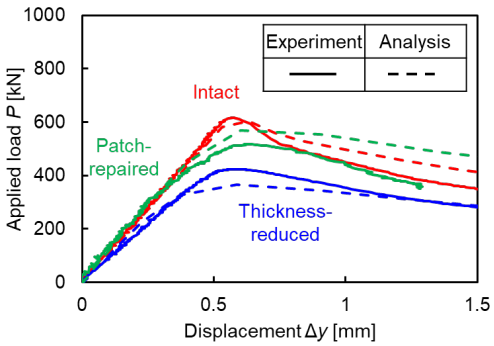


Fig. 3 Relationship between load and displacement.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を確保するのに必要な当て板厚さ t_p は，減厚幅 b_c の大きさによって異なることが分かった．

検討した全モデルにおいて，健全状態の最大圧縮荷重 P_0 に対する補修状態の最大圧縮荷重 P_{max} の割合 P_{max}/P_0 と，式(1)により算出したパラメータ R_p の関係を Fig. 6 に示す．

$$R_p = \left(\frac{t_p + t_c}{t_b}\right)\left(\frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(1 - \frac{b_p}{b_b}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

第 1 項は，各モデルの母板厚さ t_b に対する当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計の割合と，母板幅 b_b に対する当て板幅 b_p の割合の 1/3 乗の積である．板の座屈強度を支配する板の曲げ剛性は，板厚の 3 乗に依存する．また，軸方向圧縮荷重への抵抗には板幅が寄与する．当て板厚さ t_p と母板の残存板厚 t_c の合計を当て板継手の板厚とみなしたうえで，板厚と板幅の圧縮強度への寄与の度合いの違いを考慮し，それぞれ母板厚さ t_b と母板幅 b_b で無次元化したものである．一方，第 2 項は，圧縮荷重の作用が進行するにつれ，降伏開始以降，当て板に覆われていない母板の健全領域が後座屈強度として最大荷重の向上に寄与することを考慮したものである．P_{max}/P_0 と R_p の間には比較的良好な対応が認められる．Fig. 6 より，すべての補修状態の耐荷性能の下限に位置する緑の点線は式(2)で表される．

$$\frac{P_{max}}{P_0} = -1.49{R_p}^2 + 4.02R_p - 1.47 \quad (2)$$

式(2)は，本研究で検討した周辺単純支持板における当て板溶接補修の耐荷性能と減厚状態および当て板の各寸法の関係を示す．P_{max}/P_0 が 1 となる R_p の値は約 0.95 である．したがって，周辺単純支持板の種々の減厚状態に対して，R_p の値が 0.95 となるように当て板溶接継手の各寸法を設定すれば，健全状態の耐荷性能を上回るように補修設計を行うことが可能になる．

4．まとめ

(1) 当て板溶接継手の作製および圧縮載荷実験を行い，一連の過程を熱弾塑性解析および弾塑性有限変位解析で再現した．各状態の荷重—変位関係に多少の誤差は認められたが，解析手法の妥当性を確認することができた．

(2) 周辺単純支持の境界条件で，減厚量 d_c，減厚幅 b_c，当て板厚さ t_p，当て板幅 b_p の各寸法が補修状態の耐荷性能に及ぼす影響について検討した．補修状態の耐荷性能を評価するパラメータを提案し，周辺単純支持板における当て板溶接補修の設計曲線を提示した．

謝辞

本研究の一部は，公益財団法人高速道路調査会令和 6 年度研究助成を受けて実施した．ここに記して謝意を表す．

参考文献

1) 中川弘文，鈴木弘之：鋼梁の崩壊温度，鋼構造論文集，6 巻，22 号，pp.57-65，1999.
2) 野澤修平，廣畑幹人：有限要素法によるすみ肉溶接の変形および残留応力解析におけるシェル要素の適用に関する検討，鋼構造論文集，29 巻，113 号，pp.41-54，2022.
3) 金裕哲，朴正雄，堀川浩甫：面外変形・残留応力に及ぼす溶接諸条件の影響，鋼構造論文集，5 巻，17 号，pp.85-91，1998.

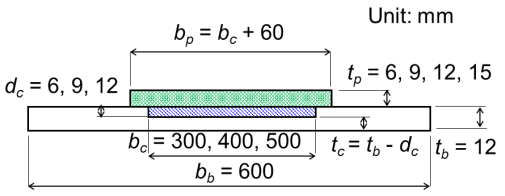
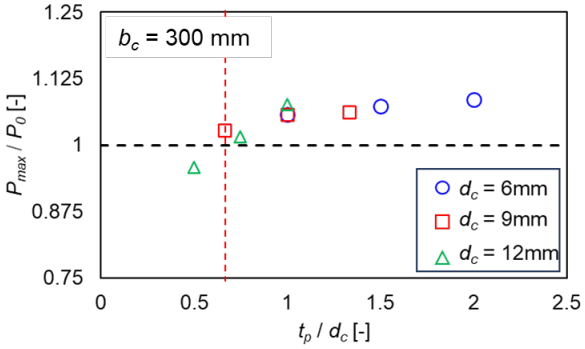
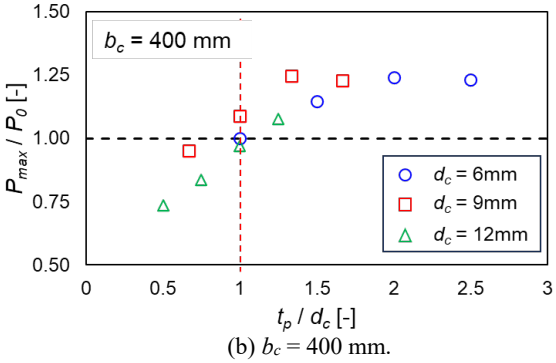


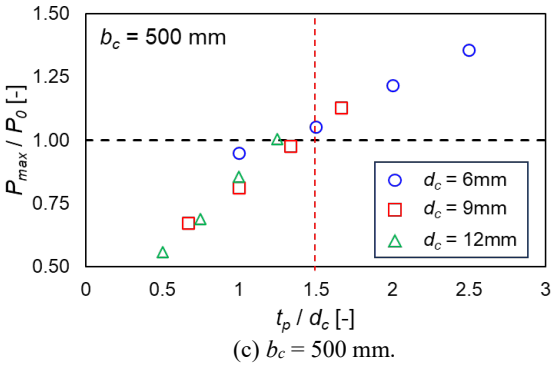
Fig. 4 Dimensions of joints.



(a) b_c = 300 mm.



(b) b_c = 400 mm.



(c) b_c = 500 mm.

Fig. 5 Repair effect by patch weld

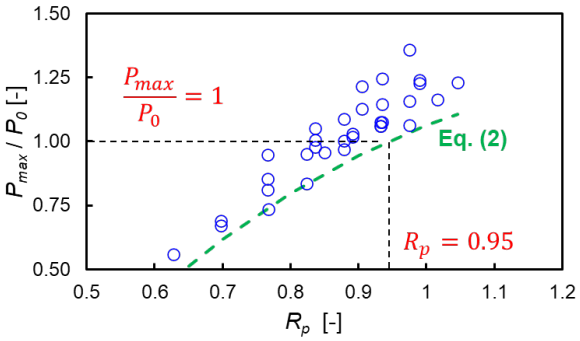


Fig. 6 Design curve of patch-weld repair.

剛構造と柔構造の間に位置する境界構造の力学的整理と設計荷重の検討（シンポジウム講演概要）

Mechanical Analysis and Design Load Evaluation of Boundary Structures Positioned Between Rigid and Flexible Structures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

宮原　邑太（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）
Yuta MIYAHARA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
E-mail: ed24010@nda.ac..jp

A new classification framework for ‘boundary structures’ in debris flow flexible barriers is proposed and an experimental investigation is conducted to develop a rational load evaluation model for boundary structures. The proposed load model shows good agreement with the experimental results. These findings contribute to the establishment of a stiffness-based design methodology for flexible barriers used in debris-flow mitigation.

１．はじめに

土石流対策構造物は，主として鋼やコンクリートで構成された剛な構造である．これに加えて，ネットやワイヤで構築される柔な構造もあり，一般的に柔構造として区分されている．これらは，地形条件や設置目的等を考慮し適所に採用されてきた．剛構造と柔構造には明確な構造的な差異があるものの，共通的に従来の設計基準 [1]に基づく照査が行われている．しかし，従来手法の柔構造への適用性については十分に検討されているとは言い難い．

柔構造は本来，落石対策を主目的として発展してきた構造形式である．落石対策としての柔構造は，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを吸収することを設計思想の中心とし，エネルギー照査法が主たる評価指標となっている．一方で，土石流は極めて大きなエネルギーを有するものの，その作用は点的ではなく面的かつ持続的であり，落石と同様に大変形を前提とした設計思想を適用することは合理的でない．

そこで本研究では，土石流対策工として用いられる柔構造のうち，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも，また落石対策構造のように大変形を前提とすることも適切でない構造状態を「境界構造」と定義し，境界構造における力学的特徴を整理する．さらに，実験結果に基づき，その設計区分および荷重評価の考え方について考察するものである．

２．境界構造の定義

２．１　各構造物の区分

構造物の力学的挙動に基づき，剛構造，境界構造および柔構造の概念を Table 1 の通りに区分した．剛構造の設計においては，剛体近似に基づく安定性照査や応力照査が基本となる．一方，柔構造は落石対策として用いられてきたネット構造に代表される構造形式であり，大変形を許容することにより落石の運動エネルギーを散逸させることを設計思想の中心とする．これらの境界に位置する構造状態として，境界構造を導入する．境界構造は，落石衝突時に見られるような短時間・点的な衝撃作用を受ける柔構造とは本質的に異なる挙動を示す．すなわち，面的かつ比較的持続的に作用する土石流外力を捕捉面全体で受け止め，構造の変形に伴って荷重が空間的に再配分される構造状態である．境界構造では柔構造のような大変形による運動エネルギー吸収を設計の前提とすることは適切ではない．併せて，土石流の運動エネルギーを定量的に評価することは困難であり，直接適用することには課題がある．また，剛構造のように局所的な荷重集中を仮定することも合理的ではない．

２．２　剛性比 η の導入と領域区分の定義

設計実務への適用性を考慮し，構造特性を表す無次元指標として剛性比 η を導入する．これは構造物全体の変形挙動を代表する等価剛性に基づく指標である．剛構造に比して変形が顕著となる構造物の応答を代表する等価剛性 k_{eq} を導入し，η を次式で定義する．

$$\eta = \frac{k_{eq}}{k_{ref}} \tag{1}$$

ここで，k_{eq}：剛構造以外の評価対象の剛性（等価剛性），k_{ref}：基準とする剛構造物の剛性（基準剛性）である．

なお，等価剛性は厳密値ではなく，実験・解析および既往の知見に基づく代表値として扱う．η に基づき，構造状態を以下の 3 領域に区分する（Table 1）．

1) 領域 I（剛構造）：従来の土石流設計荷重（荷重成分・分布・作用高）に準拠して評価可能な構造状態とし，剛性比 η が概ね β 以上となる領域（$\eta > \beta$）と定義する．
2) 領域 II（境界構造）：土石流作用下において，構造変形が荷重特性に無視し得ない影響を与える構造状態であり，提案する荷重分布モデルを適用できる領域とする．柔・剛構造の影響も無視できない範囲として $\alpha \le \eta \le \beta$ と定義する．
3) 領域 III（柔構造）：落石等の作用において変位およびエネルギー吸収が支配的となる構造状態であり，$\eta < \alpha$ と定義する．ただし，ここでは当該領域の詳細な検討は扱わない．

Table 1 Classification of each structure

Category I: Rigid structure ($\eta > \beta$)	Category II: Boundary structure ($\alpha \le \eta \le \beta$)	Category III: Flexible structure ($\eta < \alpha$)
・Rigid body assumption ・Load distribution across the acting surface	・Overall surface deformation ・Influence of deformation on load ・Partial rigid structural response	・Deformations occur on the flexible side ・Large deformations due to localized loads ・Rigid bodies only exert reaction forces
・Stress σ (stress verification) ・Bending, shear ・Stability verification	・Tension in flexible members and bending in rigid members ・Focused on member force evaluation	・Maximum tensile force T_{max} ・Energy verification

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

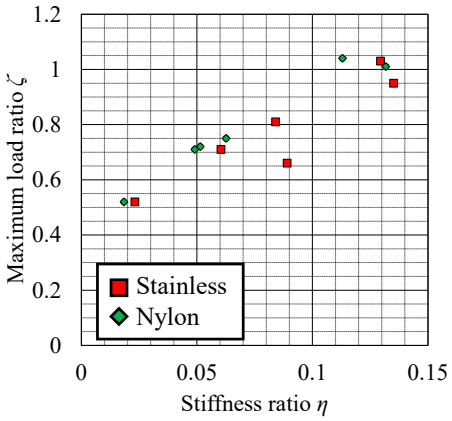


Fig. 1 Influence of stiffness ratio on maximum load ratio

なお，η は構造応答の支配無次元量であり，入力条件が一定であれば剛性比により整理可能である．

３．実験結果を基準とした境界構造の区分

３．１　実験の概要

境界構造の評価手法を検討するため，既報の結果 [2), 3)]を再整理した．本節では実験の概要を示す．実験は，長さ 4,350 mm，幅 300 mm の直線水路を用い，下流部に荷重計測装置を設置して，流下してきた土石流を捕捉した際の作用荷重を計測した．捕捉面には，変形が微小な剛構造モデルと，変形を許容するネットを設置し，これを境界構造モデルとする．ネットの材質は，ステンレスワイヤおよびナイロンの 2 種類とし，構造特性の違いが作用荷重に及ぼす影響を比較した．土石流条件としては，流速の異なる 6 種類のケースを設定し，各条件において荷重計測を行った．その結果，剛構造と境界構造に作用する荷重には明瞭な違いが確認された．特に，流速の大きい場合には，両構造に生じる最大荷重の差は小さくなる傾向が認められた．一方，多くのケースにおいて，境界構造に生じる最大荷重は剛構造よりも小さくなることが確認された．なお，境界構造の最大変形量については，柵高の半分以下であり，落石防護柵等で生じる大変形は確認されなかった．

３．２　実験結果に基づく境界構造の範囲

実験結果に基づき，構造特性を表す指標として剛性比 η を整理した．境界構造の等価剛性は，計測された最大荷重 F_{max} と最大変形量 δ_{max} との比（$k_{eq} \approx F_{max}/\delta_{max}$）により簡易的に評価した．基準剛性は，直径 ϕ 318.5 mm，板厚 t10.3 mm の片持ち梁を仮定して算出した．Fig. 1 は，境界構造と剛構造に生じた最大荷重の比率と，算出した剛性比 η との関係を整理したものである．Fig.1 より，η が概ね 0.05～0.01 付近を境に，剛構造と境界構造の作用荷重の差が拡大する傾向が確認された．この結果は，構造剛性の相対的な大きさが荷重伝達特性に影響を及ぼすことを示しており，η に基づく設計領域区分が整理指標となり得ることを示している．

３．３　境界構造の荷重評価手法の提案

現行の土石流設計荷重は，土石流流体力を構造に対して垂直に作用させるとともに，流動層以下に堆積した土砂による荷重の合力として評価されている [1)]．しかし，実験結果より，構造的特性の差異を考慮しない現状の荷重評価手法では実際に生じる荷重を過大に見積もる可能性がある．荷重計測結果と実験映像の比較検討の結果，剛構造と境界構造では以下 2 点の差異が確認された．

1)　土石流が構造物天端へ到達する際の衝突角度が，構造特性によって異なる場合がある．

2)　堆積土砂による静的荷重成分は，条件に依らず境界構造の方が剛構造より小さくなる傾向が認められた．

これらは，土石流捕捉時の流体力および堆積礫荷重に直接的に影響を与える因子となる．

以上の結果から，境界構造に対しては，衝突角度の影響および堆積土砂の荷重の低減効果を考慮した荷重評価手法が妥当と考え，Fig. 2 に示すような荷重分布モデルを提案する．本提案手法による算定値と実験値との比較結果を Fig. 3 に示す．現行設計に基づく評価では過大となる傾向が認められたのに対し，本提案手法は実験値と良好な対応を示した．これは，境界構造における適切な分布に基づく荷重による照査の可能性を示すものである．

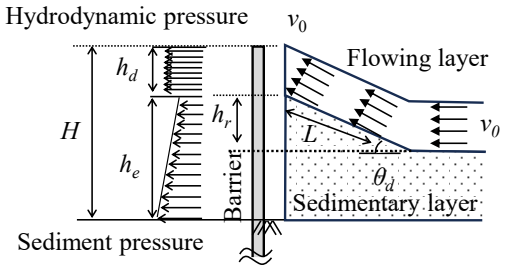


Fig. 2 Diagram of proposed debris flow load model

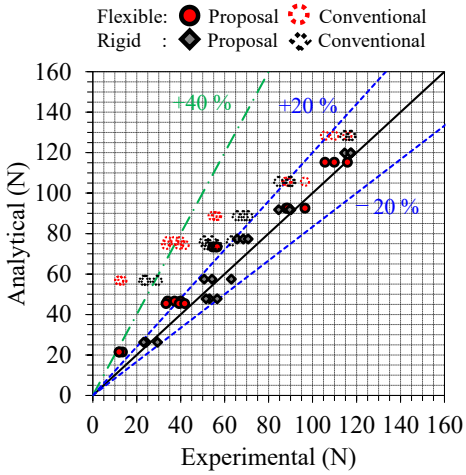


Fig. 3 Comparison of analytical and experimental values

４．まとめ

本研究では，新たな構造の評価区分として境界構造の領域について定義し，実験結果に基づく境界構造の区分を行った．また，定義された境界構造と剛構造との荷重の差異や土石流の衝突挙動について分析し，境界構造にも適用可能な新たな荷重評価手法を提案し，その妥当性についても確認した．

参考文献

1)　国土交通省 国土技術政策総合研究所：土石流・流木対策設計技術指針 解説，国総研資料 905 号, 2016.

2)　宮原邑太，堀口俊行：石礫型土石流の流速が柔構造物に及ぼす荷重緩衝効果の検討，砂防学会誌，78(5), pp.14-23, 2026.

3)　Y. Miyahara and T. Horiguchi: Study on velocity of flow velocity of bouldery debris flow on impact load on flexible barriers, Proceedings of 15th SILOS, pp.68-79, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

送電鉄塔基礎の柱体部が床版部に及ぼす影響の検討（シンポジウム講演概要）

Effects of the Column on the Slab in Transmission Tower Foundations
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

阪村　七々郁（香川大・院）　　中泉　陽菜（奥村組）　　村上　知則（四国総研）
松島　学（香川大）　　吉田　秀典（香川大・創工）
Nanaka SAKAMURA, Kagawa University
Hina NAKAIZUMI, Okumura Corporation
Tomonori MURAKAMI, Shikoku Research Institute INC.
Manabu MATSUSHIMA, Kagawa University
Hidenori Yoshida, Kagawa University
E-mail: yoshida.hidenori@kagawa-u.ac.jp

In this study, pull-out tests simulating transmission tower foundations were conducted to investigate the influence of the column on the mechanical properties of the slab. The results confirmed that the presence of the column contributes to an increase in the bending cracking capacity up to the onset of interfacial separation between the column and the slab. In contrast, no significant influence of the presence or size of the column was observed on shear cracking capacity.

１．はじめに

近年，人口減少や省エネルギー化が進む一方で，データセンター等の普及により電力需要は増加している．わが国では，発電所と需要地が地理的に離れており，電力の安定供給には，送電施設の維持管理が重要となる．送電鉄塔の多くは 1960 年前後に建設され，無筋かつ老朽化が進行している上に，気候変動により自然外力が増大しているが [1]，材料費の高騰により，全面更新は困難であり，合理的かつ経済的な補修・補強による長寿命化が求められている．

送電鉄塔基礎は床版部と柱体部から構成されるが，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響は十分に検討されていない [2]．そこで本研究では，鉄塔基礎の合理的な補修・補強設計に資することを目的として，柱体部が床版部に及ぼす影響を明らかにする．

２．試験体概要

本研究では，実構造物の鉄塔基礎を 1/6 スケールで模擬したコンクリート試験体を作製し，引揚試験を実施した．支配的となる基礎体の破壊形態として曲げ破壊およびせん断破壊を想定し，これらに対応する試験体を計画した．

曲げ破壊対象試験体として，柱体部を有しない試験体（SPM01）および柱体部を有する試験体（SPM02）を，また，せん断破壊対象試験体として，柱体部の寸法を変化させた 2 種類の試験体（SPS01，SPS02）を作製した．これらに対して引揚試験を実施し，柱体部の有無および寸法の相違が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．

試験体は，つかみプレート，主脚材，取付板，いかり材の鋼材部とコンクリートから構成される．想定した破壊形態が支配的となるよう，配筋量および配筋配置を適切に設定した．試験体の概要を Table 1 に示す．引揚試験では，基礎体に作用する風荷重を想定した引揚力を載荷し，荷重―変位関係，ひび割れ性状および最終破壊形態を評価した．

３．試験結果および考察

各試験体の耐力の計算値と測定値を Table 2 に示す．なお，朱書の値は最終耐力を表している．

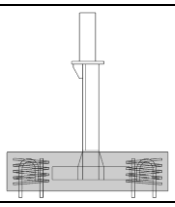
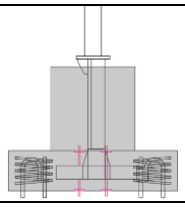
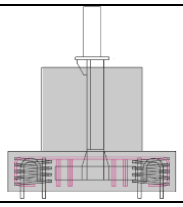
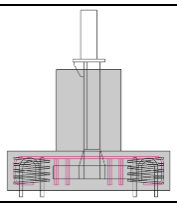
3.1　SPM01 試験体

SPM01 は，Fig.1 に示すように，34kN で十字状の曲げひび割れを生じて破壊に至った．Fig.2 より，測定値は計算値とほぼ同等で，当初想定通りの破壊挙動を示した．

3.2　SPM02 試験体

SPM02 は，まず，いかり材と取付板の接合部から柱体部の角部に向かってせん断ひび割れが発生･進展し，その後，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが発生すると想定していた．しかし，実際には，40kN で曲げに起因したひび割れが頂面に発生し，55kN で柱体部と床版部が剥離と同時に，明確な十字状の曲げひび割れが生じて破壊に至った（Fig.3，4 参照）．当初，せん断ひび割れが曲げひび割れに先行して発生し，かつ，柱体部と床版部は破壊に至るまで一体化していると想定としていたが，試験では，柱体部が剥離し，SPM01 と同様，十字状の曲げひび割れが卓越して破壊に至った．ここで，柱体部が半分程度剥離したと仮定して曲げひび割れ耐力を再計算すると，測定値に

Table 1 Overview of test specimens.

破壊モード	曲げ破壊モード		せん断破壊モード	
試験体名	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
試験体図				
柱体部	無	有	大	小
柱体幅／床版幅	―	0.5	0.6	0.4
補強筋（淡赤	―	せん断補強筋 2 本	曲げ補強筋 16 本	曲げ補強筋 16 本

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 2 Calculated and measured values.

	耐力(kN)	SPM01	SPM02	SPS01	SPS02
計算値	曲げひび割れ	36.9	73.7	92.2	61.4
	せん断ひび割れ	(61.0)	73.5	144.1	103.7
	最終耐力	-	-	164.6	164.6
測定値	曲げひび割れ	34.0	55.0	60.0	50.0
	せん断ひび割れ	-	×	65.0	55.0

近い 55.9kN となる．また，柱体部が無い（SPM01 試験体）場合，せん断ひび割れ耐力は 60kN 程度であることを考えると，SPM02 は，想定とは異なり，せん断ひび割れは発生せず，柱体部と床版部の剥離が生じた後，十字状の曲げひび割れが発生して破壊に至ったと類推される．

3.3 SPS01 試験体

SPS01 は，まず，柱体部の角部から床版部の角部に向けて曲げひび割れが，その後，いかり材と取付板の接合部からせん断ひび割れが発生し，破壊に至ると想定していた．しかし，実際には，60kN で柱体部と床版部の剥離および十字状の曲げひび割れが，その後，65kN で放射状のせん断ひび割れが発生し，破壊に至った（Fig,5，6 参照）．SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 60.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況より（Fig.7 参照），いかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し（灰色網掛），曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かると，その角度を低角に変えた（朱色網掛）ものと類推される．角度が低角となったことで，柱体部がない SPM01 にて想定したせん断破壊面より大きくなり，その結果，SPM01 の計算値より大きな値である 65kN でせん断ひび割れ破壊に至ったものと考える．

3.4 SPS02 試験体

SPS02 は，SPS01 と同様の破壊現象を呈し，SPS01 との違いは，SPS02 は SPS01 より柱体部が小さい分，曲げひびわれならびにせん断ひび割れに対する両耐力が低下すると想定していた．しかし，実際には，SPS01 と同様，50kN で十字状の曲げひび割れが発生・進展し，60kN で放射状のせん断ひび割れが発生して破壊に至った（Fig,8，9 参照）．ここでも，SPM02 と同様の仮定をして曲げひび割れ耐力を再計算すると 50.0kN となり，これは測定値と合致する．床版部側方のせん断ひび割れ状況（Fig.9）は，SPS01（Fig.7）と類似しており，その発生メカニズムも概ね同様であると推察される．また，SPS02 においても，せん断破壊面が曲げ補強筋位置に達すると破壊進展角度が緩やかとなり，せん断破壊面の広がりは SPM02 より大きくなった．このことから，せん断ひび割れ耐力は SPM02 より増大したと考えられる．一方で，柱体部寸法の大きい SPS01 と比較するとせん断破壊面は小さく，その結果，せん断ひび割れ耐力は SPS01 より低下したと考えられる．SPS02 については，試験後，ハンマーで砕いてせん断破壊面を露出させたところ，類推通り，せん断破壊はいかり材と取付板の接合部から斜め 45° 上方に進展し，曲げ破壊が先行しないように施された曲げ補強筋に差し掛かって，その角度を低角に変えていた．

4．まとめ

本研究では，鉄塔基礎を模擬した引揚試験により，柱体部が床版部の力学特性に及ぼす影響を検討した．その結果，柱体部は，柱体部と床版部の界面において剥離が生じるまでは曲げひび割れ耐力の向上に寄与することが確認された．一方で，せん断ひび割れ破壊に対しては，柱体部の有無および寸法の違いによる顕著な影響は認められなかった．以上より，床版部のせん断耐力の向上を目的としてせん断補強を施すことにより，せん断耐力の増大が期待できるとともに，当該補強によって柱体部と床版部の一体性が向上すれば，曲げ耐力の向上にも寄与する可能性が示唆された．

参考文献

1) 環境省：気候変動による災害激甚化に関する影響評価について 勢力を増す台風～我々はどのようなリスクに直面しているのか～，pp.11-18，2023.10.
2) 田邊成，斎藤修一，三島徹也，安雪暉：送電用鉄塔基礎の 4 本支持杭および直接支持床板における押抜きせん断耐力に関する研究，土木学会論文集，No.739/V-60，pp.1-13，2003.8.

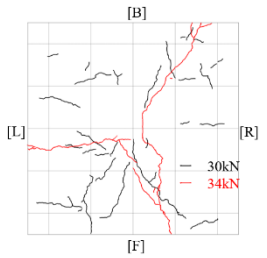


Fig.1 Crack pattern (SPM01)

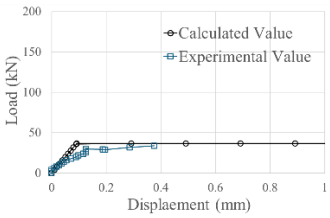


Fig.2 *P*-δ curve (SPM01)

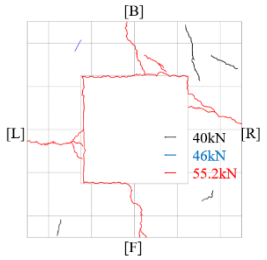


Fig.3 Crack pattern (SPM02)

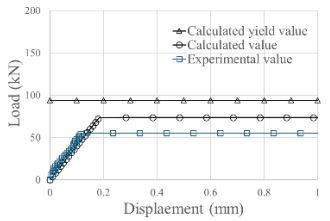


Fig.4 *P*-δ curve (SPM02)

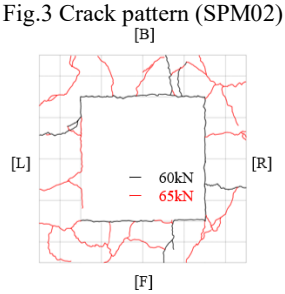


Fig.5 Crack pattern (SPS01 up)

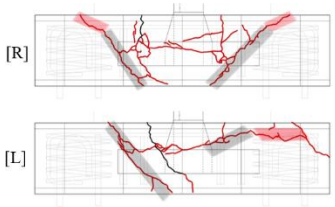


Fig.6 Crack pattern (SPS01 side)

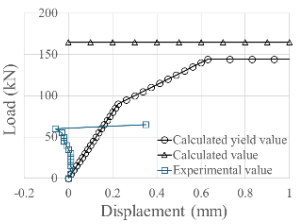


Fig.7 *P*-δ curve (SPS01)

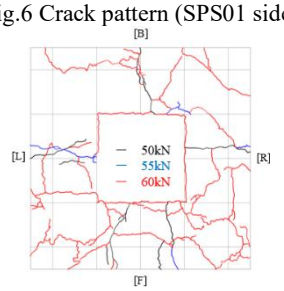


Fig.8 Crack pattern (SPS02 up)

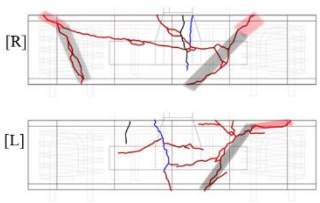


Fig.9 Crack pattern (SPS02 side)

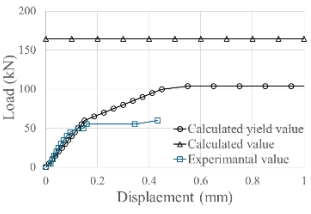


Fig.10 *P*-δ curve (SPS02)

弾塑性疲労亀裂進展寿命評価手法における FEM 要素サイズと空間分布依存性に関する検討（シンポジウム講演概要）

Investigation on the Dependence of FEM Element Size and Spatial Distribution in Elasto-Plastic Fatigue Crack Growth Life Evaluation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

西垣　駿（大阪大・工）　桐生　泰輔（大阪大・工）　田中　颯人（大阪大・工）　中村　源太（大阪大・工）
柴田　誉（住友重機械工業（株））　フィンカト　リカルド（パドヴァ大）　堤　成一郎（大阪大・工）
Shun NISHIGAKI, The University of Osaka
Taisuke KIRYU, The University of Osaka
Hayato TANAKA, The University of Osaka
Genta, NAKAMURA, The University of Osaka
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.
Riccardo FINCATO, University of Padua
Seiichiro TSUTSUMI, The University of Osaka
E-mail: tsutsumi.s.eng@osaka-u.ac.jp

As the majority of damage in machines and structures is attributed to fatigue, there is a strong demand for establishing simulation technologies capable of predicting the life to fatigue fracture. The authors have previously proposed a unified evaluation method covering the process from fatigue crack initiation to fracture, based on elastoplastic FEM analysis. However, the crack propagation parameter used in this evaluation is dependent on the element size. Consequently, a remaining challenge is the high computational cost incurred when a small element size is specified. In this study, focusing on SENT specimens made of SM490A steel, a relational expression between the crack propagation parameter and the element size is proposed. Furthermore, the effects on prediction accuracy and analysis time were investigated using a model in which the element size was gradually increased in the crack propagation direction.

1．緒言

機械・構造物の損傷の多くは疲労に起因する [1]と言われる中，複雑な荷重履歴に対する疲労破壊までの寿命を高精度かつ簡便に予測可能なシミュレーション技術の確立が望まれる．著者らは，弾塑性 FEM シミュレーション結果から得られる局所的な弾塑性応答に基づき，疲労亀裂の発生寿命および破断までの進展寿命を統一的に評価可能な手法を提案 [2-4]している．本評価に用いる亀裂進展パラメータΔaは，亀裂先端近傍に位置する要素のサイズ（以降，要素サイズl）に依存して決定される．そのため，高精度な評価を目的として，要素サイズlを小さく設定した場合に計算コストが高くなることが課題としてあげられる．一方，先行研究 [2]では，CT 試験片を模擬した要素サイズl=0.005mm から 0.05mm の 2D モデルについて，試験結果を高精度で予測可能なΔaと要素サイズlの関係を定式化することにより，要素サイズlに非依存な疲労性能評価手法を提案している．しかしながら，計算コストの削減に有効な要素サイズlが大きな条件（l >0.05mm）に加えて，要素サイズlを不均一に配置したモデルへの適用性について検討はされていない．

そこで本研究では，SM490A からなる SENT 試験片を対象として，亀裂近傍に均一な要素サイズlのモデルを採用するとともに，疲労試験結果を再現可能な疲労亀裂進展パラメータΔaと最小評価距離a_0との関係式を提案する．次に，要素サイズlを亀裂進展方向に段階的に大きくしたモデルに対する提案手法の予測精度および解析時間に及ぼす影響について検討を行った．

2．弾塑性疲労性能評価手法の適用性検証

本研究で採用する疲労亀裂進展速度da/dNの評価手法について概説する．本手法では，鋼材の繰返し載荷に伴う弾塑性応答を高精度に再現可能な疲労 SS モデル [5]を採用した弾塑性 FEM 解析を実施し，応力集中部の節点で評価された弾塑性応答と実験データベースに基づく評価式 [3]を活用することにより，疲労亀裂発生寿命N_cを算出する．さらに，亀裂進展速度の評価は，所定の亀裂長さ a における亀裂先端での疲労亀裂発生寿命N_cを算出するとともに，繰返し回数N_cの間に疲労亀裂がΔaの距離を進展するとして，次式に従って疲労亀裂進展速度を算出する．

$$da/dN = \Delta a/N_c \qquad (1)$$

本手法の適用性検証として，SENT 試験片の疲労試験結果を対象に再現解析を行った．解析に使用した FE モデル（要素タイプ : 6 面体 1 次要素，要素サイズ : $l = 0.05mm$）を“基本モデル”と称し，Fig. 1 に示す．本解析により得られたサイクル数Nと亀裂長さaの関係を Fig. 2 に示す．これより，異なる最大応力および応力比で取得された実験結果の傾向を概ね再現可能であることが確認できる．

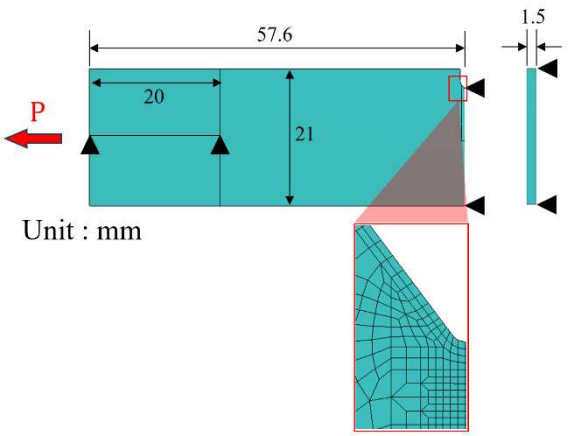


Fig.1　FE mesh and boundary conditions for SENT specimen

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

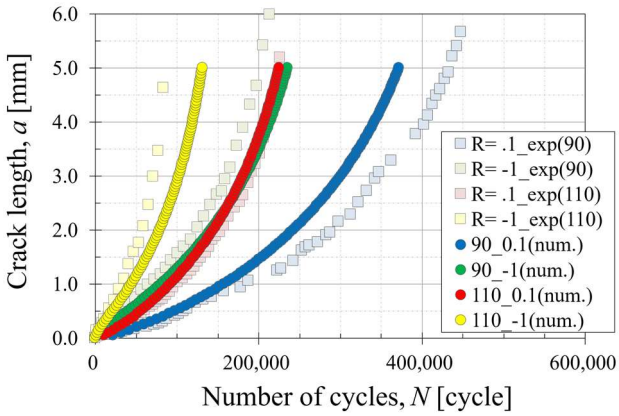


Fig. 2 Crack length vs. number of cycles

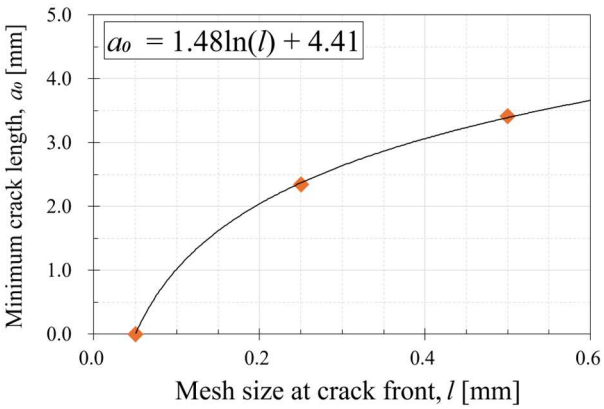


Fig. 3 Minimum crack length vs. mesh size at crack front

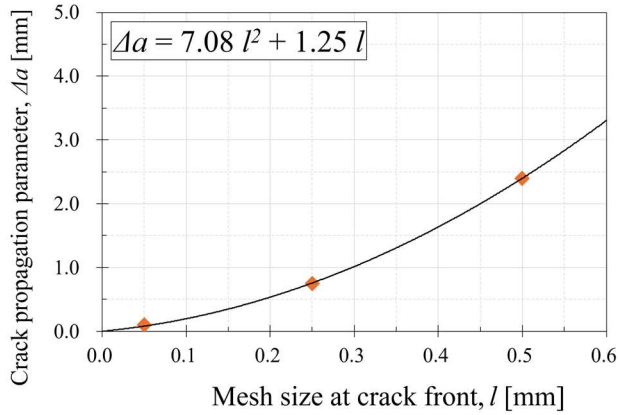


Fig. 4 Crack propagation parameter vs. mesh size at crack front

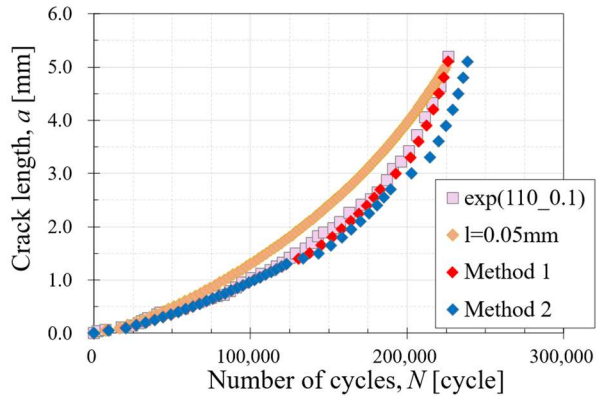


Fig. 5 Crack length a vs. number of cycles

３．要素サイズ影響に関する検討

要素サイズlを均一に設定した 3 種類（0.05/0.25/0.50 mm）の“均一要素モデル”に対する評価を実施した．ここで，疲労亀裂発生位置や発生直後の短い亀裂に関しては，切欠き部の形状再現性の影響を受けることから，適切な要素サイズlを設定する必要がある．そこで，
Δaの決定プロセスにおいて，実験結果との照査に採用する亀裂長さ(mm)の評価区間を$[a_0, 5]$と設定する．なお，基本モデルと同程度に実験結果を予測可能なa_0およびΔaを他の要素サイズlにおいても決定するとともに，得られたa_0とlの関係およびΔaとlの関係をそれぞれ$a_0 = 1.48ln(l) + 4.41$および$\Delta a = 7.08l^2 + 1.25l$として規定した（Fig. 3 および 4 参照）．

４．段階要素モデルに関する検討

要素サイズlを基本モデルと同じ 0.05mm から 0.30mm まで段階的に変化させた“段階要素モデル”に対して検討を行った．また，要素サイズlが急激に変化する領域での亀裂進展速度の評価手法として，次の 2 種類の手法について比較を行った．すなわち，亀裂進展速度の評価に採用する要素サイズlとして，Method1：亀裂先端節点の前方の要素サイズlを採用，Method2：亀裂先端節点を共有する前後の要素サイズlの平均値を採用した．基本ケースを含めた評価結果を実験結果とともに Fig. 5 に示している．これより，いずれのケースにおいても，実験結果を概ね再現可能であり，更に段階要素モデルによって，基本モデルと比較して解析時間を大幅に短縮するなど，その有用性を確認した．

５．結言

本研究では，要素サイズlやその分布に非依存な疲労性能予測手法の提案を目的として，疲労性能評価手法の要素サイズ依存性及び，段階要素モデルに対する適用性について検討を行った．その結果，任意の要素サイズ l に対してa_0およびΔaを決定可能な関係式を提案した．また，段階要素モデルに対する検討により，疲労亀裂進展挙動を高精度かつ短縮時間で評価可能であることを示した．

参考文献

1) 日本材料学会編: 疲労設計便覧, 1995,養賢堂.
2) 堤成一郎, 長濱啓和, Riccardo Fincato: 局所的弾塑性応答に基づく鋼材の疲労き裂発生および伝播寿命評価, 土木学会論文集 A2, 75, 2 (2019), I_445-O_453.
3) 柴田誉, 桐生泰輔, 佐藤啓介, フィンカト リカルド, 堤成一郎: 弾塑性変形履歴と累積損傷を考慮した鋼材の疲労亀裂進展寿命予測手法, 土木学会論文集, 81, 15 (2025), 24-15028.
4) 田中颯人, フィンカト リカルド, 高木芳史, 崎本隆洋, 堤成一郎: 分割回し溶接による面外ガセット継手の疲労寿命延伸効果に関する研究, 土木学会論文集, 82, 15(2026), 25-15030.
5) S. Tsutsumi, R. Fincato, Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165, (2019), 107573.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (1)

座長:古川 愛子(京都大学)

14:45 ~ 15:00

[23011] 確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための\\時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

*石橋 明香里[1]、本田 利器[1] (1. 東京大学)

15:00 ~ 15:15

[23012] GPUスーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

*中尾 魁[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1] (1. 東京大学)

15:15 ~ 15:30

[23013] 高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

*伊東 秀晃[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、Lalith Maddegedara[1]、堀 宗朗[2] (1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構)

15:30 ~ 15:45

[23014] 潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

*神前 真桜[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] (1. 大阪大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

15:45 ~ 16:00

[23015] 軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

*津田 悠人[1]、松岡 弘大[1]、松本 麻美[1] (1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

確率特性の不確実性を考慮したインフラ維持管理のための時間整合的なリスク評価（シンポジウム講演概要）

Time-Consistent Risk Evaluation for Infrastructure Maintenance under Uncertainty of Stochastic Property (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

石橋　明香里（東京大・工）　本田　利器（東京大・新領域）
Akari ISHIBASHI, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: ishibashi-akari@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

This study proposes a time-consistent risk evaluation framework for infrastructure maintenance under uncertainty of stochastic properties. Conventional maintenance planning relies on expected life-cycle cost (LCC) evaluation, which cannot adequately capture extreme events. Tail risk measures have therefore attracted increasing attention. To incorporate distributional uncertainty, Entropic Value-at-Risk (EVaR) with a Kullback–Leibler (KL) divergence constraint is employed. A nested risk structure is adopted to ensure time consistency in sequential decision-making problems. Numerical simulations of RC slab deterioration demonstrate that the method provides estimates closer to true risk values at the initial decision stage.

1. はじめに

インフラ維持管理では，劣化予測に基づくリスク評価が合理的な意思決定を支える基盤となる．従来の維持管理計画では，期待値に基づく LCC (Life cycle cost) 評価が広く用いられてきた．しかしながら，期待値に基づく評価は極端事象の影響を十分に反映できないという問題を有する．このため，近年ではテイルリスクに着目したリスク評価指標の研究がなされており，数学的にも優れた性質を有する代表的なものとして Conditional Value-at-Risk (CVaR) がある．

実構造物の劣化過程は本質的に不確実であり，劣化モデルにおいて仮定した確率分布が真の分布と乖離する可能性を常に含んでいる．従来のリスク評価手法では，劣化過程の確率特性は特定の確率分布によりモデル化されることが一般的である．しかしながら，実際の劣化挙動との乖離可能性を含む分布の誤差は，評価指標の中で明示的には考慮されていない[1]．さらに，インフラ維持管理は逐次的意思決定問題であるため，評価指標には時間的整合性が要求される．すなわち，将来時点から評価した場合にも，過去の意思決定と矛盾しないリスク評価が必要となる．

本研究では，確率特性の不確実性を明示的に考慮可能かつ時間的整合性を満たす動学的リスク指標の構築を行う．

2. 確率分布の不確実性を考慮した評価枠組み

確率分布の不確実性を扱うため，Entropic Value-at-Risk (EVaR)[2] に着目する．損失を表す確率変数 X に対し信頼水準 $\alpha \in (0,1)$ における EVaR は次式で定義される．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \inf_{\theta>0}\left\{\frac{1}{\theta}\left(\ln \mathbb{E}[e^{\theta X}] - \ln(1-\alpha)\right)\right\} \tag{1}$$

EVaR は，同一の信頼水準 α において，$\mathrm{VaR}_\alpha(X) \le \mathrm{CVaR}_\alpha(X) \le \mathrm{EVaR}_\alpha(X)$ の関係を満たすことが知られている．すなわち，EVaR は広く用いられているリスク指標である VaR および CVaR と比較して，より保守的なリスク評価を与える．さらに，EVaR は以下の双対表現を持つ．

$$\mathrm{EVaR}_\alpha(X) = \sup_{Q \ll P}\left\{\mathbb{E}_Q[X] \,\middle|\, D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) \le -\ln(1-\alpha)\right\} \tag{2}$$

ここで P は想定分布，Q は真の分布候補，$D_{\mathrm{KL}}(Q\|P)$ は Q と P の間の Kullback-Leibler (KL) 距離を表す．この双対表現は，EVaR が想定分布から一定の KL 距離内に存在する分布のうちで最大の期待損失を表すことを意味する．

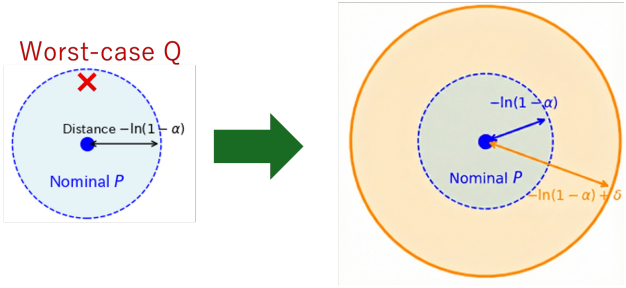


Fig. 1　Description of distributional uncertainty in EVaR

本研究では，上述の双対表現の性質に基づき，確率分布の不確実性を KL 距離として導入する．EVaR の双対表現において，信頼水準 α は，想定分布 P を中心とする KL 距離 $-\ln(1-\alpha)$ の分布集合を規定する．すなわち，リスク評価は，この分布集合内に存在する最悪分布に対する期待損失として解釈される．ここで，確率分布の不確実性を考慮するため，分布不確実性 δ を導入し，

$$-\ln(1-\alpha') = -\ln(1-\alpha) + \delta \tag{3}$$

と定義する．この関係は，**Fig.1** に示すように，KL 距離球の半径を拡張する操作に対応する．すなわち，想定分布 P から KL 距離 δ 以内に存在する追加的な分布の揺らぎを考慮することを信頼水準の引き上げ $\alpha \to \alpha'$ によって達成できることを意味する．

本枠組みにおいて δ は，想定分布と真の分布の乖離許容度を表し，モデル化誤差，環境条件の変動，およびデータ不足に起因する確率特性の不確実性などを統一的に表現する調整パラメタとして機能する．これにより，分布の誤差を明示的に考慮したロバストなリスク評価が可能となる．

ただし，KL 距離は一般的な距離とは異なり，三角不等式を満たさないため，，分布不確実性を δ 分だけ追加しても，想定分布と真の分布の乖離許容度を単純に δ だけ増加させることにはならない．つまり，信頼水準を α から α'

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

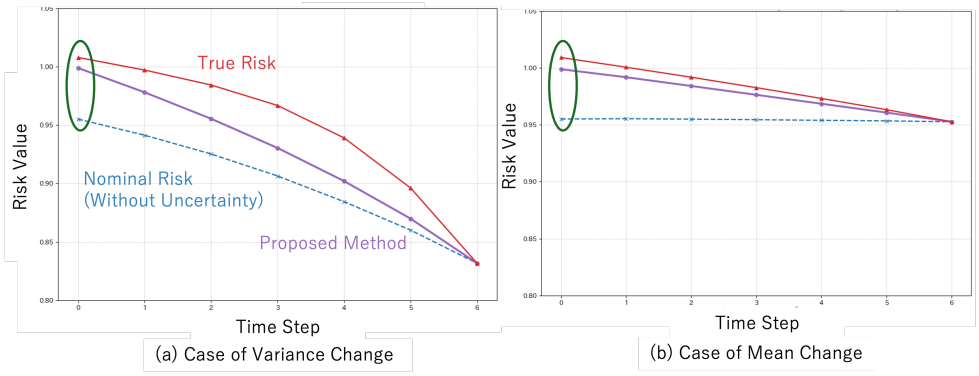


Fig. 2　Risk Trajectories for Different Stochastic Property Cases

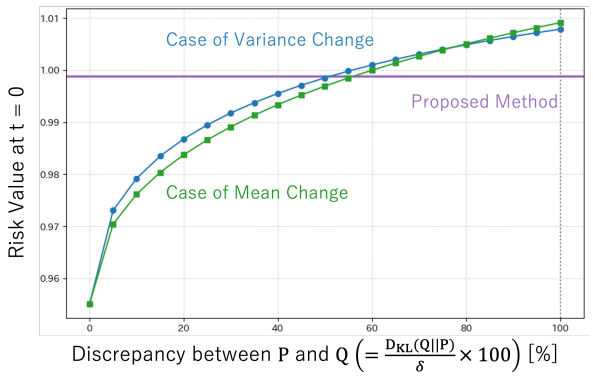


Fig. 3　分布乖離度に対する感度分析

へ調整する操作が，必ずしも全ての δ 乖離ケースを包含することを意味するものではない．本研究では，その妥当性を数値的に検証する．

3.　リスク指標における時間的整合性の獲得

一般に期待値の場合とは異なり，単期間で定義されるテイルリスク指標は，逐次的意思決定問題において時間的整合性を満たさない．時間的整合性が成立しない場合，将来時点から評価した際に，過去の意思決定との間に不整合が生じる可能性がある．

そこで本研究では，一期間リスク評価を後ろ向きに反復適用する入れ子構造[3] を導入する．

$$\rho_t(X) = \mathrm{EVaR}_{\alpha'}\left(\rho_{t+1}(X)|\mathcal{F}_t\right) \tag{4}$$

ここで，$\rho_t(\cdot)$ は時点 t における動学的リスク指標，$\mathcal{F}_t$ は時点 t までの情報集合を表す．この構造により，分布不確実性を考慮しつつ，時間的整合性を満たす動学的リスク評価が可能となる．本研究ではこの指標を信頼水準 α' における Iterated EVaR と呼ぶ．

4.　数値シミュレーション

提案手法の有効性を検証するため，RC 床版の土砂化の進行過程を対象とした数値シミュレーションを実施した[4]．本解析では，劣化進行が載荷回数に依存するものと仮定し，評価期間を 6 期間として設定した．各期間における載荷回数 N_t の想定分布を $N_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ とした．

確率特性の不確実性を表現するため，真の確率特性として $\mathcal{N}(\mu, a\sigma^2)$，$\mathcal{N}(b\mu, \sigma^2)$ を設定した．ここで，各確率特性は想定分布との乖離度が所定の KL 距離 $D_{\mathrm{KL}}(Q\|P) = \delta$ を満たすようパラメタ a と b を調整した $(a = 7.68, b = 1, 32)$．

これにより，平均変動および分散変動がリスク評価へ与える影響をモンテカルロシミュレーションで比較した．

評価比較として，真の分布に基づくリスク値（True Risk: 想定分布を真の分布として信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），想定分布に基づくリスク値（Nominal Risk: 信頼水準 α における Iterated EVaR で評価），および分布不確実性 δ を導入した提案手法（Proposed Method: 信頼水準 α' における Iterated EVaR で評価）によるリスク値を算出した．**Fig.2** に想定分布に対しそれぞれ平均・分散が異なる場合のリスク推移を示す．$t = 0$ 時点に着目すると，Nominal Risk は True Risk と比較して過小評価となる傾向が確認される．これに対し，Proposed Method は True Risk に近い値を与えており，初期意思決定段階におけるリスク評価の補正効果が確認された．

続いて，想定分布と真の分布との乖離度に対する感度分析を実施した．**Fig.3** に解析結果を示す．平均あるいは分散が異なるケースでは，乖離度が過度に大きくない領域において，提案手法は真のリスク値を上回る評価を与え，安全側の評価を維持することが確認された．この結果は，分布乖離度が過度に大きくない範囲において，提案手法が分布の乖離の影響を適切に反映し，ロバストなリスク評価が可能であることを示している．

5.　おわりに

本研究では，確率特性の不確実性の考慮を信頼水準の操作へ変換する評価枠組み，および時間的整合性を満たす Iterated EVaR を提案した．本手法は，分布の不確実性を明示的かつ操作可能な形でリスク評価へ組み込むことを可能とする．今後は，KL 距離の非距離性の考慮，考慮する分布不確実性の大きさが不確実性評価へ与える影響の分析，および提案手法の実務的意思決定への適用が課題である．

参考文献

1) Biondini, F. and Frangopol, D. M.: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structural Systems under Uncertainty, Journal of Structural Engineering, Vol.142, No.9, F4016001, 2016.
2) Ahmadi-Javid, A.: Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.155, No.3, pp.1105-1123, 2012.
3) Hardy, M. R. and Wirch, J. L.: The Iterated CTE: A Dynamic Risk Measure, North American Actuarial Journal, Vol.8, No.4, pp.62-75, 2004.
4) 嘉瀬由葉, 古川智也, 高橋佑弥: 実道路橋梁を対象とした床版土砂化予測に基づく予防保全的維持管理の提案, コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集, 22, pp.523-528, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

GPU スーパーコンピュータによる高速な断層すべりの超並列ベイズ推論（シンポジウム講演概要）

Massively Parallel Bayesian Inference for Fault Slip Estimation Accelerated on GPU Supercomputer (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中尾 魁（東大・地震研）　市村 強（東大・地震研）　藤田 航平（東大・地震研）
Kai NAKAO, The University of Tokyo
Tsuyoshi ICHIMURA, The University of Tokyo
Kohei FUJITA, The University of Tokyo
E-mail: k-nakao@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a GPU-accelerated method for massively parallel Bayesian inference and used it for estimation of fault slip. Bayesian inference enables robust parameter estimation and uncertainty quantification but requires extensive Monte Carlo sampling resulting in high computational cost. Although massively parallel solutions have been proposed for CPU-based supercomputers, their computational pattern is not well suited for GPU acceleration. In this study, we developed the methodology that works efficiently on GPU-based supercomputers and evaluated its performance on the supercomputer Miyabi. It was shown that the proposed implementation achieved 42.1x speedup per node compared with the CPU version on Fugaku.

1. はじめに

観測データから観測不可能なモデルパラメータを推定する逆解析は，多くの分野に見られる重要な解析である．パラメータを確率変数として扱い，その確率分布を求めるベイズ推論は，観測データと事前情報を統合した安定な推定を可能とし，さらに不確実性定量化により信頼性の高い解を得ることができる有用な手法である．一方，パラメータ空間全体の探索にはモンテカルロサンプリングが必要であり，多数（しばしば 10 万以上）の順解析を要するため計算コストが極めて大きいという課題がある．この計算コストに対処するため，多数のサンプルの尤度評価を並列に実行する手法が提案されている．筆者らはこれまで，並列計算に適したアルゴリズムに基づき，スーパーコンピュータ富岳の高い解析能力を活用した「超並列ベイズ推論」を提案し，複雑な断層モデルのベイズ推定において，その有効性を示している[1]．

近年および次世代のスーパーコンピュータでは，CPU と比較してさらに高い演算性能を持つ GPU の採用が主流となり，GPU の性能を活用した，さらに高速なベイズ推論の実現が期待される．しかし，富岳の CPU 用に開発された超並列ベイズ推論の既往手法では，計算粒度が小さく不均一であり，GPU への単純な移植では高効率な実行が困難であった．そこで本研究では，GPU に適合した手法を設計し，GPU スーパーコンピュータ Miyabi においてその性能を検証する．

2. 手法

対象問題は，地殻変動データ $\boldsymbol{d}$ から断層ジオメトリ $\boldsymbol{\theta}$ および断層面上のすべり分布 $\boldsymbol{s}$ を推定するベイズ逆解析である．サンプリング計算は 2 層の階層構造を持ち，外側ループで $\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングを行い，$\boldsymbol{\theta}$ の尤度評価が必要な際には，内側ループで $\boldsymbol{\theta}$ を固定した $\boldsymbol{s}$ のサンプリングを行って周辺尤度を評価する．両者のサンプリングには，並列計算に適した Sequential Monte Carlo (SMC; Alg. 1) を用い，$\boldsymbol{\theta}$ のサンプリングは MPI プロセス間で，$\boldsymbol{s}$ のサンプリングは GPU スレッド間で並列化する．

主な計算コストは，$\boldsymbol{s}$ の mutation において，各サンプルを Hamiltonian Monte Carlo (HMC) により更新する処理にかかる．Alg. 2 に，Ching & Chen (2007)[2] に基づく既往の CPU 実装のアルゴリズムを示す．ここで，$\boldsymbol{p}_i$ は $\boldsymbol{s}_i$ に共役な運動量ベクトル，N^i_{move} は $\boldsymbol{s}_i$ の HMC 更新回数，N_τ は 1 回の HMC 更新におけるステップ数である．N^i_{move} は，総和がサンプルサイズ N_s となるように，各サンプルの尤度に応じて割り当てられる．主要な計算カーネルは $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{s}_i$ の密行列-ベクトル積である．この方法では N^i_{move} がサンプルごとに異なるため，スレッド間の負荷不均衡により，GPU では $\boldsymbol{s}_i$ に関して並列計算を行うことが難しい．そこで GPU 向けの実装では，全サンプルで N_{move} を統一したアルゴリズム[3] を採用した．この場合，$\boldsymbol{s}_i$ のループを j,k のループの内側に移動でき，ブロック変数 $\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}_1 \cdots \boldsymbol{s}_{N_s}]$，$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{p}_1 \cdots \boldsymbol{p}_{N_s}]$，$\boldsymbol{D}' = [\boldsymbol{d}' \cdots \boldsymbol{d}']$ を導入することで，Alg. 3 のように表される．この変更により負荷不均衡が解消され，主要カーネルは密行列-行列積 $\boldsymbol{G}'\boldsymbol{S}$ となり，GPU に適した密な計算構造へ変換される．N_{move} の値は，実際のアプリケーション条件において，精度が既往アルゴリズムと同等であることを確認したうえで，$N_{\mathrm{move}} = 3$ に設定した．この変更により総演算回数は約 3 倍に増加するが，GPU の高い並列性を活かした実行時間の短縮が期待される．

実アプリケーションにおいて $\boldsymbol{S}$ および $\boldsymbol{G}'$ のサイズはそれぞれ (1000×200)，(200×200) 程度と比較的小さく，単一プロセスでは GPU の計算資源を十分に活用できない．そこで，複数プロセスのカーネルを同一 GPU 上で同時実行する Multi Process Service (MPS) を導入して GPU 利用率を向上させた．

Algorithm 1: Sequential Monte Carlo

input : Samples from the prior distribution
output: Samples from the posterior distribution
$\gamma \leftarrow 0$;
while $\gamma < 1$ **do**
  Resampling according to likelihood;
  for *each sample* **do**
    Mutation by MCMC (**in parallel**);
  Synchronize processes;
  $\gamma \leftarrow \gamma + \Delta\gamma$;

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Algorithm 2: Original HMC for CPU

for *each sample* $\boldsymbol{s}_i$ **do**
  for $j = 1, \ldots, N^i_{\text{move}}$ **do**
    for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
      $\boldsymbol{s}_i \leftarrow \boldsymbol{s}_i + C\boldsymbol{p}_i\Delta\tau$;
      $\boldsymbol{p}_i \leftarrow \boldsymbol{p}_i + (\boldsymbol{d}' - G'\boldsymbol{s}_i)\Delta\tau$;

Algorithm 3: Modified HMC for GPU

for $j = 1, \ldots, N_{\text{move}}$ **do**
  for $k = 1, \ldots, N_\tau$ **do**
    $\boldsymbol{S} \leftarrow \boldsymbol{S} + C\boldsymbol{P}\Delta\tau$;
    $\boldsymbol{P} \leftarrow \boldsymbol{P} + (\boldsymbol{D}' - G'\boldsymbol{S})\Delta\tau$;

3. 性能評価

提案手法の性能を評価するための数値実験について述べる．すべての数値実験はスーパーコンピュータ Miyabi で実施した．Miyabi は各ノードに NVIDIA GH200 Superchip を 1 基搭載する GPU ベースのスーパーコンピュータである．真の断層ジオメトリとすべり分布を仮定して地殻変動の合成データを生成し，その逆解析を行った．

まず，MPS による 1GPU あたりの最適なプロセス数を調べるため，Miyabi の 1 ノードを用いて，$\boldsymbol{\theta}$ に関する SMC を 10 反復だけ行う Mini application で性能評価を行った．ここで，SMC のサンプルサイズは $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960$，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$，HMC カーネルの設定は $N_{\text{move}} = 3$，$N_\tau = 50$ とした．Fig. 1 に，プロセス数を 1 から 32 まで変化させた場合の計算時間および実効性能を示す．実効性能は主要カーネル $\boldsymbol{G'S}$ の演算回数を総実行時間で除することで算出した．プロセス数 16 において最大の性能 13.40 TFLOPS が得られ，Tensor Core を用いた倍精度理論演算性能の 20.0% に相当する高性能が確認された．

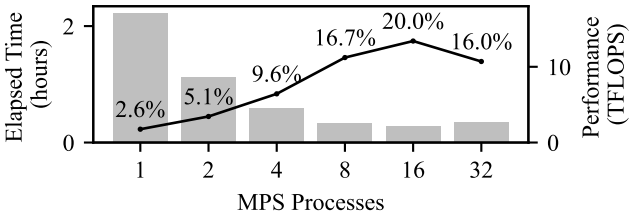


Fig. 1 Mini-application performance on one Miyabi node. Gray bars indicate the total elapsed time. Black lines indicate the effective GPU performance and its ratio to the FP64 Tensor Core peak performance.

続いて，多数ノードを用いた超並列環境で性能が維持されるかを検証するため，実アプリケーション条件において Weak scaling テストを実施した．Mini application の結果に基づき，1 ノードあたり 16 プロセスで並列化し，サンプルサイズを $N_{\boldsymbol{\theta}} = 960 \times$ ノード数，$N_{\boldsymbol{s}} = 1000$ とした．Fig. 2 に，ノード数を 1 から 128 まで変化させた場合の計算時間と，1 ノードを基準とした並列化効率を示す．128 ノードまで 92.3% の並列化効率を維持しており，$N_{\boldsymbol{\theta}} = 122880$ に達する大規模サンプリングにおける有効性が確認された．

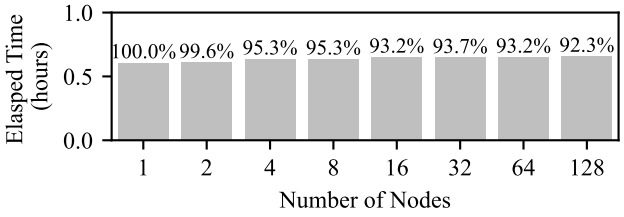


Fig. 2 Weak scaling from 1 to 128 nodes on Miyabi. Gray bars indicate the total elapsed time. The numbers above the bars indicate the parallel efficiency relative to the 1-node case.

Miyabi の 128 ノードと同条件の解析を既往の CPU 実装で行うと，富岳の 1024 ノードを用いて 3.5 時間を要した．この結果と比較すると，本 GPU 実装はノードあたり 42.1 倍の高速化を達成している．Miyabi と富岳の間で 1 ノードの倍精度理論演算性能比は 19.7 倍であり，GPU 向けの手法開発により，理論性能比を上回る高速化が実現された．

4. おわりに

本研究では，断層すべりのベイズ推定を対象に，GPU スーパーコンピュータ上で超並列ベイズ推論を行う手法を提案し，Miyabi を用いてその性能を評価した．計算が均一かつ密になるようにアルゴリズムを設計し，MPS を活用して GPU 利用率を向上させることで，富岳の CPU 実装と比較して，ノードあたり 42.1 倍の高速化を達成した．これにより，従来は GPU 計算に不向きであった超並列ベイズ推論を GPU 上で高効率に実行できることを示した．本手法は，ベイズ推論の他の応用に加え，アンサンブルデータ同化や集団的最適化など，多数の小規模な順解析を反復する解析の GPU 実行に有効であると考えられる．

謝辞：本研究は，最先端共同 HPC 基盤施設（JCAHPC）が提供するスーパーコンピュータ Miyabi の計算資源を用いて実施されました．本研究は，文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム「「富岳」による地震の大規模シミュレーションの基礎拡充と社会実装へ向けた展開」(JPMXP1020230213) の一環として実施されたものです．また，本研究の一部は，スーパーコンピュータ「富岳」の計算資源の提供を受け，実施しました (課題番号：hp230203, hp240217, hp250230)．本研究は JSPS 科研費 23H00213, 25K21686 の助成を受けたものです．本研究は，JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2108 の支援を受けたものです．

参考文献

1) Nakao, K., Ichimura, T., Munekane, H., Kobayashi, T., Hori, T. and Fujita, K.: Simultaneous Bayesian estimation of multisegment fault geometry and complex slip distribution: application to the 2024 Noto Peninsula earthquake, Geophysical Journal International, Vol.242, No.2, ggaf231, 2025.
2) Ching, J. and Chen, Y.-C.: Transitional Markov Chain Monte Carlo Method for Bayesian Model Updating, Model Class Selection, and Model Averaging, Journal of Engineering Mechanics, Vol.133, No.7, pp.816-832, 2007.
3) Del Moral, P., Doucet, A. and Jasra, A.: Sequential Monte Carlo Samplers, Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, Vol.68, No.3, pp.411-436, 2006.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高性能波動場解析手法とその内部構造推定への応用（シンポジウム講演概要）

Fast and Energy-efficient Multi-wavefield Analysis Method and its Application to Internal Structure Estimation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

伊東　秀晃（東京大・地震研）　市村　強（東京大・地震研）
藤田　航平（東京大・地震研）　Lalith Maddegedara（東京大・地震研）
堀　宗朗（海洋開発研究機構）
Hideaki ITO, The University of Tokyo
Tsuyoshi Ichimura, The University of Tokyo
Kohei Fujita, The University of Tokyo
Lalith Maddegedara, The University of Tokyo
Muneo Hori, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
E-mail: hideakiito@eri.u-tokyo.ac.jp

We developed a multi-wavefield analysis method for a densely coupled CPU-GPU environment, achieving 7.81 times faster than conventional methods. By training a neural network using the results, we built a surrogate model capable of evaluating 3D structural characteristics. This approach enables 3D inverse estimation 39 times faster than direct simulation, making high-resolution digital twin construction practically feasible.

1. はじめに

都市のレジリエンスと生産性を高めるため，高詳細なデジタルツイン構築が求められている．デジタルツイン構築を推進するには，地盤や社会基盤構造物のような巨大な系における 3 次元内部構造の推定が不可欠である．特に，表面加振への応答の観測値と，数値モデル上での計算値とを照査して内部構造を推定する手法が一般的である．この様な巨大かつ不均質な系の内部構造の推定には複雑形状や不均質構造の表現に優れる 3D 有限要素法 (FEM) の適用が有効である．しかし，高周波帯域まで精度を保証した波動場解析には十分な離散化が必要であり，計算コストの観点から高解像度な内部構造推定は極めて困難である．例えば，1k̇m 四方のモデルで 5Ḣz までの精度保証をする場合，数千万自由度の解析を数千タイムステップに渡って実行しなけらばならない．さらに，入力波の特性に依存しない固有の振動特性 (e.g. 卓越振動スペクトル) を抽出するためには，多数の入力ケースを用いた解析が必要となる．また，単一モデルでの解析時間が十分短縮されたとしても，逆解析において膨大な数のモデルを探索することも計算コストをさらに増大させる要因となる．これらの課題を踏まえ，本研究では以下のアプローチで解析コストの削減を図る．i) 近年の計算機の開発進展により可能になった CPU-GPU 間の高速なデータ転送を活用し，CPU と GPU の協調計算により多入力ケースに対する応答の計算を高速に行う．ii) i) により得られた解析データからニューラルネットワーク (NN) ベースのサロゲートモデルを構築し，内部構造の推定を効率的に行う．

2. 密結合 CPU-GPU 環境における高速な多ケース同時波動場解析

本研究では，以下の線形弾性体の支配方程式に対し，表面加振のパターンを変化させた多ケースの解析を効率的に実行する:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(c_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right) = f_i. \tag{1}$$

ここで，ρ は密度，u_i は変位ベクトル，t は時間，x_j は空間座標，c_{ijkl} は 4 階の弾性テンソル，f_i は外力ベクトルを表す．空間離散化には，複雑な幾何形状のモデル化や応力自由境界条件の再現に適した四面体二次要素による FEM を用いる．また，時間積分には，CFL 条件に起因する時間刻みの制約を緩和するため，Newmark の β 法を採用する．

上記の計算は，各タイムステップで線型方程式を共役勾配 (CG) 法により反復的に解くことで行われる．解析のボトルネックとなる反復ソルバーの加速には，CPU-GPU 間の高速なデータ転送が可能な計算環境を活用したアルゴリズム[1] を導入した．この計算アルゴリズムでは，CPU 上での CG 法の初期解予測と GPU 上の効率的な反復ソルバーとを同時実行することで高速かつ高エネルギー効率な解析が可能になる．特に，反復ソルバー内では Element-by-Element 法を用いてメモリアクセスを効率化し，単一入力ケースあたりの解析時間を短縮する．実際，不均質地盤を模した 3 層の地盤モデルに対してこの計算手法を適用したところ，従来手法と比較して 1 ケースあたり 7.81 倍の高速化を達成した．

3. サロゲートモデルへの応用と内部構造推定の適用例

まず前節の手法により生成した解析データを学習させ，NN ベースのサロゲートモデルを構築する方法について述べる．次いで，構築したサロゲートモデルを用いて実地盤を模した 3 次元内部構造の逆解析を行い，本手法により現実的な計算コストで内部構造推定が実行可能となることを示す．なお，内部構造を表す物理量として地表面で観測される卓越振動スペクトルを用いる．卓越振動スペクトルは，変位応答から抽出される自由振動に対応する波形を FDD 法[2] により周波数領域で特異値分解することで得られる．この際，アンサンブル平均が十分収束したスペクトルを得るため，32 ケースの入力に対する応答を評価に用いている．

3.1. NN ベースのサロゲートモデルの構築

地盤構造と卓越振動スペクトルの非線形な対応関係を学習させ，卓越振動スペクトルを高速に評価可能なサロゲートモデルを構築した．地盤の振動特性は，観測点周りの局

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

所的な地盤構造に強く依存するため，本研究では局所的な3次元地盤構造をNNの入力とする．しかし，入力となる3次元グリッド構造と出力である卓越振動スペクトルとの間には大きな次元の乖離があり，これが学習の不安定化や過学習を招く懸念がある．そこで，まずEncoder-Decoder構造を用いて入力データの再構成を行い，出力次元と同等程度の次元数をもつ潜在空間を構築した．この潜在空間上の特徴量と卓越振動スペクトルを対応付けることにより，安定的な学習と高精度な予測を両立させている．

3.2. 地盤構造逆解析への応用

実地盤を模擬して生成した水平方向の不均質性をもつ3層の地盤構造を参照モデルとし，ランダムなサンプル地点における層厚データから参照モデルを再現する地盤モデルを提案手法により推定可能であることを示す．ここでは，500 m×500 mの範囲のランダムな80地点で得られた層厚から，逆距離荷重法の補間により120の候補モデルを生成し，この中から尤もらしいモデルを選択するものとした．120のモデルから地盤構造の観点から最も異なる3つのモデルを選び，これらに対して2節のアルゴリズムを用いて32ケースの入力に対する応答を計算した．この際，5 Hzまでの精度保証を目指し，空間離散化幅は2.5 m時間離散化幅は0.005秒とし，8192ステップに渡って計算を行った．3つのモデルから一辺100 mの立方体で表される局所構造と卓越振動スペクトルのペアを取得し，62,000のデータセットを構築した．なお，入力データの立方体グリッドは2.5 mの解像度で各点の物性値が格納されている．

学習済みのNNの汎化性能を評価するために，学習データ生成には用いていないモデルからテストデータセットを構築した．図1に予測誤差が最小・最大であったケースの予測スペクトルを真値とともに示す．およそスペクトルの形状は良好に予測できていることが確認された．

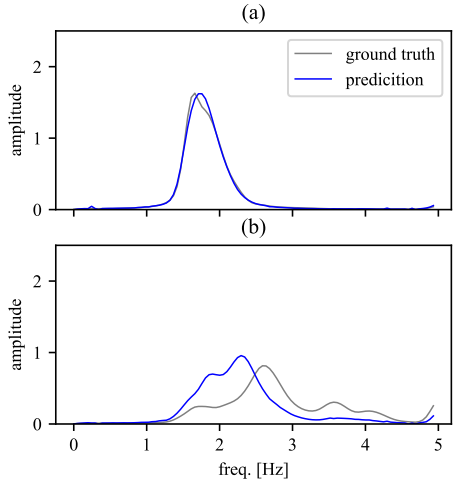


Fig. 1 Comparison of predominant frequency spectra between ground truth and NN prediction: (a) minimum error and (b) maximum error in test dataset.

図2には，サロゲートモデルにより評価されたモデルのうち卓越振動スペクトルの疑似観測値との乖離が最小，最大であったモデルと参照モデルを示す．サロゲートモデルの汎化性能により地盤モデルの振動特性の評価が可能になり，その結果参照モデルを再現する地盤モデルを選択可能であることが示された．

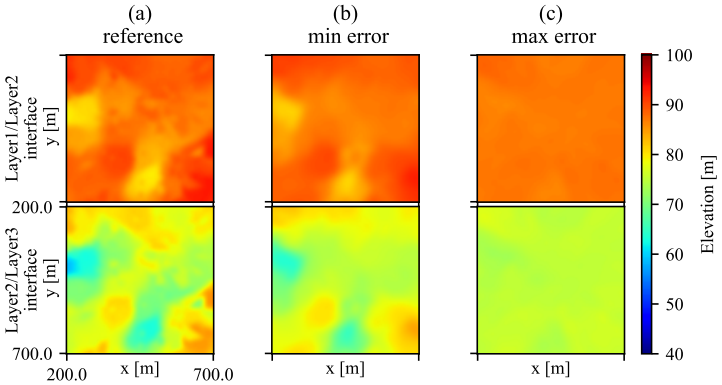


Fig. 2 Comparison of models: (a) reference model, (b) model with minimum error, and (c) model with maximum error.

最後に，本適用例での計算コストについて整理する．NVIDIA GH200 1台を用いて，2節で示した高速な波動場解析手法を適用することで学習データの生成を行った．1モデルあたり32ケース必要となる波動解析が約26時間で可能になった．結果，3モデル分で26×3 ＝約78時間所要した．NNの学習には2.5時間かかり，1つの候補モデルの卓越振動スペクトルの評価に要した時間は約0.5秒であった．よって，120の候補モデルについて観測点に対応する地点での卓越振動スペクトルを評価するのに必要な時間は，約80.5時間である．サロゲートモデルを用いていない場合には，波動解析を全モデルに対して実施することになるため，計算時間は3120時間となる．結果的に，高速解析手法と少数のモデルにおける計算結果を利用するサロゲート化手法を併用することで，3120/80.5=約39倍高速に地盤構造の逆解析が可能であることが示された．

4. 結論

本研究では，不均質性を持つ巨大系における3次元内部構造の逆推定を高速化するため，CPU-GPU協調計算による高速波動場解析手法とNNベースのサロゲートモデルを組み合わせた方法を提案した．CPU-GPU間の高速データ転送環境を活かしたアルゴリズムを用いることにより，1ケースあたりの解析を従来比約7.8倍高速化した．さらに少数の解析結果から構築したサロゲートモデルを用いることで，全モデルを直接計算する場合と比較して約39倍の効率で地盤構造の逆解析が可能であることを示した．膨大な計算コストが課題であった高詳細なデジタルツイン構築において，実用的な解析時間で高精度な推定が可能にするアプローチであることを確認した．

参考文献

1) Ichimura, Tsuyoshi, et al. ”Heterogeneous computing in a strongly-connected CPU-GPU environment: fast multiple time-evolution equation-based modeling accelerated using data-driven approach.” SC24-W: Workshops of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. IEEE, 2024.
2) Brincker, Rune, Carlos E. Ventura, and Palle Andersen. ”Damping estimation by frequency domain decomposition.” 19th International Modal Analysis Conference. Vol. 9. 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

潜在クラスハザードモデルによる異なる劣化要因の分離評価（シンポジウム講演概要）

Separation and Evaluation of Different Deterioration Factors using Latent Class Hazard Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

神前　真桜（大阪大・工）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　貝戸　清之（大阪大・工）
Mao KOZAKI, The University of Osaka
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Kiyoyuki KAITO, The University of Osaka
E-mail: m.kouzaki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

In infrastructure systems where the failure of any single component results in the loss of functionality of the entire system, the system-level failure risk follows a series structure. In such systems, understanding and managing the characteristics of rapidly deteriorating locations is particularly important. This study develops a statistical deterioration prediction method that explicitly incorporates characteristics affecting only rapidly deteriorating components as explanatory variables. Specifically, focusing on rail bonds in the railway field, two different deterioration processes are represented using a mixture exponential hazard model with latent classes, and the model parameters are estimated from inspection records.

１．はじめに

設備群全体で得られた点検データに基づく統計的劣化予測手法の高度化が進められてきた．例えば，設備の特性変数で表現しきれない劣化傾向を異質性パラメータによって表現することで，設備全体の傾向を把握しつつ，設備個々の予測精度向上が可能となっている [1]．このような方法論は設備全体の管理施策の最適化において多大な効力を発揮してきた．一方，各設備の劣化や故障で生じる設備群全体の機能喪失リスクが並列ではなく，どこか一か所でも故障すると全体の機能が喪失するような設備群では，最も劣化が速い一部の設備の特性の把握と管理が重要となる．既存モデルは劣化の一部の速い設備よりも設備全体への影響が大きい特徴を特性変数として採択するため，一部の劣化の速い設備の劣化要因がほか大多数と異なる場合，有効な特性変数を統計的に検出できない可能性が存在する．

そこで本研究では，劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築する．具体的には，鉄道分野のレールボンドを対象とし，2 つの潜在クラスを有する混合指数ハザードモデルにより異なる二つの劣化過程を表現し，これを検査記録から推定する手法を構築する．

２．分析対象の概要：レールボンド

レールボンドは隣接するレール同士を電気的に接続する鉄道設備である．列車検知の機能を担う軌道回路や電化区間における変電所への帰線など，レールを介した電気回路の構成において重要な役割を果たす．レールボンドが脱落するなどして継目部の電気的連続性が失われると，列車検知ができなくなり，運行障害に発展する．軌道回路中に複数存在するレールボンドのどこか一箇所の異常で，その軌道回路全体が機能不全に陥るため，レールボンドは代表的な直列系のリスク構造を有する部材でもある．障害を未然に防ぐため検査や修繕が実施されているが，レールボンドは数が多く検査頻度も高いため，保守業務の負担も大きい．そのため，安全性を向上させつつも，検査周期や箇所，修繕方法を合理化していくために，異常発生頻度の高い箇所に共通する特徴の把握が求められている．

筆者らは，検査記録に基づく統計分析により，異常発生までの期間やそのばらつき，影響因子の特定などを進めてきた [2]．一方，1 章でも述べた理由により，点検記録全体に対して推定した既存分析モデルは異常が生じやすい一部のレールボンドの要因を十分に説明できないといった課題があった．

３．潜在クラス混合指数ハザードモデルと推定法

レールボンドの異常発生期間が指数分布に従うと仮定する．加えて，異常発生頻度が高いレールボンド群と異常発生頻度が低いレールボンド群が存在すると仮定する．平均の異なる 2 つの指数分布kの混合モデルとして考えると，検査結果が得られたときの尤度関数は式(1)で表される．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{\delta}|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\pi}) = \prod_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{2}\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n} \quad (1)$$

ここで，Iはレールボンド数，N_iは各レールボンドの検査サンプル数，t_nは検査間隔期間，δ_nは当該検査間隔で異常が発生した場合は 1，発生していない場合は 0 をとるダミー変数，π_kは指数分布kの混合比である．また，λ_{ik}は異常の発生しやすさを表すパラメータであり，特性変数ベクトル$\boldsymbol{x_i}$と未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$の線形結合で表される．

式(1)の尤度関数を用いて，未知パラメータベクトル$\boldsymbol{\beta_k}$と混合比π_kを最尤法により検査記録から推定する．式(1)の尤度関数を対数変換しβ_{kj}とπ_kで偏微分すると，式(2)(3)が導かれる．

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\beta_{kj}} = \sum_{i=1}^{I}\left[\gamma_{ik}x_{ij}\sum_{n=1}^{N_i}\left\{\frac{\exp(-\lambda_{ik}t_n)}{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)}t_n\right\}^{\delta_n}(-t_n)^{1-\delta_n}\right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial\pi_k} = \frac{1}{\pi_k}\sum_{i=1}^{I}\gamma_{ik} \quad (3)$$

ここで，γ_{ik}は負担率と呼ばれ，式(4)で表される．

$$\gamma_{ik} = \frac{\pi_k\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{ik}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{ik}t_n)^{1-\delta_n}}{\sum_{m=1}^{2}\pi_m\prod_{n=1}^{N_i}\{1-\exp(-\lambda_{im}t_n)\}^{\delta_n}\exp(-\lambda_{im}t_n)^{1-\delta_n}} \quad (4)$$

この負担率は，各レールボンドにおける尤度のうち，指数分布kが負担する成分を表したものである．

β_{kj}の最尤推定値は，式(2)が 0 となる条件下で与えられるが，式(2)は解析的に閉じた形の解を得ることができない．そこで，EM アルゴリズム [3]を用いて推計を行う．まず，π_kとβ_{kj}に対して設定された初期値を，式(4)に代入して負担

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Estimation results.

	Class 1 (high-anomaly)	Class 2 (low-anomaly)
π_k ： Mixing ratio	0.0844	0.9156
β_{k1}： Constant term	0.0399 (0.84)	0.0526 (5.56)
β_{k2}： CV55-280	0.0594 (1.26)	-0.0408 (-4.26)
β_{k3}： CV55-500	0.0484 (1.02)	-0.0458 (-4.81)
β_{k4}： CL100-1000	-0.0354 (-0.72)	-0.0447 (-4.62)
β_{k5}： CL70-1200	0.0476 (0.88)	-0.0358 (-3.62)
β_{k6}： Track irregularity	0.0290 (0.44)	0.0095 (1.01)
β_{k7}： Transition curve	-0.0444 (-1.90)	-0.0024 (-1.04)
β_{k8}： Curvature	0.1194 (3.95)	0.0222 (7.42)
AIC	9460	

Wald statistics are shown in parentheses.

率を計算する（E ステップ）．それを式(2)(3)に代入して，負担率を固定した際に求まる条件付きの最尤推定値を計算する（M ステップ）．その後，未知パラメータと混合比の推定値を用いて負担率を再計算する（E ステップ）．この E ステップと M ステップの繰り返しにより，対数尤度関数の単調増加が理論的に保証される．したがって，各ステップにおけるパラメータ変化量が 0 に収束した際のβ_{kj}とπ_kの値を最尤推定値とすることができる．

4．レールボンド点検記録への適用

Table 1 に約 14 年間 55km の路線における 2090 本のレールボンドの検査記録に提案手法を適用し，EM アルゴリズムにより推定されたパラメータの最尤推定値と赤池情報量規準（AIC）を示す．未知パラメータβ_{kj}の推定値は，特性変数x_{ij}を最大値 1 に標準化して用いているため，レールボンドの異常発生傾向に対するその特徴の感度を表す．例えば，正であれば異常が発生しやすい方向に，負であれば異常が発生しにくい方向に影響する．また，絶対値が大きいほどその影響は顕著となる．

Table 1 より，高頻度の異常発生を表現するクラス 1（以下，異常多モデル）と低頻度の異常発生を表現するクラス 2（以下，異常少モデル）の 2 つの指数分布の組み合わせでレールボンドの異常発生傾向を表現した場合，クラス 1 と 2 では特性変数の影響の仕方が異なることがわかる．例えば，β_{k2}～β_{k5}はレールボンド種別の影響力を示しているが，異常少モデルでは種別間の推定値の差が比較的小さい．また，軌道変位や緩和曲線，曲率の影響に関しても，異常少モデルでは推定値の絶対値が比較的小さい．つまり，異常少モデルでは，レールボンドの種別や軌道状態，線形などに対して異常発生頻度があまり影響を受けていないクラスであることがわかる．実際に異常少モデルは各種特性変数の中で定数項の感度がもっとも高い．これは対象レールボンドの検査記録の期間（約 14 年）の中で 1 度も脱落などの異常が生じていないレールボンドが 7 割を占めるため，今回の対象期間内では異常発生因子を十分に絞り切れなかったものと推察される．

また，β_{k2}・β_{k3}・β_{k5}の推定値は，異常多モデルと異常少モデルで正負が反対（異常多が正，異常少が負）になっており，これらの種別は高頻度で異常が生じるレールボンドにおいて，その異常発生頻度をさらに高める方向に影響している．そのほか，β_{k8}は曲線部の場合の影響度を示すが異常多モデルで特に影響が大きく，異常多モデルで表現されるレールボンドの多くが曲線部で異常が生じていることがわかる．

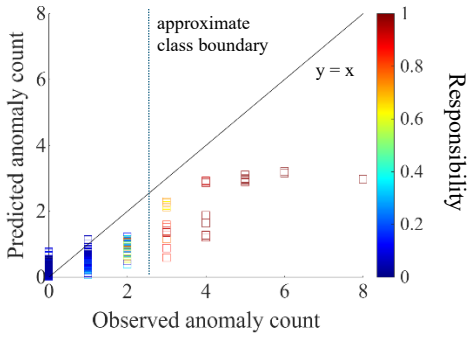


Fig. 1 Observed and predicted numbers of anomalies.

Fig.1 に各レールボンドの異常発生数の実績値と予測値の比較結果を示す．各プロットは異常多モデルの負担率に応じて色付けされている．これより，異常発生回数の実績値が 2 回以下のレールボンドに関しては主に異常少モデルで表現され，3 回以上のものに関しては主に異常多モデルで表現されていることがわかる．この境界で異常発生頻度が高いレールボンド群と頻度が低いレールボンド群に分類することで，Table 1 に示した異常発生頻度の高いレールボンド群に特有の（全体とは異なる）特性変数とその感度を評価できている．なお，負担率の計算結果より，異常多モデルに分類されるレールボンドは全体の 3%程度（全 2090 本中 65 本）であるため，当初目的とした一部の劣化の速い設備群に相当することがわかる．一方，依然として異常発生回数の実績値と予測値の間には多少の差が存在し，推定精度の面で改善の余地が残っている．実績値として 4 回以上異常が生じているレールボンドが複数あるものの，潜在クラスを用いて高頻度の異常を分類した本モデルでも，4 回以上の異常発生は予測できていない．この点は今後の課題である．

なお，異質性パラメータを用いた既存手法の推定結果についても Fig.1 と同様の図を作成し，本研究の提案手法との比較を行った．実績値として 3～4 回異常が生じているレールボンドに対しては，本研究の提案手法の方が精度が高いことを確認している．一方，5 回以上の場合は，両手法の間で明確な違いは確認できなかった．以上を踏まえ，より高頻度の異常発生をモデル化できるよう，指数分布の設定数の増加や異質性パラメータとの組み合わせを検討する必要があると考える．

5．おわりに

本研究では劣化の速い一部の設備群のみに影響する特徴を特性変数として明示的に考慮可能な潜在クラスモデルを用いた分析手法を構築し，レールボンドの異常発生傾向の分析への適用を通じて，提案手法の有効性と限界を示した．

参考文献

1) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大:混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3（土木計画学），Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
2) 神前真桜，松岡弘大，稲場亘，高橋和樹，貝戸清之:分野横断的な設備保守データ統合による統計的劣化予測の高度化，鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.29, No.1, pp.85-92, 2025.
3) 元田浩，栗田多喜夫，樋口知之，松本裕治，村田昇:パターン認識と機械学習 下，丸善出版, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

軌道高低変位波長と噴泥発生に関する統計分析（シンポジウム講演概要）

A Study on Factors Influencing Mud Pumping Occurrence Using Logistic Regression (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

津田　悠人（鉄道総研）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　松本　麻美（鉄道総研）
Yuto TSUDA, Railway Technical Research Institute
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Mami MATSUMOTO, Railway Technical Research Institute
E-mail: tsuda.yuto.56@rtri.or.jp

The minimum of vertical track geometry data was decomposed into wavelength bands using continuous wavelet transformation to examine components related to mud pumping. The relationships between mud pumping and amplitude of vertical track geometry for each wavelength, train velocity, rank, and track alignment (tangent/curved) were examined. Logistic regression analysis was conducted to evaluate the effects of vertical geometry, train velocity, alignment, and rail joint presence on mud pumping occurrence. The minimum of vertical track geometry, train velocity for each 25 m segment, and rail joint presence were confirmed to be statistically significant for mud pumping.

１．はじめに

鉄道バラスト軌道で路盤の泥が水分とともに線路表面に吹き出る噴泥は，代表的な軌道劣化事象の一つであり，軌道の沈下による安全性の低下や乗り心地の悪化を招くため，適切な管理が求められる．現在，多くの鉄道事業者では保線係員による徒歩巡視等により噴泥有無の確認を行うほか，年数回の軌道検測車により計測される軌道変位の値から、噴泥の悪化傾向を予測し，管理を行う場合が多い．軌道変位など日常の軌道管理のために得られる計測値から噴泥発生を予測できれば，弱点箇所の抽出や今後の管理の合理化に活用できるが，軌道変位が大きい箇所で必ずしも噴泥が生じるわけではないなど，噴泥発生または悪化傾向の予測のための軌道変位の活用には課題が残っている．噴泥と軌道変位の関連は，軌道変位のうち上下方向の相対変位を示す高低変位が利用される．在来線では軌道管理の観点から高低変位の中でも波長 10m を主成分とする 10m 弦正矢値が主に利用される．また，より短波長の影響を検討する場合には 5m弦正矢値を用いる場合もある．一方，高低変位のどの波長が噴泥発生または悪化傾向に対して最も感度が高いのかは明確ではない．

以上を踏まえ，高低変位など日常の軌道管理のために取得しているデータから軌道保守において噴泥発生を予測する手法の構築を最終目標とし，本研究では，連続ウェーブレット変換（Continuous Wavelet Transform : CWT）により高低変位データを波長帯別に分解したうえで，過去の噴泥発生記録と比較し，噴泥発生に感度の高い波長帯を分析した．また，波長以外の影響因子として，列車速度，線形（直線・曲線），継目有無も含め，ロジスティック回帰による噴泥発生への影響度分析を行った．

２．CWT による波長帯別の高低変位の抽出

本研究では，既存の 10m 弦や 5m 弦などに限らず噴泥発生と関連性の高い波長帯成分を抽出することを目的として，CWT を用いて高低変位を波長成分ごとに分解した [1]．

距離軸x上で等間隔Δxでサンプリングされた位置$x_n = (n-1)\Delta x$ $(n = 1, \dots, N)$ における高低変位を$z(x_n)$とする．CWT では，この高低変位$z(x_n)$をマザーウェーブレットにより中心波長 λ_0に対応する波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$に分解する．本研究では，マザーウェーブレットとして複素モルレーウェーブレット（式(1)）を用いた．

$$\phi(n) = \frac{1}{\sqrt{a}}\pi^{-1/4}\exp\left(i\omega_0\frac{x_n - b}{a}\right)\exp\left(-\frac{(x_n - b)^2}{2a^2}\right) \quad (1)$$

ここで，iは虚数単位，ω_0は無次元中心周波数であり，本検討では DC 成分を概ね無視可能な$\omega_0 = 6$とした．また，bは中心位置，aはスケールである．このとき，スケールa，中心位置bにおける CWT 係数は式(2)で定義される．

$$W(a,b) = \Delta x \sum_{n=1}^{N} z_n \frac{1}{\sqrt{a}}\phi\left(\frac{x_n - b}{a}\right) \quad (2)$$

抽出対象の中心波長λ_0とし，対応する空間周波数の±10%帯域に含まれる CWT 係数を用いて波長成分を抽出した．選択した周波数帯域に含まれる CWT 係数を周波数方向に積分することで，中心波長 λ_0に対応する高低変位の波長帯成分$z_{\lambda_0}(x_n)$を近似的に復元した．元の高低変位との振幅の整合を図るため，スケール係数は別途計算した値を用いた．波長λ_0に対応する高低変位波形は，復元された波長帯成分$z_{\lambda_0}(x)$にスケール係数を乗じたものとして求めた．

なお，実際の適用に際しては，元の高低変位から軌道検測車の検測特性の影響を除去したうえで CWT 処理を行っている．具体的には日本の代表的な検測方式である 2 台車検測車で得られる偏心矢高低変位を波長 3m～30m の帯域で利得 1，距離遅れ 0 となるようフィルタ処理し [2]，検測車固有の周波数応答を除去することで実軌道変位を近似した波形である復元波形を求めた．この復元波形に対して CWT を適用し複数の波長帯成分に分解した．

３．波長帯別の高低変位と噴泥有無の感度分析

ここではある在来線（単線区間）全長約 126km，列車速度 0～120km/h を対象とし，2024 年度に計測された高低変位データに対して上記の CWT を用いた分析を行った．

各位置での噴泥有無に関しては，同区間・同時期に実施された道床検査の記録を整理して利用した．道床検査の記録には，噴泥の発生地点の位置（始点と終点位置），噴泥延長，ランクなどがまとめられている．ランクは，巡回および検査時の目視・目測により以下の基準で判定される．

ランク B：異常が有り，監視が必要である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ランク C：異常が有り，計画的に処置（材料交換や軌道整備）が必要である．

また，軌道分野では路線延長を便宜的に 100m ごとに区切った 100m ロットでの評価が一般的である．本研究では，レールの単位延長が 25m であることを踏まえ，各波長帯成分z_{λ_0}の 25m ロット内での下側振幅最大値（25m ロット最小値）を指標とし，当該ロットでの噴泥有無と比較した．

Fig. 1 に波長 3m, 5m, 7m, 10m, 15m を主成分とする各波長帯成分の高低変位の 25m ロット最小値と噴泥有無の関係を示す．各ロット内において，噴泥箇所（ランク B および C）が含まれる場合を噴泥有り，そのほか（記録なし）を非噴泥とした．図中では，各波長で各点の重なりを避けるため，波長方向に微小なノイズを加えて図化している．当該線区では，ランク B および C で分布に明確な違いは確認できない．短波長帯である波長 3m や 5m，長波長帯である 波長 15m では，振幅が 0 付近の領域でも噴泥と非噴泥が混在しており，噴泥有無への感度はほぼないと考えられる．一方，波長 7m および 波長 10m の波長帯では，比較的変位振幅の大きい領域での噴泥発生が多く，逆に変位の小さい領域では非噴泥が多い．ただし，比較的感度が高い波長 7m成分でも振幅が-0.002m 程度の領域から噴泥が生じており，波長成分だけで噴泥発生を説明できるわけではないことがわかる．そこで，ほかの要因も含めた複合的な影響についても検討した．

Fig. 2 に比較的噴泥発生への感度が高かった波長 7m の波長帯成分の 25m ロット最小値と列車速度の関係を示す．また，プロットの色により噴泥有無を合わせて示す．列車速度は，当該区間を最も高速で走行する特急列車の 25m ロット内の平均値を代表値とした．列車速度が 70km/h 以下の領域では噴泥発生数は少ない． ．また，70km/h 以上の速度域におけるランク B および C の分布に明確な違いは確認できなかった．

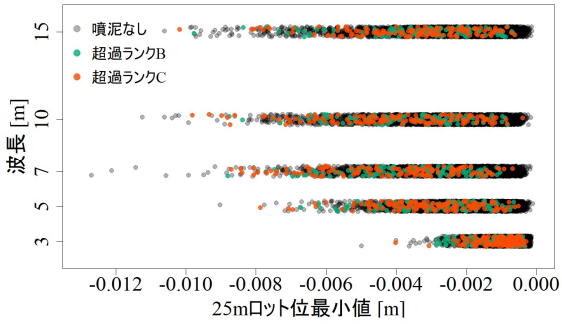


Fig. 1 Distribution of 25 m segment minimum track geometries with/without mud pumping for each wavelength.

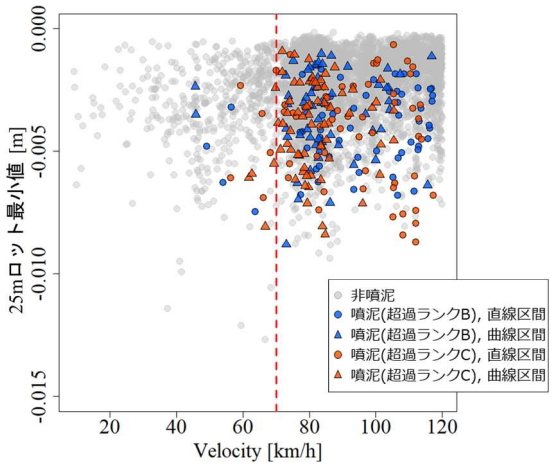


Fig. 2 Relationship between train velocity and the minimum track geometries with/without mud pumping.

4．二項ロジットモデルによる影響因子分析

高低変位や列車速度を含めて様々な因子の噴泥発生への影響度を定量的に評価するため，説明変数を含めた二値分類モデルであるロジスティック回帰による各ロットの噴泥発生率の評価を行った．25 m ロットiの噴泥発生の有無を$y_i \in \{0\ \text{非噴泥}, 1\ \text{噴泥有り}\}$，説明変数ベクトルを$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4})^{\mathrm{T}}$としたとき，噴泥発生率$p_i$を以下の二項ロジットモデルで表す．

$$p_i = \frac{U}{1 + exp\left(-(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4})\right)} \quad (3)$$

ここで，Uは上限確率であり，0.8 とした．x_{i1}は波長 7m における 25m ロット最小値，x_{i2}は 25m ロット列車速度，x_{i3}は線形ダミー（直線 0，曲線 1），x_{i4}は継目ダミー（無し 0，有り 1），$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$は重みパラメータである．各パラメータは BFGS 法を用いて推計した．

Table.1 に各パラメータの推定値，標準偏差および P 値を示す．25m ロット最小値，25m ロット列車速度，継目ダミーの P 値は 0.05 未満で統計的有意であった．噴泥発生に対して，少なくともこれらの変数（波長 7m の振幅，列車速度，継目）の影響は無視できないことを確認できる．ただし，感度として切片であるβ_0が最も大きく，噴泥発生の主要要因を捉えているとまでは言えない．この点は今後の課題である．

Table.1 Hyperparameter estimation results by maximum likelihood and p-values.

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
推定値	-2.91	-0.83	0.22	0.27	-0.65
標準偏差	0.12	0.06	0.08	0.15	0.19
P 値	0	0	0	0.07	0

5．まとめ

本研究では，高低変位を CWT により各波長成分に分解し，波長 7m および 10m の波長帯で噴泥発生に比較的感度が高いことを示した．また，ロジスティック回帰により高低変位の波長 7m 成分のほか，列車速度や継目有無が噴泥発生率に無視できない影響を及ぼすことを示した．ただし，主要な要因を特定できたとは言えず，引き続き関連情報の収集と検証を続ける予定である．

参考文献

1) Torrence, C. and Compo, G. P.: A practical guide to wavelet analysis, Bulletin of the American Meteorological Society, 79(1), pp.61-78, 1998.
2) 服部ら：軌道変位に基づく桁たわみ推定のための桁たわみ-軌道変位変換プログラムの構築，土木学会論文集, Vol.80, No.15, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題―計算機科学から社会科学まで）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:25 | C会場(環境棟：4階講義室)

第5部門 (2)

座長:阿部 和久(新潟大学)

16:10 ~ 16:25

[23016] 新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*濱崎 小太郎[1]、小室 雅人[1]、瓦井 智貴[1]、後藤 恵一[2]、成田 顕次[2] (1. 室蘭工業大学大学院、2. （公財）鉄道総合技術研究所)

16:25 ~ 16:40

[23017] 単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

*徳永 宗正[1]、服部 紘司[1]、朝長 光[2] (1. 公益財団法人　鉄道総合技術研究所 、2. 独立行政法人　鉄道建設・運輸施設整備支援機構)

16:40 ~ 16:55

[23018] 車上計測によるPCラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

*松岡 弘大[1]、服部 紘司[1] (1. 鉄道総合技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[23019] 片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

*佐伯 昌之[1]、松井 真吾[2]、成田 明彦[3] (1. 東京理科大学、2. 星和電機株式会社、3. 株式会社ネクスコ東日本エンジニアリング)

17:10 ~ 17:25

[23020] 横構を活用した鋼I桁橋の3次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

*赤星 花奈[1]、北根 安雄[1]、松本 理佐[1]、佐藤 顕彦[1] (1. 京都大学大学院)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

新幹線スラブ軌道におけるレールの水平抵抗特性に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical study on the lateral resistance characteristics of rails on Shinkansen slab tracks (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

濱崎　小太郎（室工大・理工）　小室　雅人（室工大・理工）　瓦井　智貴（室工大・理工）
後藤　恵一（鉄道総研）　成田　顕次（鉄道総研）
Kotaro HAMASAKI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Keiichi GOTO, Railway Technical Research Institute
Kenji NARITA, Railway Technical Research Institute
E-mail: komuro@muroran-it.ac.jp

In this study, three-dimensional finite element analyses under horizontal loading were conducted on a Shinkansen slab track to establish a numerical analysis method capable of evaluating the lateral resistance characteristics of rails and the failure behavior of track components. In the analyses, a horizontal load was applied to the rail head of the rail, and the applicability of the proposed numerical method was examined through comparison with loading tests. The results showed that: (1) the load–displacement relationship obtained from the numerical analysis method developed based on previous studies agreed reasonably well with the experimental results in the initial loading stage; and (2) although the numerical results tended to overestimate the peak load compared with the experimental results, the displacement at peak load exhibited a similar tendency in both the analysis and the experiment.

１．はじめに

近年，2011 年東北地方太平洋沖地震や 2016 年熊本地震などの大規模地震において，新幹線車両の脱線事例が報告されている．これらの大規模地震時には，車両が軌道上に作用させる横荷重として 200 kN を想定する必要があるとされている．しかし，このような地震時の車両荷重を受ける軌道部材の耐荷性能や破壊挙動に関する検討は十分ではなく，レールの抵抗特性や破壊性状を対象とした実験的・数値解析的検討が近年進められつつあるのが現状である．そこで，本研究では新幹線スラブ軌道のレールの基礎的な水平抵抗特性および軌道部材の破壊性状を評価可能な数値解析手法の確立を目的に，実規模新幹線スラブ軌道を対象に，水平載荷による三次元有限要素解析を実施した．なお，ここでは締結されたレールの頭部に対して荷重を作用させることとし，既往の水平載荷試験 [1]との比較によって数値解析手法の適用性を検討した．本数値解析には汎用構造解析プログラム LS-DYNA（R15）を用いた．

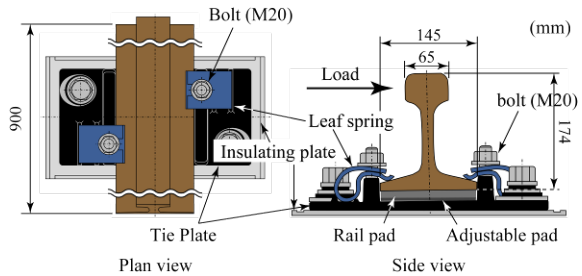


Fig. 1 Configuration of the specimen.

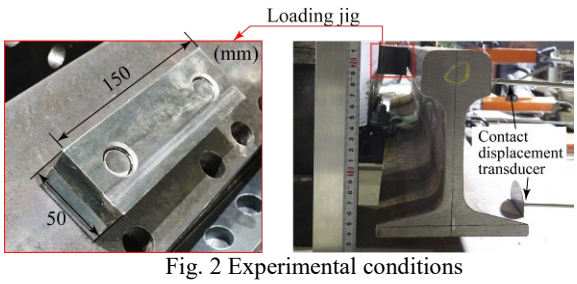


Fig. 2 Experimental conditions

２．実験概要

Fig. 1 には，本研究で対象とした 1 締結分のレール締結装置の構成図を示している．試験体は，近年の整備新幹線で主に用いられる直結 8 形レール締結装置改（低）形であり，形状寸法（頭部幅，底部幅 × 高さ × 奥行き）は 65, 145 × 174 × 900 mm（60 kg レール）である．また，レールは締結ボルトおよび板ばねによりタイプレートへ固定され，さらにアンカーボルトによりタイプレートが軌道スラブに固定される構造となっている．なお，軌道スラブは新幹線用の標準タイプである A 形軌道スラブ（A-55M）を対象とした．

Fig. 2 には実験状況を示している．載荷方法は地震時の脱線前後の車両からの横圧を想定した静的水平載荷とした．ここでは，1 締結分のみを有する軌道スラブにレールを固定した状態で，レール頭部に対して水平載荷を行った．図に示すように，50 mm 四方で長さ 150 mm のブロック状の載荷治具を用いて載荷を行うこととし，それを治具固定台に接続し，ロードセルと油圧ジャッキを介して反力フレームに固定した．

３．数値解析概要

Fig. 3 には，Fig. 1 を基に作成した数値解析モデルを示している．図より，載荷時の変形状況などを可能な限り適切に評価するため，全ての材料に 8 節点固体要素を用

Table 1 List of material properties.

Materials	Density ρ (g/cm^3)	Modulus of elasticity E (GPa)	Poisson's ratio ν
Insulating plate	0.94	5.30	0.49
Rail pad		0.23	
Adjustable pad			
Loading jig	7.85	206	0.3

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

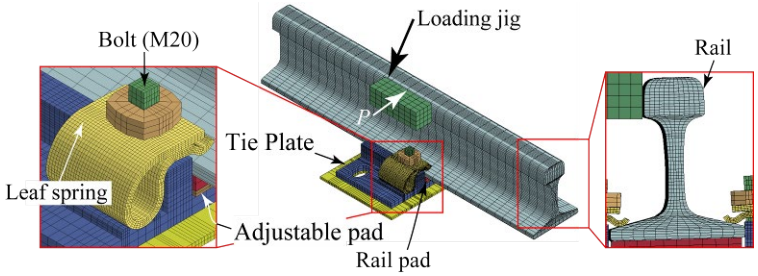


Fig. 3 FE model.

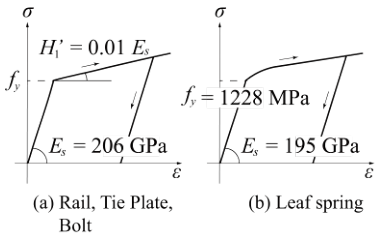


Fig. 4 Constitutive model.

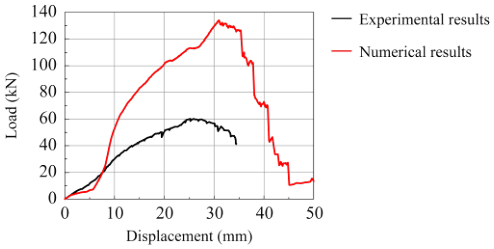
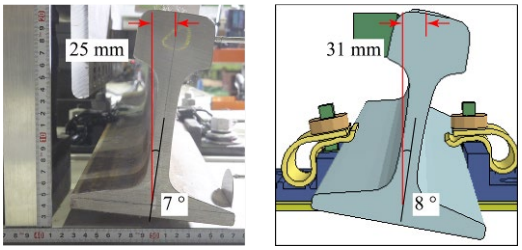


Fig. 5 Load-Displacement Relationship.



Experimental result　　Numerical result
Fig. 6 Deformation at the peak load.

いてモデル化を行った．また，本研究ではレール頭部に載荷を行うことより，スラブがレールの抵抗特性に与える影響は小さいものと判断し，モデル化は省略した．

締結ボルトに関しては公称断面積と等価な正方形断面に簡略化している．なお，いずれも 1 点積分とした． 拘束条件は，スラブのモデル化を省略していることより，絶縁版底面を完全固定とした．接触条件は，各材料間においてそれぞれ滑り・剥離を伴う面－面の接触を定義した．摩擦係数はいずれも 0.4 としている．また，板ばねに関しては載荷時の大変形を考慮して自己接触も定義した．なお，締結ボルトには実験時と同様に，約 5kN の締め付け力を導入してナットおよび板ばねを介してレールを固定している．

Table 1 には，本数値解析で弾性体と設定した各材料の物性値一覧を，Fig. 4 には弾塑性体を適用した各材料の応力－ひずみ関係を示している．表より，実験時に塑性変形が確認されていない材料に関しては弾性体でモデル化した．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比に関しては既往の文献等を参考に決定した． Fig. 4(a)にはレール，タイプレートおよび締結ボルトに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，いずれの材料も塑性硬化係数を弾性係数の 1 % とするバイリニア型の等方硬化則を適用し，降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3， $E_s = 206$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．降伏応力に関して，既往の文献等を参考にレールは 511 MPa，タイプレートおよび締結ボルトは 280 MPa と設定した．Fig. 4(b)には，板ばねに適用した応力－ひずみ関係を示している．図より，本研究では既往の文献 [2]を参考に曲線を定義した．降伏の判定には von Mises の降伏条件式を採用している．また，単位体積質量，弾性係数およびポアソン比は $\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3，$E_s = 195$ GPa，$\nu_s = 0.3$ と設定した．なお，降伏応力は 1,228 MPa である．

４．数値解析結果および考察

Fig. 5 には，数値解析結果から得られた荷重－変位関係を実験結果と比較する形で示している．まず，実験結果に着目すると，載荷初期から 15 mm 程度まではほぼ線形に荷重が増加していき，その後勾配が低下していく傾向が確認できる．また，最大荷重到達後は，レールが板ばねから外れる脱離現象が発生し，締結ボルト基部およびそれを固定するタイプレートのツメ部に明らかな残留変形が確認された．次に数値解析結果に着目すると，初期勾配に関して，数値解析結果は実験結果と概ね一致しているものの，5 mm 程度から勾配が大きくなり，それに伴って載荷荷重も増大していく傾向が確認できる． ここで，最大荷重を見ると，実験結果，解析結果でそれぞれ 60 kN，134 kN であり，最大荷重時到達変位はそれぞれ 25 mm，31 mm となっている．これらより，最大荷重においては両者で 2 倍程度の差異があるものの，その到達時変位はほぼ一致していることが分かる．Fig. 6 には，最大荷重発生時の試験体の変形状況を示している． 図より，レールの回転挙動は両者で類似の傾向を示すことが確認できる．なお，最大荷重値の差異については， 1）各部材の材料特性が，必ずしも材料試験結果より直接得られた応力－ひずみ関係ではないこと，2）本解析においては締結ボルトとナットを完全固定としており，実験時よりも板バネあるいはレールの拘束力が大きく評価されていること，3）本モデルにおいては絶縁版下部を完全固定としていることより，実挙動よりも試験体全体の剛性が大きくなっている可能性があること，などが要因と推察される．今後は，上記の点を修正することにより， 更なる精度向上に努めていく予定である．

５．まとめ

1) 既往の文献を基に構築した数値解析手法を用いて，レール頭部載荷時における荷重－変位関係を数値解析的に確認した．

2) 最大荷重に関して，数値解析結果は実験結果を過大に評価する傾向にあるものの，最大荷重到達時変位は両者で類似の傾向を示す．

参考文献

1) 成田ら：地震時における車両からの著大横圧に対する新幹線スラブ軌道のレールの抵抗 特性および軌道部材の破壊性状，鉄道工学シンポジウム， 土木学会，Vol. 29, No. 1, pp. 203-210, 2025.

2) 劉斌，伊藤義人：FPC 防護柵の性能照査型設計に関する 研究，構造工学論文集，Vol. 50A, pp. 207-217, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単一走行試験による周波数領域逆補正に基づく鉄道橋の衝撃係数推定（シンポジウム講演概要）

Dynamic Factor Estimation of Railway Bridge Girders Based on Frequency-Domain Inverse Filtering Using a Single Train Passage Test (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

徳永　宗正（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）　　朝長光（鉄道・運輸機構）
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
Hikaru TOMONAGA, Japan Railway Construction, Transport and Technology Agency

E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

In this paper, we propose a method to estimate the dynamic amplification factor (DAF) of railway bridge girders from a single train passage by reconstructing the quasi-static component using a frequency-domain inverse filter based on the bridge frequency response function (FRF) with a tapered window to suppress high-frequency noise amplification. The method is validated through numerical simulations of a simply supported beam under moving axle loads and demonstrated using field-measured displacement records from a Shinkansen bridge.

１．はじめに

鉄道橋梁のたわみは走行安全性・乗り心地 [1]に直結し，設計では静的応答に対する動的応答の比として定義される衝撃係数 (dynamic amplification factor: DAF) を静的解析結果に乗じ，動的影響を簡便に評価する枠組みが広く用いられる．一方，実橋で DAF を実測評価するには静的変位が必要であり，従来は低速の試験列車を別途走行させて準静的（静的）変位を測定する方法が一般的であった [2]．しかし維持管理段階で営業線区に同様の試験条件を設定することは容易でなく，通常運行下における DAF を定量把握することは，速度・編成・軌道条件の変動も相まって実質的に困難であり，これまでに単一列車通過時の少数変位波形のみから準静的成分と動的成分を明示的に分離し，たわみベースの DAF を直接推定する手法は十分に確立されていない．本研究は，周波数領域分離に基づく衝撃係数推定法を提案し，維持管理ツールとしての有効性を検証する．

２．単一走行試験による衝撃係数の推定手法

Fig.1 に，単一走行試験に基づく桁の衝撃係数推定フローを示す．列車通過時の観測変位 $x(t)$は準静的応答 $x_{\mathrm{st}}(t)$と動的応答 $x_{\mathrm{dyn}}(t)$の重畳として次式により表現できる．

$$x(t) = x_{\mathrm{st}}(t) + x_{\mathrm{dyn}}(t) + \varepsilon(t) \tag{1}$$

ここで，$\varepsilon(t)$は計測雑音・未モデル化成分である．

本研究では $x(t)$から $x_{\mathrm{st}}(t)$を安定に抽出し，準静的（静的）変位評価に供する．準静的成分抽出のために周波数領域の FRF 逆補正を用いる．すなわち，観測変位スペクトル $X(\omega)$に対し逆補正フィルタを適用し，動的増幅を相殺して静的応答に対応する成分を推定する．ただし，逆補正は高周波側でゲインが増大しやすく雑音を増幅して不安定となり得るため，帯域制限重み $W(f)$により遮断周波数以上を抑制する．この結果，低周波域の準静的成分を保持しつつ，高周波域の過度な増幅を抑えて安定な推定を実現する．

橋梁の卓越モード近傍を質量 m，剛性 k，減衰 cの SDOF で近似し，外力 Fに対する変位 Xの FRF を

$$H(\omega) = X/F = (k - m\omega^2 + i\,c\omega)^{-1} \tag{2}$$

とする．静的コンプライアンスは $H_0 = H(0) = 1/k$であり，入出力関係 $X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$より等価外力 $F(\omega) = X(\omega)/H(\omega)$を介して準静的成分を

$$X_{\mathrm{st}}(\omega) = G(\omega)X(\omega), G(\omega) = H_0/H(\omega) \tag{3}$$

と推定する．$G(\omega)$ は動的増幅を相殺し静的応答へ写像する FRF 逆補正フィルタである．さらに，推定の安定化のため帯域制限重み $W(f)$を導入し次式で準静的成分を与える．

$$X_{st}(\omega) = G(\omega)W(f)X(\omega) \tag{4}$$

ここで，$W(f)$ はコサインテーパ型とし，$f_{\mathrm{cut1}} = r_1 f_n$, $f_{\mathrm{cut2}} = (r_1 + 1)f_n$ により遮断帯域を定め，動的成分残留と高周波増幅抑制のトレードオフを r_1 (=2) で調整する．

Fig.2 に，逆補正フィルタ $G(\omega)$と帯域制限窓 $W(f)$を乗じた $G(\omega)W(f)$の周波数特性例を示す．低周波域では $|G| \approx 1$となり，準静的成分はほぼ減衰なく通過する．一方，$f \approx f_n$ 近傍では共振により $|H|$が増大するため $|G|$は低下し，動的共振成分を相対的に抑制する．さらに高周波域では $|G|$が増大し得るが，$W(f)$により逆補正を抑制することで雑音増幅を抑え，安定な準静的成分推定を可能とする．

３．理論解析による検証

単純支持梁に作用する移動荷重列の動的応答を算定し，提案手法を理論波形に対して検証する．橋りょうは，単純支持梁としてモデル化し，スパン L_bは 30m，減衰はモード減衰比 ξにより与え，$\xi = 0.02$，応答のモード展開では，使用モードを $j = 1$から 10まで考慮，固有振動数は経験式 $f_b = 70\,L_b^{-0.8}$(Hz)で与えた．変位の評価位置はスパン中央とした．車両は，車両数n_vは 6 両，車両長L_vは 25m，軸間隔

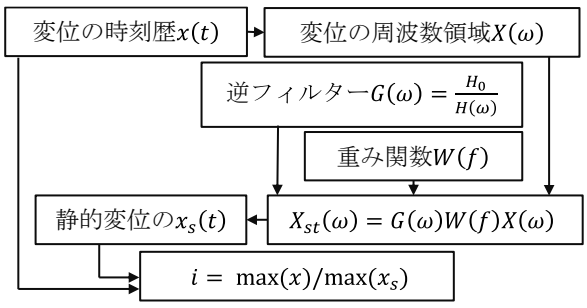


Fig.1 Estimation Procedure for the Dynamic Amplification Factor (DAF)

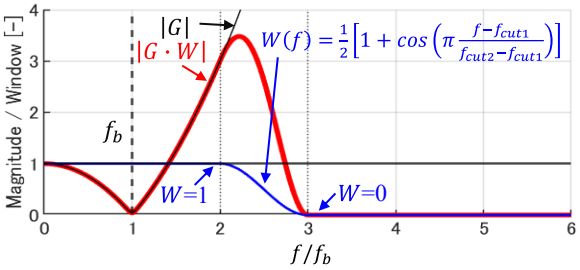


Fig.2　Inverse-Filter Characteristics

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

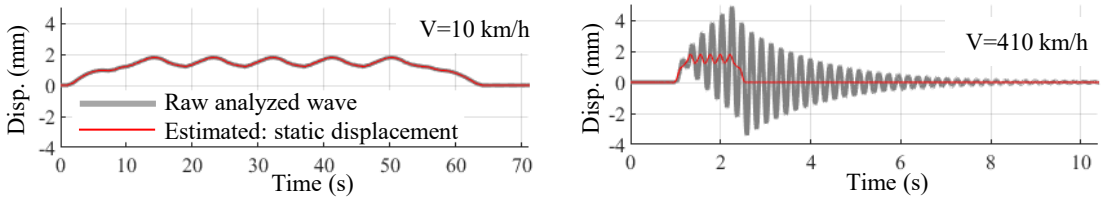


Fig.3　Verification by Numerical Analysis (Time-History Waveforms)

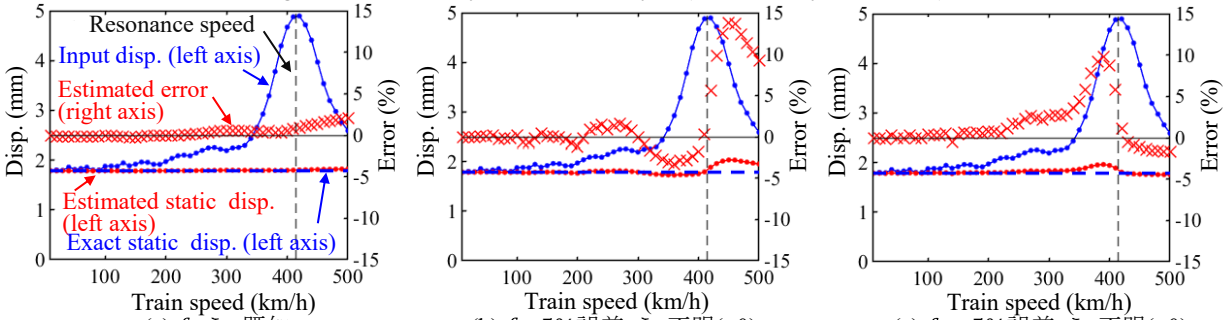


Fig.4　Verification by Numerical Analysis (Maximum Responses)

aは2.5m，台車中心間隔は $b = 17.5$ m，各車両の軸重は $p_0 = 110$ kNで一定とした．

Fig.3 に時刻歴を示す．低速（V=10 km/h）では観測波形（灰）と推定準静的変位（赤）が概ね一致した．高速（V=410 km/h）では観測波形に大きな振動が重畳する一方，推定準静的変位は緩やかな低周波の基線成分を抽出した．

Fig.4 の最大値評価では，移動荷重列による動的応答解析を用いた検証の結果，観測変位は共振速度付近でピークを示したが，提案手法により推定した準静的（静的）最大変位は速度に対して概ね一定で厳密値に近かった．固有振動数および減衰比を真値に設定した条件では，共振速度近傍においても推定静的変位に顕著な変動は生じないことを確認した．一方で，速度上昇および共振近傍では誤差が増大して，特に f_bに±5%の誤差を与えた場合にその傾向が明確となった．これは，固有振動数の設定誤差が共振速度の見積りと周波数領域の補正帯域の整合を同時に損ない，共振速度前後以上の速度域で動的成分の混入または過補正が顕在化し得るためである．また，高速域で誤差がわずかに増加する場合があるが，解析応答が複数モードの重ね合わせで構成される一方，抽出フィルタが代表モードに基づく近似であることに起因する成分分離誤差として説明できる．

4．実橋梁への適用

対象は新幹線線区の架道橋であり，橋梁種別は 8 主桁を有する単純 PPCT 桁である．橋長は 48m，径間長は 48m である．レーザードップラー式変位計によりスパン中央の桁下下面の挙動非接触で測定した．固有振動数と減衰比は列車通過後の残留振動から同定し，得られた $f_b = 2.77$ Hz, $\xi \approx 0.03$ を逆補正に用いた．

Fig.5 は，提案手法を実橋梁データに適用した結果である．上段は反対側通過と着目側通過の代表的な時刻歴を示し，列車通過に伴う変位の立上り・保持・復帰が確認できる．中段の例 $(V = 246\ \mathrm{km/h})$ では，観測波形（灰）に大きな振動成分が重畳する一方，推定準静的変位（赤）は低周波の基線成分を抽出し，通過に対応する形状を良好に再現している．下段は，左軸に変位，右軸に衝撃係数 DAF $(\max(x)\,/\,\max(x_{st}) - 1)$を示し，複数列車の結果を速度に対して整理した．最大静的変位は概ね一定範囲に分布しており，乗車率の違いによる軸重のばらつきにより，静的変位

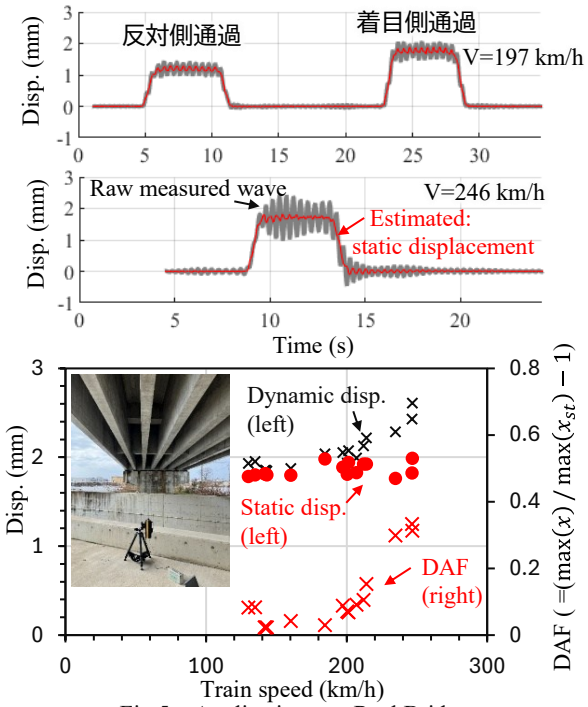


Fig.5　Application to a Real Bridge

に多少の変動が生じているものと思われる．右軸の衝撃係数は，速度条件に応じて変化し，高速域で増大する傾向が見られる．1 次の共振速度 250km/h(≒固有振動数 2.77Hz×車両長 25m×3.6) 付近や 2 次共振速度の 125km/h 付近で衝撃係数が増大していることが確認できる．

5．おわりに

本稿では，単一列車通過時の変位の実測波形から準静的成分を抽出し，静的最大たわみおよび衝撃係数を推定する手法を提案した．今後は複数モードやノイズ条件下での頑健性向上を進め，実環境における推定精度と適用性の向上を図る．

参考文献

1)　国土交通省監修・鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006.
2)　進藤良則，千葉寿，山洞晃一，石徳隆行：新幹線新規開業区間における単純 PC 桁のたわみ測定結果に関する考察，第 20 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム，2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車上計測による PC ラーメン鉄道橋の共振検知（シンポジウム講演概要）

Resonance Detection of a PC Cantilever Railway Bridge by Onboard Measurement (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

松岡　弘大（鉄道総研）　　服部　紘司（鉄道総研）
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Koji HATTORI, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

The applicability of a resonant bridge detection method using on-board measurements is investigated using numerical simulation on a two-span PC cantilever bridge with a span of 65m. As with simple girders, peaks whose width roughly matches span length occur on both spans in a resonant state, however it was revealed that when the train speed differs by about 10%, anti-symmetrical peaks with opposite positive and negative values occur on both spans.

1．はじめに

近年の高速鉄道建設においては長支間が要求される区間において，中間支点部の柱と梁が一体化されたプレストレストコンクリートラーメン橋（PC ラーメン橋）が多く採用されている．多くの PC ラーメン橋は 1 支間 40m を超える長スパンを有するため，固有振動数は低く，高速鉄道における列車通過時には走行列車の規則的な加振力との共振現象が生じる場合も多い．共振が生じた場合における桁たわみ自体は数 mm 程度で大きくないが，PC ラーメン橋の共振による振動が橋りょう上の電柱の振動を生じさせ，電車線路設備の破損を招く事例も報告されている．このような観点から，PC ラーメン橋の実測および解析による列車通過時の動的応答性状に関する検討が実施されており，260km/h 以下でも，1 次モードの共振により速度効果の衝撃係数が 0.3 程度に達することも報告されている [1]．

他方で，橋りょうの共振状態を効率的に検知するため，走行列車上で計測された軌道変位や車体動揺加速度を用いた車上計測手法が提案され，単純桁についてはすでに実用化されている [2]．ただし，PC ラーメン橋を含む連続桁では，共振時以外にも隣接支間のたわみによるアップリフトが生じるなど列車通過時の応答が複雑であり，車上計測による共振検知手法の適用は限定的であった．

そこで，本研究では 2 径間 PC ラーメン橋 [1]を対象とし，これまで単純桁を対象に発展してきた車上計測された軌道変位による共振検知手法の適用性について検討した．

2．既存手法 [2]と PC ラーメン橋への拡張

ここではまず既往研究により提案された車上計測による共振橋りょう検知手法 [2]を概説し，PC ラーメン橋への適用性を整理する．共振現象は走行列車の加振振動数と橋りょうの固有振動数f_0が近接することで生じる．走行列車の加振振動数は，車両長L_cと列車速度vから定まり，共振速度v_{res}は以下の式(1)となる．

$$v_{res} = f_0 \cdot L_c \tag{1}$$

式(1)と共振時の単純桁の動的応答から，共振状態の支間長L_bの単純桁を通過する車両で計測した軌道変位に混入する橋りょう動的応答$z_{b,d}^m(x)$は，以下の式(2)となる．

$$z_{b,d}^m(x) \approx A_{res}\sin\left(2\pi\frac{x}{L_c}+\theta_{res}\right)\sin\left(2\pi\frac{x}{2L_b}\right) \tag{2}$$

ここで，x は橋りょう進入側支点を 0 とする位置，A_{res}は動的応答振幅，θ_{res}は橋りょう振動と車両上の計測位置との位相である．式(2)から橋りょう共振が波長 25m の成分として軌道変位に表れるため，先頭および最後尾車両の軌道変位

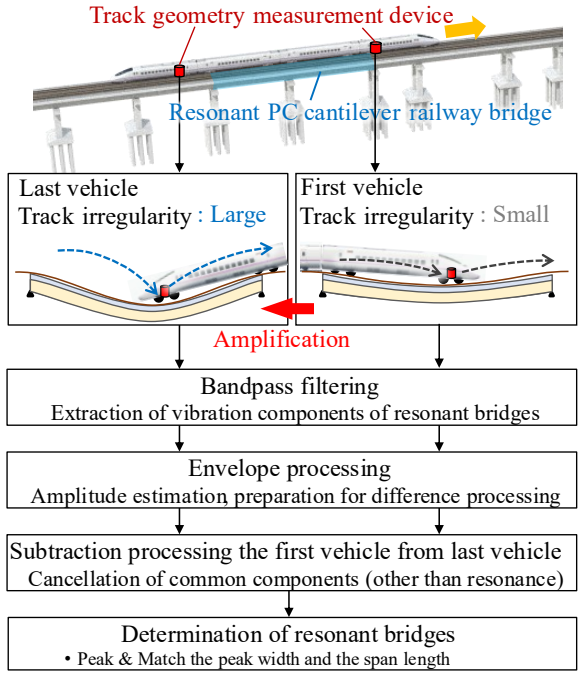


図 1　車上計測による共振橋りょうの検知手法

にそれぞれバンドパスフィルタ（BPF）処理と包絡線処理を行い差分を取ることで，単純桁モード形と同じ支間中央付近が最大で幅が支間長と一致するピークの有無から共振の有無は判定できる（図 1）．詳細は文献 [2]を参照されたい．

対象とする 2 径間 PC ラーメン橋では非共振時でもアップリフトが生じ，共振時でも 1 次モードは両支間で逆対称となるモード形を有するため，単純桁のように先頭および最後尾の差分処理で共通成分を十分に除去できない可能性，片側の支間のみにピークが生じる可能性などが存在する．

本研究ではこれらの点を明らかにするために，数値解析による検証を行った．対象は 1 支間 65m，逆対称 1 次モードの固有振動数 2.8Hz の 2 径間 PC ラーメン橋とし，数値解析はすでに検証された理論モデル [1]を利用した．

3．数値解析による検討結果

図 2 に，対象橋りょうの解析結果から算出した(a)第 1 および第 2 支間の変位応答，(b)先頭および最後尾車両位置の軌道変位，(c)25mBPF および包絡線処理後の軌道変位，(d)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

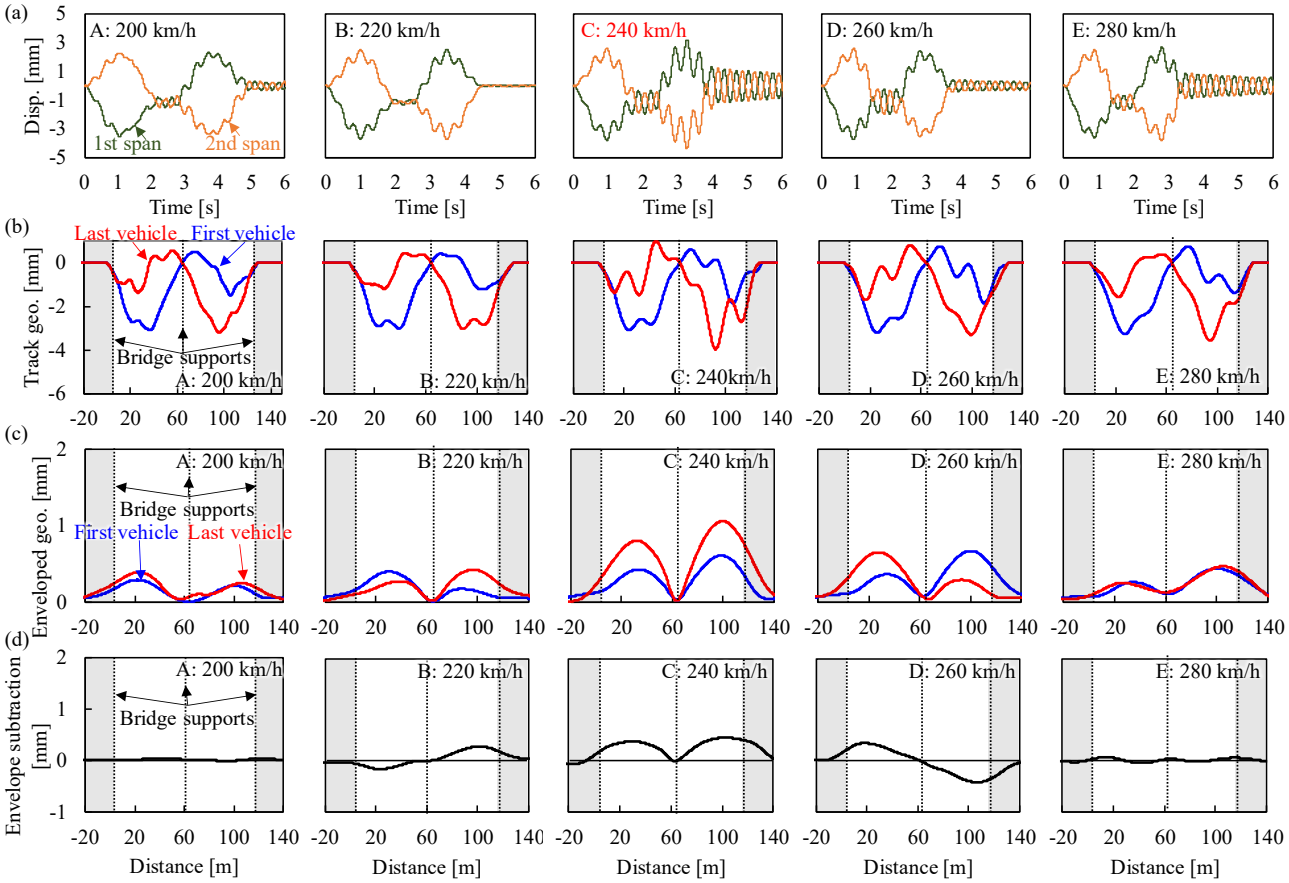


図 2　各列車速度での 2 径間 PC ラーメン橋の(a)地上変位応答，(b)～(d)軌道変位（元波形，包絡線処理，差分）の計算結果

それらの差分，をそれぞれ示す．列車速度は 200km/h から 280km/h の範囲で A～E に示す 5 ケースを実施した．

図 2(a)に示すように C：240km/h が共振速度であり，両支間で大きい動的応答増幅が生じる．B および D は共振速度から 10%程度ずれた列車速度であり，うなりを含め橋りょうでは多少の動的応答が生じる．

図 2(b)には先頭および最後尾車両位置で計測される軌道変位（の計算値）を示す．図 2(a)にも示すように列車位置により両支間でたわみの大きさが異なるため，動的応答の大きくない状態 A や E でも先頭車両では第 1 支間で，最後尾車両では第 2 支間で，それぞれ大きい下側変位が観測される．したがって，単純桁のように準静的応答が主成分の場合でも先頭および最後尾車両で軌道変位は概ね同じにはならない．ただし，共振状態である C の場合には，最後尾車両の軌道変位に波長 25m 程度の振動が重畳する．図 2(c)は 25mBPF 処理および包絡線処理を行った先頭および最後尾車両の軌道変位を示す．波長 25m 以外の成分を除去することで，両支間のたわみ性状の違いは概ね除去され，状態 A や E では先頭と最後尾車両の最大値がほぼ同様になる．

図 2(d)には共振状態であることを検知するための指標となる包絡線差分（先頭と最後尾の包絡線処理後の軌道変位の差分）を示す．動的応答の影響が小さい状態 A および E では橋りょう区間で包絡線差分がほぼ 0 となる．一方，共振状態 C では両支間で幅が概ね支間長となるピークを確認できる．この点は単純桁とほぼ同様である．単純桁と異なるのは共振速度から少しずれた状態 B および D である．これらの包絡線差分は状態 B では第 2 支間が正，状態 D では第 1 支間が正の逆対称な波形を有する．これらはうなりによる動的応答振幅の増減の影響と考えられる．以上から，2 径間 PC ラーメン橋においても単純桁と同じ車上計測による共振橋りょうの検知手法を共通して適用できるが，共振状態では両支間で正のピークが生じるのに対し，共振速度から少しずれた速度で列車通過した場合には 2 径間のうちの片側のみが正，もう片側が負の逆対称なピークが生じることを明らかにした．

4．まとめ

- 1 支間 65m の 2 径間 PC ラーメン橋を対象とし，車上計測による共振橋りょう検知手法の適用性を，数値解析により検討した．
- 単純桁の場合と同様に，共振状態では幅が支間長と概ね一致するピークが両側の支間でそれぞれ生じるが，列車速度が 10%程度ずれた場合には，両支間で正負の異なる逆対称のピークが生じることを明らかにした．

今後，得られた結果を実橋りょうでも検証するとともに，単純桁と合わせた一括での車上計測による共振橋りょう検知の構築を行っていく予定である．

参考文献

1) 松岡弘大，服部紘司：多点支持梁の閉形式解を用いた PC ラーメン鉄道橋の動的応答評価，土木学会論文集，Vol.82，No.15，p.25-15059，2026.
2) Matsuoka, K., Tanaka, H., Kawasaki, K., Somaschini, C. and Collina, A.: Drive-by methodology to identify resonant bridges using track irregularity measured by high-speed trains. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.158, No.107667, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片持ち式道路情報板の振動解析モデルの構築（シンポジウム講演概要）

Development of a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

佐伯　昌之（東理大・理工）　松井　真吾（星和電機・技術）　成田　明彦（NEE・施設）
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
Shingo MATSUI, SEIWA Electric MFG Co., Ltd.
Akihiko NARITA, NEXCO-EAST Engineering Co., Ltd.
E-mail: saeki@rs.tus.ac.jp

This study presents a vibration analysis model for a cantilevered highway information sign. The structure is represented by a lumped-parameter model consisting of two concentrated masses with a total of eleven degrees of freedom, connected by equivalent springs. The spring constants are determined by considering the rotational stiffness of the base, as well as the bending, torsional, and shear deformations of the supporting column and the information display box. Based on the proposed model, the natural frequencies and vibration vectors at a designated measurement point are computed for the first four vibration modes. The analytical results agree with on-site acceleration measurements.

１．はじめに

著者らは，高速道路に数多く設置されている道路情報板の異常を効率的かつ的確に検知することを目的として，加速度計測に基づく構造モニタリングシステムの開発を進めている．このシステムでは，複数の固有振動数の変化から異常を検知することを想定している．これまでに，供用中の道路情報板の加速度を計測し，安定的に低次の固有振動数を同定できることを確認している [1]．さらに，実物大模型を用いた損傷実験も実施しており，引張側アンカーボルトの軸力喪失では，固有振動数の低下を検知可能であることを示している [2]．ただし，損傷実験をすべての形状・設置環境･損傷形態に対して実施することは現実的ではなく，数値解析による検討を要する．

振動特性を再現するためには，慣性力と復元力を適切にモデルに反映させる必要がある．一方で，軽量化と補剛が考慮された実際の情報板は，薄板や補剛材で構成された複雑な形状をしている．さらに，復元力では基礎の回転剛性が重要となるが，地盤も含めてこれらを忠実にモデル化するには実務上の制約がある．

そこで，本研究では，道路情報板を 2 つの集中質量とバネでモデル化し，適切な材料パラメータを設定することで，観測された振動特性を再現することを試みた．

２．11 自由度バネ－質点系モデル

これまでに著者らが実測した道路情報板は，土工部に設置された BL2 型一基と AL2 型二基，橋梁部に設置された AL1 型三基である．本研究では，これらを同じ解析モデルで表現し，構造形式や設置環境の違いは材料パラメータの設定値で吸収する．

Fig. 1 の左側に AL1 型の俯瞰図を示す．AL1 型は，橋梁の桁張出し部に固定される形式であり，支柱の上部から表示部の背面まで，水平に 2 本の梁が伸びている．表示部は，この 2 本の梁に固定されている．その他，支柱背面には梯子や落下防止装置が，支柱と表示部の間には作業台が固定されている．

Fig.1 右側には，情報板をバネ－質点系で表現したモデルの概略図を示している．座標系の原点は支柱下端におき，x軸は道路横断方向，y軸は車両進行方向，z軸は鉛直上向きを正とする．質点 1 は支柱の上部や継手，梁左側の質量を代表し，2 本の梁の中央に配置する．質点 2 は表示部と梁右側の質量を合計し，その重心位置に配置する．支柱下端から質点 1 までの高さをl_1，質点 2 のx軸方向の偏心量をl_2，y軸の負方向の偏心量をl_3とする．質点 1 と 2 は，質量と各軸まわりの慣性モーメントを持ち，それぞれ$m_1, I_{1x}, I_{1y}, I_{1z}$と，$m_2, I_{2x}, I_{2y}, I_{2z}$で表すものとする．

基部の回転剛性は，x軸まわりをk_x，y軸まわりをk_yとする．支柱は鋼管製であり，曲げ剛性，せん断剛性，捩じり剛性をEI_1, GA_1, GJ_1とする．また，梁と表示部を合成した長さl_2の水平部材については，せん断剛性と捩り剛性をGA_2, GJ_2とし，y軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2y}，z軸と平行な軸回りの曲げ剛性をEI_{2z}とする．これは，曲げ剛性の値が曲げの向きによって極端に異なるからである．

このモデルの自由度は，全部で 11 ある．質点 1 は上下に振動することがないため，水平 2 成分u_1, v_1と回転 3 成分χ_1, ϕ_1, ψ_1をもち，質点 2 は並進 3 成分u_2, v_2, w_2と回転 3 成分χ_2, ϕ_2, ψ_2をもつ．

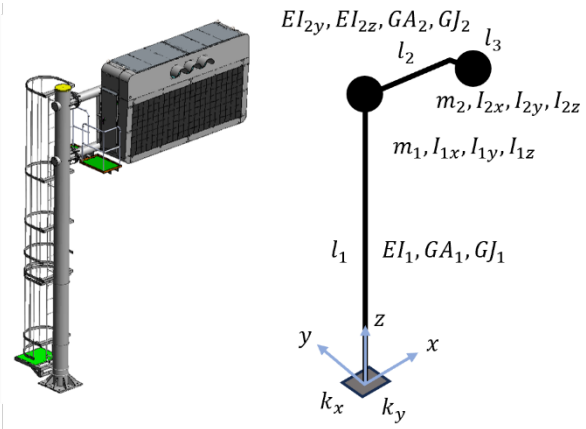


Fig. 1 Lumped-parameter model with 11 degrees of freedom.

３．柔性行列の計算と振動特性の推定

先のモデルの各自由度に，単位荷重または単位モーメント荷重を静的に作用させたときの変位および回転角を求め，柔性行列Lを生成した [3]．例えば，質点 2 のy軸方向に単位荷重を作用させたときの，質点 2 のx軸方向変位は，

$$L_{67} = l_2 l_3 \frac{l_1}{GJ_1} + \frac{{l_2}^2 l_3}{2EI_{2z}} \tag{1}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

となる．この第 1 項は，トルク$l_2 \times 1$によって発生する支柱の捩りに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値であり，第 2 項は単位荷重によって発生する水平部材の曲げに伴う回転角ψ_2に腕の長さl_3をかけた値である．

以上の様にして 11×11 成分を全て求め，柔性行列の逆行列を計算すれば剛性行列Kを得る．そして，一般化固有値問題を解くことで，固有角振動数ωおよび固有ベクトルuを推定した．

$$K\mathrm{u} = -\omega^2 M\mathrm{u} \qquad (2)$$

ここにMは質量行列であり，各自由度の質量および慣性モーメントの値を対角項にもつ対角行列である．

４．構造パラメータの設定方法

基部の回転剛性k_x, k_yは，その発現メカニズムも不確かであることから，未知数として扱う．鋼材のヤング係数とせん断剛性は 205 GPa，78.9 GPa とする．支柱の外形は 355.6 mm，肉厚は 11.1 mm であり，JIS 規格によれば外形は±1 %の，肉厚は-12.5～15.0 %の許容誤差をもつ．初期段階では，公称値を用いてEI_1, GA_1, GJ_1の値を定めた．支柱下端の補剛材の影響は，単位荷重法により変位・回転角を計算する際に考慮し，補正係数として与えた．梁は外径 216.3 mm，肉厚 8.2 mm の鋼管であり，1 本分の剛性は支柱と同じ方法で求めた．そして，長さl_2の水平部材として考える際には，表示部の剛性も加味して算定した．ただし，2 本の梁と表示部が一体化するほど剛な造りではなく，それぞれが独立して変形するよりもやや硬い程度の様である．これについては，数値計算例を後述する．

実際の表示部は，L 型やコ型の断面をもつ部材からなるフレームに，厚さ 2.3 mm の外板が貼られた複雑な構造となっている．この剛性を精緻に計算するのは困難なことから，一様な厚さをもつ中空の箱を仮定する．剛性に寄与する部材の質量 806 kg 程度と，鋼材の密度 7850 kg/m^3 から，本研究では，表示部を長さ 3.45 m，幅 0.8 m，高さ 1.95 m，肉厚 4.6 mm の箱と考え，剛性を計算した．そして，梁 2 本と合成して$EI_{2y}, EI_{2z}, GA_2, GJ_2$を定めた．

ところで，表示部は構造部材だけでなく，LED や電子回路，ケーブルや遮熱板など剛性に寄与しない質量も持つ．我々が観測実験を行った AL1 型の場合，表示部の総質量は実測で 1420 kg 程度である．表示部の内部は広い空間となっており，前後左右のバランスを考慮しつつ質量は外側に配置されている．そのため，各軸まわりの慣性モーメントを計算する際には，厚さ 20 mm の箱を仮定した．この場合，箱の換算密度は 3130 kg/m^3 程度となる．この表示部と，同じ長さの梁右側部分を合計したものを質点 2 とし，重心位置，質量，慣性モーメントを算定した．質点 1 も同様に，質量は各部材質量の総和により求め，図面上の配置から回転中心までの距離を定め，慣性モーメントを計算した．

上記以外にも，支柱下部の質量により慣性力が発生する．これを考慮するため，適当なたわみ曲線を仮定し，水平方向の慣性力を求めた上で，質点 1 に等価換算質量として付加した．

５．モデルの妥当性を検証する 4 つの振動モード

モデルの妥当性を検証するため，2021 年 4 月に実施したフィールド試験の観測データから振動モードを推定した．この観測では，1 地点あたり 1 週間弱の連続観測を実施しており，支柱上部と表示部の加速度応答を 200 Hz のサンプリングレートで収録している．解析では，連続データから 3 分弱のデータを抽出し，相関関数を計算して ERA 法に入力した．そして，この解析を 1 週間分のデータに適用し，得られた推定結果をモード毎に分類した．橋梁部のある 1 地点のデータから推定された振動モードの平均および標準偏差を Table 1 に示す．

Table 1 Vibration modes of a bridge-mounted highway sign.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.507	$(0.09, 0.92, -0.04, 0.07, 0.37, 0.01)$
2nd	1.685	$(0.63, -0.10, -0.51, 0.57, -0.08, -0.01)$
3rd	4.494	$(0.09, -0.43, -0.08, 0.10, 0.89, 0.04)$
4th	6.259	$(0.29, 0.03, 0.87, 0.39, -0.10, 0.04)$

表の 1 行目は面外 1 次モードであり，固有振動数が 1.507 Hz であった．表中の$(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$は観測点における振動ベクトルであり，$a_x$は表示部における$x$軸方向の振幅を表し，$b_x$は支柱上部の振幅である．面外 1 次モードは，$y$軸方向（車両進行方向）に大きく揺れており，支柱上部よりも表示部の方が大きな振幅を示している．2 行目以降は，それぞれ面内 1 次，面外 2 次，面内 2 次モードを表している．

６．モデルの解析結果

本研究で開発した 11 自由度のバネ－質点系モデルを用いて，Table 1 と同じ道路情報板の振動モードを推定した．その結果を Table 2 に示す．

この解析では，固有振動数と振動ベクトルが観測結果と一致するように，基部の回転剛性k_x, k_yと水平部材の曲げ剛性EI_{2y}の 3 つのパラメータのみを未知変数として調整している．推定した曲げ剛性EI_{2y}の値は，梁と表示部が独立して変形することを仮定した場合の 3 倍程度であり，完全に一体化した場合の 1/10 以下であった．

Table 2 Vibration modes estimated using an 11-DOF model.

mode	Freq. [Hz]	Vibration vector $(a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z)$
1st	1.508	$(0.02, 0.85, 0.01, 0.01, 0.52, 0.00)$
2nd	1.680	$(0.58, 0.00, -0.58, 0.57, -0.04, 0.00)$
3rd	4.464	$(0.07, -0.45, -0.11, 0.11, 0.88, -0.00)$
4th	6.243	$(0.38, -0.10, 0.83, 0.39, 0.03, 0.00)$

７．まとめ

本研究では，道路情報板の振動を解析するため，11 自由度の振動モデルを構築した．可能な限り設計図面に忠実に構造パラメータを定めたところ，推定された振動モードは観測結果と良い一致を示した．

参考文献

1) 佐伯昌之，松井真吾，川又忠司：道路情報板用 F 型支柱の損傷に伴う固有振動数変化，土木学会論文集特集号（応用力学），Vol. 80, No. 15, 23-15043, 2024.
2) 長井巧，石関一裕，佐伯昌之，森近翔伍，松井真吾，川又忠司，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の固有振動数変化を用いた異常検知手法の検討，AI・データサイエンス論文集，Vol. 5, No. 3, pp. 823-833, 2024.
3) 庄古朋輝，佐伯昌之，松井真吾，北原挙：道路情報板用 F 型支柱の面内振動解析（シンポジウム講演概要），第 28 回応用力学シンポジウム，25010-14-05，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

横構を活用した鋼 I 桁橋の 3 次元変形予測に関する数値解析的検討（シンポジウム講演概要）

Numerical Study on Three-Dimensional Deformation Prediction of a Steel I-Girder Bridge Utilizing Lateral Bracing (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

赤星　花奈（京都大・工）　北根　安雄（京都大・工）　松本　理佐（京都大・工）　佐藤　顕彦（京都大・工）
Kana AKAHOSHI, Kyoto University, Yasuo KITANE, Kyoto University
Risa MATSUMOTO, Kyoto University, Akihiko SATO, Kyoto University
E-mail: akahoshi.kana.22j@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigated a method for predicting the three-dimensional deformation of bridges utilizing lateral bracing. Displacements were predicted using a neural network trained on the regression relationship between axial strains in the lateral bracing and displacements of the main girders. The prediction error was found to be less than 0.3 mm. Furthermore, an approximate equation was derived that enables an estimation of the main girder cross-sectional deformation using the predicted displacements.

１．はじめに

橋梁のモニタリングにおいて，橋梁の状態を把握するため，参照点不要の鉛直変位計測手法が多く提案されている[1)など]．著者らの研究[2)]では，鉛直変位以外にも，橋軸，橋軸直角（以下，橋直）方向の変位が橋梁の損傷等の異常状態によって変化することが明らかとなった．また，主桁間に配置された横構は特に橋直変位や橋軸変位の影響を大きく影響を受けることも明らかとなっている．桁の 3 次元変形を可視化できれば，より詳細に橋梁の状態を把握することができる可能性がある．そこで本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，数値解析的検討によって，桁の変位と横構のひずみの関係を明らかにすること，横構のひずみから橋梁の 3 次元挙動を予測することを目的とする．

２．対象橋梁および解析モデル概要

Figure 1 に対象橋梁および，本論文で使用する 24 本の横構とその番号を示す．対象橋梁は平成 6 年度版の土木構造物標準設計に記載されている支間長 30m，幅員 9.5m の単純非合成 4 主桁橋である．解析には有限要素解析ソフトである Abaqus2025 を用いた．床版，主桁，横桁はシェル要素で，横構は梁要素によってモデル化し，腹板に結合した．

荷重は，床版上面に死荷重相当の等分布荷重を載荷した．また，25t の車両のタイヤ設置面を模擬した載荷版を輪荷重としてランダムに移動させ，載荷した．

３．横構のひずみと変位の関係

Figure 2 に支間中央，G1 桁直上に輪荷重を偏心載荷した際の横構（LB-1～LB-6）のひずみを示す．横構のひずみは，横構にひずみゲージを貼付することを想定し，横構の中央の軸ひずみを抽出した．Figure 3 に横構と腹板が結合された 2 点の鉛直，橋軸，橋直方向の変位差を，横構の軸方向の変位に換算した値を示す．これを見ると，横構のひずみ変化は，橋軸（x）方向と橋直（z）方向の伸びによって引き起こされていることがわかる．以下では，横構の 2 つの方向の伸縮と桁の変位との関係を説明する．

１）橋軸方向のひずみ

Figure 3 から橋軸（x）方向には横構が伸びていることがわかる．Figure 4 に桁にたわみが生じた際の曲げ変形に伴う横構の伸びを示す．横構は，中立軸よりも桁下縁側に位置するため，桁に曲げが生じると，橋軸方向に伸びΔdxが生じる．これをひずみに換算すると，

$$\varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx} \qquad (1)$$

となる．これを下縁側のひずみとしてたわみを求めると，

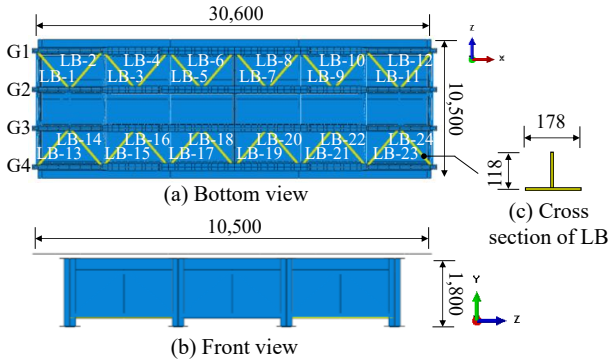


Figure 1 Target bridge (FE model)

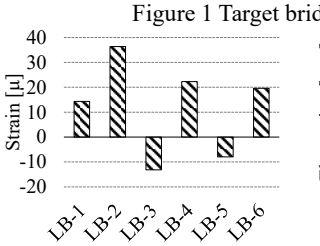


Figure 2 Axial strain of LB

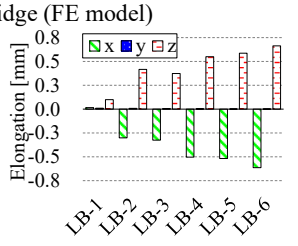


Figure 3 Extension and contraction of LB

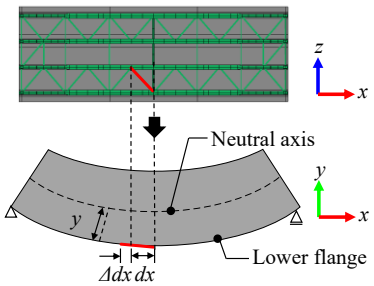


Figure 4 Relationship between girder displacement and longitudinal axis displacement of LB

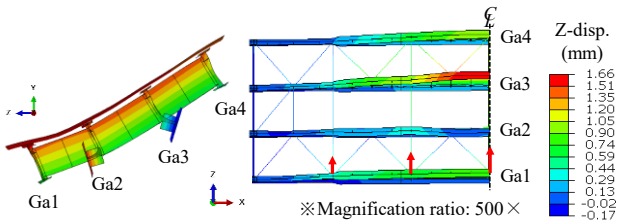


Figure 5 Displacement in the transverse direction

$$v = \int_0^{\frac{l}{2}} \theta dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{\rho} dx dx = \int_0^{\frac{l}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\varepsilon}{y} dx dx \qquad (2)$$

となり，横構の橋軸方向伸びから鉛直たわみが求められることがわかる．Figure 3 においてx方向の伸縮量は支間中央の LB-6 が最大となり，端部になるにつれて小さくなっているが，これは支間中央での曲げモーメントが最大となっていることを示す．

２）橋直方向のひずみ

Figure 5 には，主桁の橋直方向の変形図を示す．桁の偏心によって主桁断面が回転し，橋直変位が増加している．Figure 3 では，橋直変位によって横構が縮んでいることがわかる．これは，主桁断面の回転による G1～G4 桁の橋直変位の増加が桁ごとに異なることによって，鋼桁の橋直変位が直接横構のひずみに影響を及ぼしたと考えられる．一方で，横構は腹板に取りつけられているため，横構に軸力が作用すると，腹板に面外方向力が作用し，面外変形が生じる．そのため，横構のひずみと変位の関係を簡易的な理論式で表すことは困難である．

４．桁変位の予測

１）横構取付位置の変位予測

横構のひずみから桁変位の関係を補完するため，本研究では回帰問題としたニューラルネットワーク（以下，NN）を用いる．Figure 6 に示すように，入力データとして 24 本の横構の軸ひずみを用いる．また，鉛直変位の影響と橋直変位の影響を分類するため，G1 桁支間中央位置の G1 桁腹板の直ひずみ 1 点を入力データに加えた．出力データは，横構-腹板接続位置の鉛直，橋直方向の変位とした．なお，橋軸方向の変位ついては，ここでは鉛直方向による下縁側の伸びのみが影響すると想定し，出力しないこととした．学習させるデータは，橋のランダムな変形状態を考慮するため，輪荷重の大きさと位置，等分布荷重の大きさをランダムに変化させ，計 208 個のデータを作成し，7 割のデータを学習用，3 割のデータをテスト用とした．

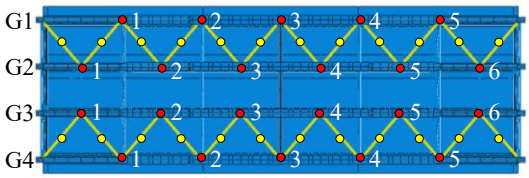
Figure 7, 8 にテストデータのうち 1 ケースの予測結果を示す．赤丸が鉛直，橋直変位の予測結果，青丸が FEM 解析から得た正しい変位を示す．鉛直変位は G1 桁から G4 桁につれて変位が増加し，それに伴って G1 桁，G2 桁に大きな橋直変位が生じた．これらの予測誤差は 1.0%以下であり，正確に予測できていることがわかる．一方で，G3 桁と G4 桁の橋直変位は 23%，11%と誤差が大きくなった．橋直変位については，変位が小さい（0.05mm 程度）場合に誤差率が急激に増加する傾向がみられた．そこで，Table 1 のようにすべてのテストデータを誤差の平均値として評価した．鉛直変位の誤差は約 0.3mm 程度，橋直変位は 0.1mm 程度であり，概ね予測が可能であるといえる．

２）支間中央断面の桁の変位予測

１）で予測された変位を使用し，支間中央断面の変形状態の予測を行う．Figure 5 から，腹板は主桁に追従して変形することがわかるため，ここでは横桁のみに着目した．G1-G2 桁，G2-G3 桁，G3-G4 桁それぞれに対し，Figure 9 のように横桁断面の変形を予測した．G1-G2 桁, G3-G4 桁間は，鉛直方向の変位から腹板がθ傾いているとして計算した．G2-G3 桁間の変形は，鉛直変位は，u_{y1}～u_{y4}から得られる 3 次近似式を用いて，橋直変位は，G2，G3 桁の変位の線形補完で算出した．Figure 10 にこれらの式を用いた桁変形の予測を示す．桁変形をおおよそ再現できたといえる．

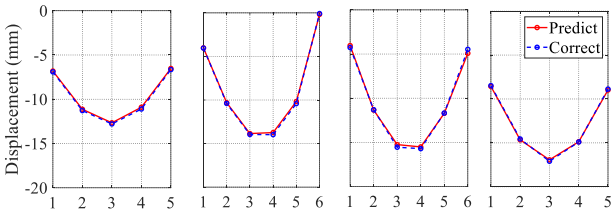
５．結論

本研究では，鋼 4 主 I 桁橋を対象とし，横構の軸ひずみを用いた橋梁の 3 次元挙動の予測について検討した．



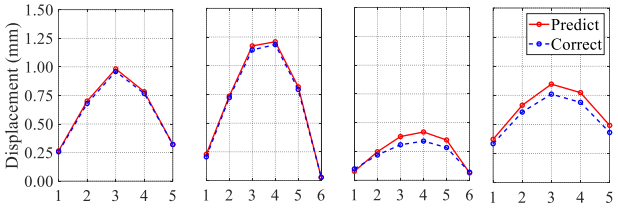
○ +strain of one point: Input ● :Output

Figure 6 Input data and output data points



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 7 Predicted displacement of vertical axis



(a) G1 (b) G2 (c) G3 (d) G4

Figure 8 Predicted displacement of transverse axis

Table 1 Mean prediction error (unit: mm)

Y (Vertical)				Z (Transverse)			
G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4
0.23	0.23	0.29	0.30	0.05	0.05	0.08	0.11

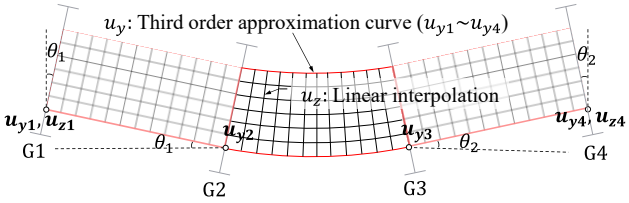
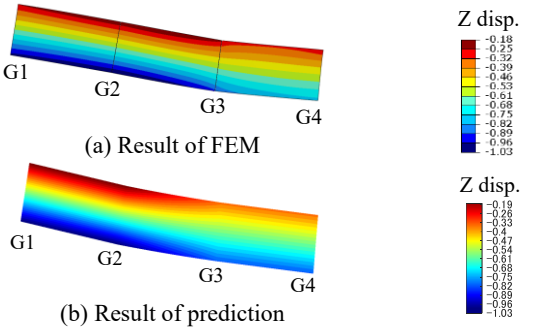


Figure 9 Caluculation method for prediction deformation of cross girder



(a) Result of FEM

(b) Result of prediction

Figure 10 Prediction of cross girder deformation

1) 横構のひずみを学習データとした NN を用いて主桁変位の予測を行った結果，鉛直変位は約 0.3mm，橋直変位は約 0.1mm の誤差で予測可能であった．

2) NN で予測した変位から断面の傾きや 2 次・3 次の変位近似式を算出することで，腹板断面の変形を予測できた．

＜参考文献＞

1) K.Helmi et.al.: Reference free method for real time monitoring of bridge deflections, Engineering Structures, vol.103, pp.116-124, 2015.

2) 赤星ら：多目的遺伝的アルゴリズムを活用した横構による鋼 I 桁橋下フランジの損傷検知，第 28 回応用力学シンポジウム，2510-14-02，2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (1)

座長:松島 亘志(筑波大学)

9:10 ~ 9:25

[24001] 原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
ー新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈ー
（シンポジウム講演概要）

*川野 昂輝[1]、星 啓太郎[1]、山田 正太郎[1] (1. 東北大学)

9:25 ~ 9:40

[24002] 外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

*藤田 達大[1]、新保 泰輝[2]、福元 豊[3] (1. 五大開発株式会社、2. 石川工業高等専門学校、3. 岡山大学)

9:40 ~ 9:55

[24003] 透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

*太田 大希[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、福元 豊[1] (1. 岡山大学)

9:55 ~ 10:10

[24004] 技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

*小田 和広[1] (1. 大阪産業大学)

10:10 ~ 10:25

[24005] ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮したDrucker-Prager弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

*新保 泰輝[1]、福元 豊[2] (1. 石川工業高等専門学校、2. 岡山大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

原子力発電所敷地内における第四系地層変状の生成メカニズム
－新第三系の膨潤性を考慮した分岐的解釈－
（シンポジウム講演概要）

Generation Mechanism of Quaternary Ground Deformation at a Nuclear Power Plant Site
－ A Bifurcation-Based Interpretation Considering Swelling of the Neogene Formation －
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

川野　昂輝（東北大・工）　　星　啓太郎（東北大・工）　　山田　正太郎（東北大・工）
Kouki KAWANO, Tohoku University
Keitaro HOSHI, Tohoku University
Shotaro YAMADA, Tohoku University
E-mail: kawano.kouki.t6@dc.tohoku.ac.jp

Periodic undulations are observed in the Quaternary terrace deposits within the Higashidori Nuclear Power Plant site in Aomori Prefecture. While volume expansion of expansive minerals has been suggested as a cause, swelling alone cannot explain the periodicity. This study investigated the mechanism of ground deformation using finite element analysis with an expansive rock model that incorporates electro-chemical-mechanical interactions within the crystalline layers of clay minerals. The results indicate that buckling instability caused by expansion pressure generated in the Tertiary deposits can induce periodic ground deformation in the Quaternary deposits. Furthermore, the wavelength of the undulations is autonomously determined by the thickness and stiffness of the swelling layer.

１．はじめに

青森県東通原子力発電所敷地内に分布する第四系段丘堆積物（約 12～13 万年前以降）において，Fig. 1[1]に示すような地層の起伏が確認されている．原子力発電所敷地内の第四系に変状が認められた場合，その成因が断層活動などの急激な地殻変動に起因するか否かは，構造物の安全性評価上，重要な検討事項である．地質調査および X 線回折分析により，第四系直下の新第三系泊層に吸水膨潤性鉱物の存在が確認され，この層の膨潤が撓みの原因である可能性が指摘されている．一方，Fig. 2[2]に示す地中レーダー探査が示す通り，このような地中の起伏は複数確認されており，しかも周期性が認められるが，膨潤のみではこのようなパターンが発現するメカニズムまでは十分に説明できない．

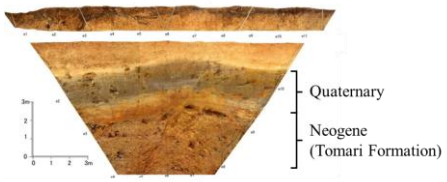


Fig. 1 Periodic undulations of the Quaternary terrace deposits confirmed by trench excavation[1)]

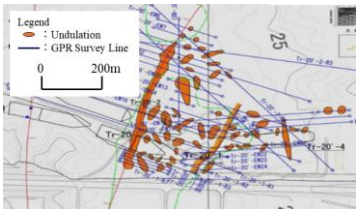


Fig. 2 Periodic undulations of the Quaternary terrace deposits confirmed by GPR (Ground-Penetrating Radar) survey[2)]

そこで本研究では，泊層が過去の沈降により形成された地層境界によって水平変位を拘束された状態で膨潤し，その結果，内部応力が蓄積され座屈が生じたとの仮説を立てた．以下では，この仮説の妥当性を，膨潤性岩盤モデルを用いた有限要素分岐解析により検証する．

２．膨潤性岩盤モデル

本研究では，Hoshi et al. (2026)[3)]による粘土鉱物の結晶層間の電気-化学-力学作用を考慮した膨潤性岩盤モデルを用いる．このモデルでは，Fig. 3 に示すように，膨潤性岩盤の間隙がマクロな岩盤骨格間隙とミクロな鉱物結晶層間間隙で構成される二重間隙構造を成すとした上で，Fig. 4 に示すように，変形勾配 $\boldsymbol{F}$ が，岩盤骨格の微小体積 dV を基準とする岩盤骨格の変形 $\boldsymbol{F}^{ss}$ と結晶層間の微小体積 dV^{il} を基準とする膨潤性粘土鉱物の変形 $\boldsymbol{F}^{il}$ に分解できると仮定する．ただし，岩盤骨格の変形 $\boldsymbol{F}^{ss}$ は膨潤性岩盤の変形 $\boldsymbol{F}$ と相似であり，膨潤性粘土鉱物はマクロな視点からは，等方的に拡大･縮小する変形 $\boldsymbol{F}^{il}$ を与えると仮定する．

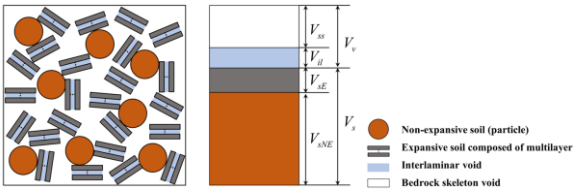


Fig. 3 Double-void structure

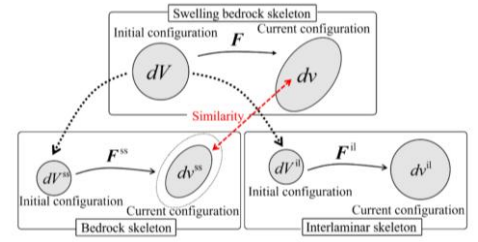


Fig. 4 Decomposition of deformation gradient

$J^{il}(=\det\boldsymbol{F}^{il})$ は初期と現在の結晶層間距離 d_0 と d の比で表されると仮定して，$\boldsymbol{F}^{il}$ を次式で与える．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{il}} = (J^{\mathrm{il}})^{1/3}\boldsymbol{I},\ J^{\mathrm{il}} = d/d_0 \tag{1}$$

結晶層間距離 d は，層間にはたらく一次元的な力のつり合いを満足するように決定する．結晶層間に作用する力として電気二重層斥力 f_r，van der Waals 力 f_a，水和力 f_h，有効応力 f_e を考える．

$$f_a(d) - f_r(c,d) - f_h(d) + f_e(\sigma) = 0 \tag{2}$$

ここで，c は間隙流体のイオン濃度であり，電気二重層斥力は間隙流体のイオン濃度によって変化する．

また，岩盤骨格の変形 $\boldsymbol{F}^{ss}$ については，変形勾配の乗算分解に基づく有限変形弾塑性理論の枠組みにおいて定式化を行うため，岩盤骨格の変形勾配 $\boldsymbol{F}^{ss}$ を弾性成分 $\boldsymbol{F}^{e}$ と塑性成分 $\boldsymbol{F}^{p}$ に乗算分解する．

$$\boldsymbol{F}^{ss} = \boldsymbol{F}^{e}\boldsymbol{F}^{p} \tag{3}$$

弾塑性構成則の具体形として，Abe et al. (2024)[4]を拡張したセメンテーションとその劣化を考慮した有限変形 Cam-clay model を適用する．さらに，本研究では，滑らかな弾塑性遷移を表現するために下負荷面を導入している．上記のマルチフィジックスな構成則を，有限変形理論に基づく有限要素解析コードに実装して解析を行った．

3．分岐・座屈解析

本研究では，剛性行列 $\boldsymbol{K}$ が対称性を有することを考慮して，Fujii and Noguchi (2002)[5]の $\boldsymbol{LDL^T}$ 分解に基づく分岐解析手法を採用した．この手法は，計算コストの高い固有値解析を行うことなく，連立一次方程式を解く際に得られる情報から分岐解析に必要なクリティカルな固有値と固有ベクトルを近似的に求める手法である．具体的には，Sylvester の慣性率より剛性行列 $\boldsymbol{K}$ の固有値の正負の個数が，分解後の対角行列 $\boldsymbol{D}$ の正負の個数と一致することを利用して分岐点を探索する．また，上三角行列 $\boldsymbol{L^T}$ から抽出可能な絶対値最小固有値に対応する固有ベクトルに近似したベクトルを全体 Newton-Raphson 法による収束計算の初期値にすることで分岐経路に誘導する．

4．解析条件

本研究では，下層(10m)と上層(0.5m)に非膨潤性岩盤モデル，中層(0.5m)に膨潤性岩盤モデルを配置した三層の水平成層地盤を仮定した．解析モデルの全体寸法は，水平方向 15m，高さ方向 11m に設定した．境界条件として，モデル両側面の水平変位および下面の鉛直変位を固定した．また，現地サイトが過去に海進・海退の履歴を受けた際に，間隙水のイオン濃度に変化が生じたと仮定して，イオン濃度を 1.0mol/L から 1.0×10^{-7}mol/L へと徐々に低下させた．

5．解析結果

Fig. 5 に解析モデルの初期状態，分岐直後，および最終ステップにおける変形状態を示す．(a)は分岐解に誘導した場合（分岐経路），(b)は誘導しなかった場合（主経路）の結果である．色の違いは，層構成を示しており，中層で膨潤を生じさせている．主経路では鉛直方向の変形のみが生じるのに対し，分岐経路では波状の変形が現れている．これは膨潤に伴う水平方向の膨潤圧により，一種の座屈現象が発生したためであると考えられる．特に，最初に出現した分岐点で分岐解に誘導したにも関わらず，2 波分の起伏が形成された．梁の座屈の場合 1 次モードで 1/2 波分の変形が現れることを考えるとこの特徴は興味深い．

次に周期的な分岐パターンの必然性を検討するため，解析領域幅を 30m に拡張して解析を行った．Fig. 6 に鉛直変位分布を示す．幅 15m では 2 波分，幅 30m では 4 波分の起伏が現れ，共にイオン濃度 7.57×10^{-7}mol/L において分岐が生じた．梁の座屈では長さの増加に伴い波長が伸び，座屈荷重が低下するが，本解析では解析領域の幅が広がっても，波長も分岐荷重に相当するイオン濃度も変化しなかった．紙幅の都合上，結果は割愛するが，膨潤層厚を大きくすると波長が大きくなることが確認された．これらの結果は，現地における起伏の周期が解析領域の大きさではなく，層厚や地盤剛性といった力学特性によって自律的に決定されることを示唆している．

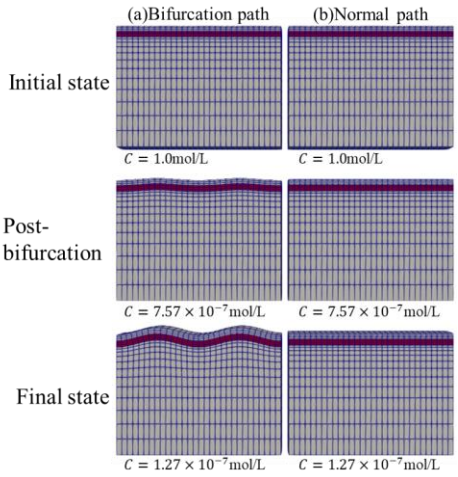


Fig. 5 Deformation diagram

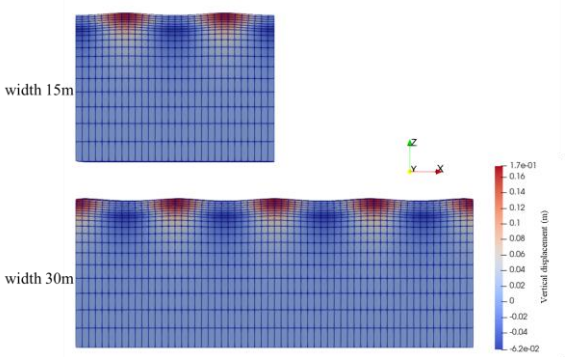


Fig. 6 Vertical displacement distribution

6．終わりに

本研究では，原子力サイトの第四系で確認された地層変状が，新第三系の膨潤に起因する分岐現象として説明可能であること，また起伏は膨潤層の厚さや剛性によって決まる一定の波長を持って現れることを数値計算により示した．

参考文献

1) 東北電力 (2014): 東通原子力発電所 敷地内断層の活動性等の評価に係る 追加地質調査報告書.
2) 中満隆博 (2025): 『見かけ活断層』の諸相-東通原子力発電所の場合-.
3) Hoshi, K., Yamada, S., Abe, Y. and Kyoya, T. (2026): Tunnel excavation and swelling analysis of expansive bedrock with multiphysics elasto-plastic model capable of describing different swelling behavior due to exchangeable cation species, *Comput. Geotech.*, 193, 107956.
4) Abe, Y., Yamada, S., Hoshi, K., Kyoya, T. (2024) Reconstruction of Cam-clay model based on multiplicative decomposition of the deformation gradient. *Comput. Geotech*, 166, 105958.
5) Fujii, F., Noguchi, H. (2002): The buckling mode extracted from the LDL$^{\mathrm{T}}$-decomposed large-order stiffness matrix, *Commun. Numer. Meth. Engng.*, 18(1), 459-467.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

外部駆動力を導入したフェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析（シンポジウム講演概要）

Simulation of Uniaxial Compression Test Using Phase-Field Method with External Driving Force (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

藤田　達大（五大開発株式会社）　　新保　泰輝（石川高専）　福元　豊（岡山大）
Tatsuhiro FUJITA, GODAI KAIHATSU Corporation
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
E-mail: fujita@godai.co.jp

Numerical prediction of crack behavior in embankments is crucial for earthquake disaster prevention. This study simulated uniaxial compression tests on pre-cracked specimens using a phase-field method with external driving force. Dynamic solution of the phase-field equation controlled crack velocity, avoiding instantaneous propagation in quasi-static analysis. A cylindrical specimen (diameter 5 cm, height 10 cm) with a 45-degree inclined 2 cm crack was analyzed. Three parameters were calibrated. Load-displacement curves agreed reasonably well with experiments except plastic and residual regions. Crack propagation behavior, tensile fracture followed by shear fracture with oblique growth, was reasonably reproduced. The results demonstrate promising applicability to geomaterials.

1. はじめに

地震時の盛土では，天端・法面の開口亀裂や堤体底面まで進行する貫通亀裂，液状化による分離破壊などが報告されており，その数値予測は防災上重要である．亀裂解析手法として X-FEM やペリダイナミックスがあるが，前者は煩雑な幾何学計算を要し，後者は境界処理に課題がある．一方，FEM とフェーズフィールド法の連成解析は，亀裂の発生から進展まで統一的に扱え，幾何学計算が不要で境界条件の取り扱いも容易である．

本研究では，材料強度を考慮可能な外部駆動力（external driving forces）を導入したフェーズフィールドの定式化を採用した．準静的解析では，亀裂が瞬時に進展し試験結果と整合性が得られないため，動的解法により亀裂進展速度を制御した．フェーズフィールド法の地盤解析への適用可能性を検証するため，一軸圧縮試験の再現解析を実施した．

2．外部駆動力を導入したフェーズフィールド法

フェーズフィールド変数vを導入し，$v=1$は非破壊状態，$v=0$は破壊状態を表す．フェーズフィールド方程式は以下である．

$$\eta\frac{\partial v}{\partial t}=-2vW+\frac{3G_c}{8\epsilon}+\frac{3G_c\epsilon}{4}\Delta v+\mathcal{C}_e(I_1,J_2,\epsilon) \tag{1}$$

I_1とJ_2は Cauchy 応力の不変量，Wはエネルギ密度である．μはせん断弾性係数，κは体積弾性係数でありヤング率 E とポアソン比νから計算される．G_cは破壊エネルギ解放率，ϵは正則化パラメータである．$1/\eta$はモバリティパラメータと呼ばれ亀裂進展速度を調整する．$\mathcal{C}_e$は外部駆動力 [1),2)]であり，以下の式を用いる．

$$\mathcal{C}_e(I_1,J_2,\epsilon)=\beta_2^\epsilon\sqrt{J_2}+\beta_1^\epsilon I_1+\beta_0^\epsilon+\left(1-\frac{\sqrt{I_1^2}}{I_1}\right)\left(\frac{J_2}{2\mu}+\frac{I_1^2}{18\kappa}\right) \tag{2}$$

$$\beta_0^\epsilon=\delta^\epsilon\frac{3G_c}{8\epsilon} \tag{3}$$

$$\beta_1^\epsilon=-\frac{(1+\delta^\epsilon)(\sigma_{cs}-\sigma_{ts})}{2\sigma_{cs}\sigma_{ts}}\frac{3G_c}{8\epsilon}+\frac{\sigma_{ts}}{18\kappa}+\frac{\sigma_{ts}}{6\mu} \tag{4}$$

$$\beta_2^\epsilon=-\frac{\sqrt{3}(1+\delta^\epsilon)(\sigma_{cs}+\sigma_{ts})}{2\sigma_{cs}\sigma_{ts}}\frac{3G_c}{8\epsilon}+\frac{\sigma_{ts}}{6\sqrt{3}\kappa}+\frac{\sigma_{ts}}{2\sqrt{3}\mu} \tag{5}$$

σ_{ts}とσ_{cs}は引張・圧縮強度，δ^ϵは調整パラメータである．亀裂進展解析において，亀裂の不可逆性$\partial v/\partial t\le 0$を満たす必要がある．フェーズフィールド法において亀裂の局所化長さはϵ程度であるが，駆動力の効果が大きいと有効局所化長さ [1)]$\bar{\epsilon}=\epsilon/\sqrt{1+\delta^\epsilon}$程度となる．$\delta^\epsilon>0$ならば有効局所化長さが正則化パラメータより小さくなるため，不可逆性の制約を緩和する必要がある [1)]．そのため，亀裂と十分判断できる$v\le 0.05$に達した場合のみ不可逆性の制約を課す．

3．有限要素方程式とスタッガード法

変位場$\boldsymbol{u}$とフェーズフィールド変数vの有限要素方程式は，以下となる．

$$\mathbf{R}^u=\int_\Omega\mathbf{B}^T\boldsymbol{\sigma}\mathrm{d}\Omega-\int_\Omega\mathbf{N}^T\mathbf{b}\mathrm{d}\Omega-\int_{\partial\Omega}\mathbf{N}^T\mathbf{t}\mathrm{d}S=\mathbf{0} \tag{6}$$

$$\mathbf{R}^v=\eta\int_\Omega\mathbf{N}^T\frac{v-v_b}{\Delta t}\mathrm{d}\Omega+\int_\Omega\mathbf{N}^T\left\{2vW-\frac{3G_c}{8\epsilon}+W'_{penalty}-\mathcal{C}_e\right\}\mathrm{d}\Omega+\frac{3}{4}G_c\epsilon\int_\Omega(\nabla\mathbf{N})^T\nabla v\mathrm{d}\Omega=\mathbf{0} \tag{7}$$

ここで$\mathbf{N}$は形状関数，$\mathbf{B}$は形状関数を微分した行列である．また，$\boldsymbol{b}$は物体力，$\boldsymbol{t}$は荷重による表面応力である．応力$\boldsymbol{\sigma}$は，微小変形を仮定し，ひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$を用いて以下で定義される．

$$\boldsymbol{\sigma}=v^2\frac{\partial W}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{8}$$

上付きのプライムはvの汎関数微分を意味しており，$W_{penalty}$はペナルティー項でフェーズフィールド変数が$0\le v\le 1$となるように導入する．

$$W_{penalty}=\frac{\gamma}{2}\left[(|v|-v)^2+(|1-v|-(1-v))^2\right] \tag{9}$$

γは大きめの値に設定する．また，時間微分の離散化は，1 ステップ前のフェーズフィールド変数をv_bとして後退オイラー法$\partial v/\partial t\approx(v-v_b)/\Delta t$を用いた．

有限要素方程式の解法は，変位場とフェーズフィールド変数を交互に求めるスタッガード法を用いる．変位場の方程式を解く際は，フェーズフィールド変数を固定して求め，

$$\mathbf{K}^u|_v\,\mathbf{u}=-\mathbf{R}^u|_v \tag{10}$$

フェーズフィールド方程式を解く際は，変位場を固定して求め，

$$\mathbf{K}^v|_u\,\mathbf{v}=-\mathbf{R}^v|_u \tag{11}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$\mathbf{R}^u$と$\mathbf{R}^v$が十分小さくなるまで繰り返す．また$\mathbf{K}^u$と$\mathbf{K}^v$は剛性行列で以下である．

$$\mathbf{K}^u = \int_\Omega \mathbf{B}^T \mathbf{D}\mathbf{B} \mathrm{d}\Omega \tag{12}$$

$$\mathbf{K}^v = \frac{\eta}{\Delta t}\int_\Omega \mathbf{N}^T\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega + \int_\Omega \mathbf{N}^T\mathbf{N}\left\{2W + W''_{penalty} - \mathcal{C}'_e\right\}\mathrm{d}\Omega + \frac{3}{4}G_c\epsilon\int_\Omega (\nabla\mathbf{N})^T\nabla\mathbf{N}\mathrm{d}\Omega \tag{13}$$

$\boldsymbol{D}$は弾性行列で平面ひずみ理論を用いた．行列は圧縮行格納形式で処理し，連立方程式はヤコビ前処理を実施した共役勾配法で解いた．

4．一軸圧縮試験の結果

一藤らが実施した試験[3]は，Fig.1 に示すように直径 5cm，高さ 10cm，含水比 16%，締固め度 89.89%の円柱供試体に長さ 2cm の斜め 45° 貫通亀裂を挿入した．Fig.2 に供試体の初期状態と破壊後の状態を示す．

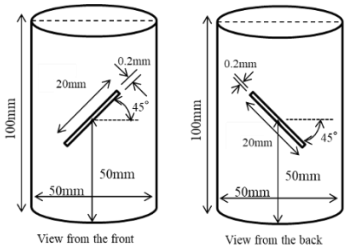


Fig. 1　Overview of Test Specimen

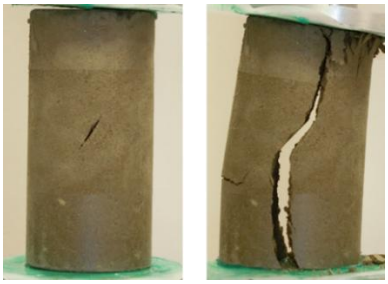


Fig. 2 Initial and fractured crack patterns

試験結果は，ヤング率E = 8.73MPa，圧縮強度σ_{cs} = 96.45KPa，破壊時の荷重$P_{critical}$ = 80Nであった．本研究の試験条件における破壊エネルギ解放率G_cは，亀裂半長をa，供試体面積をAとして式(14)から求めた．

$$G_c = \frac{(1-\nu^2)\pi a}{E}\left(\frac{P_{critical}}{2A}\right)^2 \tag{14}$$

5．解析条件

高さ 10cm，幅 5cm の平面モデルに斜め 45° ，長さ 2cm の初期亀裂を配置した．ポアソン比νは 0.25 とした．四角形 1 次要素，4 点のガウス積分とした．メッシュサイズは 2.0×10^{-4}m 程度で正則化パラメータϵは 8.0×10^{-4}m とした．境界条件は，上部鉛直固定と水平稼働，下部鉛直強制変位と水平稼働とした．強制変位は 1 ステップ毎に 1.7×10^{-6}m で与え，最終的に 2.04×10^{-3}m まで与えた．急激な亀裂進展を起こさないために，$v \leq 0.05$後は与える変位を 1.7×10^{-7}m とした．

6．解析結果

一軸圧縮試験では圧縮強度のみ測定されるため，3 つのパラメータ δ^ϵ，η，σ_{ts}を試験結果に合わせてキャリブレーションし，$\delta^\epsilon = 150$，$\eta = 9.5\times10^5$Pa·s，$\sigma_{ts} = 0.32\sigma_{cs}$とした．Fig. 3 に荷重-変位曲線の試験結果と解析結果の比較を示す．塑性部分と残留荷重部分を除き，試験結果と解析結果は概ね一致している．

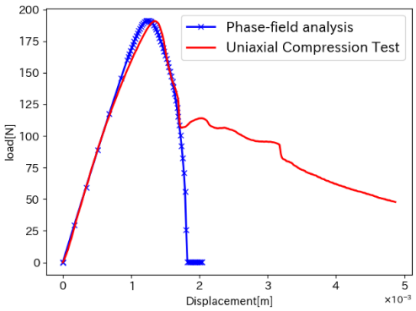


Fig. 3 Load-displacement curve

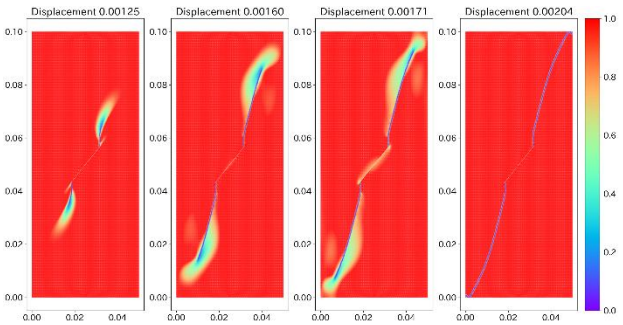


Fig. 4　Results from Crack Propagation Simulation

Fig.4 は亀裂進展解析の結果を示す．ガウス積分点の値でヒートマップを作成した．初期段階では正則化パラメータϵの影響により亀裂境界が不明瞭であるが，駆動力により有効局所化長さϵで亀裂が進展するため最終的には明瞭に局所化される．初期亀裂先端から引張破壊が生じ荷重方向に進展後，せん断破壊により斜め方向に進展し，概ね試験結果を再現できた．しかし，本研究では，接触や摩擦を考慮していないため，メッシュ同士の食い込みが生じており，残留荷重部分は再現できていない．

7．まとめ

本研究では，フェーズフィールド法による一軸圧縮試験の再現解析を実施した．3 つのパラメータをキャリブレーションすることで，塑性部分と残留荷重部分を除き荷重-変位曲線および亀裂進展挙動が概ね再現できた．今後，接触・摩擦理論を導入し残留荷重部分の再現性を向上させる．

参考文献

1) Kumar, A., Bourdin, B., Francfort, G. A. and Lopez-Pamies, O. : Revisiting nucleation in the phase-field approach to brittle fracture, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.142, 104027, 2020.
2) Kumar, A., Ravi-Chandar, K. and Lopez-Pamies, O. : The revisited phase-field approach to brittle fracture: application to indentation and notch problems, International Journal of Fracture, Vol.237, pp.83-100, 2022.
3) 一藤 亮太, 澤 知行, 花沢 大輔, 新保 泰輝, 福元 豊, : Peridynamics を用いた亀裂を有する粘性土の一軸圧縮シミュレーション, 令和 2 年度土木学会中部支部研究発表会 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透水係数確率場が堤防パイピングリスクに与える影響の解析（シンポジウム講演概要）

Analysis of the Effects of Permeability Random Field on Levee Piping Risk (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

太田　大希（岡山大・工）　西村　伸一（岡山大・工）　柴田　俊文（岡山大・工）　福元　豊（岡山大・工）
Taiki Ota, Okayama University
Shin-ichi Nishimura, Okayama University
Toshifumi Shibata, Okayama University
Fukumoto Yutaka, Okayama University
E-mail: o.taiki0105@icloud.com

This study constructs an integrated analytical workflow for piping risk assessment of river levees. A Gaussian Process Regression model applied to CPTu data enables efficient high-density estimation of Permeability. A three-dimensional stochastic permeability field was then constructed from the estimated values, and probabilistic seepage flow analysis demonstrated that non-negligible piping risk exists even in zones assessed as safe under conventional homogeneous assumptions, once spatial heterogeneity is accounted for. Furthermore, the erosion theory proposed by Fujisawa et al. was implemented into the Material Point Method, establishing a piping simulation capability within the MPM framework. These findings provide a foundation for development of heterogeneity-aware dynamic piping prediction.

1.　研究背景と目的

近年，河川堤防の破堤事例が増加しており，その要因の一つであるパイピング現象への対策が急務となっている．パイピングは堤防基礎地盤内で浸透流が集中し，下流側で土粒子が流出し，上流側に向かって後退侵食する現象である．危険箇所の特定には地盤の透水係数を高密度に把握することが不可欠だが，従来の透水試験は時間的・経済的に多点計測が困難であった．また，パイピング現象はいまだその進行メカニズムに不明な点があり，実地盤の不均質性を考慮した進展予測手法は十分に確立されていなかった．

そこで本研究の目的は，効率的な透水係数推定手法を確立し，不均質性を考慮したパイピングポテンシャル評価を行うことである．具体的には，電気式コーン貫入試験(CPTu)から直接透水係数を推定する手法 [1]を構築し，ガウス過程回帰(GPR)による確率場モデルに基づきパイピングポテンシャルを評価する．さらに，大変形に適した Material Point Method (MPM)に侵食理論を実装することで，従来の有限要素法では困難だった大変形を伴うパイピングシミュレーション技術を開発する．最終的に，地盤の不均質性とシミュレーション技術を総合化して，パイピングリスク評価システムの完成を目指す．

2.　CPTu に基づく透水係数推定

CPTu は円錐プローブを地盤に貫入し，先端抵抗q_t，周面摩擦f_s，間隙水圧uを連続測定する原位置試験であり，標準貫入速度 20 mm/s で数分から数十分の測定が完了するため，広範囲での多点計測に適している．本研究では，岡山県西部の小田川河川敷から採取した土質資料に対して，独自開発した室内 CPTu と透水試験の両方を実施し，CPTu パラメータと透水係数の推定式を導出した．これにより，現場では CPTu のみで透水係数を効率的に推定できる．具体的には，12 試料のデータセットに基づき，非線形関係を柔軟にモデル化できる GPR を用いて式(1)を導出した．式(1)は Matern カーネルk_{Mat}と Rational Quadratic カーネルk_{RQ}の線型結合で構成される．説明変数はq_t，f_s，とこれらから求まる土質分類指数I_cであり，スケールの違いを補正するため標準化（平均 0，分散 1）を施した．目的変数は透水試験で得られた飽和透水係数の常用対数log$k$である．

$$k(d) = c_1 k_{\mathrm{Mat}}(d; l_1, \nu) + c_2 k_{\mathrm{RQ}}(d; l_2, \alpha) \quad (1)$$

ここで，dは標準化後のq_t，f_s，I_cから計算され，$d = \sqrt{(q_t - q_t')^2 + (f_s - f_s')^2 + (I_c - I_c')^2}, c_1 = 0.084, l_1 = 1.12, l_2 = 0.001, \nu = 1.5, \alpha = 0.0097$である．交差検証の結果$R^2 = 0.704 \pm 0.177$を達成した(図-1)．本手法により，測定時間を大幅に短縮しつつ，高密度な透水係数取得が可能となった．

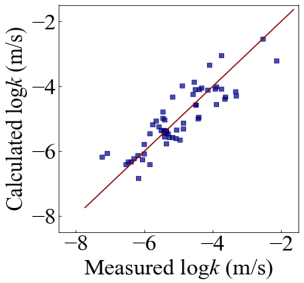


Fig. 1 Comparison between measured and predicted permeability

3.　確率論的空間分布推定

導出した式(1)に小田川堤防の基礎地盤における CPTu データを適用し，各測点の透水係数推定値を取得する．しかし，測定点は離散的であり，測定点間の透水係数は未知である．パイピングポテンシャル評価には地盤の不均質性が重要な影響を与えるため，未測定箇所を含む連続的な透水係数分布が必要となる．そこで，測定点での値を厳密に再現しつつ，未測定箇所の空間変動を表現する式(2)を GPR で構築した．式(2)は RBF カーネルk_{RBF}と指数カーネルk_{EXP}の線型結合で構成される．

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_1^2 k_{\mathrm{RBF}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \mathbf{l}_1) + \sigma_1^2 k_{\mathrm{EXP}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'; \mathbf{l}_2) \quad (2)$$

ここで，$\mathbf{x} = (x, y, z)$であり，σ^2は分散，$\mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z)$は水平・鉛直方向の相関距離である．また，$\sigma_1^2 = 0.048, l_{x1} = l_{y1} = 6500, l_{z1} = 10.91, \sigma_2^2 = 0.004, l_{x2} = l_{y2} = 12.7, l_{z2} = 0.42$ である．本確率場モデルは，大局的傾向を表すトレンド成分と局所的変動を表すランダム成分から成る．構築した式(2)から十分な統計量を得るため基礎地盤の透水係数分布を1000 パターン生成し，その代表例として 2 パターンを図-2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

に示す.

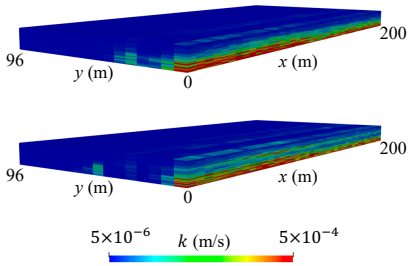


Fig. 2 Representative examples of estimated permeability distribution

4. パイピングポテンシャル評価

生成した 1000 パターンの透水係数分布に対し，小田川堤防モデルを用いて，不均質性を考慮した三次元浸透流解析を実施した．浸透流によって土粒子が流出し始める限界値である限界動水勾配（$i_c = 0.5$，河川堤防設計指針値）の超過確率を算出し，パイピングポテンシャル評価を行った．その結果，従来の均質仮定（$k = 1 \times 10^{-5}$ m/s）では安全と判定された箇所で，空間不均質性を考慮すると 8 %程度の超過確率が分布することが明らかとなった（図-3）．均質仮定では危険箇所を見逃す可能性を示し，確率論的評価の必要性を実証した．

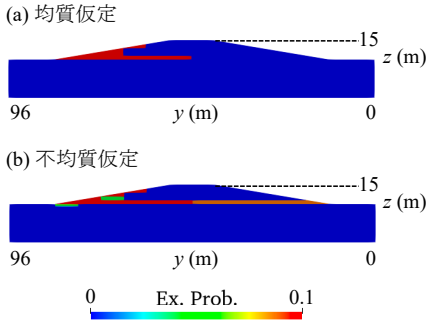


Fig. 3 Spatial distribution of exceedance probability of critical hydraulic gradient (y-z cross-section at $x = 150$ m)

5. MPM によるパイピング進展シミュレーション

動水勾配によるパイピングポテンシャルの評価結果を前提として，実際のパイピング挙動を探るため，大変形・土水連成解析が可能な MPM への侵食理論実装を行った．MPM は Lagrange-Euler 混合記述により物質点に物理量を保持させるため，パイプの進展に伴う大変形過程を追跡できる点で従来の有限要素法より優れている．また，物質点が材料の履歴情報を保持したまま移動できるため，将来的には 3 章で得られた不均質な透水係数分布を材料点ごとに割り当てることで，不均質性を考慮した三次元パイピングシミュレーションへの展開が可能となる．

Fujisawa et al. (2010) [2] が提案した侵食理論は，浸透流の掃流力に基づく侵食メカニズムを記述したが，大変形追跡が困難であった．MPM を採用することで，パイプが進展し堤体が崩壊に至るまでの大変形過程の追跡が可能となった．実装した侵食則では，浸透流による掃流力が限界値を超えた箇所で間隙率が増加し，増加した間隙率は Kozeny-Carman 式を通じて透水係数の更新に反映される．透水係数の上昇がさらなる浸透流の集中を引き起こすという正のフィードバック機構が形成され，浸透場と侵食の相互作用を動的に追跡することが可能となった．

侵食則検証のため，河川堤防断面モデル（堤体高 5 m）を対象に解析を実施した．基礎地盤の透水係数$k = 9.8 \times 10^{-4}$ m/sの条件下では，侵食は$t = 600$ sの時点で浸出面付近から侵食が開始し，堤体中央まで細いパイプが形成されていたが，$t = 2100$ sには明確なパイプ状の高間隙率領域が上流方向へ拡大し，最終的に貫通した(図-4)．図-4 は間隙率の増加によるパイプ進展を示している．貫通時の間隙率分布は，侵食が最初に開始した下流の浸出面と，パイプが貫通した上流端の両端で高間隙率領域を形成し，中間部では相対的に低い分布を示す．これは，侵食が浸出面から開始した後，上流へ伝播しながら徐々に間隙率を増加させ，最終的に上流端で貫通に至るという後退侵食の物理的メカニズムを反映している．本手法により，MPM によるパイピングシミュレーション技術の基盤を確立した．

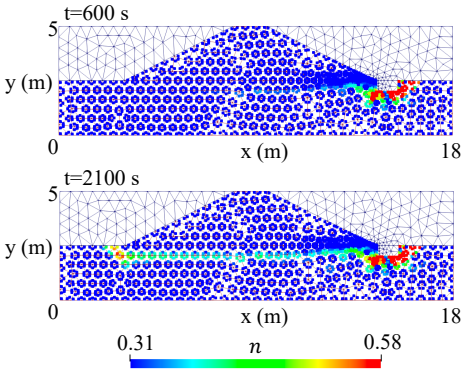


Fig. 4 Piping progression process.

6. 結論

本研究により，CPTu に基づく透水係数推定からパイピングポテンシャル評価，さらに将来的な動的進展予測に向けた解析基盤までの，一連のパイピングリスク評価フローの基盤を確立した．主な成果は以下の 3 点である：

(1) CPTu による効率的な透水係数推定手法を確立し，測定時間短縮と高密度分布取得を実現した．
(2) 透水係数確率場を考慮したパイピングポテンシャル評価を実施し，従来の均質仮定の手法では見逃される危険箇所の特定を可能にすることで，不均質性評価の重要性を実証した．
(3) Fujisawa et al. (2010)の侵食理論を MPM に実装し，パイピングシミュレーション技術の基盤を確立した．今後は，確率場モデルから得られた不均質な透水係数分布を MPM シミュレーションへ直接入力し，不均質性を考慮した動的予測への展開が期待される．

参考文献

1) 太田大希，西村伸一，柴田俊文：ガウス過程回帰を用いた CPTu に基づく地盤透水係数の空間分布推定，土木学会論文集，Vol. 81，No.10，2025.
2) K. Fujisawa, A. Murakami and S. Nishimura: Numerical analysis of the erosion and the transport of fine particles within soils leading to the piping phenomenon, Soils and Foundations, Vol. 50, No. 4, pp. 471-482, 2010.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

技術者の思考過程を模したN値の予測のための機械学習の提案（シンポジウム講演概要）

How would an engineer think to estimate N-Values? Proposing a thought-mimicking machine learning approach
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

小田　和広（大阪産業大学）
Kazuhiro ODA, Osaka Sangyo University

Estimating N-values at uninvestigated sites is a practical challenge in geotechnical engineering. This study proposes a machine learning algorithm that mimics the empirical thought process of engineers to predict N-value depth distributions. The model utilizes 1D-CNN to extract depth features and Transformer attention mechanisms to evaluate spatial relationships from neighboring boreholes. Applied to a test site, the method reasonably predicted the overall depth trends of N-values. Although challenges remain in capturing abrupt geological changes, this approach offers a practical framework for spatial N-value estimation based on engineering reasoning.

１．はじめに

標準貫入試験のN値は，地盤に関わる構造物の設計に欠かすことのできない非常に重要な工学的指標であり，過去の膨大な試験結果がストックされている．その一方で，それらの既存データを活用し，未調査地点のN値を面的・空間的に推定しようとする試みは未だ十分とは言えない．近年，機械学習技術が急速に発展しているが，本研究では単なるブラックボックスとしてのAI適用ではなく，地盤工学の技術者が日常的に行っている「経験的な推論過程」を模倣・定式化したN値予測アルゴリズムを提案する．

２．一般的な技術者の思考過程

一般的な地盤工学技術者が未調査地点のN値分布を予測する際，概ね以下の推論過程を辿ると考えられる．

① 予測地点の近傍で行われた過去の標準貫入試験のN値データを収集する．
② 収集した各データから，N値の深度分布の傾向だけでなく，予測地点との距離や方向などの「特徴」を捉える．
③ 距離や方向といった空間情報やN値の分布形状というような異なる観点から総合的に判断し，近傍データ間の関係性を考察する．
④ 最も影響を及ぼしそうな近傍データを重視(重み付け)しながら，予測地点のN値分布を脳内で構築する．
⑤ 脳内で構築したN値分布を数値として出力する．

３．機械学習による思考過程のモデル化

図-1は，本研究で提案するN値の予測アルゴリズムを示している．このアルゴリズムは，上記２．の①～⑤過程を機械学習技術に置き換えたものである．

① **入力／前処理**:近傍ボーリングデータを収集し，計算に入力可能な形式に整える．
② **特徴抽出**：N値の深度分布の特徴を捉えるため，画像認識分野で優れた実績を持つ1D-CNN[1]（図-2）を適用し，高次元ベクトル化する．機械学習では，情報を高次元ベクトル化することにより，処理を容易にする[2]．ここでは，予測対象深度とその上下4深度を含めた計9深度の分布を一つの単位とする．また，予測地点との距離と方向（正弦・余弦）といった空間情報についてもMLPによって高次元ベクトル化する．これらを結合し，各ボーリングデータの特徴を表現する情報ブロック（近傍トークン）を作成する．
③ **Transformer Encoder**：自然言語処理や生成AIなどで用いられるTransformerの注意機構（Multi-head attention）を適用し，近傍トークン間の関係性を複数の観点から分析・関係付けを行い，スコアを計算する[3]．
④ **Attention Pooling**：③のスコアから，各近傍ボーリングデータにどれだけの重みを持たせるかを決定する．その重みを使った重み付き平均によって，予測地点における深度ごとのN値に対する高次元ベクトルを生成する．
⑤ **予測ヘッド（MLP）**：④で生成した高次元ベクトルに対し，対象となる深度情報を埋め込み，MLPを用いて最終的なN値を深度ごとに予測・出力する．



Fig. 1 Proposed N-value prediction algorithm.

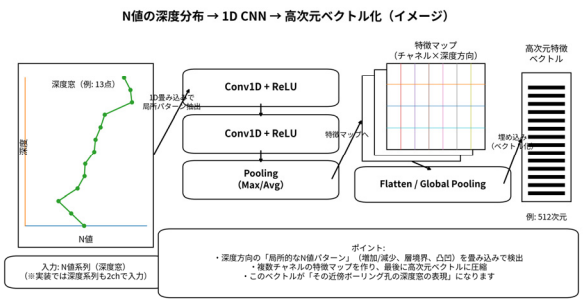


Fig. 2 Application of 1D-CNN to depth distribution of N-values.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

4． 予測地点と近傍ボーリング

図-3 は予測地点とその近傍のボーリング調査地点を示している．予測対象地点は京都府南部の旧巨椋池の南，木津川の北側に位置する．当該地は木津川の氾濫平野で（薄緑）あり，周囲に微高地（黄色）が存在し，北側は明治時代に付け替えられた旧木津川の河道（現・埋立地）（赤の破線の斜線ハッチング）に接している．予測モデルの構築あたっては，訓練用として 12 孔（●），検証用として 4 孔（●）のを用いた．

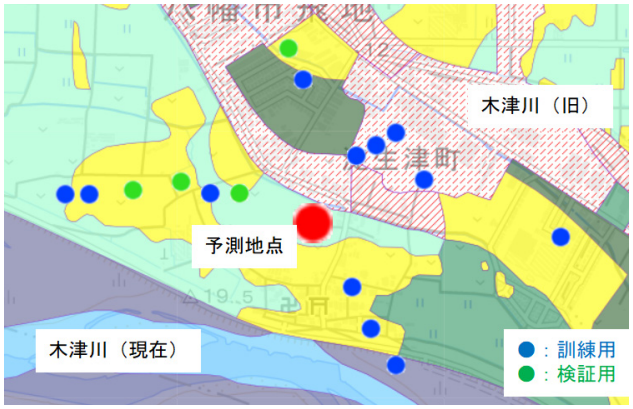


Fig. 3 Predicted point and adjacent boreholes.

5． N 値の深度分布の予測結果

図-4 は予測と実際の N 値の深度分布の比較を示している．図中には訓練に用いた 12 本のボーリング調査結果を示している．訓練用のボーリング調査における N 値の深度分布は深度約 15m まではそれぞれ異なっている．違いの大きさは深くなるにつれて大きくなっている． N 値が 28 である深度 8.6m を除き，この地点の N 値は訓練データの中での下限に近い値である．一方，深度 15m 付近ですべての訓練データは N 値が急増し，ほとんどが 50 に達している．ただし，50 を保つものもあれば，50 より小さくなるものある．なお，訓練データにおける N 値は 50 で打ち切っている．訓練データの中には N 値が 50 で打ち切られているものもあれば，そうでないものもあり，全体的に統一するため，50 での打ち切りにそろえている．

深度約 15m までは，予測値は訓練データの下限値近くを深度とともに単調に増加している．N 値が 28 である深度 8.6m を除き，予測値は実際の値とほぼ一致している．深度約 15m 以深において，予測値が 15.6m から N 値が大きくなっているのに対し，実際は 14.6m からと多少深度が浅い．また，ほぼ 50 に達する深度は，予測値が 17.6m であるのに対し，実際は 15.6m と 2m の差がある．地表面の高さが 1m 高くなれば，深度も 1m 増えることからも分かるように，地表面の高さの影響があるものと考えられる．深度の代わりに標高を使うべきであったであろう．また，予測 N 値の計算において，重み付き平均を使っている．そのため，訓練用のボーリング調査における N 値がすべて 50 でない限り N 値 50 は出現しない．この点は，重み付き平均に代わるアルゴリズムが必要となる．最後に，実際には N 値 15 に深度 23.6m で急減しているがこれは予測出来ていない．深度 8.6n 地点の N 値の急増と併せ，提案するアルゴリズムでは急激な変化には対応することが難しい．

以上のように提案した機械学習アルゴリズムにはまだまだ改良点はあるものの，概ね N 値を予測出来ている．

まとめ

本研究では，未調査地点の N 値予測に対して，一般の技術者が考える推論過程を機械学習によって再現するアルゴリズムを提案し，着目地点の深度分布を概ね予測できることを示した．今後は，予測精度の向上，地質情報の推定，他地点への適用や実務での具体的な活用方法等について検討を進めてゆきたい．

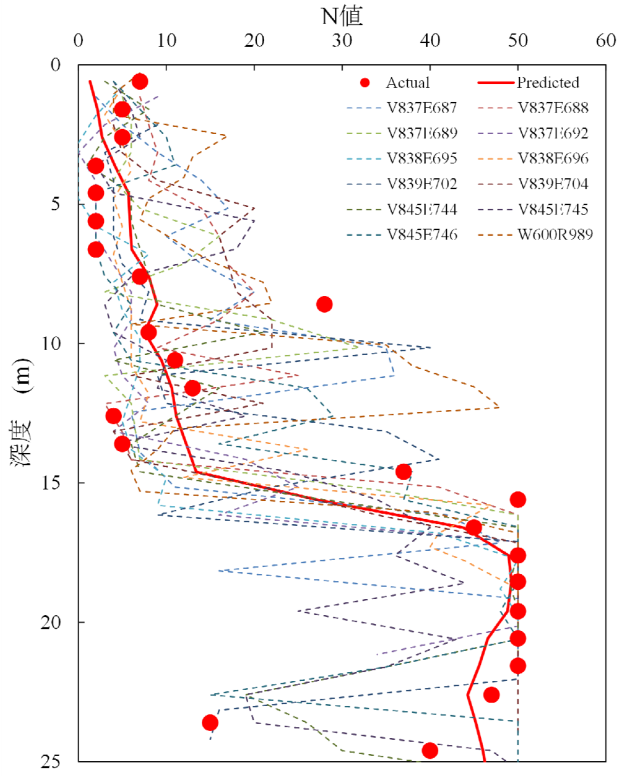


Fig. 4 Comparison of predicted and actual N-values

謝辞

本研究は（一社）関西圏地盤情報運営機構（旧 KG-NET・関西圏地盤研究会）における研究活動の一環として行われた．データ提供を含め様々なサポートに対して深甚なる謝意を表す．

参考文献

1) Kim, Y. (2014). Convolutional neural networks for sentence classification. Proceedings of the 2014 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP), 1746-1751.
2) Chen, W., Li, Y., Reich, B. J., and Sun, Y. (2024). Deep Kriging: spatially dependent deep neural networks for spatial prediction. Statistica Sinica, 34, 291-311.
3) Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł. and Polosukhin., I. (2017). Attention is all you need, Advances in Neural Information Processing Systems, 5998-6008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ダイレイタンシーによる亀裂開口を考慮した Drucker-Prager 弾塑性モデルの亀裂先端近傍特異場の漸近解析（シンポジウム講演概要）

Asymptotic Analysis of Near-Tip Singular Fields in the Drucker-Prager Elastoplastic Model Considering Dilatancy-Induced Crack Opening (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

新保　泰輝（石川高専）　福元　豊（岡山大）
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
E-mail: shimbo@ishikawa-nct.ac.jp

To elucidate the direction of crack propagation in geomaterials, previous studies have conducted asymptotic analysis of the crack-tip singular fields using the Drucker-Prager elastoplastic model, assuming closed cracks under compressive loads. However, dilatancy can induce crack opening. This study performs an asymptotic analysis for the case where opening occurs due to this dilatancy. The problem is formulated as a two-point boundary value problem for a system of nonlinear ordinary differential equations, and the boundary conditions are determined using the shooting method. This analysis clarifies the relationship between the model parameter β and the dimensionless crack opening displacement and determines the dimensionless stress and displacement fields considering the crack opening induced by dilatancy.

1. はじめに

地盤材料に生じる亀裂の進展方向を明らかにするために，これまで Drucker-Prager 弾塑性モデルを用いた閉口亀裂に対する漸近解[1]や，Cam-Clay モデルにおける増分応力の漸近解[2]および連続転位を用いた増分近似解[3]を示してきた．ただし，これらは，通常，圧縮荷重下にある地盤材料では，形成された亀裂面が閉口していると仮定した解である．しかし，Drucker-Prager 弾塑性モデルではダイレイタンシーの影響で亀裂面が開口することもある．そこで本研究では，ダイレイタンシーによる開口を考慮した亀裂先端近傍特異場の漸近解を求めた．

2．比例負荷下における Drucker-Prager 弾塑性モデル

Drucker-Prager 弾塑性モデルの降伏関数を以下とする．

$$f=\sqrt{J_2}-\beta p-\left(H\bar{e}^{p}+\sigma_y\right) \tag{1}$$

ここで，J_2:偏差応力テンソルの第二不変量，β:平均応力に関するパラメータ，p:平均応力，H:硬化係数，σ_y:初期降伏応力，$\bar{e}^{p}$:相当偏差塑性ひずみである．関連流れ則，Consistency 条件より，全ひずみ速度に対して以下がいえる．

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}=\frac{1}{E}\left[(1+\nu)\dot{\boldsymbol{\sigma}}-\nu tr\dot{\boldsymbol{\sigma}}\mathbf{1}+\frac{1}{h}(\mathbf{Q}\cdot\dot{\boldsymbol{\sigma}})\mathbf{Q}\right] \tag{2}$$

ここに，比例負荷を仮定すれば，次式が得られる．

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{1}{E}\left[(1+\nu)\boldsymbol{\sigma}-\nu tr\boldsymbol{\sigma}\mathbf{1}+\frac{1}{h}(\mathbf{Q}\cdot\boldsymbol{\sigma})\mathbf{Q}\right] \tag{3}$$

3．亀裂先端近傍応力場

亀裂先端を原点とする極座標を考える．このとき，亀裂先端からの距離を r，亀裂先端延長線から反時計回りにとった角度を θ とすると力のつり合いは次式となる．

$$(r\sigma_r)_{,r}+\sigma_{r\theta,\theta}-\sigma_\theta=0 \tag{4}$$

$$(r\sigma_{r\theta})_{,r}+\sigma_{\theta,\theta}+\sigma_{r\theta}=0 \tag{5}$$

亀裂先端近傍の変位場，応力場は変数分離が成り立つものとして，次式を仮定する．

$$\begin{aligned}&u_r(r,\theta)=L\underline{r}^{x}\frac{1}{x}\underline{u}_r(\theta),\quad u_\theta(r,\theta)=L\underline{r}^{x}\frac{1}{x}\underline{u}_\theta(\theta)\\&\sigma_{r\theta}(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_{r\theta}(\theta),\quad \sigma_r(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_r(\theta)\\&\sigma_\theta(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_\theta(\theta),\quad \sigma_z(r,\theta)=E\underline{r}^{s}\underline{\sigma}_z(\theta)\end{aligned} \tag{6}$$

ここに，x:変位のオーダー，s:特異性のオーダー，また，$\underline{r}:=r/L$ であり，L は亀裂代表長（変位の次元）として，無次元化している．なお，全仕事が存在する条件より，$s=-1/2$ であり，$x=1/2$ である．

$$\underline{u}'_r=\frac{1}{2}\underline{u}_\theta+(1+\nu)\underline{\sigma}_{r\theta}+\Lambda Q_{r\theta} \tag{7}$$

$$\underline{u}'_\theta=-\left(1+\frac{\nu}{2}\right)\underline{\sigma}_r+\left(\frac{1}{2}+\nu\right)\underline{\sigma}_\theta+\frac{\nu}{2}\underline{\sigma}_z-\Lambda\left(Q_r-\frac{1}{2}Q_\theta\right) \tag{8}$$

$$\underline{\sigma}'_{r\theta}=-\frac{1}{2}\underline{\sigma}_r+\underline{\sigma}_\theta \tag{9}$$

$$\underline{u}_r=\underline{\sigma}_r-\nu\left(\underline{\sigma}_\theta+\underline{\sigma}_z\right)+\Lambda Q_r \tag{10}$$

$$\underline{\sigma}'_\theta=-\frac{3}{2}\underline{\sigma}_{r\theta} \tag{11}$$

$$\underline{\sigma}_z=\nu\left(\underline{\sigma}_r+\underline{\sigma}_\theta\right)-\Lambda Q_z \tag{12}$$

$\underline{u}_r$，$\underline{\sigma}_z$ は陽に記述されているが，特に $\underline{\sigma}_z$ は $\underline{u}_r$，$\underline{\sigma}_z$ の非線形方程式の解であるため，数値解析（Runge-Kutta-Gill 法）を行う際，ステップ毎に非線形方程式の解を求めることになる．よって，$\underline{\sigma}'_r$ および $\underline{\sigma}'_z$ に関する微分方程式を求めて六元連立非線形常微分方程式とする．詳細は文献を参照されたい[1]．

5．境界条件

Drucker-Prager 弾塑性モデルは等方応力の絶対値が同じでも，正負により応力が変化するため，応力の対称性を考慮した境界条件は Mode I を除いて与えられない．せん断型（Mode II）の場合，$\theta=-\pi$ と $\theta=\pi$ において，境界条件を与える必要がある．今，境界条件として $\theta=-\pi$ と $\theta=\pi$ で自由境界条件を満足すると考えると，次式となる．

$$\begin{aligned}&\theta=-\pi:\ \ \underline{\sigma}_{r\theta}(-\pi)=\underline{\sigma}_\theta(-\pi)=0\\&\theta=\pi:\ \ \underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)=\underline{\sigma}_\theta(\pi)=0\end{aligned} \tag{13}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また, せん断型 (Mode II) であることを考えて以下とする.

$$\theta=-\pi:\ \ \underline{\sigma}_r(-\pi)=p,\underline{u}_\theta(-\pi)=q \tag{14}$$

解くべき微分方程式は一次同次であるため, $\underline{\sigma}_r(-\pi)=p$ として得られる解に対して, 境界条件を正の定数倍したものは全て同様に解になる. そこで, $\underline{\sigma}_r(-\pi)=-1$ とする. $\underline{u}_\theta(-\pi)=q$ は境界条件を満足するように求める. すなわち, 二点境界値問題であり, その解法として, Shooting 法を用いた. 通常, 弾性体や von Mises 弾塑性モデルの場合には $\underline{u}_\theta(-\pi)=0$ が Mode II の解となり, $\underline{u}_\theta(-\pi)$ が 0 以外でも自由境界条件を満足する. $\underline{u}_\theta(-\pi)$ が 0 以外の場合は, いわゆる Mode I と Mode II が混合した混合モード解となる. 一方, Drucker-Prager 弾塑性モデルの場合, 次章に示すように, $\underline{u}_\theta(-\pi)=0$ とならず, かつ境界条件を満たす二つの $\underline{u}_\theta(-\pi)$ が得られる. このことは, 自由境界条件を満足する Drucker-Prager 弾塑性モデルの Mode II の解は, 開口変位を含むいわゆる混合モードのような解になることを意味する.

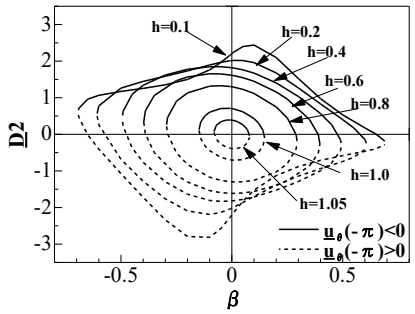


Fig. 2 β と亀裂面変位ギャップ量$\underline{D2}$の関係

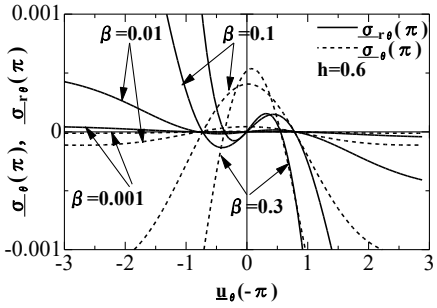


Fig. 3 $\underline{u}_\theta(-\pi)$ と $\underline{\sigma}_\theta(\pi)$, $\underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)$ の関係

５. β と亀裂面変位ギャップの関係

Shooting 法により自由境界条件を満足する $\underline{u}_\theta(-\pi)$ を求めた. 今, Fig.2 にパラメータ β と無次元化された亀裂面ギャップ量 $\underline{D}2:=\underline{u}_\theta(\pi)-\underline{u}_\theta(-\pi)$ の関係図を示す. なお, 縦軸 $\underline{D}2$ 値の正値は亀裂がめり込むことを意味し, 負値は開口していることを意味する. したがって, 物理的には $\underline{D}2>0$ と $\beta<0$ は存在しない解である. よって, Fig2 の第四象限に示す $\underline{D}2$ のみが Mode II 時に生じる解となる. ただし, β と $\underline{D}2$ の関係を分かりやすく示すために $\underline{D}2>0$ と $\beta<0$ も図示した. Fig.2 に示すように β に対して自由境界条件を満足するめり込み型と開口型の解がそれぞれ得られているのがわかる. Fig.3 に $\underline{u}_\theta(-\pi)$ と $\underline{\sigma}_\theta(\pi)$, $\underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)$ の関係を示す. 縦軸 0 が自由境界条件を満足する値であり, β が小さいと $\underline{\sigma}_\theta(\pi)$, $\underline{\sigma}_{r\theta}(\pi)$ は縦軸 0 に近づき, $\beta\to0$ (von Mises) では至る所で混合モード解が得られる. 他方, $h\to0$ では弾性体となるため, 同様に至る所で解となる.

６. 応力分布と変位分布

$h=H/E$=0.2, β=0.1 とした場合の解を Fig.4, Fig.5 に示す. 亀裂先端を 0°として, 180°が上側面, -180°が下側面である. Fig. 5 に示すように, $\underline{u}_\theta$ は-180°で正値, 180°で負値を示している. これは, 下側面が下に移動し, 上側面が上側に移動する開口を意味する. このため, 開口する場合は Fig.4 に示すように Mode I の θ=0°で対称な応力分布に似た解を示す. ただし, せん断により, 周応力のピークはずれが生じており, 亀裂先端前方の上側面に向かって 30°程度の円周方向応力が大きくなり, これが破壊靭性値に達すると亀裂が進展すると推察される. ダイレイタンシーによって開口する場合には, 亀裂先端前方直進方向に近い角度で進展する可能性が高いといえる.

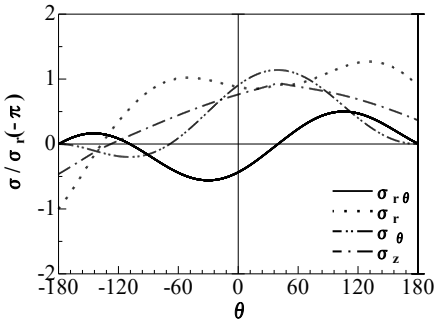


Fig. 4 無次元化された応力分布

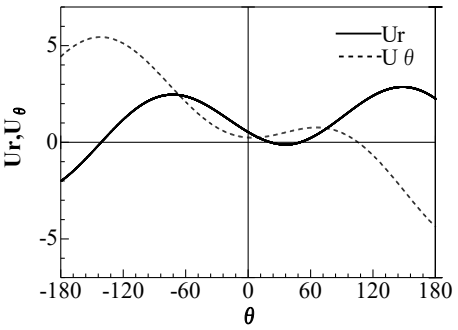


Fig. 5 無次元化された変位分布

７. まとめ

本研究では, 亀裂を有する Drucker-Prager 弾塑性モデルに対して, せん断を作用させた場合の解として亀裂面がダイレイタンシーによって開口する際の漸近解を示した.

参考文献

1) 新保泰輝, 矢富盟幸 : Drucker-Prager 弾塑性体のモード II 型き裂先端近傍特異場の漸近解析, 材料, Vol. 57, No. 9, pp. 936-943, 2008.
2) 新保泰輝, 福元豊 : 非排水条件下にある Cam-Clay モデルの モード II 型亀裂先端近傍増分応力場の漸近解解析 (シンポジウム講演概要), 第 27 回応用力学シンポジウム, 2024.
3) 新保泰輝, 福元豊 : 連続転位を用いた Cam-Clay モデルの亀裂先端近傍応力増分場の近似解 (シンポジウム講演概要), 第 28 回応用力学シンポジウム, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (2)

座長:藤澤 和謙(京都大学)

10:35 ~ 10:50

[24006] 土石流モデリングのための浅水流SPHフレームワークへの侵食および連行過程の導入（シンポジウム講演概要）

*Dolojan Nilo[1]、辻 勲平[1]、野村 怜佳[1]、寺田 賢二郎[1]、森口 周二[1] (1. 東北大学)

10:50 ~ 11:05

[24007] Binghamモデルを適用したMPS法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

*柴田 俊文[1]、絹輪 太一[1]、西村 伸一[1] (1. 岡山大学)

11:05 ~ 11:20

[24008] 3次元DEM/2次元SMAC連成解析による土砂輸送における土と流体の相互作用に関する研究 (シンポジウム講演概要)

*アフメド エムディー シャミム[1]、チョウドリー ファズルルハビブ[1]、松島 高志[1] (1. 筑波大学)

11:20 ~ 11:35

[24009] 底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

*横田 直孝[1]、岩井 裕正[1]、内藤 直人[2] (1. 京都大学、2. 豊橋技術科学大学)

11:35 ~ 11:50

[24010] 細粒分に富む熱海土石流発生源土砂のレオロジー特性評価（シンポジウム講演概要）

*ファズルルハビブ チョウドリー[1]、高志 松島[1]、猛司 小高[2] (1. 構造エネルギー工学域, 筑波大学、2. 社会基盤デザイン工学科, 名城大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Incorporating erosion and entrainment into a shallow water SPH framework for debris flow modeling (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Nilo Lemuel DOLOJAN, Tohoku University
Kumpei TSUJI, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
E-mail: dolojan.nilo.lemuel.junio.b2@tohoku.ac.jp

Debris flows are highly destructive gravity-driven mixtures that significantly increase in volume through bed-sediment erosion and entrainment. While conventional depth-integrated Shallow Water Smoothed Particle Hydrodynamics (SWSPH) models are computationally efficient for large-scale simulations, their constant-mass assumption fundamentally contradicts the physics of entrainment. This paper introduces a framework to resolve this physical inconsistency by extending the SWSPH method to allow for variable particle mass. Validated against analytical solutions, large-scale experiments, and a real-world event, the proposed method accurately reproduces large-scale flow propagation, deposition, and mass growth.

1. Introduction

Debris flows are rapid, gravity-driven mixtures of rock, sediment, and water, whose volume increase through bed-sediment erosion and entrainment. These processes significantly increase the debris flow's destructive potential, substantially enhancing its mobility and runout distance. Depth-integrated Shallow Water Equations (SWE) solved using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) provide an efficient way to simulate these events at large scales, making them valuable for hazard assessment.

Conventional shallow water SPH (SWSPH) formulations, however, enforce a constant particle mass assumption, which prevents them from representing the mass growth that occurs during erosion and entrainment. Therefore, this study introduces a method that incorporates these processes directly into the SWSPH framework, enabling more physically consistent simulations of debris flow and improving the reliability of hazard modeling.

2. Governing Equations

The physical model utilizes depth-integrated Lagrangian SWE that account for entrainment:

$$\frac{Dh}{Dt} + h\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{u}} = E \tag{1}$$

$$\frac{D\bar{\boldsymbol{u}}}{Dt} = \boldsymbol{g} - \frac{k}{h}\nabla P - \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho h} + \frac{(\boldsymbol{u}_b - \bar{\boldsymbol{u}})}{h}E \tag{2}$$

where D/Dt is the total material deriative, h is the flow depth, $\bar{\boldsymbol{u}}$ is the depth averaged velocity vector, k is the lateral earth pressure coefficient, $P = \frac{1}{2}gh^2$ is the pressure, g is the acceleration due to gravity, ρ is the density and $\boldsymbol{\tau}_b$ is the bed shear stress vector.

The framework incorporates a lateral earth pressure coefficient to address anisotropic pressure distributions common in granular-fluid flows. This coefficient adopts values derived from Rankine Theory depending on whether the flow is expanding (active state) or compressing (passive state):

$$k_a = \frac{1 - \sin\phi}{1 + \sin\phi} \tag{3}$$

$$k_p = \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \tag{4}$$

where ϕ is the internal friction angle, and k_a, k_p refers to the active or passive state of the flow, respectively.

Flow resistance is captured through a composite rheological model combining Manning's turbulent friction and Coulomb's frictional model:

$$\tau_{bt} = \frac{\bar{\rho} g_z n^2 \bar{u}\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}}{h^{1/3}} \tag{5}$$

$$\tau_{bf} = \bar{\rho} g_z h \tan\phi \tag{6}$$

$$\tau_b = \tau_{bt} + \tau_{bf} \tag{7}$$

where n is the Manning's friction coefficient, α is the slope gradient, and ϕ is the internal friction angle of the material.

Finally, The entrainment rate is calculated using a physics-based model based on a momentum balance at the interface between the moving flow and the static bed:

$$E = -\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{\tau_b - \tau_{yield}}{\bar{\rho}(|\boldsymbol{u}_b| - |\boldsymbol{u}_{bed}|)} \tag{8}$$

where $\tau_b, \boldsymbol{u}_b = [u_b, v_b]^T$ are the stress and velocity at the bottom of the moving flow layer, while $\tau_{yield}, \boldsymbol{u}_{bed} = [u_{bed}, v_{bed}]^T$ are the stress and velocity at the surface of the erodible bed layer. The flow basal shear stress τ_b is the combined turbulent and frictional model defined for the debris flow (Eq. 7), while the yield stress τ_{yield} is defined using the Mohr-Coulomb failure criterion for the erodible layer. Erosion initiates when the basal shear stress of the flow exceeds the yield stress of the bed.

3. SPH discretization

The above equations are solved using the mesh-free Lagrangian SPH approach. discretizing the above equations for a particle i can be written as:

$$h_i = \sum_{j=1}^{N} V_j W_{ij} + E_i \Delta t \tag{9}$$

$$\frac{D\bar{\boldsymbol{u}}_i}{Dt} = \boldsymbol{g}_i - k\sum_{j=1}^{N} V_j \left(\frac{P_i + P_j}{h_i h_j} + \Pi_{ij}\right)\nabla W_{ij} - \frac{\boldsymbol{\tau_{bi}}}{\rho h_i} + \frac{(\boldsymbol{u}_{bi} - \bar{\boldsymbol{u}}_i)E_i}{h_i} \tag{10}$$

As discussed earlier, the constant mass assumption of conventional SPH prevents the direct incorporation of entrainment. As seen in Eq. (9), the flow depth h_i is calculated using the standard SPH summation, which is subsequently increased by adding entrainment. This creates a non-physical state where the flow height artificially increases while the particle mass and volume remain unchanged, potentially violating mass and momentum conservation.

A more consistent approach is to adopt a variable-mass formulation. Rather than artificially increasing particle height, the particle volume is updated according to the entrained volume, computed as the entrained height $E_i \Delta t$ multiplied by the representative particle area A:

$$V_i^{n+1} = V_i^n + E_i^n A_i^n \Delta t = V_i^n + E_i^n \frac{V_i^n}{h_i^n} \Delta t \tag{11}$$

The flow height then evolves naturally through the conservative, summation-based continuity equation, and the entrained volume is consistently incorporated into the momentum equation.

4. Results

4.1. Analytical dam break

The framework was validated against a one-dimensional analytical solution for a dry bed granular dam break[1]. Simulated over varying bed friction angles corresponding to 0° (Case A), 15° (Case B), and 30° (Case D), the model accurately captured the propagation of the rarefaction wave and the location of the flow front.

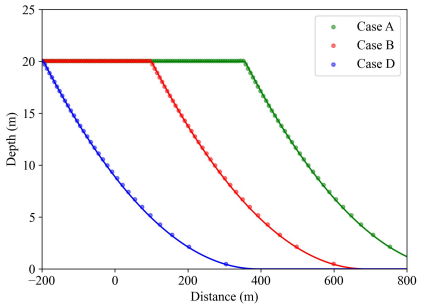


Fig. 1 Comparison of numerical and analytical results showing the effect of varying bed friction angles on the flow profiles at t = 15 s

4.2. USGS debris flow experiment

The model simulated a 6 m^3 debris flow released down a 95 m long flume. Baseline rheological parameters were calibrated using a non-erodible bed experiment, establishing a Manning's coefficient of 0.03 and an internal friction angle of 8°. Simulations incorporating a 0.12 m thick erodible bed successfully replicated the experimentally observed sustained flow front velocities, arrival times, and peak flow heights.

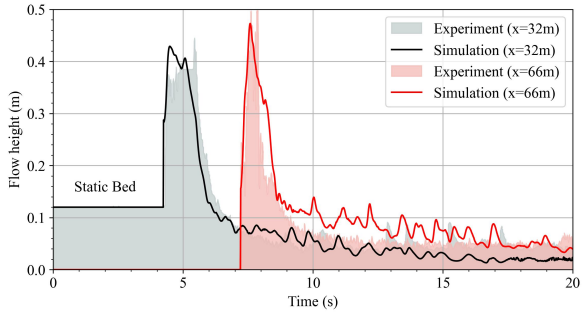


Fig. 2 Good agreement between the observed and simulated debris flow heights at different obsertvations points along the flume for the erodible bed experiment

The conservative nature of the variable mass SWSPH is illustrated by tracking the cumulative volume changes of the system. As the flow front propagates, the total debris flow volume increases significantly from an initial 5.84 m^3 to a final volume of approximately 15.96 m^3. This total entrained volume of 10.12 m^3 directly corresponds to the material lost from the erodible bed, demonstrating the strict global mass conservation achieved by the framework.

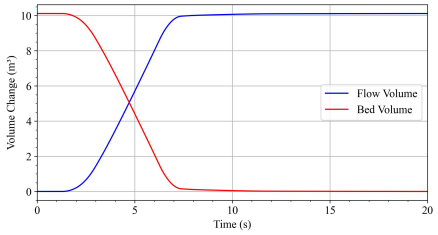


Fig. 3 Cumulative volume change for both the debris flow and the erodible bed

4.3. Marumori debris flow event

To demonstrate regional-scale applicability, the model simulated a 2019 debris flow in Marumori, Japan, utilizing a 1 m resolution digital elevation model. The initial failure volume of 3,660 m^3 expanded to 4,930 m^3 through bed entrainment. The simulated erosion patterns and final depositional geometry were spatially consistent with post-disaster field observations.

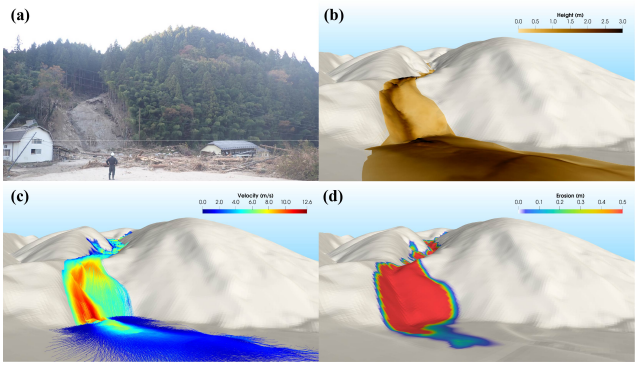


Fig. 4 Marumori debris-flow comparison: (a) Post-event photo of the eroded runout path. (b) Simulated flow height at t=30 s. (c) Simulated velocity paths from t=0-30 s. (d) Final erosion depth at t=60 s

5. Conclusion

Conventional SWSPH methods are fundamentally limited by a constant-mass assumption that fails to physically account for the mass growth of debris flows due to bed erosion and entrainment. By introducing a variable-mass SWSPH formulation that dynamically updates particle volume based on entrained height, this study resolves these inconsistencies and ensures a rigorous coupling between mass, geometry, and momentum. Validation against analytical solutions, USGS flume experiments, and actual debris flows confirms that this approach accurately captures flow heights, arrival times, and mass growth of debris flows.

References

1) Faccanoni, G., et al, (2013). Exact solution for granular flows. IJNAMG.
2) Iverson, R. M., et al, (2011). Positive feedback and momentum growth during debris-flow entrainment of wet bed sediment. Nat Geosci.

Bingham モデルを適用した MPS 法による土石流に対するため池の減災機能の評価（シンポジウム講演概要）

Evaluation of Disaster Mitigation Function of Reservoir against Debris Flow Using MPS Method with Bingham Fluid Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

絹輪　太一（岡山大）　　柴田　俊文（岡山大）　　西村　伸一（岡山大）
Taichi KINUWA, Okayama University
Toshifumi SHIBATA, Okayama University
Shin-ichi NISHIMURA, Okayama University
E-mail: tshibata@cc.okayama-u.ac.jp

In recent years, the frequency of heavy rainfall disasters has shown an increasing trend due to climate change, which is considered to be caused by global warming. Under such circumstances, there have been several reported cases in which debris flows generated during disasters are trapped within reservoirs, thereby providing a disaster mitigation function for downstream areas. However, the behavior of debris flows entering reservoirs and their mitigation effects have not yet been sufficiently clarified. In this paper, the Bingham model is incorporated into the MPS method to evaluate and examine the disaster mitigation function of reservoirs.

１．はじめに

近年，地球温暖化に起因すると考えられる急激な気候変動の影響により，局地的かつ短時間の豪雨の発生頻度が急増している．これに伴い，土砂災害の発生件数は増加傾向を示しており，土石流は周辺地域の被害拡大に大きな影響を及ぼす可能性がある．土石流がため池流入した場合，貯水池内での堆積や水位上昇，さらには越流や堤体破壊を引き起こすことが懸念され，下流域に二次的な被害をもたらす危険性がある．その一方で，土石流が流入したため池が貯水位池内で土砂を受け止め，下流に対して減災機能を発揮している事例も散見される．しかし，土石流がため池に流入した際の挙動把握や，堤体に作用する力学的影響については，十分に解明されていないのが実情である．

本論文では，MPS（Moving Particle Semi-implicit）法を用い，土石流に対して Bingham 流体でモデル化して，1)土石流の物性がため池堤体・越流量に作用する影響，2)ため池堤体の土石流捕捉率，の 2 つの観点からため池の減災機能について検討する．

２．MPS 法

MPS 法は越塚 [1]によって提案された粒子法で，その特徴は，支配方程式の勾配，発散，ラプラシアンといった微分演算子を粒子間の相互作用モデルを使って離散化する点である．この手法では，Navier-stokes 方程式に半陰的アルゴリズムを適用し，粒子の圧力勾配や速度を計算する．ラグランジュ法に基づき，粒子が流れに沿って移動するため，対流項を考慮する必要がないという特徴がある.そのため，有限要素法等と比較すると，自由表面や大変形などの変形の大きい物理現象を解く際に非常に優れているという利点がある．

本論文では，境界部にポリゴン壁モデル [2]を採用し，土石流の挙動を再現するために，非ニュートン流体の一つである Bingham モデル [3]を適用した．Bingham 流体は，降伏値を持ち，せん断応力が一定の限界値に達するまでは流動せず，せん断応力が降伏応力以上になると流動を開始するという特徴がある．式(1)に Bingham 流体の粘度を表す式を示す．

$$\eta = \frac{\tau_B}{\dot{\gamma}} + \eta_B \qquad (1)$$

ここで，τ_B は降伏応力（Pa），$\dot{\gamma}$ はせん断速度（s^{-1}），η_B は降伏後の粘度（Pa·s）である．

３．土石流の物性がため池堤体・越流量に作用する影響

Bingham 流体の物性を表す降伏応力 τ_B，降伏後の粘度 η_B を変化させ，土砂濃度および，土砂密度を算出する．そして，土砂濃度とため池堤体・越流量に作用する影響を検討する．ここで Fig. 1 に示す解析モデルおよび Table 1 の解析諸元を用い，降伏応力 τ_Bを 3，15，60Pa の 3 ケース，降伏後の粘度 η_Bを，0.01，0.3，10Pa·s の 3 ケースとした計 9 ケースについて解析を実施した．Fig. 2 に τ_B=60Pa，η_B=0.3Pa·s とした際の，ため池に流入する土石流の解析結果を示す．

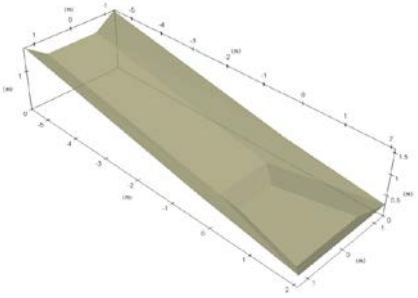


Fig.1 Numerical model.

Table 1 Simulation parameters.

Particle distance (m)	0.04
Time increment (s)	0.00025
Density of water (kg/m³)	1000
Plastic viscosity of water (Pa·s)	0.000001
Courant number	0.1
Parameter for collision condition	1

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



Fig. 2 Simulation results of the debris flow with τ=60 Pa and η=0.3 Pa·s.

Fig. 3は, 土砂濃度とため池堤体に作用する荷重に関し, 降伏後の粘度η_Bの値毎に示したものである. η_B=10Pa·s の際は, 降伏後の粘度が高いため土石流がため池堤体まで届かず, 作用荷重が小さくなったいることが確認できる. Fig. 4 に土砂濃度と越流量の関係を示す. 図より, 土砂濃度の増加に伴い, 越流量が減少傾向を示していることがわかる.

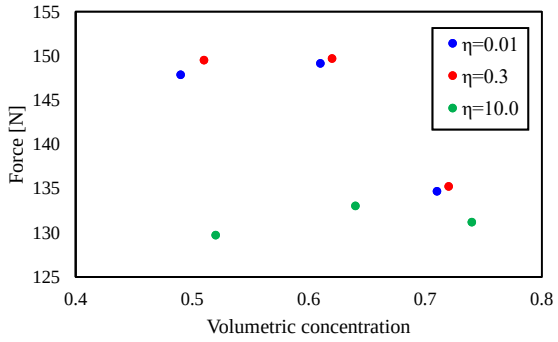


Fig. 3 Relationship between force and volumetric concentration.

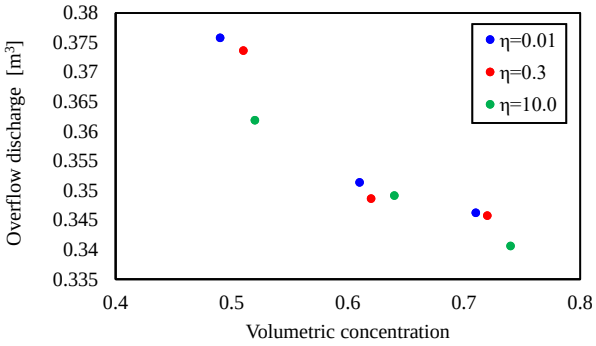


Fig. 4 Relationship between overflow discharge and volumetric concentration.

4. ため池堤体の土石流捕捉率の評価

降伏応力τ, 降伏後の粘度η, ため池に至る勾配θ, 貯水位 h を因子, 越流量を応答とし, MPS 法によって得られた解析結果を用いて応答曲面法を適用する. 貯水および土石流の両者を含む全体の越流量をQ_{OV}, 土石流のみの越流量をQ_{OV}^{df} とすると, それぞれ式(2)および式(3)が得られた.

$$Q_{OV} = -0.00122\tau - 0.00655\eta + 0.009313\theta + 0.009314h + 0.019989 \quad (2)$$

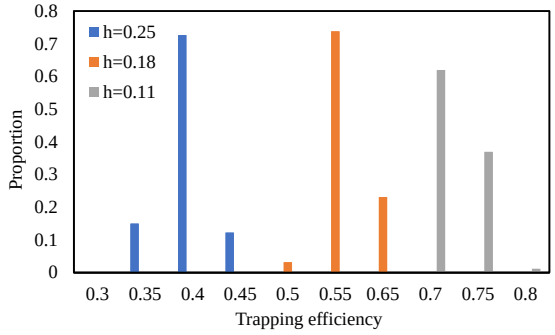
$$Q_{OV}^{df} = -0.00168\tau - 0.00898\eta + 0.01028\theta + 0.002387h + 0.126732 \quad (3)$$

ここで, 式(2), 式(3)の決定係数はそれぞれ 0.981 および 0.988 となった. また, 流下する土石流をため池が堰き止める指標を捕捉率とし, 貯水と土石流の両者に対する捕捉率をC_{cap}, 土石流の捕捉率をC_{cap}^{df} とすると, C_{cap} およびC_{cap}^{df} は, 式(4)および式(5)で表すことができる.

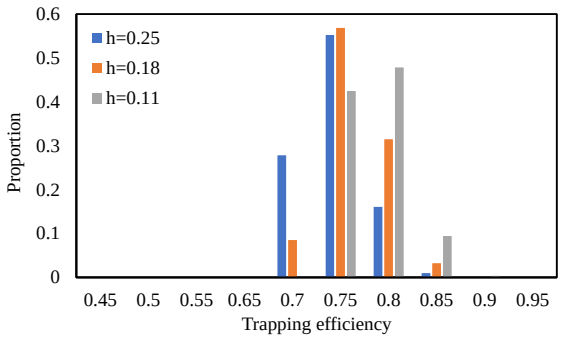
$$C_{cap} = 1 - \frac{Q_{OV}}{Q_{in}}, \quad C_{cap}^{df} = 1 - \frac{Q_{OV}^{df}}{Q_{in}} \quad (4),(5)$$

ここで, Q_{in} は土砂流入量である.

次に, 土石流の物性を確率分布で表し, 式(2)と(3)から越流量を求める. 勾配θは 10°で固定し, 貯水位は 0.11, 0.18 および 0.25m の 3 ケースについて算出する. 得られた結果から捕捉率を算定し, その分布特性を用いて捕捉率を評価する. Fig. 5(a), (b)に土石流のみと貯水と土石流全体のそれぞれの捕捉率を示す. いずれのケースも貯水位が高いほど土石流の越流量は大きくなっていることが確認できる.



(a) Debris flow



(b) Debris flow and water

Fig. 5 Distribution of trapping efficiency at different water level.

5. おわりに

土石流のモデルに Bingham 流体を採用し, MPS 法で解析を行った. ため池の土石流に対する減災機能について, 土石流の物性により変化する作用荷重, 越流量を評価することができた. また, 捕捉率について, 貯水位が低い条件ほど土石流の捕捉率が高くなる傾向が示された.

参考文献

1) 越塚誠一 : 計算力学レクチャーシリーズ 5 粒子法, 丸善出版, 2005.
2) 原田隆宏, 越塚誠一, 島崎克教 : MPS 法における壁境界計算モデルの改良, 日本計算工学会論文集, Vol. 2008, P 20080006, 2008.
3) 五十里洋行, 後藤仁志, 新井智之 : 粒子法型非ニュートン流体モデルによる地滑り津波解析, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.68, No.2, p. I_66-I_70, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Coupled 3D-DEM/2D-SMAC Analysis of Soil-Fluid Interactions in Sediment Transport (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Md Shamim AHMED, University of Tsukuba
Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: msahmed.ce@gmail.com

This study examines sediment transport mechanics using a coupled three-dimensional Discrete Element Method (DEM) and two-dimensional Simplified Marker and Cell (SMAC) numerical framework. Pressure-driven flow over a granular bed of uniform spherical particles of 2 mm diameter is simulated at varying pressure gradients per unit density (g_f = 200–1000 cm/s²) and computational domain sizes. The resulting fluid velocity and particle concentration profiles are analyzed and compared with established sediment transport theories to evaluate the model's capability to describe the fundamental mechanics of sediment transport at the particle scale.

1 Introduction

Debris flows are a critical concern in geotechnical engineering, and predicting these hazards remains challenging due to the complex soil–fluid interactions during erosion and sedimentation. The erosion, transport, and deposition of sediment are largely governed by the balance between gravitational settling and turbulent drag, as reflected in the vertical distribution of particle concentration. This distribution can be described by the Rouse equation (Rouse[1]), which characterizes the transport regime by Rouse number Z.

While these theoretical and experiential approaches provide a macroscopic framework, understanding the microscale mechanics of soil-fluid interactions requires particle-scale computational techniques. To this end, numerical modeling such as the discrete element method (DEM) coupled with computational fluid dynamics (CFD) has become an increasingly practical tool for studying soil-fluid interactions at the particle scale (Nguyen and Indraratna[2], Ramezanzad et al.[3]). In coupled models, DEM tracks the behavior of individual soil particles within granular assemblies, accounting for their mutual interactions and external forces, while CFD simulates the fluid field's response.

In this study, a Fortran-based computational approach that couples a three-dimensional Discrete Element Method (3D-DEM) with a two-dimensional Simplified Marker and Cell (2D-SMAC) numerical framework is employed to simulate pressure-driven flow over a sediment bed at varying flow intensities. Simulation results are systematically evaluated against established erosion and sedimentation theories to examine whether the model can predict the settling–diffusion equilibrium. By integrating the microscale particle-level insights with theoretical sediment transport frameworks, this research contributes to a more comprehensive understanding of soil–fluid interactions in natural erosion and sedimentation processes.

2 Numerical Method

2.1. 3D-DEM/2D-SMAC Coupling

The coupled model integrates a 3D-DEM for granular particle mechanics with a 2D-SMAC fluid solver through a two-way momentum-exchange scheme. The DEM (Cundall and Strack[4]) tracks the motion and interaction of individual particles, incorporating the fluid drag using Newton's law, as described by the following governing equations:

$$m_i \ddot{x}_i = \sum_j F_{ij}^c + m_i g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) + F_i^{drag} \quad (1)$$

Where m_i is the particle mass, $\ddot{x}_i$ is the acceleration, F_{ij}^c is the contact force, g is the gravitational acceleration, ρ_f and ρ_s are the fluid and solid densities, and F_i^{drag} is the fluid drag force. The contact force is calculated using a linear spring–dashpot model (Fig. 1), and the fluid–particle interaction is modeled using the Di Felice (1994) drag correlation (Di Felice[5]).

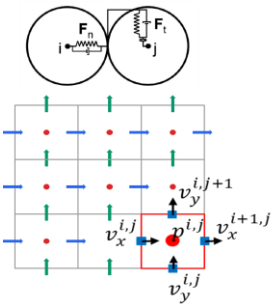


Fig. 1 DEM and SMAC

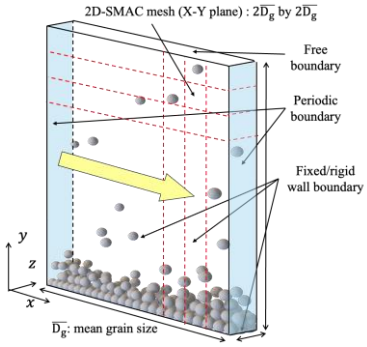


Fig. 2 Model schematic

The fluid phase is solved on a two-dimensional staggered grid (Fig. 1) using the SMAC method. The governing equations are the continuity equation and the simplified momentum equation for the fluid phase:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\varepsilon v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 v_i + \frac{F_{pi}}{\rho_f \varepsilon} + g_f \quad (3)$$

Where ε is the local porosity, v_i is the fluid velocity component, ρ_f is the fluid density, p is the pressure, ν is the kinematic viscosity, g_f is the pressure gradient per unit density, and $\frac{F_{pi}}{\rho_f \varepsilon}$ is the grain–fluid interaction force per unit mass.

2.2. Simulation Setup

Simulations are performed across multiple computational domain sizes with streamwise lengths L = 8, 12, 16, and 32 cm, a fixed vertical height H = 10 cm, and a spanwise width of 1 cm, containing uniform-sized spherical particles (diameter D_g = 2 mm and density ρ_s = 2.5 g/cm³) maintaining the same solid volume fraction at the sediment bed. The fluid has density ρ_f = 1.0 g/cm³ and kinematic viscosity ν = 1.0 × 10⁻² cm²/s. Fluid flow is driven by a pressure gradient per unit fluid density, g_f = 200, 400, 600, 800, and 1000 cm/s². Boundary conditions are shown in Fig. 2, periodic in x and z (streamwise and spanwise), with a rigid no-slip bottom wall and a free surface (zero shear stress) at the top. Fig. 3 shows a snapshot of the particle distribution in the 32x10x1 cm domain at g_f = 600 cm/s², illustrating the particle suspension under stronger flow. Each simulation runs for 16 s, with results time-averaged over t = 14–16 s after the steady state is reached.

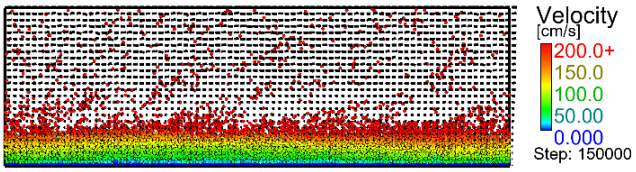


Fig. 3 32x10x1 cm, $n = 8000$, $g_f = 600$ cm/s^2

3 Results and Discussion

3.1. Velocity Profile

Fig. 4 shows the time-averaged horizontal fluid velocity profiles for varying streamwise domain sizes (L) as a function of normalized height y/H for $g_f = 200$–800 cm/s². The profiles show the expected flow structure over a sediment bed, near-zero seepage velocity within the packed bed ($y/H < 0.2$), a transition zone at the bed–fluid interface where the velocity increases rapidly and reaches a maximum in the suspension zone near the free surface. The maximum velocity ranges from ~600 cm/s at $g_f = 200$ to ~1400 cm/s at $g_f = 800$ cm/s². Also, the obtained velocity profiles show a less significant effect of L if the flow is homogeneous. The flow structure is consistent with experimental results reported by Itoh and Egashira[6].

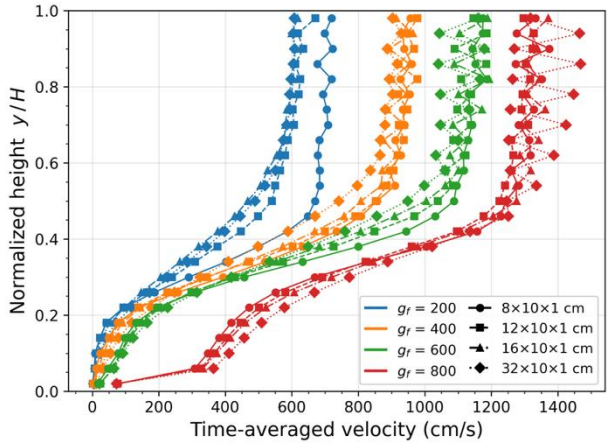


Fig. 4: Time-averaged velocity profiles

3.2. Concentration Profiles and Rouse Fitting

The time-averaged concentration profiles are shown in Fig. 5 on a semi-logarithmic scale as a function of normalized height y/H. The concentration remains nearly constant within the packed bed, decreases above the bed–fluid interface. Higher g_f values result in greater particle suspension into the upper flow region due to the stronger driving forces.

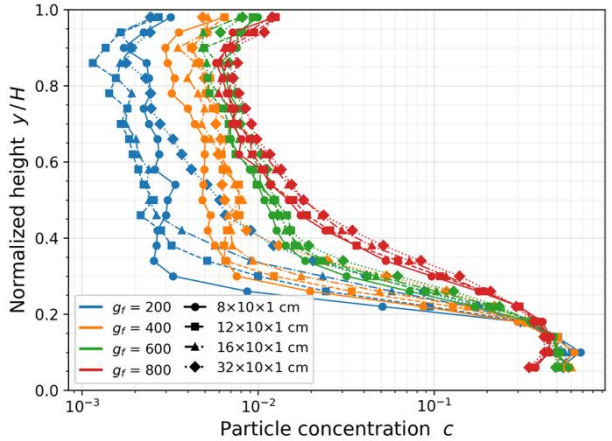


Fig. 5: Particle concentration profiles

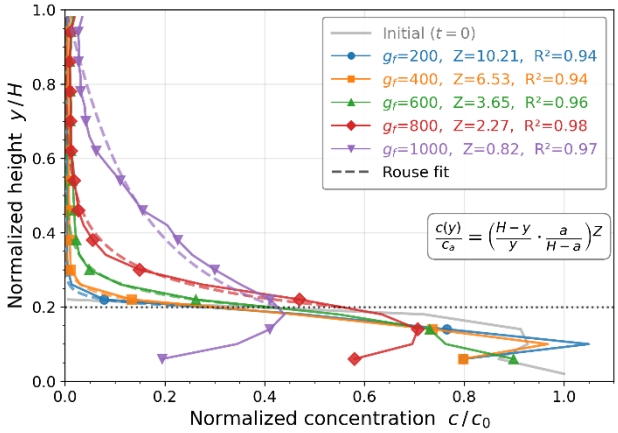


Fig. 6: Concentration profiles and Rouse fitting (8x10x1 cm)

The Rouse equation:

$$\frac{c(y)}{c_a} = \left(\frac{H-y}{y} \cdot \frac{a}{H-a}\right)^Z \tag{4}$$

where a is the reference height (considered at $y/H = 0.2$), $c(y)$ is the concentration at each vertical position y, c_a is the concentration at $y = a$, and Z is the Rouse number. This equation is fitted to the suspension zone shown in Fig. 6 for $g_f = 200$–1000 cm/s² in the 8x10x1 cm domain. Notably, the fitted Z values classify the flow conditions into bed load ($Z = 10.21, 6.53, 3.65$ at $g_f = 200, 400, 600$ cm/s²), 50% suspended ($Z = 2.27$ at $g_f = 800$ cm/s²), and fully suspended ($Z = 0.82$ at $g_f = 1000$ cm/s²), with Z decreasing as flow intensity increases. Furthermore, this classification is also consistent with the visual particle distribution shown in Fig. 3.

4 Conclusion

This study demonstrated the capability of the coupled model to predict sediment transport under pressure-driven flow. The simulated fluid velocity profiles show an expected flow structure consistent with previous experimental results. The particle concentration profiles show the expected transition from the bed load to suspended load for different flow intensities and are consistent with the Rouse model. These results confirm that the coupled 3D-DEM/2D-SMAC numerical model can resolve the fundamental behavior of both erosion and particle suspension at the grain scale. The effects of domain size and particle size distribution will be evaluated in a future study.

References

1) Rouse, H.: Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence, Trans. ASCE, 102, 463-505, 1937.
2) Nguyen, T. T., and Indraratna, B.: Fluidization of soil under increasing seepage flow: an energy perspective through CFD-DEM coupling. Granular Matter, 24(3), 80, 2022.
3) Ramezanzad, A., Jaradat, K., and Abdelaziz, S.: Coupled CFD-DEM simulations: A review of applications and modeling limitations. IFCEE 2024, 216-226, 2024.
4) Cundall, P. A., and Strack, O. D.: A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique, 29(1), 47-65, 1979.
5) Di Felice, R.: The voidage function for fluid-particle interaction systems. Int. J. Multiphase Flow, 20(1), 153-159, 1994.
6) Itoh, T., & Egashira, S.: Critical condition of sediment entrainment by sediment-water mixture flow. Proc. of the 5th IAHR Symp. RCEM, Vol. 1. CRC Press, 2019.

底面粗度を有する斜面粒状体流れの個別要素法解析および極性流体理論によるモデル化（シンポジウム講演概要）

Discrete Element Method Analysis and Micropolar Fluid Modeling of Granular Flow Down an Inclined Plane with Basal Roughness (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

横田　直孝（京都大・都市社会工学専攻）　岩井　裕正（京都大・都市社会工学専攻）
内藤　直人（豊橋技科大・建築 都市システム学系）
Naotaka YOKOTA, Kyoto University
Hiromasa IWAI, Kyoto University
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
E-mail: yokota.naotaka.52y@st.kyoto-u.ac.jp

A granular flow model based on micropolar fluid theory formulated by Kano was examined under basal roughness conditions. DEM simulations of unidirectional granular flow down an inclined plane were conducted to determine model parameters. The results show that the steady flow can be reproduced by applying a Dirichlet boundary condition for rough surfaces and a Navier slip boundary condition for smooth surfaces.

1. はじめに

土石流やがけ崩れをはじめとする粒状体流れは，構成粒子が大きく流れに対して粒子同士の相互作用の影響が無視できない．連続体理論である極性流体理論 (Micropolar Fluid Theory)[1] を用いた粒状体の流動モデルは，巨視的な流れと粒子の微視的な運動を結びつけて記述できる．既往の研究においては，個別要素法（以下，DEM と記す）[2] を用いた粒状体流れの数値実験と比較して，流速分布を表現できた一方で，底面粗度のない極端に理想化された条件での検討に限られていた．実際の斜面流れは，崩壊面に土粒子や礫が存在し，底面は粗度を有するため，工学的な議論には底面境界条件の検討が必要となる．

そこで本研究では，加納ら[3] の極性流体理論に基づく粒状体流動モデルの工学的利用に向けて，DEM を用いて底面粗度を有する斜面流れの解析を行った．得られた結果から粒状体流れを特徴づけるパラメータを決定し，極性流体理論モデルに適用した．また，底面境界条件としてディリクレ境界条件および Navier すべり境界条件を導入した．

2. 極性流体理論による粒状体流れの支配方程式

加納ら[3] が提案した極性流体理論に基づく粒状体流れの連続式，運動方程式，角運動方程式は次式で与えられる．以下では，添え字の総和規約を用いる．

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}+\rho\frac{\partial v^k}{\partial x_k}=0 \tag{1}$$

$$\rho\frac{\mathrm{d}v^i}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\sigma^{ji}}{\partial x_j}+\rho b^i \tag{2}$$

$$\frac{2}{5}\rho a^2\frac{\mathrm{d}\omega_{ji}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\mu^{kji}}{\partial x_k}+2\sigma^{[ji]} \tag{3}$$

ここに，ρ は粒状体流れの密度，v^i は速度，ω_{ji} は回転速度を表す．σ_{ji} は通常の応力であり，μ^{kji} は物体を回転させる作用を持つ偶応力を表す．b^i は単位質量当たりの外力である．また，$\sigma^{[ji]}$ は添え字の反対称化を表し，$\sigma^{[ji]}=(1/2)(\sigma^{ji}-\sigma^{ij})$ である．

この支配方程式を，Fig.1 のような傾斜角度 θ の斜面上一方向流れに適用すると，次式のようになる．

$$\rho\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=C(\rho)\frac{\partial}{\partial y}\left\{\hat{\omega}\left(\frac{2}{5}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{1}{2}\omega\right)\right\}+\rho g\sin\theta \tag{4}$$

$$\rho\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{5C(\rho)}{2a^2}\left\{-\hat{\omega}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y}+\omega\right)+\frac{a^2}{10}\frac{\partial}{\partial y}\left(\hat{\omega}\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)\right\} \tag{5}$$

$$\hat{\omega}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y}+\omega\right)^2+\frac{3}{20}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\frac{2a^2}{5}\left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)^2} \tag{6}$$

$$C(\rho)=\frac{2\sqrt{6}}{15}\frac{\mu eTa^3\rho}{r-r_0}+\frac{\sqrt{10}}{50}\frac{T\sqrt{T}a^3\rho}{r-r_0}\frac{e(1-e)^2}{(1+e)\sin\zeta} \tag{7}$$

u は流下方向の粒子速度，ω は粒子の回転速度で，逆回転を正としている．また T はエネルギー比であり，平均流速からの各粒子速度ずれである微視的偏差速度により定まる微視的な運動エネルギー E_k と粒子の回転エネルギー E_r の比であり，$T=E_k/E_r$ で定義される．

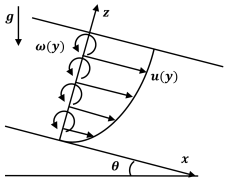


Fig. 1　Slope granular flow

3. 粒状体流れ解析条件

斜面上一方向の粒状体流れの一例として，傾斜角度 25[°] の斜面における単一粒子から構成される粒状体流れを対象とした．粒子半径 a を 0.010[m]，粒子密度は 2.65×10^3[kg/m^3]，粒子の反発係数 e を 0.10，動摩擦係数 μ を 1.00 とした．粒子は Fig.2 に示すほぼ球形な多面体であり，回転抵抗は数値としては与えず，粒子形状に起因する回転抵抗のみを考慮した．流動前の粒状体のかさ密度 ρ_0 は 1.515×10^3[kg/m^3]，層厚 h は 0.3[m] であった．DEM 解析には，Ansys 社の DEM パッケージソフトウエアである Rocky を用い，周期境界条件で解析を実施した．初期状態は粒状体が静止した状態とし，流動速度が定常になるまで計算を実施した．

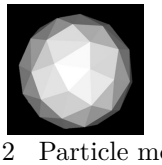


Fig. 2　Particle model

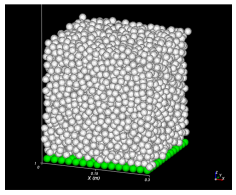


Fig. 3　DEM Slope flow

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

4. 境界条件

底面境界条件として，粗面条件と滑面条件の 2 ケースを検討した．DEM 解析では，滑面条件では底面の動摩擦係数を 1.00 とし，粗面条件では Fig.3 に示すように底面に流動粒子と同じ粒子を固定配置した．固定粒子は流動せず，回転も拘束されている．極性流体理論を用いた流動モデルでは，粗面条件について流動粒子と同じ粒子が固定されていることを考慮し，$u(0) = 0$，$\omega(0) = 0$ のディリクレ境界条件を課した．一方，滑面条件については，Wang らの Navier すべり境界条件[4] を用いた．Wang らは DEM 解析に基づき，底面すべり速度 u_b が底面のせん断速度 $\dot{\gamma}_b$ に比例し，すべり長さ l_s，粒径 d を用いて $u_b = l_s \dot{\gamma}_b d$ と表されることを示した．本研究では，この条件を極性流体理論を用いた流動モデルに適用した．回転速度については，滑面は回転を妨げる抵抗が働かないと仮定し，$\partial\omega(0)/\partial y = 0$ を用いた．$y = h$ の自由表面境界では，DEM 解析と同様に拘束のない自由境界と仮定した．極性流体理論のモデルではせん断応力が 0 となる条件から $\partial u(h)/\partial y = -5\omega/4$ を与え，また回転に対する抵抗がないとして $\partial\omega(h)/\partial y = 0$ を課した．

5. エネルギー比 T の決定方法

粒状体流れは，粒子運動の集合体であり，定常状態において平均値を取っても粒子乱れの影響により一定値とはならない．既往研究[5] では，定常状態のある瞬間における議論に留まり，粒子乱れを考慮した代表値の取得方法については言及されていない．一方で，エネルギー比 T は分母に粒子の回転速度エネルギー E_r を持つため，回転速度がほぼ 0 となる粒子が存在すると極端に大きな値を取る．そこで，Fig.4 のようにエネルギー比 T の累積分布を用いて評価を行い，極端に値の大きな値を除外した．本研究では，T を小さい値から累積した 96% 分位の値を代表値として採用した．その結果，底面境界が滑面の場合，$T = 299.4$，粗度がある場合は $T = 364.4$ となった．

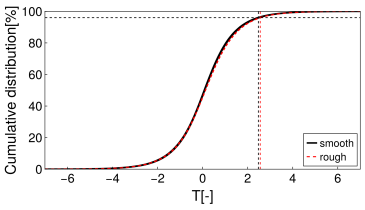


Fig. 4 Cumulative distribution of T

6. DEM 解析および極性流体理論を用いた流動モデルの数値計算結果

2 通りの境界条件について，DEM 解析を実施し，得られた諸パラメータを用いて極性流体理論を用いた流動モデルの数値計算を行った．底面が粗度条件での結果を Fig.5 と Fig.6 に，滑面条件の結果を Fig.7 と Fig.8 に示す．

DEM 解析について，底面境界に粗度がある条件では，底

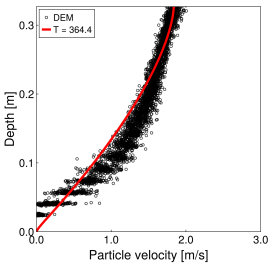


Fig. 5 Particle velocity

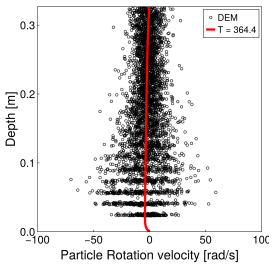


Fig. 6 Rotation velocity

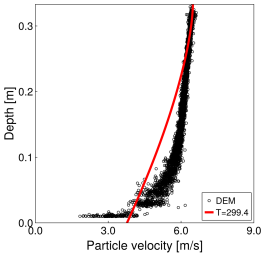


Fig. 7 Particle velocity

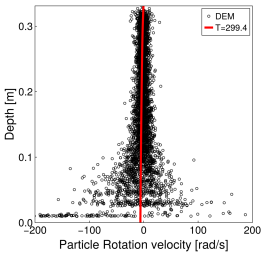


Fig. 8 Rotation velocity

面付近の粒子はほとんど流下方向に速度を持たなかった一方で，底面が滑面の条件では，底面境界付近で 3.0[m/s] 程度の粒子速度を持った．しかしながら，底面から約 0.1m 以上の高さにおける速度分布は，底面境界条件によらず類似した形状となった．これらの結果から，底面近傍には粒子約 5 個分の厚さをもつ領域が境界条件の影響を受け，流れの最大速度の大きさを決定する要因となっていると考えられる．加えて本解析では，粒子の回転抵抗として多面体形状に起因する抵抗のみを考慮しているため，滑面では粒子の回転が卓越しやすく，回転する粒子の上を滑るように粒子速度が増大した可能性が考えられる．したがって，滑面においては Navier すべり境界を適用し，連続体モデルにおいても底面すべりを適切に表現する必要がある．

極性流体理論に基づく流動モデルでは，粗面での速度分布および回転速度分布について，DEM 解析結果と良好な一致が確認できた．一方で底面が滑面の場合，底面から 0.1～0.2m 付近において速度分布にずれが生じた．これは，滑面では底面近傍の回転速度が大きく，その増大が速度分布の形状に影響を与えたためと考えられる．

7. 結論

底面境界の異なる 2 通りの斜面上一方向の粒状体流れについて，3 次元 DEM 解析と極性流体理論を用いたモデルとの比較を通じて検証を行った．極性流体理論に基づく粒状体の流動モデルについては，底面境界条件として Navier すべり境界条件とディリクレ境界条件を導入した．その結果，得られた知見を以下に示す．

- DEM 解析より，底面境界の影響は底面から粒子約 5 個分の厚さの領域に現れることが確認された．
- 極性流体理論モデルでは，粗面にディリクレ境界条件，滑面に Navier すべり境界条件を適用することで，いずれの場合も定常状態を良好に再現できた．

今後は，2 次元流れへ拡張して数値計算を行っていく．

参考文献

1) A Cemal Eringen. Theory of micropolar fluids. *Journal of mathematics and Mechanics*, pp. 1–18, 1966.
2) P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete model for granular assemblies. *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–65, 1979.
3) 加納純也, 下坂厚子, 日高重助. 流動粒子群の構成関係に関する一考察. 粉体工学会誌, Vol. 33, No. 2, pp. 95–101, 1996.
4) Teng Wang, Lu Jing, CY Kwok, Yuri D Sobral, Thomas Weinhart, and Anthony R Thornton. Basal layer of granular flow down smooth and rough inclines: kinematics, slip laws and rheology. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 1025, p. A27, 2025.
5) 横田直孝, 岩井裕正, 内藤直人. 極性流体理論および個別要素法解析に基づいた粒状体流れの定常状態の数値解析. 土木学会論文集, Vol. 82, No. 15, pp. 25–15025, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Rheological Characterization of Fines-Enriched Atami Debris-Flow Source Material (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
Takeshi KODAKA, Meijo University
E-mail: chowdhury.fazlul.fn@u.tsukuba.ac.jp

The rheological behavior of debris-flow source materials is influenced by solid concentration and fines content, yet laboratory-constrained parameters remain limited for field-relevant conditions. In this study Rotational viscometry was conducted on fines-enriched sand–silt–clay mixtures derived from the < 425 μm fraction of debris-flow source material. Mixtures contained 50%, 65%, and 80% fines at water contents of 50–60%, corresponding to volumetric solid fraction C_v= 0.386-0.430. All tested mixtures exhibit non-Newtonian behavior with pronounced shear-thinning response. Yield stress determined from Herschel–Bulkley and Bingham model fitting ranges from 6.8 Pa to 133.3 Pa across the tested compositions and concentration interval. Despite the relatively narrow C_v range, yield resistance increases markedly with increasing C_v. Mixtures with lower fines content show greater sensitivity to changes in volumetric solid fraction (C_v), whereas fines-enriched mixtures exhibit more moderate yield variation. These results indicate that both $C_v$and fines proportion control rheological behavior under debris-flow-relevant conditions and provide experimentally constrained parameters for debris-flow mobility analyses.

1 Introduction

Debris-flow mobility is governed by the rheological response of soil–water mixtures, which depends primarily on volumetric solid fraction and particle interactions. Experimental studies demonstrate that yield stress increases strongly with solid concentration and that mechanical transitions may occur within concentration ranges relevant to natural debris flows (Sosio & Crosta[1], Jeong et al.[2]). Despite these findings, laboratory-constrained evaluation of sand–silt–clay mixtures within narrow, field-relevant concentration intervals remains limited.

This study investigates the rheological behavior of fines-enriched sand–silt–clay mixtures derived from the <425 μm fraction of material collected from the collapse area of the 2021 Atami debris flow. Laboratory mixtures containing 50%, 65%, and 80% fines (silt + clay fraction) were prepared at water contents corresponding to solid volume fractions $C_v = 0.386–0.430$. The objective is to quantify shear stress–shear rate behavior, determine yield stress, and evaluate its dependence on solid volume fraction within this concentration range.

2 Materials and Experimental Methods

2.1 Material description

The tested material was collected from the remaining embankment on the southern slope of the 2021 Atami debris flow source valley, which remained intact after the collapse. The particle-size distribution consists of 14.9% (0.425–1 mm), 8.7% (0.25–0.425 mm), 12.7% (0.15–0.25 mm), 6.2% (0.106–0.15 mm), 3.3% (0.075–0.106 mm), and 20.0% fines (<0.075 mm). Including the coarse fraction greater than 1 mm (34.2%), the material contains 45.8% sand (0.075–1 mm) and 20.0% fines (<0.075 mm), with the remaining 34.2% comprising particles larger than 1 mm. The soil index properties are summarized in Table 1.

2.2 Testing procedure

Rheological measurements were conducted using a rotational viscometer (Atago Visco B 695) equipped with a concentric-cylinder system (Table 2). Samples were pre-sheared at 30 rpm to minimize structural history effects (Barnes, 1997), followed by stepwise shear over approximately 1–60 s^{-1} (5–250 rpm). Steady shear stress was recorded at each step, and yield stress was obtained from fitting the shear stress–shear rate data to constitutive models.

Table 1 Index properties of testing material

Property	Index parameter	Value
Specific gravity	G_s	2.62
Atterberg limits	Liquid limit, LL(%)	41
	Plastic limit, PL(%)	30
	Plasticity index, PI(%)	11
Soil Classification (USCS)	ML	

Table 2 Geometrical parameters of measuring system

Parameter	Definition	Value
Gap distance	$\Delta = R_c - R_s$(mm)	7.5
Gap ratio	$\delta = R_c/R_s$	2.9
Radius ratio	$r = 1/\delta$	0.33
Maximum particle size	$d_{max} = \Delta/10$(mm)	0.75

Note: R_c= radius of standard beaker, R_s= radius of spindle.

2.3 Volumetric solid fraction

The volumetric solid fraction $C_v$was determined from measured water content assuming a two-phase soil–water system with incompressible constituents. Water content is defined as $w = M_w/M_s$, where M_w and M_s denote the mass of water and solids, respectively. Using the standard mass–volume relationship and the specific gravity of solids G_s, the volumetric solid fraction is expressed as $C_v = 1/(1 + wG_s)$ with $G_s = 2.62$, the tested water contents of 50–60% correspond to $C_v = 0.430$ (50%), 0.407 (55%), and 0.386 (60%). This range defines the concentration interval investigated in the rheological analysis.

2.4 Shear rate calculation

Shear rate was evaluated using the concentric-cylinder (Couette) formulation appropriate for rotational viscometry. Angular velocity ω was calculated from the rotational speed N(rpm) as $\omega = 2\pi N/60$. For a concentric-cylinder system, with R_s and R_c denoted as the spindle and cup radii, the general shear-rate expression $\dot{\gamma}$, is given as

$$\dot{\gamma} = \frac{2\omega R_c^2}{R_c^2 - R_s^2} \qquad (1)$$

3 Results and Discussion

3.1 Flow curves and Bingham fits

Fig. 1 shows the shear stress–shear rate relationships for the eight mixtures with Bingham fits, where W and F denote water content and fines percentage, respectively. Apparent yield stresses range

from 6.3 to 133.3 Pa despite the narrow concentration interval. The Bingham fits yield coefficients of determination of $R^2 =$ 0.77–0.94, indicating that the model provides a reasonable first-order approximation of the observed viscoplastic behavior. Higher R^2 values from power-law fitting (0.91– 0.98) confirm measurable shear-thinning, particularly in fines-enriched mixtures. Within $C_v = 0.386$–0.430, yield stress varies by more than one order of magnitude, with sand-rich mixtures showing stronger concentration sensitivity than fines-enriched mixtures.

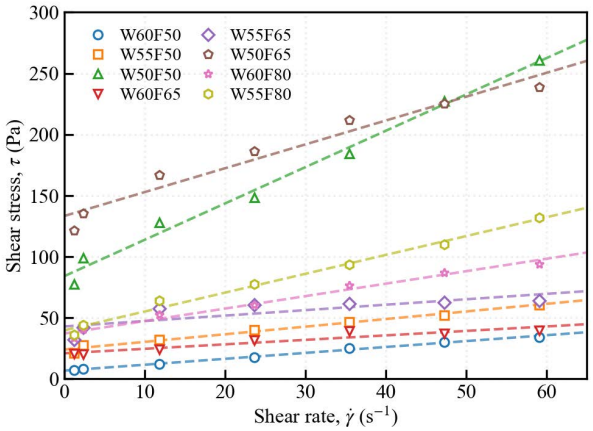


Fig. 1 Shear stress- shear rate relationship with Bingham fitting.

3.2 Stress dependence on volumetric solid fraction

Fig. 2 shows the variation of yield stress with volumetric solid fraction together with the exponential regression fit. A clear exponential dependence is observed, which can be expressed as

$$\tau_y = \alpha \cdot 10^{\beta C_v} \quad (2)$$

Fitting this relationship to the experimental dataset yields a concentration coefficient of β = 17.8 (R^2 = 0.901), indicating strong sensitivity of yield stress to changes in solid fraction. The magnitude of β implies that a 0.01 increase in C_v results in approximately a 50% increase in yield stress within the tested range. Across $C_v = 0.386$–0.430, yield stress increases from approximately 6 Pa to over 100 Pa, corresponding to more than one order of magnitude variation. This pronounced concentration dependence exceeds values reported for typical clays and soils (β ≈ 7–10; Zarch et al.[4]), suggesting enhanced mechanical sensitivity of the tested material to modest changes in water content. Such concentration sensitivity implies that small changes in water content may substantially modify mixture resistance under field conditions. The July 2021 Atami event was preceded by approximately 589 mm of rainfall (Shizuoka Prefecture, 2021[5]), illustrating how hydrological variation may induce substantial reductions in mechanical resistance.

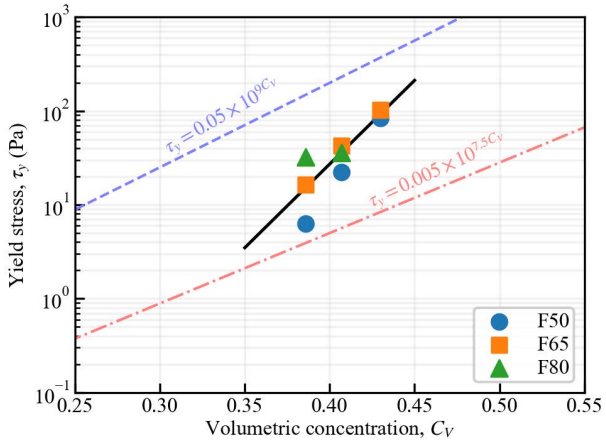


Fig. 2 Yield stress as a function of volumetric solid fraction.

3.3 Apparent viscosity and shear-thinning behavior

Fig. 3 shows the apparent viscosity as a function of shear rate. All mixtures exhibit shear-thinning behavior, with viscosity decreasing systematically as shear rate increases. The greatest separation among mixtures occurs at low shear rates (≤ 5 s^{-1}), where structural resistance dominates and viscosity varies by more than one order of magnitude. At higher shear rates, the curves converge, indicating progressive breakdown of particle networks. Sand-rich mixtures show stronger viscosity amplification with increasing solid fraction, consistent with the yield– C_v trends. This rate-dependent reduction in viscosity implies that assuming constant viscosity may underestimate mobility in debris-flow modeling.

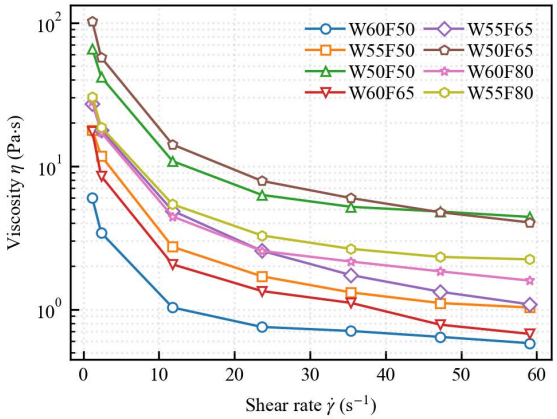


Fig. 3 Apparent viscosity versus shear rate.

4 Conclusions

Rotational rheometry of sand–silt–clay mixtures at water contents of 50–60%, ($C_v = 0.386$–0.430) demonstrates strong concentration dependent viscoplastic behavior. Bingham fitting yields apparent yield stresses of approximately 6–133.3 Pa within this narrow C_v interval. Yield stress increases exponentially with solid volume fraction (β = 17.8, R^2 = 0.901), indicating high mechanical sensitivity to small concentration changes. All mixtures exhibit shear-thinning behavior, with viscosity decreasing systematically with shear rate. Within the tested interval, a 0.01 increase in C_v corresponds to approximately a 1.5-fold increase in yield stress, underscoring exponential sensitivity of resistance. These findings, limited to the investigated concentration range and fines-enriched mixtures, confirm that volumetric concentration is the primary control on matrix resistance and should be explicitly considered in debris-flow rheological modeling.

References

1) Sosio, R., & Crosta, G.B.: Rheology of concentrated granular suspensions and implications for debris flows. Eng. Geol., 109, 81–92, 2009

2) Jeong, S. W., Lee, S., Oh, H.J, et al. Determining the debris flow yield strength of weathered soils: a case study of the Miryang debris flow in the Republic of Korea. Sci Rep 14, 20975, 2024

3) Barnes, H. A.: Thixotropy — a review. J. non-Newton. Fluid Mech., 70, 1–33, 1997

4) Zach, K. M., Zhang, L., Haeri, S. M., and He, J.: Classic, modern, and physics-based rheological laws for geophysical granular flows in landslide hazard chain. Earth-Science Reviews, 269, 105204, 2025

5) Shizuoka Prefecture. Geotechnical Investigation Results (Preliminary Report) on the Atami City Izusan District Debris Flow. River and Sabo Bureau, Shizuoka, Japan, 2021.

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 16:00 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (3)

座長:山川 優樹(東北大学)

14:45 ~ 15:00

[24011] 組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

*外山 翔吾[1]、高 子蒙[1]、小林 俊一[1] (1. 金沢大学)

15:00 ~ 15:15

[24012] *u-w-p* formulationに基づく土構造物～地盤系における液状化対策工法としてのグラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

*豊田 智大[1]、蜂須賀 有哉[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

15:15 ~ 15:30

[24013] 弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

*清水 紫媛[1]、藤澤 和謙[1]、シャルマ ヴィカス[1]、竹中 一真[1] (1. 京都大学)

15:30 ~ 15:45

[24014] 鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

*山栗 祐樹[1]、鹿倉 瑠斗[2]、小林 俊一[3]、西岡 英俊[1] (1. 中央大学、2. 中央大学大学院、3. 金沢大学)

15:45 ~ 16:00

[24015] 上下負荷面摩擦モデルを搭載する動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

*安池 亮[1]、豊田 智大[1]、野田 利弘[1] (1. 名古屋大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

組合せ荷重を受ける円形基礎の支持特性について（シンポジウム講演概要）

Bearing Capacity of a Circular Footing Subject to Combined Loads (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

外山　翔吾（金沢大・自然研）　高　子蒙（金沢大・自然研）　小林　俊一（金沢大・理工）
Shogo TOYAMA, Kanazawa University
Zimeng GAO, Kanazawa University
Shun-ichi KOBAYASHI, Kanazawa University
E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp

This study investigates the bearing capacity characteristics of a shallow circular footing using a three-dimensional rigid-plastic finite element method. Systematic analyses were conducted to examine the effects of load combinations. Owing to the geometric symmetry of a circular footing, the loads acting on the foundation can be represented by five degrees of freedom. The concept of the failure envelope for a two-dimensional strip footing was extended to evaluate the influence of these load combinations. The results show that, without torsion, the envelope forms a spheroidal surface, while the principal axes of the elliptical sections depend on the combination of horizontal load and moment. With torsion, the surface exhibits a twisted configuration depending on the vertical load level.

1. はじめに

ほぼすべての土木・建築構造物は地盤によって支持されており，地盤の支持力および安定性の適切な評価は地盤工学における最も基礎的かつ本質的な課題である．浅い基礎の支持力問題は古くから理論的研究の対象とされ，Terzaghi による極限支持力理論に代表される鉛直中心載荷問題に始まり，偏心載荷や傾斜載荷へと発展してきた．さらに，2 次元問題として扱われる帯基礎の支持特性は，鉛直荷重，水平荷重，モーメント荷重の計 3 自由度における組合せ載荷条件下での解析結果を支持力曲面として整理し，外力の相互作用を簡潔に表現できることが示されている．また近年では，ねじりの影響を考慮した 4 自由度の荷重空間における支持力問題も対象とされてきている．実務では，2 次元の Terzaghi の支持力式に形状係数や傾斜係数などを導入した拡張式が用いられている．

一方，実際の支持力問題は本質的には 3 次元であり，6 自由度の荷重条件への拡張や基礎形状の多様性により，解析条件は 2 次元問題に比べて著しく複雑となる．そのため，3 次元支持力問題においては，個別の数値解を求めるだけでなく，支持特性の全体像を体系的かつ簡潔に表現する手法の確立が重要となる．また，実務における拡張式では基礎形状に焦点が置かれる反面，外力の組合せへの考慮が不足しており，得られる支持特性が 3 次元支持力問題の本質的特性を適切に反映しているかについて議論の余地がある．

本研究では，もっとも単純な 3 次元形状である円形基礎を対象とし，組合せ荷重条件下における 3 次元支持特性について検討する．円形基礎は形状の対称性から，荷重自由度を 5 自由度に減らせるので，3 次元支持力問題の本質的特性を明らかにする上で適した対象である．また，従来の 2 次元支持力曲面の概念を拡張し，3 次元問題における支持特性の体系的表現方法についても考察する．

2. 解析手法

本研究では Drucker-Prager の破壊規準に従う水平地盤上の円形剛基礎の支持力問題を剛塑性有限要素法[1] により評価する．偏心荷重作用時の基礎と地盤の分離挙動に対応するため，制約条件として地盤材料の引張破壊条件を追加する．予備解析として，引張破壊条件に関する 2 つのモデル化，応力テンソルの第 1 不変量（平均応力）が圧縮側になる制約条件（I_1 制約）とゲルシュゴリン定理に基づく最大主応力が圧縮側となる制約条件（t 制約）を検討する．ここで，t は引張応力の許容上限を表す tension cutoff パラメータである．ここでは引張応力状態を許容しない条件を想定し，$I_1 \le 0$ あるいは $t = 0$ を課した．支持特性を荷重空間 $(V/V_m, H/V_m, M/BV_m)$ 内の支持力曲面として整理した結果を Fig.1 に示す．ここで，V, H, M はそれぞれ荷重の鉛直成分，水平成分およびモーメント成分を表し，また V_m は鉛直極限支持力，B は基礎幅を表す．支持力曲面の形状を比較すると，I_1 制約は t 制約に比べて支持力を大きく評価する傾向が確認された．特に鉛直荷重レベルが原点に近い領域において支持特性の差が顕著であり，I_1 制約では局所的な引張応力が許容され得るため，地盤の分離挙動を十分に反映できない可能性がある．以上の結果を踏まえ，以降の解析では引張応力を直接制限する t 制約を組み込んで支持特性を評価する．

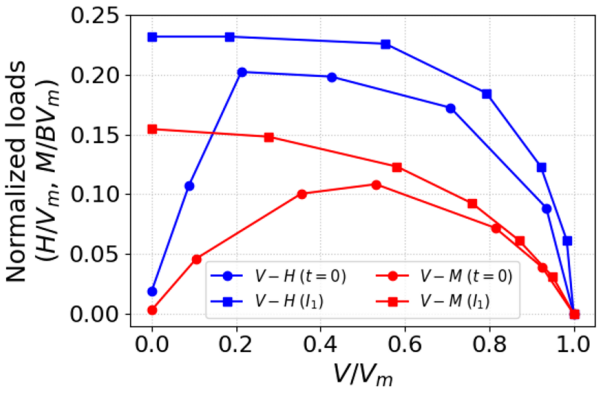


Fig. 1　Comparison of Failure Envelopes under $t = 0$ and I_1 Constraints ($\gamma = 16\,\mathrm{kN/m^3}$, $c = 1\,\mathrm{kPa}$, $\phi = 0°$)

3. 解析条件

3 次元の一般的な構造物における荷重空間は 6 自由度で

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表される．一方，円形基礎では，任意の方向に一定のモーメントが作用したとき，モーメントがゼロとなる AA′ 断面と水平荷重とのずれ角を θ と定義することで，計 5 自由度で表現できる．3 次元における面外の組合せ載荷は複雑であるため，本解析では右手系の一般化荷重空間を 3 次元に拡張して Fig.2 のように各荷重，パラメータの符号を定める．

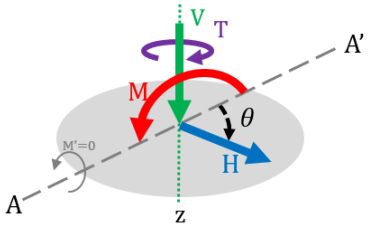


Fig. 2　Definition of generalized loads (V, H, M, T) and misalignment angle θ

数値解析では，半径 $R = 1$ m の円形基礎を対象に，平面寸法 20 m × 20 m，高さ 5 m の 3 次元地盤解析領域を設定した．有限要素による空間離散化には 20 節点 6 面体 2 次要素を用い，総節点数は 54357，要素数は 12960 とした．数値積分には各要素内に 2 × 2 × 2 の積分点を配置し，各要素 8 点の積分点で応力を評価した．境界条件として，側面にスライダー支点，底面に固定支点を与えた．AA′ 断面と水平荷重とのずれ角 θ は 0° から 180° まで 45° 刻みで変化させた．極限荷重は，荷重の鉛直成分およびモーメント成分を一定とした条件下で水平成分を最大化する場合，あるいは水平成分を一定とした条件下でモーメント成分を最大化する場合として求めた．解析結果を Fig.3 に示す無次元支持力曲面の V/V_m = constant 断面形状に着目して整理し，ずれ角 θ およびねじり荷重 T との相互作用が支持特性に及ぼす影響について議論する．

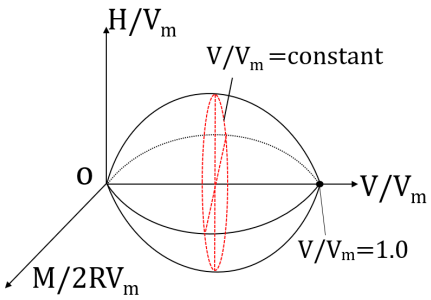


Fig. 3　Failure envelope

4.　解析結果

ここでは砂質地盤を想定し，単位体積重量を $\gamma = 16\,\mathrm{kN/m^3}$，粘着力を $c = 1$ kPa，内部摩擦角を $\phi = 30°$ とした場合の結果を示す．DP 破壊規準と MC 破壊規準の換算は内接条件（平面ひずみ試験によるパラメータ）を用いた．ねじり荷重がない場合は，Fig.4 に示すように，水平荷重 H とモーメント荷重 M の載荷方向のずれ角 θ に応じて，V/V_m 一定の断面形状は楕円となり，断面位置 V/V_m によらず長軸・短軸の方向が荷重空間の軸から一定値だけずれる．特に，面内組合せ載荷 ($\theta = 0°$) では，縦軸と長軸とのずれ角 ω が最も大きくなる．一方，$\theta = 90°$ では，$\omega = 0$ となり，横軸および縦軸に対して対称な楕円形状を示す．

さらに，各 V/V_m 一定断面において，一定のねじり荷重 T が作用した状態で同様の支持力解析を行い，断面形状の長軸・短軸の方向について整理した結果を Fig.5 に示す．ねじり荷重が作用すると，V/V_m 断面ごとに楕円の長軸・短軸の方向が変化することが確認できる．2 次元帯基礎やねじれ荷重が作用しない円形基礎の支持力曲面が，V 軸回りの回転楕円体形状で表現できるのに対し，ねじり荷重作用時には，回転楕円体がさらに V/V_m に沿ってねじれた形状となることが明らかになった．

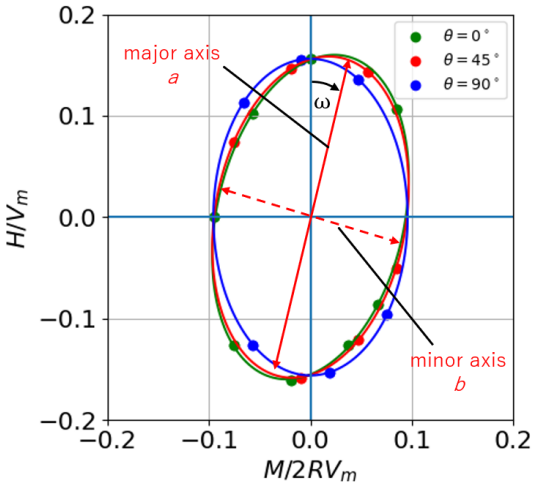


Fig. 4　Failure envelope in the M–H plane at $V/V_m = 1/2$

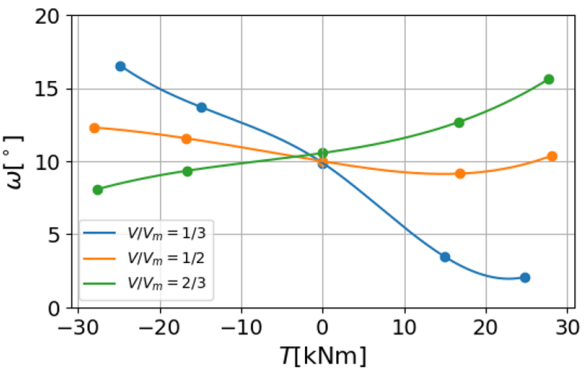


Fig. 5　T − ω relationship at each section for $\theta = 45°$

5.　おわりに

本研究では，砂質地盤上の剛な円形基礎の支持特性を把握するため剛塑性有限要素法[1] による系統的な数値実験を実施した．その結果，ねじり荷重が作用しない場合には支持力曲面は回転楕円体形状を示すが，楕円断面の長軸・短軸方向はモーメント荷重と水平荷重の組合せに依存して変化することが確認された．また，ねじり荷重が作用する場合には，支持力曲面は単純な回転楕円体では表現できず，鉛直荷重レベルに応じてねじれる形状を示すことが明らかとなった．

参考文献

1) Zimeng Gao, Shun-ichi Kobayashi, Yuki Yamakuri and Xi Xiong. A novel rigid-plastic finite element method for slope stability analysis incorporating tensile failure. 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

u-w-p formulation に基づく 土構造物～地盤系における液状化対策工法としての グラベルドレーン工の改良原理の解明（シンポジウム講演概要）

Elucidation of the improvement mechanism of the gravel drain method as a liquefaction countermeasure in soil structure-ground systems using the *u-w-p* formulation (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

豊田　智大（名大・工）　　蜂須賀　有哉（名大・工）　　野田　利弘（名大・工）
Tomohiro TOYODA, Nagoya University
Yuya HACHISUKA, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: toyoda@civil.nagoya-u.ac.jp

In this study, dynamic elasto-plastic analyses of a ground–soil structure system were conducted based on the *u-w-p* formulation. First, the permeabilities of both the drain and the liquefiable layer were varied to identify the effective range of permeability. Next, the effect of the replaced material was examined, demonstrating that selecting a stiffer material for gravel drain helps to reduce settlement.

1.　はじめに

2011 年東日本大震災以降，大規模地震に対する河川堤防の液状化対策工として「グラベルドレーン工法」が注目を集めているが，その有効な地震時変形予測手法は確立されていない [1]．著者らは，ドレーン工を有する砂地盤～盛土系の地震応答が，間隙水の動的浸透を考慮した *u-w-p* formulation（以下，単に *u-w-p* と記す）に基づく動的水～土連成解析 [2]でなければ適切に評価できないことを示してきた [3]．

本稿では，*u-w-p* に基づき，以下の 2 つの着眼点から，液状化対策工としてのグラベルドレーン工法の原理解明を目指す．

① 透水性の影響：基礎地盤とドレーン材の透水係数のコントラストに応じてドレーン工の効き方はどう変化するか？
　粘性土地盤における圧密促進工法としての「サンドドレーン」の場合，有効な透水係数の範囲が明確に整理されているが [4]，液状化対策工としての「グラベルドレーン」に対しては系統的に整理した知見は無い．本稿では，ドレーン材と周辺地盤の透水係数の組合せに応じたドレーンの効き方の変化を系統的に整理する．

② 置換材料の影響：周辺地盤と力学特性が異なる材料で置換したことの影響は？
　ドレーン工は，第一義的には地震時の過剰水圧消散を期待して導入されるが，置換材料の礫質土が周辺地盤と異なる力学特性を有することによる沈下低減効果も副次的に期待される．本稿では，既往研究で同定された複数種類の礫質土の材料定数を用いた解析結果の比較から，どのような力学的性質を有するドレーン材であれば，沈下抑制効果を期待できるかを明らかにする．

2.　透水性の影響に関する検討

2.1.　解析条件

【有限要素メッシュ・境界条件】土木研究所による剛土槽を用いた砂地盤～盛土系の 50G 遠心力模型実験 [1]を参考に，Fig. 1 に示す実規模の有限要素メッシュを作成した．模型底面および側面は非排水条件とした．

【入力地震動】入力波は模型実験に準拠し，新晩翠橋 NS 成分の地表面加速度の振幅を 0.8 倍したもの（Fig. 2，L2 地震動を想定，継続時間 240 sec，t=100sec 近傍で最大加速度 550gal 程度）を模型底面・側面に水平方向に入力した．

【材料定数・初期状態】本章では，透水性の影響のみに着目し，ドレーンと周辺地盤の力学特性の差異の影響を排するため，材料定数は模型全域で Table 1 の江戸崎砂の材料定数を与えた．透水係数は液状化層で k_L = 1.5×10^{-4}, 1.5×10^{-3}, 1.5×10^{-2} cm/s（シルト～砂相当）とし，ドレーン部では k_D = k_L ~ 1.5×10^{1} cm/s（礫相当）の範囲で変化させた．

2.2.　解析結果

地震終了時点（t = 240s）での天端中央における沈下量 ρ_0 を Fig. 3 に実線で示す．液状化層の透水係数が大きい場合（k_L = 1.50×10^{-2} cm/s, 緑線）では，ドレーンの透水係数 k_D = 10^{-1}~10^{1} cm/s の範囲で明確な S 字曲線を描く（部分排水効果）．すなわち，ドレーンの透水係数が大きくなるほど過剰水圧消散の促進により液状化層での有効応力減少・側方流動が抑制され沈下量が明確に低減される．事実，k_D = 1.50×10^{1} cm/s の

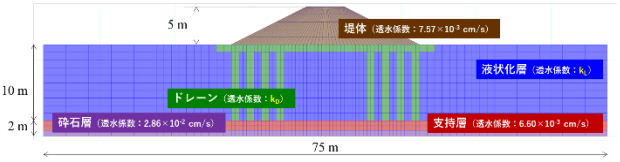


Fig. 1 Finite element mesh and material constitution.

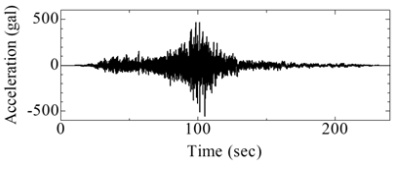
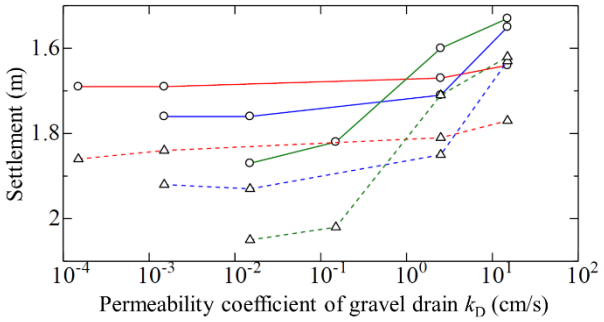


Fig. 2 Input wave.

Table 1 Material constants of the SYS Cam-clay model.

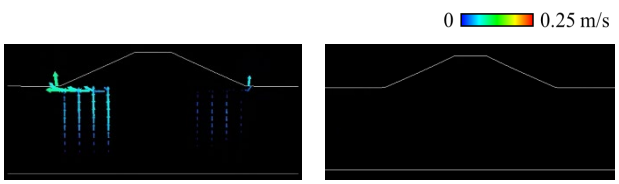
	江戸崎砂 (Case A)	宇部珪砂 1 号 (Case B)	能登栗石 (Case C)	PI 捨石 (Case D)
土粒子密度 ρ_s (g/cm³)	2.65	2.66	2.593	2.593
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.050	0.030	0.105	0.105
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012	0.015	0.005	0.0005
限界状態定数 M	1.20	1.00	1.700	1.70
正規圧密線の切片 N	1.98	1.89	1.895	1.895
ポアソン比 ν	0.30	0.30	0.300	0.30
正規圧密土化指数 m	0.080	0.040	1.200	0.12
構造劣化指数 a	1.00	1.00	2.000	2.000
回転硬化指数 b_r	3.50	3.50	1.000	1.000
回転硬化限界定数 m_b	0.70	1.00	0.001	0.001
初期過圧密比 $1/R_0$	分布	分布	分布	分布
初期構造の程度 $1/R_0^*$	2.00	1.00	1.00	1.00
初期土圧係数 K_0	0.60	0.60	0.60	0.60
初期間隙比 e_0	0.90	0.90	0.593	0.593

ケースでは, Fig. 4(a)のようにドレーン材を介して地震中に基礎地盤から排水を生じる様子が確認される. これに対し, 液状化層の透水係数が比較的小さい場合（$k_L = 1.50\times10^{-4}$ cm/s，赤線）では，明瞭な S 字カーブとならず，ドレーンの透水係数 k_D を大きくしてゆくことによる沈下低減効果は極めて限定的である．これは，如何にドレーンの透水係数を $k_D = 10^1$ cm/s 程度まで大きくしても，基礎地盤からの排水をほとんど生じず（Fig. 4(b)），液状化が抑制されないことによる．なお，以上の傾向は，地震終了後十分に時間が経過した後の沈下量 ρ_f（Fig. 3，破線）でも同様に確認されるが，液状化層の透水係数が大きい場合（$k_L = 1.50\times10^{-2}$ cm/s）には，地震終了以降の圧密沈下量 $\rho_f-\rho_0$ は，k_D が大きくなるほど小さくなっている．これは，k_D が大きいケースでは，地震終了時点で既に過剰水圧消散が概ね完了していることによる．



Permeability coefficient of liquefiable layer k_L (cm/s)	Settlement	
	ρ_0 (t = 240 sec)	ρ_f (final)
1.50×10^{-2} cm/s	——○——	----△----
1.50×10^{-3} cm/s	——○——	----△----
1.50×10^{-4} cm/s	——○——	----△----

Fig. 3 Settlement at the center of embankment top.



(a) $k_L = 1.50\times10^{-2}$ cm/s　(b) $k_L = 1.50\times10^{-4}$ cm/s

Fig. 4 Distribution of averaged relative flow rate of pore water (around t = 111 s, $k_D = 1.50\times10^1$ cm/s).

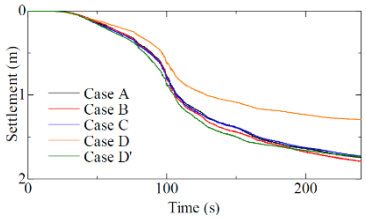


Fig. 5 Settlement – Time curve during earthquake.

3. 置換材料の影響に関する検討

透水係数は模型実験 [1]に準拠し（液状化層：$k_L = 1.50\times10^{-2}$ cm/s，ドレーン部礫質土：$k_G = 2.50\times10^0$ cm/s），ドレーン部の材料定数として Table 1 の江戸崎砂（Case A，周辺地盤と同一），または 3 種類の礫質土（Case B~D）を設定した場合の地震中の沈下～時間関係を Fig. 4 に示す．膨潤指数$\tilde{\kappa}$の値が他材料に較べ明確に小さい Case D のみ，置換材料の影響のない Case A に対し 25%程度の沈下低減効果が確認された．さらに Case D の膨潤指数のみを Case B に統一した Case D'では有意な沈下低減が認められなかった．以上より，置換材料による強度増加が期待できるのは膨潤指数$\tilde{\kappa}$が大きい（弾性剛性の大きい）礫質土であることを確認した．一方，紙幅の都合上割愛するが，礫質土の間隙比（ドレーン材の締固めの程度）の影響は限定的であった．

4. 結論

土構造物～地盤系の ***u-w-p*** 動的変形解析により，(1)グラベルドレーンは透水係数 10^{-2} cm/s 程度の地盤であれば（ドレーンの透水係数 10^{-1}～10^1 cm/s の範囲で）十分に効くが，周辺地盤の透水係数が 10^{-4} cm/s 程度と小さければほとんど効かないこと，(2)弾性的に硬い（膨潤指数が小さい）ドレーン材を採用すれば，ドレーン材の透水性と剛性の相乗効果で，更なる沈下抑制が期待できることを示した．

謝辞

（一財）国土技術研究センターの「河川堤防耐震対策高度化研究会」を通じて，土木研究所石原上席研究員から資料 [5]記載データおよび礫質土の要素試験データ（Case B）をご提供いただいた．また，科学研究費補助金（若手研究：課題番号 25K17682）の補助を受けた．

参考文献

1) 青柳悠大，田川央，石原雅規，佐々木哲也: 河川堤防の地震時変形とグラベルドレーン工法を施した液状化地盤内の過剰間隙水圧分布に着目した遠心力模型実験，第 56 回地盤工学研究発表会, 12-6-3-05, 2021.
2) T. Toyoda and T. Noda: Development and verification of a soil–water coupled finite deformation analysis based on ***u–w–p*** formulation with fluid convective nonlinearity, Soils and Foundations, 59(4), pp.888-904, 2019.
3) 豊田智大，野田利弘: ドレーン工を有する砂地盤～盛土系の地震応答解析における ***u-w-p*** formulation の優位性，第 59 回地盤工学研究会, 24-10-3-06, 2024.
4) A. Asaoka, M. Nakano, G.S.K. Fernando and M. Nozu: Mass Permeability Concept in the Analysis of Treated Ground with Sand Drains, Soils and Foundations, 35(3), pp.43-53, 1995.
5) 国土技術研究センター (2002): 河川堤防の地震時変形量の解析手法, JICE 資料第 102001 号, A1-A2.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

弾完全塑性地震応答解析における数値分散誤差の影響と減衰係数の決定方法について（シンポジウム講演概要）

Influence of Numerical Dispersion Error on Elasto-Perfectly Plastic Dynamic Response Analysis and Determination of Damping Coefficient (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

清水　紫媛（京都大学農学研究科）　藤澤　和謙（京都大学農学研究科）
シャルマ　ヴィカス（京都大学農学研究科）　竹中　一真（京都大学農学研究科）
Shion Shimizu, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
Kazunori Fujisawa, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
Sharma Vikas, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
Kazuma Takenaka, Graduate School of Agriculture, Kyoto University
E-mail: shimizu.shion.23z@st.kyoto-u.ac.jp

This study investigates the over- and underestimation of accelerations that arise in dynamic elasto-perfectly-plastic analysis of dams using finite element method (FEM). A one-dimensional model, consisting of a foundation and an dam body, is considered. The nondimensionalized shear wave equation is solved by FEM and Newmark-β method. The numerical dispersion errors introduced by this discretization is examined in advance through the relative phase speed error. Based on the pre-evaluated error, the mechanism of numerical oscillations, which cause the overestimation of accelerations, is elucidated with showing the results of numerical experiments. Finally, the discussion of stiffness-proportional damping to suppress the numerical oscillations is presented.

1. はじめに

ため池や農業用ダムといった農業用水利施設を対象に，レベル 2 地震動を想定した地震応答解析が継続的に実施されている．近年，構造物の応答が弾性限界を上回る際に生じる塑性変形量を，地震応答と共に一貫して評価できる弾塑性地震応答解析の活用が期待されている．

弾塑性地震応答解析を解く際には，一般的に有限要素法（以下 FEM）と Newmark-β 法に代表される時間積分法が用いられる．これら空間と時間の離散化によって，数値解に生じる数値誤差は実際とは異なる応答結果を招き，耐震性評価の信頼性を損う可能性がある．また弾塑性解析では，その非線形性によって弾性波解析では現れなかった数値誤差の発生が予想されるため，数値モデルが有す離散化誤差とその数値解への影響を整理することが重要となる．

本論では波動解析で特に重要となる数値分散誤差に着目し，弾完全塑性動的応答解析におけるその影響について調査する．簡単のため堤体（弾完全塑性）と基礎地盤（弾性）を模した一次元モデルにおけるせん断波応答を，FEM と Newmark-β 法によって離散化した時を対象とする．数値解に現われる数値振動の発生メカニズムを数値分散誤差の観点から説明し，またそれを踏まえて数値振動を抑制する剛性比例減衰の設定方法について考察を加える．

2. 一次元モデルと支配方程式の無次元化

基礎地盤上にダム堤体が存在するモデルを想定する (図 1)．今回は数値誤差の影響を議論するため，図 1 の破線領域に当たる一次元モデルを考える．ここで H_d は堤高，H_f は考慮する基礎地盤の深さ，$H = H_d + H_f$ である．また堤体内と基礎内ではそれぞれ物性が一様であると仮定する．この一次元モデルを伝播するせん断波を，以下のような無次元化された運動方程式により考える．

$$\bar{\rho}\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} - \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}} = 0,\ \bar{x} = \frac{x}{H_d}, \bar{t} = \frac{V_d t}{H_d}, \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_d}, \bar{v} = \frac{v}{V_d}, \bar{\tau} = \frac{\tau}{G_d} \quad (1)$$

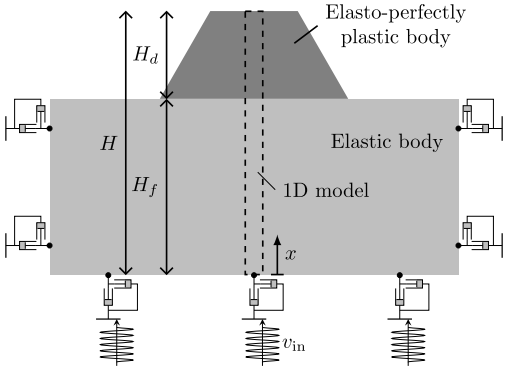


Fig. 1　Foundation-Dam model

ここで ¯ 付きは無次元化を表し，ρ，v，V，τ，G はそれぞれ密度，速度，弾性せん断波速度，せん断応力，せん断弾性係数である．下付添字 d はその変数が堤体のものであることを指す．式 (1) を FEM と Newmark-β 法により離散化する．弾完全塑性体である堤体に対してはさらに降伏応力を設定する必要がある．本論では Mohr-Coulomb の破壊基準に基づいて，堤体底面部での降伏応力を代表値として採用し無次元化した．

3. 数値モデルが有す数値分散誤差

波動解析の数値解では，波の伝播速度のずれが観測される（数値分散誤差）．この数値誤差は，時間と空間の離散化に起因し，数値振動を引き起こす．Eq. (1) は弾性変形を仮定すれば，波速を $c = V$ とした一次元波動方程式に相当する．線形有限要素と Newmark-β 法 ($\gamma = 1/2, \beta = 1/4$) を使用した際に発生する分散誤差を事前評価し，[1] 相対誤差 (RPSE) を図 2 に示す．x 軸，y 軸は，それぞれある波の周期 T と波長 λ に対する，要素幅 Δx と時間分割幅 Δt の比となる．RPSE の正 (負) は，厳密な波と比較した際に数値波

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

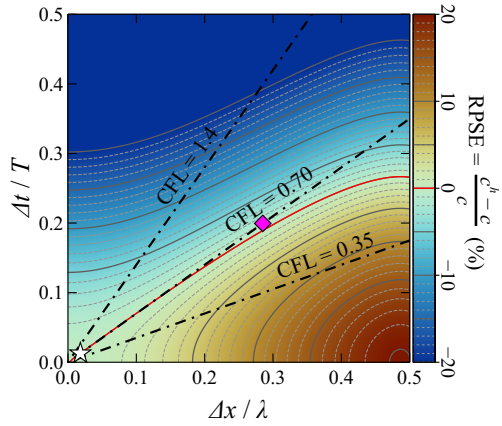


Fig. 2 Relative phase speed error for linear FEM and Newmark-β method

が速く (遅く) 伝わること意味する．同図から Δx と Δt の組合せによって，ある波の伝播速度は大きく変化することが分かる．また CFL(:= $c\Delta t/\Delta x$) 数が 0.7 付近となるように設定すると，低周波領域ではほぼ分散誤差のない解析ができる (RPSE ≈ 0).

4. 正弦波入力波に対する加速度応答

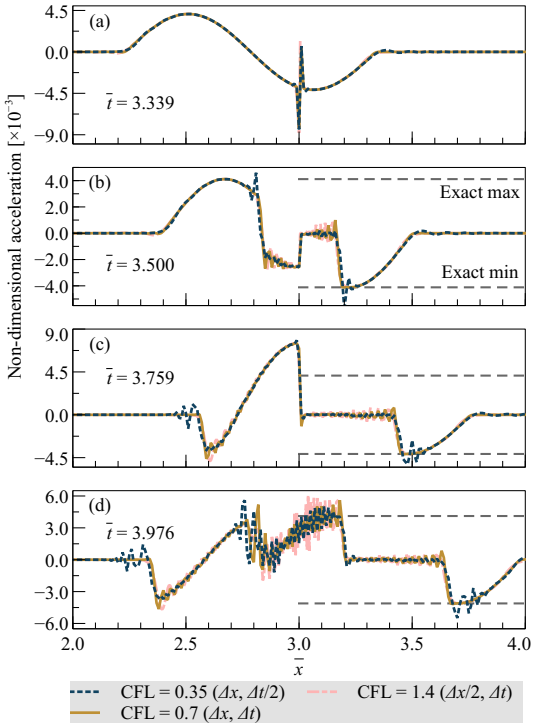


Fig. 3 Nondimensional acceleration fields calculated by FEM and Newmark-β method

周期が 0.1 s，最大振幅が 8.0π m/s^2 である正弦波加速度を基礎底面より一周期分入力し解析した．$H_d = H_f/3 = 50$ m とした．堤体の降伏応力は粘着力なし，内部摩擦角 30 度により設定し，$\bar{\rho}$ と $\bar{G}$ は簡単のため 1 とした．CFL 数が 0.70 となる，無次元分割幅 $\Delta\bar{x} = 1.0\times10^{-2}$，$\Delta\bar{t} = 7.0\times10^{-3}$ を基準とし，それぞれ一方を半分にすることで複数の CFL 数における結果を比較した．

図 3 に，堤体底面での降伏発生直後 (a) から降伏中 (b)，降伏終了時 (c)，降伏後 (d)，4 つの段階における加速度分布を示す．どの CFL 数においても降伏に伴うパルス状の加速度の発生後に数値振動が顕著になる．このパルス状の加速度は入力波には有意に含まれない高周波成分を有す．図 2 から分かるように，高周波成分の分散誤差は一般的に大きくなる．これ降伏後に数値振動が卓越する原因である．実際数値振動の現れ方に着目すると，CFL 数が 0.7, 1.4 の時には主に波頭後方で，CFL 数が 0.35 の時には波頭前方でも数値振動がそれぞれ目立つ．これは図 2 において，それぞれの CFL 数が高周波領域で負 (CFL = 0.7, 1.4), 正 (CFL = 0.35) を有すことと対応している．また同図より数値振動の発生によって堤体内では，厳密解よりも大きな加速度が伝わることが分かる (図 4 の灰色破線を参照).

5. 分散誤差を基にした剛性比例減衰係数の設定

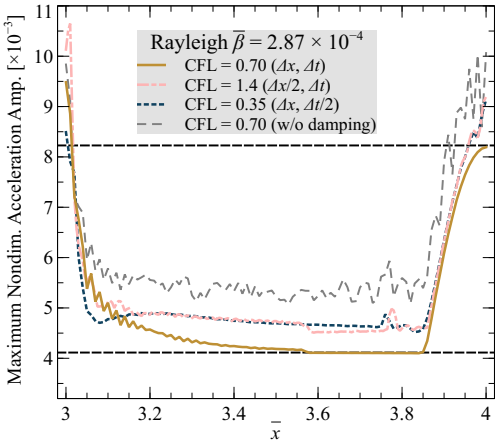


Fig. 4 Maximum absolute nondimensional acceleration observed in the dam

前節で確認したような数値振動への対抗策として，Rayleigh 減衰に基づいた減衰項を導入することが一般的である．本論では，剛性比例減衰によって数値振動を取り除くことを検討した．

上記で明らかにしたように，数値振動の原因は高周波成分が有する大きな数値分散誤差である．そこで詳細は割愛するが本論では，まず CFL 数が 0.7 のケースにおいて分散誤差 (RPSE) が −1%となる周波数 (図 2 の ◇) を基準とし求めた．次にこの基準値を有す波が，天端に到達するまでに十分に減衰される剛性比例減衰係数を設定した．

設定した減衰係数を用いて同様の解析を行った際に，堤体内で観測された絶対無次元最大加速度を図 4 に示す．同図には減衰なしの結果 (前節参照) と同じ減衰係数で CFL 数を変化させた際の結果も示している．この図から CFL 数が 0.7 においては設定した減衰が有効に作用し，天端付近では厳密解と一致する加速度が得られている．その一方，CFL 数が異なる時には同じ減衰係数を用いても，数値振動を完全に取り除くことはできず加速度を過大評価している．

参考文献

1) S-B. Kwon, K-J. Bathe and G. Noh: An analysis of implicit time integration schemes for wave propagations, Comput. Struct., 230, 106188, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鋼矢板併用型直接基礎に対する剛塑性有限要素解析の妥当性（シンポジウム講演概要）

Validation of Rigid Plastic Finite Element Analysis for Spread Foundation combined with Sheet piles (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

山栗　祐樹（中央大・理工）　鹿倉　瑠斗（中央大学大学院・理工）　小林　俊一（金沢大・理工）
西岡　英俊（中央大・理工）
Yuki Yamakuri, Chuo University
Ryuto Shikakura, Chuo University Graduate School
Shun-ichi Kobayashi, Kanazawa University
Hidetoshi Nishioka, Chuo University
E-mail: yyamakuri340@g.chuo-u.ac.jp

The rigid–plastic finite element method (RPFEM) is a numerical analysis method that enables direct evaluation of the ultimate limit state of the ground. In this study, RPFEM was used to conduct a reproduction analysis of two-dimensional model experiments on a spread foundation combined with sheet piles. The results demonstrated that the model experiments can be reproduced by incorporating the bending strength of the sheet piles and, the interaction between the ground and the sheet piles.

１．はじめに

鋼矢板併用型直接基礎（以下，SP 基礎と記す）とは，直接基礎のフーチングの掘削に用いた仮土留め用の鋼矢板（以下，SP と記す）を用いた複合基礎形式である [1]．直接基礎よりも適用できる地盤条件が広く，高い支持力や耐震性を有している．

SP 基礎を建設する際には，直接基礎と同様，極限支持力を適切に評価することが重要である．そこで著者らは，地盤の終局限界状態を直接評価できる剛塑性有限要素法（RPFEM）に着目し，SP 基礎の支持力を評価するためのモデル化について検討してきた [2]．しかし，数値実験による検証にとどまっており，模型実験等の比較による RPFEM の妥当性については検討していない．

そこで本研究では，アルミ棒積層体を用いた二次元模型実験とその再現解析を実施し，RPFEM の適用性について検討した結果を報告する．

２．実験概要

本研究で用いた実験装置を Fig. 1 に示す．土槽には，長さ 150 mm のアルミ棒を幅 1000 mm，高さ 250 mm に積み上げたアルミ棒積層体を用いた．アルミ棒は直径 1.5 mm, 2.0 mm, 3.0 mm を重量比 1:1:1 で混合し，地盤を作製する際には，過度な突き固めは行わず，単位体積重量γは 21.2 kN/m^3 程度であった．Terzaghi の支持力公式から内部摩擦角を逆算した結果，$\phi = 27.8$ 度と推定された．

直接基礎模型（以下，基礎と記す）は，幅 $B = 100$ mm で，重量は約 24.3 N である．模型 SP は，SP の相似則として曲げ剛性βL に着目し，III 型鋼矢板を想定した板厚 0.5 mm のばね用リン青銅板（C5210, $EI = 1.14 \times 10^5$ N・mm^2）を用いた．抑え板を用いて，基礎側面に模型 SP をねじ止めすることで，SP 基礎を作製した．

荷重の載荷については，2 mm 径のワイヤーを用いて，基礎の前面と背面の変位がほぼ同一となるように載荷試験を行った [3]．ワイヤーは，土槽下に取り付けた滑車を介してジャッキに取り付けた．ジャッキを変位制御により上昇させることで，引張力による載荷を行った．

変位の計測については，レーザー変位計を用いて基礎の鉛直変位を，ワイヤー式変位計を用いて基礎の水平変位を計測した．荷重を計測するために，基礎底面と左右側面の各面に，受圧板を介して二方向ロードセルを 2 個ずつ（計 6 個）取り付けた．底面に設置したロードセルで基礎底面の地盤反力を，左右側面に設置したロードセルで SP の断面力を計測した．

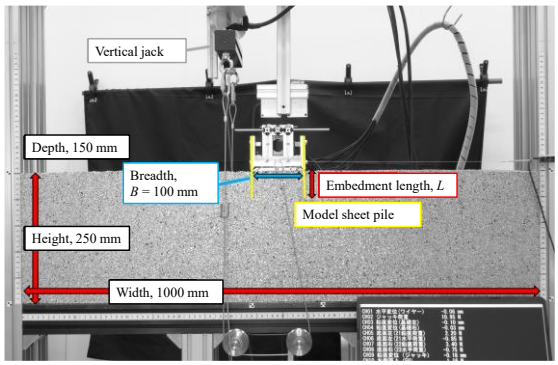


Fig. 1 Experimental apparatus.

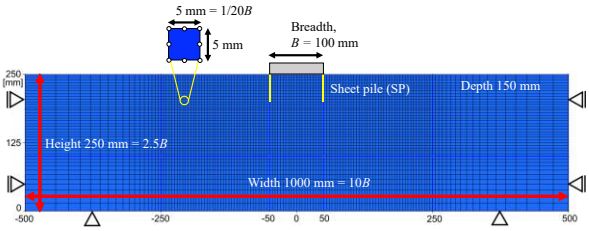


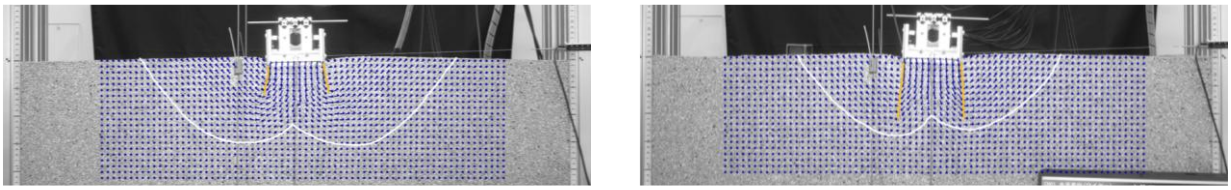
Fig. 2 Finite element mesh and boundary conditions.

３．数値解析手法

剛塑性有限要素法（RPFEM）は，有限要素による空間離散化と極限定理に基づく最適化問題を組み合わせた，剛塑性境界値問題を解く数値解析手法である．材料を剛完全塑性体と仮定するため，必要な材料パラメータ（c, ϕ, γのみ）が少なく，終局限界状態（崩壊荷重と破壊モード）を直接求めることができる．

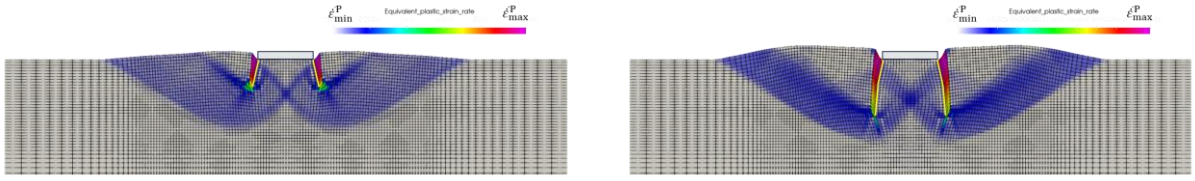
下界法に基づき RPFEM を定式化する．また，直接基礎と SP をモデル化するために，地盤メッシュの節点変位速度場に対して線形制約条件（2 点間の距離不変条件と 3 点間の曲率不変条件）を課した [2]．さらに，SP の曲げ破壊を表現するために，曲率不変条件に対する変形拘束力につい

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) $L/B = 0.5$ (b) $L/B = 1.0$

Fig. 4 Image analysis results.



(a) $L/B = 0.5$, $M_m = 340.6$ N・mm (b) $L/B = 1.0$, $M_m = 469.4$ N・mm

Fig. 5 Failure modes obtained from RPFEM (Both-sides weak layers).

Table 1 Ultimate bearing capacity.

Embedment ratio, L/B	RPFEM				Experimental
	Without weak layer, $M_m = \infty$	Without weak layer	One-sided weak layer	Both-sided weak layers	
0	191.6 N				160.0 N
0.5	551.8 N	391.7 N	358.6 N	341.7 N	353.2 N
1.0	858.3 N	530.3 N	420.7 N	350.9 N	383.9 N

て，両側不等式制約を与えた[2]．以上より，RPFEM は以下の非線形最適化問題として表される．

$$\text{Find } \max \alpha \tag{1a}$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\sigma} = \alpha\boldsymbol{\Gamma}_0 + \boldsymbol{\Gamma}_c + \boldsymbol{D}_d^T\boldsymbol{p} + \boldsymbol{D}_r^T\boldsymbol{q}_r + \boldsymbol{D}_s^T\boldsymbol{M}_s + \boldsymbol{D}_p^T\boldsymbol{q}_p \tag{1b}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}) \le \boldsymbol{0} \tag{1c}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{M}_s) \le \boldsymbol{0} \tag{1d}$$

紙面幅の都合上，各変数の説明は割愛するが，式(1a)は荷重係数の最大化，式(1b)は空間離散化した力の釣合い式の弱形式，式(1c)は地盤の破壊条件，式(1d)は SP の曲げ破壊に関する制約条件を示す．

本研究で用いた 3 次元の有限要素メッシュ（節点数：39,920，要素数：5,576）と境界条件を Fig. 2 に示す．解析対象領域は模型実験と同じ寸法であり，奥行き方向の分割数は 1 である．奥行き方向を拘束することで，平面ひずみ条件で 2 次元解析を実施した．

地盤材料の破壊規準には，Drucker-Prager モデルを使用し，材料パラメータは模型地盤に合わせて，$c = 0.01$ kN/m^2, $\phi = 27.8$ 度，$\gamma = 21.2$ kN/m^3 とした．SP の曲げ強度 M_m については，極限支持力時に側面ロードセルで計測された SP 上端（固定端）の曲げモーメントを与えた．また，SP と周辺地盤の間に生じるずれをモデル化するために，SP 表面の要素の内部摩擦角の値を下げた弱層を SP の外側または両側に配置した．弱層における内部摩擦角は，アルミ板～アルミ棒間での摩擦角に相当する値として $\phi = 14$ 度を用いた．

４．模型実験結果および数値解析結果

模型実験と RPFEM で得られた極限支持力を Table 1 に示す．模型実験結果について，SP を用いることにより，直接基礎よりも大きな極限支持力が得られることが分かる．また，根入れ比の増加とともに極限支持力もわずかに増大する傾向が確認できる．

数値解析結果でも，SP を用いることで極限支持力が増大することが分かる．しかし，$M_m = \infty$で弱層を配置しない場合（地盤と SP は完全固着）は，極限支持力を過大に評価していることが分かる．一方，M_m を考慮し，かつ SP 表面の弱層を配置することで，模型実験結果に近い極限支持力が得られたことが分かる．

画像解析結果を Fig. 4 に，RPFEM で求めた破壊モードを Fig. 5 にそれぞれ示す．画像解析結果より，$L/B = 0.5$ では，SP が基礎端部を起点にハの字型に開くのに対し，$L/B = 1.0$ では，根入れ深さ中央付近で，SP が開く様子が確認できる．この傾向は，RPFEM で求めた破壊モードにおいても確認できる．

以上より，SP の弾性的な変形が支配的なケースであっても，便宜的に SP を剛塑性体としてモデル化することで模型実験の再現ができたと言える．

５．おわりに

本研究では，SP 基礎の支持性能を評価するための数値解析手法として，剛塑性有限要素法（RPFEM）に着目し，アルミ棒積層体を用いた模型実験の再現解析を行うことで，RPFEM の妥当性を検証した．その結果，RPFEM の枠組みで SP の曲げ強度および，SP と周辺地盤の間に生じるずれを弱層としてモデル化することで模型実験結果を再現できることを確認した．

参考文献

1) H. Nishioka: Development of sheet pile foundation. IPA News Letter, 2(4), pp. 13-16, 2017.
2) Y. Yamakuri et al.: Bearing capacity analysis of a shallow foundation with sheet piles under inclined loads by rigid-plastic finite element method, Proceedings of the 3rd International Conference on Press-in Engineering 2024, pp.233-241, 2024.
3) 山栗祐樹ら：偏心荷重を受ける斜面上直接基礎に関する二次元模型実験，土木学会論文集，Vol. 82, No. 15, 25-15020, 2026.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

上下負荷面摩擦モデルを搭載する 動的微小変形弾性有限要素解析の開発（シンポジウム講演概要）

Development of Dynamic Infinitesimal Deformation Elastic Finite Element Analysis Incorporating Super/Subloading Surface Friction Model (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

安池　亮（名古屋大・工）　豊田　智大（名古屋大・工）　野田　利弘（名古屋大・工）
Ryo YASUIKE, Nagoya University
Tomohiro TOYODA, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: yasuike.ryo.z9@s.mail.nagoya-u.ac.jp

In this study, a dynamic deformation analysis considering boundary non-linearity was developed by incorporating the super/subloading surface friction model on a contact force boundary. The proposed analysis was applied to a compressional field of horizontally layered sediments. The results demonstrated capability to reproduce the non-uniform slip behavior along the décollement surface with the transient of contact force.

１．はじめに

固体変形解析における境界条件は，変位を既知とするDirichlet境界と荷重を既知とするNeumann境界条件のいずれかが二者択一で与えられる場合が大半である．例えば，供試体の変形問題や支持力問題においても，物体間の接触面は固定条件（変位一定），または摩擦なし条件／定応力条件（完全塑性すべり条件）が仮定されている．しかし，現実の接触面は，固着状態とすべり状態を連続的に遷移する「境界非線形性」を有しており，たとえ物体が微小変形弾性体であっても系全体では強非線形性を呈することとなる．

著者らはこれまで地盤力学における自然堆積土の軟化現象と，静止摩擦力から動摩擦力への強度低下過程にアナロジーを見出し，Ozaki et al.[1] の下負荷面摩擦モデルを拡張する形で新たな摩擦構成則（上下負荷面摩擦モデル）を開発してきた[2]．本モデルは，静止摩擦係数が動摩擦係数より大きい状態を接触面の「構造」（凝着作用）としてモデル化し，その発展則によってすべり状態と固着状態の連続的遷移を表現している．すなわち，静止摩擦力から動摩擦力への強度低下を接触面の塑性すべりに伴う凝着の喪失として，動摩擦力から静止摩擦力への強度増加を時間経過に伴う凝着の回復としてそれぞれモデル化している．本稿では，同モデルを速度型動的微小変形弾性解析の境界条件として導入することで摩擦を考慮可能な解析手法を開発するとともに，同手法を水平堆積層の圧縮場に適用し，断層面（デコルマ面）上の非一様かつ過渡的なすべり現象を端緒的に捉えられることを示す．

２．上下負荷面摩擦モデルを搭載した速度型動的微小変形弾性解析の要諦

本研究で用いた摩擦を考慮した速度型動的有限要素解析では，連続体の境界条件として新たに接触力境界を設定することで境界非線形性を考慮している(Fig. 1).

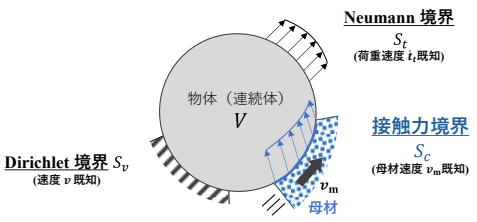


Fig. 1 Boundary condition considering contact force

本稿では，摩擦由来の境界非線形挙動のみに着目するため，本稿では物体の弾塑性（材料非線形）と有限変形（幾何学的非線形）を無視した動的微小変形弾性解析として定式化した．この場合，速度型運動方程式の弱形式は以下の通りである．

$$\int_V \rho\dot{\boldsymbol{v}}\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dV+\int_V \dot{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\,dV = \int_V \dot{\boldsymbol{b}}\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dV+\int_{S_t}\dot{\boldsymbol{t}}_t\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dS+\int_{S_c}\dot{\boldsymbol{f}}_c\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dS \tag{1}$$

ここに，ρは物体の密度，$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$は応力速度テンソル，$\dot{\boldsymbol{b}}$は単位体積あたりの物体力速度，$\dot{\boldsymbol{t}}_t$は既知の荷重速度，$\dot{\boldsymbol{f}}_c$は接触力境界上での接触応力速度を表している．$\boldsymbol{v}$は物体の変位速度，$\delta\boldsymbol{v}$は変位速度境界$S_v$上で$\delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$を満たす仮想変位速度，$\delta\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$は仮想ひずみ速度である．本研究では式(1)の右辺第3項に対して，上下負荷面摩擦モデルを適用し，定式化を行った．同モデルの詳細はToyoda et al.[2]に譲るが，接触力境界面上の接触応力速度$\{\dot{\boldsymbol{f}}_c\}$は次式で記述できる．

$$\{\dot{\boldsymbol{f}}_c\}=\begin{cases}[\mathbf{C}^{ep}]\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}+\mathrm{C}^c\{\boldsymbol{t}\} & \cdots \text{Loading}\\ [\mathbf{C}^{e}]\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\} & \cdots \text{Unloading}\end{cases} \tag{2}$$

ここに，$[\mathbf{C}^{ep}]$，$[\mathbf{C}^{e}]$，C^cは上下負荷面摩擦モデルに基づく接触力境界面上のマトリクスおよびスカラーであり，$\{\boldsymbol{t}\}$は接触力境界面における接単位ベクトルである．また，接触力境界面上の節点相対すべり速度$\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}$は未知の物体変位速度$\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}$と既知の母材変位速度$\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}$を用いて，$\{\overline{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}=\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}-\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}$と表される．したがって，式(1)を有限要素離散化した際の右辺第3項は次式で記述できる．

$$\int_{S_{c(e)}}\dot{\boldsymbol{f}}_c\cdot\delta\boldsymbol{v}\,dS = \begin{cases}\{\delta\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}^{\mathrm{T}}\displaystyle\int_{S_{c(e)}}\begin{Bmatrix}[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{ep}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}\\ -[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{ep}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}\\ +C^c[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}\{\boldsymbol{t}\}\end{Bmatrix}dS & \cdots \text{負荷}\\ \{\delta\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}^{\mathrm{T}}\displaystyle\int_{S_{c(e)}}\begin{Bmatrix}[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{e}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}\\ -[\widetilde{N}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{C}^{e}][\widetilde{N}]\{\widetilde{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}_{\mathrm{m}}\}\end{Bmatrix}dS & \cdots \text{除荷}\end{cases} \tag{3}$$

$[\widetilde{N}]$は有限要素法の形状関数マトリクスである．$\delta\boldsymbol{v}$の任意性を考慮し，アセンブリングすると，運動方程式の有限要素離散式は，次式で表現される．

$$M\{\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{N}}\}+(K-K_c)\{\boldsymbol{v}^{\mathrm{N}}\}=\{\dot{\boldsymbol{f}}^{0}\}+\{\dot{\boldsymbol{f}}^{\mathrm{c}}\} \tag{4}$$

ここに，$M,K,\{\dot{\boldsymbol{f}}^{0}\}$はそれぞれ縮約された全体質量マトリクス，全体剛性マトリクス，全体節点力速度ベクトルである．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，$K_c, \{\dot{f}^c\}$は上下負荷面摩擦モデル（式(3)）に基づくマトリクス，荷重速度ベクトルである．さらに，式(4)を躍度（加加速度）の線形性を仮定した Wilson-θ 法 [3]により離散化し，陰的に状態更新を行う．接触応力および接触面の内部状態変数（構造の程度，過圧密比，負荷状態）は接触面上の Gauss 点で定義し，台形公式により陰的に時間積分することで，接触応力変動を接触面の状態変化とともに考慮可能な動的変形解析を実現している．

３．圧縮作用を受ける水平堆積層のデコルマ面上での非一様なすべり伝播過程の再現解析（動的平面ひずみ解析）

Fig. 2 に示すように，沈み込み帯上に堆積したデコルマ面上の堆積物を幅 100m×高さ 10m の等方線形弾性体（2m 四方の要素 50×5 の計 250 要素）でモデル化し，その左面を水平変位固定，右面を定応力境界，底面を接触力境界として，底面における一定の母材水平速度 $v_{m,x} = 10^{-4}$ m/s を与えた．接触面ははじめ固着状態にあるが，やがて左端からすべり領域が発生・右方へ進展してゆき，デコルマ面での非線形な剥離現象が解かれることとなる．右面に作用する定応力および底面における初期の接触応力は， Fig. 3 に示すような境界条件のもとで自重解析を行い決定した．物体および接触面の材料定数は既報 [2] および既往研究 [4] を一部参考に Table. 1 に示す値を用いた．また，本稿では端緒的に接触面における摩擦係数の変化のない条件としている点に留意されたい．

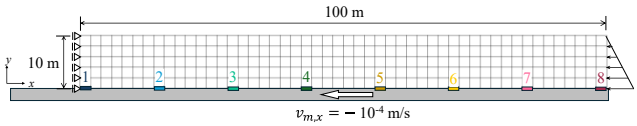


Fig. 2 Finite element mesh and boundary conditions

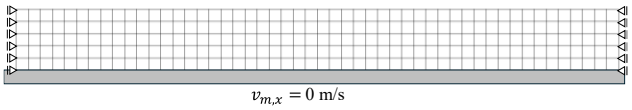


Fig. 3 Finite element mesh and boundary conditions (Deadweight analysis)

Table. 1 Parameters of the super/subloading surface friction model and elastic body

接触面の物性値	
静止摩擦係数 μ_s	0.4
動摩擦係数 μ_k	0.2
接線方向ペナルティ係数α_t (kPa/m)	1000
法線方向ペナルティ係数α_n (kPa/m)	1000
発展則パラメータ	
正規圧密度化指数 r	100
軟化速度を規定する材料定数 κ (1/m)	0
硬化速度を規定する材料定数 ξ (s)	0
弾性体パラメータ	
弾性係数 E (N/m^2)	1.0×10^6
ポアソン比 ν	0.3
密度 ρ (g/cm^3)	2.8

Fig. 2 に示した各接触力境界面上の摩擦力（接触応力水平成分の面積分値）の時刻歴を Fig. 4 に示す．ただし，縦軸が対数軸であることに留意されたい．この結果からまず，母材との相対変位の卓越する Segment 1 において，載荷後すぐに摩擦力が急増し，すべり状態となる（降伏する）ことが確認される．一方，接触力境界の左側（Segment 2~4）では，40000s 付近まで物体の左側は一様な圧縮変形を起こすことによって母材との相対変位の著しい Segment 2 から順に摩擦力が増加していく過程が解かれた．その後は，すべり領域が右方に進展することで，右側領域（Segment 5~8）でも摩擦力が非線形に増加していく過程が解かれた．以上のように，接触力境界を導入した本解析手法によって，境界非線形性に由来する接触応力の再配置や接触面上のすべり伝播過程が再現可能であることが確認された．

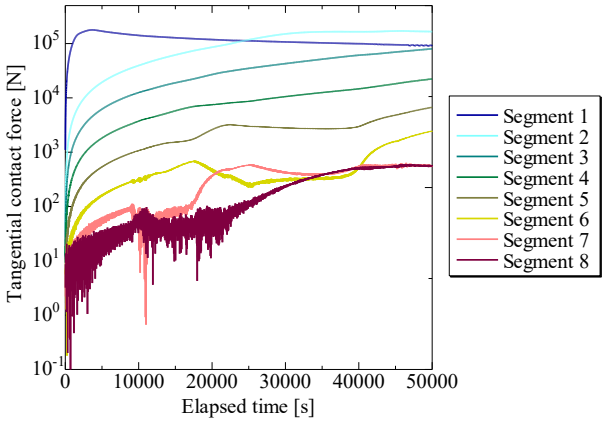


Fig.4 The time histories of the tangential contact force

４．おわりに

本研究では，境界非線形性を表現するために連続体の境界条件として接触力境界を新たに設け，そこに著者らが開発した上下負荷面摩擦モデルを適用した動的微小変形弾性解析を開発した．同手法を水平堆積層の圧縮場に適用したところ，端緒的に断層面（デコルマ面）上の端点からの非一様なすべり現象および接触応力の再配置過程が確認され，境界非線形由来の現象が再現された．今後は，材料非線形性，幾何的非線形性を考慮した動的な水～土連成有限変形解析を開発することで地盤と構造物の相互作用問題からデコルマ面上における複雑な地殻変動過程の理解に向けた研究を行っていく予定である．

謝辞

本研究は，科学研究費補助金（基盤研究(B)：課題番号 25K17682 および JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム JPMJSP2125（東海国立大学機構メイク・ニュー・スタンダード次世代研究事業）の助成を受けた．

参考文献

1) S. Ozaki, K. Hashiguchi and D-H. Chen: Study on stability of stick-slip motion by the time-dependent constitutive equation for friction. Journal of applied mechanics, 10, pp. 445-455, 2007.
2) T. Toyoda, R. Yasuike and T. Noda: Super/sub-loading surface model for constitutive equation of friction, Tribology International, 191, 109080, 2024.
3) T. Noda, A. Asaoka and M. Nakano: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation incorporating the SYS Cam-clay model, Soils and foundations, 48(6), pp.771-790, 2008.
4) T. Morishita and D. Hayashi: Simulation of role of decollement slope and surface slope angles to the stress field in accretionary wedge, Bulletin of the College of Science. University of the Ryukyus, 76, pp.75-93, 2003.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

合同セッション | 合同セッション（地盤力学の理論と応用の最前線）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 17:40 | D会場(環境棟：5階講義室)

地盤力学の理論と応用の最前線 (4)

座長:岩井 裕正(京都大学)

16:10 ~ 16:25

[24016] 土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

*江城 静順[1]、肥後 陽介[1] (1. 京都大学大学院工学研究科)

16:25 ~ 16:40

[24017] 模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

*菊池 彬大[1]、山栗 祐樹[2]、西岡 英俊[2]、岡本 道孝[3]、井上 直史[3]、中島 悠介[3]、内藤 直人[4] (1. 中央大学大学院、2. 中央大学、3. 鹿島建設（株）、4. 豊橋技術科学大学)

16:40 ~ 16:55

[24018] DEM計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察（シンポジウム講演概要）

*福元 豊[1]、桐山 貴俊[2]、井戸口 将大[1]、樺 真緒[2] (1. 岡山大学、2. 清水建設株式会社 技術研究所)

16:55 ~ 17:10

[24019] 粒状体系に対するボンドベース型近接場動力学とインパルス接触動力学のハイブリッド計算手法（シンポジウム講演概要）

*李 広治[1]、朱 凡[2]、松島 亘志[1] (1. 筑波大学、2. 京都大学)

17:10 ~ 17:25

[24020] MPMと極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1] (1. 防衛大学校)

17:25 ~ 17:40

[24021] 拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

*中村 陽斗[1]、菊本 統[2]、Previtali Marco[3]、Ciantia Matteo[4,5]、崔 瑛[1] (1. 横浜国立大学、2. 京都大学、3. 西湖大学、4. Dundee大学、5. ﾐﾗﾉ･ﾋﾞｺｯｶ大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土粒子単位構造内の排水挙動に対する動粘性係数の影響（シンポジウム講演概要）

Effect of Kinematic Viscosity on Drainage Behavior in a Unit Structure Composed of Soil Particles (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

江城　静順（京都大・工）　　肥後　陽介（京都大・工）
Shizuka ESHIRO, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: eshiro.shizuka.72m@st.kyoto-u.ac.jp

The influence of kinematic viscosity on interfacial advancement is investigated in pore-scale two-phase flow simulations using the lattice Boltzmann method. Equilibrium saturation and gas–liquid interface were nearly identical even at higher viscosity. Interface tracking during drainage showed that increasing packing density changes the direction of air invasion from vertical to a more horizontal advance along the pore geometry.

1．はじめに

不飽和地盤の解析には保水性を数理モデルで表した水分保持曲線モデルが必要であることが多い．この水分保持曲線モデルには，広く一般に使われるものの保水性試験結果によるフィッティングが必要な経験的モデル(e. g., van Genuchten モデル) のほか，土粒子や間隙を簡単な幾何（例えば規則充填）で表現し，粒度分布などから保水性試験なしに水分保持曲線を推定する理論的モデル[1),2)]がある．理論的モデルでは，あるサクションで各間隙から突発的な排水・吸水が生じるとし，そのサクションをモデル化することで，各間隙が飽和しているかどうかを分別してサクションと飽和度の関係を計算する．既往研究の排水・吸水サクションモデルは実際の排水・吸水挙動を観察してモデル化したものではなく，より精緻な理論的モデル構築には間隙スケールでの観察とそれに基づいたモデル化が必要である．

このような間隙スケールの排水・吸水を観察する手法として，格子ボルツマン法(LBM)がある．この手法は複雑な間隙形状をもつ多孔質媒体内の気液界面移動を比較的自然に表現できるという利点を持つ．しかし，局所平衡に戻る速さを決め粘性などの散逸を設定する緩和モデルに，最も簡単で広く使われる BGK (Bhatnagar-Gross-Krook)モデルを用いると，動粘性係数を低く設定したときに数値的不安定性が顕在化しやすいという課題がある．

そこで本研究では，LBM（BGK モデル）を用いた間隙スケール二相流解析において，動粘性係数の設定が気液界面の進展挙動に与える影響を検討する．具体的には，動粘性係数を水よりも高く設定した条件でも，平衡状態が水と概ね同等の挙動を示すかを確認し，間隙内の排水・吸水サクションを議論する妥当性を評価する．さらに，異なる密度における単位構造内の排水挙動を再現し，間隙内での界面進展を追跡することで，間隙スケールの排水・吸水挙動の理解に資する知見を得ることを目的とする．

2．数値解析手法

本研究では，気液界面の進展と固体表面の濡れ性を非平衡熱力学の理論に基づいて統一的に表現可能な phase-field 型二相 LBM を用いて単位構造内の排水挙動を再現する．支配方程式には連続式，Navier-Stokes 方程式，保存型 Allen-Cahn 方程式の 3 つを用い，Younes et al. (2022)[3)]を参考に 3 次元 19 方向に離散化し，以下の 2 つの格子ボルツマン方程式を用いて計算を行った．

$$f_k(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c_k},\,t+1) = f_k(\boldsymbol{x},\,t) - \frac{1}{\tau_f}\left(f_k(\boldsymbol{x},\,t) - f_k^{eq}(\boldsymbol{x},t)\right) + F_k \qquad (1)$$

$$g_k(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{c_k},\,t+1) = g_k(\boldsymbol{x},\,t) - \frac{1}{\tau_g}\left(g_k(\boldsymbol{x},\,t) - g_k^{eq}(\boldsymbol{x},t)\right) + G_k \qquad (2)$$

ここで，f_k, g_k: 分布関数，f_k^{eq}, g_k^{eq}: 平衡分布関数，$\boldsymbol{x}$: 座標，$\boldsymbol{c_k}$: 粒子速度，t: 時刻，$\tau_f = \tau_g = 1$: 緩和時間である．各項は以下のように計算される．

$$f_k^{eq}(\boldsymbol{x},t) = \begin{cases} 3p(\omega_k - 1) + \rho\omega_k\left[3\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u} + \dfrac{9(\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u})^2}{2} - \dfrac{3\boldsymbol{u}^2}{2}\right] (k=0) \\ 3p\omega_k + \rho\omega_k\left[3\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u} + \dfrac{9(\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u})^2}{2} - \dfrac{3\boldsymbol{u}^2}{2}\right] (k\neq 0) \end{cases} \qquad (3)$$

$$g_k^{eq}(\boldsymbol{x},t) = \omega_k\phi(1 + 3\boldsymbol{c_k}\cdot\boldsymbol{u}) \qquad (4)$$

$$F_k = \left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right)\omega_k\left(3\boldsymbol{c_k}\cdot\left(\mu_\phi\nabla\phi + \boldsymbol{G}\right) + 3\left(\rho_l - \rho_g\right)\boldsymbol{u}\nabla\phi\colon\boldsymbol{c_k}\boldsymbol{c_k}\right) \qquad (5)$$

$$G_k = \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right)\omega_k\boldsymbol{c_k}\cdot\left(3\partial_t(\phi\boldsymbol{u}) + \frac{4\phi(1-\phi)}{W}\frac{\boldsymbol{\nabla\phi}}{|\boldsymbol{\nabla\phi}|}\right) \qquad (6)$$

ここでω_k:重み係数，p:圧力，$\boldsymbol{u}$:流速，ϕ:オーダーパラメータ μ_ϕ:化学ポテンシャル，$\boldsymbol{G}$:体積力，W:界面幅,ρ_l, ρ_g: 液体・気体の密度である．ここでは$W = 5$とした．

本研究では，境界条件として固体壁にハーフウェイバウンスバックスキームと濡れ性境界条件，計算領域の境界に周期境界条件と圧力境界を用いる．ハーフウェイバウンスバックスキームと濡れ性境界条件，周期境界条件は Younes et al. (2022)[3)]の定式化を用い，圧力境界は LBM で広く用いられる Guo et al. (2002)[4)] の定式化を導入した．解析モデルには Fig. 1 に示す菱面体構造を用い，間隙が飽和した状態から底面液相の圧力水頭を 200 万ステップごとに粒子半径分低下させることで排水挙動を再現した．上面は 0 kPa の圧力で維持した．

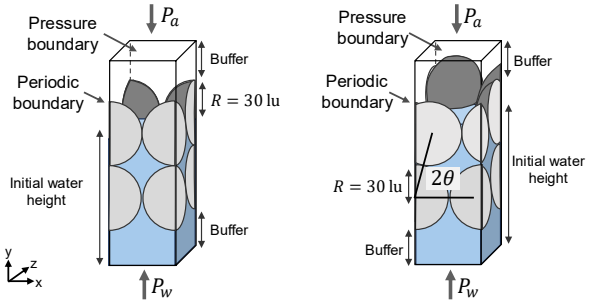


Fig. 1 Simulation model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．排水挙動と動粘性係数の影響

動粘性係数はせん断に対する抵抗を特徴づけるものであり，理論上平衡状態における挙動には影響しない．したがって，十分平衡まで待てば，動粘性係数を変化させても本質的に同じ平衡界面が得られると考えられる．そこで，Table 1 に示す 6 つのケースを$2\theta = 90°$の菱面体構造（単純立方構造）のモデルで解析し，動粘性係数と平衡待機時間が排水挙動に与える影響を調べる．ここで，ν_wは 20℃における水の動粘性係数である．

Table 1: Number of steps per one pressure stage and kinematic viscosity in each case

Case	1	2	3	4	5	6
Steps/ pressure stage	1000000			2000000		
Kinematic viscosity ($\times \nu_w$)	914	548	365	914	548	365

Fig. 2 に各圧力段階で与えた底面圧力と，その最終ステップにおける飽和度の関係を示す．ここで飽和度は計算領域内での液相ノード数と流体相ノード数の比で定義される．最初の５段階目まではどのケースもほぼ同じ飽和度であり，十分平衡に至っていると考えられる．６段階目－８段階目の飽和度が急激に低下する段階ではケースごとに飽和度に違いがあり，動粘性係数が高く，圧力段階ごとの時間ステップ数が少ないケースほど飽和度が高くなっている．これは，突発的な排水に対して挙動が非平衡になっていることを示している．したがって，十分平衡に至っている状況では動粘性係数は飽和度には影響せず，急激に排水が生じる直前の平衡時の圧力や気液界面形状を取得することで，理論的モデルで重要な排水サクションを議論できる可能性が示唆される．

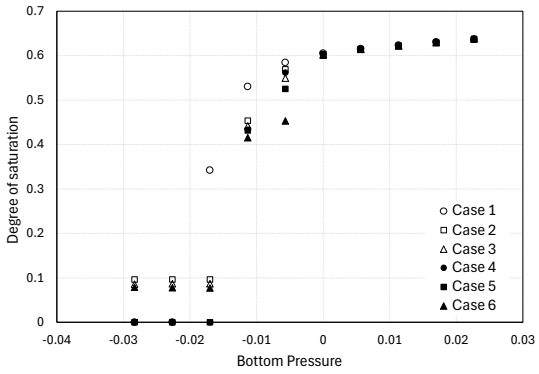


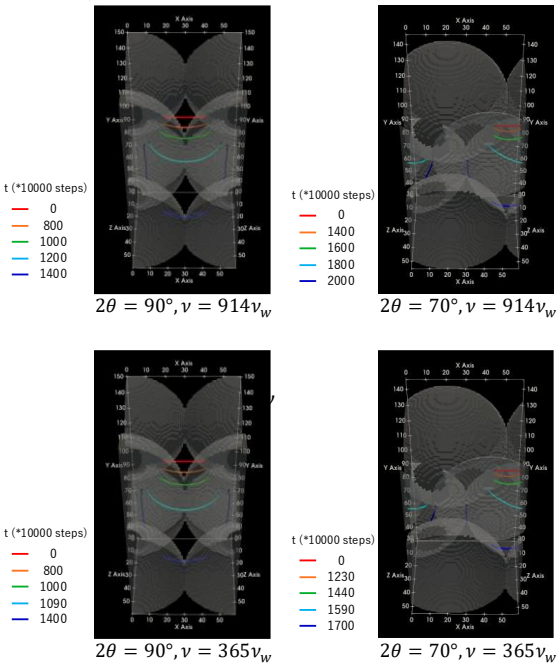
Fig. 2 Relationship between the bottom pressure and the degree of saturation with different kinematic viscosities and number of steps per pressure stage

４． 突発排水中の気液界面の進展

Fig. 3 に z=35 の断面における気液界面の進展状況を示す．本検討では単位構造角を$2\theta = 70°, 90°$，動粘性係数を$\nu = 914\nu_w, 365\nu_w$とそれぞれ変化させた 4 ケースを比較する．

まず，θが同じで動粘性係数が異なるケースを比較すると，各色の曲線形状はほぼ一致しており，界面の形状については動粘性係数がほとんど影響しないことが分かる．一方で各色の曲線の時刻は異なっており，特に突発的な排水が生じている間の界面進展速度は動粘性係数が小さい方が大きいことが分かる．

次に動粘性係数が同じで単位構造角θが異なるケースを比較すると，$2\theta = 90°$の構造では気液界面の進展が常に鉛直方向であるのに対し，$2\theta = 70°$の構造では初め鉛直下向きに界面が進展しているものの，徐々にその向きが水平方向に変化している．これは$2\theta = 70°$の単位構造では$2\theta = 90°$の単位構造とは粒子配置が異なっており，間隙の形状に沿って気液界面が進展しているためと考えられる．



$2\theta = 90°, \nu = 914\nu_w$　$2\theta = 70°, \nu = 914\nu_w$

$2\theta = 90°, \nu = 365\nu_w$　$2\theta = 70°, \nu = 365\nu_w$

Fig. 3 Air-water interface advancement during drainage

５．結論

本研究では，LBM（BGK モデル）を用いた間隙スケール二相流解析において，動粘性係数を変化させて排水挙動を観察した．その結果，動粘性係数によらず平衡時はほぼ同じ挙動・気液界面を示すことが分かった．さらに異なる密度の単位構造内の排水挙動を再現し，間隙内での気液界面の進展を観察することで，菱面体構造の密度が大きくなると界面進展方向が間隙形状に沿って鉛直下向きから水平向きに変化することが分かった．

以上の知見は，理論的水分保持曲線モデルの構築に向けた排水・吸水挙動の理解においては，数値解析の安定性を重視した高粘性条件でも議論が可能であることを示唆している．また，本モデルは異なる間隙での排水・吸水挙動を再現可能であり，理論的モデルにおいて重要な突発的な排水・吸水サクションを定量評価しうることが示された．

今後は様々な密度・粒径の単位構造について排水・吸水が生じるサクションを取得することで，理論的水分保持曲線モデルの改良を目指す

参考文献

1) Alves, R. D., et al.: *Computers and Geotechnics*, **127**, 2020.
2) Likos, W. J. and Jaafar, R.: *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, **139**(5), 724-737, 2013.
3) Younes, N., et al.: *Powder Technology*, **411**, 117942, 2022.
4) Guo, Z.-L., et al.: *Chinese Physics*, **11**(4), 366, 2002.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

模型実験と個別要素法による自立式土留め工の側圧分布評価（シンポジウム講演概要）

Assessment of Lateral Earth Pressure Distribution of a Self-Supporting Earth Retaining Work Using Model Experiments and the DEM Analysis (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

菊池　彬大（中央大大学院・理工）　　山栗　祐樹　　西岡　英俊（中央大・社会理工）
岡本　道孝　　井上　直史　　中島　悠介（鹿島建設）
内藤　直人（豊橋技科大・建築都市システム学系）
Akihiro KIKUCHI, Chuo University Graduate School
Yuki YAMAKURI and Hidetoshi NISHIOKA, Chuo University
Michitaka OKAMOTO, Naoshi INOUE and Yusuke NAKAJIMA, Kajima Corporation
Naoto NAITO, Toyohashi University of Technology
E-mail: yyamakuri340@g.chuo-u.ac.jp

Previous two-dimensional model excavation experiments using aluminium rod model ground, which can simulate granular material behaviour in 2D, were unable to evaluate lateral earth pressure distribution. This study therefore combined such experiments with the two-dimensional Distinct Element Method (DEM) to achieve continuous and high-accuracy assessment of lateral pressure distribution. In this study, the measured displacement of the model retaining wall from model experiment were applied as a forced displacement in the DEM analysis. The results confirmed that this approach can be used to evaluate the continuous lateral pressure distribution on both sides of a deflecting retaining wall with highly accurate ground deformation distribution.

1．はじめに

掘削土留め工の掘削面及び背面の各側圧の連続的な分布状況は，一般的には離散的に配置された土圧計及びひずみ計の測定結果を逆解析して推定される．しかしながら，土留め壁のたわみに伴って土圧計の設置条件が変化すること等に起因した測定誤差が生じるため，実現場だけでなく模型実験であっても側圧分布を高精度に推定することが難しいのが現状である．掘削土留め工の側圧の高精度な評価技術の確立は，土留め工の変形メカニズムを理解する上での応用力学上の重要な課題の一つである．

これまで自立式土留め工に関する 2 次元模型実験として，粒状体の挙動を 2 次元的に模擬できるアルミ棒積層地盤での模型掘削実験 [1]が実施されているが，側圧分布を評価することはできていなかった．そこで本報では 2 次元個別要素法を組み合わせることで，連続的かつ高精度な側圧分布の評価を試みた結果について報告する．

2．アルミ棒積層地盤での模型掘削実験の概要と結果

既往研究 [1]と同様に 2 次元模型掘削実験（Fig. 1）を行った．模型地盤は，直径 1.5，2.0，3.0 mm のアルミ棒（長さ 150mm）を重量比 1:1:1 で混合して向きを揃えて積み重ねた幅 1000 mm，深さ 300 mm のアルミ棒積層地盤（単位体積重量 21.5 kN/m^3）である．

模型土留め壁には，弾性変形を示す土槽奥行方向の幅 150 mm，厚さ 1.0 mm のアルミ合金板（A5052，ヤング率 E = 70 GPa）を使用し，初期根入れ長 L_0 = 250 mm とした．また，模型土留め壁には画像解析により掘削時の変位量を高精度に測定するための標点を約 10 mm 間隔で設置した．土留め壁前面側のアルミ棒を深さ約 5 mm ずつ取り出すことで段階的な掘削作業を模擬し，掘削段階毎に写真撮影を行って模型土留め壁の変位を求めた．

掘削深さと掘削前の地表面高さ位置での模型土留め壁の水平変位 δ の関係を Fig. 2 に示し，掘削深さ $H \approx 30$，60，90，120 mm の各時点での模型土留め壁の水平変位 δ の深度分布をスプライン近似した結果を Fig. 3 に示す．

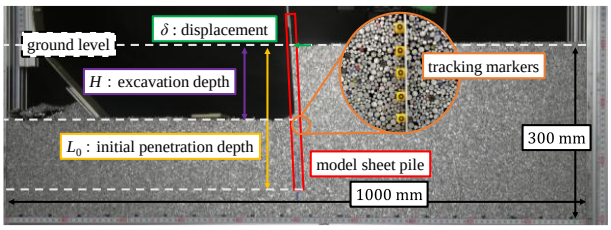


Fig. 1　Excavation experiment using aluminium rods

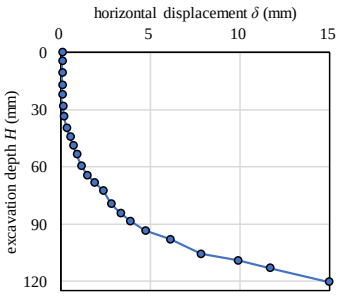


Fig. 2　Excavation－displacement relationship

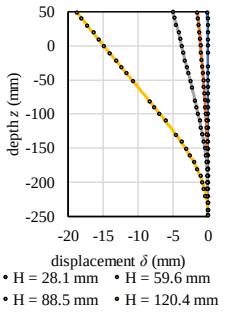


Fig.3　Displacement distribution

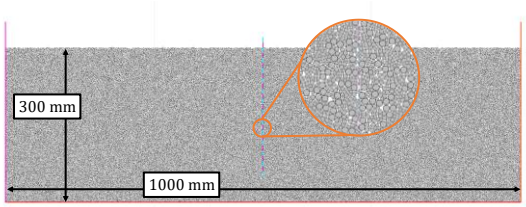


Fig. 4　Model ground in DEM analysis

3．DEM 土圧計測解析の概要

Itasca 社製 PFC2D ver7.0 を用いた個別要素法での解析では，Fig. 4 に示すように掘削模型実験を粒径と粒径分布も含めて同一寸法で直接模擬することとした．アルミ棒のモデル化には，要素の回転運動に対する抵抗力が考慮可能な Rolling Resistance Linear Model を採用し，アルミ棒の安息角試験で同定したパラメータ [2]を用いた（Table 1）．模型土留め壁は 10 mm 間隔で分割した壁要素で模擬し，側圧の抽出

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

を容易にするために微小（0.02 mm）間隔で 2 枚の壁要素を配置した．粒子－壁間のパラメータは，アルミ棒の擁壁土圧実験の再現解析 [3]と同じ値を用いた．

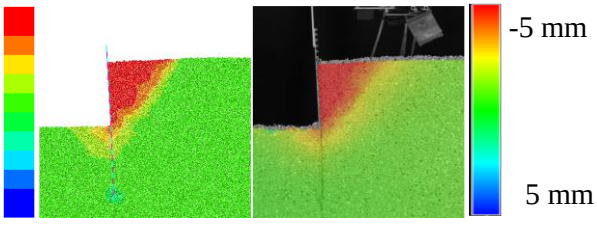
粒子パッキングは，自由落下により行った．パッキング時は粒子－壁間摩擦係数 μ を 0.0 に，粒子間摩擦係数 μ と転がり摩擦係数 μ_r を 0.06 に設定することで，模型実験と同一の単位体積重量 21.5 kN/m^3 が得られた．粒子降下後，地盤高さ 300 mm を上回る粒子を削除し，粒子間及び粒子－壁間の各摩擦係数を Table. 1 の値に設定した．最終的な粒子数は計 84831 個である．

本解析では，掘削深さ $H \approx 120$ mm までの土留め壁挙動を再現するため，掘削深さ $H \approx 30$，60，90，120 mm の 4 段階で掘削状況を再現した．具体的には，各段階で掘削面側から地盤粒子を削除した後に，模型実験で求めた模型土留め壁の変位（Fig. 3 のスプライン近似結果）に一致するように壁要素を強制的に 10 秒間で変位させ，5 秒間静止させた後に次の掘削段階の解析に移行した．

側圧分布は，各壁要素（長さ 10 mm）単位で法線方向の粒子反力を集計し，各面積で除して単位面積当たりの地盤反力度として算出した．ただし，本解析では壁要素を強制変位させる力に対するつり合いを取っていないため，壁要素全体での剛体つり合いが取れた側圧分布となるように補正した．具体的には，地表面からの深さ z（掘削面側では掘削底面からの深さ）の 2 次関数として補正土圧 $p_c = az^2+bz$ を仮定し，補正土圧を含めた両面の全壁要素の粒子反力の合計及び粒子反力による模型土留め壁下端回りのモーメントの合計の二乗和がゼロになるように，最小二乗法で係数 a，b を求めた．また，窓長が概ね土留め壁の特性長 $1/\beta \approx 70$ mm となる 7 点の移動窓を用い，5 次多項式による Savitzky-Golay 法で平滑化した．

Table. 1　Parameters for earth pressure measurement analysis

parameters	value	
	ball－ball	ball－wall
density ρ	2650 kg/m^3	
normal stiffness k_n	1.0 × 10^7 N/m	
shear stiffness k_s	2.5 × 10^6 N/m	
friction coefficient μ	0.464	0.25
rolling friction coefficient μ_r	0.169	0.20
viscous damping coefficient h	0.20	



a) DEM　　b) Model experiment

Fig. 5　Distribution of horizontal displacement (Positive: right direction)

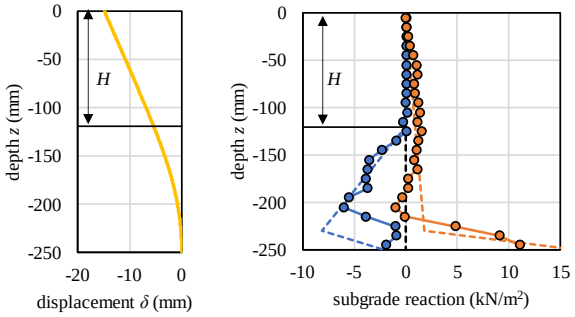


Fig. 6　Distribution of subgrade reaction

4．DEM 解析結果（掘削深さ 120 mm 時）

DEM 解析で得られた各粒子の変位コンター図と，模型実験で画像解析（DIC 法）により得られた地盤の変位コンター図の比較結果を Fig. 5 に示す．個別要素法が模型実験での地盤変位分布を精度よく再現できていることがわかる．

個別要素法で得られた側圧分布（補正後の地盤反力度分布）を Fig. 6 に示す．また，同図中には，トンネル標準示方書での転倒照査に用いられる側圧分布 [4]を破線で示している．このトンネル標準示方書の側圧分布は，土留め壁根入れ部の途中で主働土圧と受働土圧が反転して作用する状態を仮定したものであり，アルミ棒積層体での擁壁土圧実験で実測された土圧係数（$K_a = 0.36$，$K_p = 3.14$）[1]を用いて算定している．

個別要素法で得られた側圧分布は，定性的にはトンネル標準示方書と同様の傾向（背面側は主働土圧，掘削面側は受働土圧となり，途中で反転する）となることが確認できる．ただし，掘削面側では土圧の反転が GL-200 mm 付近から生じていることや，背面側では GL-170～210 mm 付近で土圧がほぼゼロとなっているなど，比較的深部でトンネル標準示方書での仮定との乖離が見られた．これらは同示方書では土留め壁を剛体と仮定として側圧分布を求めているのに対して，本実験では実際に模型土留め壁のたわみが生じているためと考えられる．

5．おわりに

本報では，アルミ棒積層地盤での模型掘削実験の個別要素法による土圧計測解析として，模型実験で取得した模型土留め壁の変位を強制変位として与えることで，地盤変位分布を精度よく再現できるとともに，たわみ変形が生じた土留め壁両側の連続的な側圧分布が評価可能であることを確認した．

なお，本解析（粒子パッキングと掘削 4 段階）の計算時間は，4.2GHz・24 コア・48 スレッド・64GB メモリの PC で約 1 日を要しており，模型実験の準備・実施時間よりも解析時間の方が長くなった．両者を相互に補完的に実施することで，より信頼性が高い多くの情報を把握することが可能になると考えられる．

現在，著者らの研究グループでは，二重土留め工法の開発と設計手法の合理化に取り組んでおり，模型実験と個別要素法による土圧計測解析を組み合わせた本技術を活用して，その変形メカニズムの解明に役立てていきたい．

参考文献

1)　西岡英俊，松本尚也，福田文香，小野慶一朗：壁体剛性の高い自立式土留め工の崩壊を模擬した模型掘削実験と合理的な根入れ長の簡易算定法の提案，地盤工学ジャーナル，Vol.17, No.3, pp.401-420，2022.
2)　亀ヶ谷江梨，西岡英俊，山栗祐樹：安息角の密度依存性に着目した 2 次元個別要素法に用いる粒子間摩擦係数と転がり摩擦係数の決定法，土木学会論文集，Vol.82, No.15, 25-15022, 2026.
3)　牧野聖，高橋広大，山栗祐樹，西岡英俊：一体橋梁温度伸縮に伴う土圧増加現象の再現解析（シンポジウム講演概要），第 27 回応用力学シンポジウム，23006-11-01，2024.
4)　土木学会：トンネル標準示方書［開削工法編］・同解説，p.362, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DEM 計算による拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察
（シンポジウム講演概要）
Observation of soil deformation behavior during pullout of belled piles by using DEM (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

福元　豊（岡山大）　桐山貴俊（清水建設株式会社 技術研究所）　井戸口将大（岡山大）
樺　真緒（清水建設株式会社 技術研究所）
Yutaka FUKUMOTO, Okayama University
Takatoshi KIRIYAMA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
Shota IDOGUCHI, Okayama University
Mao KAMBA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
E-mail: yutakafukumoto@okayama-u.ac.jp

During the pullout of piles, specific areas of the soil surrounding the foundation of the pile form resistance zones that resist external forces in the vertical direction. Understanding the mechanism behind the formation of these zones is important for practical applications in the construction process. This study focused on belled piles and used DEM (discrete element method) simulations to evaluate these zones. Prior to the numerical analysis, centrifugal model tests were conducted to provide detailed information on the resistance zones in sandy soil when the edged shapes of belled piles were varied. This report discusses an investigative approach that combines high-resolution, two-dimensional DEM simulations with centrifuge model experiments.

１．はじめに

杭基礎の引抜き抵抗は，地震や暴風時に生じる建物のロッキング，地下および海洋構造物に作用する浮力，さらに膨張土による押し上げ力など，鉛直上向きに作用する外力に対して重要な抵抗機構となる．杭が引き抜かれる際には，杭周辺地盤の特定領域が抵抗土塊を形成し，引抜き方向の外力に抵抗するが，この地盤抵抗領域の発現機構を理解することは実務上極めて重要である．

本研究では，とくに拡底杭に着目し，地盤抵抗領域を評価するための DEM 計算を実施した．数値計算に先立って実施されたアルミ棒積層体実験 [1]および遠心模型実験 [2, 3] では，拡底比を変化させた際の地盤抵抗領域に関する詳細な知見が得られている．これらの実験結果を踏まえ，高解像度 2 次元 DEM 計算と模型実験を組み合わせた検討方法について考察した．

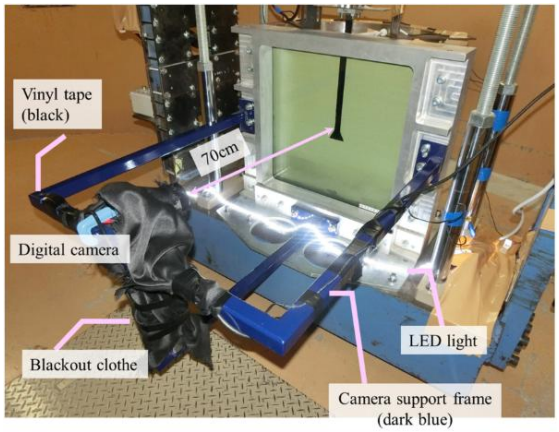


Fig.1 Centrifuge model test for pullout of belled piles with 60G [2, 3]

２．２次元 DEM による実験の再現計算

今回参照する遠心模型実験 [2, 3]は，杭先端深度における遠心加速度 60G 場で実施された．装置概要を模型寸（換算寸）で示すと，模型杭は軸幅 2cm（1.2m），拡底幅 5cm（3m）である．拡底角度（α）は 10，20，30，45，90 度を用いた．模型杭は側方から観察するため，Fig. 1 のように半断面に切断されている．杭先端の抵抗力に着目するため軸部はテフロンシートで被覆し摩擦を除去し，場所打ち杭を想定するため，拡底部には豊浦砂（D_{50} =0.2mm）が貼り付けられている．地盤部の条件は，乾燥豊浦砂であり，目標相対密度は 90%（ρ_d=1.63 g/cm^3）以上として作成された．

DEM による再現計算では，換算寸を使用した．Fig. 2 において，粒子が堆積した地盤部は横 30m，地盤層厚 18m である．用いた DEM 粒子は円形で平均粒径は 12mm で，粒子数は約 400 万である．これは，遠心模型実験の土槽を側面から観察したときの粒径の大きさが一致する条件である．この他，平均粒径 25mm（粒子数 100 万），平均粒径 55mm（粒子数 20 万）の条件でも検討した．今回は，拡底角度が 90 度の場合の結果を報告する．拡底杭は複数の線分要素で構成され，これらの線分要素を鉛直上向きに一定速度で制御することで引抜き計算を実施した．DEM の接触計算で

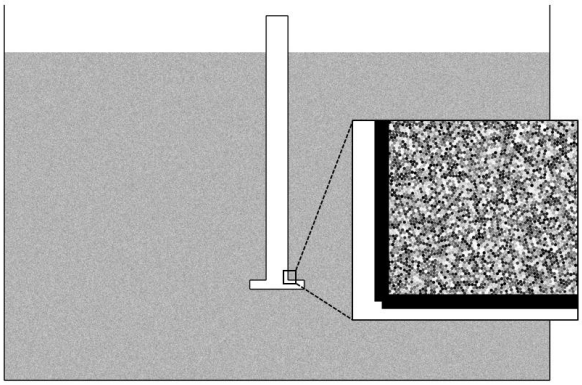


Fig.2 Initial configuration of 2-D DEM simulation with 4 million circular particles

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

は，通常の滑り摩擦の計算に加えて，砂粒子の形状に起因する回転抵抗を表現するための転がり摩擦 [4]も考慮した．引抜き距離は 1m，粒子数 400 万の場合の計算ステップ数は 2×10^7 であり，A100 GPU を用いて計算を実行した [5]．

3．再現計算の結果

Fig. 3 では，各粒子数の条件における，引抜き距離に対する引抜き抵抗力の変化を示した．グラフの横軸は，引抜き距離 D を有効拡底幅（拡底幅と軸幅の差）b で除した値である．グラフの縦軸の引抜き抵抗力 Q は，拡底部に作用する鉛直方向力を合計することで求めた．得られた Q-D/b 曲線は，遠心模型実験 [2,3]よりもアルミ棒積層体実験 [1]の結果に近くなった．また，粒子数が多い条件ほど，$D/b=0.1$ 付近における Q の最大値が小さくなり，計算中の Q の変動幅も小さくなる傾向が見られた．

Fig. 4 は，D/b = 0.13（引抜き距離 0.25m）の時点における杭先端周辺の粒子変位分布図である．Fig. 4 (a)は水平変位，Fig. 4 (b)は鉛直変位を示している．水平変位の分布からは，拡径部の先端を起点として斜め鉛直上方に地盤変形が生じている様子が確認できた．鉛直変位の分布からは，拡径部の近傍で最も大きな変位が見られ，地表面に向かう広い範囲で地盤変形が生じていることがわかる．このような 2 つの変形モードは，1G 場におけるリブ付き補強材の引抜き挙動を X 線 CT 観察した研究 [6]においても確認されている．

次に，実験との比較について述べる．遠心模型実験 [2,3]で砂粒子に大きな変位が生じた範囲は杭先端の周辺に限定されており，DEM 計算結果での変形範囲よりも小さい傾向を示した．一方で，2 次元的な変形挙動が計測されるアルミ棒積層体実験 [1]と比較すると，Fig. 4 (b)の鉛直変位分布は良好な一致を示した．今回の計算結果では，杭の下部領域においてリバウンドによる変形領域が確認されたが，この点は実験では見られず，今後の改善が必要である．

最後に，Fig. 5 は Fig. 4 の結果を基に作成したせん断ひずみ分布図である．せん断ひずみの算出には，Hori and Sakaguchi[7]の方法を用いた．遠心模型実験 [2,3]の画像解析では，複数の輪郭が重なり合うような分布が得られたが，Fig. 5 ではそのような特徴は明確に確認されなかった．

4．おわりに

遠心模型実験の断面における粒径スケールと一致する高解像度条件にて，2 次元 DEM による再現計算を実施した．本報告で示した結果に加えて，拡径角度，初期間隙比，引抜き速度を変化させた検討も行っている．これらの計算結果を踏まえ，今後は 3 次元での再現計算を実施することで，今回明らかになった問題点の検証を進めていく予定である．

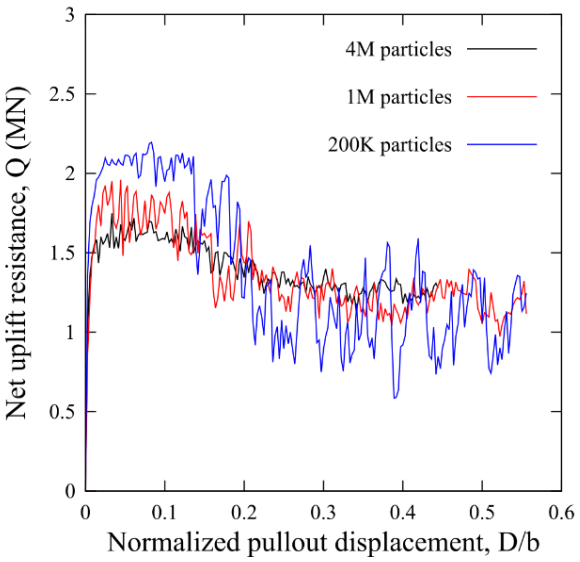


Fig.3 Uplift resistance, Q (MN) vs. Normalized pullout displacement, D/b

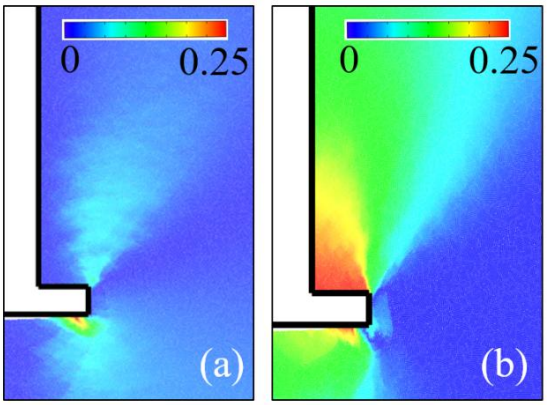


Fig.4 Distributions of particle displacement in case of 4M particles. (a) Horizonal and (b) Vertical directions

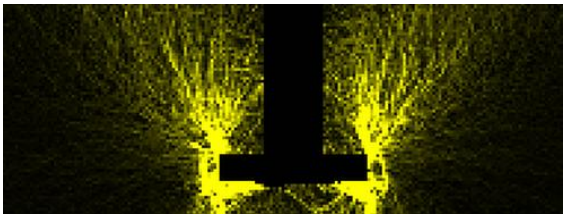


Fig.5 Distribution of shear strain in case of 4M particles.

参考文献

1) 桐山 貴俊，大竹 浩太，赤木 寛一：拡底杭引抜き時における低拘束圧地盤の変形挙動－実験および数値解析－，土木学会論文集 A2，76(2)，I_269-I_278，2020.
2) 桐山貴俊，周友昊，浅香美治：画像相関法を用いた拡底杭引抜き時の地盤変形挙動の観察，第 58 回地盤工学研究発表会，12-9-3-05，2023.
3) 桐山貴俊，周友昊，浅香美治：異なる拡底比を有する拡底杭引抜き時の地盤抵抗領域の観察，2023 年度日本建築学会大会， 20208，415-416，2023.
4) Y. Fukumoto, H. Sakaguchi, A. Murakami: The role of rolling friction in granular packing, Granular Matter, 15, 175-182, 2013.
5) 福元 豊，西浦泰介：DEM の高速化，地盤工学会誌（技術手帳），70(1), 62-65, 2022.
6) R. Kido, Y. Sawamura, K. Kimura, M. Kimura: Investigation of soil deformation characteristics during pullout of a ribbed reinforcement using X-ray micro CT, Soils and Foundations, 61(3), 642-657, 2021.
7) T. Hori and H. Sakaguchi: Mechanism of décollement formation in subduction zones. Geophysical Journal International, 187(3), 1089-1100, 2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

A hybrid computational method: coupling bond-based peridynamics with impulse contact dynamics for granular systems
(Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

Guangzhi Li, Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba
Fan Zhu, Department of Urban Management, Kyoto University
Takashi Matsushima, Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba
E-mail: s2530209@u.tsukuba.ac.jp

Efficient simulation of crushing in granular systems remains challenging due to the high cost of resolving internal crushing and evolving contact topology. This study proposes a hybrid computational method coupling a bond-based peridynamics solver with impulse-based contact dynamics. A virtual mass scaling strategy improves stability during rapid bond rupture. A system state transition framework manages grain motion, reconstruction, and identity across crushing events. A boundary transformation scheme converts contact forces into equivalent radial loading for peridynamics computation. Together, these components enable efficient and physically consistent granular crushing simulation.

1. Introduction

Granular systems are widely encountered in natural and engineered environments, where grain crushing governs macroscopic mechanical behaviors. Crushing alters contact topology and force transmission pathways, making it difficult to accurately capture the transition from intact grains to crushing fragments and the evolution of contact interactions. While contact dynamics methods efficiently resolve rigid-body interactions, modeling grain crushing requires physically consistent continuum-based formulations to capture internal fracture processes.

Peridynamics, introduced by Silling[1] as a nonlocal continuum mechanics formulation, provides a natural framework for modeling crushing initiation and propagation without requiring predefined crack paths. The development of open-source implementations, such as Peridigm, has enabled systematic investigation of crushing behaviors in a wide range of materials. However, despite its strong theoretical foundation, peridynamics has not been widely adopted for large-scale granular systems, primarily due to its substantial computational cost. Even in coupled frameworks that integrate peridynamics with rigid-body dynamics engines, such as the coupling between Peridigm and Chrono[2], the computational expense associated with resolving internal fracture within individual grains remains a significant bottleneck, limiting its applicability to large granular systems.

To overcome this limitation, this work proposes a hybrid computational method coupling bond-based peridynamics with impulse contact dynamics for granular systems. Instead of relying on general-purpose peridynamics solvers, a specialized bond-based peridynamics solver is developed to resolve crushing behaviors at the individual grain level. The solver is designed with a highly parallel and computationally efficient structure, tailored specifically for grain-scale crushing simulation within large granular systems. In addition, the contact dynamics formulation is extended to explicitly incorporate the transition from parent grains to child grains, enabling consistent tracking of crushing-induced topology changes and contact interactions. The resulting hybrid framework enables efficient and physically consistent simulation of grain crushing and post-fracture contact dynamics, providing a scalable computational approach for large scale granular systems.

2. Computational Methods

2.1. Bond-based peridynamics

Bond-based peridynamics describes the motion of a material point through pairwise force interactions within a finite horizon. The governing equation of motion is expressed as:

$$\rho(x)\cdot\ddot{u}(x,t)=\int_{H_x} f\left[u(x')-u(x),(x'-x)\right]\mathrm{d}V_{x'}+b(x,t) \quad (1)$$

Where $\rho(x)$ is the mass density of the material point, $\ddot{u}$ is the acceleration of the material point, f is the bond force in horizon H_x, u is deformed relative displacement, and b is body force.

However, Rapid bond rupture during dynamic fragmentation may produce excessive acceleration due to sudden force imbalance, leading to unstable velocity growth and nonphysical bond breakage cascades under explicit integration. This issue is particularly critical in grain crushing, where high bond stiffness and abrupt topology changes amplify inertial effects. To ensure numerical stability while preserving the original bond-based force formulation, a virtual mass scaling strategy is introduced in the velocity update:

$$v_{t+\Delta t}=v_t+\frac{f_t}{m_p+\alpha m_p}\Delta t \quad (2)$$

Where f_t is the resultant peridynamics force, m is the mass of material point, and α is a stabilization coefficient. This approach locally increases the effective inertia of material points during rapid bond failure events, suppressing excessive velocity increments while maintaining physically consistent crushing evolution.

2.2. Impulse contact dynamics

After bond breakage, child grains are treated as discrete rigid bodies whose interactions are governed by impulse-based contact dynamics. Instead of resolving contact forces through continuous force integration, this approach updates the velocity of each body directly using contact impulses, ensuring robust handling of collision and separation. The velocity update is expressed as:

$$v_{t+\Delta t}=v_t+\frac{J}{m_c} \quad (3)$$

Where J is the contact impulse and m_c is the mass of the rigid body. This formulation ensures momentum conservation and stable contact resolution, even under highly dynamic crushing conditions. It enables efficient simulation of post-fracture grain interactions and naturally captures the

transition from bonded material points to independent rigid fragments.

3. Framework Implementation Methods

3.1. System state representation and transition

To enable consistent coupling between peridynamics crushing computation and rigid body contact dynamics, the granular system is represented as a sequence of discrete system states. Each system state provides a complete description of all objects, including both grains and containers, and serves as the unified interface between successive Chrono simulation systems. For each object, the state includes a tag identifying its type and a unique lineage code preserving its identity across crushing events. The physical configuration is defined by its position and orientation in the world coordinate system, while its inertial properties include mass and inertia tensor in the local frame. The dynamic motion is characterized by linear velocity in the world frame and angular velocity in the local frame. This representation ensures consistent tracking of object identity, physical properties, and motion during crushing generation and reconstruction.

During simulation, the system state is injected into a Chrono system to instantiate rigid bodies and initialize their dynamic variables. As shown in Fig. 1, the Chrono solver advances the system under impulse-based contact dynamics, updating object motion and interactions. Grains satisfying the crushing criterion are converted into material point systems, and the bond-based peridynamics solver resolves internal deformation and bond failure. Newly formed child grains are identified, reconstructed as rigid bodies, and assigned updated lineage codes. These reconstructed objects form a new system state, which is injected into the next Chrono system, enabling seamless transition between crushing computation and contact dynamics.

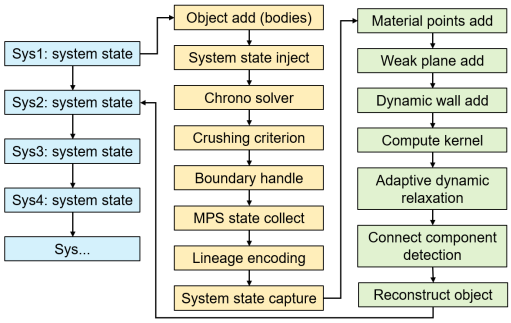


Fig. 1 System state transition framework.

3.2. Boundary condition transformation

To efficiently transfer contact dynamics information into the peridynamics solver, the grain surface is partitioned into 16 angular regions using uniform divisions in spherical coordinates. Contact forces acting within each region are grouped and converted into a representative force to reduce complexity while preserving dominant loading characteristics. For region k, the representative force F_k is defined as a magnitude-weighted average of all contact forces within that region:

$$F_k = \frac{\sum_{m=1}^{m} \|f_m\| f_m}{\|f_m\|} \tag{4}$$

Where f_m denotes the individual contact force acting within region k, m enumerates all contact forces belonging to region k. As illustrated in Fig. 2, the magnitude-weighted representative force F_k obtained for each region is further decomposed relative to the grain centroid. Specifically, a unit vector u_k is defined from the centroid to the contact region, and the representative force F_k is projected onto this direction. The resulting radial component, denoted as F_k^{rad}, represents the effective compressive loading transmitted through the grain surface and is responsible for driving internal deformation and fracture. This radial force F_k^{rad} is subsequently applied as the equivalent boundary condition in the peridynamics solver. The tangential component $F_k^{\tan}$, which primarily contributes to rigid body rotation and sliding, is not directly involved in crushing computation. Through this procedure, discrete contact forces are first consolidated into regional representative forces and then converted into physically consistent radial boundary conditions suitable for peridynamics analysis.

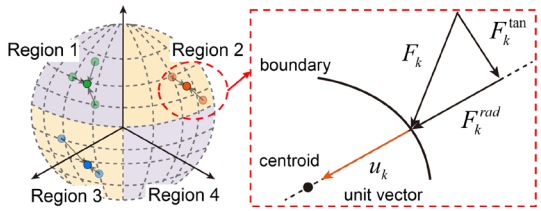


Fig. 2 Radial decomposition of regional representative force.

3.3. Lineage encoding for crushing tracking

To preserve the crushing history and ensure consistent object identity across successive system states, a lineage encoding scheme is introduced. Each grain is assigned a unique lineage code that reflects its hierarchical fragmentation origin. As illustrated in Fig. 3, the initial grain is assigned a base code (e.g., 0001). When crushing occurs, each newly formed child grain inherits the parent code with an appended identifier (e.g., 000101, 000102, 000103, 000104), establishing a direct parent–child relationship. This encoding mechanism allows all fragments to be uniquely identified while retaining their connection to the original grain.

When further crushing occurs, the lineage code is extended recursively by appending additional digits to the parent fragment code (e.g., 000102 → 00010201, 00010202). This hierarchical encoding enables efficient tracking of multi-stage crushing behaviors and ensures consistency between peridynamics crushing computation and rigid body reconstruction. The lineage code is stored within the system state and propagated across simulation stages, providing a robust and scalable mechanism for managing dynamically evolving granular systems.

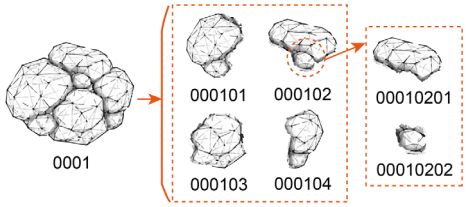


Fig. 3 Lineage encoding of grain crushing tracking

References

1) Littlewood, D. J., Parks, M. L., Foster, J. T., et al.: The peridigm meshfree peridynamics code, J. Peridyn. Nonlocal Model., 6, pp. 118–148, 2024.
2) Zhu, F. and Zhao, J.: Modeling continuous grain crushing in granular media: a hybrid peridynamics and physics engine approach, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 348, pp. 334–355, 2019.

MPM と極限つりあい法に基づく土構造物の限界状態評価の比較（シンポジウム講演概要）

Comparison of Limit State Evaluations between the Material Point Method and the Limit Equilibrium Method for Soil Structures (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

野々山　栄人（防衛大・システム工）　　宮田　喜壽（防衛大・システム工）
Hideto NONOYAMA, National Defense Academy of Japan
Yoshihisa MIYATA, National Defense Academy of Japan
E-mail: nonoyama@nda.ac.jp

This study uses the Material Point Method implemented in Anura3D to investigate the effects of groundwater conditions on the deformation and stability of soil structures. Parametric analyses that vary the groundwater level and soil strength demonstrate clear correlations between the limit state index and slope displacements. The vertical and horizontal slope displacements exhibit an approximately linear relationship, indicating the potential for displacement-based limit state assessments under groundwater conditions.

１．はじめに

土構造物の防災・減災リスクおける取組みの重要性が高まっている．この要求に対し，数値解析手法の活用は有効と考えられ，大変形を伴う地盤挙動を精度よく再現できる解析手法の整備や，力学的根拠に基づく変状レベルの判定法の構築への応用が期待されている．

本研究では，粒子法の 1 種で，計算格子と格子内に配置した粒子（マテリアルポイント）を併用するハイブリッド型解析手法である MPM（Material Point Method）に着目し，MPM と極限つりあい法を用いて，土構造物の限界状態評価の比較を実施した．解析には，オープンソースコード Anura3D（Version 2025）[1]を用い，c-ϕ材で構成される盛土の限界状態について，強度定数と地下水位条件を変えて検討した．

２．Anura3D の概要

本研究で用いた Anura3D は，固相と液相の運動方程式と固相－液相の連続式から構成される Biot 型連成方程式を基礎とする解析コードである．固相の挙動は，有効応力をベースに，有効応力勾配，水圧勾配，重力項を含む運動方程式で表される．一方，液相の挙動は，水圧勾配および透水性に依存する Darcy 抵抗を含む運動方程式によって表される．さらに，固相の体積変化と液相の水圧変化を考慮した連続式により，固相の圧縮・膨張に伴う間隙水圧の上昇・減少と，その水圧が固相の応力・変形へ与える影響が連成して表現される．

Anura3D では，これらの支配方程式を MPM により陽的に時間積分して解く．マテリアルポイントは質量，応力，水圧，体積などの内部状態量を保持し，計算格子へのマッピングを通じて運動方程式が解かれる．計算格子は各タイムステップで再初期化されるため，有限要素法で問題となる大変形時のメッシュの歪みや数値不安定を回避できる．

本研究で使用した Anura3D の主な特徴は以下のとおりである [1]．

- 質量マトリックスの対角化による計算効率向上
- Courant-Friedrichs-Lewy 条件に基づく時間刻みの設定（今回の計算ではクーラン数 0.98 を使用）
- MPM 特有の cell-crossing instability を抑制するため，2 種類の速度場を混合して用いる MPM-Mixed 手法を採用

３．数値解析

計算は，二次元平面ひずみ条件で実施した．地下水位の影響を考慮するため，本研究では Anura3D の 2 相 1 点完全連成モデルを用い，地盤は飽和材料としてモデル化した．地下水位より上側については水圧を常にゼロとした．

解析モデルと材料パラメータを図-1，表-1 にそれぞれ示す．解析対象は文献 [2]を参考に設定した斜面角度 33.7° の片盛土である．土の構成モデルには，非関連流れ則に基づく Mohr-Coulomb モデルを用いた．

計算は初期応力解析と安定・変形解析の 2 段階で実施した．初期応力解析の境界条件は，盛土の側面を x 方向固定，y 方向をフリーとし，底面および地表面の x 方向・y 方向ともに固定した．初期応力は，鉛直方向は土被り圧，水平方向はそれに静止土圧係数（K_0=0.5）をかけたものとした．安定・変形解析では，地表面の拘束を解除して計算を行った．

初期地下水位 $h(x)$は，図-1 中の赤線で示した最大地下水位 $h_{max}(x)$を基準として，次式で設定した．

$$h(x) = \alpha h_{\max}(x) \qquad (1)$$

ここで，検討した初期地下水位条件はα = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 の 6 通りである．水理境界条件として解析領域左右の側方境界には，静水圧分布に基づく線形の水圧を節点に与える境界条件を設定した．具体的には，図-1 中の左側境界に対しては，地表面基準の静水圧を，右側境界に対しては，各ケースで設定した初期地下水位に対応する静水圧を作用させた．強度定数は 3 ケースを設定し，地下水位条件と組み合わせて計 18 ケースの解析を実施した．透水係数 k は 0.0001m/s に統一した．解析メッシュは，三角形の非構造格子（要素サイズ：1.0m）を用い，各要素には 3 つのマテリアルポイントを配置した．計算の安定化を目的として，局所ダンピング（安定・変形解析ではダンピング係数 β= 0.02）を適用し，MPM 特有の数値振動を抑制するために，ひずみおよび水圧増分の平滑化も併せて行った．計算は，変形が収束するまで実施した．

各ケースで得らえた解析結果の一例として，法肩の鉛直変位量 D_v（図-1 中の D_v の矢印の向きを正）と限界状態指数 z=1–Fs（Fs: 安全率）の関係を図-2 に示す．各ケースの安全率 Fs は代表的な極限つりあい法である Bishop 法より算出した．図の横軸は，原点より左側が安全側，右側が危険側に相当する．z が正（Fs>1）の場合は白抜き，z が負の場合(Fs<1)は塗りつぶしのプロットとして表示した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

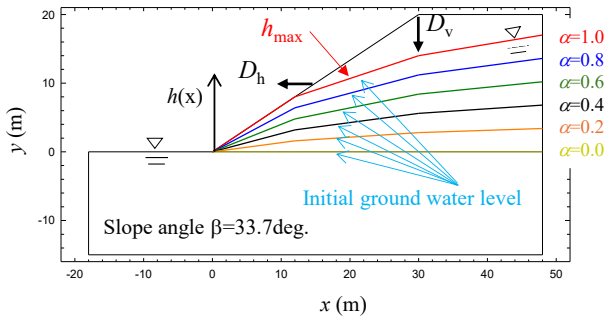


Fig. 1 Analysis cross section.

Table 1 Material parameters.

Case			1	2	3
Bulk unit weight	γ	kN/m³	18.82		
Unit weight of water	γ_w	kN/m³	9.81		
Elastic Modulus	E	MPa	100		
Poisson's ratio	ν	–	0.3		
Initial porosity	n		0.44		
Hydraulic conductivity	k	m/s	0.0001		
Cohesion	c	kPa	35.4	33.0	30.6
Friction angle	ϕ	deg.	12.8	12.1	11.4
Dilatancy angle	ψ	deg.	0		

計算結果より，z が大きい条件ほど，鉛直変位量 D_v が大きく計算された．このことから，MPM による変形量評価と極限つりあい法による安全率照査の結果が整合的であることが示された．盛土高さ H の 1/2 の高さでの水平変位量 D_h（図-1 中の D_h の矢印の向きを正）についても，法肩の鉛直変位量 D_v と同様の傾向が得られた．なお，MPM によって計算された斜面の変位量は盛土の築造解析の結果ではなく，先に述べた方法で初期応力を計算し，変位拘束を外した結果として得られていることに注意が必要である．

次に，法肩の鉛直変位量 D_v と盛土高さ H の 1/2 の高さでの水平変位量 D_h の関係を図-3 に示す．図より，今回の結果では強度定数および地下水位条件によらず，両者の関係は概ね線形関係を示すことが確認された．このことから，限界状態指数の許容値から，法肩の鉛直変位・斜面の中央高さの水平変位に関して限界値を設定する，逆に変位で規定される使用限界から限界状態指数の許容値を設定するなどの MPM の適用方法の可能性が示唆された．

4．まとめ

本研究では，オープンソースコード Anura3D を用いて，地下水位を有する盛土の安定性および変形挙動に与える影響を検討した．

得られた結果より，初期地下水位の位置が盛土の変形量や限界状態指数に影響を及ぼすことが確認された．法肩の鉛直変位・斜面の中央高さの水平変位を指標とした安定性評価の可能性を示唆するものであり，変位モニタリングと連携した実務的評価手法の構築に向けて有益な知見である．

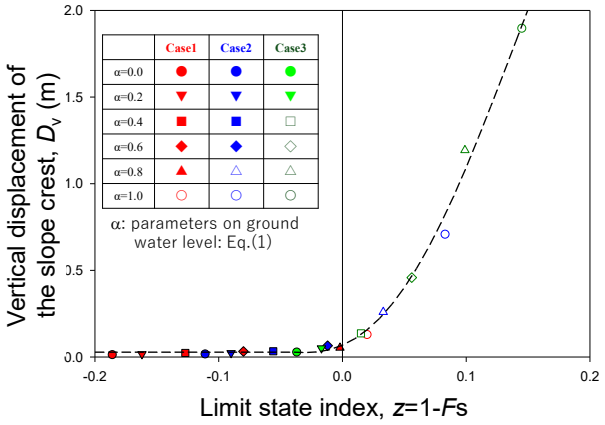


Fig. 2 Vertical displacement obtained from MPM versus the LEM-based limit state index.

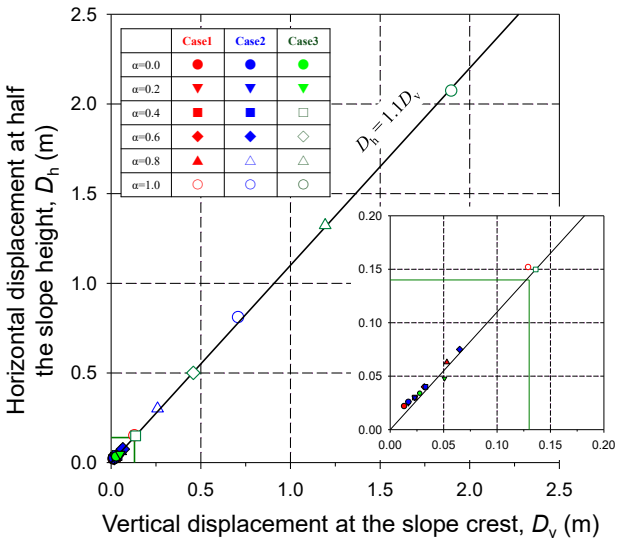


Fig. 3 Relationship between vertical and horizontal displacements of the slope from MPM.

謝辞

本研究は科学研究費補助金（23K26201）の支援を得て行われたものである．文末ながらここに記して深く謝意を申し上げます．

参考文献

1) Anura3D MPM Research Community: Anura3D MPM Software Scientific Manual version 2022, 2022.
2) Arai, K., and Tagyo, K.: Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, Soils and Foundations, Vol.25, No.1, pp.43-51, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

拘束圧がサフィージョンの発生・進展に及ぼす影響に関する数値解析（シンポジウム講演概要）

Numerical Analysis of Influence of Confining Pressure on the Initiation and Progression of Suffusion (Proceedings of Symposium on Applied Mechanics)

中村 陽斗（横浜国立大・都市ｲﾉﾍﾞｰｼｮﾝ学府） 菊本 統（京都大・学術情報ﾒﾃﾞｨｱｾﾝﾀｰ） Marco Previtali （西湖大学）
Matteo Oryem Ciantia（ダンディ大学 & ﾐﾗﾉ・ﾋﾞｯｺｶ大学） 崔 瑛（横浜国立大・都市ｲﾉﾍﾞｰｼｮﾝ研究院）
Haruto NAKAMURA, Yokohama National University Mamoru KIKUMOTO, Kyoto University
Marco PREVITALI, Westlake University Matteo Oryem CIANTIA, University of Dundee & University of Milano-Bicocca
Ying CUI, Yokohama National University
E-mail: sai-ei-mx@ynu.ac.jp

In this study, an un-resolved CFD–DEM coupled analysis was conducted to investigate the influence of confining pressure on suffusion from the viewpoint of skeletal structure evolution. The structural state was examined by calculating the skeleton porosity during internal erosion. The results confirmed that a higher confining pressure leads to a smaller amount of eroded fine particles, although the reduction tends to become limited beyond a certain level of confining pressure. In addition, the skeleton porosity remained nearly constant in all cases, indicating that there was almost no deformation of the skeletal structure throughout the analysis and that internal erosion predominantly occurred as a result of the migration of fine particles through pores. It is considered that a higher confining pressure causes the shrinkage of pore channels available for fine particle migration, thereby tending to reduce the amount of fine particles that are eroded.

1. はじめに

地盤内部から土粒子が流出する内部侵食は，河川堤防，ダム，トンネルなどあらゆる地盤構造物において発生し得る現象であり，構造物の安全性および長期耐久性に重大な影響を及ぼすことが知られている．内部侵食の一形態であるサフィージョンは，粗粒分によって形成された骨格構造の間隙を通じて，その間隙径よりも小さな細粒分が流出する現象であり，地盤材料の力学特性に大きな影響を及ぼす[1, 2]．しかしながら，既往研究では，サフィージョンは試験条件に応じて相反する結果を示すとの知見が報告されている[3]．また，サフィージョン過程において粗粒分によって形成される骨格構造の変化など微視的な検討は十分に行われていない．そこで本研究では，数値流体力学(CFD)との個別要素法(DEM)連成解析を実施し，拘束圧がサフィージョンの発生および進展過程に及ぼす影響について検討した．

2. 数値解析の概要

本研究では，非解像型 CFD-DEM連成解析を用いた．DEM解析には Itasca 社の DEM ソフト PFC3D を用いた．流体解析には有限体積法に基づくオープンソースソルバ FiPy[4]を適用し，流体の挙動はダルシー則に基づきモデル化した．

本解析対象は，Ke らの実験[1]でサフィージョンが確認された珪砂 3 号と 8 号の混合材料を想定し，その粒度分布を簡略化したもの（Fig. 1）を用いた．接触モデルは珪砂の複雑な形状に起因する回転抵抗を模擬できる Rolling Resistance Linear Model[5]を採用し，Table 1 に示すパラメータを用いた．Fig. 2 に解析モデルの概要を示す．立方体内に粒子を充填し，底面の wall 材は目開き 1mm のフィルター状とした．フィルター状の底面を除く 5 面に拘束圧 p を付与することで等方応力状態を再現し，その条件下で内部侵食を生じさせた．

流体場は，一辺 3mm の立方体状 CFD セルを x，y，z 軸方向にそれぞれ 7 個，7 個，6 個の計 294 個で構成した．上面 49 個のセルの上部と底面 49 個のセル底部にそれぞれ指定の過剰間隙水圧値を与えることで動水勾配を作用させた．本報では，動水勾配は 2 で固定し，Table 2 に示す拘束圧が異なる 3 ケースについて検討した．

Table 1 Parameters used in numerical simulation

壁－粒子間摩擦係数	0.0
滑り摩擦係数	0.60
回転摩擦係数	0.60
有効弾性係数(N/m²)	2.0×10^8
垂直－せん断剛性比	2
反発係数	0.20
土粒子密度(kg/m³)	2645
細粒分含有率(%)	25
間隙率	0.42

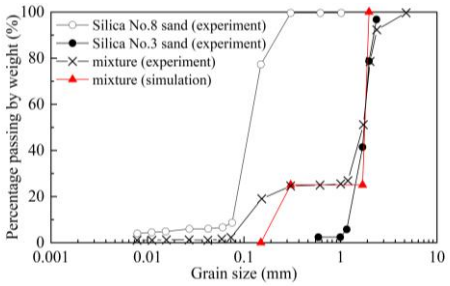


Fig. 1 Grainsize distribution curves

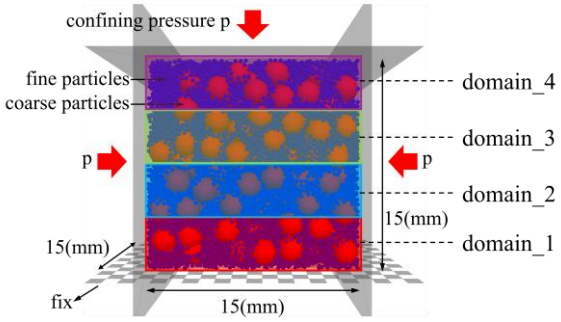


Fig. 2 The numerical model of internal erosion

Table 2： Summary of simulation conditions.

ケース名	拘束圧(kPa)	動水勾配
case_p1i2	1	2
case_p50i2	50	2
case_p200i2	200	2

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

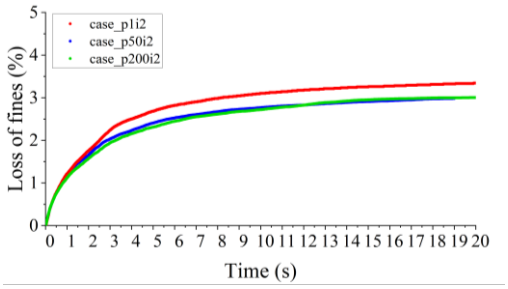


Fig. 3 Temporal evolution of loss of fines

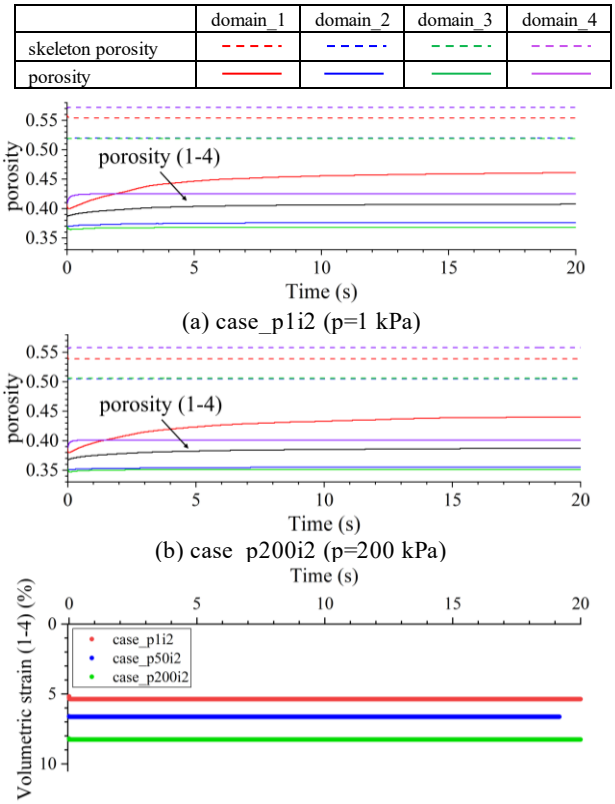


Fig. 4 Skeleton porosity, porosity and volumetric strain

3. 数値解析結果

Fig. 3 に細粒分流出量の時間変化を示す．流出質量は，流出細粒分質量の初期供試体質量に対する百分率(%)として整理した．いずれのケースにおいても流出量は初期に急増し，その後増加率が徐々に低下して漸近的に一定値に近づく傾向を示している．拘束圧が最も小さい case_p1i2 では流出量が最も大きく，他の 2 ケースはほぼ同程度の値で推移している．すなわち，拘束圧の増加は流出量を抑制する傾向を示すものの，その効果は一定以上で頭打ちとなる．

Fig. 4 に間隙率・骨格間隙率，体積ひずみの推移を示す．骨格間隙率は，粗粒分のみを骨格粒子とみなし，細粒分は間隙の一部と見なして算出した間隙率であり，Fig. 2 に示す 4 つの領域で評価した(間隙率も同様)．Fig. 4(a), (b)より，骨格間隙率は全ケースでほぼ一定に維持されていることが分かる．一方，間隙率は流出口に近い domain_1 において顕著な増加を示し，時間の経過とともに増加率が次第に低下している．他の領域でも初期には増加が見られ，その後安定する傾向を示すが，変化は比較的小さい．Fig. 4(c)より，拘束圧に応じて体積ひずみが大きくなるが，いずれのケースも時間的変化はほとんど認められない．

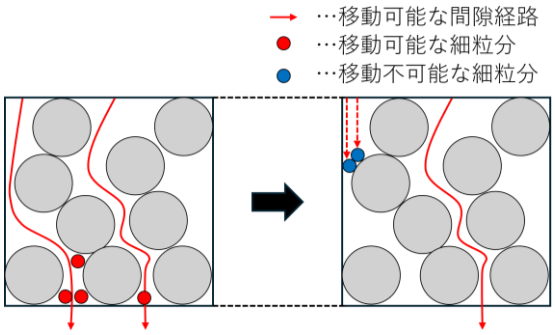


Fig. 5 Schematic diagram of the evolution of pore structure over time (Left: Initial state, Right: over tim)

上述結果より，(1) 骨格間隙率はほぼ一定であること，(2) 体積ひずみは時間的にほぼ変化しないこと，(3) 流出口近傍の間隙率のみが増加し，その増加率が次第に低下することが確認された．Fig. 5 に結果から推定できる，時間経過に伴う間隙構造変化の模式図を示す．浸透初期には複数の間隙経路を通じて細粒分が移動可能であるが，時間経過とともに細粒分の閉塞が進行し，移動可能な経路が徐々に限定される．その結果，骨格構造および体積は維持されたまま，局所的な間隙率は次第に安定に向かうと考えられる．

この構造変化を踏まえると，拘束圧の影響も説明できる．拘束圧が大きいほど等方圧密により間隙径が縮小し，細粒分の移動経路が制限されるため，細粒分流出量は抑制される傾向にあると考えられる．本解析では浸透過程において骨格間隙率がほとんど変化しなかったことから，拘束圧の影響は骨格構造の変形よりも主として流出経路の大きさに現れた可能性が高い．粒度分布や初期間隙率が異なる条件では骨格構造の変化が生じる可能性もあり，拘束圧の影響がより顕著に現れる可能性がある．

4. まとめ

本研究では，非解像型 CFD-DEM 連成解析により，骨格構造の観点から拘束圧が内部侵食に与える影響を調べた．その結果，本解析対象では，解析全体にわたり骨格構造が維持されたまま，間隙を通じて細粒分が流出している結果が得られた．また時間経過に伴う間隙構造の変化が考察され，拘束圧の効果について間隙経路の縮小を引き起こすことで流出を抑制する傾向が得られた．本研究では細粒分含有率や動水勾配などの条件を限定して解析を行っているため，粒度分布や初期間隙率が異なる条件における拘束圧の影響については，今後さらなる検討が必要である．

参考文献

1) Ke, Lin, and Akihiro Takahashi. "Experimental investigations on suffusion characteristics and its mechanical consequences on saturated cohesionless soil." Soils and Foundations 54.4 (2014): 713-730.
2) Li, Mao-Wen, Sheng-Liang Hu, and Chen-Xi Tong. "Numerical Simulation of Mechanical Properties of Soil Considering the Effect of Internal Erosion." *Mathematics* 11.13 (2023): 2959.
3) Liu, Yajing, et al. "A coupled CFD‐DEM investigation of suffusion of gap graded soil: Coupling effect of confining pressure and fines content." International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 44.18 (2020): 2473-2500.
4) Guyer, Jonathan E., Daniel Wheeler, and James A. Warren. "FiPy: Partial differential equations with Python." *Computing in Science & Engineering* 11.3 (2009): 6-15.
5) Iwashita, Kazuyoshi, and Masanobu Oda. "Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM." *Journal of engineering mechanics* 124.3 (1998): 285-292.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:25 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (1)

座長:栗田 玲(東京都立大学)

9:10 ~ 9:25

[25001] シミュレーションによる血流中の酸素濃度分布の解析

*山本 哲也[1,2]、野口 博司[2]、Fedosov Dmitry[3] (1. 慶應義塾大学、2. 東京大学物性研究所、3. Forschungszentrum Jülich)

9:25 ~ 9:40

[25002] 無重力環境下にある非平衡流体の揺らぐ流体シミュレーション

*中野 裕義[1] (1. 東大物性研)

9:40 ~ 9:55

[25003] 三次元流体応力場を再構成する教師なし学習モデルの提案

*牛奥 隆博[1]、熊谷 俊亮[1]、宮武 駿[1]、長 龍佑[1]、ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、内藤 正教[1]、堀江 正信[2]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. 株式会社RICOS)

9:55 ~ 10:10

[25004] レオメトリックせん断流動下における CNC 懸濁液の応力光学計測

*ウォービー ウィリアム海アレクサンダー[1]、横山 裕杜[2]、川口 美沙[3]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学、2. アブドラ国王立科学技術大学、3. 信州大学)

10:10 ~ 10:25

[25005] 粘弾性流体乱流における反変型・共変型高分子の集合体形成

*堀内 潔[1]、Carlos Silva[1] (1. リスボン大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

シミュレーションによる血流中の酸素濃度分布の解析
Simulation-based analysis of oxygen concentration distribution in blood flow

山本　哲也（慶應大・理、東大・物性研）　　野口　博司（東大・物性研）　　Dmitry Fedosov（ユーリッヒ研究センター）
Tetsuya YAMAMOTO, Keio University and The University of Tokyo
Hiroshi NOGUCHI, The University of Tokyo
Dmitry FEDOSOV, Forschungszentrum Jülich
E-mail: tyamamoto-st@keio.jp

Oxygen transport has been studied extensively using theoretical models, starting with the Krogh Model devised in the early 20th century. However, the incorporation of red blood cell (RBC) dynamics has been limited in past models. To address this issue, we employed a coarse-grained, particle-based model of RBCs to investigate diffusion-driven oxygen transport from RBCs to the tissue surrounding the capillary. We observed a decrease in the oxygen concentration along the flow. By comparing the computationally heavy particle-based model with a computationally inexpensive model solving the advection-diffusion equation, we verified that the oxygen concentration distribution agrees quantitatively between the two models.

１．背景

体内で必要とされる酸素は肺で血液に取り込まれ、血液中の赤血球によって細胞組織まで運搬される。この際、赤血球内部に溶解していた酸素が拡散によって赤血球の外に移動し、血管壁に吸収されたのち細胞組織に至る。血液の酸素濃度を実験で直接測定することは難しいため、これまで様々なモデルで酸素運搬の解明が進められてきた。1919年に Krogh モデルが考案されて以来 [1]、このモデルにおける制約条件や近似の精度を向上させた modified Krogh モデルというものが多数考案された [2]。また、近年では理論モデルに限らず、赤血球が一定の形・速度を維持しながら流れていき、そこから酸素が拡散する数値モデルも実現している [3]。しかし、これらのモデルは、赤血球が変形しながら流れるという血液の特徴を十分に捉えられていない。そこで、本研究では、赤血球および血液の動的なモデルを用い、赤血球の中に溶解した酸素が血管周辺の細胞組織に至るまでのシミュレーションを実施した。

２．手法

本研究で用いたモデルは、SDPD (smoothed dissipative particle dynamics)という数値計算手法をもとにしたモデルである [4]。図 1 に示すように、シミュレーションは細胞組織 (tissue)と血管壁 (wall)、血しょう (plasma)、赤血球の細胞膜 (membrane)、細胞質 (cytoplasm)の 5 つの領域に分けられている。全ての領域は多数の粒子で構成されているが、細胞組織と血管壁の粒子は固定されている一方、血しょうと細胞質の粒子は自由に運動する粒子である。また、赤血球膜の粒子は非線形ばねで互いに結合している。赤血球と血しょうの粒子が圧力勾配のもとで運動することで流れが発生する。これらの粒子の運動を SDPD によって実現したうえで、隣接粒子間で酸素濃度に関する拡散方程式を解くことにより、移流と拡散によって酸素が移動する様子を再現した。また、細胞組織では酸素が消費されるため、同項を拡散方程式に導入した。このモデルは現実の赤血球のダイナミクスと酸素拡散を捉えた包括的なものであるが、計算コストが高い。そこで、このモデルを簡略化したものとして、図 1 の各領域における拡散係数および血流の速度分布が対応する形で、円筒座標系において酸素濃度の移流拡散方程式を数値的に解くモデルも併用した。さらに、両モデルにおいて細胞組織における酸素消費を血管壁における境界条件に置き換えたシミュレーションも実施した。

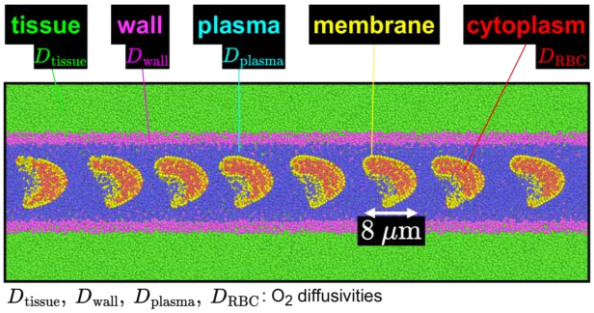


Fig. 1 Snapshot of an SDPD simulation of red blood cells flowing inside a narrow capillary. All five regions are composed of SDPD particles, each with different oxygen diffusivities.

３．結果

図 1 に示すように、シミュレーションでは、赤血球が平衡状態における円盤型から、血液中で一般に観測されるパラシュート型の形状に収束する様子が確認された。また、酸素の濃度分布から、酸素が赤血球の細胞質から細胞組織に向かって拡散する様子が確認された。特に、細胞組織で酸素が消費されるに従って酸素濃度が減少していく様子を示す濃度分布が得られた。また、血流の速さや酸素の消費速度、赤血球の密度に対する濃度分布の依存性も確認された。これらの濃度分布を、前節で説明した複数の手法で比較することで、最も複雑かつ計算コストの高い「細胞組織を含めた血液の粒子モデル」を、最も単純かつ計算コストの低い「細胞組織を境界条件で置換した血液の格子モデル」に簡略化しても、血液中における酸素運搬が正しく再現されることを示した。

４．まとめ

本研究では、血液中の酸素拡散に関する従来モデルの制約を解決するため、血流の粒子モデルを用い、酸素拡散のシミュレーションを行った。種々のパラメータに対する酸素の濃度分布の依存性が確認されたほか、粒子モデルを簡略化しても濃度分布が正しく再現されることが示された。

参考文献

1) A. Krogh. *J. Physiol.* **52**, 409-415 (1919).
2) D. Goldman. *Microcirculation* **15**, 795-811 (2008).
3) A. Lücker et al. *Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol.* **308**, H206-H216 (2015).
4) K. Müller et al. *J. Comput. Phys.* **281**, 301-315 (2015).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

無重力環境下にある非平衡流体の揺らぐ流体シミュレーション

Direct Numerical Simulation of Non-Equilibrium Long-Range Correlations in Microgravity

中野　裕義（東大・物性研）
Hiroyoshi NAKANO, The University of Tokyo,
E-mail: nakano.hiroyoshi.7n@issp.u-tokyo.ac.jp

Space experiments have revealed that fluids in microgravity exhibit macroscopic "giant concentration fluctuations" under uniform gradients, contradicting the expectation of a perfectly quiescent environment. Despite theoretical predictions, numerical reproductions of these non-equilibrium long-range correlations remain scarce. Here, we performed direct numerical simulations (DNS) of fluctuating hydrodynamic equations to fully reproduce these gradient-driven giant fluctuations. Through comprehensive parameter-space investigations, we quantitatively validated theoretical approximations, including mode-coupling theory (MCT). These results bridge the theory-simulation gap, providing a robust foundation for future soft matter research.

1．背景

複雑流体やソフトマターの分野では、濃度勾配や温度勾配を印加し、非平衡下における物質の振る舞いを調べることがよくある。では、この液体を重力のない宇宙空間へ持っていき、地上と同じように勾配をかけたら何が起こるだろうか？一つの可能性として、宇宙空間はとても静寂だと期待するかもしれない。つまり、微小重力によって対流が排除され、純粋な物質の拡散プロセスだけが進行する、完璧に”静かな”実験系が実現するという期待である。しかし、Vailati らの研究チームによって行われた精力的な微小重力下での実験[1,2]は、我々のこの直感を鮮やかに否定した。彼らが微小重力下でポリスチレン・トルエン溶液に対し、静かに濃度勾配を印加したところ、そこには静寂とは程遠い、ミリメートルサイズにまで成長した「巨大な濃度ゆらぎ」が観測されたのだ。彼らの論文から引用した画像が図 1 である。下段は地上での実験結果である。ここでは対流を防ぐために上から加熱して系を力学的に安定化させており、マクロな濃度ゆらぎはほとんど観測されない。一方、上段の宇宙空間での結果では、地上では隠れていた巨大な濃度ゆらぎが確かに発生し、大きくうねっている様子が見てとれるだろう。

宇宙実験によって鮮やかに可視化されたこの巨大なゆらぎは、物理学において「非平衡長距離相関（Non-equilibrium long-range correlations）」と呼ばれる現象である。実は、この現象に対する理論的な研究は 1980 年代から精力的に進められてきた。その理論的解析の主役となったのが、「揺らぐ流体力学（Fluctuating Hydrodynamics）」という枠組みである。これは、従来の決定論的な流体力学の方程式に、熱ゆらぎに由来するランダムノイズ項を組み込んだものだ。この理論から、非平衡下における揺らぎの構造因子が$S(\boldsymbol{q}) \propto |\boldsymbol{q}|^{-4}$という強いべき乗則に従うことが予言された。臨界現象における平衡ゆらぎの構造因子が $S(\boldsymbol{q}) \propto |\boldsymbol{q}|^{-2}$であることと比較すれば、非平衡ゆらぎがいかに空間的・振幅的に巨大化するポテンシャルを秘めているかがわかるだろう。先述の Vailati らの宇宙実験は、この 1980 年代からの理論的予言を極めて明確に（explicit に）実証した画期的な成果であった。

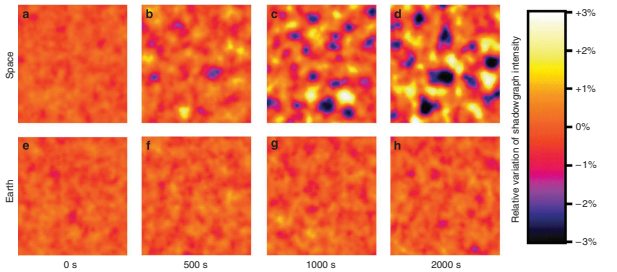


図 1 Vailati らによって行われた宇宙実験（上段）と地上実験（下段）の比較。宇宙空間において一様勾配を加えると、マクロスケールの大きな揺らぎが発生することがわかる。文献(1)から転載。

理論と宇宙実験の両輪によって、非平衡長距離相関は確固たる物理現象として確立された。我々の次なる目標は、この巨大な背景ゆらぎが、より複雑なソフトマター現象や微小重力下での生命科学実験にどのような影響を及ぼすのかを解明することである。しかし、ここで一つの大きな壁が立ち塞がっている。それは「数値シミュレーションによる検証の圧倒的な不足」である。現在に至るまで、この現象を計算機上で再現した報告例は極めて少ない。唯一の代表的な例が、Garcia らのグループによる揺らぐ流体方程式の直接数値シミュレーション（DNS）に留まっているのが現状だ[3]。

2. 本研究の目的

こうした背景のもと、本研究では「大規模分子動力学（MD）シミュレーション」[4]と「揺らぐ流体方程式の直接数値シミュレーション（DNS）」[5]という、ミクロとメゾの異なる 2 つのスケールから独立してアプローチし、非平衡長距離相関の完全な再現に挑んだ。

特筆すべきは、第一原理に基づく分子動力学シミュレーションによってこのマクロな長距離相関を再現した点は、本研究が世界初の報告例となることである。また、揺らぐ流体力学の DNS においては、先行する Garcia らの手法をベースにしつつ、より広範なパラメータ空間での網羅的な調査を実施した。これにより、既存の理論モデルを構築する際に用いられてきた「近似」の妥当性を定量的に確認するなど、理論とシミュレーションを橋渡しする新たな知見を得ることに成功した。

本発表では、この非平衡長距離相関現象に関する簡単なレビューを行いつつ、我々が新たに取り組んだ揺らぐ流体シミュレーションの成果を中心に報告したい[5]。

3. 手法と結果

本研究の DNS において我々が直接数値的に解いたのは、非圧縮性速度場$\boldsymbol{v}(\mathbf{r},t)$によって移流されるスカラー場

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

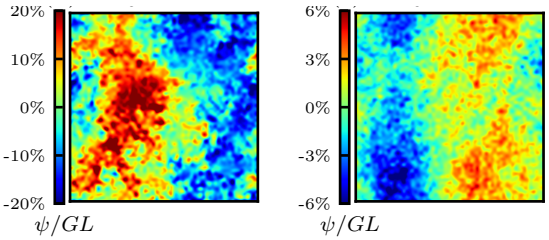


図 2 揺らぐ流体方程式の直接数値シミュレーションによって得られた非平衡流体の典型的なスナップショット。さまざまなパラメータ領域で、大きな非平衡揺らぎを観測することに成功した。

ψ(**r**,t)（濃度など）のダイナミクスを記述する以下の「揺らぐ流体方程式系」である。

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + \upsilon_0 \Delta \boldsymbol{v} - \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\Pi}_{ran}$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla\cdot(\psi \boldsymbol{v}) = D_0 \Delta\psi - \boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{J}_{ran}$$

ここで、ρ_0は質量密度、υ_0は動粘性係数、D_0は拡散係数である。また、右辺の$\boldsymbol{\Pi}_{ran}$と$\mathbf{J}_{ran}$は熱ゆらぎを表現する確率的フラックスであり、揺動散逸定理を満たすガウシアンホワイトノイズとして与えられる。なお、今回は簡単のため Navier-Stokes 方程式の非線形移流項は無視した。

この系に対して、一方向（y方向）に一定の平均勾配Gを印加した状態（ψ(**r**,t)=Gy+$\delta\psi$(**r**,t)）を考える。この時の非平衡揺らぎの直接数値シミュレーションを行った。なお、右辺の$\boldsymbol{\Pi}_{ran}$と$\mathbf{J}_{ran}$がない場合、このモデルは単純な決定論的移流拡散方程式となる。

図 2 にシミュレーションで得られた典型的なスナップショットを示す。右図はD_0が小さい場合、左図はD_0が大きい場合である。どちらに対しても非常に大きな揺らぎの発生が見てとれる。本発表では、より詳しくこのシミュレーション結果について紹介したい。

4. まとめ

本発表では、一様勾配下の非平衡系で生じる長距離相関（巨大ゆらぎ）について、数値シミュレーションを用いた解析結果を報告した。Vailati らの微小重力実験で観測されたマクロなゆらぎ現象に対し、本研究では「揺らぐ流体力学」の枠組みに基づく直接数値シミュレーション（DNS）から検証を行った。

結果として、網羅的なパラメータ調査により非平衡長距離相関の再現に成功するとともに、モード結合理論（MCT）などの既存理論で用いられてきた近似の妥当性を定量的に確認した。

今後は、この非平衡背景ゆらぎが、タンパク質の結晶化や細胞内の物質輸送といった、より複雑なソフトマター現象に与える影響について解析を進める予定である。

参考文献

1) A. Vailati, et al., Nature Communications, 2:290 (2011)
2) A. Vailati, et al., J. Phys.: Condens. Matter **24**, 284134 (2012)
3) I. Srivastava, D. R. Ladiges, A. J. Nonaka, A. L. Garcia, and J. B. Bell, Physical review E **107**, 015305 (2023).
4) H. Nakano and K. Yokota, Physical review E **111**, L063401 (2025)
5) H. Nakano, and Y. Minami, arXiv:2511:17851 (2025)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

三次元流体応力場を再構成する教師なし学習モデルの提案
Unsupervised neural network model for reconstruction of a three-dimensional fluid stress field

牛奥　隆博（農工大・工）　熊谷　俊亮（農工大・工）　宮武　駿（農工大・工）　長　龍佑（農工大・工）
ウォービー　ウィリアム海アレクサンダー（農工大・工）　内藤　正教（農工大・工）
堀江　正信（株式会社 RICOS）　田川　義之（農工大・工）

Takahiro USHIOKU, Tokyo University of Agriculture and Technology
Shunsuke KUMAGAI, Tokyo University of Agriculture and Technology
Shun MIYATAKE, Tokyo University of Agriculture and Technology
Ryusuke CHO, Tokyo University of Agriculture and Technology
William Kai Alexander WORBY, Tokyo University of Agriculture and Technology
Masanori NAITO, Tokyo University of Agriculture and Technology
Masanobu HORIE, RICOS Co. Ltd.
Yoshiyuki TAGAWA, Tokyo University of Agriculture and Technology

E-mail: ushioku@go.tuat.ac.jp

This study proposes a novel method, “U-FlowPET,” for reconstructing a three-dimensional fluid stress field from optical measurement data. In this method, the stress field is determined using an unsupervised physics-informed neural network designed to ensure consistency with measured photoelastic parameters, momentum balance, and continuity equation. Our results demonstrate that U-FlowPET accurately reconstructs the three-dimensional stress field in rectangular pipe flow without relying on constitutive assumptions, geometric symmetry, or labeled training data, potentially impacting biological flows and functional material design.

１．諸言

流体の応力場を明らかにすることは，結果として得られる流体の運動の理解のみならず，ソフトマターの設計 [1]や心血管診断 [2]においても極めて重要である．流体中の応力場を推定する試みとして，PIV 法等により得られた流速ベクトル場と構成方程式に基づく方法 [3]が提案されているが，流速ベクトル場の空間微分に伴う精度の低下や構成方程式が不明な流体への適用が不可能という問題がある．

近年では，積分光弾性法により得られる光学パラメータを利用して流体応力場を再構成する試みが行われている．直交座標系を考え，光路がz軸に平行であるとすると，三次元応力テンソル場 $\boldsymbol{\sigma}(x,y,z)$ と二次元の位相差 $\Delta(x,y)$ 及び方位角 $\phi(x,y)$ の場の関係は次のようになる [4].

$$\Delta\cos 2\phi = \int [C_1(\sigma_{yy}-\sigma_{xx}) + C_2(\sigma_{yy}^2-\sigma_{xx}^2+\sigma_{yz}^2-\sigma_{xz}^2)]\,dz, \quad (1)$$

$$\Delta\sin 2\phi = \int [C_1\sigma_{xy} + C_2\{2(\sigma_{yy}+\sigma_{xx})\sigma_{xy}+2\sigma_{yz}\sigma_{xz}\}]\,dz. \quad (2)$$

ただし，C_1 と C_2 は応力光学係数である．つまり，光学パラメータは応力場と直接的な関係にあり，積分光弾性法に基づく手法において前述の問題は生じない．しかし，本手法で応力場の各成分を求めることは劣問題であり，従来の手法は流れ場の二次元性や軸対称性の仮定を必要 [5]とする，あるいは実験ノイズに対して弱い [6]という問題がある．

そこで，本研究では，光学パラメータから 3 次元応力場を再構成するための教師なし深層学習フレームワークとして，Unsupervised Flow-integrated PhotoElastic Tomography (U-FlowPET) を提案する．本手法は，先行研究 [7]で構築した三次元畳み込みニューラルネットワークを基盤とする学習モデル [8]であり，損失関数に複数の測定方向から取得した光学パラメータと流体の物理法則が考慮されている．重要な点として，これは流れ場の対称性や構成方程式の仮定，及び正解データ無しで三次元応力場を再構成する初の試みであり，ここでは定常な矩形管流れを例に有用性を示す．

２．U-Flow PET の概要

U-Flow PET では，二次元空間中の光学パラメータから三次応力場の再構成をするモデルとして，3D-CNN を基盤とする Encoder-Decoder アーキテクチャを採用する（図 1）．

具体的には，測定方向 θ を変化させ，正規化された位相差 $\hat{\Delta}_{\mathrm{in},\theta}$，及び方位角 $\hat{\phi}_{\mathrm{in},\theta}$を測定し，$(\sin\theta, \cos\theta, \hat{\Delta}_{\mathrm{in},\theta}, \hat{\phi}_{\mathrm{in},\theta})$ の四層を各 θ について積層した二次元画像群を入力として与える．Encoder 部では，各測定角度における光学パラメータに現れる空間的な特徴を優先的に抽出し，潜在変数空間へと写像する．そして，Decoder 部において，奥行き（光路）方向への拡張を優先したアップサンプリングと等方的な畳み込み演算を実行することで，三次元空間中の無次元化せん断応力場，圧力場，及び流速場の各成分を出力する．

損失関数は以下の通りである．ただし，各項は，予測値と入力または目標値との最小二乗誤差を計算している．

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{opt}} + \mathcal{L}_{\mathrm{phys}}. \quad (3)$$

光学パラメータに関する損失関数 $\mathcal{L}_{\mathrm{opt}}$ は，位相差と方位角に関する損失（$\mathcal{L}_{\Delta}, \mathcal{L}_{\phi}$）の和として次のように設計した．

$$\mathcal{L}_{\mathrm{opt}} = \mathcal{L}_{\Delta} + \omega_{\phi}\mathcal{L}_{\phi}. \quad (4)$$

ω_{ϕ} はエポック数に応じて変化する重み係数である．一方，流体の物理法則に関する損失 $\mathcal{L}_{\mathrm{phys}}$ は次の通りである．

$$\mathcal{L}_{\mathrm{phys}} = \mathcal{L}_{\mathrm{PDE}} + \mathcal{L}_{\mathrm{BC}} + \mathcal{L}_{\mathrm{Global}} + \mathcal{L}_{\mathrm{align.}} \quad (4)$$

特に，$\mathcal{L}_{\mathrm{PDE}}$ は非圧縮性流体に関する連続の式と次の Cauchy の運動量バランスの式に基づく損失を表しており，これらの式を満たす解を探索するよう設計している．

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} \quad (6)$$

また，$\mathcal{L}_{\mathrm{BC}}$ は境界条件を，$\mathcal{L}_{\mathrm{Global}}$ は計測領域の巨視的な力の釣り合いを，$\mathcal{L}_{\mathrm{align}}$ はひずみ速度と応力の方向整合性を満たすために加えた損失である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

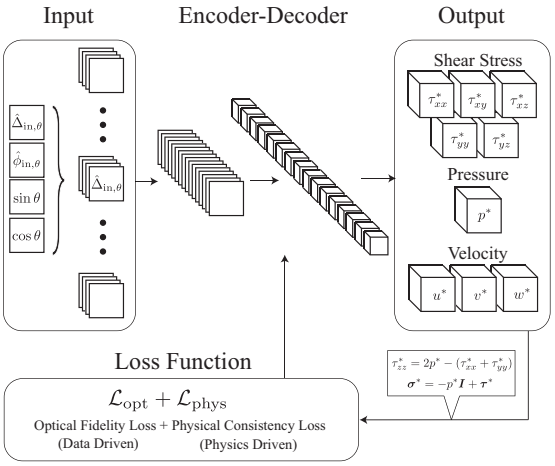


Fig. 1 Architecture of U-FlowPET

3．結果と考察

入力データとして用いた位相差と方位角の場の一部を図 2 に示す．用意した位相差と方位角のデータセットは測定角度を 15 度ずつ変化させた計 12 個あり，これらは定常ナヴィエ・ストークス方程式を COMSOL Multiphysics により計算した応力場に基づいて生成した．流体の物性やレオロジー特性は CNC (0.3 wt%) と NaI (57.6 wt%) を含む懸濁液を想定し，境界条件として流入流量を 50 ml/min，流出側の圧力を 0 Pa，壁面を非滑りとした．学習条件として，深層学習フレームワークに TensorFlow 2.14.1，GPU 高速化ライブラリとして CUDA 11.8 及び cuDNN 8 を採用した．ネットワークの学習の最適化アルゴリズムには Adam （$\beta_1 = 0.9, \beta_2 = 0.999$）を使用し，ハイパーパラメータは学習率を 1×10^{-4}，バッチサイズを 1，エポック数を 5000 とした．

図 3 に矩形管流れの真値と提案手法により再構成された無次元化応力場の $\hat{\sigma}_{xy}, \hat{\sigma}_{yz}$ 成分をそれぞれ示す．ただし，これらの値は真値の最大値により無次元化されている．図 3 より，再構成された応力場の各成分は，入力データとして与えた位相差・方位角の場を構成する応力場と同様の特徴を再現できていることが分かる．また，各成分の平均絶対誤差は 0.052 以下であり，先行研究 [7]で提案された教師あり学習と比較しても遜色の無い精度であることがわかった．したがって，U-FlowPET は流れ場の対称性や構成方程式の仮定，及び応力場の正解データが無くとも，応力場を高精度に再構成できることが示された．

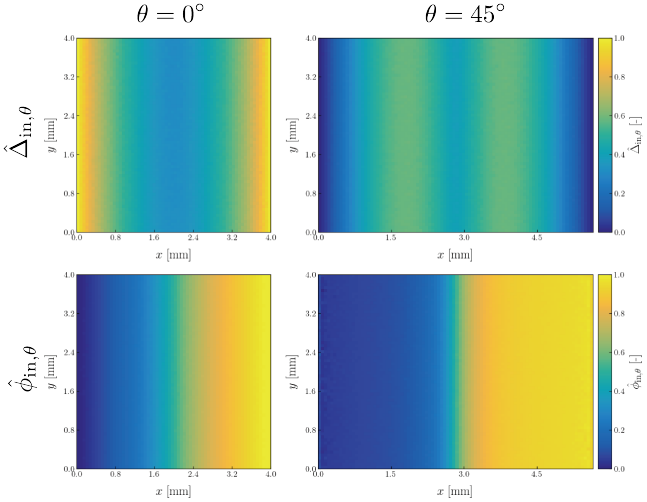


Fig. 2 Simulation-based dataset

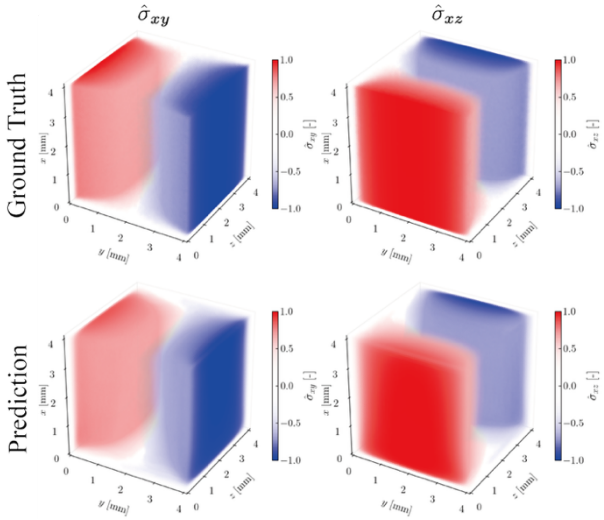


Fig. 3 Ground truth and reconstruction results of 3D stress field

5．結言

本研究では，二次元空間中の位相差と方位角の場から三次元空間中の流体応力場を再構成するための深層学習フレームワークとして U-FlowPET を提案した．そして，提案手法を用いて定常な矩形管流れの数値計算データに基づく学習を行ったところ，流れ場の対称性や構成方程式の仮定，及び応力場の正解データが無くとも応力場を精度良く再構成することができた．紙面の都合により掲載できなかったが，講演ではさらに定常な矩形管流れを対象とした光弾性法による実験データに基づく学習例を示し，入力データに実験ノイズが含まれる場合でも応力場を再構成できることを述べる．本研究により，複雑流体・非対称流れでも応力場再構成する基盤が構築され，ソフトマターの設計や心血管診断において有効な応力場推定法として期待できる．

参考文献

1) A. Blaeser, D. F. Duarte Campos, and U. Puster et al.: Controlling Shear Stress in 3D Bioprinting is a Key Factor to Balance Printing Resolution and Stem Cell Integrity, Advanced Healthcare Materials, 5, pp.326-333, 2016.
2) D. Rus and M. Tolley: Design, Fabrication and Control of Soft Robots, Nature, 571, pp.467-475, 2015.
3) N. A. Buchmann, C. Atkinson, M. C. Jeremy et al.: Tomographic Particle Image Velocimetry Investigation of the Flow in a Modeled Human Carotid Artery Bifurcation, Experiments in Fluids, 50, pp.1131-1151, 2011.
4) K. Nakamine, Y. Yokoyama, and W. K. A. Worby et al.: Flow Birefringence of Cellulose Nanocrystal Suspensions in Three-Dimensional Flow Fields: Revisiting the Stress-Optic Law, Cellulose, 31, pp.7405-7420, 2024.
5) H. Aben and A. Puro: Photoelastic Tomography for Three-Dimensional flow Birefringence Studies, Inverse Problems, 13, pp.215-221, 1997.
6) S. G. Abrego Hernández: Experimental Assessment and Implementation of Photoelastic Tomography, Ph.D. thesis, University of Sheffield, 2019.
7) D. Igarashi, S. Kumagai, and Y. Yokoyama et al.: Reconstruction of Three-Dimensional Fluid Stress Field via Photoelasticity Using Physics-Informed Convolutional Encoder-Decoder, arXiv preprint arXiv:2504.15952, 2025.
8) 熊谷俊亮，五十嵐大地，横山裕杜　他：PICED と光弾性計測を用いた三次元流体応力場構築，日本流体力学会年会 2024 講演論文集，2FH105-09-04.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

レオメトリックせん断流動下における CNC 懸濁液の応力光学計測
Stress-optical measurements of CNC suspensions under rheometric shear flow

ウォービー　ウィリアム海アレクサンダー（農工大・工）　横山　裕杜（KAUST）
川口　美沙（信州大・工）　田川　義之（農工大・工）
William Kai Alexander Worby, Tokyo University of Agriculture and Technology
Yuto Yokoyama, King Abdullah University of Science and Technology
Misa Kawaguchi, Shinshu University
Yoshiyuki Tagawa, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: wka-worby@st.go.tuat.ac.jp

This study investigates the stress-optic response of rigid cellulose nanocrystal suspensions using rheo-optical measurements and theoretical analysis. At high Péclet numbers, a significant decrease in the stress-optic coefficient was observed. By theoretically decomposing the bulk stress, we clarified that this decrease is not caused by structural breakdown, but by the increasing dominance of non-optical stress contributions, such as solvent viscosity. Consequently, the simple linear stress-optic law is strictly valid only in the low-shear regime.

1．緒言

複雑流体は，せん断などの外力により内部の粒子や高分子が配向することで光学的異方性(複屈折)を示す．主屈折率テンソル $\mathbf{n}$ と応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ の比例関係を仮定したものは，応力光学則(Stress–Optic Law: SOL)として知られる [1]．

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{C}\mathbf{R}(\chi)\,\mathbf{n}\,\mathbf{R}(\chi)^{\mathrm{T}} \qquad (1)$$

ここで，C [Pa^{-1}]，$\mathbf{R}(\chi)$はそれぞれ応力光学係数と回転テンソルを表す．χ [deg]は配向角である．近年，SOL は流動場における応力を可視化する非接触計測技術として，工学的な応用が期待されている [2]．特に粒子懸濁液を可視化流体とする試みがなされているが，この場合，SOL が全応力に対して成立するという暗黙の前提に依存しており，その適用限界が不明瞭なまま経験的な検量線に頼らざるを得ないのが現状である．そのため，汎用的な計測手法としては未だ確立されていない．

この課題の本質は，微視的な粒子配向ダイナミクスと，巨視的な力学応答の間の成分的な分断にある．複屈折は分散質の配向に伴う粒子応力のみを反映する [1,3].これに対し，流動場全体の力学応答である全応力は，光学的に不活性な溶媒応力を内包している．この両者の構成比が流動条件に応じて変遷する事実は理論上予見され得るが，高せん断下での SOL 破綻に対し，微視的動態に基づいた明快な解釈は与えられてこなかった．我々の先報で確認された応力係数の著しい低下は，この理論と計測の分断が顕在化した例とも言える [4]．この低下要因を特定し，単純な比例関係としての SOL の有効範囲を明らかにすることが，本手法の精度および適用限界を再考する上で重要である．

本研究では，微視的な配向統計理論と巨視的な応力計測を統合し，懸濁液系における応力光学応答と粒子配向状態の定量的な相関を明らかにすることを目的とした．特に応力光学係数の流動依存性を実験的および理論的に検証し，単純な比例関係を前提とする SOL の適用範囲を評価した．

2．実験

・懸濁液調製

Cellulose Lab 社製の Cellulose nanocrystal(CNC)を分散質として用いた．AFM 観察により円柱状粒子と仮定して寸法を評価した(Fig.1(a))．CNC の多分散性が及ぼす影響を考慮するため，Reddy ら [6]に倣い，長さ L については体積平均を採用し，L = 282±82 nm と評価した．平均直径は d = 4.8±2.2 nm として特徴付けた．CNC をグリセリン/水からなるニュートン溶媒(体積比 90:10，粘度 η_s = 204 mPa·s)に分散させ，質量濃度ϕ = 0.05–0.3 wt.%となるように懸濁液を調製した．

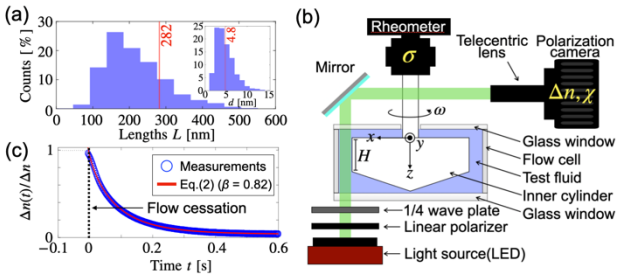


Fig.1 (a) Length L and diameter d distributions from AFM analysis of 1,604 isolated CNCs. (b) Schematic of the rheo-optical experimental setup. (c) Transient birefringence normalized by the steady-state value after flow cessation.

・Rheo-optical 計測

Fig.1(b)に Rheo–optical 実験系の概略を示す．共軸二重円筒型レオメータ(MCR302, Anton Paar)に自作の Taylor-Couette 流路セル(内筒径 36 mm，外筒径 38 mm，長さ 10 mm)を用いた．せん断速度$\dot{\gamma}$ = 0.1–100 s^{-1} における応力全 σ を計測すると同時に，偏光カメラ(CRYSTA PI-5WP, Photron)により複屈折 Δn [–]および配向角 χ を取得した．定常流動における Δn, χ および C の評価に先立ち，流動停止実験における複屈折の緩和挙動から CNC の実効回転拡散係数D_r^{eff} [s^{-1}]を評価した．流動停止後，Δn は CNC のブラウン運動により指数関数的に減衰する [5]．

$$\Delta n(t)/\Delta n = \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)^{\beta}\right],\ \text{where } 0<\beta\leq 1 \qquad (2)$$

ここで，$\tau = 1/(6D_r^{\mathrm{eff}})$は緩和時間 [1]，$\beta$ は粒子長さ分布の広がりを示すパラメータである．式(2)に基づくフィッティングよりD_r^{eff}を算出し(Fig.1(c))，移流と回転拡散の比を示す無次元数である Péclet 数($Pe = \dot{\gamma}/D_r^{\mathrm{eff}}$)を定義した．

3．実験結果と考察

Fig.2(a)に CNC 懸濁液の濃度で正規化した平均複屈折$\langle\Delta n\rangle/\phi$を Pe 数の関数として示す．$Pe < O(10^0)$の領域では，Δn は Pe に比例する．一方，Pe の増加に伴い，Δn は次第に飽和する傾向を示した．さらに，Fig.2(b)に示す平均配向角$\langle\chi\rangle$は，せん断の強化に伴い 45°から 0°へと単調に減少し，流れ方向へと配向が進行する様子が確認された．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

CNC の寸法を用い，実験結果を Lang ら [6]が提唱した剛性・単分散ロッドに対する Revised Doi–Edwards 理論と比較した．懸濁液中の粒子配向状態は 3×3 の配向テンソル **S** によって記述され，Smoluchowski 方程式として定式化される．

$$\frac{d\mathbf{S}}{d\tau} = -(\mathbf{S}-\frac{1}{3}\mathbf{I}) - \frac{L}{d}\varphi(\mathbf{S}^{(4)}:\mathbf{S}-\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}) + \frac{1}{6}Pe[\hat{\mathbf{\Gamma}}\cdot\mathbf{S}+\mathbf{S}\cdot\hat{\mathbf{\Gamma}}^{\mathrm{T}}-2\mathbf{S}^{(4)}:\hat{\mathbf{E}}] \quad (3)$$

ここで，φ は体積分率，**I** は単位テンソル，**Γ** は速度勾配テンソル，**E** は変形速度テンソルである．なお，各テンソル量に付されたハット記号(^)は，それらのテンソル量を代表せん断速度により規格化した無次元化操作を表す．式(3)の数値解に対して固有値解析を行い，最大・最小固有値の差から平均配向度$\langle S\rangle$を，固有ベクトルから主軸方向をそれぞれ決定した．理論的に予測される配向度と実験で得られた複屈折の測定値とは$\langle S\rangle\Delta n_0 = \langle\Delta n\rangle/\phi$の関係により対応付けた．ここで Δn_0 は CNC が流れ方向に全て配向した場合の複屈折を表し，文献値 [7]を参考に $\Delta n_0 = 0.052$ を用いた．

予測結果は Fig.2 の黒実線として描画した．複屈折は実験値と定量的に良い一致を示した．配向角は低 *Pe* 数領域($Pe < O(10^0)$)では実験値と整合するものの，$Pe > 10$ において差異が顕著に現れた．この乖離の原因は現在検証中である．しかしながら，式(3)に基づく理論モデルが Δn および χ の挙動を広い *Pe* 数範囲にわたり良好に再現していることから，本研究で扱ったせん断条件下においては，CNC の粒子構造そのものの破壊や顕著な凝集状態の変化は生じていないことが示唆される．

Fig.3(a)に，応力光学係数 *C* の実験値，および式(3)に基づく理論的予測(黒実線)を示す．*C* の挙動は *Pe* 数に対して 2 つの領域に大別された．すなわち，低 *Pe* 数領域では *Pe* 数に依存せず一定値を示し，高 *Pe* 数領域($Pe \geq O(10^0)$)に移行すると指数関数的に減少した．この物理的背景を明らかにするため，全応力が物理的起源の異なる成分の和で構成される Lang ら [7]の構成方程式に基づき解析を行った．本解析では，式(3)から得られた配向テンソル **S** を同モデルに適用することで，全応力を以下の 4 項へと展開し，各寄与の *Pe* 数依存性を算出した(Fig. 3(b))．

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_p + \sigma_h + \sigma_e \quad (4)$$

ここで，σ_s は溶媒応力，σ_p は粒子応力，σ_h は剛体粒子の回転に由来する流体力学的相互作用，σ_e は排除体積効果である．なお，本研究の濃度・せん断条件においては σ_e の寄与は他の項に比べて十分に小さいため，図示を省略した．

複屈折に直接寄与するのは，これらの中で粒子の配向エントロピーに由来する σ_p のみである [1,3]．したがって，実験的に観測される応力光学係数 *C* は，全応力 σ に占める粒子

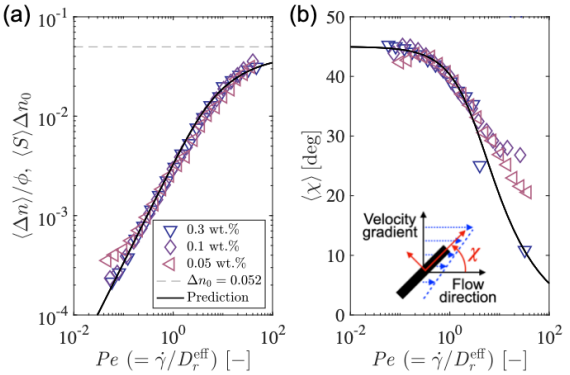


Fig.2 (a) Normalized birefringence $\langle\Delta n\rangle/\phi$ and (b) orientation $\langle\chi\rangle$ as a function of *Pe*. The solid-black lines represent theoretical predictions based on Eq.(3).

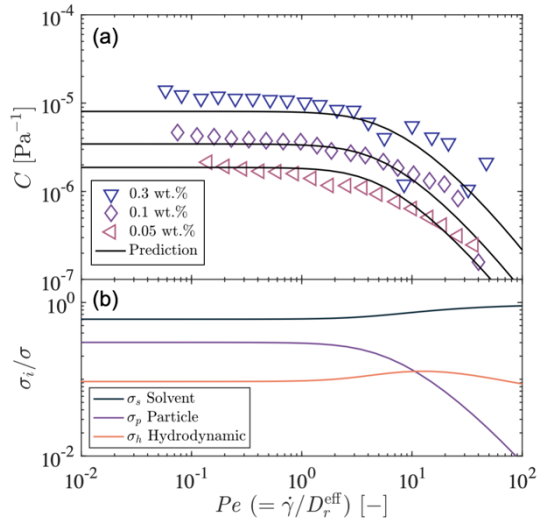


Fig.3 (a) Experimentally determined stress-optic coefficients compared with theoretical predictions. (b) Contribution of each stress component to the total stress in a 0.3 wt.% suspension.

応力 σ_p の割合に直接依存することになる．Fig.3(b)から低 *Pe* 数領域では複屈折に直結する粒子応力 σ_p が全応力に対して一定の割合を保つため，*C* は定数となる．しかし高 *Pe* 数領域に入ると，粒子配向が飽和に達し，σ_p の増加が鈍化する一方で，複屈折に寄与しない σ_s の割合が増大し，全応力を支配するようになる．この応力寄与の変化は，Fig. 3(a)における *C* の急激な減少領域と対応している．すなわち，高応力(高 *Pe* 数)下で観測される *C* の低下は，粒子配向の飽和と，それに伴う光学的に有効な応力成分(σ_p)の相対的な低下によって説明される．

4. 結言

CNC 懸濁液の Rheo–optical 計測および理論解析により，配向の進展に伴う応力光学係数の変化とその微視的メカニズムが示された．高せん断領域での係数の急激な減少は，全応力に占める粒子応力の寄与が相対的に減少することに起因すると定量的に説明される．すなわち，単純な比例関係としての SOL はその寄与率が一定となる流動強度($Pe < O(10^0)$)において有効であることが示された．今後は，配向飽和と溶媒寄与の競合関係を理論モデルに反映させることで，従来の比例則の限界を超えて全応力を定量評価する枠組みを構築する．並行して，本手法をより複雑な三次元流動場へと展開していく．

参考文献

1) G. Fuller, Optical Rheometry of Complex Fluids, Oxford University Press, 1995.
2) C. Lane et al., Two-dimensional strain rate imaging study using a polarization camera and birefringent aqueous cellulose nanocrystal suspensions, Experiments in Fluids, 65, 1, 2023.
3) J. Bender and N. Wagner, Reversible shear thickening in monodisperse and bidisperse colloidal dispersions, Journal of Rheology, 40, 5, pp.899–916, 1996.
4) W. Worby et al., Examination of flow birefringence induced by the shear components along the optical axis using a parallel-plate-type rheometer, Scientific Reports, 14, 1, 2024.
5) N. Reddy et al., Rheo-optical Analysis of Functionalized Graphene Suspensions, Langmuir, 34, 26, pp.8877–7851, 2018.
6) C. Lang et al., Microstructural Understanding of the Length- and Stiffness-Dependent Shear Thinning in Semidilute Colloidal Rods, Macromolecules, 52, pp.9604–9612, 2019.
7) M. Khan et al., Birefringence of cellulose: review, measurement techniques, dispersion models, biomedical applications and future perspectives, Wood Science and Technology, 58, 1, pp.5–22, 2024.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粘弾性流体乱流における反変型・共変型高分子の集合体形成
Aggregate formation of contravariant and covariant polymers in viscoelastic turbulent flows

堀内　潔（リスボン大・工）　　Carlos B. da Silva（リスボン大・工）
Kiyosi Horiuti, Carlos B. da Silva, Universidade de Lisboa
E-mail: kiyosi.horiuti@tecnico.ulisboa.pt

A multi-scale numerical analysis is conducted on homogeneous isotropic turbulent flow of diluted polymer solutions to elucidate the conformation of the aggregates formed by the polymers and reveal its relevance to solvent dissipation reduction (SDR). Morphology of the polymers was examined and representation of the polymers using the elastic dumbbell model was adopted. Conventional constraint on the affinity in the motion of the bead-spring configuration with the deformation of the solvent fluid is relaxed together with a variable slip parameter. The dumbbells adopt both affine contravariant mode and maximumly non-affine covariant mode of configurations depending on their dynamics. It was shown that the constitutive element of the covariant dumbbell is a set of two hyperplanes. A scalar potential which defines these hyperplanes was given by the invariant of the vortex sheet tensor (VST). The reference vectors with which the dumbbells align were identified in both modes. The covariant dumbbell aligns with the gradient of this scalar. Prevalence of the vortex sheets in viscoelastic flow was shown. Using this model, the flow suitable for our analysis, in which bimodal contravariant and covariant states coexist and dynamically evolve, was attained. Classification of SDR achieved by the contravariant and covariant dumbbells into Types A and B was shown. The largest elastic energy production was achieved while the dumbbell was in Type B of an elongated covariant mode and SDR was enhanced in comparison to Type A of the complete contravariant case. A parameter which collectively governs the evolutions of the polymer stress, polymer pressure, solvent pressure and solvent dissipation was identified as the strain skewness. Depending on the local strength of this parameter, the dumbbells adopt contravariant or covariant configurations. The aggregates formed by the highly elongated dumbbells were decomposed into four groups with different modes, orientations, strain states and locations relative to the vortex sheets. Mechanism of elastic energy production in each group was shown together with the role of the time-history effect. A new type of Weissenberg effect caused by the covariant dumbbells was identified. Covariance of villi intestinal was discussed.

１．はじめに

微量の高分子を流体中に添加した場合抵抗低減が得られが、この低減は Type A と Type B に類別される [1]．流体の静止時において、Type A の高分子は coil した状態になるが、Type B では収縮はするものの伸長状態は維持され低減の度合は Type B の方が顕著である．Type A の代表例としては、PEO、PAM があり、Type B の例には XG と二重螺旋の DNA がある．DNA は一重螺旋に邂逅した場合は Type A となる [2]．高分子の流動解析では、高分子応力の構成方程式が汎用されているが、代表例として Oldroyd-B 方程式があり、高分子の始点と終点に beads を配して非線形ばねで結合した dumbbell モデルに基づいている．Oldroyd-B では、beads の溶媒の流動に対する追随性が仮定されたが、非追随を導入した Johnson-Seagalman (JS) 方程式に拡張された [3]．Slip を表すパラメータをα ($0 \leqq \alpha \leqq 1$)とすると、slip が最大の$\alpha = 1$ の時、JS 方程式は Oldroyd-A 方程式となる [4]．Horiuti *et al.* [5] は、一様等方乱流と管内流において、Oldroyd-A が Type B であるのに対し Oldroyd-B が Type A である事を示した．しかしながら、構成方程式では、高分子が形成する集合体の配向の解明は困難である．本研究は、dumbbell を流体中に分散する多重スケールの BDS-DNS 法を用いた dumbbell 個々の挙動と弾性エネルギー生成機構の解明を目的とする．

２．Dumbbell connector vector の reference vector

Dumbbell の運動方程式は、下式 (1) となる．

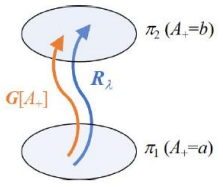
$$d_t R^i = (1-\alpha)(R^j \partial_j u^i) - \alpha (R_j \partial_i u^j) - f_d(|\boldsymbol{R}|_L) R^i/(2\tau_r) \quad (1)$$

ここに、R は dumbbell の connector vector、d_t は実質微分、τ_r は緩和時間、f_d は FENE の減衰関数、$|R|_L$ は dumbbell の最大長で正規化した dumbbell 長を表す．$\alpha = 0$ では、(1) は Oldroyd-B を記述する upper-convective derivative (UCD) となるが、この方程式の解は反変ベクトル R^i である．同じ UCD で移流されるベクトルとしては渦度、微小線要素があり、反変型の dumbbell は、渦度ベクトルに凍結して移流する．$\alpha = 1$ では、Oldroyd-A の lower-convective derivative (LCD) となるが、その解は共変ベクトル R_i である．

高分子を添加した乱流場では、渦層が支配的な構造となるが [5]、渦層は、vortex sheet tensor (VST)、$A^i_j \equiv (S^i_k \Omega^k_j + S^i_k \Omega^k_i)$ を用いて同定され [5]、スカラー変数 $A_+ = (A^i_j A^j_i/2)^{1/2}$ の等値面として抽出される．ここに、S^i_j は歪み速度テンソル、Ω^i_j は渦度テンソルである．$A^2 = A^i_j A^j_i$ とすると、$d_t A^2 = P_V$ となり、P_V は圧力項と渦度伸長項から成る項である．P_V が小さな領域では、$d_t A^2 = 0$ となり、A_+ の勾配ベクトル $\boldsymbol{G}[A_+] (\equiv -\text{grad}(A_+))$ の支配方程式は LCD の式(2)となる．

$$d_t(G_i) = -G_j \partial_i u^j, \quad (2)$$

A_+ が R_i の scalar potential となるが、$\boldsymbol{G}[A_+]$は渦層に対して外向き直交に配向し、初期に $\boldsymbol{G}[A_+]$に沿って配置された共変型 dumbbell R_i は $\boldsymbol{G}[A_+]$に凍結して運動する．



共変ベクトル $\boldsymbol{R}_\lambda$ は、図 1 に示す一対の向き付けされた超平面 π_1、π_2 によって表される．この超平面は渦層に対応し、$\boldsymbol{G}[A_+]$は、この超平面に垂直に配向する．

Fig. 1 Sketch of $\boldsymbol{R}_\lambda$ (not straight black arrow) and $\boldsymbol{G}[A_+]$ (orange).

３．BDS-DNS データ

BDS-DNS の計算は、(2)式に Brown 運動の拡散を附加して dumbbell の運動を追跡し、溶媒の流動には DNS を適用した (BDS-DNS [6])．Dumbbell が追随から非追随な方向に回転した場合、新規の配向に適合するようにα 値を再設定する方法を用いた (variable-α model)．高分子応力 τ_{ij} は、dumbbell の R から成る conformation stress $R_i R_j$ の DNS の計

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

算セル内での平均から算出し、DNS へのフィードバックを施した．流れ場は一様等方乱流とし、長さ 2π の周期 Box で格子点数を 3 方向に各 128、total の viscosity を 0.033、Re_λ =25.1、τ_r =2.8、Weissenberg 数を 10 とした．分散した dumbbell の個数は 10^9 個とし、レプリカ法 [6]を併用した．

４．高分子応力による弾性エネルギー生成

(1)式を用いて導出された高分子応力 τ_{ij} の方程式は、JS 方程式と同一になる．この方程式の近似解を逐次代入法により求めると時間履歴による time-retarded 展開の解 [5]を得る．この解の定常解は (3) 式となる．

$$\tau_j^i \approx 2\nu^{[p]} S_j^i + \nu^{[p]}\tau_r\{4(1-2\overline{\alpha})S_k^i S_j^k - 2A_j^i\}/\hat{f}_d \quad (3)$$

(3)式右辺の初項は粘性散逸を表すが、全弾性エネルギー生成項 $Pe=\tau_j^i S_i^j$ から散逸分 $\varepsilon^{[p]}$ を差し引いた $Pe^{[p]}$ 項は、

$$P_e^{[p]} \equiv P_e - \varepsilon^{[p]} \approx -4\nu^{[p]}\tau_r(1-2\overline{\alpha})S_{S|G}/\hat{f}_d. \quad (4)$$

となる [5]．ここに、$\overline{\alpha}$ は DNS 格子で平均した slip parameter、$S_{S|G}$ は DNS 格子上での strain skewness $-S_p^i S_q^p S_i^q$ を示す．$S_{S|G}$ は正値が卓越するため、反変の $\overline{\alpha}$=0 では $Pe^{[p]}<0$ となり、$S_{S|G}<0$ の場合のみ $Pe^{[p]}>0$ となる．(3)式右辺第 3 項の VST は Pe 中では消去されるが、(3)式に含まれる、記載を省略した時間履歴による VST の項は消去されず Pe に寄与する．$S_{S|G}>0$ の場合、この VST 項が Pe の生成を担う．

最大の Pe は、共変の $\overline{\alpha}$=1 の場合に得られた．

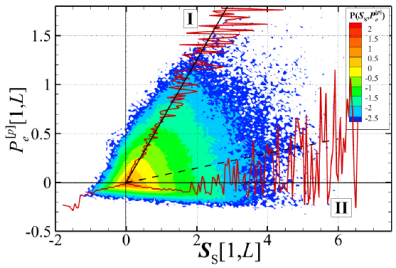


Fig. 2 Joint PDF between $S_{S|G}$ and $Pe^{[p]}$ due to the elongated covariant dumbbells. Two branches I and II of the maximum probability are shown using the red lines. The black solid line denotes y=8.4(4 $\nu^{[p]}\tau_r$) x, the black dashed line is y= (4 $\nu^{[p]}\tau_r$) x.

図 2 は、共変の $\overline{\alpha}$=1 における $S_{S|G}$ と $Pe^{[p]}$の joint pdf を示すが、$S_{S|G}>0$ での $Pe^{[p]}>0$ が支配的となる．高分子応力の導出では、conformation stress R_iR_j の正規化に dumbbell の二乗平衡長(r_{eq}^2)を用いたが、対応する $S_{S|G}$ と $Pe^{[p]}$の関係式は黒色の破線となり、赤線の最大確率 branch I と合致しないのに対して、8.4 r_{eq}^2 と設定し直して正規化した黒色の実線の予測式は branch I と一致する．したがって、共変性の dumbbell では、収縮時の長さが平衡長の 2.9 倍となっており、Type B に属する事が判る．本研究の dumbbell モデルでは、二重と一重螺旋の微細構造は考慮されていないが、α=1 と設定した場合、Type B の実効的な再現が可能となる．

５．集合体の形態

図 3 の透視図に、共変型 dumbbell の分布を青色の線分で示す．2 節で見たように、共変型 dumbbell は灰色で示した渦層(A_+)の等値面に直交して配向する．オレンジの矢印は $G[A_+]$の一例を示すが、共変型 dumbbell と整列する．図 3 には最も伸長された 250 個の dumbbell のみを示したが、総数は 10^5 個程度となる．緑色で示された溶媒圧力(p_s)はドームを形成し、集合体を包含する．$S_{S|G}$ はこのドーム内で大きな正値を取り、dumbbell の伸長と p_s の増加を導く．図 3 中の黄色と水色の線分は反変型の dumbbell を示すが、渦度が集中する渦層中心部に埋め込まれている．共変型 dumbbell は渦層中心部から離脱しており、P_V 項は小さい．

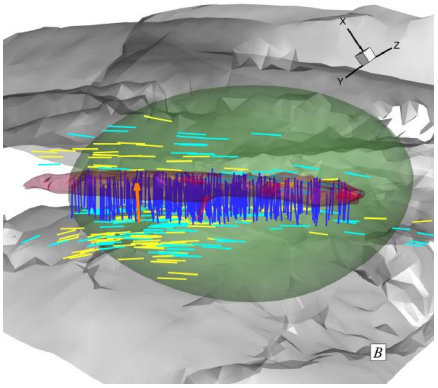


Fig. 3 Perspective display of the distribution of the dumbbell connector vectors. Covariant dumbbells are shown using blue bars, yellow and cyan bars show contravariant dumbbells. Gray scale isosurface shows the vortex sheet, thin green isosurface p_s, thin red isosurface p_τ, $G[A_+]$ vector plotted using the orange arrow.

６．Weissenburg 効果

図 3 中の赤色の等値面は、高分子応力による圧力(p_τ)を示すが、p_τ は負値となる．大きな正値の $S_{S|G}$ によって p_τ は下降し高分子応力は p_s の低減として機能する．式(3)右辺の第 2 項から、高分子応力の主応力は、反変の $\overline{\alpha}$=0 の場合は正値、共変の $\overline{\alpha}$=1 の場合は負値を取る事が判る．そのため、反変では rod-climbing 効果を起こす張力が発生するのに対し、共変では圧力が発生する．そのため、図 3 中の共変型の dumbbel は、渦層に対して圧力を及ぼし、集合体は渦層外縁部に圧着される．p_τ による p_s の低減によって、渦層の圧力が低下して Kelvin-Helmholz 不安定性の発生による小スケール渦の生成が抑制され、抵抗の低減が得られる．

７．小腸絨毛における共変性

5 節で示した共変型 dumbbell の集合体の実例として、小腸を取り上げる．小腸では、管腔側に突出する絨毛の突起構造と突起上の微絨毛の形成が観察されるが、腸液の流動がこの形成に大きく寄与する事が明らかにされた [7]．そこでは、小腸のオルガノイドをシート状に培養し、細胞を平面的に広げた状態で培養液を人工的に攪拌して流れを作る実験が行われた．流体が静止している場合は、突起構造と微絨毛の双方が形成されないのに対し、流動がある場合では両者共の形成が起きる事が示された．微絨毛は図 3 の共変性 dumbbell のように集合体を形成するが、流動が無い場合も coil した状態までは収縮せず、伸長した状態が保持される．この特性は、Type B の高分子と同一であり、微絨毛が、その蛋白質が持つ α - helices 構造に由来する共変性を有している可能性が考えられる．

８．謝辞

本研究におけるデータ解析は、横浜国立大学工学研究院の Intel Xeon PC Cluster により行われた．

参考文献

1) P. S. Virk, D. C. Sherman and D. L. Wagger, AIChE Journal, 43, 3257-3259, 1997.
2) H. J. Choi, S. T. Lim, Lai Pik-Yin and C. K. Chan, Phys. Rev. Lett., 89, 088302, 2002.
3) M. W. Johnson Jr. and D. Segalman, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 2, 255-270, 1977.
4) J.G. Oldroyd, Proc. R. Soc. A, 200, 523-541, 1950.
5) K. Horiuti, K. Matsumoto and K. Fujiwara, Phys. Fluids, 25, 015106, 2013.
6) T. Watanabe and T. Gotoh, J. Fluid Mech., 717, 535-575, 2013.
7) S. Sugimoto *et al*., Nature, 592, 99-104, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:50 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (2)

座長:大槻 道夫(島根大学)

10:35 ~ 10:50

[25006] 泡沫の毛管上昇の時間発展と物理的考察

*塩野 宏太[1]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大)

10:50 ~ 11:05

[25007] 泡沫構造の動的応答が制御する液体浸透挙動

*玉木 健登[1]、柳沢 直也[2]、栗田 玲[1] (1. 東京都立大学、2. 東京大学)

11:05 ~ 11:20

[25008] ジャミングした気泡間隙の流体輸送の定量化

*王 鈺博[1]、足立 友哉[2]、大家 広平[1]、鈴木 洋[2]、玲 栗田[3]、石神 徹[4]、日出間 るり[1] (1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 東京都立大学、4. 広島大学)

11:20 ~ 11:35

[25009] ジェット挙動に基づく粉体流動性評価および初期形状依存性

*小玉 凜空[1]、神保 孔明[1]、武藤 真和[2]、栗田 玲[3]、小林 和也[1] (1. 日本工業大学、2. 名古屋工業大学、3. 東京都立大学)

11:35 ~ 11:50

[25010] 位相シフトエリプソメトリ計測とスパースモデリングによるナノフルイド超拡張濡れの物理因子抽出

*庄司 衛太[1]、深見 開[1] (1. 東北大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

泡沫の毛管上昇の時間発展と物理的考察
Time Evolution and Physical Analysis of Capillary Rise in Foams

塩野　宏太（都立大・理）、栗田　玲（都立大・理）
Kota Shiono, Tokyo Metropolitan University
Rei Kurita, Tokyo Metropolitan University
E-mail: kota9271@gmail.com

本研究では泡沫の毛管上昇における上昇高さの時間発展を観察し，メカニズムの解明と一般的条件下での挙動を評価した。実験では，容器内に充填した泡沫に対して中空円筒を一定周期で抜き差しし，各周期における上昇量を測定した。得られた上昇挙動を解析した結果，上昇過程には異なる二つのメカニズムが存在することが明らかとなった。

液体中に気泡が発生し，それらが安定化されることで泡沫が形成される。泡沫は気泡を主成分とするため，液体や気体の透過率および熱伝導率が低いという特徴をもつ[1]。そのため，食品製造や化学産業など多様な生産プロセスにおいて発生しやすく，生産効率の低下を引き起こす要因となっている。泡沫は準安定に残留するため，現在は脱泡剤による対策が一般的であるが，純度や品質の低下といった課題が残されている。このことから，脱泡剤に依存しない物理的脱泡技術の確立が強く求められている。

泡沫を破壊するためには，泡沫中の液体分率を低下させることが不可欠であり，単位面積あたりの高さを増加させることが重要となる。そこで本研究では，泡沫の**毛管上昇現象**に着目した。泡沫は単純液体とは異なり，毛管を挿入するだけでは上昇しないが，毛管の抜き差しを周期的に繰り返すことで，毛管内を泡沫が上昇する現象が我々の研究室により発見されている[2]。本研究では，この毛管上昇のメカニズム解明と，液相を含むより一般的な条件下での挙動の観察を目的とした。

実験では，容器内に充填した泡沫に対して中空円筒を一定周期で抜き差しし，周期ごとの上昇量を測定した。

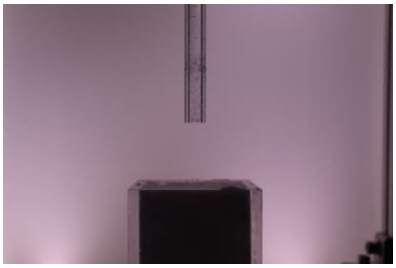


Figure. 1 Experimental setup for foam capillary rise.

その結果，毛管上昇には二つの異なるメカニズムが存在することが明らかになった。一つは円筒内への**詰め込み効果**であり，もう一つは円筒引き抜き後に管下部に形成される円錐状構造が管内部へ流入する現象である。前者は管内部に泡沫を保持する役割を果たし，後者は管内部への注入量を増加させる役割を担っていることが分かった。これらの挙動には，泡沫の弾性的性質と流動的性質の両方が深く関与していることが示唆された。さらに，液相を含む条件下においても，同様のメカニズムにより毛管上昇が生じることが確認された。

（参考文献）

1) I.Cantat『ムースの物理学:構造とダイナミクス』吉岡書店(2016)p. 10

2) 遠田幸斗，『泡沫の毛管上昇を誘起するピンチオフダイナミクス』修士論文，　東京都立大学大学院理学研究科物理学専攻，2025

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

泡沫構造の動的応答が制御する液体浸透挙動
Imbibition dynamics controlled by dynamical coupling of foam structure

玉木 健登（都立大・理）　　栗田　玲（都立大・理）
Kento Tamaki, Tokyo Metropolitan University
Rei Kurita, Tokyo Metropolitan University
E-mail: Takami-kento@ed.tmu.ac.jp

泡沫は気体が高密度に詰まったソフトジャミング系であり、負の浸透圧により液体や微粒子を取り込む機能をもつ。従来、泡沫内の液体浸透は固定多孔質中の毛管現象として理解されてきたが、実験的にはその理論からのずれが報告されている。本研究では、開放・半開放・密閉の三種の境界条件下で浸透と気泡変位を同時測定し、構造変化が浸透ダイナミクスを修正する隠れた機構を明らかにした。

１．はじめに

泡沫とは、液体中に気体が高密度に詰まった状態のものを指す。泡沫は気体と液体で構成されているのにも関わらず、固体としても液体としても振る舞うことが知られており、遮断性、衝撃抑制、軽量性などといった多くの機能を持つ。中でも泡沫は負の浸透圧を持つため、油や微粒子を泡沫内部に取り込むことができる。この性質を利用して、日常的に使われる化粧品や洗浄剤から、浮遊選鉱の産業用途まで、泡沫は多くの場面で活用されている。

コロイドや乳濁液などのソフトジャミング系における液体の浸透に関しては、従来、固定された多孔質構造内を流体が移動する純粋な毛管現象（Lucas-Washburn 則）として理解されてきた。特に泡沫のジャミングが強い状態においては構造の再配置が抑制され、この考え方は妥当と考えられてきた。しかし実際の浸透ではこの従来の理論からのずれや浸透の減速現象が報告されているが、その物理的起源については十分に解明されていない。

本研究では、泡沫を上下からアクリル板で挟み、端から液体をゆっくり注入し、液体が泡沫に浸透していく様子を観察した。今回、開放・半開放・密閉の 3 種類の境界条件における液体浸透と気泡変位を測定することで、泡沫内における構造の変化が浸透に与える影響を調べ、浸透ダイナミクスを支配する隠れたメカニズムを明らかにした [1]。

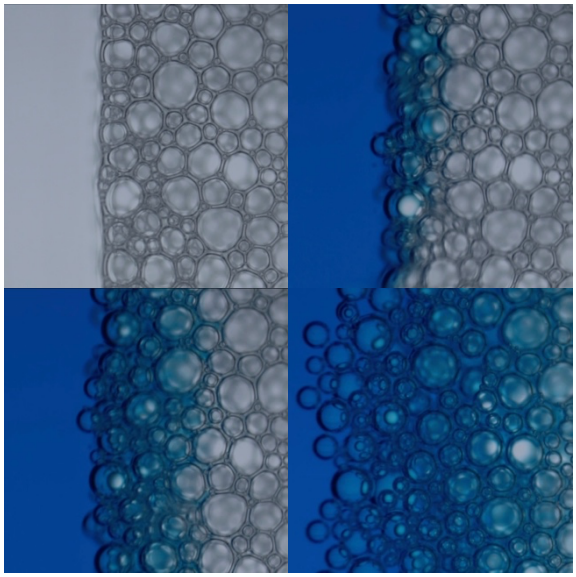


Fig. 1 Time evolution of liquid imbibition to the foam.

参考文献

1)　Kento Tamaki, Naoya Yanagisawa, Rei Kurita, submitted.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ジャミングした気泡間隙の流体輸送の定量化
Quantification of fluid transport in jammed bubble gaps

王鈺博（名大院工），足立友哉（神戸大院工），大家広平（名大院工），鈴木洋（神戸大院工），
栗田玲（首都大理），石神徹（広島大院工），日出間るり*（名大院工）
Yubo WANG, Nagoya University
Tomoya ADACHI, Kobe University
Kohei OHIE, Nagoya University
Hiroshi SUZUKI, Kobe University
Rei KURITA, Tokyo Metropolitan University
Toru ISHIGAMI, Hiroshima University
Ruri HIDEMA*, Nagoya University
E-mail: hidema@nagoya-u.jp

In microfluidic systems, the jamming of deformable particles such as bubbles strongly influences fluid transport through channels. Conventional permeability models, including Darcy's law, generally assume rigid and static porous structures and therefore do not account for particle deformability. In this study, fluid transport through jammed bubble gaps in a microchannel is experimentally investigated. The pressure drops across the jammed region, and the interstitial flow velocity are measured to evaluate the effective permeability of the deformable system.

1．はじめに

泡（気泡が水に分散した系）やエマルション（油滴が水に分散した系，またはその逆）は，微生物を使った物質生成プロセスや，原油回収精製プラントなど，多くの化学プロセスのタンク中に発生する．この際，タンクの中でジャミングしがちな泡やエマルションの隙間を，流体が効率よく流れれば，生成した物質の効率的な回収や，原油の効率的な分離が可能となる（Fig.1）．堅い粒子間隙の流体輸送は，これまで，土木や粉体工学の分野で定式化されてきた [1]．一方，泡やエマルションなど柔らかい粒子の間隙の流体輸送は，定式化されてこなかった．柔らかい粒子は時間とともに変形する．この変形の度合いは，粒子の弾性に依存する．本研究は，粒子の変形能，流体との相互作用の観点から，柔らかい粒子間隙の流体輸送を定量化することを目的とする．本研究ではまず，泡に着目する．

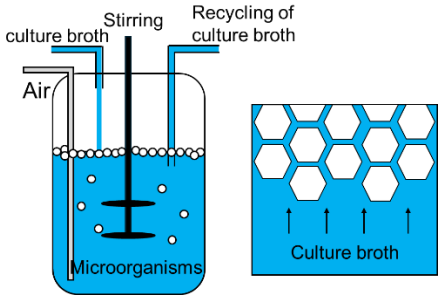


Fig. 1 Schematic of a bioreactor and bubbles jammed in the tank.

2．試料と実験

2 つの入口を持つマイクロ流路に，ドデシルベンゼンスルホン酸ナトリウム（Sodium dodecylbenzenesulfonate, SDBS）2wt%水溶液と，空気を注入し，流路内で気泡を発生させた．気泡のサイズは直径約 120 μm であった．SDBS 水溶液の界面張力γ [N/m]は 28 mN/m，流路内での気泡の変形しやすさを表すキャピラリー数 Ca は約 3.08×10^{-4} であった [2]．Ca は以下の式から計算し，ここで，μ，u，γはそれぞれ，SDBS 水溶液の粘度，平均流速，表面張力である．

$$Ca = \frac{\mu u}{\gamma} \quad (1)$$

さらに，気泡がジャミングした流路の圧力損失を測定し，堅い粒子がジャミングした場合との圧力損失を比較した．

3．結果と考察

Fig.2 は流路内でジャミングした気泡の画像を示す．流路内には，気泡を閉じ込めるバスケットがあり，気泡の間を流れた流体は，下流の隙間から出口へと排出される．

顕微鏡観察の結果，溶液の流動に伴い，バスケット内において気泡が変形する様子が確認された．特に出口付近の気泡が優先的に変形する傾向が見られた．さらに，時間の経過とともに，出口付近の気泡は徐々に合一し，より大きな気泡へと成長する様子が観察された．ジャミング状態では流路の有効断面積が減少するため，流動抵抗が増大した．この時の圧力損失を計測すると，ジャミングの進行とともに圧力の上昇が確認された．

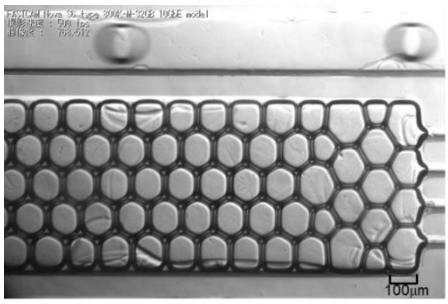


Fig. 2 Bubble jammed in the microchannel.

参考文献

1) Julián Montero; Luis A. Pugnaloni; Ryan Kozlowski. Dimensional analysis for clogging of grains in two and three dimensions. *Phys. Review. E*. 112, 065411, 2025
2) Brian Dincau; Emilie Dressaire; Alban Sauret. Clogging: The self-sabotage of suspensions. *Physics Today*. 76(2), pp.24-30,2023.

謝辞

本研究の一部は，JST 創発的研究支援事業，JPFMR203O の支援を受けたものである．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ジェット挙動に基づく粉体流動性評価および初期形状依存性
Jet-Based Evaluation of Powder Flowability and Dependence on Initial Surface Geometry

小玉　凜空（日工大・工）　　神保　孔明（日工大・工）　　武藤　真和（名工大・工）
栗田　玲（都立大・理）　　小林　和也（日工大・工）
Riku KODAMA, Nippon Institute of Technology
Komei JINBO, Nippon Institute of Technology
Masakazu MUTO, Nagoya Institute of Technology
Rei KURITA, Tokyo Metropolitan University
Kazuya U. KOBAYASHI, Nippon Institute of Technology
E-mail: kobayashi.kazuya@nit.ac.jp

The dynamic behavior of powder jets generated by impact is strongly influenced by particle adhesion and flowability, particularly under high-humidity conditions. In this study, powders under relative humidity conditions of 70–90% were investigated to clarify how particle adhesion and agglomeration affect the dynamic behavior of impact-induced powder jets. Specifically, by independently controlling the humidity conditions and the initial concave radius of the powder bed surface, variations in jet velocity, maximum jet height, and jet diameter were analyzed in detail. The results show that, regardless of the concave radius, both the jet velocity and the maximum jet height decrease significantly with increasing relative humidity. This behavior is attributed to the increase in interparticle adhesion and agglomeration caused by moisture absorption, which reduces the flowability of the powder. Furthermore, it was found that an increase in the concave radius leads to a larger jet diameter, accompanied by decreases in both the jet velocity and the maximum jet height. These results suggest that the initial concave geometry is related to the amount of energy dissipation associated with surface flow of the powder during jet formation.

１．緒言

粉体は，医薬品や化粧品などをはじめ，様々な分野で利用されており，重要な材料系として広く位置付けられている．特に微粒子材料を扱う際には，粉体の流動性を理解することは，原料の供給，混合，成形，充填といった各工程の安定性を制御する上で重要である．そのため，粉体の流動性制御に関する研究も活発に行われており，粒径や形状，粉体間の相互作用が粉体の性質を大きく左右することが明らかにされている [1]．

粉体の相互作用は，ファンデルワールス力，静電気力，液架橋力などによって支配される．特に高湿度環境下では，吸湿により付着性が増大し，不均一な凝集が生じやすくなることが知られている．また粉体の材料特性によっても挙動は大きく異なり，特に粉体の凝集・付着性は環境変化に対して即時に均一化せず，材料特性に応じた緩和時間を伴う [2]．そのため，粉体粒子の吸湿状態に関する周辺環境への適応有無については，個別的なその場評価が重要になると考えられる．粉体の凝集・付着性の評価には，走査型電子顕微鏡（SEM）や原子間力顕微鏡（AFM），粉体レオメータ（FT4）などの精密測定装置が用いられてきた [3-4]．これらは高い測定結果を有するが，大型でありその場観察に適した手法とは呼べない．また，砂山の角度から評価を行う安息角手法 [5]は，簡易的ではあるが，高湿度であるほど測定誤差が大きく，また多量の試料を必要とするため，少量粉体の評価には不向きである．このことから，多量の試料粉体を必要とせず，粉体の吸湿状態を高精度にその場評価が可能な手法の検討が必要である．

本研究では，撃力によって粉体をジェットとして射出する手法に着目し，その挙動の変化を通した粉体の流動性評価手法の確立に向けた検討を行った．本手法は充填した粉体を金属床材に自由落下させ，その衝撃力によって，ジェットを射出させるものである．これまでに，この手法を用いて粉体をジェットとして射出可能であることを報告し，生成されるジェットの再現性および制御性が高いことを示した [6]．本研究では上記手法を用いて，特に湿度環境変化および初期表面形状変化に対するジェット挙動を，ジェットの形状や速度，到達高さなどを指標に評価を行い，初期の凹面形状とエネルギー散逸量についても検討を行った結果について報告する．

２．実験方法・解析

本実験における実験の模式図を Fig. 1 に示す．実験はホウケイ酸ガラス製の試験管（外径 30 mm，内径 27 mm）を用いて内部の粉体挙動を詳細に観察できるようにした．試験管は金属フックを取り付けたシリコンキャップで密閉し，電磁石を用いて試験管全体を静止させる．その後，電磁石を切ることによって試験管を自由落下させ，金属床材に衝突させることで撃力を付与した．試験管の落下高さ H は 10 mm – 110 mm の範囲で制御した．試験管内には粉体を試験管底部から高さ $L = 25$ mm まで充填し，粉体の初期充填率が変わらないように，実験開始前に試験管を複数回タッピングし，粉体層の高さが常に一定になるように調整した．

本手法でジェットを生成するには粉体表面に予め凹面形状を付与することが必要であり，表面が平らな場合ではジェットが生成されない．そのため，凹面形状は半径 $r = 5$ mm, 7.5 mm, 10.5 mm, 12 mm の半球形状とし，粉体表面から凹面深さ h は $r / h = 1$ となるように調整した．

ジェット生成過程は高速度カメラ（FASTCAM SA5, Photron Co.）を用い，撮影速度 30,000fps で記録した．各実験条件について 5 回測定を行い，得られたデータの平均値および標準偏差を代表値およびエラーバーとして用いた．

本研究では粉体粒子および実験環境の湿度条件を制御した．粉体は目標湿度と水分平衡に達するように，実験開始の 24 時間前から相対湿度 70 %，80 %，90 %に制御した湿度制御庫内に静置した．粉体質量を設定した相対湿度条件下で定期的に測定した結果，全ての条件において粉体の質量変化 Δm が 24 時間以上にわたり $\Delta m < 0.001$ g の条件に収束したことから，24 時間の静置で十分に平衡状態に達したと判断した．温度環境は 23℃で統一した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本研究で用いる粉体は，形状が均一で表面特性が制御しやすい球形のガラスビーズ（Fuji Manufacturing Co.）を用いた．本実験ではメーカーカタログ値を参考に粒径範囲 38〜53 μm（本文中では平均値として 45 μm として表記）のガラスビーズ（密度 2.5 g/cm^3）を採用した．これによって湿度変化による繊細な粒子間付着性の影響を評価した．

実験結果の解析にあたり，本研究では，試験管が金属床材に衝突した時刻（0 ms）における粉体表面を基準位置とし，衝突後 $\Delta t = 10$ ms までに飛翔したジェット先端と基準位置との距離 L_{jet}, ならびに衝突に伴って跳ね上がった試験管底部と金属床材との距離 ΔH を計測した．これらを用いて，平均ジェット速度 $V_{jet} = (L_{jet} - \Delta H)/\Delta t$ と定義することで評価を行った．

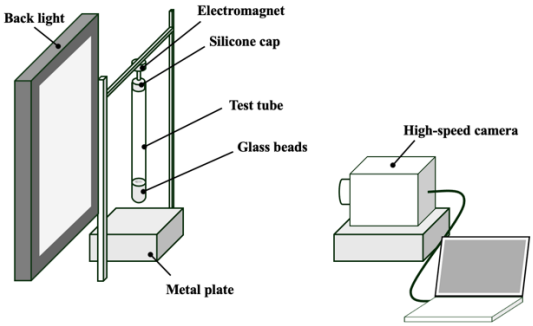


Fig. 1　Schematic diagrams of the experimental setup.

3．実験結果

粉体ジェットの射出挙動を Fig. 2 およびジェット速度解析結果を Fig. 3(a)に示す（ここで例として，凹面形状半径は r = 12 mm に関して示している）．Fig. 2 (a)~(c)の各湿度変化に対してジェット速度や到達距離に依存性が見られることがわかる．これは，吸湿による付着力および凝集性の増大により，粉体の流動性が低下し，与えられたエネルギーの散逸が増大するためでもあると考えられる．さらに，湿度条件 70 %における凹面形状変化に対するジェット速度の変化を Fig. 3(b)に示す．同湿度条件であることから，粉体の流動性は同一であるが，凹面形状が変化することによって，生成されるジェット速度も変化することが明らかとなった．また，ジェット径は凹面半径が増加することで太くなり，ジェット速度と最大到達距離は次第に低下することも明らかになった．湿度増加に対しても，いずれの凹面半径形状においても，Fig. 3(a)と同様にジェット速度および最高到達距離が顕著に低下することが明らかになった．これらの結果より，初期の凹面形状がジェット生成時に粉体の表面流動において発生するエネルギー散逸量に関連していることが示唆された．

4．おわりに

本研究では，相対湿度 70–90 %の環境下において，粒子の付着・凝集性および初期凹面形状が粉体ジェットの動的挙動に及ぼす影響を調査した．その結果，いずれの凹面半径においても，相対湿度の上昇に伴いジェット速度と最高飛翔距離が低下した．これは吸湿により粒子間付着力と凝集性が増大し，粉体の流動性低下とエネルギー散逸の増大を引き起こすためと考えられる．さらに，同一撃力条件下でも凹面半径の増加によりジェット速度と最高飛翔距離が低下することが示され，崩壊・流動に関与する粉体量の増加に伴う粒子間衝突・摩擦によるエネルギー散逸の増大が示唆された．

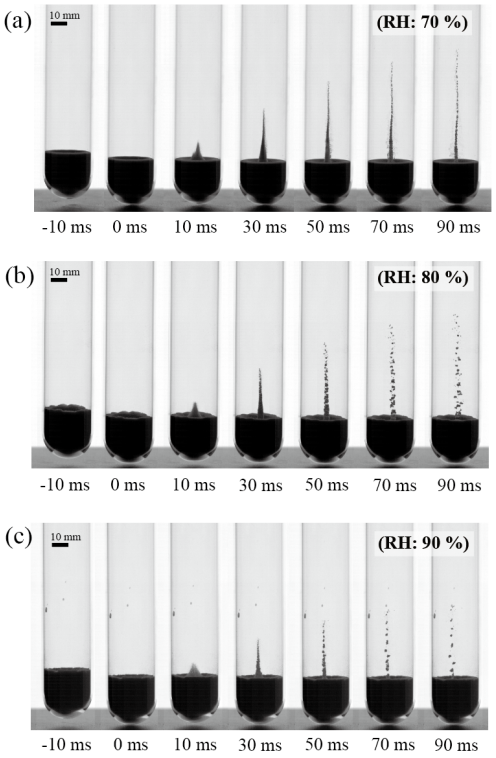


Fig. 2　Representative jetting behaviors for r = 12 mm under relative humidities of 70–90 %.

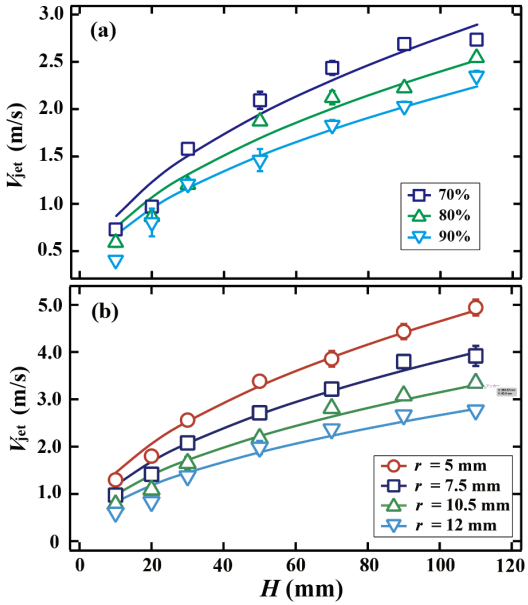


Fig. 3　Jet velocity as a function of drop height H: (a) for r = 12 mm at relative humidities of 70%, 80%, and 90%; (b) for different concave radii at 70% relative humidity.

参考文献

1) J. Duran, “Sands, Powders and Grains”, Springer Science & Business Media (2012).
2) F. Podczeck, J. M. Newton, *et al., Int. J. Pharm.* **149**, 2 (1997).
3) C. Hare, U. Zafar, *et al., Powder Technol.*, **285** (2015).
4) M. Paajanen, J. Katainen, *et al., J. Colloid Interface Sci*. **304**, 2 (2006).
5) H. M. B. Al-Hashemi and O. S. B. Al-Amoudi, *Powder Technol*. **330** (2018).
6) K. U. Kobayashi, K. Jinbo, *et al., Mater. Des*, **260**, 114951 (2025).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

位相シフトエリプソメトリ計測とスパースモデリングによるナノフルイド超拡張濡れの物理因子抽出

Extraction of physical factors in nanofluid superspreading wetting via phase-shifting ellipsometry and sparse modeling

庄司　衛太（東北大・工）　　深見　開（東北大・工）
Eita SHOJI, Tohoku University
Kai FUKAMI, Tohoku University
E-mail: eita.shoji@tohoku.ac.jp

Superspreading wetting of surfactant-free nanofluids defies standard theoretical explanations. This study employs a data-driven sparse modeling approach, PDE-FIND, to identify the governing equations of droplet dynamics directly from nanometer-scale spatiotemporal film-thickness profiles measured by phase-shifting ellipsometry. While the identified equation for a pure solvent recovers classical lubrication physics, the nanofluid dynamics necessitates a unique transport term. Our findings suggest that this term represents nanoparticle-induced capillary wicking, providing a mathematical signature for superspreading behavior.

１．はじめに

固体表面上の液滴の濡れ現象は、塗装、コーティング、潤滑、洗浄、相変化伝熱など、多岐にわたる工学プロセスにおいて重要な物理現象である。一般に、液滴の接触半径 R の時間変化 t は $R \propto t^{0.1}$ に従うことが知られており、これは Tanner 則 [1]と呼ばれる。しかし、特定の液滴においては、この時間指数が 0.1 を上回り拡張する超拡張濡れ現象が報告されている。界面活性剤水溶液で初めて観測 [2]されたこの濡れ現象は、その発見から半世紀以上が経過しているが、そのメカニズム、特に気液界面の表面張力勾配（マランゴニ効果）や液滴内の溶質ナノ構造がどのように寄与しているかについては、依然として議論が続いている [3]。

さらに著者らは、界面活性剤を含まないナノ粒子分散系（ナノフルイド）においても、超拡張濡れが発生することを見出した [4]。ナノフルイドの特性評価の結果、この現象は界面活性剤水溶液で議論されてきた従来メカニズムだけでなく、接触線近傍液膜内での構造的分離圧、あるいは液体の非ニュートン特性でも説明できないことが示された。この未解明ダイナミクスを解明するため、本研究ではナノメートルからマイクロメートルの厚さスケールで計測された高精度な時空間膜厚プロファイルに対し、データ駆動型スパースモデリング（PDE-FIND [5]）を適用した。これにより、ナノフルイドの超拡張濡れを支配する未知の支配方程式を抽出し、その物理的解釈を試みることを目的とする [6]。

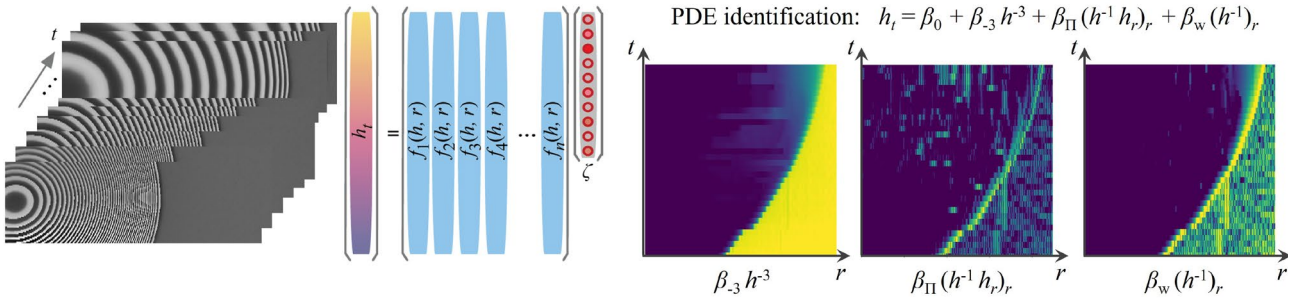
２．実験および解析手法

Figure 1 に本研究の概要を示す。本アプローチでは、計測された膜厚分布に対し PDE-FIND を適用することで、支配方程式の同定とその右辺各項の寄与を分解して評価することが可能である。本稿では、同定された方程式とその係数の物理的妥当性の検証に焦点を絞り、各項の時空間分布の詳細な議論については割愛する。

試料には、純液体としてノルマルヘプタン、およびナノフルイドとしてノルマルヘプタン中にデカン酸修飾 CeO_2 ナノ粒子（平均粒径 5.8 nm）[7]を 5 wt%分散させた液体を用いた。当該ナノ粒子は表面が高密度の有機分子で修飾されており、界面活性剤なしで安定分散する。これにより、界面活性剤の影響を排除し、流動や濡れへのナノ粒子そのものの寄与を純粋な評価が可能となる。

Figure 2 に実験系の概略を示す。基板上に滴下された各液滴の液膜厚さの時空間分布 $h(r, t)$は、位相シフトエリプソメータ [8]を用いてナノメートルオーダーの分解能で計測した。基板には平滑 Si 基板を用いた。また、大気開放環境下では、ノルマルヘプタンは容易に蒸発し、毛管流やマランゴニ対流といった液滴内流動が生じる [9]。純粋な濡れ現象を観測するために、ベース液体で飽和させた密閉セル内で計測を行うことで、液体蒸発の影響を最小限とした。

膜厚の時空間分布データ $h(r, t)$から支配方程式を抽出するため、スパースモデリングアルゴリズムである PDE-FIND を適用した。先行研究 [4, 9]において、接触線近傍のナ



i. Data curation from from the ellipsometer　　ii. Sparse dynamical modeling　　iii. Data-driven decomposition for liquid film thickness $h(r, t)$

Fig. 1 Overview of the present analysis.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

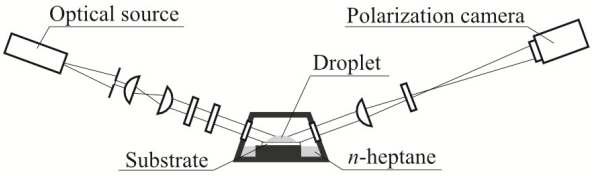


Fig. 2 Experimental setup.

ノメートル厚さ領域の挙動の重要性が示されたため、本研究では当該領域について解析を行った。具体的には、ライブラリ行列$\boldsymbol{\Theta}(h)$には、従来の潤滑理論に基づく表面張力項hh_{rrr}や分離圧項$(h^{-1}h_r)_r$、蒸発項に加え、ナノ粒子輸送の影響を想定したhの項（$h^{-1}{}_r, h^{-2}{}_r$など）を広く含めた。結果として得られるライブラリ行列は次で表される。

$$\boldsymbol{\Theta}(h) = \left[1, h^{-3}, \left(h^{-1}h_r\right)_r, \left(h^{-1}\right)_r, \left(h^{-2}\right)_r, \cdots, h^{-1}h_r\right] \quad (1)$$

ライブラリ行列が定義されると、反復最適化を通じてライブラリ内の各項目の係数が求められる。

$$\boldsymbol{\beta}^* = \mathrm{argmin}_{\beta}\|\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{H}_t\|_2 + \alpha\|\boldsymbol{\beta}\|_1 \quad (2)$$

ここで$(\cdot)^*$は最適化された変数を表す。係数の決定には、計算負荷を抑えつつスパースな解を効率的に探索可能な逐次しきい値最小二乗法[10]を用い、候補項の中から実験データを記述する支配的な項のみを抽出した。

３．結果および考察

抽出された支配方程式の妥当性を検証するため、比較対象となる標準的な薄膜潤滑理論の式を定義する。平面状の薄膜流体における高さの時間変化h_tは、以下で表される。

$$h_t = -\frac{1}{\rho_l}(j_0 + \Lambda p) + \left(\frac{h^3}{3\mu}p_r\right)_r \quad (3)$$

ρ_lは液体の密度、μは粘度、j_0は一様な蒸発流束、pは圧力、Λは圧力依存の蒸発係数である。圧力pには、分離圧$\Pi(h) = -A/(6\pi h^3)$と毛管圧σh_{rr}を考える（A：Hamaker定数、σ：表面張力）。ただし、本研究の解析対象であるナノメートルスケールの液膜領域では、毛管圧σh_{rr}よりも分離圧$\Pi(h)$が支配的となる。

純液体およびナノフルイドのそれぞれについて、PDE-FINDにより同定された支配方程式を以下に示す。

・純液体

$$h_t = -4.29\times10^{-16} - 5.18\times10^{-31}h^{-3} - 2.68\times10^{-19}\left(h^{-1}h_r\right)_r \quad (4)$$

・ナノフルイド

$$h_t = -8.23\times10^{-16} - 1.17\times10^{-31}h^{-3} - 7.26\times10^{-19}\left(h^{-1}h_r\right)_r + 2.63\times10^{-19}\left(h^{-1}\right)_r \quad (5)$$

純液体およびナノフルイドの両方程式において、従来の潤滑理論と整合する各項、すなわち定数蒸発項β_0、圧力由来の蒸発項$\beta_{-3}h^{-3}$および分離圧流束項$\beta_\Pi(h^{-1}h_r)_r$が同定された。一方、ナノフルイドにおいては、これらに加えて新しい輸送項$\beta_w(h^{-1})_r$が抽出された。次に、これら係数βが物理的に妥当なオーダーであるかを検証する。

・定数蒸発項β_0

蒸発による一様な膜厚減少$-j_0/\rho_l$に対応する。$O(10^{-16})$ m/sは実験時間10^4 sを通して膜厚変化が10^{-12} m程度であることを意味する。本系では蒸発抑制環境としていることから、妥当なオーダーであると考える。

・$\beta_{-3}h^{-3}$項

分離圧による局所的な蒸発効果を表す。係数β^{-3}に対して、Hertz-Knudsenの式[11]から見積った有効凝縮係数は$\alpha \sim 10^{-2}$であった。これは蒸気拡散抵抗や粒子による表面被覆を考慮すると、妥当なオーダーである。

・$\beta_\Pi(h^{-1}h_r)_r$項

分離圧勾配を駆動力とする輸送を表す。同定された係数β_Πは、ノルマルヘプタンの粘度μおよびLifshitz理論によるHamaker定数$A \sim 10^{-21}$–10^{-20} Jから見積もられる理論範囲$O(10^{-19}$–$10^{-18})$ m^3/sと良好に一致しており、本項についても物理的妥当性が裏付けられた。

・$\beta_w(h^{-1})_r$項

ナノフルイドにおいてのみ抽出された本項は、粒子存在下でのみ発現する特有の輸送メカニズムを示唆する。一つの物理的解釈として、接触線近傍の粒子堆積層によるウィック作用を想定すると、ダルシーの法則から理論吸引量$O(10^{-19}$–$10^{-16})$ m^3/sが見積もられる。同定された係数は同オーダーであり、粒子誘起の構造的効果が超拡張濡れの駆動源である可能性を示す結果となった。

４．おわりに

本研究では、時空間膜厚分布の高精度データとデータ駆動型アプローチを組み合わせることで、ナノフルイドの超拡張濡れを記述する支配方程式の導出を試みた。結果、純溶媒では従来の潤滑理論と整合する項が同定され、手法の物理的妥当性が確認された。さらにナノフルイドにおいては、超拡張を駆動する要因として、新たな輸送項が特定された。これら成果は、複雑流体の未知の濡れダイナミクス解明における本アプローチの有効性を実証するものである。

参考文献

1. L. H. Tanner: The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces. J. Phys. D: Appl. Phys., 12, pp.1473, 1979.
2. E. G. Schwarz,W. G. Reid: Surface-active agents-their behavior and industrial use. Ind. Eng. Chem., 56, pp.26-31, 1964.
3. J. Venzmer: Superspreading – Has the mystery been unraveled? Adv. Colloid Interface Sci., 288, pp.102343-102343, 2021.
4. E. Shoji, A. Hoshino, T. Biwa, M. Kubo, T. Tsukada, T. Tomai,T. Adschiri: Superspreading wetting of nanofluid droplet laden with highly dispersed nanoparticles. Langmuir, 40, pp.26509-26516, 2024.
5. S. H. Rudy, S. L. Brunton, J. L. Proctor,J. N. Kutz: Data-driven discovery of partial differential equations. Science Advances, 3, pp.e1602614, 2017.
6. K. Fukami,E. Shoji: Data-driven sparse modeling and decomposition for superspreading-wetting dynamics of a droplet. arXiv preprint arXiv:2601.01776, 2026.
7. A. Yoko, Y. Omura, K. Ninomiya, M. Nishibori, T. Fujita, H. Kasai, E. Nishibori, N. Chiba, G. Seong, T. Tomai,T. Adschiri: Fusion Growth and Extraordinary Distortion of Ultrasmall Metal Oxide Nanoparticles. Journal of the American Chemical Society, 146, pp.16324-16331, 2024.
8. E. Shoji, A. Komiya, J. Okajima, M. Kubo,T. Tsukada: Three-step phase-shifting imaging ellipsometry to measure nanofilm thickness profiles. Opt. Lasers Eng., 112, pp.145-150, 2019.
9. E. Shoji, T. Saito, T. Biwa, M. Kubo, T. Tsukada, T. Tomai,T. Adschiri: Transitions in intra-droplet flow and wetting governing nanoparticle deposition patterns in inkjet-printed nanofluids. J. Colloid Interface Sci., 699, pp.138246, 2025.
10. S. L. Brunton, J. L. Proctor,J. N. Kutz: Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems. Proceedings of the National Academy of Sciences, 113, pp.3932-3937, 2016.
11. A. Oron, S. H. Davis,S. G. Bankoff: Long-scale evolution of thin liquid films. Rev. Mod. Phys., 69, pp.931-980, 1997.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-05：複雑流体・ソフトマターのダイナミクス）

2026年5月17日(日) 13:20 ~ 14:35 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-05 (3)

座長:庄司 衛太(東北大学)

13:20 ~ 13:35

[25011] 回転円板上での液膜に形成されるRivulets挙動に関する数値的研究

*川口 祐司[1]、石丸 瑛[2]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、松田 健[1,2]、松井 則政[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学、2. SCREENホールディングス)

13:35 ~ 13:50

[25012] ピエゾ駆動型伸長レオメーターにおける極低濃度高分子溶液の伸長挙動に関する数値計算

*石川 大貴[1]、仁村 友洋[1]、武藤 真和[1]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学)

13:50 ~ 14:05

[25013] ステントリトリーバーの引き抜き過程における模擬血管内応力場の定量評価を目的とした高速度光弾性計測システムの開発

*六厩 賢星[1]、武藤 真和[1]、小林 和也[2]、玉野 真司[1] (1. 名古屋工業大学 大学院、2. 日本工業大学 大学院)

14:05 ~ 14:20

[25014] 濡れた粉体円柱の自重による崩壊条件の定量評価理論

*井上 隆介[1]、大槻 道夫[2,1] (1. 大阪大学、2. 島根大学)

14:20 ~ 14:35

[25015] 付着力を持つ粉体のジャミング転移

*大槻 道夫[1]、吉井 究[2]、水野 英如[3] (1. 島根大学、2. 東京理科大学、3. 東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

回転円板上での液膜に形成される Rivulets 挙動に関する数値的研究
Numerical study on rivulet dynamics in a liquid film on a rotating disk

川口　祐司（名工大院）　石丸　瑛（SCREEN HD）　仁村　友洋（名工大院）　武藤　真和（名工大院）
松田　健（名工大院，SCREEN HD）　松井　則政（SCREEN HD）　玉野　真司（名工大院）
Yuji KAWAGUCHI, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Akira ISHIMARU, SCREEN HD
Tomohiro NIMURA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Takeshi MATSUDA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, SCREEN HD
Norimasa MATSUI, SCREEN HD
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: y.kawaguchi.805@stn.nitech.ac.jp

In this study, the behavior of rivulets formed during the spreading of a liquid film on a rotating disk is reproduced through numerical simulations. By incorporating a dynamic contact angle model, the accuracy of the simulated spreading behavior of the liquid film is significantly improved. Comparison with the corresponding experimental results suggests that rivulets formed during the spreading process may originate from circumferential variations in the liquid film thickness.

1．はじめに

半導体製造における半導体ウエハーの表面処理の過程では，ウエハー表面上に金属微粒子等の異物が付着することが知られている [1]．そのような異物がウエハー表面上に残ると，半導体の性能が低下する．そのため，異物を除去する「洗浄」が繰り返されており，ウエハー洗浄は全製造工程の 3 割を占めるとされている [2]．

近年では，「枚葉式洗浄」と呼ばれる洗浄方法が広く用いられている [2]．枚葉式洗浄では，回転するウエハーの中心にノズルから液体を供給し，ウエハー表面上に液膜流れを形成することで，ウエハー表面上の異物を除去する．異物の除去力を向上させるためには，ウエハー表面上の液膜流れを制御する必要があり，液膜流れの流動メカニズムの解明が求められる．

本研究では，回転ウエハー表面上の液膜流れを数値計算で再現し，その流動メカニズムを解明することを目指す．具体的には，液膜が回転ウエハー表面上を濡れ拡がる過程で放射状に分裂して形成される筋状液流 [3] (rivulets) の挙動を，「動的接触角モデル」を用いた数値計算で再現する．対応する実験結果との比較により，動的接触角モデルの有効性を確認し，rivulets の形成メカニズムを調査する．

2．計算手法および計算条件

本研究では，OpenFOAM®に標準搭載されている気液二相流ソルバーおよび独自に実装した動的接触角モデルを用いた．流体運動は，質量保存則 (式(1)) および運動量保存則 (式(2)) により記述される．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{U}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial (\rho \boldsymbol{U})}{\partial t} + \rho \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Omega}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{U}\boldsymbol{U}) + 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{U} + \rho \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r} = -\boldsymbol{\nabla} p + \mu \boldsymbol{\nabla}^2 \boldsymbol{U} + \boldsymbol{F} \tag{2}$$

ここで，ρ は密度，t は時間，$\boldsymbol{U}$ は速度ベクトル，$\boldsymbol{\Omega}$ は回転角速度ベクトル，$\boldsymbol{r}$ は位置ベクトル，p は圧力，μ は粘性係数，$\boldsymbol{F}$ は体積力である．運動量保存則 (式(2)) の左辺第 4 項および第 5 項はコリオリ力および遠心力であり，回転の効果を再現する．また，気液界面の捕獲には，volume-of-fluid(VOF) 法 [4]を用いた．VOF 法での密度 ρ および粘性係数 μ は，気体，液体の密度 ρ_G，ρ_L および気体，液体の粘性係数 μ_G，μ_L を用いて，式(3)および式(4)で表される．

$$\rho = \rho_G (1 - \alpha) + \rho_L \alpha \tag{3}$$

$$\mu = \mu_G (1 - \alpha) + \mu_L \alpha \tag{4}$$

α は計算メッシュに占める液体の体積比 (液体率) である．さらに，体積力 $\boldsymbol{F}$ は式(5)で表される．

$$\boldsymbol{F} = \rho \boldsymbol{g} + \sigma \kappa \boldsymbol{\nabla} \alpha \tag{5}$$

式(5)の右辺第 1 項は流体に作用する重力であり，$\boldsymbol{g}$は重力加速度である．右辺第 2 項は気液界面に作用する表面張力を continuum surface force (CSF) モデル [5]によりモデル化したものであり，σ は表面張力係数，κ は界面曲率である．

本数値計算で用いた計算領域およびメッシュを Fig. 1 に示す．計算領域の中心角は 90º とした．ノズルから流量 Q で液体を供給し，回転角速度 Ω で回転するウエハー表面を液膜が濡れ拡がる挙動を再現した．ウエハーの半径 R は 150 mm，ウエハー表面の静的接触角 θ_0 は 5.2º とした．ウエハー表面近傍には，境界層の計算精度を向上するためにレイヤーメッシュを用いた．壁面に最も近いメッシュの z 方向厚さは 14 μm とし，z 方

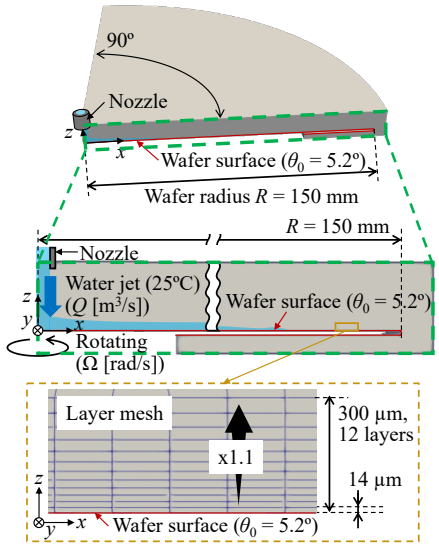


Fig. 1 Schematic diagram of computational domain and mesh.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Physical properties and numerical conditions.

Gas	Air (25ºC)
Density ρ_G [kg/m^3]	1.2
Viscosity μ_G [Pa·s]	1.8×10^{-5}
Liquid	Water (25ºC)
Density ρ_L [kg/m^3]	1.0×10^{3}
Viscosity μ_L [Pa·s]	8.9×10^{-4}
Surface tension σ [N/m]	7.2×10^{-2}
Liquid flow rate Q [m^3/s]	1.667×10^{-5}
Wafer angular velocity Ω [rad/s]	104.7

向のメッシュ厚さ拡大率は 1.1 倍に設定して，レイヤーメッシュの厚みの合計が 300 μm となるようにレイヤーメッシュを生成した．気体・液体の種類や物性値，液体の流量 Q，およびウエハーの回転角速度 Ω を Table 1 に示す．

ウエハー表面上での濡れ拡がり挙動において，液膜の動的接触角 θ_d はその濡れ拡がり速度 U_C に応じて変化する [6]．本数値計算では，ウエハー表面での θ_d と U_C の関係を再現するため，Kistler[7]が提案した動的接触角モデル (Kistler モデル，式(6)および式(7)) を用いた．

$$\theta_d = f_H\left\{\frac{\mu U_C}{\sigma} + f_H^{-1}(\theta_a)\right\} \tag{6}$$

$$f_H(x) = \arccos\left[1 - 2\tanh\left\{5.16\left(\frac{x}{1+1.31x^{0.99}}\right)^{0.706}\right\}\right] \tag{7}$$

ここで，$f_H^{-1}(x)$ は $f_H(x)$ の逆関数である．Kistler モデルでは，モデルパラメータとして液体が固体表面上を濡れ拡がり始める瞬間の θ_d (すなわち，前進接触角 θ_a) を用いる．静的接触角 $\theta_0 \approx 5$º のウエハー表面において，動的接触角 θ_d を実験的に計測し，$\theta_a = 10$º を得た．Kistler モデルにより計算される θ_d と U_C の関係を Fig. 2 に示す．Figure 2 に示すように，$\theta_d = \theta_a$ を与えることで $U_C > 0$ における θ_d が計算される．Kistler モデルにより，θ_d が U_C によって変化し，式(5)の気液界面曲率 κ および液体率 α の勾配$\nabla\alpha$ の計算を通して，θ_d の変化が数値計算結果に反映される．本研究では，動的接触角モデルおよび静的接触角モデル (静的接触角 θ_0 一定) を用いた数値計算を実施した．

3．計算結果および考察

静的接触角モデル，動的接触角モデルを用いた数値計算および対応する実験 [8]における濡れ拡がり挙動を Fig. 3 に示す．数値計算結果 (Figs. 3(a), (b)) において，灰色の部分はウエハー表面を，コンターは液膜厚さを表す．また，実験結果 (Fig. 3(c)) において，暗い部分はウエハー表面を，明るい部分は液膜を表す．数値計算結果および実験結果ともに，液膜がウエハー表面を濡れ拡がる過程で形成される rivulets が見て取れる．動的接触角モデルを用いた場合 (Fig. 3(b)) は，静的接触角モデルを用いた場合 (Fig. 3(a)) より

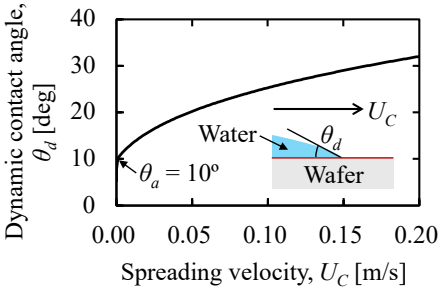


Fig. 2 Relationship between the dynamic contact angle θ_d and the spreading velocity U_C on the wafer surface calculated by Kistler model (Eqs. (6) and (7)).

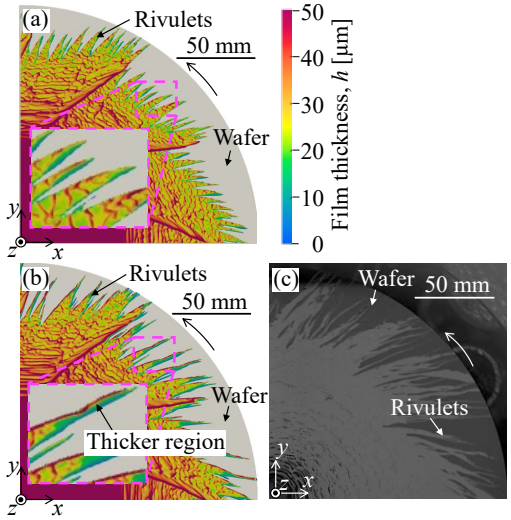


Fig. 3 Comparison of spreading behavior between simulations and experiment at $Q = 1.667\times10^{-5}$ m^3/s and Ω = 104.7 rad/s: (a) static contact angle model (static contact angle $\theta_0 = 5.2$º), (b) dynamic contact angle model (Kistler model, $\theta_0 = 5.2$º, advancing contact angle $\theta_a = 10$º), and (c) experimental result[8] ($\theta_0 \approx 5$º, $\theta_a \approx 10$º).

も rivulets が大きく伸長し，実験結果 (Fig. 3(c)) の再現性が向上している．また，静的接触角モデルを用いた場合には，rivulets における液膜厚さがほぼ一様であるのに対して，動的接触角モデルを用いた場合には，rivulets の液膜厚さの周方向変化が大きいことがわかる．よって，rivulets の液膜厚さの変化が rivulets の伸長を促進させると考えられる．

4．結言

本研究では，回転ウエハー表面上の液膜の濡れ拡がり挙動を数値計算で再現した．動的接触角モデルの適用により，実験で確認された濡れ拡がり挙動の再現性が向上することを示した．これは，濡れ拡がる過程で形成された rivulets の周方向の液膜厚さの変化に起因する可能性が示唆された．

参考文献

1) 服部毅: 先端半導体洗浄技術の課題と展望，表面技術，59, 8, pp. 526–533, 2008.
2) 真田俊之，神保佳典: 半導体製造工程における枚葉式洗浄技術，ながれ，42, 3, pp. 187–192, 2023.
3) A. S. Ylitalo, D. J. Walls, D. S. L. Mui, J. M. Frostad, and G. G. Fuller: Spreading of rinsing liquids across a horizontal rotating substrate, Phys. Fluids, 31, 082104, 2019.
4) C. W. Hirt and B. D. Nichols: Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, J. Comput. Phys., 39, 1, pp. 201–225, 1981.
5) J. U. Brackbill, D. B. Kothe, and C. Zemach: A continuum method for modeling surface tension, J. Comput. Phys., 100, 2, pp. 335–354, 1992.
6) K. Yokoi, D. Vadillo, J. Hinch, and I. Hutchings: Numerical studies of the influence of the dynamic contact angle on a drop impacting on a dry surface, Phys. Fluids, 21, 072102, 2009.
7) S. F. Kistler: Hydrodynamics of wetting, Wettability, 6, pp. 311–430, 1993.
8) A. Ishimaru, S. Aihara, T. Matsuda, M. Muto, S. Tamano, and N. Matsui: Numerical and experimental investigation of atomized droplets ejected from the edge of a rotating disk, Proceedings of ICFD2025, 22, pp. 422–425, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ピエゾ駆動型伸長レオメーターにおける極低濃度高分子溶液の伸長挙動に関する数値計算

Numerical Simulation of Extensional Behavior of Extremely Dilute Polymer Solutions in Piezo-Driven Extensional Rheometer

石川　大貴（名工大院）　仁村　友洋（名工大院）　武藤　真和（名工大院）　玉野　真司（名工大院）
Haruki ISHIKAWA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Tomohiro NIMURA, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: h.ishikawa.667@stn.nitech.ac.jp

This study numerically investigates the extensional behavior of extremely dilute polymer solutions at two different concentrations in a piezo-driven extensional rheometer equipped with a drop-on-demand (DOD) head, using OpenFOAM with the VOF method and the FENE-P model. The higher polymer concentration promotes filament extension and suppresses the satellite droplet formation, whereas lower concentration leads to earlier breakup and the formation of beads-on-a-string structures.

１．緒言

インクジェット技術は非接触で吐出量を精密制御できる印刷手法であり，紙媒体への印刷に留まらず幅広い分野で利用されている．インクジェットでは，吐出された液体が伸長して細長い液柱 (フィラメント) を形成し，その後分裂して液滴が形成される．フィラメントの伸長挙動は液滴形成に影響を及ぼし，印刷品質に寄与するため，伸長メカニズムの理解および液滴形成の制御が求められている．

フィラメントの伸長挙動は，液体の物性や吐出条件によって変化する．特に，高分子の添加により，フィラメントの分裂が遅延し，副次液滴 (サテライト液滴) の形成が抑制されることが報告されている [1]．伸長特性の評価には伸長レオメーターである CaBER[2]や DoS[3]等が用いられてきたが，これらの手法はインクに代表される数 mPa·s 程度の低粘度液体への適用が困難であった．著者らの研究室では，drop-on-demand (DOD) ヘッドを搭載した「ピエゾ駆動型伸長レオメーター」を提案し，実際のインクジェットに近い吐出条件での液体の伸長特性評価を実現した [1]．しかし，低粘度液体の伸長メカニズムは十分に解明されていない．

本研究では，代表的な高分子である polyethylene oxide (PEO) の希薄水溶液を対象に，ピエゾ駆動型伸長レオメーターの数値計算を実施する．数値計算結果と実験結果との比較を通して，低粘度液体のフィラメントの伸長メカニズムおよびその溶液濃度依存性を評価する．

２．計算条件

本研究では，OpenFOAM®および RheoTool®を用いて粘弾性流体の気液二相流計算を行った．気液界面の捕獲には VOF 法を用い，粘弾性流体の再現には FENE-P モデルを採用した．モデルパラメータ L^2 (高分子の最大伸長の程度を表すパラメータ) は先行研究 [3]に基づき $L^2 = 3720$ とした．

計算領域には，ノズルからの一軸伸長流を仮定した 2 次元軸対称モデルを用い，ノズル半径 $R_0 = 20$ μm とした．対象流体は分子量 1×10^6 g/mol の PEO 水溶液であり，水と同程度のゼロせん断粘度を有する極低濃度範囲 $c = 5.0\times10^{-5}$–5.0×10^{-3} wt.%を扱った．溶媒の粘度は $\eta_s = 1.0$ mPa·s とした．溶液の密度 $\rho_l = 998$ kg/m^3，表面張力 $\Gamma = 72$ mN/m，ゼロせん断粘度 $\eta_0 = 1.0$ mPa·s, および伸長緩和時間 $\lambda_{E,Exp} = 0.0236$–0.199 ms は実験値 [1]に基づいて設定した．

液体の吐出は，領域上部境界に時間依存の速度境界条件を与えて模擬した．ピエゾ駆動の入力速度波形は，実験 [1]の高速度撮影から得た液体体積の時間変化から逆算して設定された．

３．数値計算結果および考察

PEO 濃度 $c = 5.0\times10^{-5}$, 5.0×10^{-3} wt.% (極低濃度条件) における数値計算の時系列可視化結果を Fig. 1 に示す．図中の赤色は液相，青色は気相を示す．$c = 5.0\times10^{-3}$ wt.% (Fig. 1(b)) では，$c = 5.0\times10^{-5}$ wt.% (Fig. 1(a)) と比較してフィラメントが著しく伸長し，サテライト液滴の形成が抑制された．$c = 5.0\times10^{-5}$ wt.%ではノズル近傍で早期破断が生じ，液滴が数珠状に連結する beads-on-a-string (BOAS) 構造 [2]が形成された．これらの傾向は実験結果 [1]とも一致する．以上より，極低濃度溶液においても，高分子伸長に起因する粘弾性効果がフィラメント挙動に影響することが示された．

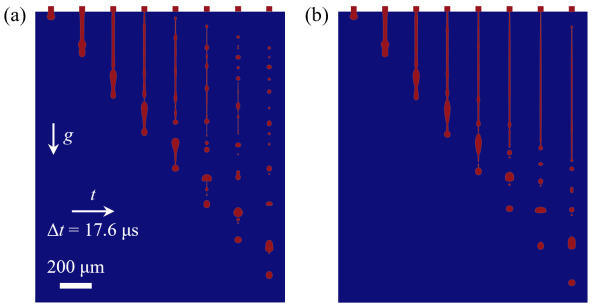


Fig.1 Temporal evlolution of filament dynamics for different concentrations c of (a) 5.0×10^{-5} wt.% and (b) 5.0×10^{-3} wt.%.

４．結言

本研究では，極低濃度 PEO 溶液を対象としたピエゾ駆動型伸長レオメーターにおけるフィラメント伸長挙動を数値計算により再現した．その濃度依存性を明らかにし，濃度の増加に伴うフィラメント伸長の促進およびサテライト液滴の抑制を再現した．これにより，吐出溶液の極低濃度領域における粘弾性効果の重要性を示した．

謝辞

本研究は，NEDO の官民による若手研究者発掘支援事業の補助を受けている．ここに記して感謝の意を表す．

参考文献

1) Matsuda, T. *et al.*: J. Non-Newtonian Fluid Mech., 341, 105422, 2025.
2) Clasen, C. *et al.*: J. Rheol., 50, 6, pp.849–881, 2006.
3) Dinic, J. *et al.*: Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., 116, 18, pp.8766–8774, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ステントリトリーバーの引き抜き過程における模擬血管内応力場の定量評価を目的とした高速度光弾性計測システムの開発

Development of High-Speed Photoelastic Measurement System for Quantitative Evaluation of Stress Fields during Stent Retriever Withdrawal in Vascular Phantom

六厩　賢星（名工大院）　武藤　真和（名工大院）　小林　和也（日工大院）　玉野　真司（名工大院）
Kensei MUMAI, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Masakazu MUTO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
Kazuya KOBAYASHI, Graduate School of Engineering, Nippon Institute of Technology
Shinji TAMANO, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology
E-mail: k.mumai.676@stn.nitech.ac.jp

In this study, we have developed a synchronized measurement system combining a high-speed polarization camera and a load cell to simultaneously measure the phase retardation field and retrieval force during stent retriever withdrawal in a gel-based vascular phantom. The results showed that the phase retardation correlates with the retrieval force. Furthermore, the internal birefringence distribution of the vascular phantom was visualized by the reconstruction via the inverse Abel transformation.

1．緒言

脳梗塞に対する治療法の一つにステントリトリーバーを用いた血管内治療があるが [1]，一度の挿入・引き抜き操作で完全な血管再開通を達成することは困難である．その結果，複数回の操作が行われることで，血管壁には機械的接触および摩擦が作用し，合併症のリスクが増大する可能性が指摘されている [1]．我々は，ステントと血管壁の力学的相互作用の定量評価に向けて，応力可視化手法である高速度光弾性法 [2]に着目した．本手法では，高速度偏光カメラにより，応力負荷に生じる位相差を非定常に可視化する．位相差 δ は複屈折δnの光軸 (z 軸) 方向の積算量であり ($\delta = \int \delta n \mathrm{d}z$)，また，複屈折 δn と主応力差 σ_d の間には比例関係を示す応力光学則 ($\delta n = C\sigma_\mathrm{d}$) が成立する．

本研究では，模擬血管内においてステントの引き抜き操作を行い，その際の位相差場を高速度光弾性法により計測した．あわせて，引き抜き力を同期計測し，位相差との関係を調査した．さらに，位相差データに三次元再構成処理を施し，主応力差に比例する複屈折に変換することを試みた．以上より，引き抜き動作が血管壁に与える応力場の定量評価を行った．

2．実験方法

模擬血管は，内径 2 mm の直円管を有するゲル (ポリウレタン) 製の直方体流路である．模擬血管内部にステントリトリーバーを留置し，アクチュエータ (ZSHM6H040AZAC, オリエンタルモーター株式会社) により，引き抜き速度 10 mm/s で引き抜いた．ステントには，ステント径 3 mm の SFR4-3-40-10 (Solitaire X, メドトロニック株式会社) を使用した．引き抜き力は，ロードセルおよびロードセルアンプ (eDPU-5N および eFA-Plus 2, イマダ株式会社) を用いて計測した．高速度光弾性計測には高速度偏光カメラ (PI-5WP, 株式会社フォトニックラティス) および円偏光光源を用い，撮影条件は，フレームレート 60 fps, シャッター速度 1/60 s, 画素数 848 × 680 pixels, 空間解像度 46 μm/pixel とした．

3．実験結果

ステントの引き抜き時に得られた，位相差および主軸方位 (主応力方向) の分布画像を Fig. 1(a) に示す．カラーコンターが位相差を，黒線が主軸方位を表している．引き抜きの進行に伴い，位相差は応力集中部の位置変化に追従し，当該位置における主軸方位が±45 度に近づく傾向が確認された．このことから，モールの応力円理論 [2]より，せん断応力成分が支配的となることが示唆された．また，ステントが模擬血管から引き抜かれる過程において，位相差および引き抜き力はいずれも減少する傾向が確認された．この結果より，両者の対応関係が示された．

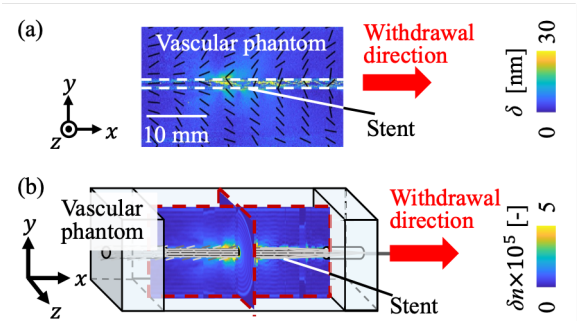


Fig. 1 (a) Phase retardation and principal axis fields during stent retriever withdrawal in a vascular phantom, and (b) birefringence distribution reconstructed by the inverse Abel transformation.

Fig. 1(b)では，位相差および主軸方位の計測データに逆アーベル変換を適用して再構成した複屈折分布の可視化結果を示す．複屈折の集中部は位相差の集中部と一致した．応力光学則より，複屈折分布は主応力差分布に比例すると考えられるが，本結果の妥当性の検証については今後の課題とする．

4．結言

ステントを模擬血管から引き抜く際に生じる応力 (位相差) 分布と引き抜き力の同期計測システムを，高速度偏光カメラとロードセルを用いて構築し，両者の関係を調査した．結果として，位相差が引き抜き力に対応すること，せん断応力成分が支配的であることが示された．さらに，計測データに三次元再構成処理を施し，模擬血管内の三次元複屈折分布を可視化した．

5．謝辞

本実験装置の一部提供に対し，名古屋市立大学脳神経外科の西川祐介講師と名古屋工業大学の前川覚准教授に感謝する．

6．参考文献

1) Campbell, B. C. V. *et al.*: Ischaemic Stroke, Nature Reviews Disease Primers, 5, 1, pp. 1–22, 2019.
2) 武藤真和, 他: 感圧ゲル内部のせん断応力場の可視化に向けた高速度光弾性法の開発, 日本機械学会論文集, 91, 942, pp. 1–17, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

濡れた粉体円柱の自重による崩壊条件の定量評価理論
A Quantitative Evaluation Theory for Collapse Conditions of Wet Granular Columns under Gravity

井上　隆介（大阪大・基礎工）　　大槻　道夫（島根大・総合理工，大阪大・基礎工）
Ryusuke INOUE, The University of Osaka
Michio OTSUKI, Shimane University
E-mail: r_inoue@fm.me.es.osaka-u.ac.jp

Wet granular columns collapse under their own weight when their height exceeds a critical height H_c. We performed numerical simulations of wet granular columns to examine the dependence of the critical height H_c on various parameters. The critical height H_c is proportional to inverse of the particle diameter $1/d$ which is consistent with the theoretical prediction based on the Mohr-Coulomb yield criterion.

１．緒言

砂や粉などの粉体に少量の液体を添加すると，粒子間に液架橋が形成されて粒子間に引力がはたらくことにより凝集性を獲得する [1]．このような凝集性により，濡れた粉体を成形することで，砂の城に代表されるような複雑な形状の構造物を作ることができる [1]．これらの構造物は条件によっては自重で崩壊することが知られている [2]．このような構造物の崩壊は，粉体粒子の直径dなどの物性値に依存することが予想されるが，これらの物性値をもとに崩壊条件を記述する理論は未だに確立されていない．

本研究では，濡れた粉体で構成された円柱形状の構造物が自重で崩壊する臨界高さH_cに着目し，離散要素法を用いた数値計算を実行することでH_cを計測した．粒子直径dをパラメータにとった数値計算を行うことで，H_cのdに対する依存性を調べた．さらに，円柱内部の応力場に着目した理論解析を行うことで，H_cを理論的に予測し，数値計算の結果と比較することで妥当性を検証した．

２．数値計算手法

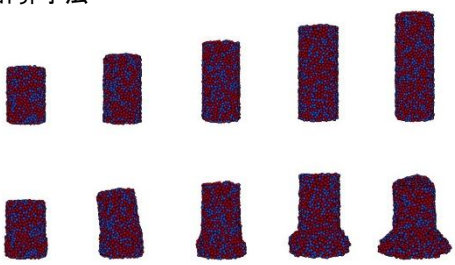


Fig. 1 The snapshots of wet granular columns with various heights H. (a) represents the initial states, and (b) represents the finite states.

我々は，離散要素法を用いることで濡れた粉体の数値計算を実行した．離散要素法では各粒子間の接触で生じる弾性力と減衰力をばねとダンパでモデル化して計算することで，系の挙動を計算する．本研究では先行研究にならい，粒子間に生じる液架橋力を粒子間距離に依存する相互作用力として取り入れる [3]．

Fig. 1 (a)のように円筒容器を模したポテンシャル壁内部に粉体粒子を堆積させて圧縮することで円柱形状の構造物を成形する．その後，円筒容器を取り除くことで水平面上に円柱を静置し，Fig. 1 (b)に見られるような重力による変形を観察する．

３．結果

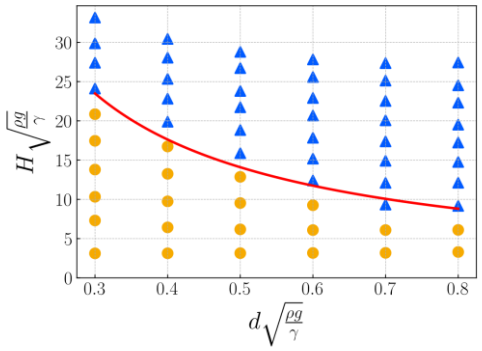


Fig. 2 Phase diagram for the stability of a wet granular column on the plane of d and H. Circles and triangle represent stable and unstable, respectively. A solid line represents the theoretical prediction of critical height H_c.

粒子直径dと円柱の初期高さHをパラメータにとり，様々な条件での安定性を調べた結果を Fig. 2 に示す．それぞれのdにおいて崩壊が生じる臨界高さH_cが存在しており，dの増加に伴ってH_cが減少していることが確認できる．

４．理論解析

本研究では，円柱の内部応力場がモールクーロンの破壊基準によって与えられる降伏条件を超える際に崩壊が生じると仮定し，理論解析によって臨界高さH_cを定量的に予測した．Fig. 2 にその理論予測を実線で示した．その結果，数値的に求めたH_cと理論予測が定量的に一致することが明らかになった．

５．結言

数値計算結果と理論予測が定量的に一致したことから，我々が行った理論解析の妥当性が検証された．講演では粒子の摩擦係数μや円柱半径Rについても検証を行った結果についても報告する．

参考文献

1) S. Herminghaus: Dynamics of wet granular matter, Adv. in Phys., 54, pp.221-261, 2005.
2) M. Pakpour et al.: How to construct the perfect sandcastle, Sci. Rep., 2, 549, 2012.
3) G. Lian et al.: A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies, J. Coll. Interf. Sci., 161, pp.138-147, 1993.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

付着力を持つ粉体のジャミング転移
Jamming transition of cohesive granular materials

大槻　道夫（島根大・総理）　　吉井　究（東理大・先進工）　　水野　英如（東大・総文）
Michio OTSUKI, Shimane University
Kiwamu YOSHII, Tokyo University of Science
Hideyuki MIZUNO, The University of Tokyo
E-mail: otsuki@riko.shimane-u.ac.jp

We numerically and theoretically investigate the elasticity of a cohesive granular material near the jamming transition. Discrete element method simulations reveal pronounced hysteresis: the shear modulus measured at a given pressure depends on the loading protocol. Based on effective medium theory, we analytically derive an expression for the shear modulus. The theory indicates that the hysteresis originates from the breakdown of marginal stability, which is known to hold for granular materials interacting only through repulsive forces. The theoretical predictions are quantitatively confirmed by numerical simulations.

１．はじめに

粉体などのマクロ粒子集合体では，充填率ϕの増大によって剛性が現れるジャミング転移が発生する．このようなジャミング系では，剛性率Gを充填率ϕ の関数としてみると，同じϕでも生成過程（圧縮・膨張）により Gが異なる履歴依存性が現れる．しかし，粒子間に単純な斥力のみが働く理想的な系では，Gを充填率ϕではなく圧力 pの関数として整理すると，この見かけの履歴依存性が消え，普遍的なスケーリング則が成立することが知られている [1]．このスケーリング則の起源は，粒子配置の安定性に関する Marginal stability にあると理論的に示されている [2]．

しかし，上記の結果は斥力粒子系だけで確認されており，液架橋による引力相互作用などの付着力を持つ粒子で発生するジャミング転移にも適用できるかは未解明であった．本研究では，単純な引力相互作用を付与した粒子系のシミュレーションを行い，その結果を斥力粒子系で発展している Effective Medium Theory の拡張によって検討した．

２．手法

我々は離散要素法を用いて，３次元の直径dの摩擦のない付着力を持った粉体に対して，充填率ϕを徐々に増大させて系を圧縮した後に，再び充填率ϕを減少させることで系を膨張させるシミュレーションを実行した．特に付着力については，粒子間の相対距離に対して区分線形的な依存性を持つ簡略化したモデルを採用した [3]．この計算で，それぞれの過程の各状態における剛性率G，圧力 p，接触点数Zを測定する．

３．剛性率の履歴依存性

Fig. 1 には付着力を持つ粒子系における，圧縮過程と膨張過程での剛性率Gを$p^{1/2}$の関数として示した．斥力粒子系の場合，剛性率Gは圧縮過程と膨張過程で同じ値を取り，圧力pに対して$G \propto p^{1/2}$というスケーリング則が成立する．しかし，Fig. 1 は付着力を持つ粒子において，そのような単純なpに対するスケーリング則が破れ，同じpの状態であっても圧縮過程と膨張過程においてGの値が異なるという履歴依存性が発生していることを示している．また，斥力粒子系ではGだけでなく，粒子の接触点数Zについても別のスケーリング則が成立するが，付着力を持つ粒子においてはその法則も破れる．

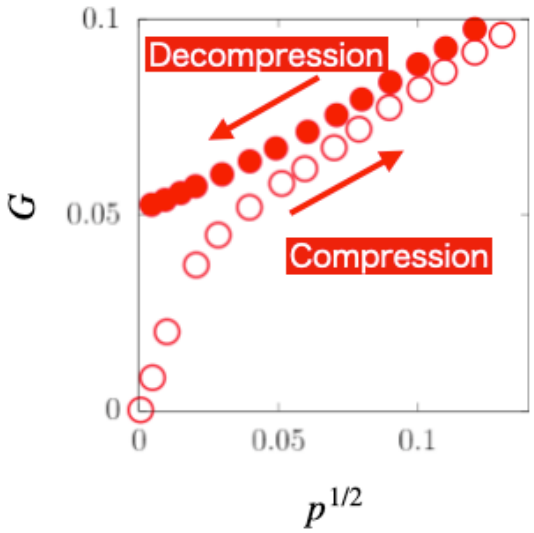


Fig. 1 Shear modulus G as a function of $p^{1/2}$. The open and closed symbols represent the compression and decompression processes, respectively.

４．Effective Medium Theory

Fig. 1 に示したスケーリング則の破れを解析するために，Effective Medium Theory[2]を付着力を持つ粒子系に拡張し，剛性率Gの理論的な計算を行った．設定に幾つかの違いはあるが，実効的には斥力粒子系と同様に剛性率GがpとZの関数として

$$G(Z,p) = G_0(Z)\left(1+\sqrt{\frac{p-p_c(Z)}{p_c(Z)}}\right) \quad (1)$$

と書けることを解析的に導出した．ここで，$G_0(Z)$はEを定数として

$$G_0(Z) = E\,(Z - Z_{\mathrm{iso}}) \quad (2)$$

で与えられる bare な剛性率である．ここでZ_{iso}は剛性が発生するのに必要な接触点数Zの最小値である．また，$p_c(Z)$は粒子配置の安定性に関する臨界圧力で，Πを定数として

$$p_c(Z) = \Pi(Z - Z_{\mathrm{iso}})^2 \quad (3)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で与えられる．

斥力粒子系では Marginal stability によって$p = p_c(Z)$が成立し，圧力pと接触点数Zの間に 1 対 1 の対応関係が成立する．そのため，式(2)と(3)を$p = p_c(Z)$と併せて式(1)に代入することで，斥力粒子でよく知られている$G \propto p^{\frac{1}{2}}$の圧力$p$のみによるスケーリング則が導出される．しかし，付着粒子系に関しては Marginal stability は検証されておらず，圧力に関する不等式$p < p_c(Z)$のように Marginal stability が破れる可能性がある．その場合，剛性率をpのみの単純な関数で表すことができなくなり，指定したpにおいても接触点数Zの値の違いで剛性率に履歴依存性が発生しても良いことが理論的に予言される．また，不等式$p < p_c(Z)$が成立する場合，式(1)と併せて$G > G_0(Z)$のように剛性率Gが bare な剛性率$G_0(Z)$とずれて大きくなることも予言される．

6．理論の検証

我々は上記の Effective medium theory の理論的な予言を検証するために，まず付着力を持つ粒子系における Marginal stability の破れを検証した．Fig. 2 には付着粒子における圧力pの$Z - Z_{\mathrm{iso}}$に対する依存性を示している．実線は式(3)で与えられる臨界圧力$p_c(Z)$を表している．この図で圧力pが常に臨界圧力$p_c(Z)$の下にあることから，$p = p_c(Z)$で与えられる Marginal stability の条件が確かに破れて$p < p_c(Z)$となっていることが示されている．

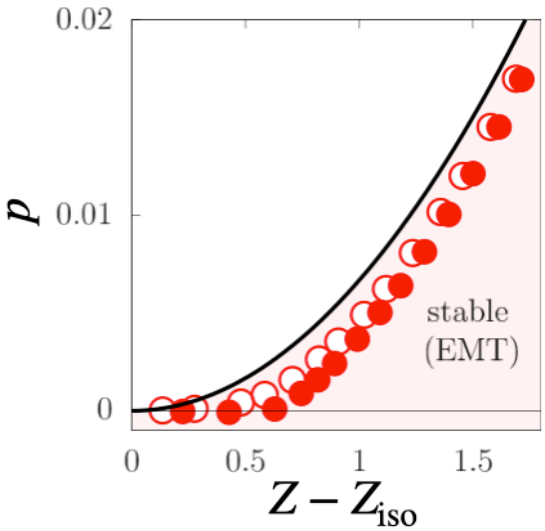


Fig. 2 Pressure p as a function of $Z - Z_{\mathrm{iso}}$. The solid line represents the critical pressure $p_c(Z)$.

また，Effective medium theory と Marginal stability の破れから導かれる bare な剛性率の破れである$G > G_0(Z)$を検証するために，Fig. 3 に付着粒子における剛性率Gの$Z - Z_{\mathrm{iso}}$に対する依存性を示している．実線は式(2)で与えられる bare な剛性率$G_0(Z)$を表している．この図で剛性率Gが実線の上にあることから，$G > G_0(Z)$が確かに成立していることがわかる．

さらに，Effective medium theory の理論式である式(1)自体の成立を独立に検証するために，その式を変形して以下の一般化スケーリング則を導出した．

$$\frac{G - G_0(Z)}{G_0(Z)} = \sqrt{\frac{p - p_c(Z)}{p_c(Z)}} \qquad (4)$$

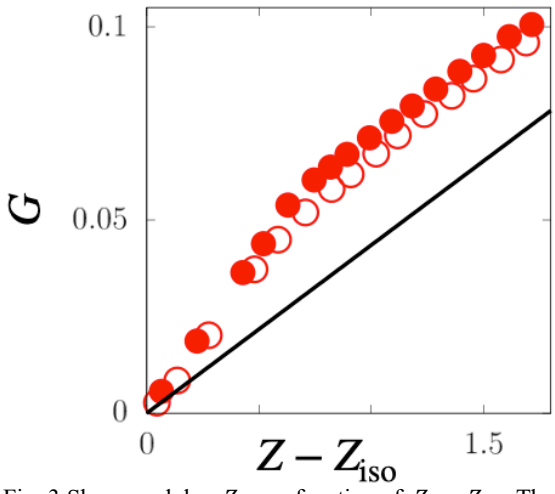


Fig. 3 Shear modulus Z as a function of $Z - Z_{\mathrm{iso}}$. The solid line represents the bare shear modulus $G_0(Z)$.

この式の左辺は bare な剛性率からのずれを表しており，右辺は Marginal stability の破れを表している．Fig. 4 には付着粒子における式(4)に基づいたスケーリングプロットを示している．数値計算により得られたデータ点が，ごく少数の点を除いて式(4)で与えられる実線と重なっていることから，Effective medium theory の解析結果である式(1)自体も付着力を持つ粒子系において成立することを確認した．

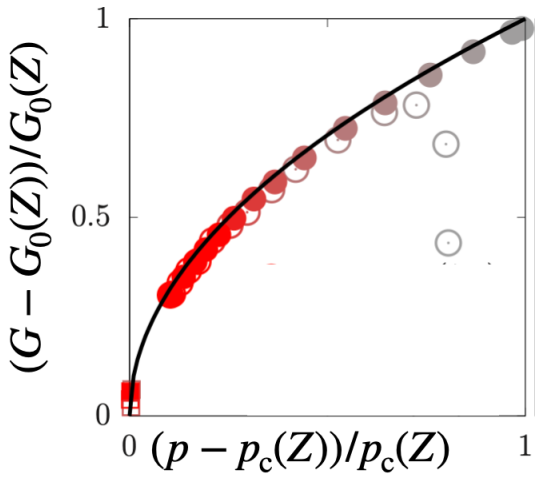


Fig. 4 Scaling plot based on Eq. (4). Open and closed circles represent the compression and decompression processes, respectively. The solid line represents Eq. (4).

これらの結果を合わせると，Fig. 1 に示した付着力を持つ粒子系でのスケーリング則の破れは，Marginal stability の破れが原因であると結論づけられる．講演では理論や数値計算の結果についてさらに詳細な報告を行う予定である．

参考文献

1) T. Kawasaki and K. Miyazaki, Phys. Rev. Lett. **132**, 268201 (2024).
2) H. Mizuno and A. Ikeda, EPL **148**, 36001 (2024).
3) D. J. Koeze and B. P. Tighe, Phys. Rev. Lett. **121**, 188002 (2018).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 15:45 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (1)

座長:崎野 良比呂(近畿大学)

14:45 ~ 15:00

[25016] 飛翔体衝突を受けるナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性に関する実験的研究

*別府 万寿博[1]、内山 拓也[1]、長友 法樹[2]、木村 辰也[3]、原田 智嘉[4]、小浪 岳治[4] (1. 防衛大学校、2. AOB&DAVINCI、3. 日本ランテック、4. 岡三リビック)

15:00 ~ 15:15

[25017] 爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する数値解析的検討

*チンミン チエン[1]、永射 響[1]、別府 万寿博[1] (1. 防衛大学校)

15:15 ~ 15:30

[25018] 揚重部材落下時の斜め衝突を対象とした鉄筋コンクリート床スラブの損傷予測手法の研究

*藤井 晴寛[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

15:30 ~ 15:45

[25019] 火災時の高温状態下におけるRCスラブへの実大落下衝突実験及びFEM解析に関する研究

*中西 卓都[1]、水島 靖典[1] (1. 神戸大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受けるナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性に関する実験的研究

Experimental Study on Impact-resistance of Nylon Fiber Reinforced Concrete Plates Subjected to Projectile Impact

別府　万寿博（防衛大・建設）　内山　拓也（防衛大・理工）　長友法樹（AOB&DAVINCI）
木村辰也（日本ランテック）　原田智嘉（岡三リビック）　小浪岳治（岡三リビック）
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Takuya UCHIYAMA, National Defense Academy
Houjyu NAGATOMO, AOB & DAVINCI Intl.
Tatsuya KIMURA, Japan Landcare Technologies
Tomoyoshi HARADA, Okasan Livic
Takeharu KONAMI, Okasan Livic
E-mail: beppu@nda.ac.jp

This study experimentally investigated impact resistant performance of nylon fiber reinforced concrete plates subjected to a projectile impact. Nylon fibers with 12mm and 36mm were mixed with conventional concrete at volumetric percentages of 0.15 and 0.30 %, respectively. Impact test revealed that the nylon fiber reinforced concrete plate exhibited high impact resistance against the projectile impact.

１．緒言

飛翔体が高速でコンクリート部材へ衝突すると，表面破壊･貫入, 裏面剥離および貫通などの局部破壊が発生する．これまでに，鋼および合成繊維をコンクリートへ混入した繊維補強コンクリートを適用する研究が行われており [1]，繊維補強コンクリートは高い耐衝撃性を有していることが報告されている．既往の研究では，繊維混入率が 1.0%以上の材料が多く，施工性を考慮すると繊維混入率がより低い繊維補強コンクリートの開発や性能評価が望まれる．本研究は，接触爆発に対して高い耐爆性が確認されているナイロン繊維補強コンクリート板 [2]に対する飛翔体の衝突実験を行い，ナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性について検討を行ったものである．

２．実験の概要

Fig. 1 に，高圧空気式飛翔体発射装置の模式図を示す．本装置は空気圧縮器，エアチャンバー，発射管および速度計測センサーで構成されている．発射速度は空気圧を調節することによって，質量 50g～1000g の飛翔体を速度約 100～500m/s で発射することができる．飛翔体の衝突速度は，発射管に設置されたレーザー式速度計測センサーにより計測している．このセンサーは 2 箇所の飛翔体通過時間を検知し，その時間差から速度を求めるものである．

Fig.2 に，本実験で使用した飛翔体を示す．飛翔体の質量は 300g，先端形状は半球型であり，直径は 25mm，長さは 90mm である．コンクリート板試験体の寸法は縦 500mm，横 500mm，厚さ 80mm である．実験では，以下に示すナイロン繊維補強コンクリート板に対して衝突速度を約 130，140 および 150m/s に変化させて，板状試験体の耐衝撃性を調べた．

Table 1 に使用材料を，Fig. 3 にナイロン繊維の外観を示す．補強用繊維として用いたナイロン繊維は，アスペクト比が 800～1000 と非常に大きく，繊維分散性を向上させるための特殊な表面処理が施されたものである．ベースコンクリートは，設計基準強度 30MPa，目標スランプ 18cm の条件で調合設計した．ナイロン繊維の長さを 12mm および 36mm とし，繊維体積率をそれぞれ 0.15 および 0.30%の 2 水準で変化させた．混練には容量 55L の強制 2 軸攪拌型ミキサを用いた. ベースコンクリートの製造にあたっては，

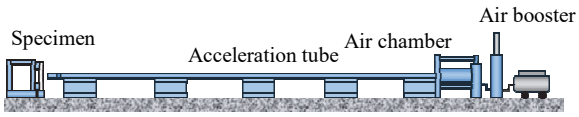


Fig. 1 Projectile launching apparatus

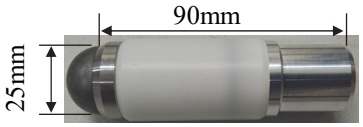


Fig. 2 Projectile

Table 1 Materials used in FRC

Cement	Normal Portland cement
Fine aggregate	Mountain sand and crushed sand Density in saturated surface dry condition: 2.70 g/cm^3, Water absorption: 2.32 % Maximum size: 2.5 mm, Finess modulus：2.57
Coarse aggregate	Crushed stone2005 Density in saturated surface dry condition:3.05 g/cm^3, Water absorption: 0.41 % Maximum size:20 mm , Solid volume percentage：57.1 %
Chemical admixture	High performance AE water reducing admixture Polycarboxylic acid-based ether compound
	Superplasticizer（Thickener single component） Polycarboxylic acid-based ether compound and detergent-based special thickener
Reinforced fiber	Nylon fiber Material: Nylon66, Density: 1.16 g/cm^3 Diameter×length: 12-15 μm×12 mm, 36 mm Tensile strength: 550 MPa, Young's modulus：4200 MPa

最初にセメントと骨材を 30 秒間空練りした後，水および高性能 AE 減水剤を投入して 90 秒間練り混ぜた．ベースコンクリートに流動化剤を添加して 90 秒間練り混ぜた後，繊維を投入して 3 分間練り混ぜた．無補強コンクリートの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧縮強度は 39N/mm^2 であった．繊維長 12mm のナイロン繊維補強コンクリートの圧縮強度は，繊維体積率 0.15%および0.30%に対してそれぞれ 33N/mm^2 および47N/mm^2 であった．繊維長 36mm のナイロン繊維補強コンクリートの圧縮強度は，繊維体積率 0.15%および 0.30%に対してそれぞれ 37N/mm^2 および 41N/mm^2 であった．

３．実験結果および考察

破壊モードについては，裏面において剥離片が飛散したケースを裏面剥離，剥離片が飛散しない限界状態を裏面剥離限界，剥離片が発生せず裏面に放射状のひび割れが生じている状態を裏面損傷とした．

Fig. 4 に破壊性状の一例として，衝突速度 140m/s のケースを示す．Fig. 4 (a)に示す無補強コンクリート板では，貫入深さ 30mm を伴う表面破壊が生じるとともに，明瞭な裏面剥離が生じた．また，試験体の表面および裏面ともに試験体中央から放射状のひび割れが発生した．裏面剥離の直径は約 240mm であり，裏面剥離深さは 30mm であった．

Fig. 4 (b)および(c)に示す繊維長 12mm のナイロン繊維補強コンクリート板では，繊維体積率 0.15%では表面破壊および裏面剥離が発生した．無補強コンクリート板で生じた放射状のひび割れについては，ナイロン繊維の架橋効果によって開口がやや抑制されていることがわかる．これは，以降のケースでも同じであった．繊維体積率 0.30%では，裏面剥離は発生しなかった．なお，貫入深さは，繊維体積率 0.15 および 0.30%でそれぞれ 28 および 30mm であり，無補強コンクリート板と同等であった．すなわち，繊維の混入が表面破壊へ与える影響は小さいが裏面剥離の抑制に効果があり，特に繊維体積率が大きいほど効果が高い結果となった．

Fig. 4 (d)および(e)に示す繊維長 36mm のナイロン繊維補強コンクリート板でも，繊維長 12mm のケースと同様の効果を示し，繊維体積率 0.15%では裏面剥離が生じ，繊維体積率 0.30%で裏面剥離を抑制した．繊維体積率 0.15 および 0.30%の貫入深さは，いずれも 27mm であった．

以上から，繊維混入率が 0.15 および 0.30%と非常に小さくても，ナイロン繊維を混入することで裏面剥離抑制に効果があることわかる．なお，衝突速度 130m/s のケースでは繊維長や繊維体積率の影響が明瞭ではない一方で，衝突速度 150m/s のケースでは繊維長 36mm の方が補強効果はやや高い結果を示しており，今後，これらのパラメータの影響については検討する必要がある．

４．結言

本研究は飛翔体の衝突実験を行い，繊維長が 12 および 36mm で，繊維体積率 0.15 および 0.30%のナイロン繊維補強コンクリート板の耐衝撃性について検討を行ったものである．実験の結果，比較的少量のナイロン短繊維で補強したコンクリート板でも高い衝撃性を示すことがわかった．

参考文献

1) 防衛施設学会，衝突作用を受ける構造物の局部破壊に関する評価ガイドライン，2018.
2) 米田ひかり，山口信，北村塔子，長友法樹，少量のナイロン繊維をあと添加したコンクリートの接触爆発に対する耐爆性能，日本コンクリート工学年次論文集，Vol.47，No.2，pp.751-756，2025.



Fig. 3 Appearance of Nylon short fibers

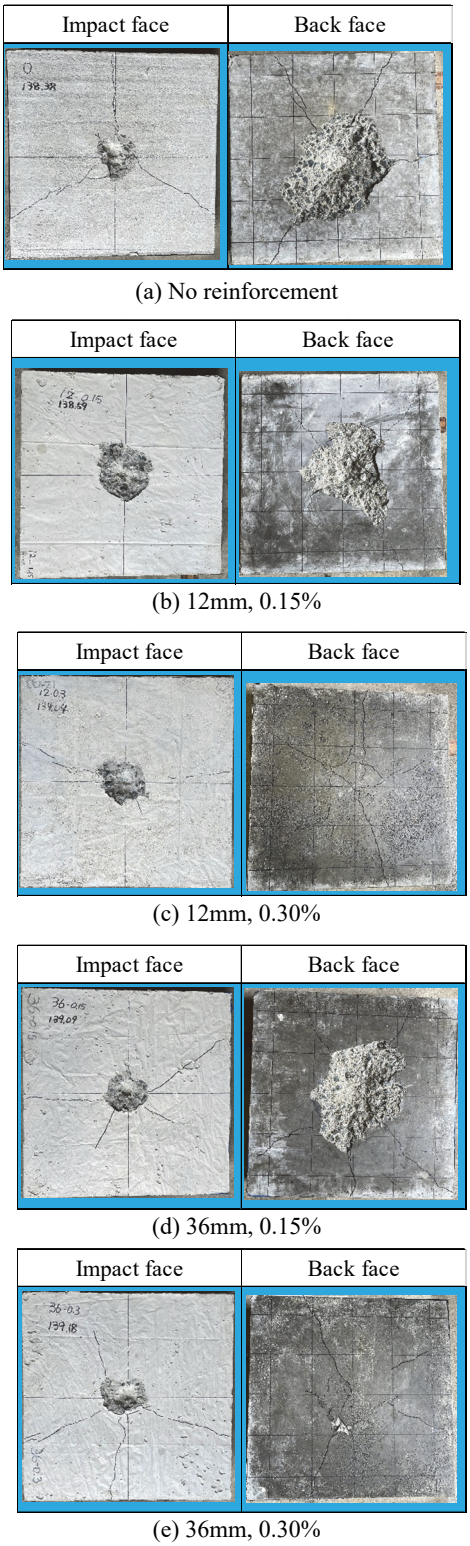


Fig. 4 Example of failure status at impact velocity of 140 m/s

爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する数値解析的検討
Numerical Investigation on the Blast Mitigation Effect of Honeycomb Panel

チン ミン チエン（防衛大・理工）　永射　響（防衛大・建設）　別府　万寿博（防衛大・建設）
Chien TRINH MINH, Hibiki NAGAI, Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
E-mail: beppu@nda.ac.jp

This study investigated the blast mitigation effect of the honeycomb panel by conducting numerical analysis. First, the behavior of a hexagonal honeycomb cell under compression was investigated. Then, the deflection of a four-side clamped SS400 plate under blast loading was investigated without and with a honeycomb panel combined with an upper plate. The deflection of the SS400 plate was significantly reduced by the honeycomb panel and the upper plate. Furthermore, to examine the mitigation effect by the upper plate of the honeycomb panel, an aluminum plate and a high-strength steel plate were compared. The honeycomb panel with the high-strength plate was more effective in blast mitigation than the aluminum plate.

1．緒言

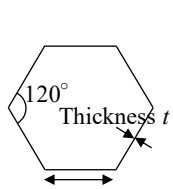
近年，爆破テロが多発しており，重要構造物における耐爆性能向上が課題となっている．爆発荷重に対する緩衝材として，軽量かつ比剛性が高いハニカムパネルが広く利用されているが，爆風圧に対する変形挙動やエネルギー吸収メカニズムについては未解明な点が多い．既往の研究によると，等分布の爆風圧に対する構造部材の挙動に関する検討は行われているが，爆破テロのような不均一な圧力分布を考慮した検討は十分ではない．本研究は，爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果について数値解析的な検討を行ったものである．

2．ハニカムパネル基本構造の座屈挙動に関する検討

Fig.1 に，ハニカムパネルの概要を示す．ハニカムパネルの基本構造は幅 a，箔厚 t，高さ H の正六角柱であり，ハニカムセル（セル）と呼ばれる．ハニカムコア（コア）は複数のセルを連結したものであり，ハニカムパネル（パネル）はコアの上下部に平板を接合したものである．セルの圧縮挙動を確認するために数値解析ソフト ANSYS LS-DYNA（Version 4.11）を用いて一軸圧縮解析を行った．Fig.2 に，解析モデルの概要を示す．本解析は幅 11mm，箔厚 0.076mm，高さ 50mm のセルを対象とした．コアが圧縮される際，各セルが隣接するセルに拘束されることを考慮し，六角形断面の角部に幅 5.5mm の板を接合し，その自由辺において対称面の境界条件を設定した．セル上下部に寸法 36mm×36mm，厚み 2mm の板を接合した．セルおよび上下板はアルミニウムと設定し，ヤング係数 71GPa，ポアソン比 0.33，降伏応力 190MPa の弾塑性体とした．セルは格子寸法 0.59mm のシェル要素，上下板は格子寸法 12mm のソリッド要素でモデル化した．下部板の全自由度を固定し，上部板を下方向に速度 0.9m/s を与え，動的な一軸圧縮解析を行った．

Fig.3 に，時刻 1，25，50ms におけるセルの変形性状を示す．時刻 1ms ではセル上下部においてセルの各面が折り畳まれる局部座屈挙動を示すことがわかる．この際，座屈領域の幅（等価座屈長）は約 5.6mm であった．時刻 25ms において塑性ヒンジが高さ方向に複数発生し，セルが座屈している様子が確認できる．この際，セルの角辺にひずみが集中した．座屈が終了した時刻 50ms において，セル全体が圧縮され，全体的に塑性化していることがわかる．

解析モデルの妥当性を検証するために座屈応力を弾性および塑性理論と比較した．弾性座屈限界応力 σ_e は幅 a，厚み t のセルの一面に対して，次式により求まる [1]．



(a) Cell suface　(b) Honeycomb cell

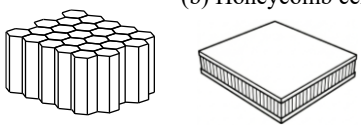

(c) Honeycomb core (d) Honeycomb panel

Fig.1 Outline of a honeycomb panel

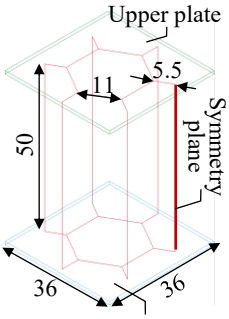


Fig.2 Outline of the compression model (Unit: mm)

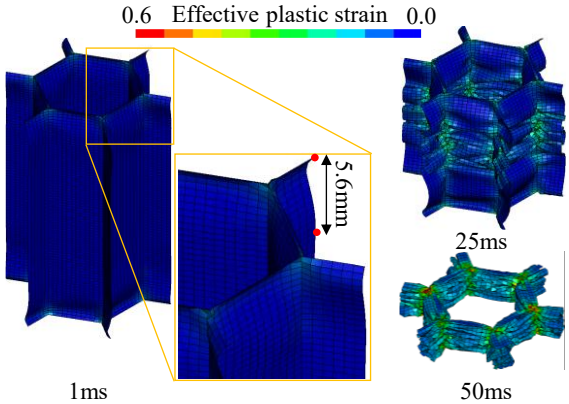


Fig.3 Deformation of honeycomb cell under compression

$$\sigma_e = k\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{t}{a}\right)^2 \tag{1}$$

ここに，E はヤング係数，ν はポアソン比，k は座屈係数である．

セルが座屈する過程において内側および外側に同時に折り畳まれ，発生する塑性ヒンジのみでエネルギーを吸収すると仮定する．これにより塑性座屈限界応力 σ_p は次式で求まる [2]．

$$\sigma_p = \frac{3\pi}{8}\sigma_y\left(\frac{t}{d}\right) \tag{2}$$

ここに，σ_y は降伏応力，d は座屈領域の幅である．

セルと下部板の接触力から求まる応力－変位関係を理論値と比較して Fig.4 に示す．なお，座屈領域の幅は数値解析の結果を参照して 5.6mm と設定した．座屈係数 k は一般

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

的に 4 とされるが，セルの幾何学的な非線形性および境界条件によって変化する可能性が考えられる．そこで，k=3 の場合も参考値として示している．図から，応力が最初に最大値に達した際の座屈限界応力は弾性と塑性座屈限界応力の間にあることがわかる．座屈限界応力に達した後，応力は低下し，一定値を示す座屈棚や座屈終了後，セル全体が圧縮され，応力が増加することがわかる．

3．爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果に関する検討

Fig.5 に，前章で示した単位セルに基づいて作成したパネルの概要を示す．起爆点を中心に寸法 200mm×200mm の 1/4 モデルを対象とした．モデルではパネルの下にパネルと同寸法の SS400 鋼板を，パネルの上に 6.7mm アルミニウム板（アルミ板）または 6.3mm の高強度鋼板（高強度板）を設置した．対称性を考慮するため，XZ および YZ 平面に対称面の境界条件を設定した．SS400 鋼板の自由辺に全自由度固定の境界条件を設置した．また，コアの自己接触，各層間の面接触を設定した．SS400 鋼板および上部板の平面内の要素寸法は 1.5mm とした．アルミ板の物性値はセルと同様である．SS400 鋼板はヤング係数 200GPa，ポアソン比 0.3，降伏応力 323MPa のものであり，ひずみ速度効果を考慮するために Johnson-Cook の降伏基準を適用した．高強度板はヤング係数 200GPa，ポアソン比 0.3，降伏応力 793MPa の弾塑性体である．数値解析は SS400 鋼板のみの場合（ケース 1），パネルおよびアルミ板を設置した場合（ケース 2），パネルおよび高強度板を設置した場合（ケース 3）を検討した．爆発荷重を考慮するため，爆薬量および起爆点からの離隔距離を用いて爆風圧特性を算出できるソフト CONWEP[3]を用いた．各ケースの起爆条件は，TNT 爆薬量 151g，起爆点からモデルの最上面までの離隔距離を 50mm とした．

Fig.6 に各ケースの最上面および断面の変形性状を示す．解析結果から，ケース 1，2 および 3 では，SS400 鋼板に約 64.3，2.0 および 0.25mm の最大残留たわみが生じ，パネルを設置することにより，SS400 鋼板のたわみを 97～99%低減する緩衝効果が確認された．また，ケース 2 と比べて，ケース 3 の最大たわみが 87.5%小さく，非常に高い緩衝効果が得られた．パネルがない場合，SS400 が局部的に変形していることがわかる．一方で，パネルとアルミ板を設置した場合，アルミ板中央に局部的な領域に変形が生じ，パネルの中央には局部的な座屈が発生している．パネルと高強度板を設置した場合，高強度板の変形はアルミ板より小さく，パネルには全体的な座屈が発生している．アルミ板の場合，中央部が大きく座屈することによってコアの座屈終了後に大きい応力が発生し，SS400 鋼板に座屈応力より大きい荷重が作用した．一方，高強度板の場合，パネル全体に荷重が分散され，パネルの座屈領域が小さく，座屈応力が SS400 鋼板に作用したと考えられる．これにより，高強度板を用いた場合に緩衝効果が高くなったと考えられる．

4．結言

本研究は，爆発荷重に対するハニカムパネルの緩衝効果について数値解析的な検討を行った．ハニカムパネルおよびアルミニウム板または高強度鋼板を設置した場合，SS400 鋼板の残留たわみが 97～99%低下した．高強度板を設置した場合，爆発荷重が分散され，ハニカムパネルが全体的に座屈することにより，高い緩衝効果を示すことがわかった．

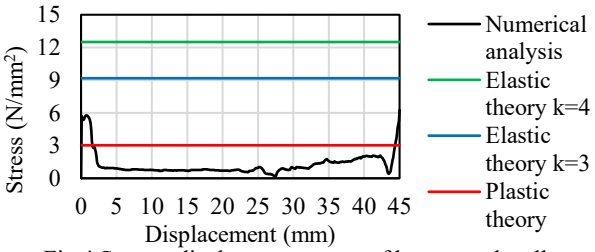


Fig.4 Stress - displacement curve of honeycomb cell

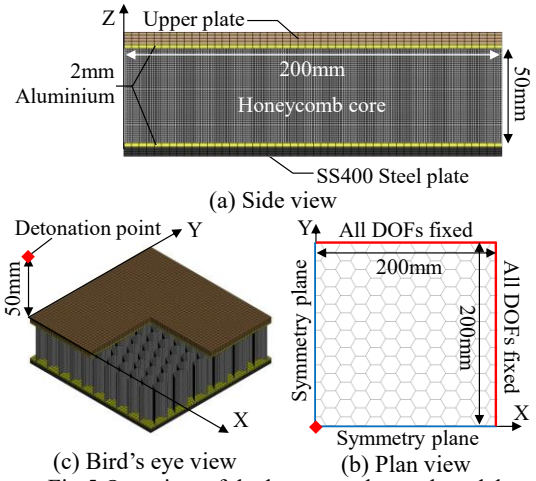


Fig.5 Overview of the honeycomb panel model

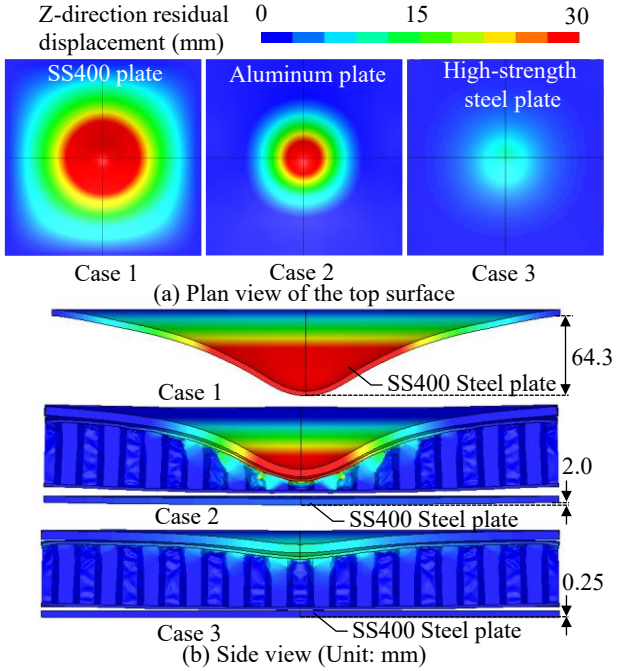


Fig.6 Residual displacement contour in Z-direction

参考文献

1) S.P. Timoshenko and J.M. Gere: Theory of elastic stability, Courier Corporation, 2012.
2) L. Guoxing and T.X. Yu: Energy absorption of structures and materials, Elsevier, 2003.
3) H.W. Hyde: User's guide for microcomputer program CONWEP, Instruction report SL-88-1, Department of the Army, 1988.

謝辞

本研究の一部は，JSPS 科研費 24K01141 および 24K21664 の助成を受けたものです．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

揚重部材落下時の斜め衝突を対象とした鉄筋コンクリート床スラブの損傷予測手法の研究

Study on a Damage Prediction Method for Reinforced Concrete Floor Slabs Subjected to Oblique Impact of Accidentally Falling Objects During Construction

藤井　晴寛（神戸大・工）　　水島　靖典（神戸大・工）
Haruhiro FUJII, Kobe University
Yasunori MIZUSHIMA, Kobe University
2224043t@stu.kobe-u.ac.jp

This study aims to develop a damage prediction method for reinforced concrete (RC) floor slabs subjected to oblique impact caused by falling lifted members. Previous research has demonstrated that damage under vertical drop impact can be predicted using the empirical Degen formula. To apply the Degen formula to oblique impact, it is necessary to define an equivalent parameter that represents the impact severity of oblique impact in terms of an equivalent vertical drop condition. In this study, equivalent mass and velocity, which predominantly contribute to damage, were identified through theoretical investigations and numerical analysis.

1. はじめに

建築現場における揚重中の部材が落下し下部スラブに衝突した場合，スラブを貫通すればスラブ下の人員に危害を加える可能性がある．RC スラブの損傷予測に関して，水島らは建築現場における衝突について部材の鉛直落下を想定した実大実験 [1),2)]を行った．ただし，実際の揚重物の落下時挙動を考慮すると，二本のケーブルによる固定のうち片方が外れることにより，残存するケーブルは上部の拘束点を，部材はケーブルとの固定点をそれぞれ回転中心とした振り子運動をなし，部材は斜めに衝突すると考えられる．なお，飛来方向が斜めである衝突研究 [3)]もいくつか存在するが，衝突物の直線運動により衝突する実験であり，本研究で考慮する挙動とは異なる．本研究では揚重部材の衝突挙動を斜め衝突と呼び，この挙動を考慮した損傷予測方法を構築する．

本研究は，水島らの衝突研究 [1),2)]により損傷予測が可能であることが示された既往の実験式の一つである Degen 式 [4)]において質量と速さがパラメータであることを踏まえ，質量と速さについて斜め衝突における衝突規模を鉛直落下で表現可能な等価なパラメータを記述することを目的とする．本研究では損傷の程度が質量と速さの積である力積に依存すると仮定し，理論解の導出および数値解析により斜め衝突時の力積を求め等価質量 M'および等価速さ V'の積を記述する．また個別にパラメータを記述するために，適当な分配率を決定し，斜め衝突時とその分配率における鉛直落下での損傷の比較を行う．

2. 等価パラメータの記述方法

以下では水島らにより作成された実大実験 [1),2)]を参照し，まず質量 9.5 t および長さ 5 m の衝突物における斜め衝突を対象とした検討を行う．

2. 1. 近似衝突の検討による力積の記述

Fig.1 のような本研究で想定する斜め衝突では力積の理論解が記述できないことを考慮して，ケーブルを排除した二つの簡易衝突による近似を検討し，その理論解を用いて力積を記述する．Fig.1 に示す斜め衝突を振り子衝突と定義し，Fig.2 のケーブル要素を排除して衝突物端部を常に固定した単純固定衝突と，Fig.3 に示す，振り子衝突においてケーブルが圧縮力を負担しないことを考慮して衝突直前に固定を解放する支持解放衝突の二つを近似衝突として導入する．以下では近似衝突における理論解の導出と，5 m の衝突物を用いた剛体モデルの数値解析結果が一致することを確認したのち，振り子衝突の数値解析結果と近似衝突の理論解を比較することで近似衝突を決定する．比較には，式(1)に示す鉛直落下時の力積I_{ver}を分母とした力積比αを導入する．

$$\alpha = I/I_{ver} \tag{1}$$

また，力積の値は落下高さに依存するため，本研究では式(2)に示す落下高さl'を衝突物長さlで割った落下高さ比sをパラメータとし，一般化を図る．

$$s = l'/l \tag{2}$$

それぞれの衝突状況を Fig.1 および Fig.2，Fig.3 に示し，単純固定衝突および支持解放衝突の力積比の理論解を導出する．力積比の分母となる鉛直落下時の力積I_{ver}は反発係数eを用いて式(3)のように記述でき，両衝突挙動における衝突直前の角速度Ωは式(4)に示す運動エネルギー保存則を解いて求めた．なお，iは端点まわりの慣性モーメントを表す．

$$I_{ver} = (e+1)mv = (e+1)m\sqrt{2gls} \tag{3}$$

$$mg \cdot \frac{ls}{2} = i \cdot \Omega^2 \tag{4}$$

単純固定衝突では，衝突前後で常に固定点を回転中心とするため，角運動量変化量Δωは$(e+1)\Omega$と記述できる．したがって，式(5)に示す A 点まわりの角運動量保存則を解いて，I_{pinned}は式(6)のように記述できる．

$$i \cdot \Delta\omega = I_{pinned} \cdot l\sqrt{1-s^2} \tag{5}$$

$$I_{pinned} = \frac{(e+1)m\sqrt{lgs}}{\sqrt{3(1-s^2)}} \tag{6}$$

力積比α_{pinned}を記述すると式(7)のようになる．

$$\alpha_{pinned}(s) = \frac{I_{pinned}}{I_{ver}} = \frac{1}{\sqrt{6(1-s^2)}} \tag{7}$$

次に支持解放衝突では，衝突直後に回転中心が重心となることに注意し，i_Gを重心まわりの慣性モーメント，ω_2を衝突直後の角速度，v_{G1}を衝突直前の重心速度，v_{G2}を衝突直後の重心速度，v_1を衝突直前の衝突点の速度，v_2を衝突直後の衝突点の速度，θを衝突時の剛体棒と剛体床のなす角と定義する．式(8)の重心周りの角運動量保存則，式(9)の衝突物の重心速度の運動量保存則，式(10)の反発の式を連立することで$I_{release}$を式(11)のように求められる．

$$i_G(\omega_2 - \Omega) = -I_{release} \times \frac{l}{2}\cos\theta \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$m(v_{G2} - v_{G1}) = I_{release} \quad (9)$$

$$v_2 = -ev_1 \quad (10)$$

$$I_{free} = \frac{(e+1)m\Omega l \cos\theta}{1 + 3(\cos\theta)^2} \quad (11)$$

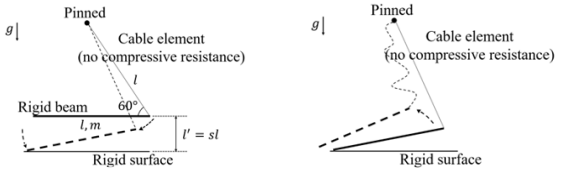
$I_{release}$から力積比$\alpha_{release}$を求め，sの関数として記述しなおすと式(12)のようになる．

$$\alpha_{release}(s) = \frac{I_{release}}{I_{ver}} = \frac{\sqrt{6(1-s^2)}}{2(4-3s^2)} \quad (12)$$

どちらの衝突挙動においても力積比は衝突物の長さと質量には依存せず，落下高さ比のみの関数として記述できた．

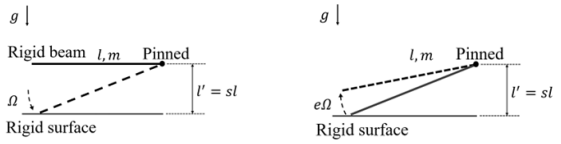
導出した理論解と，剛体モデルの数値解析結果の比較をFig.4 に示す．近似衝突では値が概ね一致しており，モデルの妥当性を確認した．それぞれの力積比グラフに注目すると，振り子衝突では力積比は常に 1 より小さく，鉛直落下よりも衝突規模が小さいことが分かった．単純固定衝突では落下高さ比が 1 に近づくほど力積比は発散した．支持解放衝突においても落下高さ比が 0.8 付近で最大値をとったが，常に力積比は 1 より小さな値をとった．

数値解析結果の比較により，本研究では振り子衝突を$s \leq 0.8$において支持解放衝突として近似し，力積の記述には支持解放衝突の力積比の理論解を用いることとする．ただし$s > 0.8$における近似方法や異なる衝突物を用いた振り子衝突における力積比については再検討が必要である．



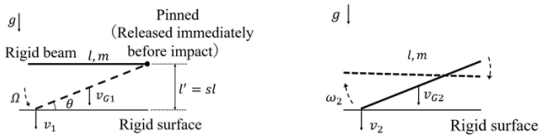
(a) before impact (b) after impact

Fig.1 Pendulum impact configuration



(a) before impact (b) after impact

Fig.2 Pinned support impact configuration



(a) before impact (b) after impact

Fig.3 Release support impact configuration

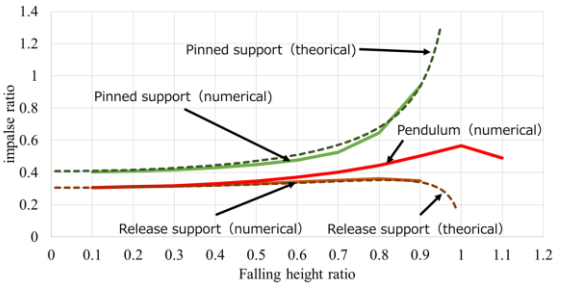


Fig.4 Comparison of numerical and theoretical results

2. 2. 分配率の検討

分配率kを式(13)のように定義し，$k = 10$ m/s･tの時の鉛直落下モデルの解析結果と，斜め衝突を再現したモデルの数値解析結果における最大貫入深さを比較すると Fig.4 のようになる．各落下高さ比で概ね一致しているため，分配率kを10 m/s･tとすることで，質量 9.5 t・長さ 5 m の衝突物による斜め衝突における等価質量および等価速さが記述できる．ただし，より適当な分配率の値や異なる衝突物における分配率については検討が必要である．

$$M' : V' = 1 : k \quad (13)$$

M':等価質量(t), V':等価速さ(m/s), k:分配率(m/s･t)

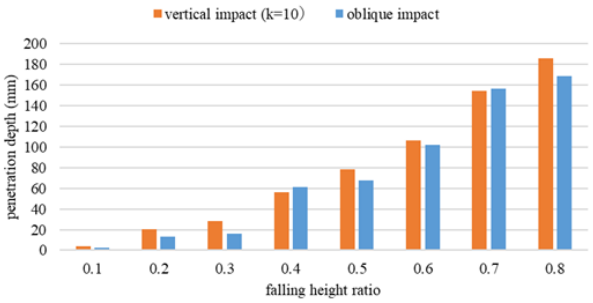


Fig.4 Comparison of Penetration depth

3. まとめ

本研究により得られた知見を以下に示す．

- 単純固定衝突および支持解放衝突における力積比の理論解を落下高さ比sのみの関数として記述した．
- 斜め衝突は同じ落下高さにおける鉛直落下と比較して衝突規模が小さい．
- $s > 0.8$における近似方法や異なる衝突物を用いた振り子衝突における力積比の値は再検討が必要である．
- 本研究で記述したパラメータを用いて，衝突物質量 9.5 t・長さ 5 m の場合に斜め衝突時の損傷を鉛直落下で表現できた．
- より適当な分配率の値や異なる衝突物における分配率については検討が必要である．

謝辞

本研究は JR 西日本との共同研究として実施されたものであり，研究の遂行にあたって多大なるご協力と有益なご意見を頂きました関係各位に深く御礼申し上げます．

参考文献

1)水島ら: 施工中の吊荷落下を受ける鉄筋コンクリート床スラブの損傷性状に関する研究，日本建築学会構造系論文集,83(751), 1239-1249, 2018.
2)水島ら: 鉄筋コンクリート製床スラブに対する柱部材の実大落下実験に関する研究，日本建築学会大会学術講演便概集,構造 I , 259-260, 2019.
3) Okuda, Y., et.al: Experimental study on scabbing limit of local damage to reinforced concrete panels subjected to oblique impact by projectile with semispherical nose, Mechanical Engineering Journal, 10(3), 22_00370_1-12, 2023.
4)Degen. P. P.: Perforation of Reinforced Concrete Slabs by Rigid Missiles, Journal of the Structural Division, Proceedings of ASCE106(ST7), 1980.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

火災時の高温状態下における RC スラブへの実大落下衝突実験及び FEM 解析に関する研究

Full-Scale Low-Velocity Impact Experiments and Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs in a High-Temperature State During Fire

中西　卓都（神戸大・工）水島　靖典（神戸大・工）
Takuto Nakanishi, Kobe University
Yasunori Mizusima, Kobe University
E-mail: takuto.na0114@gmail.com

Full-scale impact experiments and FEM analyses were conducted to investigate the behavior of reinforced concrete (RC) slabs subjected to the low-velocity impact during fire. A 180 mm thick RC slab with a 30 mm fire protection layer was heated and impacted by a dropped impactor. The results showed that heating reduced significantly the impact resistance of the slab. Numerical analyses considering material strength degradation and thermal expansion indicated that thermal expansion had influence on the structural response.

1.　はじめに

建築基準法第 2 条第 9 号の 2 では，大規模建築において部分的な木造化が認められている．しかし，火災時に木造化された構造部材が耐力を失い，上部の部材が下部の RC スラブへ落下し貫通または破片飛散することで，下階で避難している人々に被害が及ぶ可能性がある．そこで，本研究では火災時に上部から部材が落下し，下部のスラブに衝突する現象を想定し，実大実験および FEM 解析を行った．

2.　実大衝突実験

2.1　実験計画および試験体概要

本実験では火災時に上部から部材が落下し，下部の RC スラブに衝突する現象を想定した．Fig.1 に実験概略図，Fig.2 に試験装置全体写真を示す．RC スラブは鉄骨梁により支持され，鉄骨梁は端部をピン支持された条件で実験している．RC スラブは加熱箱に覆われた状態で上部から加熱し，加熱後に加熱箱をスラブ上から移動させ，揚重した衝突物をスラブ中央に落下させた．落下高さはスラブ上面から衝突物底面までとし，2.8 m の高さから落下させた．

RC スラブは支持スパンを 2600 mm として鉄骨によって支持される一方向スラブとした．支持スパン内側では，スラブ底面にデッキプレートを捨て型枠として用いた．150 mm の構造スラブに耐火層 30 mm を打ち増し，計 180 mm のスラブを使用した．コンクリートの設計基準強度は 21MPa で，鉄筋は上端が主筋 D13@150，配力筋 D13@200 とし，下端が主筋 D10・13@150，配力筋 D10・13@200 とした．衝突物は長さ 1.5 m の角形鋼管□750×750×25 にコンクリートを充填しており，全質量は約 2.3 t となる．

架台上に設置した RC スラブを覆うように加熱箱を移動し，加熱箱内部でバーナーを使用して RC スラブを上面から加熱した．加熱箱は下部に車輪を設け，架台上のレールに乗せることで 2 つの架台上を自由に動かせる機構とした．

2.2　実験結果

衝突前のコンクリート内部の最大温度分布は表面から底面へ温度が概ね単調に減少した．スラブが熱膨張することで，スラブの側面，表面で支持点方向に向かってひび割れが生じた．衝突直前にはスラブ裏面で約 100 ℃，表面で最大約 800 ℃になった．Fig.3 に実験後の破壊状況を示す．衝突物は RC スラブを貫通せず局所破壊となったが，デッキプレートが脱落し，破片が下部に飛散した．衝突位置のコンクリート断面では押し抜きせん断の破壊形状が見られた．

本研究では，貫入が生じている部分の角部で，貫入部と周辺部スラブ表面までの距離を測定し，その平均値として算出される値を貫入深さとし，170 mm の貫入深さが測定された．常温時の 150 mm 厚の RC スラブに対して同様の試験装置で行った既往実験 [1]では，10.9 m で 180 mm の貫入深さが測定された．貫入深さの比較より，火災時は常温時より損傷が大きくなることがわかる．

3.　FEM 解析

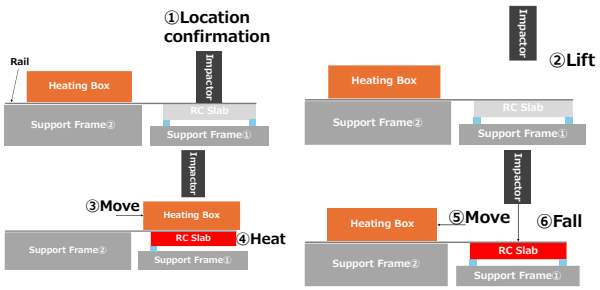


Fig.1 Experimental diagram



Fig.2 Test Setup



Fig.3 Slab Destruction

3.1　解析モデル概要

実大実験を再現したモデルを作成し，落下衝突解析を行った．本研究の解析には汎用有限要素解析ソフト LS-DYNA(R15.0.2)を用い，全ケース解析終了時間を 0.12 秒とした．コンクリートの材料モデルは Winfrith コンクリートモデル [2]を使用している．また，要素削除基準として最大主ひずみを 0.035, 最大せん断ひずみを 0.04375 と設定した．以上の要素削除基準は，常温時の 150 mm スラブに対する既往実験 [1]を解析で良好に再現できた要素削除基準を採用している．解析ケースは，温度影響による材料の強度低減のみを考慮したケース，強度低減と熱膨張を考慮したケースの 2 ケースである．RC スラブは板厚方向に 11 層でメッシュ分割し，コンクリートは中心一点積分要素を用いた．

3.2　温度影響考慮手法

RC スラブに各層の要素中心温度に応じた温度影響を材料定数に与えた．コンクリートはヤング係数，一軸圧縮強度，引張強度，完全開口ひび割れ幅，圧縮強度後の応力ひ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ずみ曲線について温度影響を考慮している．

Eurocode[3]内では コンクリートの応力―ひずみ関係に対して，Fig.4 に示す石灰質系骨材を用いたコンクリートの熱影響下での低減係数を適用する．一軸圧縮強度，引張強度は Fig.4 内の$f_{c,\theta}/f_{ck}$欄の数値を低減係数とし，実験で測定した温度を線形補間して算出した各層の温度を参照した．式(1)にヤング係数の低減係数を算出するための式を示す．コンクリート温度が摂氏 20 度の時の最大強度時ひずみを基準値として，各温度での最大強度時ひずみの増大率を計算し，その逆数によってヤング係数の低減率を求める．本研究では Fig.5 に示すようにコンクリートの圧縮強度後の応力ひずみ関係を定義した．式(2)にコンクリートの完全開口ひび割れ幅 wを算出するための式を示す．d_{max}は最大骨材計径である．本研究では破壊エネルギーG_fは温度の関数とし，火災時に強度低減したコンクリートの引張強度f_tに応じて完全開口ひび割れ幅 wを求める．破壊エネルギーはコンクリート標準示方書 [4]を参照した．コンクリートの各深さにおける低減係数を Fig. 6 に示す．

θ (℃)	$f_{c,\theta}/f_{ck}$	$\varepsilon_{c1,\theta}$	$\varepsilon_{cu1,\theta}$
20	1.00	0.0025	0.0200
100	1.00	0.0040	0.0225
200	0.97	0.0055	0.0250
400	0.85	0.0100	0.0300
600	0.60	0.0250	0.0350
800	0.27	0.0250	0.0400

Fig.4 Reduction factor

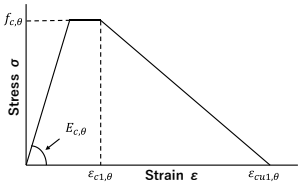


Fig.5 Stress-Strain Relationship

$$\frac{E_{c,\theta=20℃}}{E_{c,\theta}} = \frac{\varepsilon_{c1,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta=20℃}} \quad (1)$$

$$w = \frac{2G_f}{f_t}, \qquad G_f = 10 f_c^{1/3} \cdot d_{max}^{1/3} \quad (2)$$

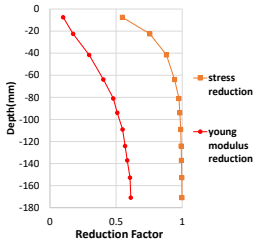


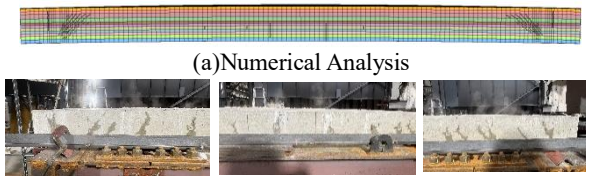
Fig. 6 Calculated Reduction Factor (Concrete)

実験で測定した鉄筋位置での温度はいずれも 200℃を下回っているため，鉄筋の強度低減係数は 1.0 とした．

熱膨張は，スラブ内節点温度を線形補間によって求め，温度荷重を与えることで加熱後のスラブの形状変化や初期応力，ひび割れを含む応力変化を解析上で再現した．要素削除基準を最大主ひずみ，最大せん断ひずみで設定しているため，加熱後の熱ひずみによって要素削除が発生しないように，ひずみを除く損傷状態を衝突解析用のモデルにインポートし，熱膨張した RC スラブに対して落下衝突解析を実施した．

3.3 解析結果

Fig.7 にスラブ加熱後の実験写真と解析結果の比較を示す．解析では，中央部でスラブ面に垂直にひび割れが発生し，端部では鉄骨梁による支持辺へ向かってひび割れが発生した．ひび割れの数に相違はあるが，概ね良好に加熱後の熱膨張状況を再現できた．衝突後のスラブ破壊状況を Fig.8 に示す．強度低減と熱膨張を考慮したケースは，スラブ表面，側面，鉄筋の破壊状況において，強度低減のみを考慮したケースに比べて実験結果に近い結果となった．ただし，デッキプレートの脱落には至らず，解析モデル改善の余地がある．Fig.9 に貫入深さの時刻歴を示す．いずれの落下高さにおいても解析結果は実験値の 1/2 程度の貫入にとなり，解析ケースを比較すると強度低減と熱膨張を考慮したケースのほうが実験結果に近い結果となった．以上より，熱膨張が RC スラブの耐衝撃性能低下に大きく寄与していることは明らかである．温度影響による強度低減，熱膨張以外にも火災による影響を考慮する必要があると判明し，今後スラブ中の水蒸気移動の影響の考慮等の改良が必要だと考えられる．また，応力ひずみ関係の改善，温度分布の詳細化についても検討する．



(a)Numerical Analysis

(b)experiment

Fig.7 Cracks After Heating

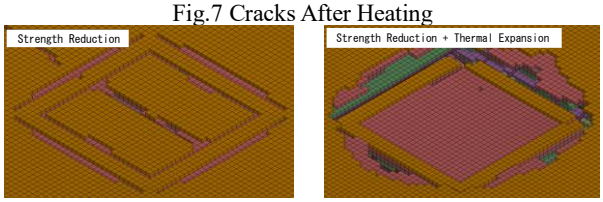


Fig.8 Impact Surface Destruction

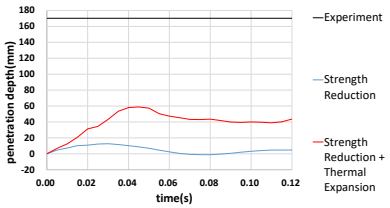


Fig.9 Penetration Depth

4. まとめ

デッキプレートの脱落，破片飛散が発生した．既往実験の貫入深さ，最大支点反力と比較した結果，火災により RC スラブの損傷は顕著に大きくなることが明らかになった．数値解析では，破壊形態や相対的な耐力低下傾向は再現できた．今後，スラブ中の水蒸気移動の影響の考慮等の改良で定量的な評価が可能な解析手法の構築を目指す．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP 25K01369 の助成を受けた．また，本研究は基準整備事業（F30）の一環として実施された．

参考文献

1)水島ら：施工中の吊荷落下を受ける鉄筋コンクリート床スラブの損傷性状に関する研究，日本建築学会構造系論文集, 83(751), pp.1239-1249, 2018.9
2)Sturt, R., Montalbini, G. & Jung, H-I., “Developments in *MAT_WINFRITH_CONCRETE and Appli cation to Modelling Tunnel Linings”, 14th European LS-DYNA Conference, 2023.
3)T. Lennon, D.B. Moore, Y. C. Wang and C. G. Bailey, Eurocode Designers’ guide to EN 1991-1-2, 1992-1-2, 1993-1-2 and 1994-1-2, Chapter 6. Thermal and mechanical properties of material
4)公益社団法人土木学会:コンクリート標準示方書・設計編・2012, 公益社団法人土木学会, 2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-10：構造物への衝撃作用と力学的評価）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 16:55 | E会場(環境棟：6階講義室)

OS-10 (2)

座長:別府 万寿博(防衛大学校)

16:10 ~ 16:25

[25020] 既存計器室の耐爆風性能評価

*浅川 宏[1]、大嶋 昌巳[1] (1. 千代田化工建設株式会社)

16:25 ~ 16:40

[25021] 人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法
（IAEA Safety Reports Series 86–88 の概要）

*西田 明美[1] (1. 日本原子力研究開発機構)

16:40 ~ 16:55

[25022] 衝撃荷重を受ける曲げ破壊型RC梁の最大たわみ簡易推定と適用範囲

*栗橋 祐介[1]、桝谷 浩 (1. 金沢大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

既存計器室の耐爆風性能評価
Blast Resistance Performance Evaluation of An Existing Control Building

浅川　宏（千代田化工建設株式会社）　　大嶋　昌巳（同左）
Hiroshi Asakawa, Chiyoda Corporation
Masami Oshima, Chiyoda Corporation
E-mail: asakawa.hiroshi@chiyodacorp.com

In industrial facilities such as refineries, many hazardous materials are handled that can cause explosions if leaked. If these substances leak and explode near a building, there is a possibility of physical damage to the building and potential injuries to people inside. Therefore, to examine these risks, we established the blast pressure acting on the existing control building and conducted an evaluation of the resulting damage. Furthermore, by utilizing this result, it will be possible to formulate measures to reduce the damage.

１．はじめに

製油所等の産業施設内にある計器室の新棟建設計画に伴い，多数ある既存計器室と新棟との組み合わせを性能面・経済面の観点から最適化を図るための１つの要因として既存計器室の耐爆風性能を把握する必要があった．検討対象は複数であるがここでは１棟（以降，建物という）の検討結果を紹介する．本検討は「建築物の耐衝撃設計の考え方」[1] に基づき行った．建物には非常に大きな爆風圧（70kPa）が係るものと仮定し，物的被害について検討し評価した．

２．外部爆発荷重

1）事故シナリオの想定

事故シナリオは，鉄筋コンクリート（RC）造の建物の左側の約 12.9m，高さ約 2.5m の位置（爆発源）においてプロピレンの VCE（Vapor Cloud Explosion）による爆発が発生し，外壁面に爆風圧 70kPa が作用する場合を想定する．

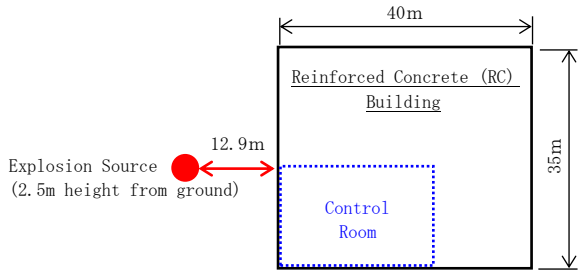


Fig.1　Layout of a building and an explosion source

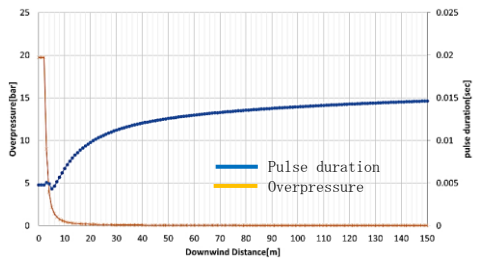


Fig.2　The result of explosion analysis

2）外部爆発荷重の算定

外部爆発による荷重は図１に示す位置関係を想定し，解析ソフト Phast（爆発等の解析ソフト，DNV）を用いた爆発シミュレーションから入射波のピーク圧力およびその作用時間と距離の関係を算定（図２に示す）し，以下（1）～（2）式を用いて建物の外壁面に作用する入射波と反射波を考慮したピーク圧力（P_{load}）を算出する．

$$P_{load} = P_r \times \cos^2\theta + P_s \times (1+\cos^2\theta - 2\cos\theta) \quad (1)$$

$$P_r = 2P_s \times (7P_0 + 4P_s) / (7P_0 + P_s) \quad (2)$$

ここで，P_s は入射波のピーク圧力（kPa），P_r は反射波のピーク圧力（kPa），P_{load} は入射波と反射波を考慮したピーク圧力（kPa），P_o は大気圧（kPa），θ は入射角（°）とする．外部爆発による荷重は，入射波と反射波を考慮したピーク圧力 P_{load}（以下，ピーク圧力という）を 70kPa と設定する．

算定の結果，建物の直近の外壁面に作用するピーク圧力，その作用時間および到達時間は，70kPa，38ms，7.9ms となった．

3）外部爆発荷重と地震荷重との比較

地震荷重は既設計算書から１階の層せん断力が 12580kN であるが，ピーク圧力 70kPa 作用時の層せん断力が 15097kN となり後者が大きくなり，建物全体の応答解析が必要となった．

３．建物全体の応答評価

1）解析モデル作成

建物全体の応答評価は，建物の層間変形角が，その許容値を満足するか否かによって判断する．そのため，建物全体の解析モデルは，主要構造部である柱，梁，耐震壁，および荷重（固定荷重，積載荷重）を反映した３次元モデル（図３に示す）を作成する．到達時間を考慮した柱と梁の各々の交点に作用する三角波を動荷重（外部爆発荷重，例を図４に示す）とした非線形時刻歴応答解析（汎用 FEM，Midas iGen を使用，㈱マイダスアイティジャパン）を行い，建物の最大層間変位値を求める．

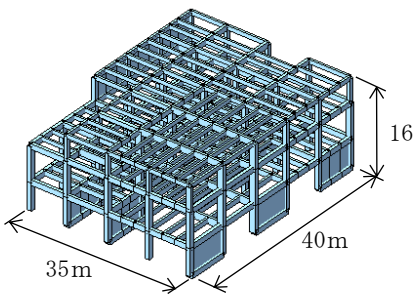


Fig.3　3D analysis model of the RC building

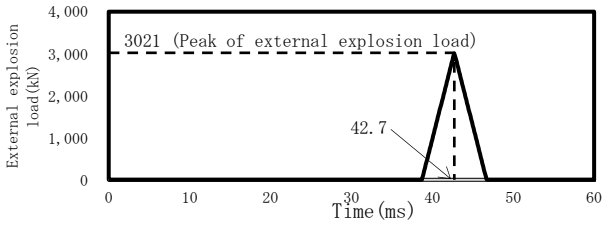


Fig.4 Example of external explosion load at outer wall acting on column-girder junction

2) 応答解析結果

建物全体の解析結果を図5に示す.

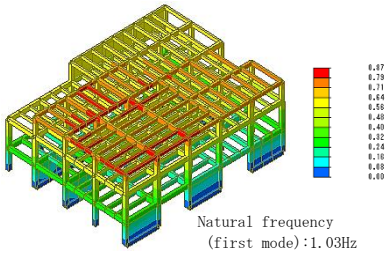


Fig.5 Maximum response displacement in 3D analysis model

3) 応答の評価結果

応答解析結果から得られた建物の各層の最大層間変位値を表1に示す. これら結果から各層で算出した層間変形角がその許容値の1/200以内に収まることが確認できた.

また, 表2に示すのは, 既設計算書（地震力作用時）の層間変位値である. 表1と表2を比較すると, 解析結果の最大層間変位値は 0.48mm であるのに対して, 既設計算書（地震力作用時）に記載の最大層間変位値は 4.04mm である. 層せん断力は今回の解析結果の方が大きいものの, 層間変位については, 今回の解析結果の方が小さくなっている. これは, 構造計算では地震力を静的に作用させているのに対し, 今回の検討の爆発荷重は動的に作用させたためである. その結果, 建物の固有周期と比較しても動的荷重の作用時間が非常に短く, 動的応答が非常に小さくなることが判った.

Table1 Maximum inter-story displacement acting on external explosion load in 3D analysis model

Target floor	Inter-story displacement (mm)	Inter-story drift angle	Allowable inter-story drift angle	Judgement
Third floor	0.24	1/18595	1/200	Suitable
Second floor	0.48	1/13570	1/200	Suitable
First floor	0.15	1/34932	1/200	Suitable

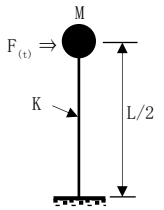
Table2 Inter-story displacement acting on static seismic load in existing calculation sheets

Target floor	Inter-story displacement (mm)	Inter-story drift angle
Third floor	1.91	1/2408
Second floor	4.04	1/1609
First floor	2.96	1/1774

4. 個材の応答評価（鉄筋コンクリート(RC)壁:8m×5m)

1) 解析モデル作成

個材の応答評価は, 外部爆発荷重が最も大きく作用するRC壁を対象に行う. RC壁の応答評価は, そこへ外部爆発荷重が作用しているときの, その応答変位値がコンクリートのひび割れ限界または鉄筋の降伏限界を超えるか否かを確認し, RC壁の損傷状況を推定することにより行う. そのため, RC壁の解析モデルは, 4辺固定平板の壁（壁厚：200mm）の剛性および荷重(固定荷重)を反映した1自由度解析モデル（図6に示す）を作成する. その解析モデルに, 三角波とした動荷重（図4同様にRC壁に作用する三角波とし, ピーク時の外部爆発荷重2856kN, 作用時間38msとした）を作用させ非線形時刻歴応答解析を行い, RC壁の最大応答変位値を求める.



L:壁の高さ

Fig.6 one-degree-of-freedom analysis model

2) 応答解析結果

RC壁の解析結果を図7に示す.

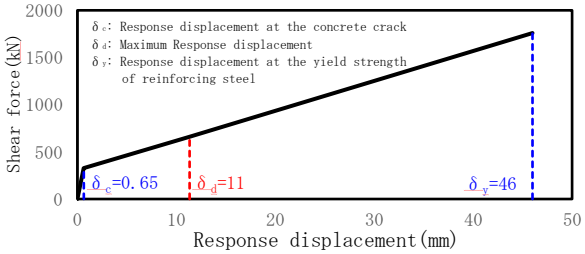


Fig.7 Result of response analysis of RC wall

3) 応答の評価結果

非線形時刻歴の応答解析結果から最大応答変位値は, 11mm となる. RC壁にはコンクリート部分にクラックが入る可能性はあるが, 内部の鉄筋の降伏には至らない.

5. まとめ

建物全体およびRC壁の被害予想を含め以下にまとめる。

1) 建物全体（主要構造部）としての被害予想

建物は元々の地震荷重に対して十分な強度を持つ構造物であり, 想定した爆風荷重が作用しても, 主要構造部は短期許容耐力以下に収まることが確認できた. よって, 主要構造部（柱, 梁）は, 無損傷（ひび割れなし）に収まると予想される.

2) RC壁の被害予想

RC壁の被害予想としては, 微損傷（コンクリートにわずかなひび割れ, 鉄筋は弾性範囲）が予想される.

以上から, 製油所等の産業施設内においては, 本検討のように危険物の漏洩による爆発のリスクを把握するためには, 事前に建物の性能を評価し, 建物の弱点を把握することが必要であり, これらを活用することにより建物の物的被害および人的被害の低減策の立案が可能になる.

参考文献

1) 日本建築学会：建築物の耐衝撃設計の考え方, 2015

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法
—IAEA Safety Reports Series 86-88 の概要—
Safety Assessment Methods for Nuclear Power Plants Against Human-Induced External Events
—Summary of IAEA Safety Reports Series 86–88—

西田　明美（原子力機構）
Akemi Nishida, Japan Atomic Energy Agency
E-mail: nishida.akemi@jaea.go.jp

External events affecting nuclear power plants include not only natural hazards such as earthquakes and tsunamis but also human-induced external events (HIEE)、 such as aircraft crashes、 explosions、 and fires、 which are important targets for safety assessment. The International Atomic Energy Agency (IAEA) has published Safety Reports Series No. 86, 87, and 88, which provide a systematic methodology for the safety assessment of nuclear installations against such events. This paper outlines the safety assessment framework for nuclear power plants based on these reports. In particular, the five-phase analytical process for evaluating human-induced external events—event identification, hazard evaluation, stWructural assessment, plant performance evaluation, and implementation of countermeasures—is reviewed, and the evaluation procedure is explained using an aircraft crash scenario as an example. In addition, the assessment of local structural failure modes and the evaluation of plant-level safety function preservation are discussed. This methodology provides an important framework for quantitatively evaluating safety margins for design-basis events and design-extension events and for identifying necessary safety improvements.

１．はじめに

近年、原子力発電所の安全性評価において、人為起因外部事象への対応が重要な課題となっている。航空機衝突、爆発事故、輸送事故などの外部事象は、発生頻度は低いものの、施設に大きな影響を及ぼす可能性がある。このため国際原子力機関（IAEA）は、人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法を整理し、Safety Reports Series No.86[1]、87[2]、88[3] として公表した。本稿では、これらの報告書で提示されている評価手法の概要について説明する。

２．人為起因外部事象の分類

人為起因外部事象は大きく以下の二つに分類される。

(1) 偶発事象（Accidental Events）

輸送事故や産業事故など、発生頻度を統計的に評価できる事象。

(2) 想定事象（Postulated Events）

発生頻度に依存せず、安全評価のために仮定する極端な事象。

偶発事象については確率論的手法によるスクリーニングが可能である一方、想定事象については決定論的評価が必要となる。

３．人為起因外部事象評価の 5 段階手法

IAEA の報告書では、人為起因外部事象に対する評価を以下の 5 段階のプロセスで実施する。

(1) 事象同定

まずサイト周辺の環境や施設配置を考慮し、発生し得る人為起因外部事象をリストアップする。航空機衝突、爆発、火災などの事象について、原子力施設に影響を与える可能性を検討する。

(2) ハザード評価と荷重設定

選定された事象について、構造物に作用する荷重を定義する。例えば航空機衝突では、機体質量、速度、衝突角度などから衝撃荷重を評価する。また爆発では過圧荷重、火災では熱荷重が評価対象となる。

(3) 構造物・機器の評価

次に、設定した荷重に対する構造物および機器の応答を評価する。解析手法としては、簡易モデルによる解析から有限要素法による詳細解析まで、事象の規模に応じた手法が用いられる。航空機衝突では、エンジンなどの硬い部材による局所衝撃と、機体全体による全体荷重の両方を考慮する。

衝撃荷重を受けた鉄筋コンクリート構造では以下のような局所破壊モードが発生する可能性がある。

・貫入
・貫通
・パンチングせん断
・剥離
・スポーリング

設計基準事象では構造物の弾性挙動を維持することが要求されるが、設計想定外事象では一定の損傷を許容しつつも安全機能の維持が求められる。

(4) プラントレベル評価

構造物・機器の評価の結果を踏まえ、プラント全体としての安全機能を評価する。特に以下の機能の維持が重要である。

・原子炉停止機能
・崩壊熱除去機能
・放射性物質閉じ込め機能

航空機衝突などの外部事象では、影響範囲（Zone of Influence）を設定し、その外側に重要安全機器が存在するかを確認する。また確率論的リスク評価（PRA）を用いて炉心損傷確率などのリスク指標を評価する。

(5) 対策および安全余裕の評価

最終段階では、評価結果に基づき必要な対策を検討する。例えば以下の対策が挙げられる。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

・構造物の補強
・危険物輸送の制限
・緊急対応設備の整備
・非常用設備の冗長化

これらの対策により、原子力発電所が極端な外部事象に対しても安全機能を維持できることを確認する。

４．おわりに

本稿では、IAEA Safety Reports Series 86-88 に基づく人為起因外部事象に対する原子力発電所の安全評価手法について概説した。本手法は、外部事象の同定から構造評価、プラント性能評価、対策検討までを体系的に整理したものであり、原子力施設の安全余裕を定量的に評価するための重要な枠組みを提供している。今後も新たな知見やリスク評価手法を取り入れながら、原子力施設の安全性向上に活用されることが期待される。

参考文献

1) IAEA: Safety Reports Series No.86, Safety Aspects of Nuclear Power Plants in Human Induced External Events – General Considerations, 2017.
2) IAEA: Safety Reports Series No.87, Safety Aspects of Nuclear Power Plants in Human Induced External Events – Assessment of Structures, 2018.
3) IAEA: Safety Reports Series No.88, Safety Aspects of Nuclear Power Plants in Human Induced External Events – Margin Assessment, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

衝撃荷重を受ける曲げ破壊型 RC 梁の最大たわみ簡易推定と適用範囲

Simplified Estimation of Maximum Deflection for Bending-Failure-Type RC Beams Subjected to Impact Load and Its Application Range

栗橋 祐介（金沢大・理工）　　桝谷 浩（プロテックエンジニアリング）
Yusuke KURIHASHI, Kanazawa University
Hiroshi MASUYA, PROTEC Engineering Co., Ltd.
E-mail: kuri@se.kanazawa-u.ac.jp

The purpose of this study is to establish a method for estimating the maximum response deflection of a bending-failure-type RC beam subjected to a collision action based on the energy conservation concept. In this concept, the transmitted energy acting on the beam by the weight collision is equivalent to the absorbed energy of the beam. The validity and applicable range of this method were examined using 134 past test results. It was clarified that the maximum response deflection can be accurately estimated when the plasticity ratio R_p is less than or equal to 10.

1．はじめに

近年、気候変動による局地的な豪雨等により、落石や土砂崩れなどの斜面災害が激甚化している。道路防災対策としてロックシェッドなどの防護構造物が建設されているが、これらの構造物の耐衝撃性能は、屋根等の部材のたわみを用いて評価され、性能設計法への移行が進められている。

本研究の目的は、衝突作用を受ける曲げ破壊型の鉄筋コンクリート（RC）梁を対象に、最大応答たわみの簡易推定手法を確立することである。完全塑性衝突を仮定して得られる重錘から RC 梁への伝達エネルギーと、RC 梁の吸収エネルギーが等価であるとする「エネルギー保存則」に基づく推定法を提案し、過去の 134 ケースの実験結果を用いてその妥当性と適用範囲を検証した。

2．RC 梁の応答たわみ推定手順

提案する推定法は、重錘の衝突によって梁に作用する伝達エネルギー E_t と、梁の吸収エネルギー E_a が等価であるという仮定に基づいている。

$$E_t = E_a \tag{1}$$

重錘と梁との間の完全塑性衝突を仮定すると、伝達エネルギー E_t は次式で計算される。

$$E_t = (M_w /(M_{be} + M_w))\, E_k \tag{2}$$

ここで、E_k は衝突前の重錘の運動エネルギー（入力エネルギー）、M_w は重錘の質量である。M_{be} は梁の等価質量であり、一次曲げモードと等価な振動モードを仮定し、純スパン内の梁の質量に 17/35 を乗じて求める。一方、RC 梁の吸収エネルギー E_a は、平面保持の仮定に基づくファイバーモデルから得られる荷重-たわみ曲線の面積として算出する。E_a が E_t と等しくなるときのたわみ量を、最大応答たわみの推定値 δ_u とする。

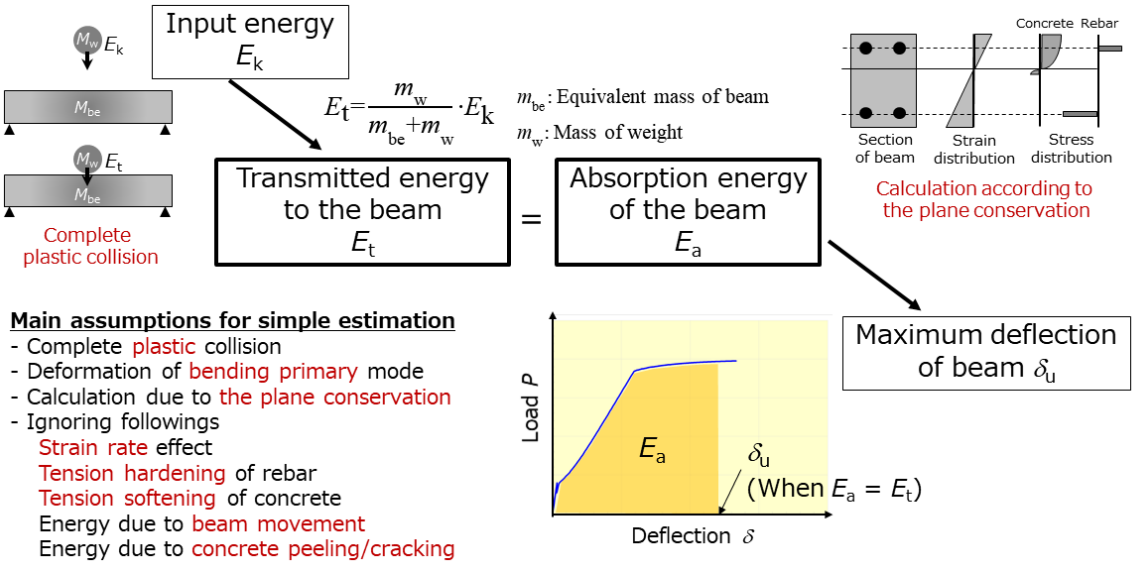


図-1　最大変位推定の基本概念

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表-1　RC はりの諸元と適用範囲の一覧 (134 ケース)

Item of specification	Sym-bol	Unit	Range of value	
			Min.	Max.
Size of section		mm	60 × 100	1,000 × 1,000
Clear span length	L	m	0.9	8.0
Main rebar ratio	p_t	(%)	0.26	1.26
Compressive strength of concrete	f'_c	MPa	25.2	52.0
Yield strength of the main rebar	f_y	MPa	235	520
Calculated bending capacity	P_u	kN	4.10	881
Shear-bending capacity ratio	α	-	1.19	8.78
Mass of beam	M_b	t	0.014	20.0
Mass of weight	M_w	t	0.020	10.0
Impact velocity of weight	V	m/s	0.007	19.8
The kinetic energy of weight (Input energy)	E_k	kJ	0.05	392.2

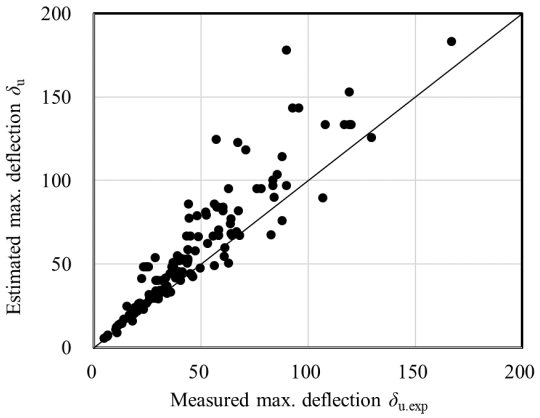


図-2 最大変位による比較 (δ_u vs $\delta_{u.exp}$)

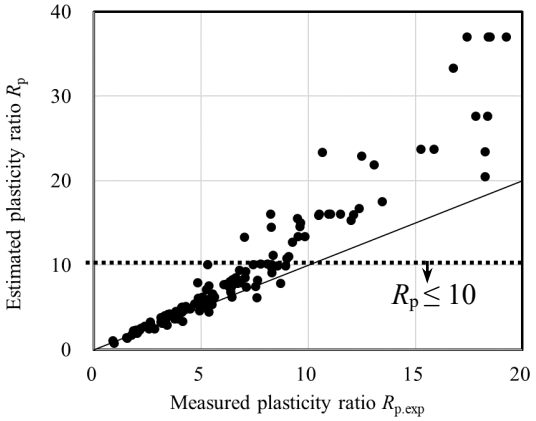


図-3 塑性率による比較(R_p vs $R_{p.exp}$)

３．最大応答たわみの推定と適用範囲

過去に行われた 134 ケースの重錘落下衝撃実験のデータを用いて、提案手法の検証を行った (表-1)。対象としたのは、計算上のせん断耐力を曲げ耐力で除したせん断・曲げ耐力比 α が 1.0 以上の曲げ破壊型 RC 梁である。 完全塑性衝突を仮定して算出した推定最大たわみ δ_u は、エネルギー損失を考慮しない推定値に比べて実験値 $\delta_{u.exp}$ に近く、実用上安全側（保守的）かつ精度良く推定できることが確認された。しかし、変形量が大きくなるにつれて、推定値が実験値を大きく上回る傾向がみられた (図-2)。

この推定精度の適用範囲を明確にするため、最大応答たわみ δ_u を主鉄筋の降伏たわみ δ_y で除した「塑性率 R_p」を用いた評価を行った。

$$R_p = \delta_u / \delta_y \tag{3}$$

推定された塑性率 R_p と実験値との比較を行った結果、R_p が大きい（梁の損傷度が高い）領域では、推定値が過大評価となる傾向が確認された。これは計算上、全ての伝達エネルギーが曲げ変形によって消費されると仮定（平面保持の仮定）しているのに対し、実際の高塑性領域では衝突部のコンクリートの損傷や鉄筋の抜け出し、せん断ひび割れの開口など、曲げ以外の要因でエネルギーが消費されるためである。精度評価指標（推定値／実験値）を検証した結果、弾性範囲を超える $1< R_p \leq 10$ の範囲において、最大応答たわみ δ_u を平均 1.15 程度の精度で良好に推定できることが明らかとなった。

４．結論

衝突作用を受ける曲げ破壊型 RC 梁の最大応答たわみについて、エネルギー保存則に基づく推定法の妥当性と適用範囲を検討した。重錘の運動エネルギーから伝達エネルギーを算出し、RC 梁の吸収エネルギーと等価とする手法により、最大応答たわみを安全側に推定できる。特に、塑性率 $R_p \leq 10$ の範囲において、高精度な推定が可能であることが明らかとなった。

参考文献

(1) Yusuke Kurihashi, Hiroshi Masuya: Simplified Estimation Method for Maximum Deflection in Bending-Failure-Type Reinforced Concrete Beams Subjected to Collision Action and Its Application Range, Applied Sciences, 10, 6941, 2020.
(2) Yusuke Kurihashi, Hiroshi Masuya: RESPONSE DEFLECTION OF REINFORCED CONCRETE BEAM SUBJECTED TO COLLISION ACTION BASED ON ENERGY CONSERVATION CONCEPT, 7th Interdisciplinary Workshop on Rockfall Protection (RocExs), 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

2026年5月17日(日) 9:10 ~ 10:10 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (1)

座長:山口 康隆(大阪大学)

9:10 ~ 9:25

[26001] 有限レイノルズ数の壁面-気泡相互作用問題に対する収束制御摂動法の導入

*尾花 諒大[1]、渡村 友昭[1]、高木 周[1] (1. 東京大学)

9:25 ~ 9:40

[26002] 鉛直線上に列をなすクリーン球形気泡の分散挙動

*鈴木 里依[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:40 ~ 9:55

[26003] クリーンな球形気泡の列が誘起する流れ場に及ぼす気泡間距離の影響

*鈴木 蓮[1]、真田 俊之[1] (1. 静岡大学)

9:55 ~ 10:10

[26004] アガロースゲル中でのレーザ誘起気泡成長時の界面不安定性

*高比良 裕之[1]、大島 諒也[1] (1. 大阪公立大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

有限レイノルズ数の壁面-気泡相互作用問題に対する収束制御摂動法の導入

Introduction of Convergence-Control Perturbation Method for Wall-Bubble Interaction Problem at Finite Reynolds Numbers

尾花　諒大（東大・工）　　渡村　友昭（東大・工）　　高木　周（東大・工）
Ryota OBANA, The University of Tokyo
Tomoaki WATMURA, The University of Tokyo
Shu TAKAGI, The University of Tokyo
E-mail: takagi@mech.t.u-tokyo.ac.jp

The inertial lift force exerted on a spherical bubble ascending along a vertical wall in steady, finite-Reynolds-number flow is examined analytically using the approximation method of Yagi et al.(2023), which is a singular perturbation approach based on the Reynolds number expansion from Stokes flow. As a starting point, the leading-order inertial lift force is evaluated using a 1st-order expansion in the Reynolds number. The logarithmic functions produced by Yagi et al.'s method make the calculation technique proposed in regular perturbation theory partly ineffective, rendering the problem difficult to solve. It is also found that the lift force obtained using Yagi et al.'s method includes terms of logarithmic orders in the distance from the wall.

１．緒言

鉛直壁面に沿って上昇する気泡の運動は多くの自然現象・工業応用に関連する一方，無限流体中の単一気泡と比較して解析的な扱いが一層複雑になる．Stokes 流の周囲流かつ真球界面を仮定すると，運動学的可逆性より壁面に垂直な方向の力（揚力）は働かないが，慣性作用と界面変形いずれかを認めたとき対称性が破れ，揚力が生じる．本研究では，微小な慣性と変形の影響を各々Reynolds 数（$\mathrm{Re} \equiv \rho V_\mathrm{B} R_0/\mu$），キャピラリ数（$\mathrm{Ca} \equiv \mu V_\mathrm{B}/\gamma$）による摂動展開で記述する手法に着目し，特に前者を詳細に述べる．

無限流体中気泡との相違点として，Reによる正則摂動展開が無限遠で破綻する問題（Whitehead の逆説）が壁面-気泡系では部分的に解消され，揚力第一項の$O(\mathrm{Re}^1)$に限り正則摂動法で妥当な値を得られる [1]．これに従った正則摂動法による液滴（剛体球，free-slip 気泡を含む）[2]の解析や，Stokes 流と Oseen 流の接合漸近展開による剛体球 [3]及び free-slip 気泡 [4]の解析などが行われてきた．文献 [2–4]では壁面-気泡間距離dの逆数κ（$\kappa \equiv R_0/d$）による Taylor 展開を利用する．dが十分大きい（$\kappa \ll 1$）仮定で導かれているが，文献 [2]で得られた free-slip 気泡の$O(\mathrm{Re}^1)$揚力は$O(\mathrm{Re}) < \kappa$なら$d \simeq 1.1R_0$まで数値計算による終端速度を良く予測する [5]．

例として重力下の純水中で球形を保つ半径$R_0 = O(10^{-4})$ m の空気泡の浮力による上昇を扱う場合，$\mathrm{Re} > O(10^1)$での解析が必要となるが，上述の手法は$\mathrm{Re} < 1$を仮定しているため合理的には適用できない．そこで，本研究では Yagi et al.[6]が提案した特異摂動法の一種を導入する．当該手法では，無次元の定常 Navier-Stokes 方程式（N-S 式）

$$\nabla^2 \mathbf{U} - \nabla P = \mathrm{Re}(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U} \tag{1}$$

を任意パラメータh $(0 < h < 1)$を含む形で

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{U} - \nabla P &= \left[1 - \lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{h}{r}\right)^n\right]\mathrm{Re}(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U} \\ &= h\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r}\left(1-\frac{h}{r}\right)^n(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U}\end{aligned} \tag{2}$$

と修正し，式(2)に対してReで摂動展開する．Whitehead の逆説を任意の次数で回避できる上，$\mathrm{Re} \geq 1$でもhを調整して$h\mathrm{Re} < 1$とすれば解の収束を担保できるため，Reのみを用いる摂動法と抜本的に異なる．パラメータhはホモトピー解析と呼ばれる数理手法における収束制御パラメータ（convergence-control parameter）に相当し，Yagi et al.の手法はホモトピー解析で得られる修正方程式 [7]をより物理的解釈性の高い形に再修正したものと捉えることもできる．そのため，本研究では Yagi et al.の手法を収束制御摂動法（Convergence-Control Perturbation method, CCP 法）と呼ぶ．

本研究の目的は，静止流体中を剛体壁面に沿って上昇する球形気泡の慣性由来定常揚力をより高い Reynolds 数で解析することである．CCP 法の導入による従来の摂動解析の拡張を試み，基礎段階として文献 [2]における$O(\mathrm{Re}^1)$の解析で正則摂動法を CCP 法で代用した場合の結果を得る．

２．問題設定と解くべき方程式

まず近似を含まない問題設定を述べる．Fig. 1 に示すように，鉛直壁面から距離d離れた所を壁面に平行な速度V_Bで移動する気泡を考える．Free-slip 界面を仮定し，周囲流体のみについて定常な非圧縮粘性層流を扱う．気泡は浮力でなく重心に与える外力で駆動し，抗力・揚力と外力がつりあった状態を気泡の重心を原点とする相対座標系で考える．無次元化した支配方程式は N-S 式(1)及び連続の式

$$\nabla\cdot\mathbf{U} = 0 \tag{3}$$

と与え，境界条件は気泡界面上（$r = 1 + \hat{R}(\theta,\varphi)$），壁面上（$z = -\kappa^{-1}$），無限遠（$r \to \infty$）で各々下式のように与える．

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{U}\cdot\mathbf{n} &= 0 \\ \boldsymbol{\Sigma}\cdot\mathbf{n} &= \mathrm{Ca}^{-1}(\nabla\cdot\mathbf{n})\mathbf{n}\end{aligned}\right\} \quad \text{on} \quad r = 1 + \hat{R} \tag{4}$$

$$\mathbf{U} = -\mathbf{e}_x \quad \text{on} \quad z = -\kappa^{-1} \tag{5}$$

$$\mathbf{U} \to -\mathbf{e}_x \quad \text{as} \quad r \to \infty \tag{6}$$

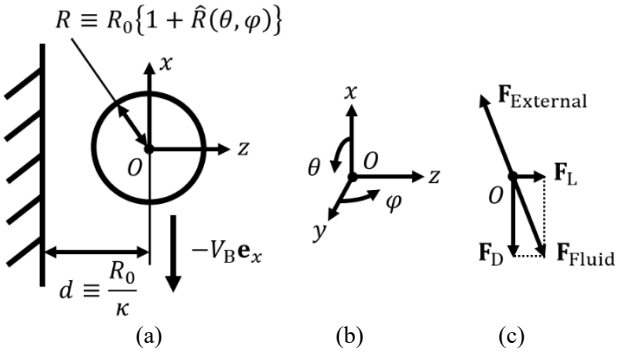


Fig. 1 Schematic figure of the problem.
(a) x-z plane section (b) 3-D coordinates (c) Force balance

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

次に, CCP 法を適用した場合の式展開を述べる. 流速$\mathbf{U}$, 圧力P, 界面形状$\hat{R}$などをパラメータ$\mathrm{Re}, \mathrm{Ca}, h$で

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^{(1)} + h\mathrm{Re}\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} + \mathrm{Ca}\mathbf{U}^{(\mathrm{Ca})} + (h\mathrm{Re})^2\mathbf{U}^{(\mathrm{Re}^2)} + \mathrm{Ca}^2\mathbf{U}^{(\mathrm{Ca}^2)} + h\mathrm{ReCa}\mathbf{U}^{(\mathrm{ReCa})} + \cdots \tag{7}$$

と展開したとき，0 次の流れ場$\mathbf{U}^{(1)}$は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}^{(1)} - \boldsymbol{\nabla}P^{(1)} = \mathbf{0} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{U}^{(1)} = 0 \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{U}^{(1)}\cdot\mathbf{e}_r &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(1)}\cdot\mathbf{e}_\theta &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(1)}\cdot\mathbf{e}_\varphi &= 0\end{aligned}\right\} \quad \text{on} \quad r = 1 \tag{10}$$

$$\mathbf{U}^{(1)} = -\mathbf{e}_x \quad \text{on} \quad z = -\kappa^{-1} \tag{11}$$

$$\mathbf{U}^{(1)} \to -\mathbf{e}_x \quad \text{as} \quad r \to \infty \tag{12}$$

Reynolds 数 1 次の流れ場$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} - \boldsymbol{\nabla}P^{(\mathrm{Re})} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r}\left(1-\frac{h}{r}\right)^n\left(\mathbf{U}^{(1)}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\mathbf{U}^{(1)} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} = 0 \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}\cdot\mathbf{e}_r &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(\mathrm{Re})}\cdot\mathbf{e}_\theta &= 0\\ \mathbf{e}_r\cdot\boldsymbol{\Sigma}^{(\mathrm{Re})}\cdot\mathbf{e}_\varphi &= 0\end{aligned}\right\} \quad \text{on} \quad r = 1 \tag{15}$$

$$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} = \mathbf{0} \quad \text{on} \quad z = -\kappa^{-1} \tag{16}$$

$$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})} \to \mathbf{0} \quad \text{as} \quad r \to \infty \tag{17}$$

という式を満たす. 変形について, $\hat{R}^{(1)} = \hat{R}^{(\mathrm{Re})} = 0$であり, $\hat{R}^{(\mathrm{Ca})}, \hat{R}^{(\mathrm{ReCa})}$の条件が式(10)(15)で法線方向応力の式から得られる．本研究の範囲では省略する．

３．求解手法・部分的な結果

壁面-気泡系は，境界の記述が直交・球どちらの座標系でも複雑になる．$\kappa \ll 1$を仮定し，0 次解$\mathbf{U}^{(1)}$を気泡界面近傍（$\kappa r \ll 1$）と遠方で 2 様式の近似解$\mathbf{U}_{\mathrm{I}}^{(1)}, \mathbf{U}_{\mathrm{O}}^{(1)}$として与えて

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_{\mathrm{I}}^{(1)} = {}& \left(1+\frac{3}{8}\kappa+\frac{9}{64}\kappa^2\right)\left\{-\mathbf{e}_x+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{e}_x}{r}+\frac{x\mathbf{r}}{r^3}\right)\right\}\\ &+\frac{3}{16}\kappa^2\left\{(z\mathbf{e}_x+x\mathbf{e}_z)-2\frac{xz\mathbf{r}}{r^5}\right\}\\ &+O(\kappa^3)\quad(\kappa r \ll 1)\end{aligned} \tag{18}$$

を得る [2]（$\mathbf{U}_{\mathrm{O}}^{(1)}$の表記は省略）．従って抗力第一項$F_{\mathrm{D}}^{(1)}$は Stokes 流と同一であり, 揚力は$F_{\mathrm{L}}^{(1)} = 0$となる [2]. 1 次解$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$に由来する揚力第一項$F_{\mathrm{L}}^{(\mathrm{Re})}$は Lorentz の相反定理を活用して$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$を直接計算せず導出できる [2]ため，まず同手法で結果のみ得る．試算の結果, CCP 法を適用すると$\mathbf{U}^{(\mathrm{Re})}$に対数関数$\ln r$を含む項が現れ, 手法の完全な再現が不可能と分かった．該当箇所のみ流れ場を直接計算する．具体的には文献 [2]の Appendix D における係数J_1, J_3に相当する項が関与し, J_1に関連する非斉次項を含む N-S 式

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}_{\mathrm{I},J1}^{(\mathrm{Re})} - \boldsymbol{\nabla}P_{\mathrm{I},J1}^{(\mathrm{Re})} = \frac{1}{r}\left[-\frac{x}{4r^4}\mathbf{e}_x+\left(\frac{1}{4r^4}-\frac{x^2}{r^6}\right)\mathbf{r}\right] \tag{19}$$

から以下の揚力成分を得た（係数J_1との直接比較は不可）.

$$F_{\mathrm{L},J1}^{(\mathrm{Re})} = \frac{13}{80}\pi\kappa^2\ln\kappa + \frac{169}{4800}\pi\kappa^2 + O(\kappa^3\ln\kappa) \tag{20}$$

現時点の結果から，式(20)で示す通り揚力や流れ場がκの対数次の項を含むと分かる．これは Stokes 近似領域で得られた$O(r^{-1})$の被積分関数を遠方（$r \simeq \kappa^{-1}$）で断ち切る操作に由来し，無限流体中剛体球における接合漸近展開での近似 [8]でReの対数次が現れる現象と本質的に同じである．CCP 法は Stokes 近似領域をh^{-1-n}倍拡張して遠方を近似する手法であり, κの対数オーダ項は遠方の壁面作用を Stokes 近似のみで合理的に与えようとした結果と説明できる．

４．結言

鉛直壁面に沿って上昇する気泡に働く慣性由来定常揚力の収束制御摂動法 [6]による近似を試みた．計算過程において，$O(\mathrm{Re}^1)$での流れ場や揚力に正則摂動法では得られないκの対数オーダの項が現れることが分かっている．

Nomenclature (ND: Nondimensionalized parameter)

Ca	: capillary number ($\equiv \mu V_{\mathrm{B}}/\gamma$)	[–]
d	: distance between the wall and the bubble	[m]
F_{D}	: drag force exerted on the bubble (ND)	[–]
F_{L}	: lift force exerted on the bubble (ND)	[–]
h	: convergence-control parameter	[–]
$\mathbf{n}$	: normal vector to the bubble surface	[–]
P	: pressure field of the surrounding fluid (ND)	[–]
$\mathbf{r}$	: position vector (ND)	[–]
r, θ, φ	: spherical coordinates (ND)	[–]
$\hat{R}$	: relative radial deformation	[–]
R_0	: radius of the bubble without deformation	[m]
Re	: radius-based Reynolds number ($\equiv \rho V_{\mathrm{B}} R_0/\mu$)	[–]
$\mathbf{U}$	: velocity field of the surrounding fluid (ND)	[–]
V_{B}	: translational velocity of the bubble	[m/s]
x, y, z	: Cartesian coordinates (ND)	[–]
γ	: surface tension of the bubble surface	[N/m]
κ	: inverse of distance (ND) ($\equiv R_0/d$)	[–]
μ	: viscosity of the surrounding fluid	[Pa·s]
ρ	: density of the surrounding fluid	[kg/m^3]
$\boldsymbol{\Sigma}$	: stress tensor ($\equiv -P\mathbf{I} + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{U} + \boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}$)	[–]

参考文献

1) R. G. Cox and H. Brenner: The Lateral Migration of Solid Particles in Poiseuille Flow-I Theory, Chem. Eng. Sci., 23, pp.147-73, 1968.
2) J. Magnaudet, S. Takagi and D. Legendre: Drag, Deformation and Lateral Migration of a Buoyant Drop Moving Near a Wall, J. Fluid Mech., 476, pp.115-57, 2003.
3) P. Vasseur and R. G. Cox: The Lateral Migration of Spherical Particles Sedimenting in a Stagnant Bounded Fluid, J. Fluid Mech., 80, pp.561-91, 1977.
4) 竹村文男，高木周，松本洋一郎:壁面近傍を上昇する球形ガス気泡に働く揚力，日本機械学会論文集(B 編), 66(649), pp.2320-6, 2000.
5) K. Sugiyama and F. Takemura: On the Lateral Migration of a Slightly Deformed Bubble Rising Near a Vertical Plane Wall, J. Fluid Mech., 662, pp.209-31, 2010.
6) Y. Yagi, K. Yabushita and H. Suzuki: An Analytic Solution of Navier–Stokes Flow Past a Sphere in the Region of Intermediate Reynolds Number, Fluid Dyn. Res., 55, 045508, 2023.
7) S. Liao: An Analytic Approximation of the Drag Coefficient for the Viscous Flow Past a Sphere, Int. J. Non-Linear Mech., 37, pp.1-18, 2002.
8) I. Proudman and J. R. A. Pearson: Expansions at Small Reynolds Numbers for the Flow Past a Sphere and a Circular Cylinder, J. Fluid Mech., 2, pp.237-62, 1957.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉛直線上に列をなすクリーン球形気泡の分散挙動
The dispersion of clean spherical bubbles in a vertical chain

鈴木　里依（静岡大・工）　　真田　俊之（静岡大・工）
Satoi SUZUKI, Shizuoka University
Toshiyuki SANADA, Shizuoka University
E-mail: suzuki.satoi.21@shizuoka.ac.jp

To gain insight into the dispersion mechanism of bubbles rising in chain, we study the clean spherical bubble chain through a combination of the experiment and the model. In the experiments, we observed bubble chains composed of spherical bubbles rising in a clean liquid, thereby neglecting bubble deformation and interfacial contamination. Experimental observation identifies that spherical bubble chain develops a relatively large-scale V-shape dispersion compared with the wake region of spherical bubble at $Re=O(50)$ for a long bubble distance $S>19$. We expected that the formation of a V-shaped bubble-chain requires not only wake-induced lift but also shear-induced lift generated by an upward flow produced by the repeated passage of bubbles. We examined the effects of bubble–bubble interactions and the upward flow using the Lagrangian bubble chain model. The model including only bubble–bubble interactions predicted a U-shaped dispersion due to transient lateral migration. The model incorporating upward flow predicted large-scale V-shaped dispersion and a frequency dependence. These results indicate that wake-induced lift acts as the trigger of dispersion, while the sustained shear-induced lift of upward flow forms the large-scale V-shaped dispersion.

１．緒言

液体中を上昇する気泡列は身近に観察され，様々な挙動を示す．例えば，シャンパン中の気泡は直線的に上昇し，安定した気泡列を形成する [1]．一方で，炭酸水中の気泡は分散しながら上昇し，不安定な気泡列を形成する．

Atasi ら [2]は気泡列の安定性に関して，実験および数値解析により調査した．その結果，気泡列は，気泡発生周波数 f, 気泡径 d, 界面汚染の影響により分散することを示した．また，気泡列の不安定化の原因を気泡発生周波数 f の増加，気泡間距離 S の減少に伴う，気泡間相互作用の増大で説明した．一方で，気泡変形，界面汚染の影響が無視できるクリーン球形気泡において，気泡間相互作用に寄与する後流領域は，幅 $O(Re^{-1/4})$, 長さ $O(Re^{1/2})$と限定的である [3]．そのため，本実験条件 $Re=O(50)$, 気泡間距離 $S>19$ のクリーン球形気泡列において大規模な分散が生じることを気泡間相互作用のみで説明することは難しい．さらに，一般的に用いられる流量による気泡発生制御法では，気泡発生周波数 f と気泡径 d を独立に制御することが難しく，気泡列分散における気泡間相互作用の定量的な評価には至っていない．

本研究では，音波を用いた独自の気泡発生法により，気泡径を固定したクリーン球形気泡列を生成，気泡間相互作用が分散に及ぼす影響について調査した．さらに，気泡間相互作用により分散を生じる気泡列モデルを作成，分散機構について検討した．

２．実験概要

実験装置の概略図を Fig. 1 に示す．本実験では，気泡発生周波数 f と気泡径 d を独立に制御するため，音波を用いて気泡の発生を制御した．まず，気泡発生部となる細孔を設けたナイロンチューブを液体中に設置した．チューブ内の空気はコンプレッサー及び圧力コントローラで加圧される．ファンクションジェネレータで矩形波を生成，アンプにより増幅，スピーカーを介して音波として出力した．音波がチューブ内を伝播し，ナイロンチューブに設けた細孔より気泡を押し出す．音波の周波数及び振幅を調整することで，気泡の発生を制御した．

本実験では，液体に動粘度 $\nu=1$ mm^2/s のシリコーンオイルを使用し，実験条件を気泡発生周波数 $f=4, 8, 12$, および 20 Hz ，気泡径 $d=0.4, 0.5$, および 0.6 mm に設定した．発生開始後十分時間が経過した気泡列を 2 台の高速度カメラで互いに垂直な方向から撮影する．高速度カメラの撮影条件はフレームレートを 250 fps, 解像度 0.058 mm／pixel である．座標系については，気泡発生位置を原点 O として，水平方向に x, y 軸，鉛直方向に z 軸をとる．

また，本実験では，気泡列の分散に注目して議論を進める．分散量を定量的に評価するため，分散角 α を導入する．分散角 α は気泡列の軌跡に対して，分散開始位置と画像上端における軌跡の左端と右端のなす角で定義する．

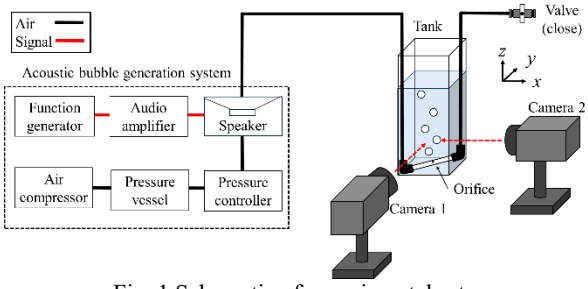


Fig. 1 Schematic of experimental setup.

３．実験結果

次に気泡列の分散の周波数依存性について述べる．Fig. 2 に $\nu=1$ mm^2/s のシリコーンオイル中での気泡径 $d=0.5$ mm の気泡列について，x - z 面から撮影した上昇軌跡を示す．一例として，気泡発生周波数 f が 4, および 20 Hz の気泡列を示す．周波数 f の増加に伴い，気泡列の分散は増大，高周波数において大規模な V 字型分散を示した．Fig. 3 に分散角 α と気泡発生周波数 f の関係を示す．気泡径 d ごとに色分けしてプロットした．いずれの気泡径 d においても，周波数の増加に伴い分散が増大する傾向を示した．

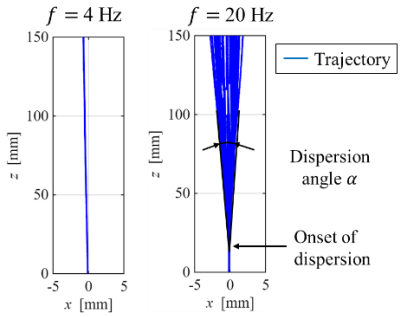


Fig. 2 Experimental trajectories of bubble chains

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

気泡を完全に球形に固定し，気泡同士が S >15 程度離れる条件においても，気泡列は気泡径と比較して大規模な分散構造を形成し，周波数依存性を示した．これは，効果が限定的な後流による揚力のみでは説明できない．気泡間相互作用以外の気泡列分散の原因として，気泡列が形成する上昇流による効果を予想する．気泡列の周囲には，気泡の繰り返しの通過により上昇流が形成される．この上昇流のせん断より気泡は追加の揚力を受け，分散が増大したと考察する．

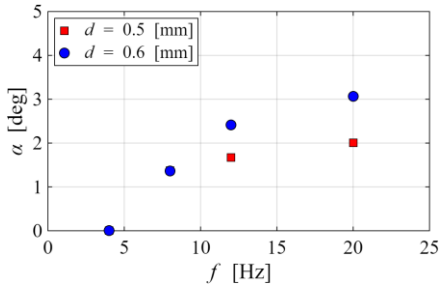


Fig. 3 Relationship between dispersion angle α and generation frequency f.

4．考察

気泡間相互作用，上昇流による気泡列の分散について検証するため，気泡列モデルを作成した．このモデルは各気泡の運動方程式を連立して解くことで，気泡列の分散をラグランジュ的に再現する．追跡する気泡を発生順に，気泡 1, 気泡 2, …, 気泡 i, …と呼ぶとき，気泡 i に関する運動方程式は次式で表わされる [4]．

$$\frac{\pi}{6}\rho_G d^3 \frac{d\boldsymbol{U}_i}{dt} = \boldsymbol{F}_{Bi} + \boldsymbol{F}_{QSi} + \boldsymbol{F}_{AMi} + \boldsymbol{F}_{int\,i,(i-1)} + \boldsymbol{F}_{int\,i,(i+1)} + \boldsymbol{F}_{UFLi}, \quad (1)$$

ここで，ρ_Gは空気の密度，$\boldsymbol{U}_i$は気泡iの速度である．また，$\boldsymbol{F}_{Bi}$, $\boldsymbol{F}_{QSi}$, $\boldsymbol{F}_{AMi}$, $\boldsymbol{F}_{int\,i,j}$, および$\boldsymbol{F}_{UFLi}$は気泡$i$に働く力であり，それぞれ浮力，定常抗力，付加質量力，気泡jとの相互作用力，および上昇流による揚力である．相互作用力$\boldsymbol{F}_{int\,i,j}$については， Hallez & Legendre[5]が提案した半解析解を用いる．この相互作用力により後流による揚力が発生，分散を再現する．本モデルでは，離れた気泡との相互作用は十分小さいと考え，隣り合う気泡との相互作用のみを考慮した．気泡は原点付近から周波数fで発生する．気泡列の分散を誘起するため，各気泡の初期x座標は，$0 \le x \le 0.01$ mm の範囲でランダムに設定した．上昇流のせん断による揚力は次式で表される [6]．

$$\boldsymbol{F}_{LUFi} = C_{LUF}\rho_L \frac{\pi d^3}{6}(\boldsymbol{V}_L - \boldsymbol{U}_i) \times (\nabla \times \boldsymbol{V}_L), \quad (2)$$

ここで，C_{LUF}は揚力係数，$\boldsymbol{V}_L$は上昇流の速度分布である．周波数fごとに，計算領域に最大流速が気泡上昇速度の 1/10 程度の小規模な上昇流を設定した．気泡の位置に応じた$\boldsymbol{F}_{LUFi}$を算出，式(1)に代入することで，上昇流による揚力を導入する．

気泡径 d = 0.5 mm の気泡列モデルの計算結果について述べる．Fig. 4 (a)は上昇流の効果を含まず，気泡間相互作用のみにより分散する気泡列の軌跡，Fig. 4 (b)は，気泡間相互作用と上昇流により分散する気泡列の軌跡である．一例として，f = 20 Hzでの計算結果をそれぞれ示した． 気泡間相互作用のみを含むモデルでは，$f \ge 8$ Hzにおいて，各気泡は発生後，後流より揚力を受け分散，その後は揚力を受けず直線的に上昇，U 字型の気泡列を形成する．また，$f \ge 8$ Hzにおいて分散に明らかな周波数依存性は見られなかった．一方，上昇流の効果を含むモデルでは，$f \ge 8$ Hzにおいて，各気泡が後流により分散後，V 字型に分散領域を拡大する傾向を示した．また，周波数 f ごとに上昇流の速度分布を調整することで，f の増加に伴い分散が拡大する傾向を再現した．

実験において，気泡列が示した大規模な V 字型分散，周波数依存性は，気泡自身が形成する上昇流の効果により生じると考える．気泡間相互作用は不安定化の起点として作用する．

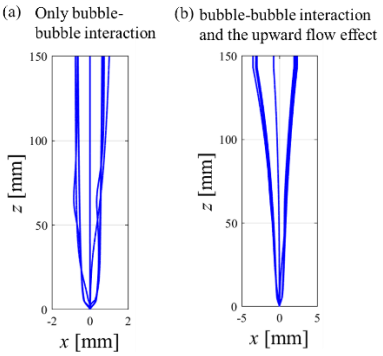


Fig. 4 Bubble chain model dispersed by (a) only wake-induced lift and (b) wake-induced lift and upward flow.

5．結言

本研究では，クリーン球形気泡列について気泡径 d を固定した条件で，分散の周波数依存性を調査した．また，分散機構についてモデルを用いて考察した．気泡列の分散には気泡間相互作用だけでなく，気泡列が形成する上昇流の効果が影響する．気泡間相互作用が分散の起点として作用する一方で，上昇流による揚力が気泡列の大規模分散構造を形成し，周波数依存性を発現させると考える．

6．著作権

講演論文集の著作権は，土木学会が保有します．

参考文献

1) J. F. Harper: Bubbles rising in line: Champagne, lager, cider, Bubbles in Food 2. AACC International Press, pp. 147-152, 2008.
2) O. Atasi, M. Ravisankar, D. Legendre and R. Zenit: Presence of surfactants controls the stability of bubble chains in carbonated drinks, Physical Review Fluids, 8(5), 053601, 2023.
3) D. W. Moore: The boundary layer on a spherical gas bubble, J. Fluid Mech. 16, 161, 1963.
4) K. Maeda, M. Date, K. Sugiyama, S. Takagi and Y. Matsumoto: Viscid–inviscid interactions of pairwise bubbles in a turbulent channel flow and their implications for bubble clustering, Journal of Fluid Mechanics. 919, A30, 2021.
5) Y. Hallez and D. Legendre: Interaction between two spherical bubbles rising in a viscous liquid, J. Fluid Mech. 673, 406, 2011.
6) D. Legendre and J. Magnaudet: The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow, J. Fluid Mech. 368, 81, 1998.

クリーンな球形気泡の列が誘起する流れ場に及ぼす気泡間距離の影響
Bubble spacing effects on the flow field induced by a chain of clean spherical bubbles

鈴木　蓮（静岡大）　　真田　俊之（静岡大）
Ren SUZUKI, Shizuoka University
Toshiyuki SANADA, Shizuoka University
E-mail: suzuki.ren.22@shizuoka.ac.jp

We visualized the flow field induced by a chain of clean spherical bubbles using two-dimensional particle image velocimetry (PIV) and evaluated the mean vertical velocity profile. We confirmed the presence of an upward flow, and observed flattening of the velocity profile far downstream of the bubble generation point. This flattening is attributed to the lateral dispersion of the bubbles rising in a chain and the viscous diffusion of wake velocity. The maximum upward velocity decreases when the bubble spacing exceeds a characteristic wake length estimated from the representative wake velocity of a single bubble.

1．緒　　言

液体中を上昇する気泡列は，微視的な気泡界面の性質から気泡間相互作用，そして流れ場という巨視的なスケールまでが互いに影響し合うマルチスケール構造を有す．そのため，気泡表面の汚染を無視できるクリーンな気泡の場合，気泡間相互作用と流れ場全体の影響を調査する必要がある．Moore[1]は単一球形気泡の境界層を支配する方程式の導出過程で，球形気泡の後流モデルとして，長さ$O(RRe_\mathrm{b}^{1/2})$，幅$O(RRe_\mathrm{b}^{-1/4})$の細長い後流モデルを提案した．Suzuki ら[2]は，気泡間相互作用のスケールに着目し，気泡列の分散現象を調査するため，クリーンな球形気泡列の観察とモデル化をした．観察より，気泡発生周波数が増加すると気泡列が分散するという結果を得た．また，気泡間相互作用のみを考慮したモデルでは実験結果を再現できないことから，気泡列の分散を説明するために考慮すべき現象として，気泡列が誘起した上昇流を挙げた．しかし，クリーンな球形気泡では表面渦度生成は限られており，気泡列が定常的に上昇流を誘起するかは非自明である．

本研究では，気泡列が誘起する流れ場を実験的に調査した．具体的には，粒子画像流速測定法（PIV）を用いて流れ場を可視化し，平均流速分布を算出した．さらに，単一気泡の形成する後流の長さを用いて，平均流速分布に及ぼす気泡間距離の影響を評価した．

2．実験概要

2．1．実験装置及び実験条件

Fig. 1 に実験装置の概略図を示す．アクリルタンクを動粘度$\nu = 1$ cSt のシリコーンオイル（以下，K1）で満たし，その中に，気泡発生部となる細孔を開けたナイロンチューブを設置した．本実験では，音波を用いた微細気泡生成装置を使用した．本装置は，スピーカーでチューブ内の空気を振動させることで，気泡発生周波数fと気泡径$d(=2R)$を独立に制御して気泡の生成が可能である．流れ場の可視化のために，二次元 PIV を用いた．トレーサー粒子として，ローダミン B 蛍光ポリスチレン粒子を使用し，波長 532 nm のレーザーシートを照射した．画像の取得には，高速度カメラを使用し，レーザー光による気泡表面の反射光を遮断するために，カメラの前方にロングパスフィルターを設置した．Fig. 1(b)に高速度カメラの撮影範囲の模式図を示す．気泡発生部を原点Oとし，水平方向にx軸，鉛直方向にz軸をとる．気泡発生部に近い領域を領域 A，気泡発生部から離れた領域を領域 B とし，二つの領域で画像を撮影した．

本実験では，$d =$ 0.5 mm，$f = 4$, 8, 12 及び 20 Hz とした．気泡レイノルズ数$Re_\mathrm{b} = 42$~50，ボンド数$Bo = 0.11$~0.13より，Clift ら[3]の図に基づき球形気泡である．また，K1 は無極性のため，気泡表面の汚染リスクは低いとした．各f，各領域において，高速度カメラのフレームレートを 125 fps，解像度を 2048×2048 pixel とした．

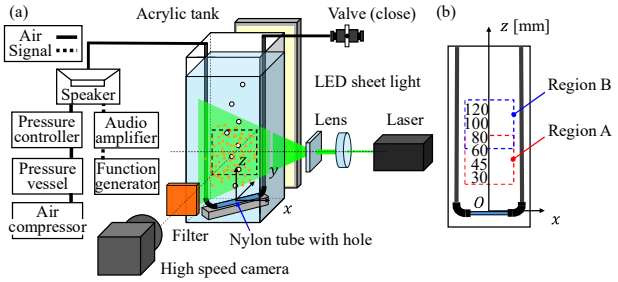


Fig. 1 Schematics of the experimental setup, (a) overview with the two-phase particle image velocimetry setup, (b) camera field of view and definition of field of view.

2．2．二次元 PIV 解析

MATLAB の PIVlab を使用し，液相のみを解析対象として PIV 解析を行った．トレーサー粒子の蛍光のみを抽出するため，生画像に対して，LoG フィルタ，適応的ヒストグラム平坦化，High-pass フィルタを順に適用した．速度ベクトルは，画像 250 枚（1 sec 分）を用いて FFT ウィンドウ変形法（最終検査領域 32×32 pixel，50%オーバーラップ）により算出した．解析の結果生じた外れ値は，標準偏差フィルタ及び局所中央値フィルタを適用し，除外した．高さzごとに速度の鉛直方向成分$\overline{w}_{\mathrm{l,z}}$を算出した．領域 A では$z =$ 30，45，60 mm，領域 B では$z =$ 80，100，120 mm とした．

なお，トレーサー粒子は慣性を有すため，トレーサー粒子の速度と流体の速度は厳密には一致しない．よって，実験結果の妥当性を確認するために不確かさ解析を行った．本実験の合成標準不確かさは 0.62~0.63 mm/s，相対合成標準不確かさは 4.2~11.5 %である．

3．実験結果及び考察

3．1．気泡列の誘起した上昇流の可視化と平均流速分布

Fig. 2 は，気泡列が誘起した流れの速度ベクトル$\vec{u}_\mathrm{l} = (u_{\mathrm{l,x}}, w_{\mathrm{l,z}})$の一例を示す．$\vec{u}_l$の絶対値を$u_\mathrm{l}$とした．気泡は原点付近から発生し，$\vec{u}_l$は主に$z$軸正方向，つまり，気泡の上昇方向を向いている．よって，気泡列が誘起した上昇流を実験的に確認できた．

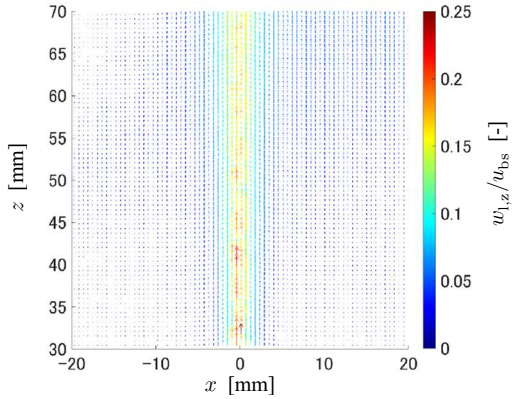


Fig. 2 Velocity field for $f = 20$ Hz in Region A, excluding interpolation vectors. For better visibility, vectors are scaled.

Fig. 3 は，気泡列が誘起した上昇流の平均流速$\overline{w}_{l,z}$の分布を示す．縦軸は単一気泡の速度ベクトル$\vec{u}_{bs}$の絶対値u_{bs}で除した無次元速度$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$とした．

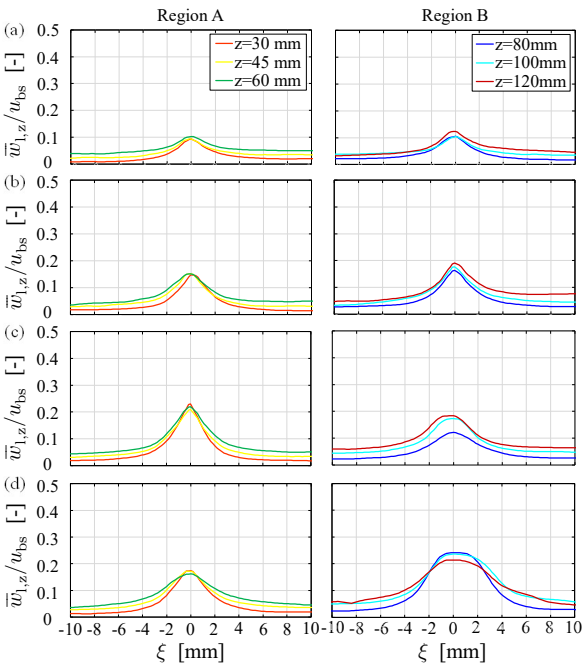


Fig. 3 Mean upward flow vertical velocity profiles, (a) $f = 4$ Hz, (b) 8 Hz, (c) 12 Hz, (d) 20 Hz.

f及び領域 A，B による$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値と分布形状の違いを述べる．画像撮影領域の都合上，横軸はx軸と同一方向で，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$が最大となる点を$\xi = 0$ mm としたξ軸に変更した．Fig. 3 より，領域 A では，fの増加に伴い$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値は増加し，$f \geq 12$ Hz で，おおよそ一定（約 0.2）に達した．一方，領域 B では，$f = 4$ Hz における$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値は領域 A と同程度（約 0.1）だが，$f \geq 8$ Hz では，最大値が約 0.2 に増加した．さらに，$f \geq 12$ Hz では，領域 B における$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$は領域 A と比べて平坦化した．

3．2．上昇流の平均流速分布の考察

まず，領域 B では，$f > 12$ Hz の場合に$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の分布が平坦化した理由を検討する．Suzuki ら [2]は，本実験の領域において，$f \geq 12$ Hz で気泡列が分散することを報告した．領域 A では，各気泡が同一径路をたどるため流速分布にピークができる．領域 B では気泡列が分散し，気泡は異なる径路を通過し，気泡の後流が特定の径路に集中することが妨げられる．更に，上昇流のレイノルズ数$Re_l = \overline{w}_{l,z\,max} d/\nu$を定義し，$Re_l \cong 8.5$より上昇流は粘性拡散の支配的な流れとなる．以上から，速度分布が平坦化すると予想される．

次に，領域 A において，$f = 4$ Hz の場合に$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値が小さくなることを議論する．気泡列が誘起する上昇流は，各気泡が形成する後流の重ね合わせと考えることができる．Moore[1]は球形気泡の後流の長さを$O(RRe_b^{1/2})$と算出したが，これは，Ramírezら [4) 5)]が near wake という気泡近傍の後流を示し，後流全体の長さを表わすものではない．よって，単一球形気泡の形成する後流全体の長さl_wの算出及び気泡間距離との比較をし，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$への影響を評価する．

気泡固定座標系(r, s)を定める．気泡中心を原点，r軸はx軸と同一方向を正，s軸はz軸反対方向を正とする．Ramírezら [4) 5)]が far wake という気泡から離れた後流の基準速度$\overline{w}_z^*$に，Ruzicka[6)]が提案した，時間スケールL^{*2}/νより大きい流れに対する粘性補正を組み合わせると次のようになる．

$$\frac{\overline{w}_z^*}{u_{bs}} = \frac{1}{8}\left(\frac{d}{s}\right)^3 + \gamma\frac{C_D}{2}\left[1 - \exp\left(-\frac{Re_b}{16}\frac{d}{s}\right)\right]\exp\left(-\frac{4}{Re_b}\frac{s}{d}\right) \quad (1)$$

ここで，$L^* = R$とし，C_Dには，Moore が算出した抗力係数を用いる．また，γは補正係数である．l_wを$s = RRe_b^{1/2} + R$における$\overline{w}_z^*/u_{bs}$が 1%以下に減衰するまでに要す長さと定義した．本実験条件では，$l_w/R = 64$~74となる．一方，無次元気泡間距離$S(= u_b/(fR))$: u_bは領域 A の各fにおける気泡の速さ)は，$f = 4$ Hz のとき$S = 89$, $f \geq 8$ Hz のとき$S \leq 45$である．よって，$f = 4$ Hz のみ$S > l_w/R$が成立し，後続気泡は前方気泡の形成する後流の有効範囲に入らないため，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値が他の条件より小さくなると説明できる．

4．結　　言

二次元 PIV を用いて，気泡列が誘起した上昇流を可視化した．領域 A では，fの増加に伴い$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値は増加し，$f \geq 12$ Hz の場合，おおよそ一定となる．$f = 4$ Hz の場合，後続気泡が前方気泡の後流の有効範囲に入らないため，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の最大値が他の条件と比較して小さくなる．領域Bでは，$f \geq 12$ Hzの場合，$\overline{w}_{l,z}/u_{bs}$の分布は平坦化した．これは，気泡の後流が特定の径路に集中することが妨げられたこと及び上昇流が粘性拡散の支配的な流れであることと予想する．

参考文献

1) D. W. Moore: The boundary layer on a spherical gas bubble, Journal of Fluid Mechanics, 16(2), pp. 161-176, 1963.
2) S. Suzuki and T. Sanada: Generation frequency effects on the stability of a single spherical bubble chain in viscous liquids, ICMF 2025, 2025.
3) R. Clift, J. R. Grace and M. E. Weber: Bubbes, drops and particles, Academic Press, New York, 1978.
4) J. Ramírez-Muñoz, E. Salinas-Rodríguez, A. Solia and A. Gama-Goicochea: Hydrodynamic interaction on large-Reynolds-number aligned bubbles: Drag effects, Nuclear Engineering and Design, 241, pp. 2371-2377, 2011.
5) J. Ramírez-Muñoz, A. Gama-Goicochea and E. Salinas-Rodríguez: Drag force on interacting spherical bubbles rising in-line at large Reynolds number, International Journal of Multiphase Flow, 37, pp. 983-986, 2011.
6) M. C. Ruzicka: On bubbles rising in line, International Journal of Multiphase Flow, 26, pp. 1141-1181, 2000.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アガロースゲル中でのレーザ誘起気泡成長時の界面不安定性

Surface Instability of a Growing Laser-induced Bubble in Agarose Gels

高比良 裕之（阪公大・工）　　大島 諒也（阪公大・工）
Hiroyuki TAKAHIRA, Osaka Metropolitan University
Ryoya OSHIMA, Osaka Metropolitan University
E-mail: takahira@omu.jp

The instability of a laser-induced bubble in agarose gels during its growth phase was studied using the stability analysis method by Yang et al. (2021). The agarose gel was modeled with the qKV model for viscoelastic fluids. Initially, the gel's shear modulus G and viscosity μ were determined by matching the bubble radius evolution from experiments with simulations based on the Rayleigh-Plesset equation. Using these parameters and experimental data on bubble radius, velocity, and acceleration, two instability parameters were calculated for each surface oscillation mode expanded in spherical harmonics. The analysis predicted instabilities for low-degree modes but was less precise for higher degrees. Results also showed that higher shear modulus and viscosity generally stabilized surface oscillation modes, especially for high-degree modes.

１．はじめに

アガロースゲルのヤング率はアガロース濃度によって変化し，生体軟組織に類似の音響的・機械的特性を持つことから，高強度集束超音波（HIFU）などの医療応用実験において，生体組織を模擬するためによく用いられる [1]. Kishimoto ら [2]は，アガロースゲル内で生成されたレーザ誘起気泡が成長する際に，その界面にしわ状の形状不安定を生じることを示した．また，Yangら[3]は，粘弾性流体中での気泡形状を球面調和関数で摂動展開し，弾性に関するパラメータξと粘性に関するパラメータηを用いて，展開された各振動モードが気泡崩壊に伴い増大する時間域を計算し，界面の不安定性を議論した．水中では，気泡崩壊時に界面不安定が増大し，逆に気泡成長時に気泡界面が安定化することは，理論的に明らかになっているが，アガロース中での気泡成長時の界面不安定の要因は明らかとなっていない．そこで本研究では，まずアガロースゲル中でのレーザ誘起気泡の成長崩壊実験を行い，気泡の界面形状を観察し，気泡半径の時間履歴と qKV モデルを用いた解析結果との比較から，アガロースのせん断弾性係数Gと粘性係数μを推定した．さらに，得られたアガロースの物性値等を用いて，Yangらの粘弾性流体中での界面の安定性理論を用いて，気泡成長時の界面不安定の要因を検討した [4].

２．レーザ誘起気泡の界面不安定性の実験

気泡界面不安定を観測するため，以下の実験を行った．純水で満たした水槽中に濃度 0.5 w/v%のアガロースゲル（30 mm×30 mm×30 mm）を設置した．Q-switched Nd:YAG レーザをゲル中に集光し，レーザ誘起気泡を生成した．気泡生成時を$t = 0$ s とし，気泡が収縮・膨張を繰り返した後，気泡が静止し平衡状態に至るまでの様子を高速度ビデオカメラで撮影した．平衡状態での気泡半径をR_{eq}と定義した．

Fig. 1 は気泡成長時の各時刻におけるアガロースゲル中での気泡の形状である（R_{eq}=0.23 mm）．気泡成長時に表面振動が現れ，それが時間とともに進展している様子が見てとれる．特に Fig. 1 の時刻$t = 90$ μs には，突起状の表面振動が表れている．

Fig. 2 に Fig. 1 の実験における体積等価半径の時間履歴を示す．体積等価半径は画像解析により算出した．なお，時間tを$t^* = t/\left(R_{\mathrm{eq}}/\sqrt{P_\infty/\rho}\right)$，半径$R$を$R^* = R/R_{\mathrm{eq}}$と無次元化している．ここで，$P_\infty$は無限遠方圧力，$\rho$はアガロース密度である．Fig. 2 から気泡は膨張，収縮した後，再膨張する．微小振動を繰り返した後，概ね平衡半径に達していることがわかる．

Fig. 3 は後述する粘弾性流体中での気泡半径の運動方程式(2)において，せん断弾性係数Gと粘度μをフィッティングパラメータとして，実験の半径履歴と比較したものである．図中の実験データは Fig. 2 と同じであり，気泡が最大半径に達した後の収縮・再膨張過程を式(2)を用いて予測した．その結果，濃度 0.5 w/v%アガロースのG，μはそれぞれG=4.986 kPa，μ=1.005 Pa·s と推定された．

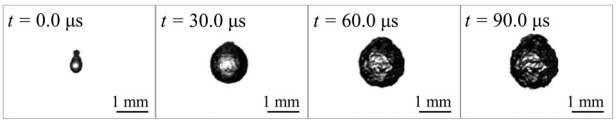


Fig. 1 Successive bubble shapes (R_{eq}=0.23 mm).

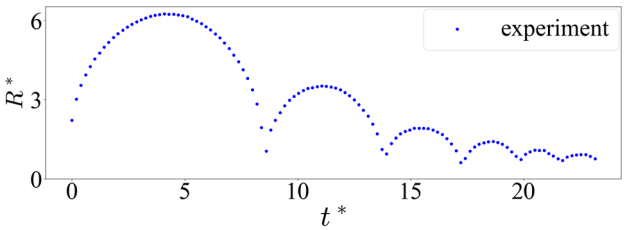


Fig. 2 Time history of the volume equivalent radius of the bubble in Fig. 1 (R_{eq}=0.23 mm).

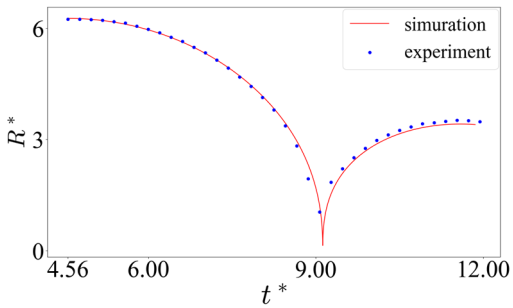


Fig. 3 Comparison of time histories of bubble radius between simulations (red line) and experiments (blue dots).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3．界面不安定性の解析

アガロースの物性を表す構成方程式として，以下に示す粘弾性流体のモデル：qKV モデルを用いた [3]．

$$\boldsymbol{\sigma} = G[1+\alpha(I_1-3)]\boldsymbol{B} + 2\mu\boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$はコーシー応力，Gはせん断弾性係数，μは粘度である．I_1は$\boldsymbol{B}$の第一不変量，$\boldsymbol{B}$は左コーシー・グリーン・ひずみテンソル，αはひずみ硬化のパラメータ，$\boldsymbol{D}$はひずみ速度テンソル，$\boldsymbol{I}$は単位行列であり，pは圧力に相当する量である．qKV モデルによる気泡半径の運動方程式は以下のように与えられる [3]．

$$R^*R^{*\prime\prime} + \frac{3}{2}\{R^{*\prime}\}^2 = \frac{P_b}{P_\infty} - 1 + S^* - \frac{2}{\mathrm{We}\,R^*} \tag{2}$$

$$S^* = \frac{3\alpha-1}{2}\Gamma\left[5 - \frac{1}{R^{*4}} - \frac{4}{R^*}\right] - \frac{4R^{*\prime}}{\mathrm{Re}\,R^*} + 2\alpha\Gamma\left[\frac{27}{40} + \frac{1}{8R^{*8}} + \frac{1}{5R^{*5}} + \frac{1}{R^{*2}} - 2R^*\right]$$

プライムは無次元時間t^*による微分を表している．P_bは気泡内圧力，$\mathrm{We} = P_\infty R_\mathrm{eq}/\gamma$，$\gamma$は水の表面張力係数を表している．$G$，$\mu$の無次元化量として，$\Gamma = G/P_\infty$，$\mathrm{Re} = R_\mathrm{eq}\sqrt{P_\infty\rho}/\mu$ と定義した．

Yang らは，極座標で表現した気泡形状を，球面調和関数を用いて次式のように展開し，

$$r(\theta,\phi,t) = R(t) + \sum_l\sum_m a_{lm}(t)Y_l^m(\theta,\phi) \tag{3}$$

次数 m に依らない l 次の球面調和関数の係数a_lの支配方程式(4)-(6)を導出した．なお，式(4)-(6)は無次元化されており，式(4)における$a_l^{*\prime}$およびa_l^*の係数η^*，ξ^*が界面不安定を示すパラメータである [3]．

$$a_l^{*\prime\prime} + \eta^* a_l^{*\prime} - \xi^* a_l^* = 0 \tag{4}$$

$$\eta^* = \frac{3R^{*\prime}}{R^*} + \frac{4}{\mathrm{Re}\,R^{*2}} + \frac{l(l+1)}{3\mathrm{Re}\,R^{*2}} \tag{5}$$

$$\xi^* = -\frac{R^{*\prime\prime}}{R^*} + \frac{4R^{*\prime}}{\mathrm{Re}\,R^{*3}} - \frac{2l(l+1)R^{*\prime}}{3\mathrm{Re}\,R^{*3}} - \frac{(l+1)(l-2)}{\mathrm{We}\,R^{*3}} + \Gamma\left[-\frac{2}{R^{*3}}\left(1+\frac{1}{R^{*3}}\right) - \frac{l(l+1)}{R^{*2}+R^*+1}\right.$$
$$\left. - \frac{2\alpha(R^*-1)^2}{R^{*3}}\left(1+\frac{1}{R^*}\right)^3\left(2-\frac{2}{R^*}+\frac{3}{R^{*2}}-\frac{1}{R^{*3}}+\frac{1}{R^{*4}}\right) - \frac{\alpha l(l+1)(R^*-1)^2}{5R^*(R^{*2}+R^*+1)}\left(10+\frac{6}{R^*}+\frac{3}{R^{*2}}+\frac{1}{R^{*3}}\right)\right] \tag{6}$$

界面形状の不安定条件は$\eta^* < 0 \cup \xi^* > 0$である．$\eta^* > 0$は本実験条件範囲では成り立つことが確認されたため，界面不安定の条件を$\xi^* > 0$と設定し，この条件を満たす振動モードの次数について調査した．

平衡気泡半径$R_\mathrm{eq} = 0.240 \pm 0.01$ mmの範囲の実験 6 例の体積等価半径の時間履歴を平均して得られた平均気泡半径時間履歴を算出し，得られた平均気泡半径の時間履歴と物性値G，μを用いて，式(4)-(6)から計算された 8 次の振動モードξ_8^*の時間履歴を Fig. 4 に示す．気泡成長時において$\xi^* > 0$となる時間域の長さをT_i^*と定義した（Fig. 4 に色付きで示した無次元時間域）． 図より，8 次振動モードについては，気泡成長時（$t^* = 0$~4.56）に$\xi^* > 0$となっている時間域が存在していることがわかる．このことから，8 次振動モードは気泡成長時に不安定となることがわかる．

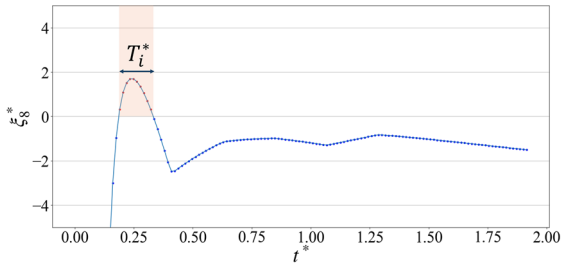


Fig. 4 Time histories of ξ^* for the modes of degree 8. T_i^* indicates a time duration with the instability during bubble growth.

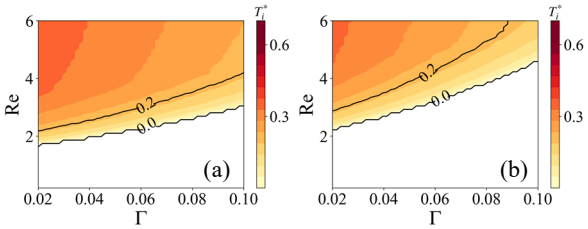


Fig. 5 Instability map for surface oscillations: (a) l = 8 and (b) l = 9.

Γ，Reを変化させたときの各振動モードに対するξ^*およびT_i^*を計算した．Figs. 5(a), (b)にそれぞれ，l = 8, 9 次の振動モードに対するΓ，Re平面上のT_i^*の分布図を示す．このΓ，Re平面上のT_i^*の分布図において，色のついた領域が$T_i^* > 0$となるΓ，Reに対する不安定領域である．実験におけるR_eq，G，μから算出されるΓ，ReはΓ = 0.0492，Re = 2.41 であることから，この実験において 8 次の表面振動が気泡成長時に増大すること，9 次の表面振動は増大しないことがわかる．また，Fig. 5 からわかるように，全般に不安定領域は，Reが大きく，Γが小さい場所に分布している．このことは，気泡径が大きく粘性の影響が小さいほど，また弾性の影響が小さいほど気泡成長時に界面が不安定となる，という傾向を意味する．また高次の振動モードに対して不安定領域が狭くなる傾向がみられる．実験では，気泡の平衡半径が大きいほど，またアガロースの弾性率が大きいほど，気泡表面が不安定になる傾向が見られた．このことから，本安定性理論では，低次の表面振動ならびに気泡径の影響は予測できるが，高次の表面振動ならびに弾性率の影響の予測は困難と考えられる．

4．おわりに

アガロースゲル中に生成したレーザ誘起気泡の時間履歴と球形気泡の運動方程式の解との比較から，ゲルのせん断弾性係数と粘度を算出するとともに，Yang らの安定性理論を用いて，気泡成長時の界面形状の安定性解析を行った．

謝　辞

本研究は科学研究費補助金（No. 24K07327）による援助の下に行われた． ここに深く謝意を示す．

参考文献

1) Hall, T. J. et al.: IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 44, pp. 1355-1365, 1997.
2) Kishimoto, K. et al.: Multiphase Sci. Tech., 35, pp. 1-17, 2023.
3) Yang, J. et al.: Phys. Rev. E., 104, 045108, 2021.
4) 大島・他 2 名: 混相流, 2026, 掲載決定.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

2026年5月17日(日) 10:35 ~ 11:35 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (2)

座長:真田 俊之(静岡大学)

10:35 ~ 10:50

[26005] 非等温環境における気流剪断液膜の界面不安定性：実験と理論

*井上 智博[1] (1. 九州大学)

10:50 ~ 11:05

[26006] テイラー気泡の動的メニスカスにおける速度境界層と液膜厚さの関係

*常岡 大修[1]、岡島 淳之介[2] (1. 東北大学、2. 東北大学 流体科学研究所)

11:05 ~ 11:20

[26007] 液体を封入したフラスコへの単発打撃によって生じる微粒化現象

*渡部 裕也[1]、田川 義之[1] (1. 東京農工大学)

11:20 ~ 11:35

[26008] 短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動

*田川 義之[1]、栗原 千尋[1]、木山 景仁[2] (1. 東京農工大学、2. 埼玉大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非等温環境における気流剪断液膜の界面不安定性：実験と理論
Interfacial Instabilities of Gas-Sheared Liquid Films under Non-Isothermal Conditions: Experiments and Theory

井上　智博（九州大・工）
Chihiro INOUE, Kyushu University
E-mail: inoue.chihiro@aero.kyushu-u.ac.jp

We show experimental results that a thin liquid wall film destabilizes sheared by a fast gas stream under non-isothermal conditions. Convective heat transfer between the hot gas and cold film leads to the formation of cooled thermal boundary layer inside the gas phase. As a result, the gaseous velocity boundary layer thins, which enhances destabilization of liquid film. We successfully formulate the promoted shear instabilities, well reproducing the experimental results of wavelengths.

１．緒言

気流にさらされた壁面上の薄い液膜は，剪断不安定によって三次元的に波立つ．平滑な液膜と比べて，波状液膜では，気液の接触面積が格段に増加するため，圧力損失や伝熱特性が促進されることが知られている．しかし，従来の液膜不安定理論は，気液が等温の条件で構築されており [1-3]，気液が非等温で熱伝達を無視できない条件において，波状液膜の波長や位相速度を記述できない問題があった．そこで本研究では，まず，同一の流れ条件において，気液が等温の場合と非等温の場合で，液膜形状が大きく変化することを実験的に示す．次に，非等温環境における液膜不安的理論を構築し，実験結果を良好に記述できることを示す．

２．実験装置

図 1 に示す実験装置において，ヒーターで加熱した空気を十分に発達させてアクリル円管でできたテストセクション部に導く．テストセクション入口の速度分布が 1/7 乗則に従うことを確認している．他方，常温の液膜は，円管内壁に均一な厚さで流入し，中央を流れる気流から剪断力を受ける．同実験装置は，気流と液膜の速度および温度の境界条件を明確に管理できる優れた特徴を有する．初期の気流温度 T_g と液膜温度 T_l の差を$\Delta T=T_g-T_l$ と定義し，T_g を変化させることでΔT =0~150K の範囲で実験を行った．

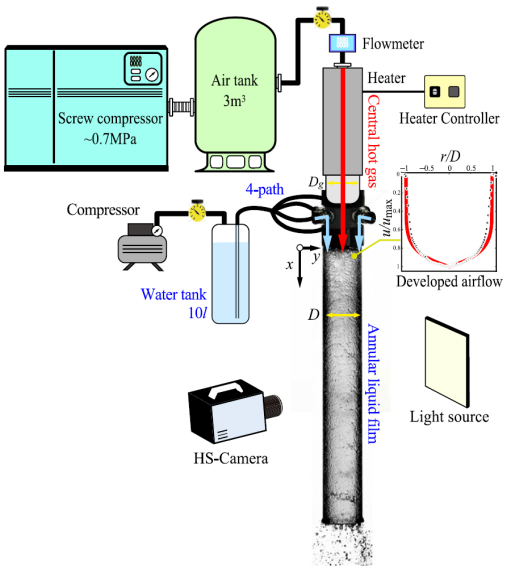


図 1　実験装置 [4]

３．結果と考察

等温条件のΔT=0K において，気液の速度差に起因する軸方向の不安定波長λは，気流の渦度境界層厚さδと気液のバルク密度比ρ_l/ρ_g を用いて次式で表せる [1,2]．

$$\lambda \approx \delta\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} \qquad (1)$$

同一のλの条件下で，ΔT=0~150K における可視化結果を図 2 に示す．ΔT が増加するほど，波長が短く，明らかに不安定化が促進されている．しかし，従来理論の式(1)によれば，ΔT によらず波長は等しいはずで，図 2 の実験結果を説明できない．

本研究では，熱容量の小さい高温気流が，低温液膜によって冷却される効果を新たに考える．気相側に発達する温度境界層内部は，ほぼ液温にまで冷却され，速度境界層が薄くなる．この時の渦度境界層厚さをδ^c で表す．同時に，気流の温度境界層内部の密度がρ_g^c に増加する．これらを用いて，非等温場での軸方向波長λ^c を次式で表す [3]．

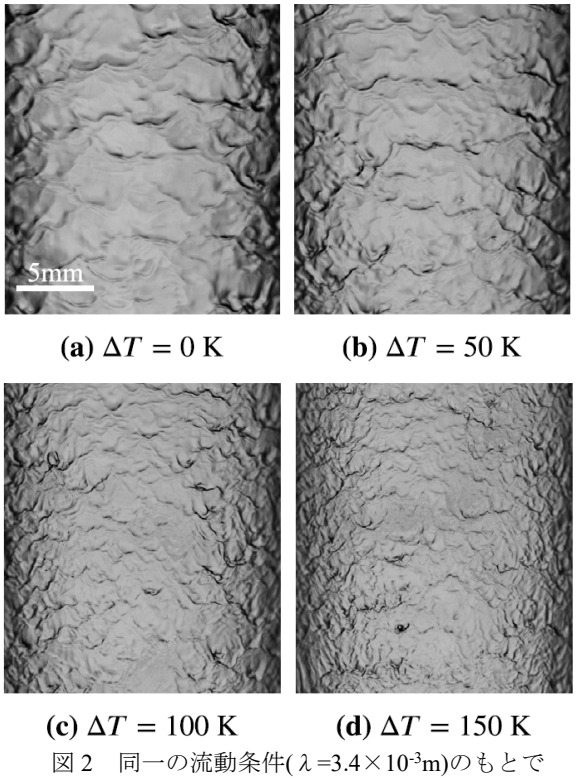
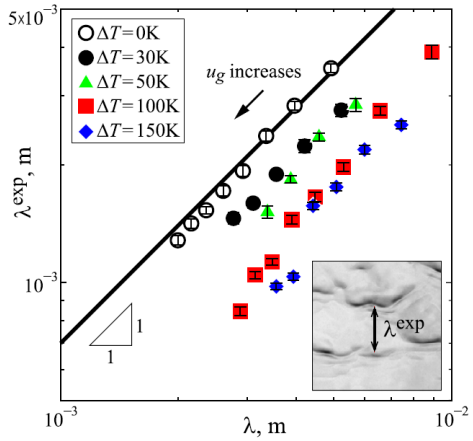


図 2　同一の流動条件(λ=3.4×10^{-3}m)のもとで気液温度差が液膜の波状特性与える影響

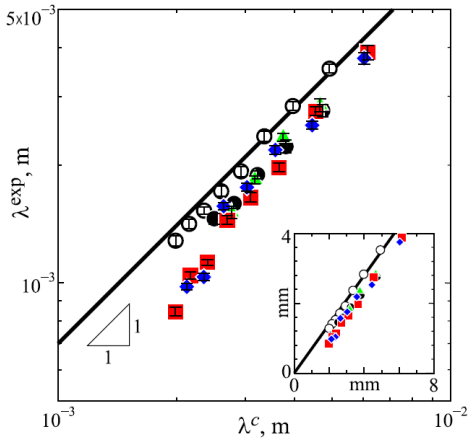
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\lambda^c \approx \delta^c \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g{}^c}} \qquad (2)$$

液膜の軸方向波長の実験結果λ^{exp}と式(1)の計算結果の関係を図 3(a)に，実験結果と式(2)の結果を図 3(b)に示す．従来の等温モデルは$\Delta T > 0$K の実験結果を再現できない(図 3(a))のに対して，気流の冷却効果を考慮した非等温モデルは，全てのΔT 条件における実験結果を統一的に再現する(図 3(b))．従って，式(2)が妥当であることを確認した．すなわち，気流が高温の場合，液膜によって気流が冷やされる結果，気流の速度境界層が薄くなることが，液膜不安定化促進の本質的な機構であると明らかになった．



(a) 従来モデル(熱伝達未考慮)



(b) 本モデル(熱伝達考慮)

図 3　軸方向波長の実験結果λ^{exp}と理論解析結果の関係

4．結言

高温の乱流気流によって液膜の不安定化が促進されることを実験的に明らかにした．その機構は，液膜によって気相が冷やされ，気流の速度境界層が薄くなることであることを明らかにした．逆に，液膜温度が高い場合には，液膜の不安定性は抑制される．気液間の熱伝達の効果を考慮した数理モデルを新たに定式化し，実験結果を再現することに成功した．

参考文献

1) L. Rayleigh, “On the stability, or instability, of certain fluid motions”, Proc. London Mathematical Society, 11(1), 57-72 (1880).
2) P. Marmottant, E. Villermaux, “On spray formation”, Journal of Fluid Mechanics, 498, 73-111 (2004).
3) Y. Kamada, Z. Wang, C. Inoue, “Dynamics of gas-liquid annular flow: from wall-film instability to fragmentation”, Journal of Fluid Mechanics, 1023, A43 (2025).
4) K. Murakami, Y. Kamada, Z. Wang, C. Inoue, “Hot shear flows promote instabilities of liquid wall films”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 255, 127783 (2026).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

テイラー気泡の動的メニスカスにおける速度境界層と液膜厚さの関係
On the Relationship Between the Velocity Boundary Layer and the Liquid Film Thickness in the Dynamic Meniscus of a Taylor Bubble

常岡　大修（東北大・工）　　岡島　淳之介（東北大・流体研）
Daisuke TSUNEOKA, Mechanical Engineering Division, Tohoku University
Junnosuke OKAJIMA, Institute of Fluid Science, Tohoku University
E-mail: tsuneoka.daisuke.s1@dc.tohoku.ac.jp

The liquid film thickness around a Taylor bubble flowing in a microchannel at high Reynolds numbers is investigated using direct numerical simulations (DNS). The averaged liquid film thickness decreases with the bulk Reynolds number and agrees with the experimental results of Han and Shikazono. A scaling analysis suggests that the film thickness follows a $Re_m^{-1/2}$law governed by the turbulent velocity boundary layer.

１．緒言

マイクロチャネル内を移動するテイラー気泡の周囲には，壁面と気泡界面の間に薄い液膜が形成される．この液膜厚さは圧力損失や熱・物質移動を支配し，気液二相デバイスの設計において重要なパラメータである．慣性力が無視できる条件では Landau-Levich-Derjaguin 理論 [1]を基礎として Bretherton により液膜厚さの理論式が提案されており [2]，表面張力と粘性力の比であるキャピラリー数Ca_bで液膜厚さh_0が整理できることが示されている．

$$h_0 \sim 1.34 {Ca_b}^{2/3}, \quad Ca_b = \frac{\mu_l U_b}{\sigma} \tag{1}$$

ここでμ_lは液体の粘性係数，U_bは気泡先端の移動速度，σは表面張力である．一方，慣性力の影響が無視できない流動条件では，Han と Shikazono [3]や Tsuneoka と Okajima[4] による慣性力を考慮した相関式が提案されている．これらの提案式では，気泡先端の移動速度で定義した気泡レイノルズを用いて液膜厚さを整理している．

$$Re_b = \frac{2\rho_l U_b R}{\mu_l} \tag{2}$$

ここでρ_lは液体の密度，Rは管内半径である．気泡がさらに高速で移動するとバルク液の流れは乱流へ遷移するため，速度境界層の厚さが液膜厚さに影響を及ぼす可能性が指摘されているが [5]，乱流が液膜厚さに及ぼす影響については体系的に整理されておらず，その物理的理解は十分ではない．近年，低粘性流体を用いる流体デバイスでは高レイノルズ数条件のテイラー気泡流がよく見られ，二相冷却，化学反応器，医療機器表面の洗浄，汚染物質輸送など多くの応用との関連から，その流動機構の理解が求められている．そこで本研究では，マイクロチャネル内を高速で流れるテイラー気泡流を対象とし，三次元直接数値計算（DNS）を用いて乱流を直接解像することで，乱流に伴う速度境界層が液膜厚さに及ぼす影響を調べることを目的とする．

２．計算方法

支配方程式には非圧縮性流体の連続の式および運動量保存式，界面追跡には VOF 関数の輸送方程式を用いた．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \boldsymbol{u} + \frac{\sigma \kappa \nabla F}{\rho} \tag{4}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)F + \nabla \cdot \big(\boldsymbol{u}_r F(1-F)\big) = 0 \tag{5}$$

表面張力は CSF モデルにより体積力として導入し，気液界面は VOF 法により追跡した．数値計算には OpenFOAM 2.1.1 を用い，時間積分には二次精度後退差分法，移流項には二次精度中心差分スキーム，VOF 輸送には van Leer スキームを適用した．

計算モデルの概略図を Fig. 1 に示す．本研究では半径$R = 0.5,\ 0.65$ mm の円形マイクロチャネルを対象とし，入口と出口を周期境界条件で接続し，両端に一定圧力差を与えることでテイラー気泡流を駆動した．格子解像度の影響を評価するため，長さ $4\pi R$の円管において単相乱流計算を行い，周期境界条件のもとで流れを十分時間発展させ完全発達乱流状態を得た．格子解像度は Table 1 に示す Coarse, Medium, Fine の三種類を用いた．Fig. 2 に示す平均速度分布 U_z^+と壁座標 y^+の関係は Patel らの実験結果 [6]と良好に一致しており，一次統計量が適切に再現されていることを確認した．さらに Fine 格子で得られた平均速度分布および乱流せん断応力分布を円管乱流 DNS（Durst ら [7]，Eggels ら [8]）と比較したところ，レイノルズ数条件は異なるものの分布形状および値の範囲は良好に一致し，二次統計量も適切に再現されていることを確認した．

３．計算結果

Fig. 3 に一例として，$R = 0.65$ mmのマイクロチャネル内を流れるエタノール気泡の形状と速度分布を示す．気泡後端付近では乱流が発生しており，気泡はその乱流構造の中を進行していることが分かる．液膜厚さは乱流の影響により局所的に変動し分布を持つため，本研究では乱流が十分

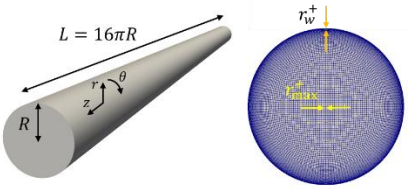


Fig. 1 Schematic diagram of the calculation model

Table 1 Details of mesh size and spacing for each condition

Mesh Resolution	Coarse	Medium	Fine
Number of cells (million)	1.7	3.1	4.6
$r_w^+, r_{max}^+, (r\theta)^+$ and z^+	0.50, 4.0, 5.7, 6.4	0.45, 3.7, 5.2, 4.3	0.37, 3.0, 4.3, 4.1

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

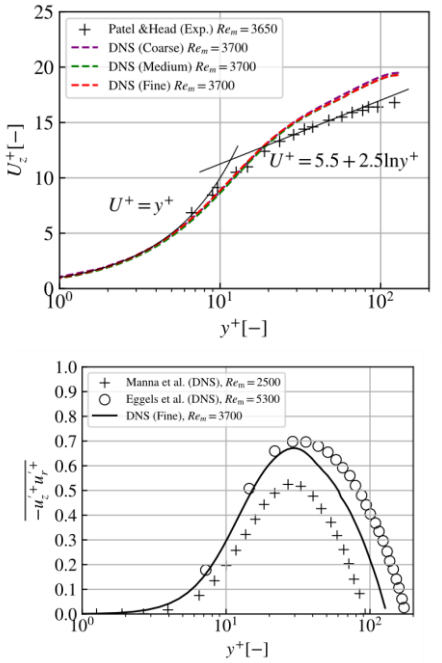


Fig. 2 The mean velocity profiles and Reynolds shear stress calculated for different resolutions (see Table 1).

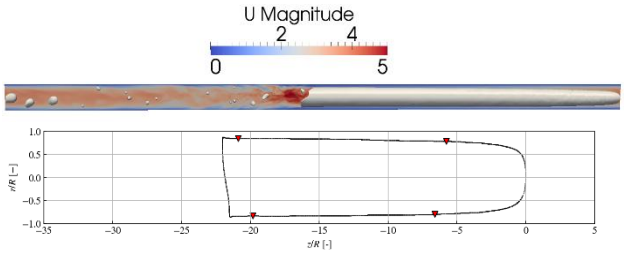


Fig. 3 Bubble shape, velocity field of ethanol (D = 1.3 mm) and definition of the flat film region.

発達した領域において液膜厚さの時空間平均を評価した．具体的には 準定常状態で平坦液膜 に相当する領域を対象とし，その開始点および終点は Fig. 3 に示す方法により判定した．すなわち，気泡先端側から液膜厚さの傾きが 0.01 に達する位置を開始点とし，気泡後端側から同様に傾きが 0.01 に達する位置を終点とした．

4．考察

従来の研究では，液膜厚さは気泡速度を代表速度とするレイノルズ数により整理されてきた．しかし本研究では，バルク液に発達する乱流のせん断が液膜形成に影響を与えると考え，バルク平均流速で定義したレイノルズ数 Re_m により液膜厚さを整理した．その結果，Fig. 4 に示すように，管内半径で無次元化した液膜厚さの時空間平均値は Re_m の増加に伴い減少し，Han& Shikazono の実験結果とも一致したこれは Re_m の増加に伴い速度境界層厚さが減少し，そのせん断応力が気泡先端の動的メニスカスに作用するラプラス圧と釣り合うことで液膜厚さが決定されるためと考えられる．この傾向を説明するため，スケーリング解析を行う．バルク液体では慣性力と粘性力の釣り合いが支配的であると考え，流れの発達距離を気泡間距離 L_m とすると，

$$\frac{\rho_l U_{\mathrm{m}}^2}{L_{\mathrm{m}}} \sim \frac{\mu_l U_{\mathrm{m}}}{\delta^2} \tag{6}$$

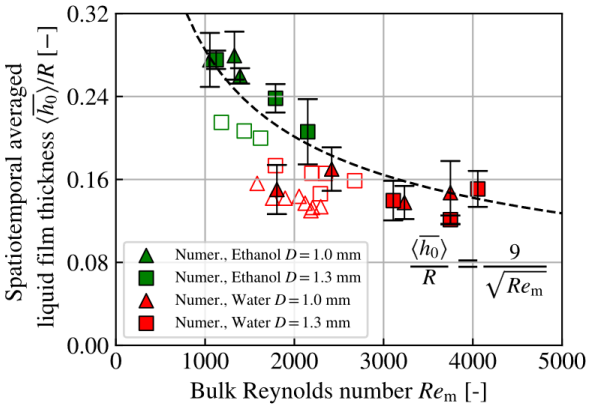


Fig. 4 Comparison of the averaged liquid film thickness with the proposed $1/\sqrt{Re_{\mathrm{m}}}$ scaling. The open symbols indicate the experimental data of Han& Shikazono[3].

と表される．ここで，δは乱流速度境界層厚さである．この関係から，

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\mu_l L_{\mathrm{m}}}{\rho_l U_{\mathrm{m}}}} \tag{7}$$

が得られる．さらに，時空間平均を取った液膜厚さ$\langle\overline{h_0}\rangle$が速度境界層厚さに比例すると仮定すると，

$$\frac{\langle\overline{h_0}\rangle}{R} \sim C\sqrt{\frac{L_{\mathrm{m}}}{R}\frac{1}{Re_{\mathrm{m}}}} \tag{8}$$

で整理される．本研究では気泡間距離がおよそ $L_m/R \approx 7\pi$ であり，C は定数であるため，平均液膜厚さが $Re_m^{-1/2}$ に比例するスケーリングで整理できる．数値解析結果を用いて係数を決定すると，$C\sqrt{L_m/R} \approx 9$ となった Fig. 4 にはこのスケーリングと数値計算により得られた液膜厚さの時空間平均値を併せて示している．式(8)は液膜厚さの減少傾向を適切に説明できており，平均液膜厚さが速度境界層厚さでスケーリングできることを示唆している．

4．結言

本研究では，マイクロチャネル内を高速で流れるテイラー気泡周囲の流れを三次元 DNS により解析し，高レイノルズ数条件における液膜厚さの特性を調べた．その結果，液膜厚さはバルク液の平均流速で定義したレイノルズ数 Re_m に対して減少し，乱流速度境界層厚さに基づくスケーリングにより液膜厚さが $Re_m^{-1/2}$ で整理できることを示した．以上の結果は，高レイノルズ数条件では液膜厚さがキャピラリー数ではなく，乱流速度境界層厚さによって支配される可能性を示唆している．今後は気泡間距離を変化させた計算を行い，その影響を詳細に検討する予定である．

参考文献

1) L. Landau, B. Levich, *Acta Physicochim USSR*, 17, 1942.
2) F. P. Bretherton, *J. Fluid Mech*., 10, 1961.
3) Y. Han, N. Shikazono, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 30, 2009.
4) D. Tsuneoka. J. Okajima, *J. Fluid Sci. Technol.*, 18, 2023.
5) P. Aussillous, D. Quere, *Phys. Fluids*, 12, 2000.
6) V.C. Patel, M.R. Head, *J. Fluid Mech.*, 38, 1969.
7) F. Durst, J. Jovanovic, J. Sender., *J. Fluid Mech.*, 295, 1995.
8) J.G.M Eggels et al., *J. Fluid Mech.*, 268, 1994.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

液体を封入したフラスコへの単発打撃によって生じる微粒化現象
Atomization triggered by a single impact on a liquid-filled flask

渡部　裕也（農工大・工）　　田川　義之（農工大・工）
Hiroya WATANABE, Tokyo University of Agriculture and Technology
Yoshiyuki TAGAWA, Tokyo University of Agriculture and Technology
E-mail: 246847t@st.go.tuat.ac.jp

We investigate atomization induced by a single mechanical impact on a liquid-filled flask. Upon collision with a rigid substrate, vertical oscillations of the liquid column are excited without continuous forcing, leading to the generation of surface waves and droplet formation. High-speed imaging reveals that atomization occurs through the elongation and breakup of surface waves, whose intensity depends non-monotonically on the liquid column height. Direct numerical simulations show that the surface oscillations occur at half the excitation frequency, indicating Faraday wave excitation. A simple mechanical model based on impact-induced pressure variations successfully predicts the observed oscillation frequency.

１．緒言

微粒化現象は液体の総表面積を増大させ，熱輸送や化学反応を促進させるため，乾燥粉末の製造，液体燃料の蒸発，噴霧冷却など多分野で用いられる．微粒化を促進するために，気液界面に擾乱を与え流体力学的不安定性を誘起する手法が広く知られている．一例として，液体を鉛直方向に加振し，ファラデー波と呼ばれる表面波を誘起・破砕して微粒化する手法がある．具体的には，液体を入れた容器[1]，液滴を静置した板[2]あるいはノズルを強制振動させることで液面に周期的な表面波（ファラデー波）が生成する．加振周波数や振幅が十分に大きく，与えられる加振加速度が閾値を超えると，ファラデー波の波頭部が伸長して液糸を生成し，そのピンチオフにより微小液滴が生成する．

本研究では，液体を封入したフラスコを金属床材に落下させ打撃を与えた際にも，表面波の生成，波頭部の伸長，および微粒化が起こり得ることを発見した．液体に触れる容器や板を連続で強制振動させた従来の研究に対し，本研究では容器に単発の打撃のみを与えている．それにもかかわらず，打撃後に気液界面の鉛直方向振動が観測され，打撃によって容器内の液体振動が励起されたと考えられる．

本稿では，液体を封入したフラスコへの打撃によって生じる微粒化現象を報告し，容器への単発打撃，気液界面の振動，および微粒化の三者の関係を明らかにする．まず，気液界面の振動と微粒化について実験結果を報告する．次に，観察された微粒化現象が液体振動により誘起されたファラデー波の破砕に起因することを数値計算を用いて示す．さらに，容器への単発の打撃から誘起される首部の液柱振動を記述する簡単なモデルを提示し実験結果と比較する．

２．実験：液体を封入したフラスコの打撃に伴う現象

図 1(a)に示すようにケルダールフラスコに封入するエタノール量を変え中間部の液柱高さ l_{neck} を 0-100 mm と変化させ，容器を自由落下させて打撃を与えた際の気液界面を観察した．図 1(b)に各首部液柱高さ条件における容器衝突後 30 ms 時点の気液界面挙動を示す．液柱高さによらず，容器衝突後に気液界面中心から先端の集束した液体ジェットが生成した．一方，微粒化強度は首部液柱高さに依存し非単調な変化を示した．l_{neck} = 0 mm では微粒化は観察されず，l_{neck} = 5 mm で最も激しい微粒化が生じた．液柱高さの増加に伴い微粒化強度は低下し，l_{neck} = 60 mm では液滴生成は確認されないが，さらに l_{neck} を増加させた l_{neck} > 80 mm では再び微粒化が観察された．特に激しい微粒化が観察された l_{neck} = 5 mm の条件における気液界面挙動を図 2(a)に示す．容器衝突の 3.3 ms 後には，容器壁近傍で同心円状の波が形成され，ジェット根元では円周方向にも窪みが現れた．その後，窪みから液糸が伸長し千切れ微粒化が生じた．

さらに，ジェット伸長時には気液界面底部の鉛直振動が観測され，容器に対する打撃により少なくとも気液界面付近の液体が鉛直方向に振動したと言える．気液界面底部位置の時間変化を FFT 周波数解析することで，気液界面の振動周波数および振幅を評価した．図 4 に示すように，振動周波数および振幅はいずれも液柱高さに依存して変化した．ファラデー波の波長や振幅は，加振周波数・振幅により変化する．首部液柱高さによって変化する振動周波数や振幅が微粒化強度の変化を誘起している可能性がある．

３．数値計算：液柱の鉛直振動と微粒化

3.1. BLUE[3]を用いた三次元直接数値計算

表面波の生成メカニズムや構造を明らかにするため，三次元多相流を対象とした大規模並列計算ソルバ BLUE[3]を用い，非圧縮流れの直接数値計算を行った．BLUE の流体界面ソルバではハイブリッド型フロントトラッキング/レベルセット法（LCRM）が用いられている．Navier-Stokes ソルバでは一様なオイラー格子上で Chorin の射影法を用い速度と圧力を計算する．時間積分には GEAR 法（2 次精度，陰解法）を，空間離散化には MAC 法を用いた．

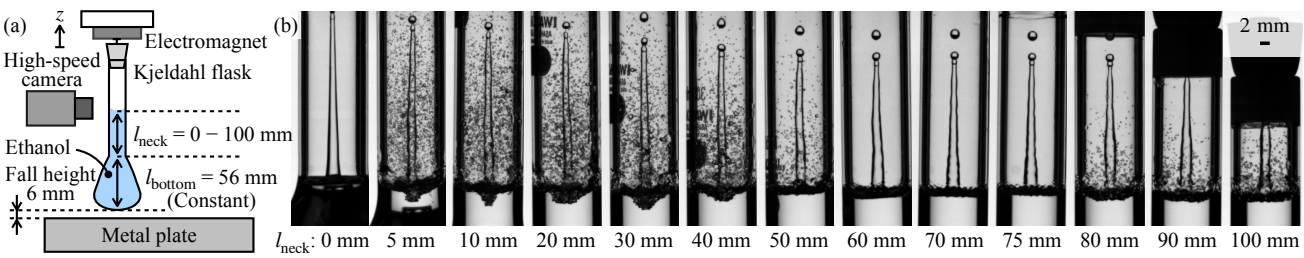


Fig.1 (a) Experimental setup. (b) Gas–liquid interface 30 ms after container impact for different liquid column heights.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

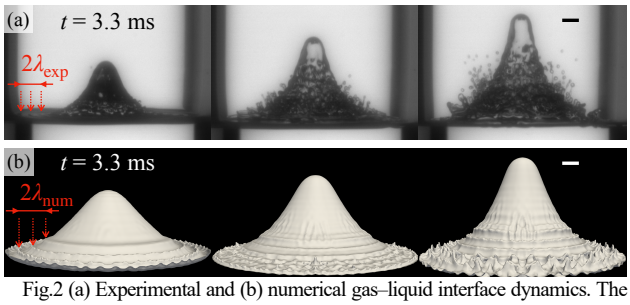


Fig.2 (a) Experimental and (b) numerical gas–liquid interface dynamics. The time interval between images is 0.7 ms, and the scale bar indicates 1 mm.

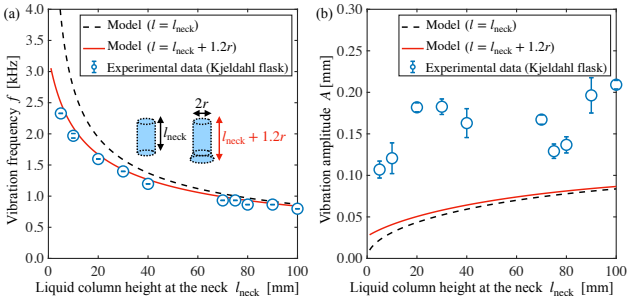


Fig.3 Comparison of the (a) frequency and (b) amplitude of gas–liquid interface oscillations observed in the experiments for different liquid column heights with the model predictions.

数値計算上で，気液界面付近の流体を鉛直方向に振動させ，表面波や微小液滴が生成するか確かめた．計算領域は気液界面付近の 13.4 ×13.4 ×31 mm（首部内径 12.4 mm）に限定した（空間解像度は，x: 0.070, y: 0.070, z: 0.069 mm/cell）．空気とエタノールの密度，粘度はそれぞれ，1.2041 kg/m^3 と 790 kg/m^3，1.813×10^{-5} kg/(m･s)と 1.2×10^{-2} kg/(m･s)，表面張力は 0.0224 kg/s^2 と設定した．加速度を定めることで外力を与え計算領域全体の流体を駆動する．まず，容器の衝突時に与えられる速度変化を模擬するため，鉛直下向きに振幅 10,000 m/s^2，周波数 5 kHz の正弦波加速度を半周期分(0.1 ms)与えた．0.1 ms 以降は，周波数を 2 kHz にした同振幅の正弦波加速度を与え続け液柱を鉛直方向に振動させた．この周波数は実験の l_{neck} =5 mm で計測された気液界面振動の周波数(2.3 kHz)を参考に設定した．

3.2. 数値計算結果

数値計算で得られた気液界面挙動を図 2(b)に示す．t = 3.3 ms では，実験と同様に容器壁付近で同心円状の波の生成が確認された．この時，波長は λ_{num}= 0.83 mm で，実験から観察された波長は λ_{exp} = 0.61 mm と同オーダーである．さらに図 2(b)より，数値計算においてもジェット根元における円周方向の山と谷の生成，窪みから生成する液糸，微小液滴が確認され，複雑な構造を有する三次元気液界面現象が概ね再現された．表面波の周波数を評価するため，気液界面上の一点（気液界面中心を原点にとった時の x = -4.84 mm，y = 0.00 mm）における気液界面位置の時間変化（t =11-18 ms）を解析した．気液界面は，強制振動周波数(2 kHz)の半分である 1kHz（周期 1.0 ms）で振動し，これは典型的なファラデー波 [4]の特徴である．以上より，打撃後のフラスコでは液柱の振動により気液界面にファラデー波が誘起され，その破砕によって微粒化が起こったと結論づける．

4. モデル：首部の液柱の鉛直方向振動

4.1. 首部の液柱の運動方程式

フラスコ衝突後の液柱運動をモデル化する．簡単のため，首部の液柱を剛体とみなし壁面との摩擦は無視できるものとする．フラスコが自由落下し衝突すると，首部の液柱は慣性によってフラスコ球状部に沈む．この時，球状部の液体は圧縮され，衝突前より高い圧力状態となる．球状部における圧力上昇は復元力として首部の液柱下面に働く．鉛直上向きを z 軸とし，液柱の運動方程式は次式で表す．

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = S\Delta p \tag{1}$$

ここで m は液柱の質量，S は液柱下面の断面積，Δp はフラスコ球状部での圧力増分である．この時のフラスコ球状部での液体の体積変化は球状部の液体および，容器球状部のコンプライアンス（圧力増分に対する体積変化のしやすさ）C を用いて以下のように表せる．

$$-Sz = C_{\mathrm{liquid}}\,\Delta p + C_{\mathrm{container}}\,\Delta p \tag{2}$$

なお，球状部の初期体積を V_0，液柱の音速を c とすると C_{liquid}=$V_0/\rho c^2$ である．また，球状部を閉じた薄肉球殻と仮定すると，$C_{container}$=$3V_0R(1\text{-}\nu)/2tY$ となる．R は球状容器の半径，ν，t，Y はそれぞれ容器壁のポアソン比，厚さ，ヤング率である．式(1)(2)からΔp を消去し，首部の液柱高さ l を用いて m=ρSl と変形すれば次式が得られる．

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{S}{\rho_l\,(C_{\mathrm{liquid}} + C_{\mathrm{container}})}z \tag{3}$$

4.2. 実験結果との比較（液柱の振動周波数・振幅）

式(3)より液柱の固有振動周波数は$f = \sqrt{S/\rho_l\,(C_{\mathrm{liquid}} + C_{\mathrm{container}})}/2\pi$ と表される．図 3(a)にこのモデルから得られた周波数と実験で観察された気液界面の振動周波数とを比較した．振動液柱の高さ l に有効液柱高さ l_{neck}+1.2r（r:首部半径）を用いたモデルは実験値との良い一致を示した．フラスコ球状部の液体の圧力増分が復元力となり，液柱振動が誘起されたと結論づける．

式(3)に初期条件(t = 0 で，z = 0，dz/dt = -(V_{impact}+$V_{rebound}$))を与えると液柱振動の振幅のモデル式が得られる．V_{impact}，$V_{rebound}$ はそれぞれ容器の衝突および跳ね返り速度である．図 3(b)にモデル式と実験値との比較を示す．実験値はモデル予測より高い振幅を示した．差異の要因として撮影空間解像度（0.09 mm/pixel）による測定誤差が考えられる．また，振動周波数が一致していることから，同一周波数において首部の液柱振動を増幅させる機構の存在も示唆された．

5．結論および今後の予定

本稿では，液体を封入したフラスコの衝突によって生じる微粒化現象について，観察結果を報告した．容器への打撃によって首部の液柱が慣性により球状部へ沈み込み，球状部で生じる圧力増分を復元力として液柱が振動するモデルは，実験で観察された気液界面の振動周波数を良好に説明できる．また，数値計算により，首部液柱の振動によって気液界面にファラデー波が生成され，その破砕を通じて微粒化が生じることを確認した．

今後は，より高い空間解像度で気液界面振動を撮影・解析し，振動振幅がモデルによって説明可能かを検証する．また，微粒化の発生条件について，先行研究で示された加振加速度の閾値との比較を行う．さらに，数値計算で得られた気液界面形状に対してモード解析を行い，液柱高さによる界面モードの変化や，集束液体ジェットの有無によるモード構造の違いを調査する．

参考文献

1) Hashimoto, H., Sudo, S., AIAA Journal, Vol.25, No.5, pp.727-732, 1987.
2) James, A. J. et al., J. Fluid Mech., Vol. 476, pp.1-28, 2003.
3) Shin, S. et al., J., Mech. Sci. Technol., Vol. 31, pp.1739-1751, 2017.
4) Faraday, M. Phil. Trans. R. Soc. Lond. Vol. 121, pp.299–340, 1831.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動
Pressure development of liquids under short-time acceleration

田川　義之（農工大・工）　栗原　千尋（農工大・工）　木山　景仁（埼玉大・工）
Yoshiyuki TAGAWA, Tokyo University of Agriculture and Technology
Chihiro KURIHARA, Tokyo University of Agriculture and Technology
Akihito KIYAMA, Saitama University
E-mail: tagawayo@cc.tuat.ac.jp

Short-time acceleration of liquids generates pressure fluctuations that strongly influence phenomena such as jet formation and cavitation. While classical incompressible models predict negligible pressure change and water hammer theory predicts a pressure jump proportional to the acoustic impedance, the intermediate regime between these limits has not been systematically investigated. In this study, we experimentally investigate pressure fluctuations in a liquid column subjected to short-time acceleration. By varying the liquid depth, acceleration duration, and fluid properties, we demonstrate that the pressure fluctuation is governed by the Strouhal number defined as $St=L/(c\,\Delta t)$, where L is the liquid column length, c is the speed of sound, and Δt is the acceleration duration. The experimental results collapse onto a single curve when expressed in terms of this parameter. Furthermore, the onset of cavitation is observed around St≈0.2. A simple one-dimensional model considering a finite pressure-wavefront thickness reproduces the observed trend. These results indicate that the Strouhal number provides a useful scaling parameter for pressure fluctuations in rapidly accelerated liquid systems.

１．はじめに

液体が急激な加速を受けると，液体内部には圧力変動が生じ，ジェット形成やキャビテーションなどの複雑な流動現象を引き起こす．例えば液体を満たした容器が落下後に床へ衝突する場合，液体柱内部には圧力波が発生し，液面近傍において高速ジェットやキャビテーションが発生することが知られている [1]．このような現象は衝突流れ，キャビテーション，医療応用など多くの分野に関連しており，その力学的理解は重要である．

従来，この問題は二つの極限的な理論により説明されてきた．一つは非圧縮流体仮定に基づく圧力力積理論であり，この理論では圧力場は瞬時に形成され，圧力変動はほぼ無視できる [2]．もう一つは水撃理論であり，圧力上昇は

$$P \sim \rho c U$$

で与えられる [3]．ただし ρ は流体の密度，c は流体中の音速，U は流体の速度である．

しかし実際の衝突現象では，加速時間は有限であり，上記二つの極限の中間領域が存在する．この領域では液体の圧縮性の影響が部分的に現れると考えられるが，その体系的理解は十分ではない．

本研究では，短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動に注目し，そのスケーリング則を明らかにする．特に，加速時間と音波伝播時間の比として定義される無次元数 Strouhal 数に着目し，圧力変動の統一的記述を試みる．

２．実験方法

図 1 に実験装置の概略を示す．液体を部分的に満たしたガラス管を自由落下させ床面に衝突させることで短時間加速を与える．容器上部には加速度計を取り付け，衝突時の加速度履歴を測定した．

主要な制御パラメータは液柱長さ L，衝突速度 u_0，加速時間 Δt，液体物性である．加速時間 Δt は床材料を変更することで制御し，約 0.1–2 ms の範囲で変化させた．また水，シリコーンオイル，エタノールなど複数の液体を用いることで音速および密度の異なる条件を実現した．

図 2 に衝突時の加速度履歴の例を示す．床材料を変えることで加速時間が変化する一方，ピーク加速度はほぼ同程度である．このように加速時間のみを独立に変化させることで，圧力発達過程に対する影響を調べることができる．

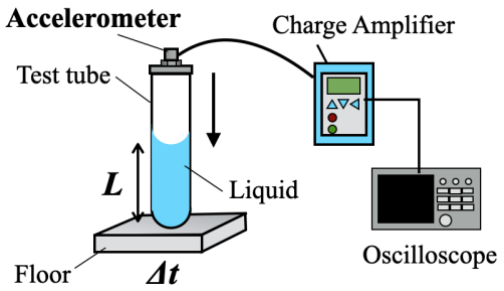


Fig. 1 Experimental setup for measuring pressure fluctuations in a liquid column subjected to short-time acceleration. A test tube partially filled with liquid is dropped onto a rigid floor. The acceleration of the container is measured using an accelerometer attached to the tube top. The acceleration signal is recorded via a charge amplifier and an oscilloscope. The liquid column height is denoted by L, and the acceleration duration by Δt.

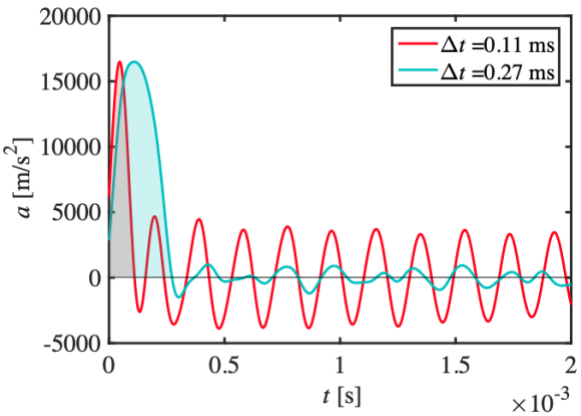


Fig. 2 Typical acceleration histories measured during impact for two different acceleration durations. Although the peak acceleration is comparable in both cases, the duration of the acceleration pulse differs depending on the floor material. This difference in Δt leads to distinct pressure development in the liquid column.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．結果及び考察

短時間加速問題において重要な無次元数として

$St = L/(c\,\Delta t)$

で定義される Strouhal 数を導入する．ここで L は液柱長さ，c は液中の音速，Δt は加速時間を表す．この無次元数は，加速時間中に音波が伝播する距離 $c\,\Delta t$ と液柱長さ L の比を表しており，液体内部における圧力波の発達過程を特徴付ける指標となる．すなわち St は，加速時間が音波伝播時間に対して十分長いか，あるいは短いかを示す物理量として解釈できる．

図 3 に無次元化した圧力変動 $P/\rho c u_0$ を Strouhal 数の関数として整理した結果を示す．ここで ρ は液体密度，u_0 は衝突によって生じる代表速度である．異なる液体（水，シリコーンオイル，エタノールなど）や異なる加速条件で得られたデータを同一の座標系にプロットすると，それらは Strouhal 数によって良く整理されることが分かる．すなわち，圧力変動の大きさは個々の実験条件ではなく，無次元数 St によって支配されていることが示唆される．

非常に小さな Strouhal 数（$St \ll 1$）では，音波が液体柱全体に伝播する時間に比べて加速時間が十分長く，液体内部の圧力場はほぼ瞬時に平衡状態へ到達する．この場合，液体は非圧縮流体として振る舞い，圧力変動はほとんど観測されない．一方 Strouhal 数が増加すると，加速時間が音波伝播時間と同程度となり，液体内部では圧力波の伝播が支配的になる．その結果，圧力変動は急激に増大する傾向を示す．特に St~O(1) の領域では，圧力変動はウォーターハンマー圧力 $\rho c u_0$ に近づくことが確認された．

図 3 に示される実験結果の特徴は，異なる液体や実験条件にもかかわらず，圧力変動が Strouhal 数によって単一のトレンドに収束する点である．この結果は，短時間加速を受ける液体の圧力発達過程が Strouhal 数によって統一的にスケーリングされることを示している．

さらにキャビテーション発生条件を調べた結果，$St \approx 0.2$ 付近でキャビテーションが発生し始めることが確認された．この結果は Strouhal 数が増加するにつれて液体内部の負圧が増大し，蒸気圧以下に達する条件が形成されることを示唆している．したがって Strouhal 数は，圧力変動だけでなくキャビテーション発生の指標としても有効であると考えられる．

これらの結果を説明するため，本研究では圧力波面の有限厚さを考慮した一次元波動モデルを導入した．このモデルでは，加速時間に対応する厚さを持つ圧力波が液体柱内を伝播すると仮定する．圧力波は液柱の境界で反射を繰り返しながら圧力場を形成するため，圧力発達過程は Strouhal 数に依存して変化する．モデル計算の結果，Strouhal 数の増加に伴い圧力変動が増大する傾向が再現され，実験結果の全体的な挙動を良好に説明できることが確認された．すなわち，本研究で導入した Strouhal 数は，非圧縮流体仮定と水撃理論の間を連続的に結びつける支配パラメータとして機能する．

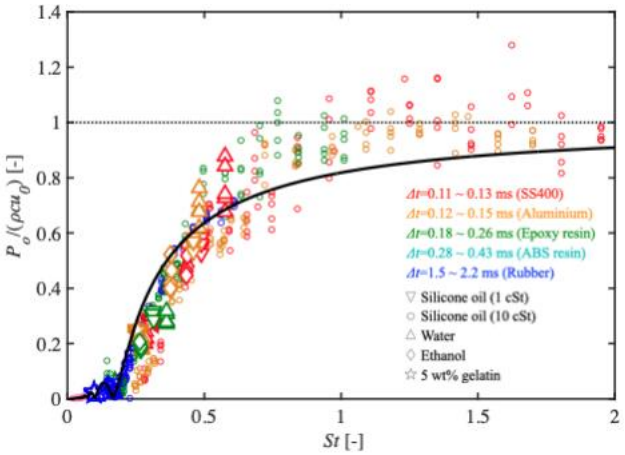


Fig. 3 Dimensionless pressure fluctuation $P/(\rho c u_0)$ as a function of the Strouhal number $St=L/(c\Delta t)$. Experimental data obtained for various liquids and impact conditions collapse onto a single scaling curve when expressed using the Strouhal number, indicating that St governs the pressure development in rapidly accelerated liquid columns.

４．結言

短時間加速を受ける液体柱内の圧力変動を実験的に調べ，Strouhal 数 $St=L/(ct)$によって整理できることを示した．

実験結果は広い条件範囲において単一のスケーリング曲線に従い，液体の圧縮性の影響が Strouhal 数によって特徴づけられることが明らかとなった．またキャビテーション発生の閾値は $St\approx0.2$ 付近に存在することが示された．本研究は，短時間加速を受ける液体の圧力発達過程を記述する統一的スケーリングを提示するものであり，衝突流れやキャビテーション現象の理解に新たな視点を与えるものである．

参考文献

1) Antkowiak, A., Bremond, N., Le Dizès, S., and Villermaux, E., Short-term dynamics of a density interface following an impact, J. Fluid Mech., 577, pp.241–250, 2007.
2) Pan, Z., Kiyama, A., Tagawa, Y., Daily, J., Thomson, S., Hurd, R., and Truscott, T., Cavitation onset caused by acceleration, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 114, pp.8470–8474, 2017.
3) Ghidaoui, M. S., Zhao, M., McInnis, D., and Axworthy, D., A review of water hammer theory and practice, Appl. Mech. Rev., 58, pp.49–76, 2005.
4) Reijers, S. A., Snoeijer, J. H., and Gelderblom, H., Droplet deformation by short laser-induced pressure pulses, J. Fluid Mech., 828, pp.374–394, 2017.
5) Batchelor, G. K., An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press, 1967.
6) Kurihara, C., Kiyama, A., and Tagawa, Y., Pressure fluctuations of liquids under short-time acceleration, J. Fluid Mech., 1003, A20, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-06：混相流のダイナミクス）

2026年5月17日(日) 13:20 ~ 14:20 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-06 (3)

座長:井上 智博(九州大学)

13:20 ~ 13:35

[26009] 単純流体の液槽に水平または垂直に浸したナノスケールの円柱の濡れに関する解析

多田 翔太[1]、*山口 康隆[1] (1. 大阪大学)

13:35 ~ 13:50

[26010] O(2)対称性を有する熱対流場中を運動する低St数粒子群のコヒーレント構造形成

*野口 信[1] (1. 東京理科大学　創域理工学部　機械航空宇宙工学科)

13:50 ~ 14:05

[26011] 極低温流体を想定した均質気泡核生成のエネルギー障壁に関する一考察

*津田 伸一[1]、森 隆典[1] (1. 九州大学)

14:05 ~ 14:20

[26012] せん断流れにおけるキャビテーションの発生条件に関する一考察

*伊賀 由佳[1]、芳川 雄飛[1]、原田 颯大[1]、守谷 修一[1]、石原 知明[2]、奈倉 悠人[2]、田村 悠太[2]、震明 克眞[2] (1. 東北大学、2. 日立三菱水力（株）)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単純流体の液槽に水平または垂直に浸したナノスケールの円柱の濡れに関する解析
Wetting of nanoscale pillar parallelly or vertically immersed in a liquid pool of a simple fluid

多田　翔太（大阪大・工）　　山口　康隆（大阪大・工）
Shota TADA, The University of Osaka
Yasutaka YAMAGUCHI, The University of Osaka
E-mail: yamaguchi@mech.eng.osaka-u.ac.jp

In this study, wetting on a nanoscale solid cylinder with a diameter up to about 3 nm was investigated by using molecular dynamics (MD), where the cylinder was immersed in a liquid pool of a simple Lennard-Jones liquid. The contact angle in MD depended on the radius of the cylinder. In addition, through the evaluation of the interfacial tensions based on the stress anisotropy around the solid, we theoretically derived Young's equation as the torque balance exerted on a control volume surrounding the contact line, and showed that Young's equation indeed held in the present MD systems.

１．はじめに

近年のナノテクノロジーの発展に伴い，微小な固体の濡れ現象の解明が重要となっている．マクロな濡れは Young の式によってモデル化されているが，界面の幅が無視できないナノスケールとの接続には課題が残されている．そこで本研究では，分子動力学法(MD)を用い，ナノスケールの濡れを解析する．著者らの先行研究において，今泉ら [1]は固体平板を用いて界面張力の算出手法を確立し，渡部ら [2]はこれを円筒形状に拡張することで，界面張力が固体の曲率に依存することを示した．これを踏まえ，本研究では固体円筒を液面に対して水平に浸す系を対象とする．円筒を水平に浸す場合，先行研究と同様に曲率の影響を受ける可能性に加え，固気および固液界面張力が接線方向に作用するため，これらを同一平面上の力の釣り合いとして単純に定義できないことに留意して解析する．

２．計算系と理論系

２．１．計算系

解析に用いたシミュレーション系を図 1 に示す．流体分子には，アルゴンの物性値を有する単原子分子を用いた．また，炭素の物性値を有する原子を，カーボンナノチューブ(CNT)の幾何学構造を模すように空間に固定することで，固体円筒を再現した．流体分子間と流体-固体原子間のポテンシャル関数には，Lennard-Jones (LJ) ポテンシャルを用いた．流体-固体原子間のポテンシャルに，濡れ性パラメータηを挿入し，この値をη = 0.06, 0.09, 0.12 と変化させることで，濡れ性を操作した．

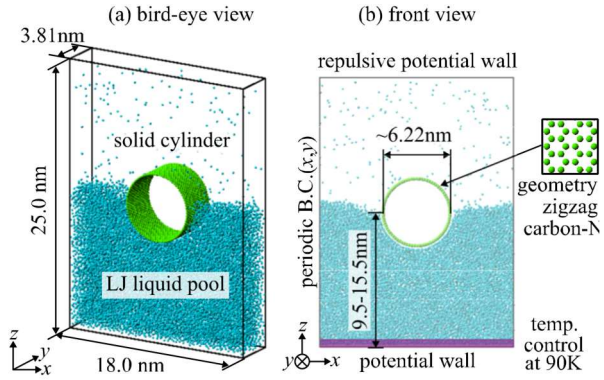


Fig. 1 Equilibrium molecular dynamics (MD) simulation system of quasi-2D meniscus formed on a hollow solid cylinder (CNT) immersed into a liquid pool of a simple Lennard-Jones (LJ) fluid.

固体円筒は y 軸に平行とし，その中心位置 z_S は 0, ±1, ± 2, ± 3 の 7 通り，半径 R_S は 0.777, 1.55, 3.11 nm の 3 通りの系を扱った．境界条件として x, y 方向に周期境界，上下面に壁面ポテンシャルを課すことで，液槽に固体円筒を浸した準 2 次元系を構築した．運動方程式の数値積分には速度 Verlet 法を用い，時間刻みは 5 fs とした．

温度制御は，系の下面近傍の流体分子の速度の水平成分に対し，速度スケーリング法により 90 K に設定した．平衡状態に至るまで 5 ns 以上の十分な緩和を行った後，60 ns の時間平均により物理量を求めた．系の中心断面 $x = 0$ で，円筒の上側と下側に検査面を設定し，Method of Plane によって応力分布を取得した．

２．２．液面と水平な固体円筒に対する Bakker の式

界面付近の応力分布をもとに界面張力を求める際，拡張した Bakker の式が使用されるが，本研究では固体円筒を液面に水平に配置するため，曲率を考慮した式の拡張が必要となる．図 2 において，等温準静的にピストン(piston)N を押し下げ，同時にピストンθを界面の接線方向に$\Delta\theta$ だけ移動させる過程を考える．この操作による Helmholtz の自由エネルギー変化ΔF は，系に加えられた仕事ΔW に等しく，次式で表される．

$$\Delta F = \Delta W = p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} \Delta V + l \int_{r_{SF}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \tau_{\theta\theta}(r) r \, \Delta\theta \mathrm{d}r$$
$$= l \Delta\theta \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \left(\tau_{\theta\theta}(r) + p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right) r \mathrm{d}r \qquad (1)$$

ここで，l は系の奥行き長さ，r_{SF} は固液界面の位置，$r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}$は液体バルクの位置である．この自由エネルギー変化と固液界面の増加に伴う界面エネルギー変化が等しいため，固液界面張力をγ_{SL}, 真空に対する固体の界面張力をγ_{S0} とすると，

$$\Delta F = (\gamma_{\mathrm{SL}} - \gamma_{\mathrm{S0}}) l r_{\mathrm{SF}} \Delta\theta \qquad (2)$$

となる．式(1), (2)より，液面と水平な固体円筒に対する固液界面の Bakker の式は次のように導出される．

$$\gamma_{\mathrm{SL}} - \gamma_{\mathrm{S0}} = \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \frac{r}{r_{\mathrm{SF}}} \left(\tau_{\theta\theta}(r) + p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right) \mathrm{d}r \qquad (3)$$

固気界面張力も同様に求められる．

２．３．液面と水平な固体円筒に対する Young の式

前項で拡張した Bakker の式と，固体円筒周りのモーメントのつり合いを用いることで，本系における接触角と界面

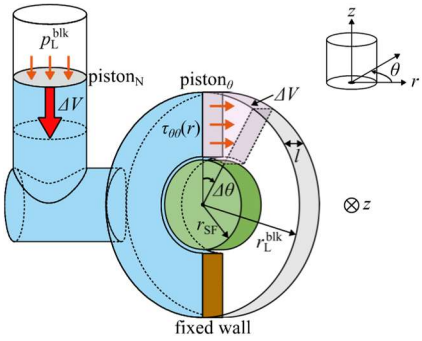


Fig. 2 Thought experiment of the extended Bakker's equation for a cylindrical solid-liquid interface regarding the angular direction.

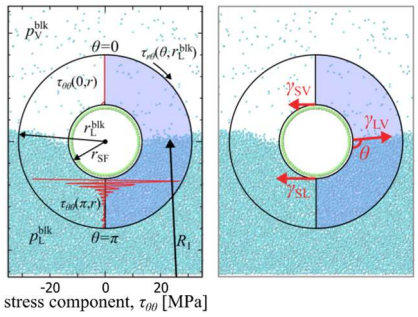


Fig. 3 Schematic illustration used for the derivation of Young's equation on a cylindrical surface.

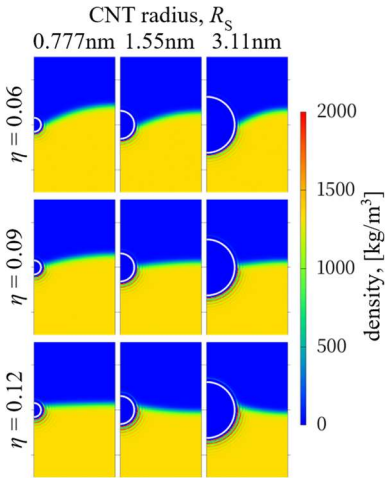


Fig. 4 Equilibrium density distributions of fluid around solid cylinders of radius r_S = 0.777, 1.55, 3.11 nm with various fluid-solid interaction coefficient η.

張力の関係式を導出する．図 3 に示すように，固体円筒の右側に検査体積を設定する．この検査体積に対し，円筒中心周りのモーメントのつり合いを考えると次式が成立する．

$$\int_0^{\pi} \tau_{r\theta}\left(\theta, r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)\left(r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)^2 \mathrm{d}\theta - \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \tau_{\theta\theta}(0,r) r \,\mathrm{d}r + \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} \tau_{\theta\theta}(\pi,r) r \,\mathrm{d}r = 0 \quad (4)$$

ただし，本来は流体分子が固体壁から受ける外力によるモーメントが加わるが，本研究で扱う平滑な固体では流体分子がθ方向に受ける外力はゼロとなることを用いた[1,2]．まず第 1 項は，検査体積の外周面に作用するせん断応力の寄与である．この面においてせん断応力が作用するのは気液界面近傍のみであり，その大きさは気液界面張力γ_{LV}と，外周面における接触角θ^{blk}を用いて次式のように表せる．

$$\int_0^{\pi} \tau_{r\theta}\left(\theta, r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)\left(r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}\right)^2 \mathrm{d}\theta = r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} \gamma_{\mathrm{LV}} \cos\theta^{\mathrm{blk}} \quad (5)$$

ここで，幾何学的関係を用いてθ^{blk}を接触角θ_{SF}に関連付け，さらに Young-Laplace の式を使用して変形すると，

$$r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} \gamma_{\mathrm{LV}} \cos\theta^{\mathrm{blk}} = \gamma_{\mathrm{SF}} \cos\theta_{\mathrm{SF}} + \left(p_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}} - p_{\mathrm{V}}^{\mathrm{blk}}\right) \int_{r_{\mathrm{SF}}}^{r_{\mathrm{L}}^{\mathrm{blk}}} r \,\mathrm{d}r \quad (6)$$

となる．式(4)を，式(3), (5) ,(6)を用いて整理すると，次式の Young の式に帰着する．

$$\gamma_{\mathrm{SL}} - \gamma_{\mathrm{SV}} + \gamma_{\mathrm{LV}} \cos\theta = 0 \quad (7)$$

3．計算結果

固体円筒の半径と濡れ性パラメータを変化させた際の流体分子の密度分布を図 4 に示す．このうち，気液界面付近で，密度 1100 kg/m^3 の等高線を抽出し，円弧でフィッティングした．これを気液界面とし，固体と流体の界面を示す円弧との交点における接線同士のなす角を接触角とした．また，固体円筒の上部と下部で応力分布を取得し，式(3)によって界面張力を求めた．

図 5 に，式(4)の左辺と各項の，円筒の半径による変化を示す．固液界面張力は，円筒の半径が大きいほど小さく，接触角の余弦は円筒の半径が大きいほど大きくなる傾向が見られた．また，いずれの系でも，Young の式(7)が満たされた．円筒の鉛直方向位置 z_S を変えた場合も Young の式が満たされたが，界面張力と接触角は，キャピラリが不安定になる限界など極端な場合を除いてz_Sに依存しないことが分かった．

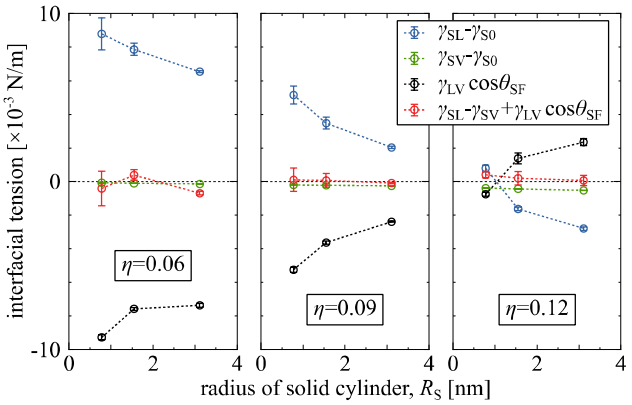


Fig. 5 Comparison of interfacial tension terms in Young's equation for cylinders with various radius and fluid-solid interaction parameters η.

4．結言

本研究では，液面に水平に浸したナノスケールの固体円筒の濡れ現象および界面張力について，分子動力学法を用いた数値解析を行った．まず理論的検討として，液面と水平な固体円筒およびその周囲の液膜を対象とし，Helmholtz の自由エネルギー変化およびモーメントのつり合いを考慮することで，本系における Bakker の式および Young の式を導出した．次に，固体円筒の半径および濡れ性パラメータを変化させて分子動力学シミュレーションを行った．その結果，いずれの条件においても，Young の式が成立することを確認した．また，円筒の半径が大きいほど固液界面張力γ_{SL}は小さくなり，接触角の余弦 $\cos\theta_{\mathrm{SF}}$ は大きくなることが明らかとなった．さらに，固体円筒の鉛直方向位置 z_S を変化させた場合においても Young の式は満たされ，かつ界面張力と接触角は z_S に依存しないことが確認された．

参考文献

1) Y. Imaizumi, et al., J. Chem. Phys., 153, 034701, 2020.
2) K. Watanabe, et al., J. Chem. Phys., 156, 054701, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

O(2)対称性を有する熱対流場中を運動する低 St 数粒子群のコヒーレント構造形成

Formation of Coherent Structures by Low Stokes Number Particles in Thermal Convection Fields with O(2) Symmetry

野口　信（東京理科大・創域理工）　　上野　一郎（東京理科大・創域理工）
Shin NOGUCHI, Tokyo University of Science
Ichiro UENO, Tokyo University of Science
E-mail: shin@rs.tus.ac.jp

Microscopic particles often exhibit inhomogeneous spatial distributions in confined convective flows such as lid-driven cavities, rotating drums, and—of particular interest here—thermocapillary liquid bridges. In liquid bridges, low-Stokes-number particles can form a particle accumulation structure (PAS), yet most prior studies have considered only a single particle type. Here, we experimentally examine PAS control in liquid bridges containing a binary mixture of 15 μm and 30 μm particles. By independently controlling (i) the free-surface shape via the volume ratio and (ii) the thermocapillary forcing via an imposed temperature difference, we show how the particle composition within the coherent structure can be manipulated. These findings provide insights into size-selective particle organization in closed-space convection and offer design guidelines for separation and sorting based on flow-induced coherent structures.

1．　はじめに

閉空間における流れは，多層的な時空間構造を持つことが報告されている．Cavity 系 [1,2]や Rotating drum 系 [3]では，カオティックな振る舞いに加えて，KAM（Kolmogorov-Arnold-Moser）構造と呼ばれる秩序だった流れの領域が共存することが知られている．さらに，この KAM 構造上に粒子が自発的に集合し，コヒーレントな構造を形成する現象が確認されている．この種の粒子集積は産業プロセスとも密接に関係している．例えば，スプレー缶内部におけるコーティング剤の分布や，ワクチン製剤中における抗体凝集体の除去といった課題は，いずれも閉空間内の微視的な流れの構造に依存している．

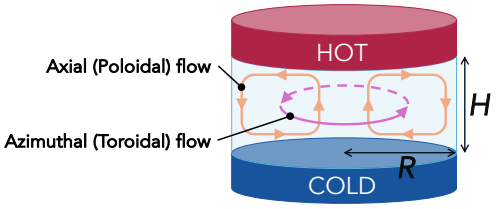


Fig. 1. Schematic of a half-zone liquid bridge.

我々が注目する「液柱」系（図 1 参照）は，cavity や rotating drum のような一方向に主流な流れを持つ系とは異なり，軸方向および周方向の二つの主流成分を併せ持つため，自由度が高い流れ場を形成する．両者が直交することで，内部により多様な運動と秩序が生まれる．このような流れを安定して実現するには，対象とする系が O(2) 対称性（回転対称性と鏡面対称性）を有していることが望ましい．本研究では，この条件を満たす円筒形状の対流場である「液柱」を選定した．液柱における「軸方向の流れ」は，自由表面に沿う上下ロッド間の温度差に起因するマランゴニ対流により駆動される．上下ロッドの各温度を$T_{\mathrm{H}}, T_{\mathrm{C}}$として温度差を設定した．

$$\mathrm{Ma} = \frac{|\sigma_{\mathrm{T}}|\Delta T L}{\rho_{\mathrm{f}} \nu \kappa} \qquad (1)$$

液柱において対流による熱輸送と熱伝導による熱輸送の比を表す無次元数として，マランゴニ数：Ma があり式（1）で定義される．ここで，$\sigma_{\mathrm{T}}(\equiv \partial\sigma/\partial T)$は表面張力温度係数，$\Delta T\ (= T_{\mathrm{H}} - T_{\mathrm{C}})$ は上下ロッドの温度差，代表長さ：Lは上下ロッド間の距離：H，ρ, f, ν, κ はそれぞれ液柱を形成する試験流体の密度，動粘度，温度拡散係数である．Ma は，液柱における対流の強さを特徴づけ，さらに Ma 数はレイノルズ数：Re とプラントル数：Pr の積で表すことができる．また，本実験では高 Pr 数流体を採用しており，ロッド間の温度差：ΔTがある閾値（臨界マランゴニ数：Ma_{c}）を超えると Hopf 分岐が生じる．これは Hydrothermal wave (HTW)[4]不安定性と呼ばれ，回転振動流と呼ばれる「周方向の流れ」を形成する．液柱内部では，この「軸方向の流れ」と「周方向の流れ」の作用により，形成される KAM 構造は複雑化し，その時空間構造は多層的な性質を示す．一方で，複合的流れ場における KAM 構造の体系的理解は十分に進んでおらず，知見の蓄積は依然として乏しい．

2．　粒子集合現象

通常，系内対流の可視化にはトレーサー粒子が用いられる．トレーサーは流体運動に十分追従するように設計されており，圧力・速度・せん断などの“場”の情報を可視化する手段として広く利用されている．しかし本研究では，回転振動流の条件下において，トレーサー粒子が期待される追従挙動から逸脱し，流体の運動とは異なる特異なパターンを示すことが確認された．時間の経過とともに粒子は特定の軌道に沿って自己組織化し，最終的には紐状のコヒーレントな構造を形成する [5]．Schwabe et al.[6]は，この現象を粒子集合現象（Particle Accumulation Structure, PAS）と名付けた．しかし，この現象は，結果的に粒子が空間的に不均一な分布を示す事で，可視化ツールとしては適さない状況が生じた．一方で我々は，この現象自体が，閉空間対流に内在する秩序構造を反映した現象であり，学術的関心に加えて工学的意義（粒子の分離・集積制御）を有すると捉え，本研究の主対象とする．

3．　実験概要

図 2 に実験装置の概略を示す．液柱は，同径・同軸上に配置された上下ロッド間へ，シリンジポンプにより試験流体を注入することで形成する．上部ロッドは透明人工サファイア，下部ロッドは黒アルマイト加工を施したアルミニウム製である．上部ロッドは温度コントローラによりフィードバック制御し，下部ロッドは恒温槽により温度を一定

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

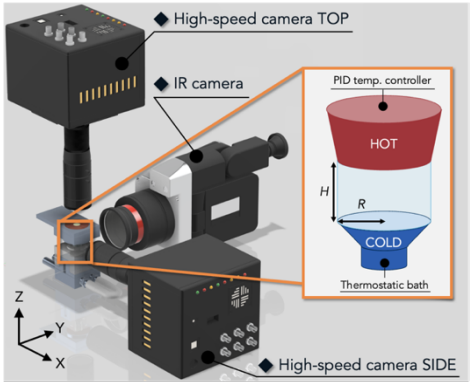


Fig. 2. Schematic diagram of the experimental apparatus.

に保持した．観測系は，上部に高速度カメラを，側部に高速度カメラおよび赤外線カメラを設置し，光源にはLEDライトを用いた．試験流体には高Pr数流体である2-cStのシリコンオイルを用いた．トレーサー粒子には金コーティングアクリル粒子（粒径：15, 30 μm）を用いた．本研究の主眼は，異種条件粒子の混合系における PAS の発現にある．そこで，15 μmの粒子のみを用いる実験1と，15 μmおよび30 μmの粒子を混合する実験2を実施した．上下のロッドはいずれも直径0.75 mmとし，ロッド間距離：Hを可変とすることで，液柱のアスペクト比を任意に設定可能とした．また，液柱内の対流に大きな影響を与えるパラメータとして，液柱の体積比：V/V_0を導入する．ここでVは実際に形成された液柱の体積，V_0はロッド間距離とロッド径に基づく直円筒形状の体積を表す．体積比は，液柱形状が理想形からの乖離度を表し，自由表面の湾曲や変形の程度を特徴づける指標である．粒子運動の再構築には，Particle Tracking Velocimetry (PTV)法を用い，追跡粒子は任意に選択した．なお，自由表面変形が大きい条件では光学的屈折による観測誤作が無視できない．そのため，スネルの法則に基づく補正処理を行い，再構築精度を担保している．

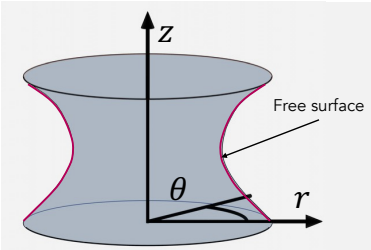


Fig. 3. Schematic of concave liquid bridge used in this study.

図3に本実験で対象とした液柱形状を示す．$V/V_0 < 1$の条件であり，側面から見ると大きくくびれた三日月形の輪郭を呈している．これを“concave liquid bridge”と定義する．

4． 結果および考察

図4に(a)実験1および(b)実験2で得られた粒子集合構造の画像と，各構造から4粒子ずつ選定して追跡した軌道を重ね合わせた可視化結果を示す．実験1および実験2では，条件の異なる粒子群の軌道の色を2種類（緑，オレンジ）に分けて表示した．注目すべき点は，実験1では本来15 μmの粒子のみを添加しているにもかかわらず，液柱内を運動する過程で，一部の粒子が二両体を形成し，単一粒子とは異なるコヒーレント構造を構成する挙動が観測されたことである．そこで，二両体粒子を個別に追跡対象として扱い，単一粒子とは色を区別して可視化した．実験1・2共通して，オレンジ色の構造は，15 μm単一粒子によって構成され，緑の構造は30 μm，および15 μmが形成する二量体によって構成される．各条件粒子の構成比率を図5に示す．以上より，本研究で観測された粒子集合構造は粒子が単一粒子か二量体かといった形状の違いよりも，実効的な粒径に応じて異なる空間位置へ集積していることが示唆される．この結果は，Noguchi and Ueno[7]にて発表済みである．

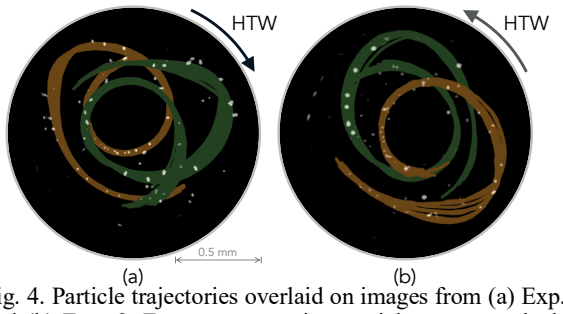


Fig. 4. Particle trajectories overlaid on images from (a) Exp. 1 and (b) Exp. 2. Four representative particles were tracked in each case to illustrate the characteristic motion of the structure.

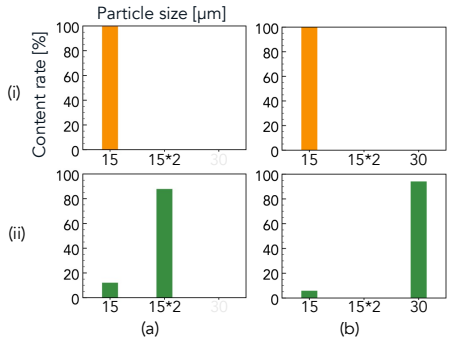


Fig. 5. Composition ratios of particles forming coherent structures in (a) Exp. 1 and (b) Exp. 2. The color scheme corresponds to the structures shown in Fig. 4.

5． まとめ

本研究では，液柱内に形成される KAM 構造が，混合粒子系に対して粒子集積位置の選択性を示すことを実験的に確認した．その結果，粒子の集積挙動は単一粒子か二量体かといった形状差よりも，実効的な粒径に強く支配され，粒径に応じて異なる空間位置へ分類されることが示唆された．今後は，粒子の選択性がどのような条件の変化に応答するのか，より詳細な KAM 構造の持つ能力を解明するため，実験に加えて，高精度な数値解析を行う必要がある．

参考文献

1) H. Wu, F. Romanò, H. C. Kuhlmann, PAMM 17 (2017) 669–670.
2) H. Wu, F. Romanò, H. C. Kuhlmann, J. Fluid Mech., 955 (2023) A16.
3) F. Romanò, A. Hajisharifi, H. C. Kuhlmann, J. Fluid Mech., 825 (2017) 631 – 650.
4) M. K. Smith and S. H. Davis, J. Fluid Mech., 132(1–2):119–144, 1983.
5) S. Tanaka, H. Kawamura, I. Ueno, D. Schwabe, Phys. Fluids 18 (2006) 067103.
6) D. Schwabe, P. Hintz, and S. Frank, Microgravity sci. technol., 9(1–2):163–168, 1996.
7) S. Noguchi and I. Ueno, J. Colloid Interface Sci, 8:114002, 684:29-42, 2025.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

極低温流体を想定した均質気泡核生成のエネルギー障壁に関する一考察
A Discussion on the Energy Barrier of Homogeneous Bubble Nucleation in Cryogenic Fluids

津田　伸一（九州大・工），森　隆典（九州大院・工）
Shin-ichi TSUDA, Kyushu University
Takanori Mori, Graduate School of Kyushu University
E-mail: tsudashin@mech.kyushu-u.ac.jp

This study compared previous experimental results with a representative theoretical analysis of expected energy barriers for bubble nucleation in multiple cryogenic fluids. To our knowledge, such a systematic comparison has not been conducted. The comparison suggests that, under higher superheat conditions where homogeneous nucleation can realistically occur, we should consider the influence of thermodynamic effects that may manifest in cryogenic fluids.

1．緒言

気泡の初生は，沸騰やキャビテーションに代表される気液相変化を伴う混相流のダイナミクスの議論において，その最初期を担う素過程である．また，気泡初生を扱ううえで重要となる微小な気泡核の生成過程については，バルク液相中から気泡核が形成される均質核生成や（主として）固液界面から気泡核が生じる不均質核生成を中心に，実験・理論の両面から研究が進められてきた経緯がある．しかしながら，自発核生成については特に 21 世紀以降，実験データとの比較を十分に議論せず，理論解析や分子シミュレーションが独立して進められてきた面は否定できない．以上の背景を踏まえ，本研究では密度汎関数理論（Density Functional Theory，略して DFT）による解析 [1]と，既往の実験結果の比較を整理した．これにより，今後の理論・実験の双方に対して，あるべき研究の方向性を模索するのが本整理の狙いである．

2．手法

核生成を対象とする DFT[1]においては，球形の気泡核を想定したうえで，指定された周囲液相の温度および化学ポテンシャルのもとで気泡核の生成に必要な最小仕事（エネルギー障壁）が最大化する密度分布を求める手法となっている．本研究では，均質核生成が生じ得る代表例の一つとして複数の極低温流体を取り上げ，これらのエネルギー障壁を DFT により評価した．一方，比較対象とする実験データについては，Avedesian が纏めた文献値 [2]を参照した．

理論および実験の比較においては，推定される各エネルギー障壁 W_c を臨界サイズ r_c と表面張力 γ により無次元化したうえで，その過熱度 S に対する依存性に注目することとした [1]．ここで，過熱度 S は液圧が飽和蒸気圧に相当する（気泡核生成が生じない）条件にて S=0，スピノーダルと呼ばれる核生成が速やかに生じる液圧条件にて S=1 となるように規格化されている．

3．結果および考察

図 1 に，既往の実験と本 DFT 解析の比較結果を示す．なお，DFT については窒素のみの結果を 3 つの温度（T は温度，T_c は臨界温度）に対して示す一方，図中の Scaling Form は，十分低温において成り立つと考えられる DFT 結果の推定式 [1]となっている．なお，古典核生成理論（Classical Nucleation Theory，略して CNT）の数値（4π/3）も水色の破線にて示す．さて，S<0.2 の条件では，実験値に対応する無次元エネルギー障壁 $W_c/(\gamma r_c^2)$ が CNT や DFT の結果に比べて小さくなっていることがわかる．これは実験において，低過熱度になるほど実は均質核生成ではなく，既存気泡核からの初生が生じていることを示唆していると考えられる．一方，0.2<S<0.3 の範囲では実験と各理論が比較的良い一致を示すのに対し，S>0.4 になると，実験については水素しかプロットがないものの，実験的に推定される無次元エネルギー障壁の方が CNT や DFT よりも大きくなる傾向にあることがわかる．この最たる理由としては，特に水素の場合に顕在化する現象としてよく知られている“熱力学的効果”による気泡成長抑制の影響が考えられる．つまり，高過熱度条件における実験の初生判定は，臨界サイズに相当する気泡核ではなく，気泡核よりも大きな気泡の成長速度により推定されており，熱力学的効果による成長抑制のために見かけ上，実験に対応するエネルギー障壁が大きくなっているのではないかと考えられる．

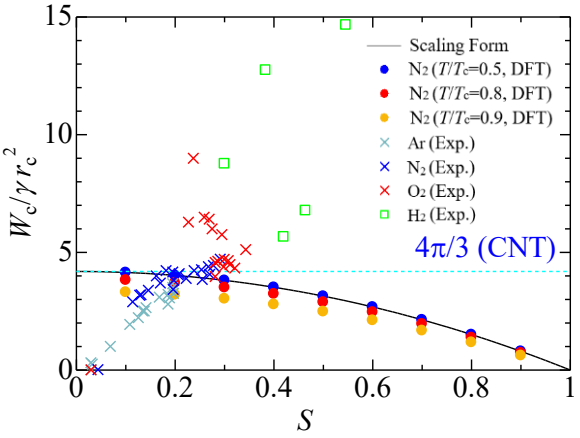


Fig. 1 Comparison of the non-dimensional energy barrier between previous experiments[2] and DFT analysis.

4．結言

本研究では，複数の極低温流体を想定したうえで，既往の実験結果と代表的な理論解析との比較を実施した．その結果，特に均質核生成が現実的に生じ得る高過熱度条件においては，極低温流体で顕在化し得る熱力学的効果の影響を踏まえた比較が必要なことが示唆された．

なお，本研究の一部は JSPS 科研費 23K26300 の助成を受けて実施したものである．

参考文献

1) T. Mori, H. Nagashima, T. Tokumasu, S. Watanabe, S. Tsuda, Proc. 9th Micro and Nano Flows Conference, 2025.
2) C. T. Avedesian, J. Phys. Chem. Ref. Data, 14, pp. 695-729, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

せん断流れにおけるキャビテーションの発生条件に関する一考察
A Consideration on the Occurrence Conditions for Cavitation in Shear Flows

伊賀　由佳（東北大・流体研）芳川　雄飛（東北大・院）原田　颯大（東北大・院）守谷　修一（東北大・流体研）
石原　知明(日立三菱水力(株)) 奈倉　悠人(日立三菱水力(株)) 田村　悠太(日立三菱水力(株))
震明　克眞（日立三菱水力(株)）

Yuka IGA, Yuhi YOSHIKAWA, Sota HARADA, Syuichi MORIYA, Tohoku University
TomoakiI SHIHARA, Yuto NAKURA, Yuta TAMURA, Katsumasa SHINMEI, Hitachi Mitsubishi Hydro Corporation
E-mail: yuka.iga.b4@tohoku.ac.jp

In this study, we use hydraulic oil, which has a sufficiently low saturated vapor pressure and a large amount of dissolved gas, so the cavitation that occurs is thought to be gaseous cavitation, and water, which has a relatively large amount of dissolved gas, so it is thought that gaseous cavitation and vapor cavitation coexist. The cavitation onset pressure in the Taylor-Couette flow between concentric rotating cylinders for each were experimentally measured, and compare the changes in flow pattern due to changes in the rotation speed of the inner cylinder and the changes in onset pressure relative to the amount of dissolved oxygen in water. We formulate the characteristics of the onset pressure of cavitation in water for use in a cavitation numerical analysis model, and attempt to numerically reproduce the scale effect of underwater cavitation.

１．緒言

均質モデルの概念に基づくキャビテーションの数値解析手法のほぼ全てでは，圧力が飽和蒸気圧まで低下すると蒸発が起こるようにモデリングされている．しかし，飽和蒸気圧は，蒸発が終了し，液相と気相が相平衡となった際の圧力であり，キャビテーションが発生する際の圧力の閾値ではない．実際の水の流れでは，飽和蒸気圧以上でキャビテーションが発生し，またその条件は流れの形態に応じて変化することが知られている [1]．また，水中の発達したキャビテーションでは，キャビテーションの発生のし易さを表すキャビテーション数が同じでも，レイノルズ数が大きいとキャビティも大きくなることが知られている．これらは，キャビテーションの寸法効果と呼ばれている．キャビテーションの寸法効果とは，水中に溶存する不凝縮気体や残留気泡核，物体の表面粗度（表面気泡核），流れの乱れ度（溶存気体の拡散係数）などの，キャビテーション数に含まれない要素の影響によって，キャビテーション数と流れの幾何形状がそれぞれ等しい 2 つの流れ場でも，発生するキャビティの大きさが等しくならない状況のことを指す．また言い換えると，キャビテーションの寸効効果は溶存気体の析出の影響を受けて引き起こされると言える．この溶存気体の析出によるキャビテーションは気体性キャビテーション，一方，液体の蒸発によるキャビテーションは蒸気性キャビテーションと呼ばれている．

本研究では，飽和蒸気圧が十分低く，溶存気体量が大きいため，発生するキャビテーションは気体性キャビテーションであると考えられる油圧作動油と，飽和蒸気圧が比較的高く，溶存気体量も比較的多い，気体性キャビテーションと蒸気性キャビテーションが混在すると考えられる水を用い，同心二重回転円筒間のテイラークエット流れにおけるキャビテーションの発生圧力をそれぞれで求め，内筒回転速度の変化による流れの形態の変化や溶存酸素量に対する発生圧力の変化について比較する．水におけるキャビテーションの発生圧力の特性を，キャビテーション数値解析モデル用に定式化し，水中キャビテーションの寸法効果の数値的再現を試みる．

２．実験装置

実験装置を図 1 に示す．試験部は 2 つの回転する同心円筒からなる．外側の円筒はキャビティの発生を可視化できるようにアクリル製で，内側の回転円筒は真鍮製で、直径 110 mm，長さ 120 mm である．モータとインバータは内側の円筒の回転軸に接続されており，回転速度は可変であり実験パラメータとした．2 つの円筒間の圧力は、真空ポンプによって徐々に低下する．温度は、回転軸の支持板外側の水冷板によって 23 ° C の一定値に固定される．2 つの円筒間のクリアランスは 5 mm で，作動油 （出光興産株式会社、ダフニー油圧作動油 46)）または水道水が充填されている．作動油の密度は 862.1 kg/m3，動粘度は 23 °C で 1.082 × 10⁻4 m2/s であり，実験開始時の作動油中の溶存酸素は 30 %飽和度とした．一方，水道水の実験開始時の溶存酸素量は，25 %, 60%, 98 %と変化させ，実験パラメータとした．

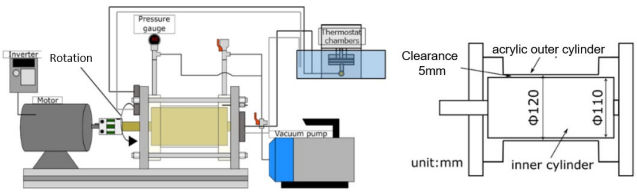


Fig.1 Experimental apparatus; rotating concentric two cylinders with hydraulic oil between the clearance

３．結果と考察

本実験では，気泡径が 100 μm になった瞬間の円筒間の流体圧力をキャビティの発生圧力とした．この 100 μm はキャビティの真の初生ではなく，あくまで 1 つの指標である．気泡の撮影条件は，内筒回転速度 100～900 rpm，減圧速度-0.2～-30 kPa/min，実験回数は同一条件で 3 回，気泡発生の観察はホームビデオカメラ（Sony，FDR-AX100）で行い，フレームレート 30 fps，露光時間：1/10,000 s とした．

まず，溶存気体の析出によりキャビティが発生すると考えられる作動油の実験結果を示す．図 2 に内筒回転数 300, 600, 900 rpm での各減圧速度における気泡発生圧力の変化を示す．回転数と減圧速度によって，発生圧力が変化していることがわかる．このうち 300 rpm の結果を取り出し，図 3 に示す．ここでは横軸が時間，縦軸が圧力であり，直線が減圧履歴，直線上の赤丸がキャビティの発生した瞬間

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

である．このように，減圧速度が低いときは発生圧力は一定値を取るが，減圧速度が-2.5 kPa/min 以上になると減圧速度の上昇に伴い発生圧力が低下していくことが見て取れ，これは他の回転速度でも同様の傾向があった．

一方，発生圧力が一定となる低い減圧条件-0.2 kPa/min において，回転数を変化させた際の発生圧力の変化を図 4 に示す．ここでは横軸の内筒回転数をテイラー数 Ta に変換している．このように，回転数の増加に伴い，キャビティ発生圧力は不連続的に上昇することがわかる．この際の Ta と円筒間のテイラークエット流れの形態の変化を図に色分けして示す．このように，層流クエット，テイラー渦，波状テイラー渦と流れの形態が遷移する際に発生圧力が不連続的に変化していることがわかる．

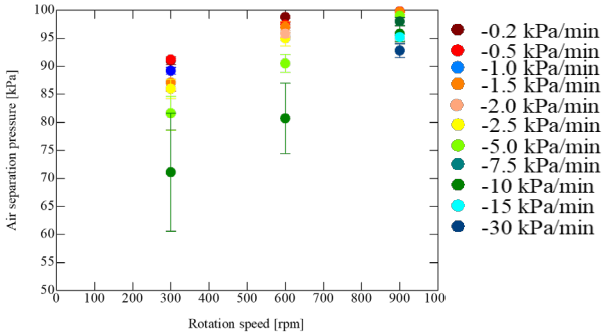


Fig. 2 Occurrence pressures of bubble in each decompression speed in 300, 600, 900 rpm in hydraulic oil.

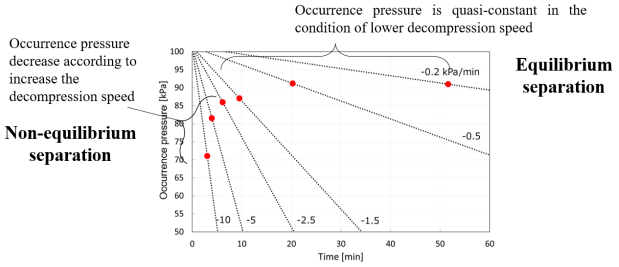


Fig. 3 Pressure history and the occurrence pressure at constant rotating speed 300 rpm in hydraulic oil.

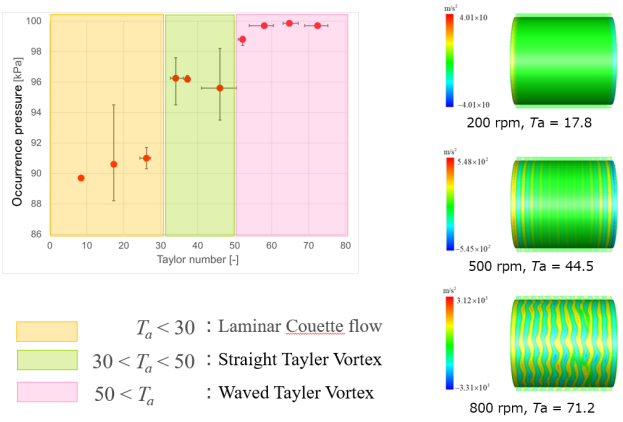


Fig.4 Relation between occurrence pressure and rotating speed in equilibrium separation at constant decompression speed -0.2 kPa/min in hydraulic oil

次に，飽和蒸気圧が比較的高く，溶存気体量も比較的多い，気体性キャビテーションと蒸気性キャビテーションが混在すると考えられる水での実験結果を示す．図 5 には，回転数 120 rpm, 210 rpm, 300 rpm において溶存酸素量 DO を 25 %, 60 %, 98 % と変化させた際のキャビティ発生圧力を示す．この回転数ではそれぞれテイラー数は Ta = 1167～2917 となり，円筒間の流れは乱流状態となっている．作動油と同じ Ta の領域で実験できてはいないため，直接的な比較はできなかった．しかし，本実験からは，溶存酸素量の増加に伴い，キャビティ発生圧力は高くなり，また，溶存酸素量に対するキャビティ発生圧力の増加率は，回転数が高いほど大きくなることが示された．この発生圧力の増加率と，同心回転円筒間の流れを数値解析した結果から得られた円筒間の平均乱流エネルギとの関係を調べると，そこには比例関係があることがわかった．この関係を A とし，キャビティの発生圧力を定式化すると，式 (1) のようになる．

$$p_i = [(1 - \alpha_{local}) A\, DO_{inf} + p_v)] \qquad (1)$$
$$A = B\, k + C$$

ここで，DO_{inf} [%], p_v, α_{local}, k はそれぞれ，溶存酸素量，飽和蒸気圧，局所ボイド率，乱流エネルギである．この式は局所ボイド率が 1 すなわち，蒸発が完了した際には圧力は飽和蒸気圧に帰着し，十分発達したキャビティ内部圧力が飽和蒸気圧で一定となるという事実に一致している．さらにこの式は，キャビテーションの数値解析モデルのキャビティ発生の閾値として用いることができる．

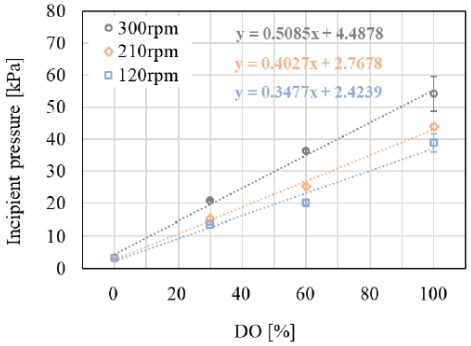


Fig. 5 Occurrence pressures of bubble in tap water.

4．結言

本研究では，作動油と水道水をそれぞれ充填した 2 つの回転同心円筒を用いた減圧実験を行い，キャビティの発生特性について考察した．得られた結果は以下のように要約される．

・気体キャビテーションの発生特性は、ある体積の気泡が発生する瞬間の圧力である発生圧力が減圧速度に対して一定となる平衡析出領域と，減圧速度の増加に伴い発生圧力が低下していく非平衡析出領域の 2 つの領域に分けられることが分かった．

・平衡析出圧力は、テイラークエット流れの形態変化に応じて不連続的に変化することが示された．

・一方，水のキャビテーションでは，溶存酸素量の増加に伴いキャビティ発生圧力は高くなり，また，溶存酸素量に対するキャビティ発生圧力の増加率は，回転数が高いほど大きくなることが示された．

・以上の水の結果を用い，溶存酸素量と局所の乱流エネルギに対するキャビティの発生圧力の変化を定式化した．

参考文献

1) Arndt, R. E. A, “Pressure Fields and Cavitation,” Proc. 7th IAHR Symp. Vienna (1974), pp.1-20.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

2026年5月17日(日) 14:45 ~ 15:30 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (1)

座長:巽 和也(京都工芸繊維大学)

14:45 ~ 15:00

[26013] 霜層初期における霜結晶

*松本 亮介[1]、小田 豊[1] (1. 関西大学)

15:00 ~ 15:15

[26014] 冷却面の温度変化が霜層微細構造に与える影響のX線CT可視化と数値解析

*勝永 恭平[1]、前原 諒太[1]、荒木 拓人[1]、松本 亮介[2]、大久保 英敏[3] (1. 横浜国立大学、2. 関西大学、3. 玉川大学)

15:15 ~ 15:30

[26015] ナノ構造の形態が固液界面における熱伝導に与える影響

*芝原 正彦[1]、安保 遼平[1]、藤原 邦夫[1] (1. 大阪大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

霜層初期における霜結晶
Frost Crystal in the Early Stage of Frost Layer

松本　亮介（関西大・シス理）　　小田　豊（関西大・シス理）
Ryosuke MATSUMOTO, Kansai University
Yutaka ODA, Kansai University
E-mail: matumoto@kansai-u.ac.jp

In the early stage of frost formation, supercooled droplets formed by dropwise condensation freeze and generate frost crystals. In this study, the microstructure of frost crystals in the early stage of a frost layer was investigated using X-ray micro-computed tomography (μCT). Three-dimensional CT images of the frost layer were obtained during the frosting process. The results show that a small crystal initially forms on a frozen droplet and then grows into either columnar or plate-type crystals.

１．はじめに

熱交換器に発生する霜層は，冷却面温度が-20℃程度であれば，滴状凝縮により過冷却液滴を冷却面に形成し，その後過冷却状態を解消して凍結して微小氷滴となり，氷滴頂点から霜結晶が成長することが知られている[1]．近年，X 線 μCT 撮影を用いた霜層の 3 次元微細構造の測定が著者ら[1]により実施された．本報では，X 線μCT による霜結晶の分析結果を報告する．

２．実験装置と方法

着霜部はアルミニウム板であり，上面中央に直径 6 mm，高さ 3 mm の凸部を設け，着霜面とした．凸部以外を厚さ 2 mm の発泡スチロール板で覆うことにより，着霜面以外での着霜を防止する．着霜部は空気ダクト内に設置した．アルミニウム板の温度およびダクト内空気温度は，K 型シース熱電対により測定した．バブリング式加湿器と熱交換器により調節された湿り空気は，50 L/min の流量でダクト上部から供給される．空気温度と湿度は 14.0 °C，0.0043 kg/kg’である．ペルチェ設定温度を 17.0 °C から-15.0 °C へ変更し，実験を開始する．

X 線 CT 撮影は SPring-8 の BL20B2 ビームラインで実施した．着霜は 90 分間行い，2 分毎に霜層の CT 撮影を繰り返し行った．ポリイミドフィルム及び霜層を透過した X 線はシンチレータにより可視光線へ変換された後，CMOS カメラで記録される．X 線のエネルギーは 15 keV である．回転ステージが 180 度回転する間に 600 枚の X 線透過画像を撮影する．要した時間は約 45 秒である．撮影範囲は 5.6 mm × 5.6 mm × 5.6 mm，空間分解能は 2.74 μm/pixel である．

３．結果と考察

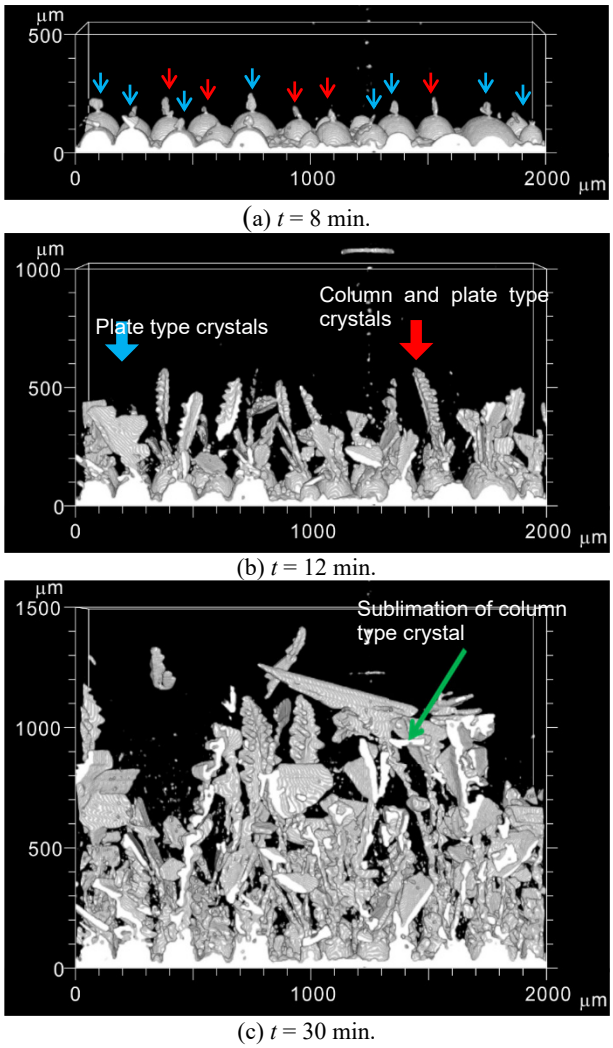
ペルチェ素子による冷却開始後 t = 8 min，12 min，30 min での，着霜面中央の 2000μm×241μm の領域の霜層の微細構造を Fig. 1 に示す．冷却開始後，滴状凝縮が発生し，過冷却を解消後，氷滴頂部から霜結晶が成長した．Fig.1(a) t = 8min では氷滴から単一の微小な結晶が発生しており，(b) t = 12min での柱状結晶と板状結晶の 2 種類の結晶のみに成長することが確認できる．結晶形状を比較すると，t = 8min の時点の最初に発生する微小な結晶で，すでに板状もしくは柱状結晶の形状を示している．

雪の結晶においては[2]，大気中の微小六角柱を氷核として，成長速度の速い結晶方位に成長する．成長速度は温度と水蒸気の過飽和度に支配されることより，雪の結晶形状は大気の状態に依存する．

霜の場合においては，凝縮液滴が冷却面から凍結が伝播し，凍結完了する氷滴頂点で体積膨張のため突起が生成され，その突起を核として空気中の水蒸気が集まり霜結晶が成長する．空気中にさらされる突起の氷結晶の方位が，成長する結晶の形状を支配している可能性がある．

参考文献

1) Ryosuke Matsumoto, et al., Three-dimensional Microstructure of Frost Layer Measured by Using X-ray μCT, JTST, 13(1), (2018), p.JTST0014.
2) Ukichiro Nakaya, "Snow Crystals: Natural and Artificial", Harvard University Press, (1954).



(a) t = 8 min.
(b) t = 12 min.
(c) t = 30 min.
Fig.5 Three dimensional frost structure

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

冷却面の温度変化が霜層微細構造に与える影響の X 線 CT 可視化と数値解析

X-ray CT Visualization and Numerical Analysis of the Influence of Cooling Surface Temperature on Frost Microstructure

勝永　恭平（横国大・理工）　　前原　諒太（横国大・理工）　　荒木　拓人（横国大・工）
松本　亮介（関西大・システム理工）　　大久保　英敏（玉川大・工）
Kyohei KATSUNAGA, Yokohama National University
Ryota MAEHARA, Yokohama National University
Takuto ARAKI, Yokohama National University
Ryosuke Matsumoto, Kansai University
Hidetoshi Okubo, Tamagawa University
E-mail: katsunaga-kyohei-tg@ynu.jp

This study investigates the influence of cooling surface temperature on frost microstructure using X-ray CT and numerical modeling. A 1-D non-homogeneous model was improved by introducing a temperature-dependent tip density function based on 3-D visualization results. The proposed model effectively reproduced the high-density layer near the substrate and the spatial density distribution. While initial growth stages require further refinement, the model shows better agreement with experimental data than conventional fixed-density models.

１．はじめに

熱交換器表面への着霜は熱抵抗の増大や流路閉塞を引き起こし，システム性能を著しく低下させる深刻な問題である．機器の最適設計や除霜制御の効率化には，様々な環境条件下での霜成長を理解し高精度に予測することが必要である．これまで，霜層の可視光による観察や高さ測定，総重量・密度の推移などからの検討はされてきたが，成長中の内部構造については不明な点が多かった．

そこで本研究では，X 線 CT スキャンを用い，特に今回は基板温度の違いに着目し非破壊かつ非定常に霜層内部の微視的構造とその成長を測定した．その知見に基づいて，１次元非均質を仮定した数値解析モデルの改良とその妥当性確認を実施したので報告する．

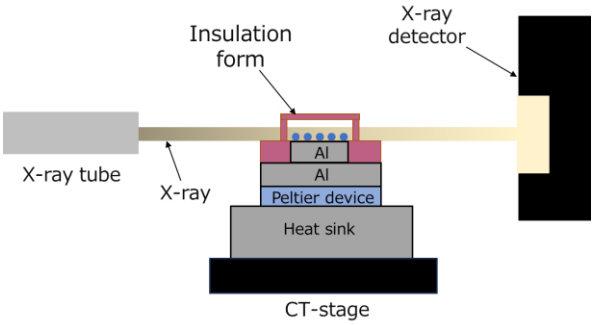


Fig. 1 Schematic of the measurement and visualization setup for X-ray CT imaging

２．霜 CT 可視化実験装置の概要と撮影結果

図 1 に装置の概要を示す．ペルチェ素子によって冷却面であるアルミ板を－5℃に冷却し，露点約 15℃の加湿空気を 500 mL/min 供給することでまず冷却面上に凝縮液滴を 10 分間成長させた．その後，冷却面温度を－6～－18℃に下げることで液滴を凍結させ，その上に成長した霜層の内部状態・構造の変化を X 線マイクロ CT 装置（ヤマト科学 DM1000H-II（2K））によって可視化した．測定の際には霜が成長しないようカバーをしながら CT ステージを回転させ，約 7 分間撮影した画像から 1 枚の 3 次元構造を PC 上で再構成した．撮影された 3 次元画像の各ボクセルサイズはおよそ各辺 6.4 um である．

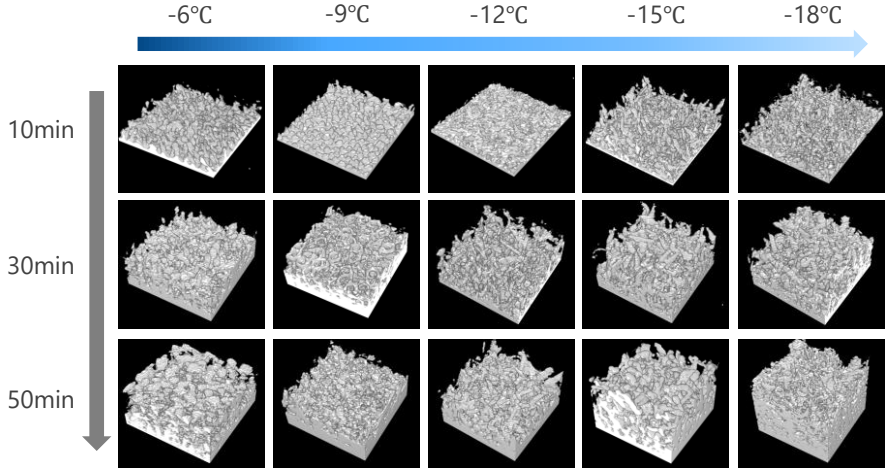


Fig. 2 Comparison of frost formation at substrate temperatures of －6, －9, －12, －15, and －18°C at 10, 30 and 50 min after the start of growth

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

図 2 に X 線マイクロ CT 装置で撮影した霜層の画像を凍結開始後の時間と冷却面温度ごとに示した．特に冷却面温度が−15℃近辺では，冷却時間が短い場合には針状の構造が目立ち，冷却時間が長くなることで板状の結晶が見受けられるようになった．これは水蒸気飽和度が高い場合に先端温度が−4～−10℃程度で針状結晶が優位になるとの結晶論的な報告 [1]や中谷ダイアグラム [2]的な観察と概ね整合している．また，図 3 に例として冷却面温度−12℃の場合の霜層の平均密度分布の時間変化を示した．これを見ると，20 分までの初期段階では特に先端が鋭く成長している様子が見て取れる．

3．数値解析手法と結果

霜層表面の水蒸気が過飽和状態にあると仮定し，図 4 のように霜層を氷結晶骨格と湿り空気からなる多孔質媒体とみなし，熱伝導方程式および水蒸気の拡散方程式を連立するモデル [3]をベースとした数値解析を実施した．前節の CT 観察等に基づき，先端生成霜密度ρ_{tip}が霜層表面温度T_{surf}の関数として動的に決定した．

$$\rho_{\mathrm{tip}}(T_{\mathrm{surf}}) = \rho_{\mathrm{min}} + (\rho_{\mathrm{f},0} - \rho_{\mathrm{min}}) \exp\left(-\frac{T_{\mathrm{surf}} - T_p}{T_{\mathrm{decay}}}\right) \quad (1)$$

ここで，$\rho_{\mathrm{f},0}$は初期霜密度（550 kg/m³），ρ_{min}は十分に成長した針状霜の密度（50 kg/m³）とした．具体的には，霜層先端の温度が$T_p = -10$℃以下の場合には高密度な平板状結晶を想定した高い密度の霜が生成され，表面温度の上昇に伴って低密度な針状結晶へと連続的に遷移するプロセスを簡易的に表現している．

このモデルの妥当性を確認するために，基板温度-12℃，着霜開始 40 分後における霜層内部の密度・分率分布の比較を図 5 に示す．ρ_{tip}を 50 kg/m³ 固定としたモデル（青点線）では，壁面直上から急激に密度が低下し壁面から 0.1 mm 付近で下に凸な形状となり CT によって測定された滑らかな分布（白丸）と大きく乖離している．一方，提案モデル（緑線）では，壁面近傍の高密度層が維持され，表面に向かって緩やかに減少する実験の傾向を良好に再現している．これは，壁面温度に近い領域での高密度な結晶生成を適切に考慮できたためである．

また図 6 に今回提案したモデルによる霜密度の時間変化を示した．これを測定された図 3 と比較すると，図 6 では成長初期の先端の成長と壁面から 0.5 mm 以内の高密度層の再現はできているものの，整合しない部分も多く他の温度帯を含め，今後のさらなる検討が必要である．

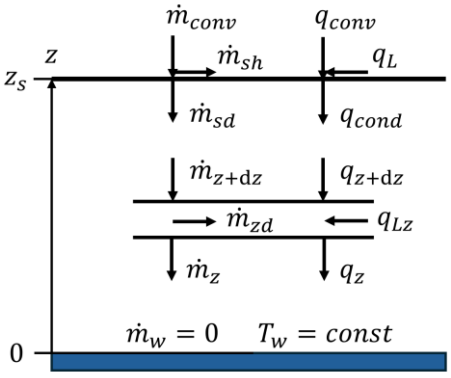


Fig. 4 Control volume for energy and mass balances in the 1-D non-homogeneous model

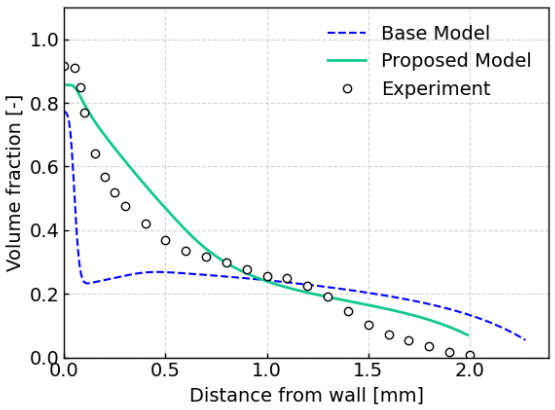


Fig. 5 Comparison of volume fraction distribution between experiment and simulations (t = 40 min).

参考文献

1) T. Kuroda, R. Lacmann: Growth kinetics of ice from the vapour phase and its growth forms, J. Crystal Growth, 56(1), 99. 189-205, 1982.
2) Y. Furukawa and John S. Wettlaufer: Snow and ice crystals, Physics Today, 60, pp. 70-71, 2007.
3) A. E. Cheikh and A. M. Jacobi: A mathematical model for frost growth and densification on flat surfaces, Int. J. Heat and Mass Transfer, 77, pp. 604-611, 2014.

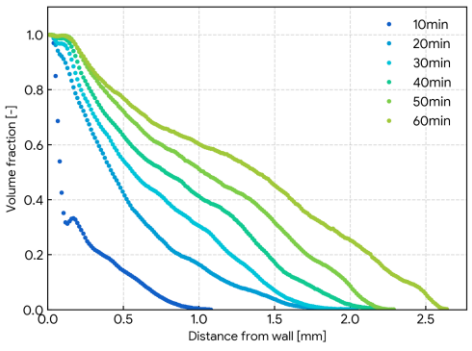


Fig. 3 Measured time evolution of the spatial distribution of frost volume fraction at T = -15℃

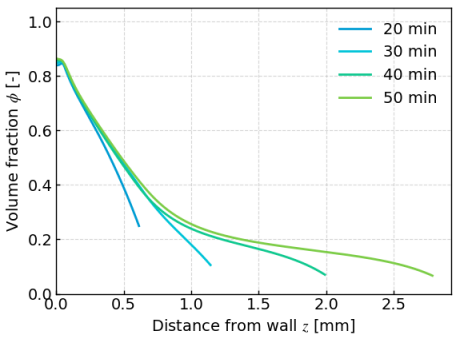


Fig. 6 Simulated time evolution of the spatial distribution of frost volume fraction at T = -15℃

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ナノ構造の形態が固液界面における熱伝導に与える影響
Influences of Nanostructure Morphology on Heat Conduction over Solid-Liquid Interfaces

芝原　正彦（大阪大・工）　安保　遼平（大阪大・工）　藤原　邦夫（大阪大・工）
Masahiko SHIBAHARA, The University of Osaka
Ryohei ABO, The University of Osaka
Kunio FUJIWARA, The University of Osaka
E-mail: siba@mech.eng.osaka-u.ac.jp

Heat transfer over solid–liquid interfaces is essential in various engineering fields, such as liquid cooling and thermal interface materials. The significance of interfacial thermal resistance (ITR) increases in overall heat transfer generally when we manage heat transfer at small scales. We aim to systematically understand the influences of nanostructure morphology on the ITR over solid-liquid interfaces in the present study. Non-equilibrium molecular dynamics simulations were performed employing platinum surfaces with particle-like and slit-like nanostructures. We employed the solvent accessible surface area to quantify the solid–liquid contact area. The predictions of overall ITRs via the parallel thermal circuit model with local ITRs showed agreement with those calculated using molecular dynamics simulations. The present results revealed that the reduction of the overall solid-liquid ITR was primarily caused by the magnification contact area in addition to lower local ITR of nanostructures.

１．序論

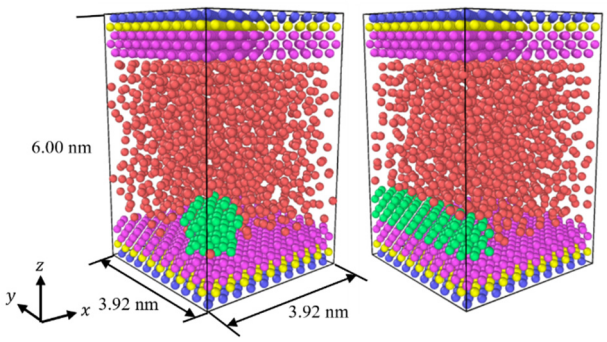
コンピュータを含む電子機器の発熱密度の増加に伴い，液体や相変化を利用したさまざまな冷却方法が開発されている．また，半導体デバイスの小型化や高集積化により，多様で複雑な界面が形成されることから，界面における熱抵抗（ITR: interfacial thermal resistance）の予測や制御が重要となっている．このような背景から，固液界面熱抵抗に関するさまざまな研究が実施されてきているが，近年では，分子シミュレーションを利用して固液界面熱抵抗の予測が行われるようになってきた．適用範囲は，基礎的な現象理解を目的としたモデル系から TIM のような実用的な系までさまざまである．さらに，固液界面熱輸送の詳細な理解を目的として，局所界面熱抵抗を求める試み[1,2,3]や単原子スケールの熱流の描像[4,5]などが分子動力学解析によって明らかにされている．また，界面熱輸送の工学的制御を目的として，矩形ナノ構造の影響[1,2,3]や原子の幾何配置による界面熱輸送の変化[6]も明らかにされている．これらの先行研究は，固液界面におけるナノ構造の形態，すなわち，形状や特性長さによって，固液界面における熱輸送を制御できる可能性を強く示唆しているが，系統的な理解はなされていない．

以上より，本研究では，任意のナノ構造の形態が，固液界面の熱伝導，すなわち，固液界面熱抵抗に与える影響を理解すること目的とした．そのためには，任意のナノ構造の固液界面を設定して表面積を評価する必要があるが，本研究では溶媒接触可能表面積 (SASA: solvent-accessible surface area)[7]を用いて規定することを試みた．本稿では，SASA で規定したナノ構造界面とナノ構造を構成する原子と液体分子間で輸送される熱流束を用いて，ナノ構造だけに起因する局所界面熱抵抗を抽出し，ナノ構造の形態に依存した固液界面全体の熱抵抗変化の主要因について議論する．

２．計算方法

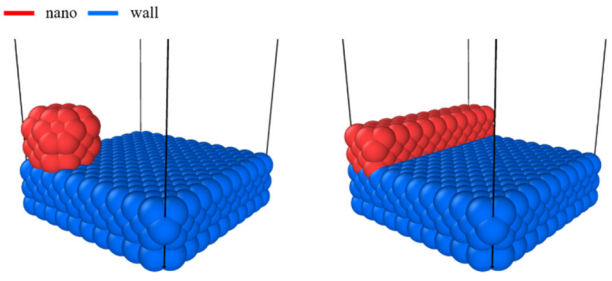
図 1 に示す平行な完全結晶面(100)の下面に任意のナノ構造が付着した計算モデルを用いた．壁面は Pt 原子，液体は Ar 分子を用いるとし，相互作用は 12-6Lennard-Jones ポテンシャルで計算した．本研究ではさまざまな形態のナノ構造について調査を行ったが，本稿では図 1 に示す粒子状またはスリット状構造の場合の結果についてのみ説明する．計算手順や計算方法は先行研究[1,2]とほぼ同様であるが，上下壁面を Langevin 法によってそれぞれ 130K, 80K に温度制御することで，系内に温度勾配を形成し，定常状態における固液界面における温度差，熱流束から界面熱抵抗を計算した．なお，Lennard-Jones ポテンシャルで表現される単純な液体分子では一般的な議論はできないが，Ar-Pt 界面[1,2]で観察された構造による局所的な熱輸送の変化が，H_2O-Pt 界面[3]や H_2O-Si 界面[6]でも観察されている．

次に下面をナノ構造とそれ以外の壁面に分離して，それぞれの局所熱抵抗を計算する方法とナノ構造を含む下壁面全体の熱抵抗の計算方法を説明する．本研究では複雑な



(a) Particle　　(b) Slit

Fig. 1 Calculation systems for nanostructured surfaces : (a) Particle and (b) Slit.



(a) Particle　　(b) Slit

Fig. 2 Schematic illustrations of SASA for nanostructured surfaces: (a) Particle and (b) Slit.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

形態をもつナノ構造によって形成される固液接触面積を統一的に計測するために，SASA を用いた．Ar 分子と Pt 原子の van der Waals 半径の和を用いて SASA を図 2 のように定義し，そのうち液体領域に露呈された領域を固液界面と定義した．本研究では，ナノ構造またはそれ以外の壁面を構成する固体原子が形成する界面をそれぞれ nano，wall の添え字で表現することした．このような方法で求めたナノ構造ならびにそれ以外の壁面の局所界面積をそれぞれ A_{nano}, A_{wall} と表現する．次に，２つの局所界面を通過する単位時間あたりのエネルギーは，ナノ構造を構成する原子とそれ以外の壁面を構成する原子にはたらく液体分子からの作用力と原子速度の内積の和から近似的に求めることができる．これらのエネルギー流束を局所界面積で除することで局所熱流束を求め，各局所界面近傍の固体原子と液体領域の温度差を局所熱流束で割ることで，局所界面熱抵抗 r_{nano}，r_{wall} をそれぞれ求めた．

ナノ構造を含む下面全体の有効界面熱抵抗の計算方法はいくつか提案されている．本研究では先行研究[1,2]を参考にして，ナノ構造を除く下壁面の最上部の固体原子位置に xy 平面に平行な検査面を設定し，ナノ構造を除いた液体領域の一次元温度分布を線形的に外挿して交点を求めることで液体界面温度を求めた．この液体界面温度と検査面における固体原子層との温度差を，系の xy 断面を定常的に通過する熱流束で除することで，固液界面全体の有効熱抵抗（R_{overall}: overall ITR）を求めた．また，熱工学で用いられている熱回路網法を用いて，局所界面熱抵抗 r_{nano}，r_{wall} が並列熱回路を形成していることを仮定すると，次式により界面全体の有効熱抵抗の予測値（R_{TCM}）を見積もることができるため，本研究ではそれを求めて R_{overall} と比較した．ここで，A_{overall} は計算領域の xy 断面積である．

$$R_{\mathrm{TCM}} = \frac{A_{\mathrm{overall}}}{A_{\mathrm{nano}}/r_{\mathrm{nano}} + A_{\mathrm{wall}}/r_{\mathrm{wall}}} \qquad (1)$$

３．計算結果と考察

図 1 に示す粒子状構造系とスリット状構造系における局所界面熱抵抗の分子動力学シミュレーションによる計算値を表 1 に示す．ナノ構造の形状によって，局所 ITR に差異があること，ならびに，ナノ構造部以外の下壁面と比べてナノ構造の局所 ITR が有意に低下していることが分かる．これは先行研究[1,2,3]において，矩形スリット構造の上角部で有意に局所 ITR が低下することが報告されており，同様の現象が生じていると考えられる．このような局所 ITR の低下は，ナノ構造を構成する固体原子の幾何学的拘束条件が完全結晶面とは異なり，その振動特性が低周波側にシフトすることで説明されているが，図 1 に示す２つの付与構造でも同様の現象が生じていると考えられる．

次に，界面全体の有効熱抵抗について，分子動力学シミュレーションによる計算値 R_{overall} と熱回路網法による予測値 R_{TCM} を表 2 に示す．ナノ構造の形態によらず，R_{overall} と R_{TCM} は 4%以下の誤差で一致することが分かる．式(1)において，任意形態のナノ構造付与の影響は右辺の分母の第 1 項のみに集約されることから，界面全体熱抵抗の低減は，ナノ構造の形態によらず，より低い局所 ITR を有するナノ構造の付与と界面積の増大に起因すると考えられる．

４．結論

任意のナノ構造の形態が, 固液界面の熱伝導, すなわち, 固液界面熱抵抗に与える影響を理解すること目的とし，簡易なポテンシャルで表現された固液界面系において，任意のナノ構造を付与した場合の界面熱輸送の変化を調べた．本研究では任意のナノ構造の固液界面を溶媒接触可能表面積 (SASA)を用いて規定し，ナノ構造界面積と構造を構成する原子から輸送される熱流束を用いて，ナノ構造のみの局所界面熱抵抗を抽出した．その結果と並列熱回路モデルから算出された固液界面全体の有効熱抵抗は分子動力学シミュレーションによる計算値とよく一致することから，ナノ構造が固液界面熱抵抗に与える影響は，ナノ構造近傍の局所 ITR の変化とその付与による界面積の増大に起因すると考えられる．

SASA を用いた場合の局所熱流束の厳密な算出方法の検討やナノ構造の形態によって近傍の固体原子や液体分子の振動特性がどのように変化するか，さらに最適なナノ構造の形態はどのようなものかについては，今後，詳細に検討する必要がある．

Table 1 Local interfacial thermal resistances for various nanostructured surfaces.

	r_{nano} (10^{-7}Km^2/W)	r_{wall} (10^{-7}Km^2/W)
(a) Particle	2.09	2.65
(b) Slit	1.99	2.58

Table 2 Overall interfacial thermal resistances for various nanostructured surfaces.

	R_{overall} (10^{-7}Km^2/W)	R_{TCM} (10^{-7}Km^2/W)
(a) Particle	1.56	1.62
(b) Slit	1.40	1.45

謝辞

本研究は, 科学研究費補助金(No.23K26050)の助成を受けた. ここに記し, 謝意を表する.

参考文献

1) T. Omori, M. Shibahara, “Molecular dynamics study on the effects of cuboid nanostructure on the distribution of local thermal resistance at a solid‑liquid interface”, *Int. J. Therm. Sci.*, 215, 110019, (2025).
2) Y. Oki, K. Fujiwara, M. Shibahara, “Molecular dynamics study of the distribution of local thermal resistances at a nanostructured solid-liquid interface”, *J. Therm. Sci. Technol.*, 19 (1) (2024).
3) Y. Ueki, S. Matsuo, M. Shibahara, “Molecular dynamic study of local interfacial thermal resistance of solid-liquid and solid-solid interfaces: water and nanotextured surface”, *Int. Commun. Heat Mass Transfer,* 137 (2022) 106232.
4) K. Fujiwara, M. Shibahara, “Atomic–scale thermal manipulation with adsorbed atoms on a solid surface at a liquid–solid interface”, *Sci. Rep.*, 9 (2019) 13202.
5) K. Fujiwara, M. Shibahara, “Detection of heat flux at single-atom scale in a liquid-solid interfacial region based on classical molecular dynamics”, *Appl. Phys. Lett.*, 114, (2019) 011601.
6) Y. Motokawa, K. Fujiwara, M. Shibahara, “Thermal transport across liquid-solid interface with a single atomic structure based on the radial density depletion length at a surface solid atom”, *J. Phys. Chem.* C, 128 (20) (2024) 8440–8448.
7) A. Shrake and J. A. Rupley, “Environment and exposure to solvent of protein atoms. Lysozyme and Insulin”, *J. Mol. Biol.*, 79(2), (1973) 351–371.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

特別セッション | 特別セッション（OS-11：熱物質輸送の機能形態学）

2026年5月17日(日) 16:10 ~ 16:55 | F会場(環境棟：7階講義室)

OS-11 (2)

座長:松本 亮介(関西大学)

16:10 ~ 16:25

[26016] 上皮組織の形態形成におけるパターン選択と熱対流との数理的対応

*井上 康博[1] (1. 京都大学)

16:25 ~ 16:40

[26017] 銀ナノワイヤネットワークの接続形態に基づく電気伝導特性

* 博文[1]、若松 勇希[2]、巽 和也[1] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学)

16:40 ~ 16:55

[26018] マイクロ流路における血栓形成時のフィブリン形成形態

*巽 和也[1]、太田 茂[1]、平方 秀男[2]、杉田 尚子[3] (1. 京都工芸繊維大学、2. 京都大学、3. 京都医療センター)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

上皮組織の形態形成におけるパターン選択と熱対流との数理的対応

Mathematical analogy between pattern selection in epithelial morphogenesis and thermal convection

井上　康博（京都大・工）
Yasuhiro INOUE, Kyoto University
E-mail: inoue.yasuhiro.4n@kyoto-u.ac.jp

Epithelial folding is a morphogenetic phenomenon that underpins biological function, observed in contexts such as cortical gyrification, intestinal villi, and developing organ primordia. In this talk, we demonstrate how asymmetry in the environmental constraints surrounding a tissue influences buckling-pattern selection in an epithelial sheet and show that the governing equation obtained from variation with respect to the out-of-plane displacement has the same algebraic structure as the Swift–Hohenberg equation. Noting that this equation was originally introduced to describe Rayleigh–Bénard convection, we discuss the relationship between the two systems in terms of shared mathematical structures underlying critical phenomena.

１．はじめに

上皮組織は，体表面や内臓表面を覆う単層あるいは多層のシート状細胞集団であり，発生過程において複雑な折りたたみ構造を形成する[1,2,3,4]．上皮は周囲の物理環境による拘束を受け，一般に，上皮の apical 側と basal 側で拘束条件は非対称である．この非対称性が折りたたみパターンの選択に本質的な役割を果たす可能性がある．一方で人工物に目を向けると，球面上の弾性二層膜における皺形成では，内層厚と薄膜厚の比が labyrinth パターンと六角パターンの遷移を決定することが実験的に示されており，その理論解析には Swift-Hohenberg（SH）型方程式が用いられている[5]．SH 方程式は元来，Rayleigh-Bénard（RB）対流の近臨界表現として提案されたものであり[6]，有限波数不安定性に基づくパターン選択の数理モデルとして広く知られている[7]．

本講演では，環境拘束の非対称性が上皮折りたたみパターンに与える影響を，3 次元バーテックスモデルによるシミュレーションおよびエネルギー汎関数に基づく連続体力学モデルにより明らかにした研究成果を紹介する．とくにエネルギー汎関数の変分から得られる方程式は SH 方程式と同様の代数構造をしており，これをもとに RB 対流との数理的対応について議論する．

２．多細胞力学の数理モデル

上皮組織を構成する上皮細胞を多面体として表現し，上皮シートを多面体の頂点・辺ネットワークとしてモデル化する[8,9]．これら多面体に対して，細胞のエネルギーを定義し，頂点におけるエネルギー勾配を駆動力として頂点位置を更新する．これにより，多細胞スケールの変形を表すことができ，この手法を 3 次元バーテックスモデルと呼ぶ．詳細は参考文献[8,9]を参照されたい．次に，3 次元バーテックスモデルの結果をエネルギーの観点から議論するため，上皮シートの連続体エネルギー汎関数を構成した．細胞増殖による面内圧縮を受けるシートの無次元面外変位 $\tilde{w}(t,x,y)$ に対し，変分原理から過減衰緩和方程式を導くと，

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\Delta}^2\tilde{w} - \tilde{\Delta}\tilde{w} - N(\tilde{w}) \qquad (1)$$

ここで $\tilde{\Delta}$ は無次元ラプラシアンであり，非線形項は

$$N(\tilde{w}) = \alpha\{R(\tilde{w} - (1-\Lambda)) - R(-\tilde{w} - \Lambda)\} \qquad (2)$$

で与えられる．$R(x)$ はランプ関数（$R(x) = x$ for $x \geq 0$, $R(x) = 0$ for $x < 0$）であり，上下壁との接触拘束を表す．

３．結果

まず，上皮組織を挟む環境拘束の影響を調べるため，その拘束がどの程度 apical/basal 側に偏っているかを表す非対称度 Λを導入した．3 次元バーテックスモデルによる多細胞力学シミュレーションで，Λを 0 から 1 まで変化させると，折りたたみパターンは系統的に遷移した．$\Lambda = 0$（basal 側が壁に近い）では apical 側に突出する点状隆起(dot)が形成され，Λの増加とともに隆起が伸長して迷路状パターン(labyrinth)へ遷移し，$\Lambda = 0.5$で最も長い畝状の折りたたみとなった．さらにΛが増加すると，basal 側への陥没が卓越する穴状パターン(hole)へ移行した．連続体モデル（式(1)）を周期境界条件下で数値積分したところ，Λ の変化に伴う dot→labyrinth→hole の遷移が再現された．

４．考察・まとめ

連続体モデルの線形部 $-\tilde{\Delta}^2\tilde{w} - \tilde{\Delta}\tilde{w}$ は，平面波 e^{ikx} に対して成長率$\sigma(k) = -k^4 + k^2$を与え，$0 < k < 1$ の帯域で不安定化する有限波数不安定性を示す．これは，SH 方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -a\Delta^2 u - b\Delta u - ru + N(u) \qquad (3)$$

と同じ代数構造を持つ．SH 方程式は元来，RB 対流の近臨界表現として導入されたものであり[6]，有限波数不安定性に基づくパターン選択のモデルとして広く知られている[7]．

上皮組織の座屈パターン選択を表す本モデルの非線形項は，壁接触拘束に由来するランプ関数型であり，SH 方程式で一般に用いられる多項式型（例：$-cu^3$）とは異なる．ただし，拘束体をコラーゲンなどの細胞外マトリクスを非線形弾性体として記述する場合には，エネルギーを面外変位の偶数次（$u^2, u^4, \ldots$）で展開でき，その変分から多項式型の非線形項が現れるため，標準 SH 型に帰着する．したがって，本研究で得られた上皮座屈のパターン選択は，有限波数不安定性という普遍的な数理構造のもとで理解でき，熱対流との関係は，機構臨界現象における数理構造の共通性として位置づけられる．

参考文献

1) T. Tallinen et al., Nat. Phys., 12, 588–593 (2016).
2) A.E. Shyer et al., Science, 342, 212–218 (2013).
3) M.J. Milnor et al., Wilehm Roux Arch. Dev. Biol., 193, 180–186 (1984).
4) K. Matsuda et al., Sci. Rep., 7, 13939 (2017).
5) N. Stoop et al., Nat. Mater., 14, 337–342 (2015).
6) J. Swift and P.C. Hohenberg, Phys. Rev. A, 15, 319–328 (1977).
7) M.C. Cross and P.C. Hohenberg, Rev. Mod. Phys., 65, 851–1112 (1993).
8) Y. Inoue et al., Biomech. Model. Mechanobiol., 15, 1733–1746 (2016).
9) K. Morikawa, D. Kuroda, and Y. Inoue, Sci. Rep. (2022). DOI:10.1038/s41598-022-15343-y.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

銀ナノワイヤネットワークの接続形態に基づく電気伝導特性
Electrical Transport in Silver Nanowire Networks Based on Network Morphology and Connectivity

Gu Bowen（京都工繊大・工）　　若松　勇希（京都大・工）
巽　和也（京都工繊大・工）
Bowen GU, Kyoto Institute of Technology
Yuki WAKAMATSU, Kyoto University
Kazuya TATSUMI, Kyoto Institute of Technology
E-mail: ktatsumi@kit.ac.jp

Silver nanowire (Ag-NW) network films are promising materials for transparent electronic devices owing to their high conductivity and mechanical flexibility. We investigated how nanowire orientation and number density affect current distribution, contact resistance, sheet resistance, and Joule heating. The two-dimensional temperature field under current flow was visualized by thermoreflectance imaging, and inverse analysis combined with numerical simulations was used to estimate current distribution and junction resistance. The results show that sheet resistance and the number of current paths exhibit a minimum and a maximum, respectively, with orientation. This behavior arises from a trade-off between reduced junction-numbers per path and changes in network connectivity. Aligned networks concentrate current into fewer paths, enhancing Joule heating and hot-spot formation. A stochastic model reproducing these dependencies was also developed.

１．はじめに

線径約 100 nm, 長さ 10～100 μm の銀ナノワイヤ（Ag-NW）を数層の厚みで散布して形成したネットワーク薄膜は，高い電気伝導性，光学的透明性，および機械的柔軟性を兼ね備えた多機能材料として広く研究されている[1,2]．その Ag-NW 膜の電気的性能の向上には，電気抵抗の低減が不可欠であり，一方で電気的・熱的特性のばらつきが小さく温度分布が均一であることが，高い信頼性の実現に重要である[3]．このような高性能かつ高信頼な Ag-NW 膜を実現するためには，電流分布，Ag-NW 同士の接点の接触電気抵抗，発熱と温度分布を含む電気的・熱的特性を明らかにすることが求められる．そして，Ag-NW 膜のマクロな電気的・機械的・熱的特性は，微視的な物性に加え[4]，Ag-NW の散布様式や接点抵抗分布などのネットワーク接続形態に強く支配される[5,6]．

本研究では，サーモリフレクタンスイメージング（TRI）により Ag-NW ネットワークの温度分布を計測し，数値計算および逆解析を組み合わせることで電流分布および接点抵抗を推定する[7]．さらに，シート抵抗を測定する．これらの結果に基づき，Ag-NW の数密度，配向，接点抵抗などの接続形態がシート抵抗および電流・発熱分布に及ぼす影響を明らかにし，接続形態が電流経路形成およびシート抵抗に与える影響を明示的に組み込んだ確率モデル（コンパクトモデル）を構築することを目的とする．

２．実験および計算手法

試料は，平行配置 Au 電極を形成したガラス基板上に，直径約 120 nm, 長さ 10～30 μm の Ag-NW を真空ろ過法により転写し，電極間に数層厚で堆積させたネットワーク薄膜である．サーモリフレクタンスイメージング（TRI），数値計算，逆問題解析，およびシート抵抗測定を実施した．TRI は，温度依存反射率変化を利用して表面の二次元温度分布を取得する手法であり，Ag-NW への通電により生じるジュール発熱に起因する温度分布を，1 μs の時間分解能で計測した．数値計算では，ナノワイヤを接点で離散化し，オームの法則およびキルヒホッフの法則に基づく行列方程式を解いて電流分布を求め，エネルギー保存式から温度分布を算出した．得られた温度分布と計算結果が一致するよう逆解析を行い，Ag-NW の接点抵抗および Ag-NW と基板の熱コンダクタンスを同定した．さらに，電極間抵抗を測定し，試料寸法からシート抵抗を算出した．

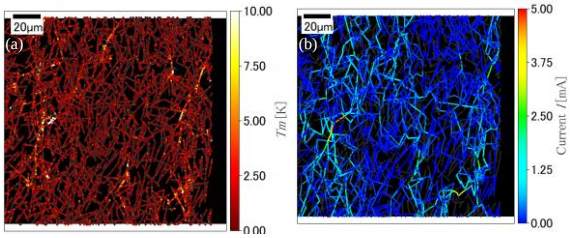


Fig. 1 (a) Temperature distribution of oriented Ag-NW network obtained by TRI measurement, and (b) Current distribution of the Ag-NW network obtained by inverse analysis.

３．数理モデル

Ag-NW ネットワークのシート抵抗および配向の影響を表現するため，数理モデルを構築した．本モデルでは，配向度が電流経路形成確率に与える影響を考慮した．電極間抵抗 R_{E} は，ナノワイヤ内部抵抗と接点抵抗の寄与を含めて次式で表される．

$$R_{\mathrm{E}} = \left(R_{\mathrm{nw}} \frac{L_{\mathrm{E}}}{\sin\theta_{\mathrm{nw}}} + R_j\left(n_{\mathrm{edge}} - 1\right) \right) \frac{1}{n_{\mathrm{path}}} \qquad (1)$$

ここで，R_{nw} は単位長さ当たりのナノワイヤ抵抗，R_{j} は接点抵抗，L_{E} は電極間距離，θ_{nw} は Ag-NW の配向角である．n_{path} は電極間を結ぶ電流経路数であり，配向および数密度に依存し，次式で表される．

$$n_{\mathrm{path}} = \tilde{n} P_{\mathrm{edge}}^{n_{\mathrm{edge}}} \qquad (2)$$

P_{edge} は Ag-NW がエッジ（接続要素）を有する確率を表し，ポアソン分布に基づいて求められる．$\tilde{n}$ は Ag-NW の断面線，すなわち電極に平行な線を横切る Ag-NW の本数を示す．

４．結果と考察

図 1 に TRI 計測により得られた Ag-NW の温度分布を示す．温度は一様ではなく，ネットワーク内には高温領域や顕著に高温なホットスポットが生成された．図 3(b)は，計算による温度分

布が測定結果と一致するように逆解析によって求めた電流分布を示す．電流はネットワーク全体に均一に流れるのではなく，高い電流密度領域を含む特定の経路を形成していた．そのパターンは温度分布で観察されたものと一致している．Ag-NWの昇温はジュール発熱に起因するが，ワイヤとガラス基板との間の熱伝達は Ag-NW に沿う熱伝導と比較して大きいため，Ag-NW の温度変化においてジュール発熱の分布の影響が支配的であり，電流密度分布と強い相関を示す．

図 2 は，散布密度 n' = 1.6, 3, 5 における Ag-NW ネットワークについて，数値計算によって得られた電流経路数 n_{path} を示している．また，式(2)を用いたモデルによって得られた対応する結果を合わせて図中に示す．本モデルは，すべての n' の値において数値計算結果と良好に再現している．配向度の増加に伴う n_{path} の初期的な増加と，より高い配向度におけるその後の減少の双方を正確に予測している．また，最小値は数値計算から得られた値に近い値で生じている．以上から Ag-NW ネットワークにおける電流経路数を適切に表現できることがわかる．

図 3 は，接点抵抗 R_j=100 Ωにおける数値計算から得られた散布密度 n'とシート抵抗 R_{sh} の関係を両対数グラフとして示す．同図に式(1)を用いたモデルによって求めたシート抵抗も示す（parallel-path (p.p)モデル）．加えて，Kumar ら[9], Sugihara らの long-edge および all-contact モデル[8], Forro ら[10]のモデルも合わせて示す．計算における R_{sh} は n'に対して n'=1.5 あたりを境に二つの傾きを示すが，本モデル（p.p.モデル）は n'が小さい領域でも計算とよく一致する．

他のモデルと比較して本モデルが計算と良好に一致した理由は，経路数を考慮したためである．他のモデルでは，通電方向の断面方向を横切る Ag-NW すべてに電流が流れると仮定している．特に，Ag-NW の散布密度が小さい条件および Ag-NW の配向を考える場合において，経路数を考慮することが重要であるといえる．

これらの結果は，ランダムな状態から Ag-NW の配向度を高めると，導電経路を形成するために必要なナノワイヤの本数が減少することにより，初期的には電流経路数が増加することを示している．その結果，電流経路数の増加によりシート抵抗は低下する．しかしながら，配向度がさらに増加すると，Ag-NW 同士の交差確率が低下するため，電流経路数は減少する．この効果が最終的に支配的となり，シート抵抗の大幅な増加を引き起こす．

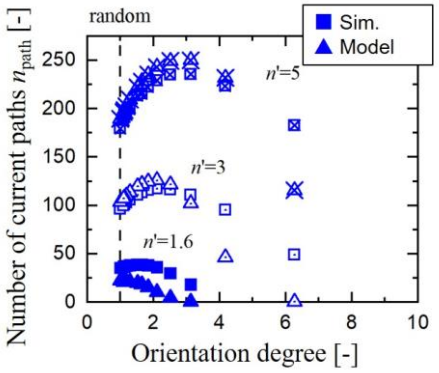


Fig. 2 Schematic illustrations of (a) primary and (b) secondary hemostatic thrombus formation in an injured blood vessel, and (c) fibrin fiber generation from activated platelets adhered to the microchannel wall.

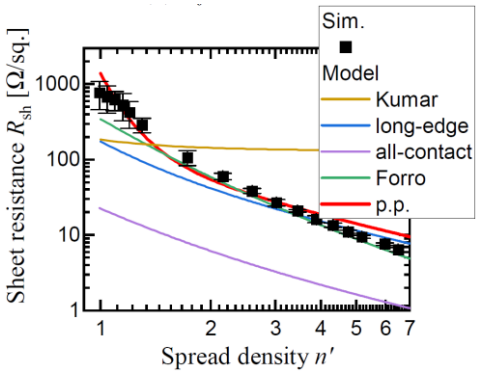


Fig. 3 Relationship between spread density n' and sheet resistance: comparison between simulation and models.

５．結言

本研究では，Ag-NW ネットワークにおける電流分布および温度分布，ならびにシート抵抗の測定と解析を行い，Ag-NW ネットワークの散布密度，配向度，および接点抵抗といった接続形態の違いがこれらの特性に与える影響について検討した．その結果，配向度の増加は初期的に電流経路数を増加させ，シート抵抗を低減させるが，過度な配向はナノワイヤ間の交差確率を低下させることで抵抗を増大させることを示した．さらに，電流経路を考慮した本モデルは，経路数と配向度，およびシート抵抗と散布密度の関係について，他のモデルと比較して数値解析結果と良好に一致した．

参考文献

1) J. Y. Lee, S. T. Connor, Y. Cui, P. Peumans, P., Solution-processed metal nanowire mesh transparent electrodes, Nano Lett., 8(2), pp. 689–692, 2008.
2) S. De, T. M. Higgins, P. E. Lyons, E. M. Doherty, P. N. Nirmalraj, W. J. Blau, J. J. Boland, J. N. Coleman, Silver nanowire networks as flexible, transparent, conducting films: Extremely high DC to optical conductivity ratios, ACS Nano, 3(7), pp. 1767–1774, 2009.
3) H. H. Khaligh, I. A. Goldthorpe, Failure of silver nanowire transparent electrodes under current flow, Nanoscale Res. Lett. 8, 235, 2013.
4) A. T. Bellew, H. G. Manning, C. Gomes da Rocha, M. S. Ferreira, J. J. Boland, Resistance of single Ag nanowire junctions and their role in the conductivity of nanowire networks, ACS Nano, 9(11), pp. 11422–11429, 2015.
5) J. W. Borchert, I. E. Stewart, S. Ye, A. R. Rathmell, B. J. Wiley, K. I. Winey, Effects of length dispersity and film fabrication on the sheet resistance of copper nanowire transparent conductors, Nanoscale 7, 14496–14504, 2015.
7) M. Jagota, N. Tansu, Conductivity of nanowire arrays under random and ordered orientation configurations, Sci. Rep., 5, 10219, 2015.
8) Y. Sugihara, K. Tamai, Y. Wakamatsu, R. Kuriyama, K. Tatsumi, Investigation of joule heating, current, and junction resistance in silver-nanowire network using thermoreflectance imaging, Int. J. Heat Mass Trans., 260(1), 128426, 2026.
9) A. Kumar, N. S. Vidhyadhiraja, G. U. Kulkarni, Current distribution in conducting nanowire networks, J. Appl. Phys. 122(4), 045101, 2017.
10) C. Forró, L. Demkó, S. Weydert, J. Vörös, K. Tybrandt, Predictive model for the electrical transport within nanowire networks, ACS Nano, 12(11), 11080–11087, 2018.

マイクロ流路における血栓形成時のフィブリン形成形態
Fibrin Structural Morphology during Thrombus Formation in Microchannels

巽　和也（京都工繊大・工）　　太田　茂（京都工繊大・工）
平方　秀男（京都大・医）　　杉田　尚子（京都医療センター・医）
Kazuya TATSUMI, Kyoto Institute of Technology
Shigeru OHTA, Kyoto Institute of Technology
Hideo HIRAKATA, Kyoto University
Naoko SUGITA, Kyoto Medical Center
E-mail: ktatsumi@kit.ac.jp

In this study, venous thrombus formation and mass diffusion were investigated using a microchannel designed to replicate physiological conditions. Mass diffusion was found to be greater in blood than in water, likely due to the presence of red blood cells. The initial spatial distribution of the fibrin network and the activation of the platelets adhered to the wall was quantified by fluorescence imaging. Correlations among platelet activation at the channel wall, flow direction, and both the growth direction and area of the fibrin network were revealed. The results indicate that fibrin network formation was strongly influenced by the flow and suggested that mass diffusion from platelets played an important role in determining its structural pattern.

１．はじめに

静脈内に血栓が形成され，それが剥離して下流へ移動することで，深部静脈血栓症（DVT）や肺塞栓症（PE）などの静脈血栓塞栓症（VTE）と総称される致死的疾患を引き起こすことが知られており，本疾患による死亡者数は多い[(1)]．これらは血流のうっ滞を契機として発症することが多く，入院患者においても高頻度に認められることから，医療現場では先制的予防指針の確立が求められている．しかしながら，流れ場における静脈血栓の形成過程および物質拡散の影響に関する知見は依然として十分ではない．

血栓形成は，主に血管内皮細胞が何らかの要因により損傷を受けることから始まる．内皮損傷により，コラーゲンを主成分とする血管内皮下組織が露出すると，血流中の血小板がその受容体を介してコラーゲンと結合し，粘着する．続いて，図 1(a)に示すように，血小板は ADP などの活性化因子を放出するとともに，フィブリノゲンを介して他の血小板と結合し，損傷部位に凝集することで一次血栓を形成する．さらに，図 1(b)に示すように，血小板活性化に伴ってフィブリン繊維網が形成され，これが他の血球細胞を取り込みながら血栓を安定化させ，二次血栓へと進展する．

そこで本研究では，静脈内血栓形成の主要構成要素であるフィブリン繊維網構造の成長に着目し，図 1(c)の模式図に示すような血栓形成過程における，活性化血小板ならびに流れおよび物質拡散がその形成過程に及ぼす影響を明らかにすることを目的とした．そのために，マイクロ流路を用いて活性化血小板およびフィブリン繊維網パターンの可視化計測を行った．さらに，フィブリンの生成形状に着目し，物質輸送現象に基づく形態学的解析を行うことで，流れ場におけるフィブリン繊維網構造の形成メカニズムの解明を目指した．

２．実験手法

マイクロ流路は，カバーガラスおよび PDMS から構成される直線流路とした．血小板の非特異的活性化（内因系凝固）の抑制を目的として，流路全体にシグマコートを塗布した後，血管損傷を模擬するために一定区間にコラーゲンを成膜した．また，静止流体中での測定のため，直径 5 mm の開口部を有する PDMS とカバーガラスからなるウェルも併用した．流路への送液では，圧力一定条件下で流量 0.6～1.2 μL/min にて健常者由来のヒト全血を送液した．本条件は静脈内の壁面せん断応力に相当する．流路およびウェルの温度は，熱電対により測定し，温度制御ステージを用いて 37 ℃に保持した．

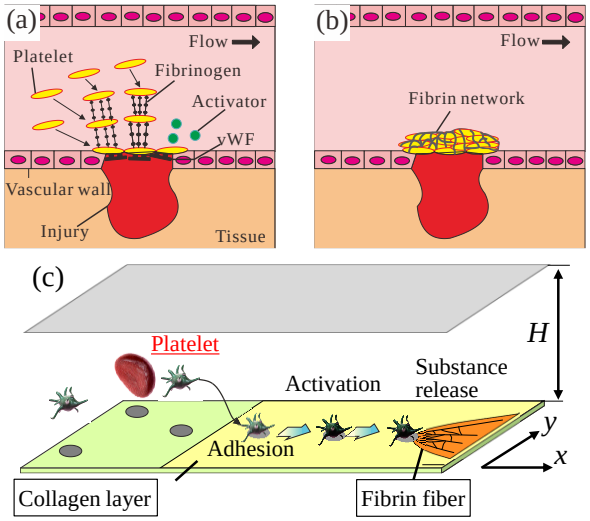


Fig. 1 Schematic illustrations of (a) primary and (b) secondary hemostatic thrombus formation in an injured blood vessel, and (c) fibrin fiber generation from activated platelets adhered to the microchannel wall.

フィブリン繊維網および血小板内 Ca^{2+}の可視化には，それぞれ Fibrinogen-Alexa Fluor R546（Thermo Fisher Scientific, F13192）および Fluo-4 AM（Dojindo, F312）を用いて蛍光標識を行った．蛍光観察には倒立顕微鏡および高感度カメラを用い，取得画像からフィブリン繊維網の配向角度および面積，ならびに血小板の蛍光強度を算出した．測定領域は，流路内のコラーゲン成膜領域上流端から下流 1 mm の位置における 262 × 262 μm²とした．

さらに，高速度カメラを用いてマイクロ蛍光粒子（粒径 1 μm，Thermo Fisher Scientific, CA94303）の水中および血液中における運動を撮影し，粒子のスパン方向拡散範囲を評価するとともに，その挙動に基づいて拡散係数を算出した．

３．結果と考察

図 2(a)および(b)に，それぞれマイクロ流路内の流れ場お

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

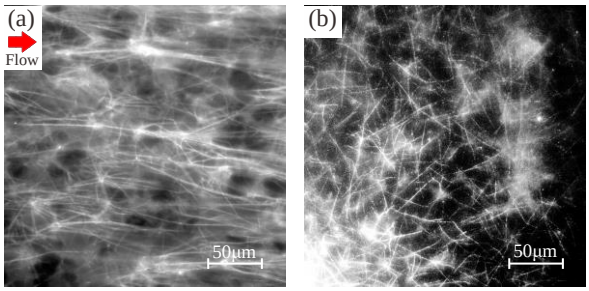


Fig. 2 Visualization of the fibrin network at the developed stage formed (a) in the microchannel under flow conditions and (b) in the well under static conditions.

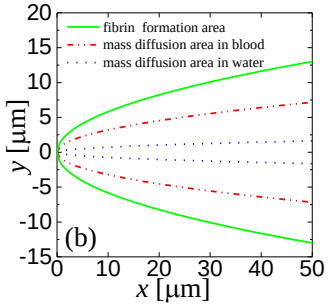


Fig. 3 The distributed area of fibrin fibers formed from a single platelet located at the coordinate origin, and mass diffusion region from a source at the coordinate origin, evaluated from particle tracking in water and blood flow.

よびウェル内の静止流体中で測定した発達段階のフィブリン繊維網の可視化画像を示す．図 2(a)は t =18 min，図 2(b)は t=48 min に撮影したものである．両者を比較すると，ウェル内ではフィブリン繊維網が等方的に成長するのに対し，流路内では流れの影響を強く受け，主流方向に沿って優先的に成長する異方的構造を示すことが分かる．

そこで，血小板から放出される活性化因子の拡散がフィブリン繊維網の成長に影響を及ぼすと仮定し，流れ場における物質拡散範囲とフィブリン繊維網形成領域との関係を検討した．

まず，流路下壁に付着した血小板を起点として，下流方向に $10 \le t \le 13$ min の間に形成された個々のフィブリン繊維（サンプル数 33）の形成開始位置および成長過程を重ね合わせた分布を基にフィブリン繊維網の見かけの拡散係数 D_{fibrin} を求め，フィブリン繊維網の見かけの形成範囲を求めた．この範囲を図 3 に 2 点鎖線として示す．

D_{fibrin} は以下の手順で算出した．まず，画像解析により，各フィブリン繊維が主流方向となす角度 θ の確率密度分布を求めた．このとき，各繊維を微小要素に分割し，各要素の角度から確率密度 n_θ を算出した．次に，$\Delta y_{\mathrm{fibrin}}=l\sin\theta$の関係式を用いて$\theta$ を $\Delta y_{\mathrm{fibrin}}$ に変換し，その確率密度分布を求めた．ここで，l は時間間隔 Δt における繊維成長距離の平均値である．さらに，$\Delta y_{\mathrm{fibrin}}$ の確率密度分布を曲線回帰することで標準偏差σを求め，これより D_{fibrin} を導出した．

なお，本手法では繊維長に応じた重み付けがなされるため，得られる D_{fibrin} は各繊維を分割せずに算出した真の拡散係数 D_{true} より大きくなる．しかし，D_{fibrin} に基づく形成領域は D_{true} による領域を包含すると考えられるため，フィブリン繊維網形成領域の評価として妥当であると判断した．

図 3 の破線は，マイクロ蛍光粒子の流路内スパン方向運

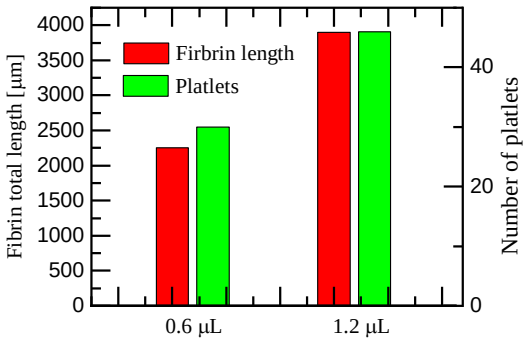


Fig. 4 Visualization of the fibrin network at the developed stage formed (a) in the microchannel under flow conditions and (b) in the well under static conditions.

動を測定して得た水および血液中の物質拡散係数に基づき算出した拡散範囲を示す．図ではフィブリン繊維網の見かけの形成範囲（実線）は血液中の物質拡散範囲は水中よりも大きいことが分かる．これは，血液中では血球の存在により流れ場が変化するためである[2]．さらに，フィブリン繊維網の形成範囲は血流中の物質拡散範囲と近い分布を示しており，両者に相関が存在する可能性が示唆された．フィブリン繊維網形成範囲が拡散範囲よりやや大きくなる要因としては，下壁に付着した赤血球を含む血球の影響により，局所的な流れ場および濃度場が変化したことが考えられる．

最後に，流速による影響を検討する．図 4 にフィブリン繊維の総長さと壁面に粘着した血小板数に与える流量（流速）の影響を示す．流速の増加に伴いフィブリン繊維網総長さおよび血小板数が共に増加する．まず，流速増加に伴う血小板数の増加については，流れにおける赤血球と血小板の衝突相互作用により血小板が壁面方向へ輸送されるが，流速が増加し，せん断速度が増加することで両者の衝突頻度が増加する．これに加えて，単位時間あたり流れる血小板数が増加することで，粘着数が増大したと考える．

次に，フィブリン繊維網総長さの増加要因として，壁面に粘着した血小板数の増加，および流速の増加に基づく壁面せん断応力の増加により，血小板の活性化と顆粒放出が促進され，フィブリン形成反応および隣接する血小板の活性化が促進したと考えられる．

4．結言

本研究では，マイクロ流路を用いて流れ場における血小板およびフィブリン繊維網構造の形成を可視化した結果，流れ場ではフィブリン繊維網が主流方向に異方的に成長し，その形成領域は血流中の物質拡散範囲と対応することが示された．また，流速増加に伴う血小板集積および凝固因子輸送の増加がフィブリン繊維網成長を促進することが示唆された．

参考文献

1) A. T. Cohen et al, Thrombus hemostasis, 98 (2007), pp. 756-764.
2) M. Saadatmand et al, Journal of Biomechanics, 44 (2011), pp. 170-175.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 13:20 ~ 14:35 | G会場(環境棟：FSホール)

パネルディスカッション

13:20 ~ 14:35

討論

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

全体イベント | その他

2026年5月17日(日) 12:00 ~ 13:10 | C会場(環境棟：4階講義室)

ランチョンセミナー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会