

土壌凍結過程における熱・水分連成数値解析手法の開発およびその発展 Development and advancement of coupled heat-water numerical analysis method for soil freezing process

○菊地駿*, 斎藤広隆*, 大石雅人**

○Kikuchi Shun*, Saito Hirotaka*, Oishi Masato**

1. はじめに

土壌凍結現象は自然界で生じるだけでなく、人工的に土壌を凍結させることで地盤を強靱化し、地盤改良工法としても広く利用される。そのような土壌凍結・融解過程における温度変化や氷含有量の推移は、数値計算によって従来以上の高精度で予測可能となってきた。本研究ではこれまでに開発してきた数値計算ソルバーをさらに改良・発展させ、メッシュ要素や計算手法の相違が計算結果および計算コストに与える影響を比較検討する。そして、それらの適用性および拡張性について詳述する。

2. 手法

非等温条件下の飽和凍結過程の熱移動の支配方程式はエネルギー保存則と土中の内部エネルギーの総和より次のように記述できる。

$$\left(C_p - L_f \rho_{ice} \frac{\partial \theta_{ice}}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (1)$$

ここで、 C_p は土壌の体積熱容量 [$J m^{-3} K^{-1}$], L_f は水の液固相間の潜熱 [$J kg^{-1}$], λ は土壌の熱伝導率 [$W m^{-1} K^{-1}$], ρ_{ice} は氷の密度 [$kg m^{-3}$], T は温度 [$^{\circ}C$], t は時間 [s], θ_{ice} は体積含水量 [$m^3 m^{-3}$]である。土壌の体積熱容量は土粒子、水、氷それぞれの体積熱容量に対して体積分率による加重平均として与えられる。一方土壌の熱伝導率は土粒子、水、氷の熱伝導率に対して体積分率による幾何平均として表される。また、(1)式には未知数として温度と体積含水量が存在するため、これらの関係式が必要となる。本研究では水分保持関数と一般化 Clausius-Clapeyron (GCC)式を用いることで、間隙液状水と温度の関係を求め間接的に体積含水量を求めた。ここで(1)式を数値的に解くため、有限要素法を用いて離散化し、Fortranを用いて数値計算ソルバーを実装した。有限要素法を用いることで、(1)式は次のように書き換えることができる。

$$K_T + C_T \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

ここで K_T , C_T はそれぞれ有限要素法より導出される熱伝導、熱容量マトリックスである。これらのマトリックスは図1に示した要素に応じた基底関数によって計算される。各要素の局所マトリックスを全体マトリックスに組み込むことで、(2)式を数値的に解くことができる。本研究では、三角形一次要素、三角形二次要素、四角形一次要素、四角形二次

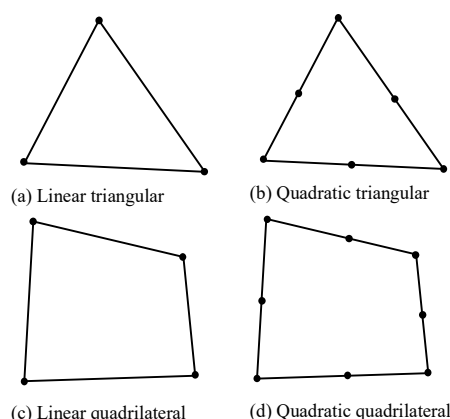


図1 有限要素法での二次元要素分割
Fig. 1 Two-dimensional element decomposition in FEM

* 東京農工大学大学院農学府 Graduated School of Agriculture, TUAT, ** 株式会社精研 SEIKEN CO., LTD. キーワード：土壌凍結, 数値計算, 有限要素法

要素について計算を行い、その結果を Neumann の解析解(Alfreds, 1966)と比較し、精度検証を行った。この際、横 5 m、縦 2 m の長方形計算領域に対し、三角形による要素分割数が四角形による要素分割数のおよそ二倍になるように要素を分割した。また熱物性値等については菊地ら(2025)に従うものとし、計算間隔は 30 秒、計算期間は 10 日間とした。また計算領域の左端より 0.1 m から 0.5 m まで 0.1 m ごとに観測点を設定した。

3. 結果・考察

Gmsh(Geuzaine et al., 2009)を用いて三角形一次要素、三角形二次要素、四角形一次要素、四角形二次要素について要素分割した結果を表 1 に示す。二次要素での計算では要素辺上に節点が追加されるため、それぞれ

の形状の一次要素と比べるとマトリックスの非零成分数が 6~8 倍程度多くなった。本研究では線形方程式の求解に BiCGSTAB を用いたため、計算時間はマトリックスの非零成分数にほぼ比例して長くなった。これらの各要素での温度の経時変化の計算結果と解析解を図 2 に示す。どの要素形状でも温度の変化傾向は同様となり、数値計算ソルバーへの実装が問題なくできていることが確認できた。ここで、解析解と各観測点における温度との平均二乗誤差を図 3 に示す。一次要素では計算コストが低い代わりに、二次要素よりも誤差が大きく計上される傾向が確認された。全体としてみると、三角形二次要素が最も節点が多いため、最終的な観測点全体での RMSE は最も小さくなった。しかし、計算時間の増加に比べれば精度向上の幅は小さかった。以上より非線形性を伴う土壌凍結現象の数値計算では、要素分割の次元や形状を変更しても、必ずしも解の精度が向上するとは限らず、むしろ誤差が増大する可能性もあることを念頭にいれ計算をする必要がある。一方で、本研究で用いた数値計算スキームはすべての手法で統一されているため、水分移動を含む問題への拡張性は高く、ガウス求積をはじめとする数値計算手法の精度向上も含め、今後も継続的に開発を進めていく。

引用文献

Alfreds, R.J. (1966): *Thermal soil mechanics*, pp.236-246. Rutgers University Press, New Jersey.
Geuzaine, C. et al.(2009): *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11), 1309-1331.
菊地ら (2025): 土壌の物理性, 159, 13-24.

表 1 計算領域の各要素による分割結果
Table 1 Results of division by each element of the calculation domain

	要素数	節点数	非零成分数
三角形一次要素	1000	545	3633
三角形二次要素	1000	2089	23353
四角形一次要素	506	553	4693
四角形二次要素	506	1611	24151

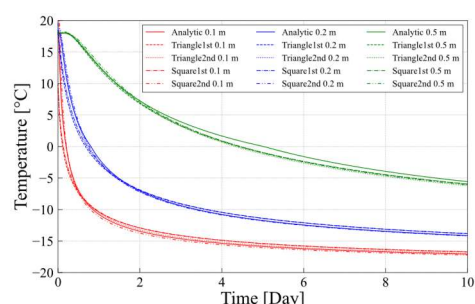


図 2 各観測点における温度の経時変化の比較

Fig. 2 Comparison of temperature variation over time at each point

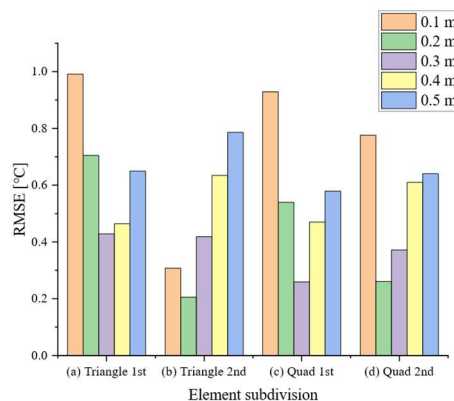


図 3 要素分割による各観測点における解析解との平均二乗誤差

Fig. 3 RMSE between analytical and numerical solutions by element subdivision type and observation point