

最近の乱流研究が教えること^{注)}

日野幹雄(東工大)

注)これは,2020.11.4に行われた土木学会 第65回水工学講演会 特別講演の発表原稿です。ただし、講演時に power point で示した引用図の多くは、ここでは削除しました。多少面倒になりますが、web で元論文を検索して頂きたい。Web 検索で元論文が無料で入手出来る場合もあります。

私は、戦後日本の水理学研究の第1世代の末尾に連なるもので、決して「レジェンド」ではなく、寧ろ「ゾンビ」とも言うべき人間です。遣り残したことが未だ未だありますが、もう研究費も時間も無く、これが実質的に「最後の研究活動」になると思います。

今日は、このような題でお話しします。

「最近の乱流研究が教えること」

初めは

「教科書は間違っている」とか、

「流体力学の教科書は書き直さなくてはならない」

とも考えたのですが、これでは少々刺激的過ぎるので、「最近の乱流研究が教えること」としました。

0. 最近の「乱流研究」の進歩

ここ20～30年間の「乱流研究」の進歩は、目覚ましいものです。しかし、これをリードしたのは、日本でも世界でも機械系、物理および物理出身の機械系、航空工学系の研究者であり、土木系の研究者の貢献は少ないのです。

戦後の第1世代の水理(土木)と水力(機械)研究者は、経験や実験に基づいたそれまでの公式を理論的に裏付けることやそれまでは解けそうになかった現象の理論解明を目指しました。従って、この世代の研究者は土木も機械も同じようなことを遣っておりまして。でも、土木ではその後、環境、水資源、災害など次々に新しい問題が提起され、乱流研究のような基礎的な問題が手薄になっています。これでは、土木は「置いてきぼり」になってしまいます。

今日は、具体的には、次の 11 課題について 解り易いように次の様に話します.

「最近の乱流研究が教えること」

目次

1. 乱流には構造がある – Corrsin (1954)の提唱
2. 壁乱流のコヒーレント(大規模秩序)構造の発見と展開
 - 2.1 渦とは何か
 - 2.1.1 渦と渦度は違う
 - 2.1.2 渦の定義 – 渦の定量的な数学的な定義
 - 2.2 乱れの計測法とその進歩
 - 2.3 壁乱流の領域区分
3. ヘアーピン渦の(研究)時代
 - 3.1 ヘアーピン渦の働き
 - 3.2 Hairpin packet
 - 3.3 長く繋がる縦渦構造
4. 乱流の自己維持機構 – 粘性底層の構造と役割
 - 4.1 NS 方程式の一様流層流厳密解

4.2 NS 方程式には, Hagen-Poiseuille 流以外の層流厳密解 ECS がある.

i) Nagata(1990 *JFM*)の一樣流ではない定常層流厳密解

ii) Waleffe(2001 *JFM*, 2003 *PoF*)の一樣流ではない進行型層流厳密解

 iia) 2次元Poiseuille流のECS-平板間Poiseuille流のECS: 上分岐解

 iib) 平板間 Poiseuille 流の ECS: 下分岐解

 iii) Waleffe(2003, *Phys Fluids*)の平板間Couette流+Poiseuille流の解

4.3 乱流を維持できる最小広さ(Minimal Flow Unit)の発見.

 Jimenez, Kim & Moin (1991)

4.4 乱流維持機構の解明

 i) Fourier 成分による. Hamilton, Kim & Waleffe(1995)

 ii) Damping filter による. Jimenez & Pinelli (1999)

4.5 乱流のカオス的周期解. 河原.木田 (2001)

4.6 カベ無しの壁乱流 Mizuno & Jimenez (2006)

4.7 乱流は何故渦なのか?

5. 長く繋がる縦渦構造. LSM, VLSM : Adrian et al., Marusic et al.

6. Stripe の発見－遷移域の構造

7. 何故, 層流安定問題の固有値解が, 実験と合わないのか.

 層流は不安定なのに, 何故乱流は(統計平均的に)安定か?

7.1 固有値解析の限界.

7.2 過渡過程の重要性

7.3 乱流場の最適擾乱

8. 乱流の対数分布則は正しいか？

9. その他の問題

10. 乱流は制御できるか？

11. 乱流研究は何に役立つか？

12. 参考文献

1.乱流には構造がある

乱流が、唯単に時間的、空間的に不規則な流れでは無く、構造を持っていると、最初に主張したのはアメリカの Corrsin(1954)である。彼は特別講演(Corrsin 1957)でも熱心に乱流構造について説いています。次いで Hama et al.(1957)が水路底面からの色素シートが筋状構造(streak)を持つことを明らかにしました。これは、前記の Corrsin 論文(1957)でも紹介されています。次いで、Kline & Runstedler(1959)が bursting について先駆的な論文を発表しました。その論文には未だ明瞭な写真は無く、手書きのスケッチでした。丁度、私が大学院で乱流研究をしている最中で、このような'Preliminary study on ...'と題する未完成な論文が、一流誌 *J. Applied Mechanics* に載るのは流石アメリカだと感心したものです。私は、この頃に水理学者 Einstein & Li(1959)の粘性底層更新仮説と私の実験結果を比較して、博士論文(Hino 1960)にこれらの結果が略私の実験結果と一致する事を示すことができました。しかし、乱流研究の中心が**乱流構造**になるのは、もう少し後年のことです。

苦節 10 年,Kline らの論文(Kline, Reynolds, Schraub & Runstadler 1967)が流体力学の一流誌 *J. of Fluid Mechanics* に、手書きでは無く、当時最新兵器だった水素気泡法による美しい写真と共に掲載されると、事態は急変します。まるで雪崩を打つように、乱流研究の主流は「乱流構造」の研究に方向転換します。

乱流には構造がある

1.1 Corrsin(1955)の乱流構造の指摘

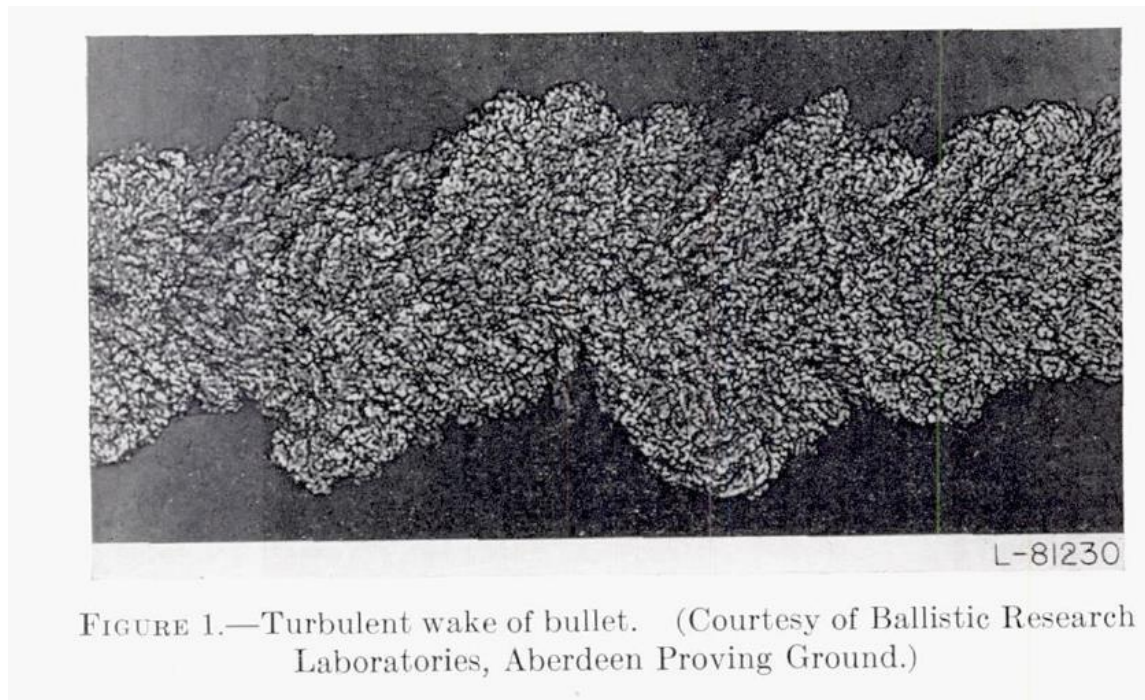


Fig. 1.1: Corrsin の乱流には構造があるとの主張

1.2 Hama(1956)の壁底面のストリーク構造< Corrsin(1957 に引用, 紹介)

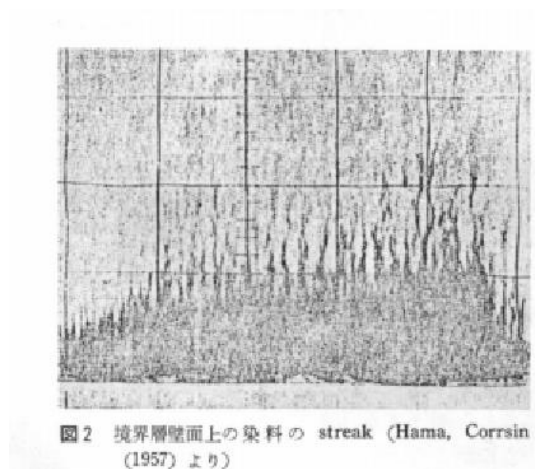


Fig. 11.2: 水路底面の streak 構造を示す写真(Hama 1957).

Fig.1.3: Kline et al. (1967)の streak の写真(1967 JFM) >図(写真)は元論文を見

よ。

丁度この頃(私が大学院生の頃 1955～1960), 東大の水理実験室で早川典夫さん(後に長岡技科大, 故人)が開水路で砂粒を流す実験をしていました。見てみると, 上流で一様にばらまかれた砂粒子が水路の末端では規則正しい間隔で筋状になって流れているのです。これこそ, streak であったのです。当時は乱流構造という考えは普及していませんでした。

1.3 Kline and Runstadler (1959)のバースティングのスケッチ

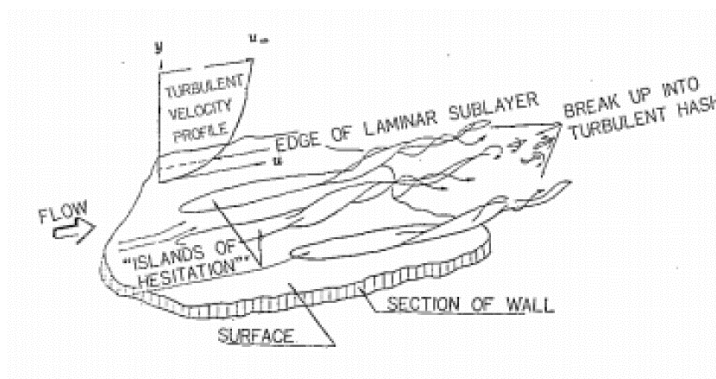


Fig. 1.4 :Kline & Runstadler のバースティングのスケッチ (1959, JAM) .

Fig.1.5: Kline et al. (1967)の Burst and Sweep の可視化(水素気泡法,当時の最新

技術による)Fig. (左) ejection, (右) sweep, (中央)それぞれの事象流速および乱

れ強さの分布. Kline et al. (1967, fig.19b, JFM) >図(写真)は元論文を見よ。

1.6 Hino, Shikata & Nakai (1967)の実験

これと同じバーストとストリークの論文が, 同じ年(1967)に英文で Hino, Shikata & Nakai, M. (1967, Large eddies in stratified flow. *Proc. of the XIIth Congress of Int. Assoc. for Hydraulic Res.*, Fort Collins, USA. (Sep))によって発表されています。発表の場が IAHR

Congress で、話題になることは有りませんでした。どうも発表の場が悪かったと思います。私には先取権を争う気はありませんが、記録として再録し残しておきます。

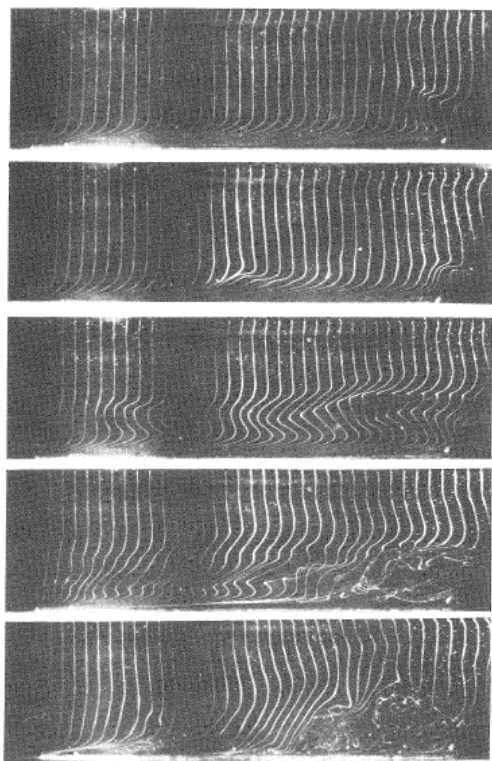


Fig. 1 : A typical example of various phases of the transition process from laminar to turbulence. ($Re = U_0 \delta / \nu = 1700$, $x = 155.5$ cm)

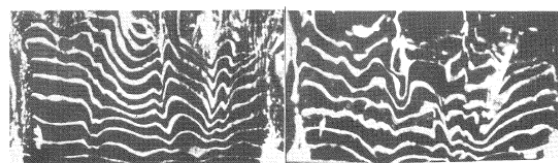


Fig. 4 : Plan views of lines of hydrogen bubbles showing development of a longitudinal vortex system. Positions of platinum wires are $y = 1$ mm. ($U = 10$ cm/sec, $h = 5.0$ cm, $d\rho/dy = 1.3 \times 10^{-3}$ g/cm³)

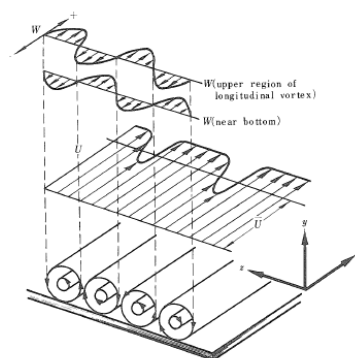


Fig. 5 : The three-dimensionality of the mean velocity distribution due to longitudinal eddy systems, schematically illustrated after measurements by Klevannoff et al.^[5]

Fig. 1.6: Hino, Shikata & Nakai (1967, Proc. IAHR)の実験

2. 壁乱流のコヒーレント(大規模秩序)構造の発見と展開

Kline 達の *JFM* 論文(1967)を機に、乱流研究の方向が一変します。谷一郎先生は、これを「Kine 革命」と呼んでいました。

2.1 渦とは何か

2.1.1 「渦」と「渦度」は違う

一般に「渦」(英語では vortex, eddy, swirl, whirl)と呼ばれるものは、流体力学の「渦度」vorticity とは異なります。

渦(eddy, vortex, whirl, swirl) $\neq$ 渦度(vorticity, ω)

例えば、壁乱流の壁面上は「渦度」の大きい層ですが、これを「渦」とは言いません。

定性的定義... 多くの研究者によってなされてきました.

しかし, 定量的, 数学的な定義は可成り後になります.

2.1.2 渦の定義—渦の定量的な数学的な定義

渦の数学的な表現法の提案は Perry & Chong(1987)が最初でしょう. それ以降沢山の
方々による定義法の論文があります.

Perry & Chong (1987)

Hunt, Wray & Moin (1988)

Chong, Perry & Cantwell (1990)

Cantwell (1993)

Lopez & Bulbeck (1993)

幾つかの定義を纏め, それぞれの結果を比較したのが

Chakraborty, Balachandar & Adrian (2005)

です.

a. 第2不変量 Q による判定法

この渦の定義(判定法,criterion)は, Hunt, Wray & Moin (1988)によるもので, 最も早く
提案された定量的な「渦」の定義であり, かつ現在も広く使われています.

速度勾配テンソル $\mathbf{W}(\partial u_i / \partial x_j = \nabla u)$ は, テンソル理論により3つの不変量 P, Q, R をも
ちます.

第2不変量 Q は,

$$\begin{aligned} Q &= (1/2)(\Omega_{ij}^2 - S_{ij}^2) \\ &= (1/2) (\| \boldsymbol{\Omega} \|^2 - \| \mathbf{S} \|^2) < \text{Jeong \& Hussain (1995, p.75)} \end{aligned}$$

で定義され, 固有ベクトル(方向) $\mathbf{v}_r$ の強さ λ_r の歪み変形 $\| \mathbf{S} \|$ と, 固有ベクトル($\mathbf{v}_{cr}, \mathbf{v}_{vci}$)の

張る平面上での角速度 λ_{ci} の回転運動 $\| \boldsymbol{\Omega} \|$ の局所的平衡関係を表しています(Jeong &
Hussain 1995, p.74,Pirozzoli, Bernardini & Grosso 2010, p.328).

従って, 第2不変量 Q は, 乱れエネルギー散逸($\epsilon = S_{ij}^2 + \Omega_{ij}^2$)において渦度効果と歪み効果
とのいずれが重要かを示す指標である. $Q > 0$ ならば渦度効果がまさり, $Q < 0$ ならば逆に変
形が卓越することを意味します.

b. Δ 判定法 (判別式法)

この判定法は、Cantwell (1978, 1981), Chong, Perry & Cantwell (1990, p.770)によるものである。彼らは臨界点理論(critical point theory)に基づいては、「渦芯は速度勾配テンソルの固有値が複素数の領域」であり、そのためには、特性方程式の判別式(discriminant) Δ は正でなければならないとしました(Jeong & Hussain 1995, p.75; Chakraborty et al. 2005, p.192). Chakraborty et al.(1990, p.770)では、歪み率(rate-of-strain)テンソルとしている。

$$\Delta = ((1/3 \cdot Q)^3 + (1/2 \cdot R)^2) > 0$$

c. λ_{ci} (swirling strength)判定法

この「渦」の定義(旋回強度swirling strength法)は、Zhou, Adrian, Balachandar & Kendall (1999)により導入され、Chakraborty, Balachandar & Adrian(2005)により改良されました。同様な方法はBerdahl & Thompson(1993)によっても提案されています。これは速度勾配テンソルの共役複素固有値、

$$\lambda = (\lambda_{cr} \pm i\lambda_{ci})$$

の虚数部です。

d. 低圧力法, 局所的圧力極小法(Kida & Miura, 1998) 圧力勾配テンソルによる方法

e. λ_2 渦判別法(スワール強さ判定法)

非定常性や粘性を無視すれば、非圧縮性Navier-Stokes 方程式の勾配の対称部は

$$S^2 + \Omega^2 = -(1/\rho) \nabla(\nabla p)$$

対称テンソル $S^2 + \Omega^2$ の固有値を順に $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ とすれば、渦コア内の全ての点で

$$\lambda_2 < 0$$

である要請が局所的圧力極小域を定義する。

2.1.3 様々な渦同定法間の相互関係は、次式のように導かれる (Chakeaborty et al. 2005, p.197).

- $Q = \lambda_{ci}^2 (1 - 3(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})^2)$,
- $\Delta = (\lambda_{ci}^6/27)[1 + 9(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})^2]^2$,
- $(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})$ が小さければ,

$$\Delta/\lambda_{ci}^6 \rightarrow (1/27) + (2/3)(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})^2$$

λ_2 法のみは、 λ が $\nabla \mathbf{u}$ の固有ベクトルにも依存するので、 $\nabla \mathbf{u}$ の固有値や不変量との関係付けができない。また、Q 法, Δ 法, λ_2 法では渦の回転が内向き (inward) なのか, 外向き (outward) なのかの識別は不可能である。(Chakraborty, Balachandar & Adrian 2005, p.196,

fig.2)

2.1.4 様々な渦同定法を相互に同じ基準で比較

種々の渦同定法を相互に同じ基準で比較するために、Chakraborty, Balachandar & Adrian (2005, p.207)は次のような等価閾値を提案している。 λ_{ci} 法の渦判定の閾値を

$$\lambda_{ci} \geq (\lambda_{ci})_{th} = \epsilon, \quad (\lambda_{cr} / \lambda_{ci}) \leq (\lambda_{cr} / \lambda_{ci})_{th} = \delta$$

とするとき、他の渦同定法のこれと等価な閾値を

$$Q \geq Q_{th} = \epsilon^2$$

$$\Delta \geq \Delta_{th} = (1/27) \epsilon^6$$

$$\lambda_2 \leq (\lambda_2)_{th} = (\tilde{\lambda}_2)_{th} = -\epsilon^2$$

に採ることを提案しています。

Fig. 2.1: 様々な「渦」の定義法による「渦」の比較>図(写真)は元論文
(Chakraborty, Balachandrar & Adrian, 2005, Fig.11, *JFM*)を見よ.

2.2 乱れの計測法とその進歩

乱流構造は、乱れの計測法の進歩と共にその姿がより明確に把握できるようになりました。勿論、計測だけではどうにもなりません。計測結果の表示法、その解釈、数学理論などの進歩との歩調が合っていることです。

大きく分類すると、乱流の計測法は次の様に進歩しましたが、ここでは、深く立ち寄らないことにします。

熱線計

水素気泡法

レーザー・ドブラー流速計

PIV (Particle Image Velocimetry)

Computer 時代 LES (Large Eddy Simulation)

DNS (Direct Numerical Simulation)

2.3 壁乱流の領域区分

a) 対数スケール表示

Fig. 2.2: (Kline et al. 1967, fig.9a, *JFM*)>図は元論文(Kline et al. 1967, p.756,

Fig.9a, *JFM*)を見よ.

b) 実スケール表示

Fig. 2.3: (Kline et al. 1967, *JFM*) >図は元論文(Kline et al. 1967, Fig.1a b, *JFM*)

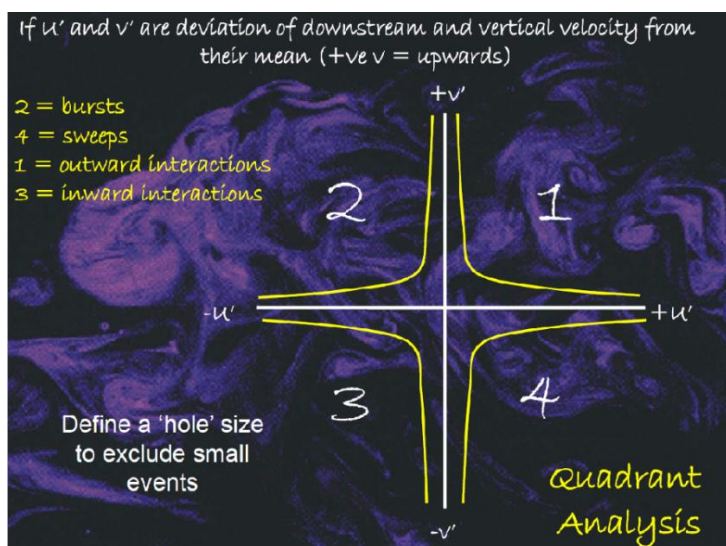
を見よ.

Figs. 2.2, 2.3 から, 実スケール出ると乱流境界層の対数分布域はそれほど広くないことがハッキリします.

2.4 ヘアーピン渦の(研究)時代

何故このような構造(streak, burst, ejection, sweep)が発生するかに付いての議論が活発になされました. その結果「ヘアーピン渦」モデルが提唱され, 「ヘアーピン渦」の実験が盛んになされます.

2.4.1 Bursts, Ejection & Sweeps (4 象限分類法)



Ejection = 壁面付近からの低速流体の爆発的吹き上げ

Sweep = 高速流体の上方向からの吹き下ろし

Fig. 2.4: 4 象限分類法

2.4.2 ヘアピン渦モデルの提案者

Kline らは 1967 の JFM 論文にこのモデルを示しています。しかし、「ヘアーピン渦」モデルは、これよりズート早く 1952 年に Theodorsen によって発表されています。彼は実験や計算をしてこのモデルを提案したのではなく、運動量方程式からこのような構造を提案したのです。彼は、渦度輸送型の N-S 方程式のエネルギー生産と消散の関係から、壁近傍の強い剪断層に並ぶスパン方向渦層の渦の一つが何らかの原因で上方に持ち上げられ、平均流の剪断により引き延ばされ、渦度が強化されて、2 本の流下方向の足とそれに繋がるスパン方向のアーチが Ω 形の渦ーヘアピン型の渦となるというものです。

Theodore Theodorsen(1897-1978)はノルウェー系のアメリカ人で、むしろ翼理論の研究者として著名です。彼の論文は初めからそれほどの注目を集めたわけではありません。Kline らは 1967 年の時点では Theodorsen の論文には気付かなかったようです。引用文献として Theodorsen(1952)が引用されるのは、Offen & Kline (1975, p.215)論文が初めてです。

現在では、「ヘアーピン渦」モデルは壁乱流を特徴づけるバーストーイジェクション、スィープ、ストリークなど壁乱流に関連する一連の現象であると認識されるようになりました。

ヘアーピン渦

a) Theodorsen(1952)の horseshoe vortex モデル. アーチ型渦あるいは馬蹄形渦モデルの提案

Fig. 2.5: Theodorsen の horseshoe model >図は元論文を見よ.

b) Offen & Kline のモデル

Fig. 2.6: Offen & Kline (1975, Fig.19b) >図は元論文を見よ.

c) Head & Bandyopadhyay(1981)の実験

次いで、Head & Bandyopadhyay(1981)が斜め光シートによる可視化によりヘアピン渦のつくるキノコ型の断面図を示しています。壁面乱流中には多数のヘアピン渦が(内層のみな

らず外層にも)存在することは、光シートを斜め方向から当てた Head & Bandyopadhyay (1981)の可視化写真で明確に示した。Smith(1984)もまた水素法によるビデオで、一列に並ぶヘアピン渦の形成を示しています。その後の可視化実験の論文として Gad-el-Hak & Hussain (1986), Haidari & Smith (1994)を挙げることができます。

また、大成さん(徳山高専)もレーザー光式で美事な写真を撮っています。私は彼から大きく引き伸ばしたキノコ形の渦構造の写真パネルを頂きました。

Fig. 2.7: Head & Bandyopadhyay(1981, p. 312, Fig.21, *JFM*)が斜め光シートによる可視

化>図は元論文を見よ。

2.4.3 ヘアピン渦の確認者は誰か？ ヘアピン渦の定量的計測.検出

これらのヘアピン渦の存在説明は、可視化による定性的な測定。画像からの類推であって、直接的定量的な測定ではありません。では誰がヘアピン渦を具体的に計測したのでしょうか。私はこの点がズート気になっていました。

(1) 統計処理からの確認

定量的な実験結果としては、Grant(1958), Townsend(1970)は相関測定から、Bakewell & Lumley(1971)は時空間測定データの統計処理－POD (Proper Orthogonal Decomposition)により流下方向の渦対の存在を抽出し確認しています。

(2) 実験から

条件付きサンプル法

この頃は、乱流の流速変動の計測機としては熱線計 hot-wire だけで、1点だけの測定です。器用な人は1本の熱線計に数本の熱線を並べますがこれは特別です。唯、無闇に測定を集めただけでは何も出てきません。そこで、detector hot-wire でヘアピン渦が来たぞと言う場合にだけ熱線計のデーターを取ることを繰り返し、多数点でのデーターに、乱流はその形のママ下流に運ばれると言う Taylor の凍結乱流仮説を用いて、乱流の3次元構造を捉えようという「条件付きサンプル法」を用います。

ではどんな信号が乱流構造ヘアピン渦の信号かと言うと、図に示す様な信号です。これを **ramp pattern** と呼びます。

しかしこの方法は、別々の時間に得られた沢山のデーターの平均なので、その制約があります。例えて言えば、海辺にはシオマネキという蟹がいて、雄は左か右か何れかのハサミが極端に大きいと言う特徴が有りますが、雄の蟹を沢山捕らえて平均すれば、どちらのハサミも平均化されシオマネキという蟹の特徴が消えてしまいます。

後に測定法や数値シミュレーション法が進歩して、乱流場の瞬間象が獲られる様になると、完全なヘアピン渦ではなく、1本足だったりステッキ状のヘアピンもあることが明らかになります。

a) **Blackwelder & Kaplan (Ramp 信号とその時に得られる多数の点の信号から Hairpin 渦の存在を推定)**

Fig. 2.8: Blackwelder & Kaplan 1976, *JFM*76 (最下段が ramp pattern) >図は

元論文を見よ.

Fig. 2.9: Blackwelder & Eckelmann (1979, p.586, *JFM*)>図は元論文を見よ.

実験から壁乱流内層（特に低速層, low speed wall turbulence）の構造を最初に定量的に調べたのは, Willmarth & Tu(1967)や Blackwelder & Eckelmann (1979)です. Willmarth & Tu(1967)は壁面圧と速度の相間から, また Blackwelder & Eckelmann (1979)は条件付きサンプリング法により互いに反対方向に回転する渦対(ヘアピン渦ではなく, その脚部)を検知しています. 正確には寧ろ存在を推定したと言うべきでしょう.

Blackwelder & Eckelmann は渦対の中心は, $y^+ \sim 15$ にあり, その径は $r_0^+ \sim 15$, 流下方向の長さは 200^+ , 横方向の間隔は $50^+ \sim 200^+$ であることを示しました (上付き+記号は壁スケール v/U_τ による無次元化).

Gupta, Laufer & Kaplan(1971)もスパン方向に配置した熱線計レーキによって得られた交互の高低流速の流下方向運動量の領域の存在を示しています. これらの研究から渦対の長さは短いので, あまり長い時間の統計を取るのは適切では無いということでした.

b) **佐藤浩と高木正平, 福西祐 (実際に hairpin 渦を示した)**

佐藤浩と高木正平, 福西祐(高木 1978, 福西, 高木 1978, fig.20, 佐藤 1982 p.101)も, Blackwelder & Eckelmann (1979)と略同じ頃, 条件付きサンプリングによりヘアピン渦を陰出していますが, 英文発表は Fukunishi & Sato (1983, ~~1984~~), Fukunishi, Sato & Inoue(1987)と遅れました. 1978 年の論文は, ヘアピン渦を逆方向に回転する渦対として検知した最初の実験であろうと思います. 彼らはこれを「バナナ渦」と名付けました. (英文での発表が遅れ, あまり引用. 言及されないのは残念なことです.)

彼らはこの渦の発生を上流のセンサーで検知し, この渦の足元を吸い込めば, 乱流制御が可能であろうとも述べている. 彼らは乱流の能動制御の最初のアイデア提出者であったかも知れません. 乱流の能動制御が実際に行われるのは, Choi, Moin & Kim (1994)辺りか

らです(第 12 章参照).

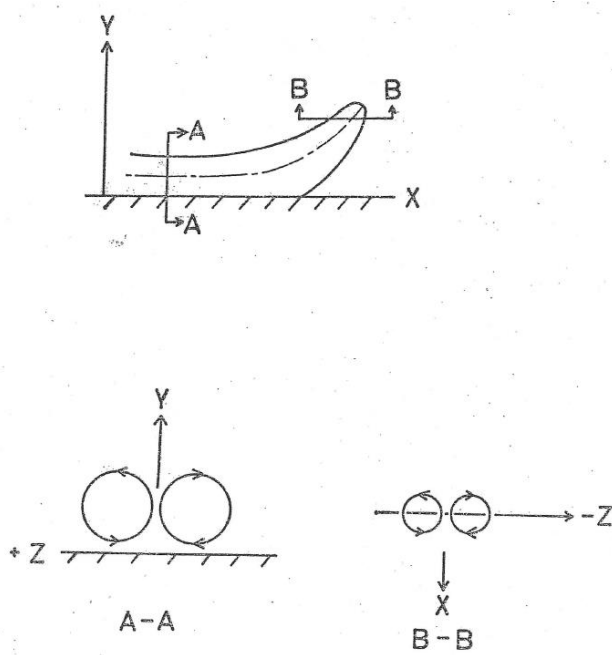


FIG.5-44 Rise mode 発生時における渦モデル

Fig. 2.10a: ヘアーピン渦 高木 1976, 東大 博士論文(1978)

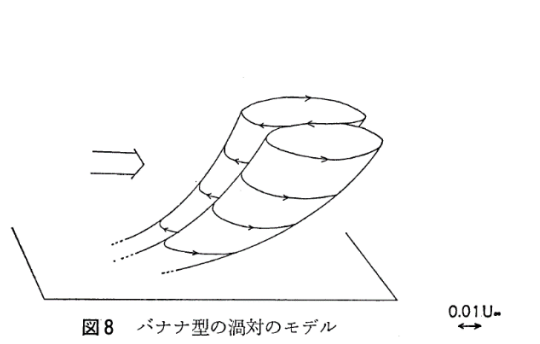


Fig. 2.11a: 福西, 高木, 佐藤

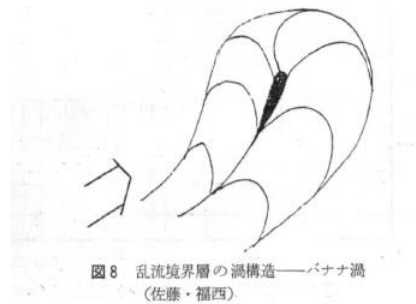


Fig. 2.11b: 佐藤, 福西

3.ヘアーピン渦の働き

3.1 Hairpin vortex の作用

Fig. 3.1: 渦ペアの間の低速流体を吹き上げ, hairpin 渦の頭部の回転作用で

上方の高速流体を吹き下ろす>図は元論文(Tomkins & Adrian 2003,

*JFM*490)を見よ.

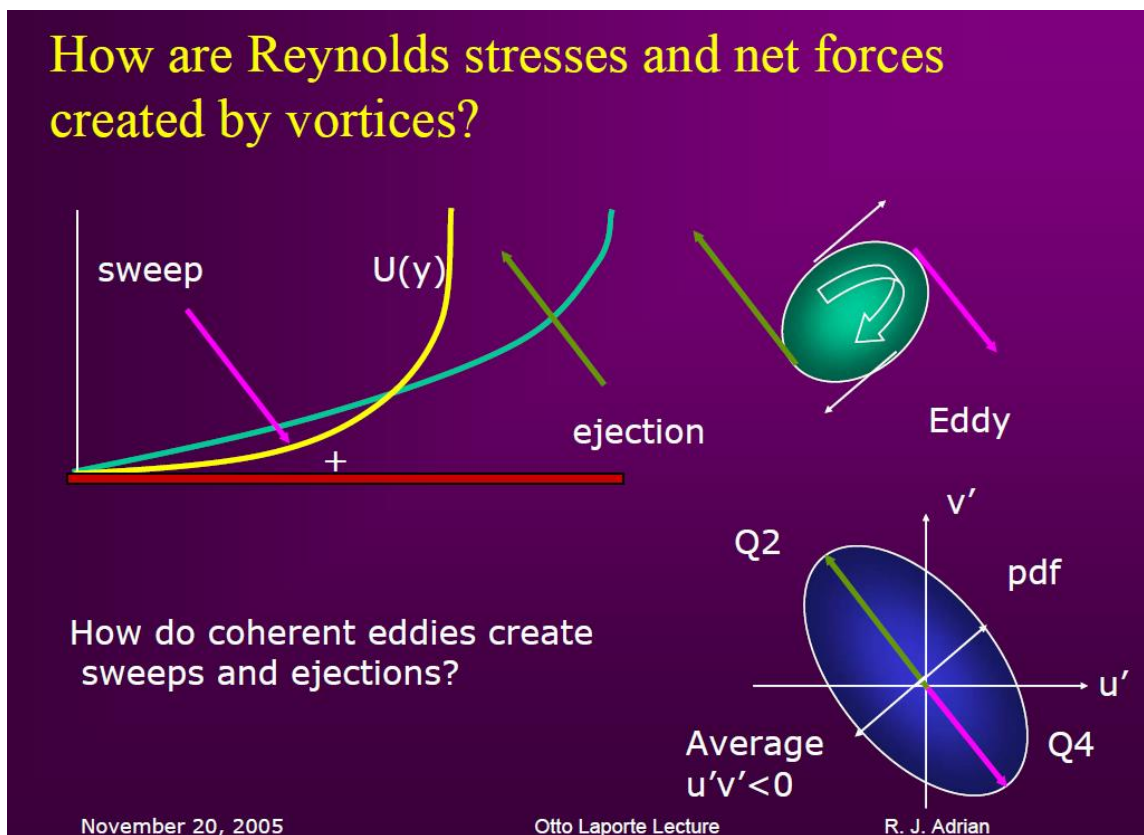


Fig. 3.2: Adrian 2005, イジェクション時とスウィープ時の流速分布曲線

Fig. 3.3: Hairpin 渦(Tomkins & Adrian 2003) >図は元論文(Tomkins & Adrian

2003, *JFM*490)を見よ.

(3)数値シミュレーションから：

ヘアピン渦を実際に(アンサンブル平均などによらず)3次元的に数値シミュレーションで捉えることは、現象の複雑さ、コンピューター性能、渦の同定問題、数値データの3D可視化の困難さのため多年出来なかった。1980年代に入ってLES(Large Eddy Simulation)による多くのヘアピン渦の数値シミュレーションが、Robinson(1990), Moin & Kim (1985), Moin, Leonard & Kim (1986), Kasagi et al. (1986, 1988, 1992), Robinson et al. (1988)により行われました。

しかし、直接数値シミュレーション(DNS)によりヘアピン渦が確実に確かめられたのは、Kim, Moin & Moser(1987), Spalart(1988)が壁乱流のDNSに成功してそれからほぼ10年後のChacin, Cantwell & Kline (1996)によってです。その後Zhou, Adrian, Blachandar & Kendall (1999), Abe et al.(2001), Adrian & Liu (2002), Kawamura et al.(2002)らによるDNSの発表が続きました。

1本足のヘアピン渦の存在を指摘したのは、Guezennec, Piomelli & Kim(1989)です。Robinson(1991)<Eitel-Amor et al.(2015) その後コンピューター性能の向上により精度の高いシミュレーションが行われると、普通に観察されるのは、対称型のヘアピン渦よりは非対称型あるいはステッキ状(cane-shaped)ヘアピン渦の方であることが明らかになりました(Choi & Guezennec (1990), Robinson (1991, 1993))。

Fig. 3.4: hairpin 渦の瞬間像>図は元論文(Dennis & Nickels 2022, *JFM*490)を見

よ。

3.2 Hairpin packet

Fig. 3.5: アンサンブル平均による hairpin 渦群 (Dennis & Nickels 2011, *JFM*) >図

は元論文(Dennis & Nickels 2011, *JFM*490)を見よ。

Fig. 3. 6: Hairpin 渦 packet の模式図 (Adrian, Fig. 25)

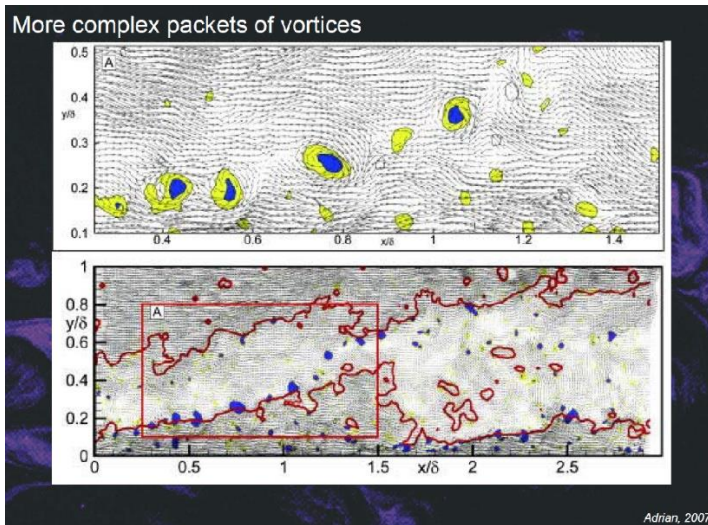


Fig. 3.7: 鉛直面内の hair-pin 渦 packet(Adrian 2007)

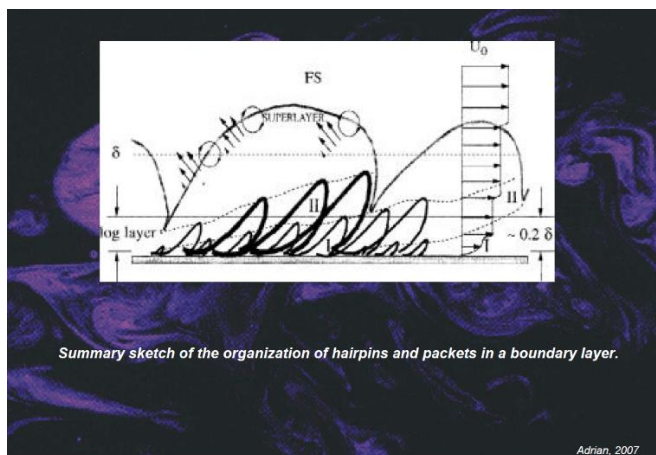


Fig. 3.8: 境界層の hairpin packet(Adrian 2007)

ヘアーピン渦の林

Fig. 3.9: ヘアーピン渦の林. Sayadi, Hamman & Moin 2013, Fig.7, [JFM724](#)>図
は元論文を見よ.

3.3 長く繋がる縦渦構造—長い長い縦渦 LSM & VLSM

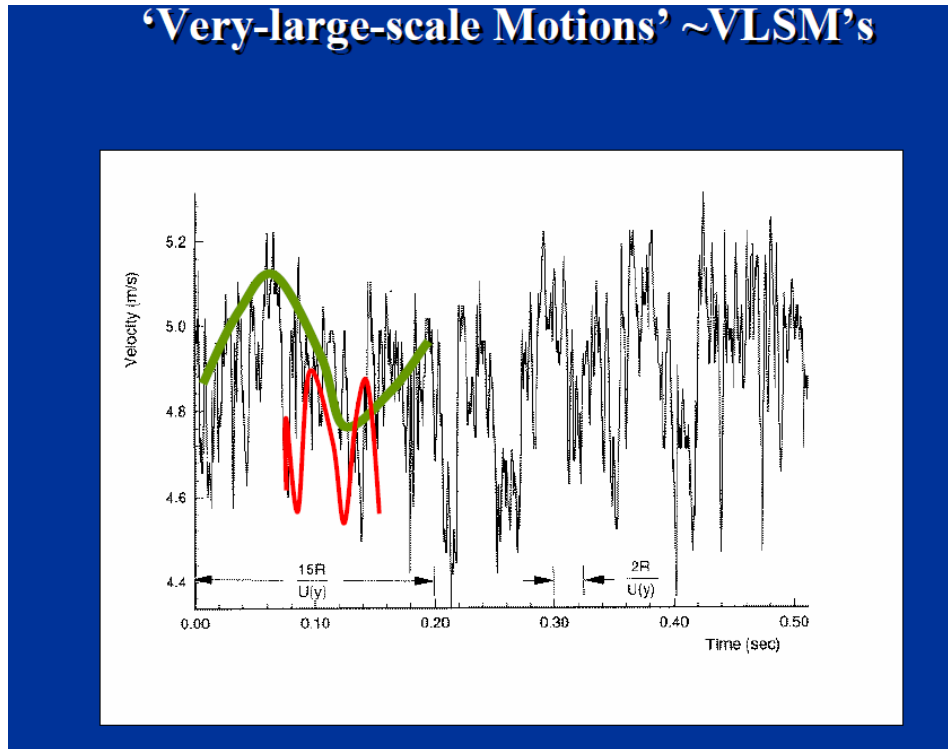


Fig. 3.10: VLSM (Adrian, Arizona State Univ.)

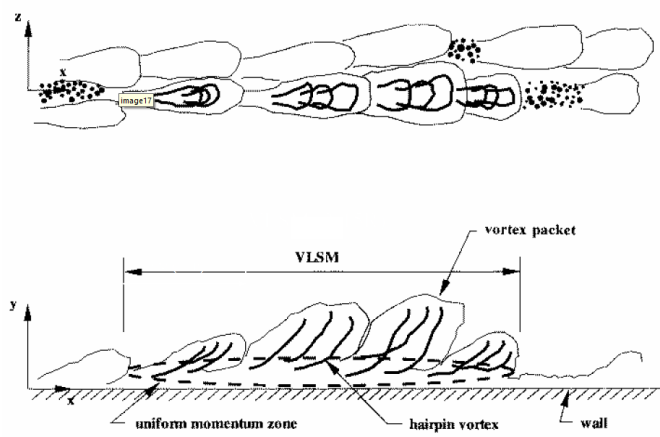


Fig. 3.11:

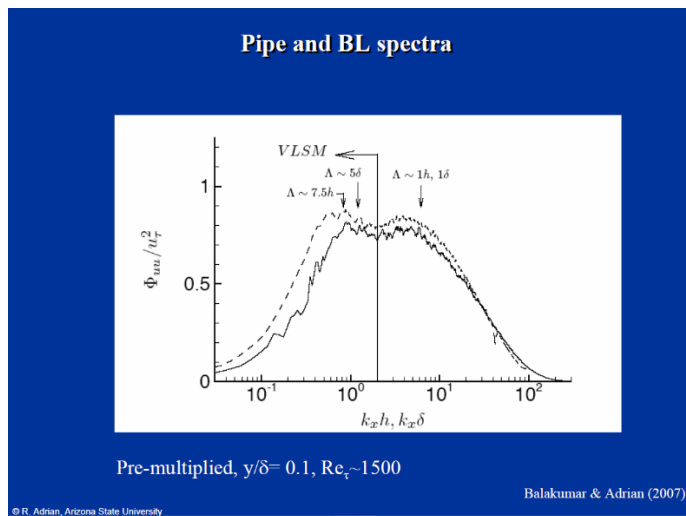


Fig. 3.12: プリマル、スペクトル (Balakumar & Adrian 2007)

4.乱流の自己維持機構

層流は低い critical Reynolds 数以上で直ぐ不安定になるのに
乱流の流速分布は、何故、統計平均的に安定なのか？

「乱流は何故統計平均的に安定なのか？」などと言う変な疑問設定をする人は殆どいなかったと思います。これまでは「何故、乱流の平均流速分布が対数則に従うのか」が問題でした。

まず最初は NS 方程式には、我々がこれまで予想さえしなかった層流厳密解があることから始めます。

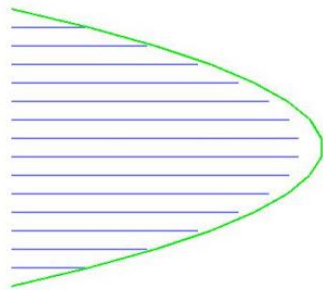
4.1 NS 方程式の一様流層流厳密解

教科書に出ている NS 方程式の厳密解は

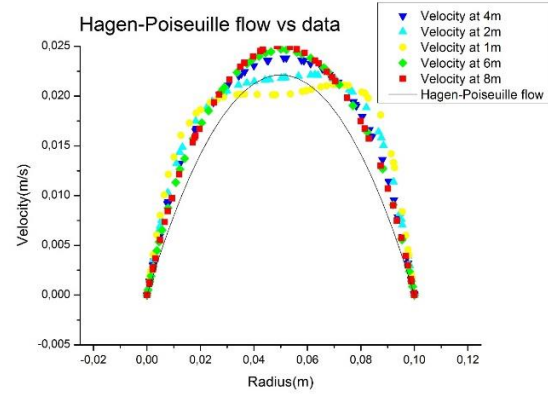
- ・ 管路の Hagen-Poiseuille flow … Parabola
- ・ 平行二平板間の Couette flow …直線分布
- ・ 半無限静止流体域において壁面を急激に一定速度で運動させる場合の Rayleigh 解
- ・ 半無限静止流体域において底壁面を振動させるときの Stokes 解

等の平行一様流です。我々は長いこと NS 方程式の層流解はこのようなものだけと思っていました。

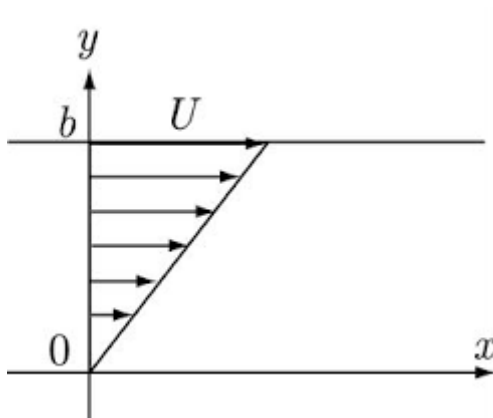
Poiseuille flow
time: 354
0.015598079 (maximum velocity)
0.016874999 (theory)



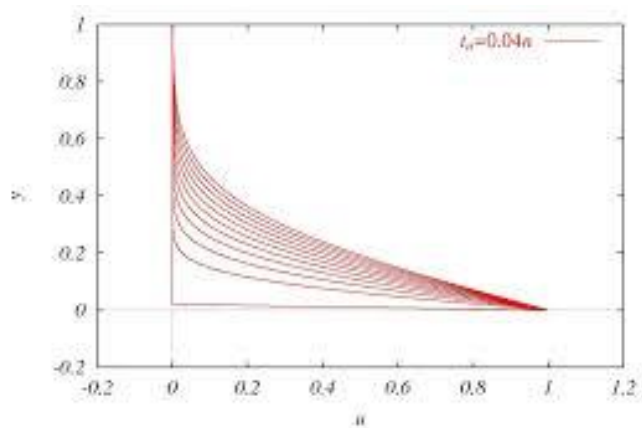
Android Version of the Lattice Boltzmann Method
Copyright ©2013- Takeshi Seta All Rights Reserved.



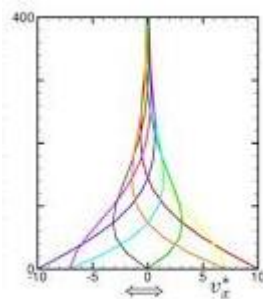
a) Hagen-Poiseuille flow



b) Couette flow



c) Rayleigh problem. [fluid.web.nitech.ac.jp, web](http://fluid.web.nitech.ac.jp/web)



(b) ニュートン流体の挙動

(10) 運動波 流体を振動させるかゝりに、平板を振動させたときの中間距離の速度分布の CG (図 12)。振動平板の影響は粘性によって流体の内部に伝えられるが、その影響範囲は十分時間が経過した後も平板付近の薄い層内に限られ、それより遠くには及ばない。つまり平板で作られる速度は遠くへは拡散しない。このことと水の波をボウシヤル波として取り扱うことを可能にしている。粘性は速度の動きの増減を少し遅れて徐々に遠くには及ぶ。何やら人の噂のよう。

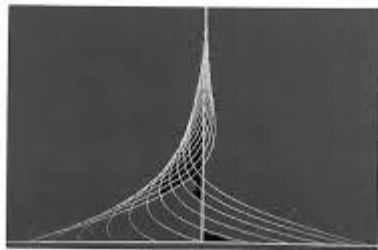
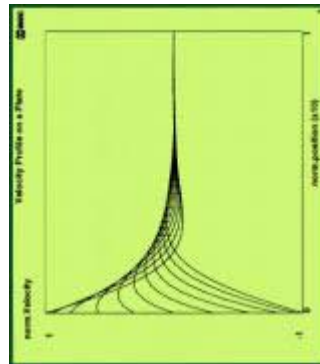


図 12 運動平板上の流れ



www.tph.cheme.kyoto-u.ac.jp 山本.木原

Untitled mech-da.co.jp

d) Stokes flow

Fig. 4.1: NS 方程式の平行流解

これらの流れは、何れも流体の粘性の果たす役割を理解するために重要ですが、何れも一様流=流下方向に一様な、変化の無い流れです。

長い間、NS 方程式の厳密解は、このような単純な流れだけだろうと考えられてきました。

4.2 一様流ではない層流厳密解 (Exact Coherent Structure)

4.2a Nagata(1990 *JFM*)の一様流ではない定常層流厳密解

ところが、NS 方程式にはもっと複雑な層流の厳密解が存在することが 1990 年に初めて、永田雅人(京大 航空, Nagata 1990, *JFM*)により示されました。当時は未だ CG = Computer Graphics ソフトが未発達で、高価であったためでしょうか、*JFM* 誌に掲載され

た論文の図は、3次元的な表示はありませんのでわかりづらい。

永田はこう考えたのです。Taylor 渦で良く知られている「同軸回転 2 重円筒」で、円筒の半径を無限大に持って行けば、平行 2 平板間の流れになる。しかし、時間発展項 $\partial u / \partial t$ を残せば直ぐ不安定化するので、この項は消して NS 式を「ポロイド」, 「トロイド」表現法で式を展開しました。

$$\begin{aligned} \nabla^4 \Delta_2 \phi = & \Omega \partial_z \Delta_2 \psi + (-Rex + V) \partial_y \nabla^2 \Delta_2 \phi - \partial_{xx}^2 (-Rex + V) \partial_y \Delta_2 \phi \\ & + i \cdot \nabla \times \nabla \times [u \cdot \nabla u] + \partial_t \nabla^2 \Delta_2 \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Delta_2 \psi = & -\Omega \partial_z \Delta_2 \phi + (-Rex + V) \partial_y \Delta_2 \psi - \partial_x (-Rex + V) \partial_z \Delta_2 \phi \\ & - i \cdot \nabla \times [u \cdot \nabla u] + \partial_t \Delta_2 \psi \end{aligned}$$

こうして、4 変数 (u, v, w, p) の NS 方程式を、 (ϕ, ψ) の 2 変数まで減らしました。それでも複雑な式なので、後は数値計算です。

これ(Fig. 4.2)が、平均流速分布図です。この解は定常解です。つまり流れ方向には流されず一箇所に留まっている steady flow です。

Fig. 4.2: Nagata の解の平均流速分布(Nagata 1990, Fig. 7, *JFM*) >図は元論文を見よ。

この流速分布曲線から直ぐ分かりますが、変曲点がある事から、Rayleigh(1880)の変曲点不安定の理論から、この流れは直ぐ不安定になります。

当時(1990)は、未だ CG ソフトが普及せず、高価であったためか Nagata(1990)の流速分布図は次の図(Fig. 4.3)のように単純です。(最近 Jimenez, Kawahara, Simens, Nagata & Shiba(2005)により詳しく再計算されています。)

Fig. 4.3: 壁に平行な様々な高さでの流速分布 (Nagata 1990, Fig. 8, *JFM*) >図は元論文を見よ。

これは真に世紀の大発見です。しかしそれだけでは、この発見が注目されることはなかったでしょう。実はこの発見が、永田の仕事と平行して急勾配で進展していた次に述べる「乱流構造」の研究と深く結び付いていたのです。

4.2b Waleffe(2001)の一様流ではない進行型層流厳密解

乱流構造の説明をする前に、Nagata(1990)より 10 年以上遅れて発表された Waleffe (2001,2003)によるその拡張について触れます。彼はこのような一様流では無い NS 方程式の厳密解には、速度 c で移動する進行型の解がある事を示しました。つまり、

$$x' = x - ct$$

と座標変換を行います。

式の展開法は Nagata(1990)とは多少違います(poloidal-toroidal 法)が、遣り方は基本的に同じです。両者の式は互いに変換で同じ式になります。結果のみを示すと、次の様な構造を持つ解です。この形を保ったまま流れと共に進行して行きます。Waleffe はこの解を ECS=Exact Coherent Structure と名付けました。西洋人は名付けが大変上手です。

この解は、レイノルズ数に相当する横軸と、抵抗 pressure drop に相当する縦軸で示すと、次の図(Fig. 4.4)で示すように、あるレイノルズ数以上では普通の層流解のほかに、それぞれ上分岐解、下分岐解と呼ばれる 2 種類の解がでできます。

3 2

Fig 4.4: レイノルズ数と抵抗図上で示した層流一様解、厳密コヒーレント上分岐解 U 下分岐解 L .

Bifurcation diagram: $R_Q = Q/\nu$, $R_P = dP/dx H^3/\nu^2$, $Q = \langle u - u_{wall} \rangle H$;

Dashed line is laminar state $R_P = 12R_Q$.

Solid lines are the pair of exact three-dimensional coherent states at $\alpha = 0.5$, $\gamma = 1.5$. (Five resolutions are plotted but they closely overlap, demonstrating convergence.)

(Waleffe 2001, Fig. 1, p.96, JFM 435) >図は元論文を見よ.

ia) 2次元Poiseuille流のECS-平板間Poiseuille流のECS: 上分岐解

Fig. 4.5: $Re=376$, $R_\tau \approx 55$, 上分岐解. 黄色で示した面の実線は流速のコンターで、中央部の曲がりくねった緑がかった部分は低速流体。(Waleffe 2001, Fig.4, p.98, JFM 435). >図は元論文を見よ.

Perspective, side and top view of level curves of streamwise velocity u at $y=0$ overlaid with isosurfaces of streamwise vorticity ($\pm 60\% \max[\omega_x(x, y, z)]$, the maximum occurs at the wall). positive vorticity blue, negative red. Upper branch at $Re = 376$, $R_\tau \approx 55$. Flow is toward positive x . (Waleffe 2001, JFM)

中央部の曲がりくねった緑がかった部分の低速流体のやや上方に、交互の反対方

向に回転する青色赤色の「渦」を伴っています。

ib) 平板間 Poiseuille 流の ECS: 下分岐解

Fig. 4.6: $Re=376$, $R\tau \approx 55$, 下分岐解. 黄色で示した面は流速のコンターで, 中央部の曲がった緑がかった部分は低速流体.

Lower branch at $Re = 415$ ($R\tau \approx 58$). Level curves of streamwise velocity u at $y = 0$ overlayed with isosurfaces of streamwise vorticity (Left: $\pm 60\% \max[\omega_x(x, y, z)]$, right: $\pm 40\% \max[\omega_x(x, y, z)]$).

(Waleffe 2001, Fig., 5, p.99, *JFM* 453)>図は元論文を見よ

ii) Waleffe(2003, *Phys Fluids*)の平板間Couette流+Poiseuille流の解

更に, Waleffe(2003)は, Couette流+Poiseuille流の場合

$$U_L(y) = y + \mu \left(\frac{1}{6} - \frac{y^2}{2} \right) \quad (27)$$

from $\mu = 0$ to $\mu = 1$. [図は元論文を見よ](#)

についてECSを求めています.

Fig. 4.7: $Re=150$, $R\tau \approx 55$, Poiseuille-Couette flowの層流構造解. 黄色で示した面は流速のコンターで, 中央部の曲がった緑がかった部分は低速流体 $u_{\min}$ の高さ. 中央の峰部は壁近傍の低速流体がそこまで持ち上がっていることを示す. (Waleffe 2003, p.1524, *PoF* 15(6))>図は元論文を見よ

FIG. 7. (Color) Bifurcation from 2-D streaky flow at $Re=150$, $\alpha=0.49$, $\gamma=1.5$, (a) $Re A_x=0.06$, (b) $Re A_x=0.15$, (c) $Re A_x=0.7716$, (d) $Re A_x=1.1181$. Isosurface of $u = \min u(x, y=0, z)$ (green), $\omega_x = -0.8 \max \omega_x$ (blue), $\omega_x = 0.8 \max \omega_x$ (red).

緑色の低速流体(等値面)の両脇に互いに逆方向に回転する渦(青, 赤)

Fig. 4.8: Poiseuille flow の ECS. 中央断面での流速 u のコンター (Waleffe, 2003, p.1526, *PoF* 15 (6))

Contours of streamwise velocity u at $y=0$ for ECS at $O=0.5$, $-y=1.5$, and $Re_{sm}=141.6$ (free-free Couette), $Re_{sm}=156.4$

(free-free Poiseuille), $Re_{sn}=163.4$ (rigid-rigid Couette), $Re_{sn}=251.5$ (rigid-free Poiseuille).

>図は元論文を見よ

これは, Poiseuille flow の場合の流線図です. 中央の流下方向の「うねり」は永田の解とそっくりです.

Fig. 4.9: 流下方向渦度の横断面内コンター (Waleffe 2003, Fig. 10, p.1256, *PoF* 15(6))

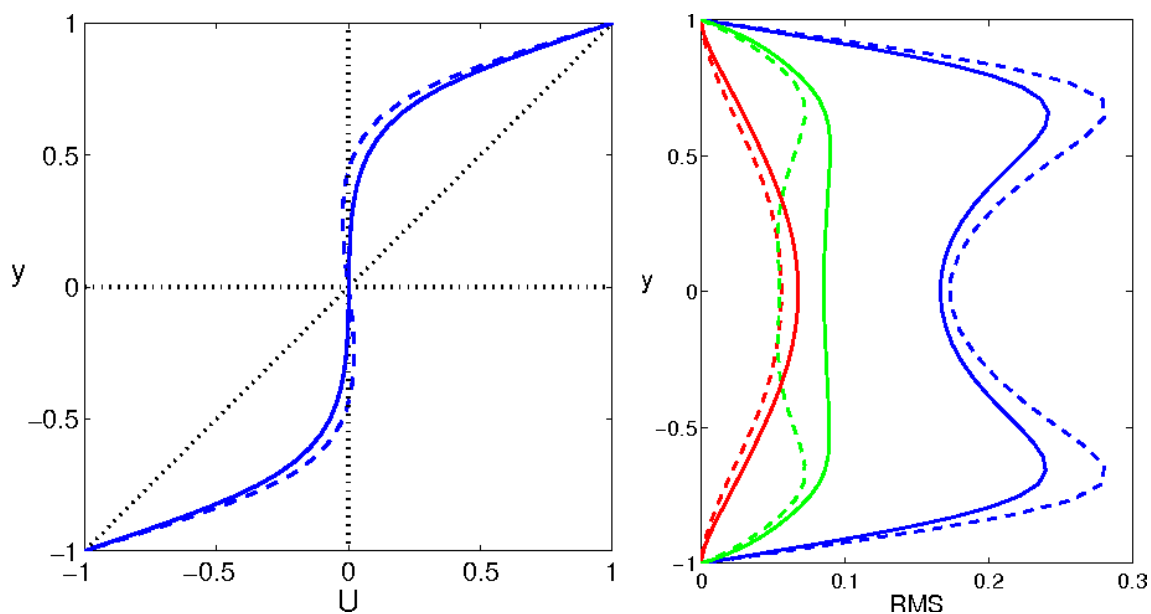
Contours of streamwise vorticity w_x at $ax=31r/2$ for the same solutions as in Fig. 9. Equispaced levels at $0.1 \max[w_x(x,y,z)]$, except rigid-rigid Couette, where spacing is $0.1 \max[w_x(x,y=0,z)]$ (solid: positive, dash: negative). Thick lines are level curves $u=\min[u(x,y=0,z)]$ and $\max[u(x,y=0,z)]$. *Phys. Fluids*, Vol. 15, No. 6, June 2003 Homotopy of exact coherent structures 1529

>図は元論文を見よ

この図はスパン方向の等渦度線で, 層流で有りながら複雑な渦構造を示しています.

Fig. 4.10: Poiseuille flow の進行型 ECS の 3 次元 CG (Waleffe, 2003, Fig. 15, *PoF* 15 (6)) >図は元論文を見よ

Top, side, and back views of rigid-free plane Poiseuille flow traveling wave at its lowest friction Reynolds number ($244.21, L_z 273.73, L 105.51$). Green: Isosurface of streamwise velocity $u \min[u(x,y,0,z)]$ top and back views. Left column: Isosurfaces of streamwise vorticity at $0.6 \max(w_x)$ red positive, blue negative. Right column: Red isosurfaces of $Q 0.40 Q_{\max}$, where $\nabla^2 p - 2Q = W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij}$ is twice the second invariant of the velocity gradient tensor. Box shifted by $L_x/16$.)



Exact Coherent Structures in Turbulent Shear Flows | Semantic Scholar

FIG. 20. Mean $\bar{U}(y)$ and rms velocities for rigid-rigid plane Couette steady

states with $(a, g) = (0.5772, 1.1506)$. Solid: Upper branch at $Re = 5400$.

Dash: Turning point at $Re_{sn} = 5127.7$. Dot: Lower branch at $Re = 5400$ @ v, w

are much smaller and omitted, $\max(v) = 50.0075$, $\max(w) = 50.02$.

Fig. 4.11: 平均流成分と変動成分の分布. 実線 = 上分岐解, 点線 = 下分岐解 ($Re = 5400$), 破線 = Turning point. (Waleffe web, 2009)

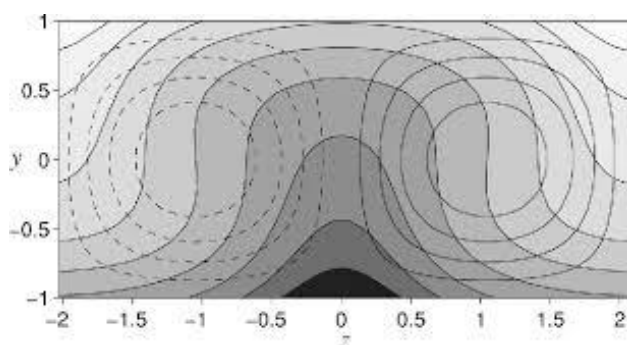


Fig. 4.12: 平板間 Couette 流の平均流速 $U(y, z)$ の陰影コンターと変動成分のコンター (実線は正, 破線は負). (Waleffe 2003, p. 1522, Fig.4, *PoF* 15 (6))

4.3 乱流を維持できる最小広さ (Minimal Flow Unit) の発見

— Jimenez, Kim & Moin (1991)

さて, 次の (4.2), 4.3, 4.4, 4.5 は今回の講演の山場ですので, これまでに述べたことを改

めて纏めておきます。

乱流研究の難しさ

乱流の研究は、Hagen(1839,1845, 1854)や Reynolds(1883)の「乱流の発見」以来の長い歴史をもつ未解決問題です。これについては、古典流体力学を集大成したイギリスの Lamb(1932)は、次のように述べています(Goldstein1969, p.23)。

「私は間もなく神に召されるであろう。気懸かりなことが2つある。一つは量子電気力学 (quantum electrodynamics)であり、もう一つは乱流である。私は前者については楽観的であるが、後者については悲観的である」。

また、量子力学の創始者であるドイツの Heisenberg は、
「もし私が天国で神に会ったら真っ先に問うてみたいことが2つある、相対性とは？(相対性理論はどうなるのですか？) そして、乱流は？ 神は、第1の質問に対しては答えをお持ちであろうと信じる。乱流に付いては、神も答えをお持ちではないだろう」と言わしめた問題である。

Heisenberg(1935)は量子力学(=行列力学)の発表の直前まで Sommerfeld の指導の下に、乱流研究の入り口である境界層の安定問題の研究をしており、また戦後の一時期イギリスに抑留されていたときに、G.I.Taylor や G.K.Bachelor に会い、ソ連の Kolmogorov(1941)の乱流理論—局所等方性仮説や乱流の速度変動スペクトルの $-5/3$ 乗則を知り、これを次元解析では無く、NS 方程式から導いている(Heisenberg 1948)。

ノーベル賞受賞者の R.P.Feynman (*Feynman Lecture on Physics*, 1964)は「乱流は、古典力学に残された最後の未解決問題である」と述べております。

乱流の計測

さて、乱流の計測法ですが、今は可視化法は PIV=Particle Image Velocimetry で定量的な 2,3 次元の計測法に進歩しましたが、水素気泡法を始め、最初の頃の可視化法は定性的な計測法で、定量的な計測は熱線計、後に少しの間レーザー流速計(LDV)が唯一の方法でした。流れの中のただ一点の流速変化の時系列データー です。器用な人は熱線を数本並べて特製の計測機を作りましたが、これは例外であり、これとても数点同時の測定です。これでは乱流の構造の全体を見ることはできません。そこで、これが乱流の激しい流速変動の特徴と思われる時のデーターのみを幾度もサンプリングの場所を変えて沢山行って、それらの平均から、Taylor の凍結仮説を用いて、3次元像を求めます。これをアンサンブル平均法と呼びます。

ヘアーピン渦モデル

壁乱流運動がヘアーピン渦であろうと最初に提案したのは、もっと早く Theodorsen (1952)でした。彼がヘアーピン渦モデルを提出したのは、渦を測定したのでも無く、可視化で示したのでも無く、NS 方程式からの推測でした。Theodorsen は、寧ろ飛行機の翼理

論で知られています。

次にヘアーピン渦モデルを提案したのは Kline, Reynolds, Schraub & Runstadler (1967) です。しかし、この論文には、Theodorsen(1952)についての言及はなく、参考文献としても挙げていません。恐らくその時点では彼らは Theodorsen 論文を知らなかったのでしょう。Offen & Kline (1975)で始めて Theodorsen(1952)が引用されています。

ヘアーピン渦の実験による検出

アンサンブル平均法による計測の結果、壁乱流(境界層、管路流、チャンネル流)は、壁から斜め上に延びる流下方向の一对である事が分かりました。実験的にヘアーピン渦を最初に見いだしたのは、高木、福西、佐藤(1978)です。彼らはこれをバナナ渦と呼びました。しかし英文での発表は遅れたため、実験によるヘアーピン渦の検出は Blackwelder & Eckelmann (1979)が最初と言われています。ここにも日本語発表の不利な点が分かります。Blackwelder & Eckelmann は、高木らのように直接ヘアーピン渦像を得た訳ではなく、ヘアーピン渦が存在するだろうと述べただけです。

こうして壁乱流のヘアーピン渦特性の研究が花盛り期を迎えます。所がやがてコンピューター性能が向上し、NS 方程式の直接シミュレーション(DNS=Direct Numerical Simulation)が可能になると、どうも片足のヘアーピン渦、ステッキ状のヘアーピン渦もあるらしいことが分かってきます。アンサンブル平均では、何もかにも平均してしまうので、恰も一对の流下方向渦に見えたのです。

磯辺に見られるシオマネキと言う蟹の雄は、左か右か何れか一方のハサミが大きいのですが、みんな平均して仕舞うとこのような箇々の蟹の特徴が見失われてしまうのと同じです。

以降の NS 方程式の DNS 論文から例を挙げると、この図に示すように箇々のデーターでは不完全なヘアーピン渦でしか無いが、アンサンブル平均では綺麗なヘアーピン渦の並びが得られます。その内、ヘアーピン渦モデルについては様々な疑問が提起され、遂には「ヘアーピン渦は幻か」といった論文まで表れます。

こうした混乱の時代の最中に、次の4つの論文による Breakthrough が起こります。

乱流の自己維持機構

Jiménez & Moin(1991)の奇抜な発想。Minimal Flow Unit

Hamilton, Kim & Waleffe(1995)の解析、

Jimenez & Pinelli(1999) の解析、

河原 & 木田(Kawahara & Kida)の自己維持機構の発見。

4.3 最小乱流広さ (Minimal Flow Unit) の発見. Jiménez, Kim & Moin(1991)

a. Jiménez & Moin (1991) の奇抜なアイデア – 乱流が存在しうる最小領域 Minimal Flow Unit

このような状態の中、1 編の奇抜なアイデアの論文が発表されます。コンピューター性能の向上と共に、みんながより高いレイノルズ数、より細かいメッシュ幅の DNS を競う中、Jiménez(ヒメネス、スペイン人) & Moin(1991)は逆に計算領域を狭くして行き、計算領域がある大きさ以下では乱流が維持できないことを示します。すなわち乱流状態を維持するには空間的にある最小の領域、面積が必要であること、すなわち‘ミニマル、チャンネル(minimal flow unit)’が存在することが、レイノルズの実験(1883)から約 100 年後に Jiménez & Moin(1991)の 2 次元 Poiseuille 流の数値シミュレーションによって初めて明らかにされることになります。

この発見が元になって、乱流状態が何時までも続くのは何故か、乱流の自己維持機構に付いての議論がでてきます(1995～2001)。

Fig. 4.13: 方の面上が(圧倒的に、殆ど)乱流状態で(破線)、反対側の面上では間欠的に乱流状態が出現する場合(実線)の平均壁面剪断力の時間記録。 (Jiménez & Moin 1991, Fig.13, *JFM*) >図は元論文を見よ

Fig. 4.14: 縦線はシミュレーション乱流が維持しえない限界を示し、縦軸はシミュレーション箱のスパン方向の波長を壁単位で示し、横軸はシミュレーション箱のスパン方向の波長を絶対単位で示している。記号はレイノルズ数の違い。白印は 2 平面、黒印は 1 平面の場合。斜めの線は関連データの範囲を示す。 (Jiménez & Moin 1991, Fig.3, *JFM*) >図は元論文を見よ

ミニマル、チャンネルを用いて (乱流を最小限の構造に限定し)、壁近傍の平面(2 次元)Couette 流によって乱流維持機構 (乱流秩序構造)の力学過程を明確に示したのは、Hamilton, Kim, Waleffe (1995,) や Jiménez & Pinelli(1999)および Kawahara & Kida (河原、木田 2001,平面 Couette 流)らの仕事です。これにより、それまで多くの研究者により積み重ねられてきた臆気な‘壁乱流のメカニズム’が一挙に明確に解決されることとなったのです。

4.4 乱流維持機構の解明 – 平面Couette流による粘性底層の構造解明

粘性底層における周期的な構造変化

粘性底層更新説

Eindtei-Li(1959)

Hannratty(1959)

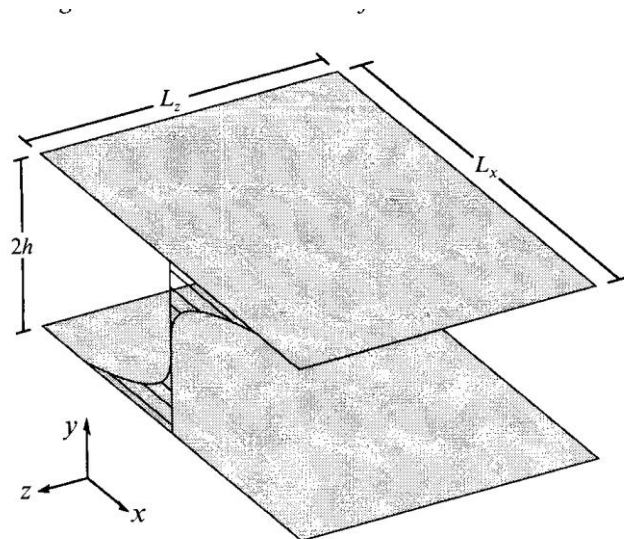


FIGURE 1. Flow geometry. Streamwise and spanwise boundaries are periodic. Top and bottom walls move in the x -direction at velocities U_w and $-U_w$, respectively.

Fig. 4.15: (Hamilton, Kim & Waleffe 1995, p.321, *JFM*)

Fig. 4.16: 中央断面」における速度 $u(x,0,z)$ のコンター。実線は正、破線は負。

(Hamilton, Kim & Waleffe 1995, p.323, *JFM*)

上の図から、中央部の流速の帯の揺れが徐々に大きくなり、遂に崩壊し、再び真っ直ぐな帯が再生されていることが解ります。

Fig. 4.17: 横断図内の流況。 (Hamilton, Kim & Moin 1995, p.335, *JFM*) >図は元論文を見よ

このことは、流下方向 x に無関係なモード横断面 (y,z) でみるとハッキリします。 Fig.4.17 の左図は、流下方向速度 u のコンターで低速域が下方に食い込んでいます。右図は横断面 (y,z) 内の速度ベクトル (v,w) で左右逆向きの渦が存在しています。

4.4 i) Fourier 成分による。 Hamilton, Kim & Waleffe (1995)

速度変動の Fourier 成分の断面平均値を

$$M(k_x = m\alpha, k_z = n\beta) \equiv \left\{ \int_{-1}^1 [\hat{u}^2(m\alpha, y, n\beta) + \hat{v}^2(m\alpha, y, n\beta) + \hat{w}^2(m\alpha, y, n\beta)] dy \right\}^{1/2}, \quad (3.1)$$

と表します.

. Fourier 成分毎の周期変化

Fig. 4.18: モード成分の(a) 再生サイクル, (b) 1 サイクルでの各モードの強さの時間変化. >図は元論文を見よ

Fig.4.18(b)の太い実線は横揺れ主モード $M(0, \beta)$ の 1 サイクルの変化で, 大きな値から減衰し, 再び増加しています. ここに, $\beta = 2\pi/L_z$. L_z は minimal flow unit のシミュレーション箱の幅である. 主モード以外の高次モードの変動は主モードに比べて小さく, 主モードが減衰したときに逆に大きくなっています. 特に, 流下方向 x の主モード $M(\alpha, 0)$ がそうです.

. 平均流速分布

Fig.4.19: 平均流速分布 $U(y)$. (Hamilton, Kim & Moin 1995, p.328, JFM)

点線で表した Couette flow (層流) と乱流化した場合の弓なりに曲がった S 字型分布との違いが分ります.

. 壁近傍底層の乱流維持サイクル

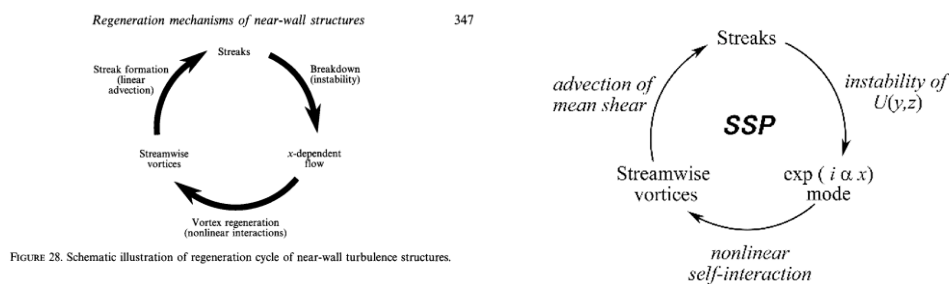


Fig. 4.20: Hamilton らの乱流の‘自己維持サイクル’ (Hamilton, Kim & Moin 1995, p.347, JFM)

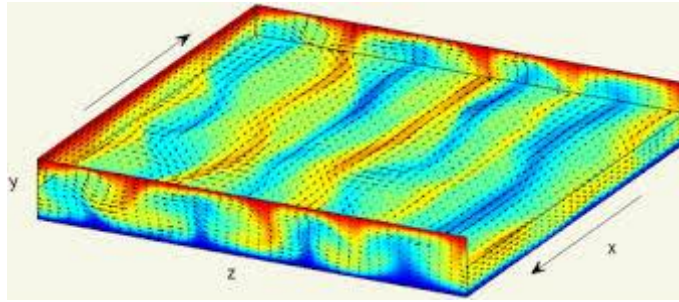


Fig.4.21: 低速 streak の周期変化

4.4 ii) Jimenez & Pinelli(1999)の Damping filter による乱流自己維持機構の解明

Hamilton et al.(1995)の乱流の周期的自己維持機構の解明は、壁乱流底層のみを模擬した Couette flow で行われましたが、数年後 Jimenez & Pinelli(1999)は Damping filter:で壁からある高さ以下の範囲の変動を消すことにより、壁乱流の自己維持は確かに壁近傍の粘性底層で行われていることを確認しました。

Damping filter: 壁からある高さ以下の範囲の変動 Ω_y を消す

$$\Omega_y \rightarrow \Omega_y F(y),$$

$$F(y) = (1/2) [1 + \tanh 4(y^2/\delta^2 - 1)]$$

Fig. 4.22: Damping filter 効果. (a) $\delta^+=75$ の場合の抵抗係数の時間変化. 実線 filter なし, 破線 filter あり. (b) filter 高さ δ^+ と抵抗係数の値. 黒丸は(a)の場合に対応する. 黒丸以下の乱流活動を消し去ると, もはや乱流状態にはならない. (Jimenez & Pinelli 1995, *JFM*) >図は元論文を見よ

$\delta^+ = \delta U_\tau / \nu$ (上付き+は, 壁単位 ν / U_τ で無次元化した値.)

(a) $\delta^+=75$ 以下をフィルターで消した場合の抵抗係数の時間変化.

実線はフィルター無しの場合の抵抗係数の時間変化. 点線はフィルターを掛けた場合の抵抗係数の時間変化

(b) フィルター高さと抵抗係数の時間変化.

4.5 Kawahara & Kida (2001)による平面 Couette 流に埋め込まれた周

期解. 乱流のカオスの周期解

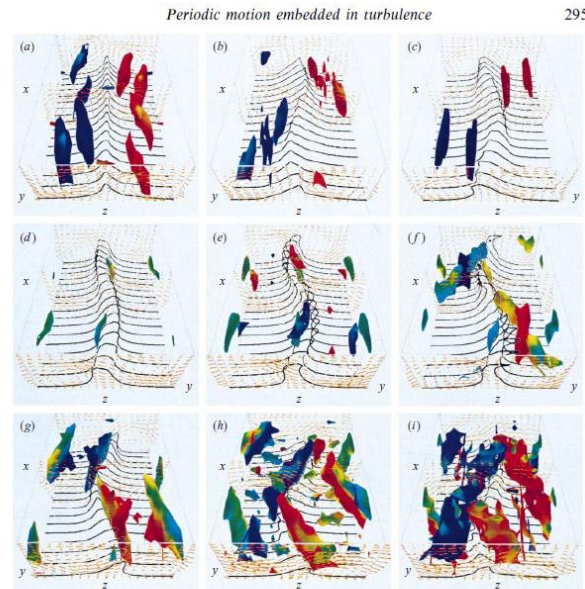


FIGURE 2. A full cycle of a time-periodic flow. Flow structures are visualized in the whole spatially periodic box ($L_x \times 2h \times L_z$) over one full cycle at nine times shown with blue dots in figure 1, where panels (a) and (f) correspond respectively to the lowest and highest dots there. Time increases from (a) to (i) by $7.2h/U$. The upper (or lower) wall moves into (or out of) the page at velocity U (or $-U$). Vortex structures are represented by iso-surfaces of the Laplacian of pressure, $\nabla^2 p = 0.15\rho U^2/h^2$, where ρ is the mass density of the fluid (see Tanaka & Kida 1993). Colour on the iso-surfaces of $\nabla^2 p$ indicates the sign of the streamwise (x) vorticity: red is positive (clockwise), blue is negative (counter-clockwise), and green is zero. Cross-flow velocity vectors and contours of the streamwise velocity at $u = -0.3U$ are also shown on cross-flow planes $x = \text{const}$.

Fig. 4.23: 壁乱流サイクルの 3 次元 CG.(Kawahara & Kida 2001, *JFM*. By courtesy of Kawahara & Kida)

壁乱流の壁近傍は粘性底層と呼ばれ、この層だけなら Couette 流と見なせます。そこで粘性底層の構造の意外な特性が分かり始めます。この層内では、1)低速ストリークの発生、2)ストリークの揺らぎと不安定化と、3)乱流化、そして再び 1')低速ストリークの発生というプロセスが繰り返えされます。しかも、低速ストリークの両側には 1 対の渦を伴っています。なお、図の黒いスパン方向の線は低速ストリークと同じ速度の位置、高さです。

この低速 streak 構造と縦渦対こそが、Nagata(1990)や Waleffe(2001,2003)が理論的に存在を示した ECS そのものです。

では、層流の ECS と乱流の粘性底層の乱流自己維持機構の関係はどうか？これを明らかにしたのが、Kawahara & Kida(2001, 河原源太, 木田重雄)の研究です。

この Fig. 4.24 の横軸は乱流への入力 I 、図の縦軸は乱流のエネルギー消散率(D =Energy Dissipation rate)です。何やらローレンツ・カオス(Lorenz chaos)のバタフライ(蝶)軌道を思い出させます。

以上のように、3 世紀に亘って謎であった「乱流の本質」の姿をヤット明らかに出来たのです。

.カオスの乱流軌道

294

G. Kawahara and S. Kida

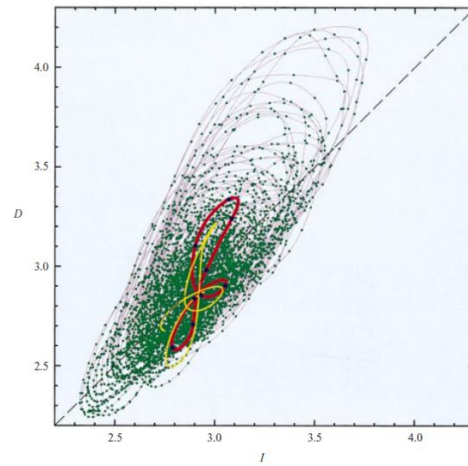


FIGURE 1. Two-dimensional projections of a turbulent and a periodic orbit. The horizontal and vertical axes respectively represent total energy input rate I and dissipation rate D normalized by those for a laminar state. The grey line shows the turbulence trajectory, to which green dots are attached at intervals of $2h/U$. A closed red line denotes a periodic orbit. A cut of the turbulence trajectory is coloured yellow to show a typical approach to the periodic orbit. All the orbits generally turn clockwise. Nine blue dots on the periodic orbit indicate the phases of panels (a)–(i) in figure 2. The energy input and dissipation rates are in balance on the dashed diagonal.

Fig. 4.24a: 全エネルギー入力 I とエネルギー消散率 D 位相面で表示した壁乱流軌道. (Kawahara & Kida 2001, *JFM*). By courtesy of Kawahara & Kida

298

G. Kawahara and S. Kida

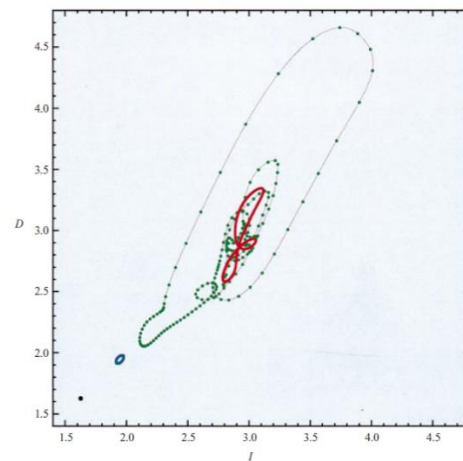


FIGURE 4. Two-dimensional projections of a bursting trajectory and two periodic orbits in the (I, D) -plane. A bursting trajectory is drawn over a period of $400h/U$ with a grey line to which green dots are attached at intervals of $2h/U$. Closed blue and red lines denote two periodic orbits. The black dot represents a Nagata's (1990) (lower-branch) steady solution for the longer streamwise period ($L_w = 6.189h$) which bifurcates into the blue orbit. The red orbit is taken from figure 1.

Fig. 4.24b: (Kawahara & Kida 2001, *JFM*, By courtesy of Kawahara & Kida)

Fig. 4.24c: (Kawahara & Kida 2001, *JFM*) >図は元論文を見よ

Fig. 25: 乱流軌道の模式図. (Itano & Toh 2001) >図は元論文を見よ

4.5 (付) カオス現象

我々は長いこと、(微分)方程式で表される現象の解は、一義的に決まると考えていました。所が 1963 年 MIT の Lorenz は、気象現象を表す方程式を極限まで単純化した次の非線型微分方程式

$$dX/dt = -aX + aY \quad (1)$$

$$dY/dt = -Y + \mu X - XZ \quad (2)$$

$$dZ/dt = -bZ + XY \quad (3)$$

の解が、 X, Y, Z 位相面上で次図(Fig. 4.26)のような奇妙な軌道を描く事を見いだしました。(Edward N. Lorenz(1963)「決定論的非周期な流れ (Deterministic Nonperiodic Flow)

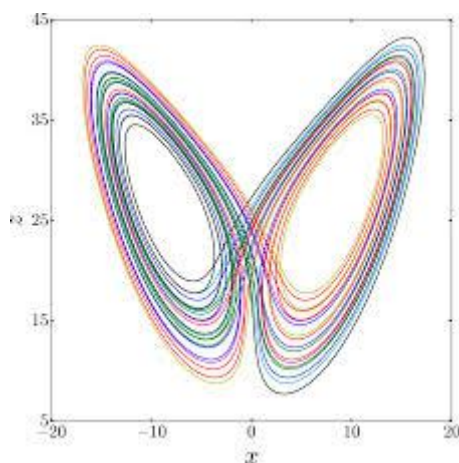


Fig. 4.26: Lorenz(1963)のカオス軌道. ローレンツ・カオス(Lorenz chaos)のバタフライ(蝶)軌道.

所謂、Lorenz のバタフライです。解軌道はある面内で少しずつずれた周回軌道を巡り続けますが、ある時点で急に別の面に移り同様な挙動を示し、再び先の軌道面に戻ります。このような非線型な確定的決定論的方程式系に現れる挙動をカオス(Chaos,ギリシャ語で'混沌'を意味する)と呼びます。

上述のローレンツ方程式は、気象学者の Lorenz(1961, MIT)が大気現象の解明のために、流れと熱輸送の方程式を最単純化して得たものであり、カオス現象発見の一つの端緒となったものです。

ほかに、非線形電気回路に関する上田皖亮(うへだ よしすけ 1961. この間の事情は Abraham & Ueda 2000 に詳しい)の研究と生態系もしくは人口増加の研究(May 1976)がある。May の研究に触発されて、Li & York(1975)はこの現象を Chaos(カオス)と命名し、” 期

期3はカオスを意味する。Period three implies chaos”を証明しました。

カオスには以下の特徴が現れる。

- 単純な数式から、ランダムに見える複雑な振る舞いが発生する、
- 短期的（リアプノフ時間程度）な未来の予測は可能だが、長期的には予測不可能、
- 初期値のわずかな違いが未来の状態に大きな違いをもたらす初期値鋭敏性がある。

第3の性質は「バタフライ効果」と呼ばれる。この表現はエドワード・ローレンツ (Lorenz)が1972年にアメリカ科学振興協会でおこなった講演のタイトル『予測可能性-ブラジルでの蝶の羽ばたきはテキサスでトーンードを引き起こすか(Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil set off a Tornado in Texas?)』に由来します。ローレンツによると、この講演に付けるタイトルが思い浮かばずにいた時にフィリップ・メリリースが付けたものだということです。またローレンツ自身は、1963年にニューヨーク科学アカデミーで自分の発見を掲載した中で「ある気象学者は、この説が正しいとすると、カモメのたった1回の羽ばたきが気候の成り行きを未来永劫変えうることに気付いた」と述べています。

4.6 壁無しの壁乱流 – Mizuno & Jimenez (2013)

Jimenez は予てから、壁は単に剪断場を作るのに必要であり、乱流の維持機構には直接関与しないと主張していたが、これをシミュレーションにより実証したのが、Mizuno & Jimenez (2013)の論文です。

Fig. 27: 壁あり壁乱流(濃淡)と壁なし壁乱流(実線)のプリマルスペクトル $kz\phi$ の比較。右図はスケール補正した場合。(Mizuno & Jimenez 2013) >図は元論文を見よ

$$U^+ = \kappa^{-1} \log(y^+ - y_{\text{off}}^+) + B,$$

Fig. 28: 種々の場合について、高さ $y=0.6h$ での流れの比較。平均流は上へ。流速は $-0.3u_\tau$ 以下の黒色から、 $0.3u_\tau$ 以上の白色の濃淡で示す。(Mizuno & Jimenez 2013)

4.7 乱流は何故渦に満ちているのか？

エネルギー消散 最大仮説 ?

エネルギー消散 最小仮説 ?

回転運動=姿勢保持 自転車, 回転物体

ジャイロ, コンパス

太陽系, 太陽, 惑星

等方性乱流の構造 Kaneda(web より)

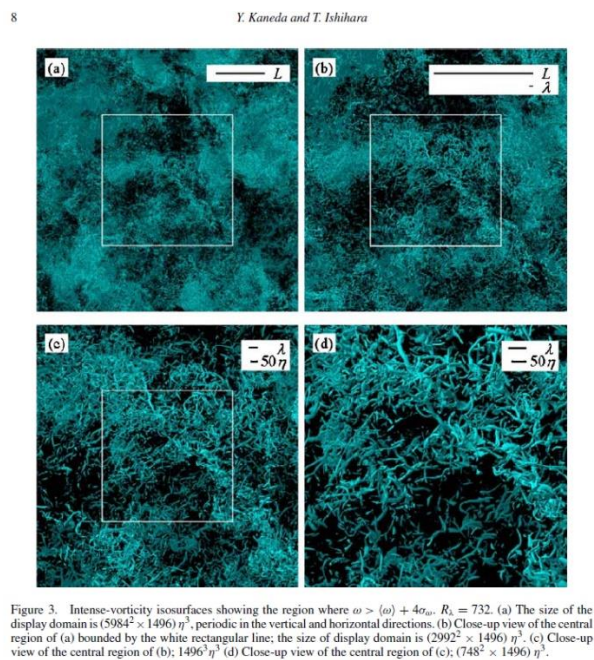


Fig.4.29: Isotropic Turbulence. Kaneda (HP より)

5. 長く繋がる縦渦構造. LSM, VLSM : Adrian et al., Marusic et al.

ヘアーピン渦はパケットを構成し, その内部に低速流体を抱えながら成長し, 合体しその数は減少します. 最近になってこれらは流下方向に連なって LSM(Large Scale Motion) や更に大きな VLSM(Very Large Scale Motion)を形成することが解ってきました.

6. Stripe の発見

6.1 遷移域の従来の研究

この図は, 教科書にも載っているレイノルズ数と抵抗係数の関係図です.

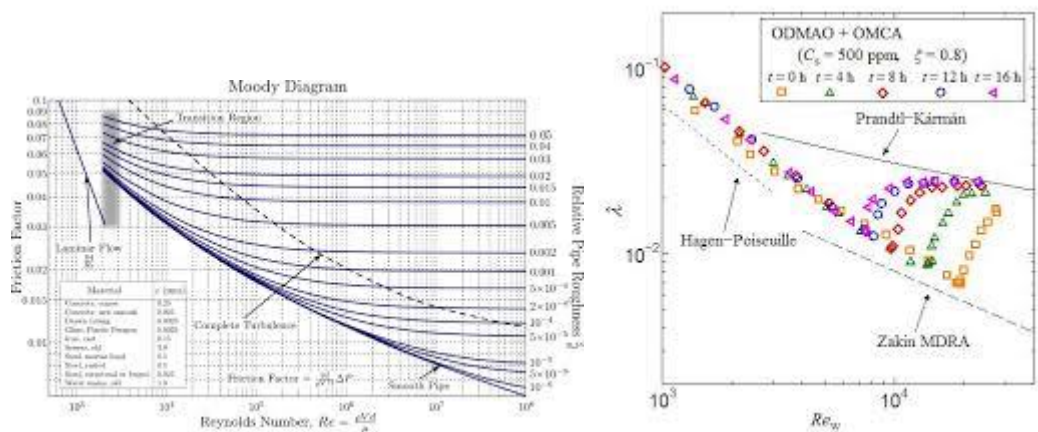


Fig. 6.1: Re と friction factor

この図の層流域と乱流域については、これまで随分と研究されてきました。しかし、これの中間部、遷移域については、管路の場合に、流れが

パフ(puff)

スラッグ(slug)

と言う2つのタイプの流れ状態をとること以外は殆ど研究がなされませんでした。ところが、計算領域を狭くして行くと乱流を維持しうる最小領域があった(Jimenez & Moin 1991)のとは逆に、計算領域を大きくしてゆくと、不思議なパターンが現れることが最近注目されています。正に「残り物には、福がある」という感じです。

6.2 Stripe(乱流縞)の発見

実験領域を極端に大きくしてゆくと、平板間クエット流、ポワズイユ流に斜めに走る縞模様群が現れることが、最近 **Prigent** ら(仏 2002 他)、**Barkley** ら(米 2005 他)、**塚原ら**(2005 他)により実験や DNS により発見され、新たな研究の進展がありました。

実はこの乱流縞現象は、遡れば Coles(1965)により Taylor-Couette 流において最初に見いだされ、Feynman(1964)により特異な(outstanding)現象として指摘されていました。

Coles(1965)以降、van Atta(1966)、Andreck et al.(1986)、Hegseth et al.(1989)、Goharzadeh & Mutabazi(2001)の研究があります。しかし、永い間その原因や構造については不明でした。(Emmons & Bryson 1952, Gad-El-Hak, Blackwelder & Riley 1981, Alovyyoon, Henningson & Alfredsson 1986)。

Prigent は、同軸回転2重円筒の場合の Taylor 渦(所謂バーバー・ポール)の研究において、円筒の径を無限大にし、円筒を軸に沿って切り開いた実験からこの stripe を発見しました。管路などの層流は臨界レイノルズ数を越えると、直ぐ乱流状態に移行するのに、

同軸回転 2 重円筒の場合や

Rayleigh-Benard 対流

などでは，層流状態から直ぐには乱流状態とはならず，別の層流状態に移行し安定に維持されます．特に Taylor 渦は複雑に変化します．そのため，この当時は Taylor 渦の研究が一部の研究者により盛んに行われておりました．Prigent の研究はこうした研究の延長上にあったと思われます．

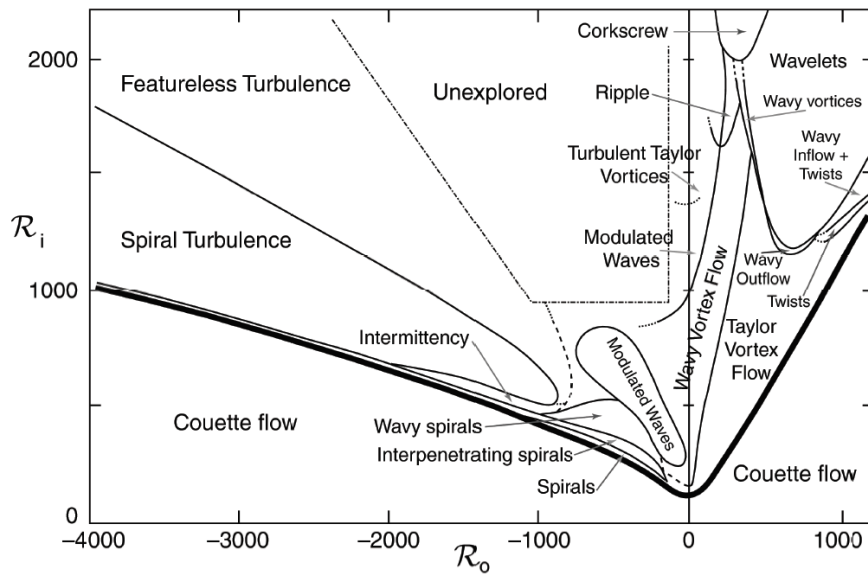


Figure 1: Phase diagram of patterns observed in Taylor-Couette flow as a function of the inner Reynolds number R_i and the outer Reynolds number R_o . The heavy line denotes the boundary between featureless flow below the line and patterned states above the line. (Redrawn from [1], see also [6], figure 7.8).

Fig. 6.2 : Taylor-Couette 流の複雑な流れパターン. (Kerswell 2011)

塚原らは原子力発電（高温ガス炉）の冷却材の加熱による層流化，それに伴う伝熱低下を予測することが目的であったと，述べています．

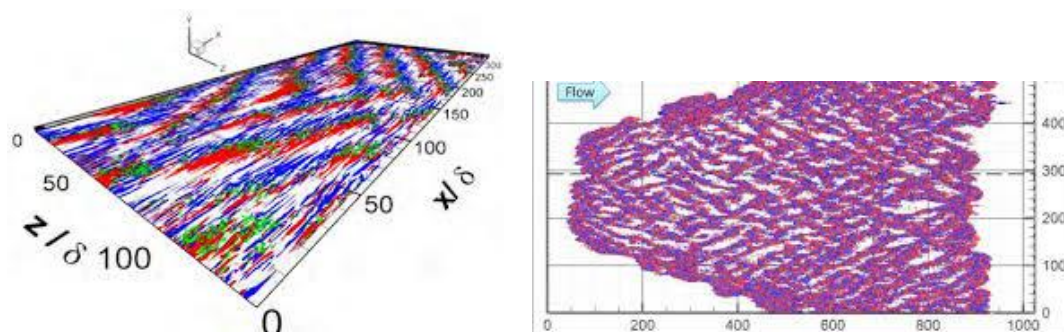


Fig. 6.3 : Stripe 構造 (塚原ほか, 日本流体力学学会年会より)

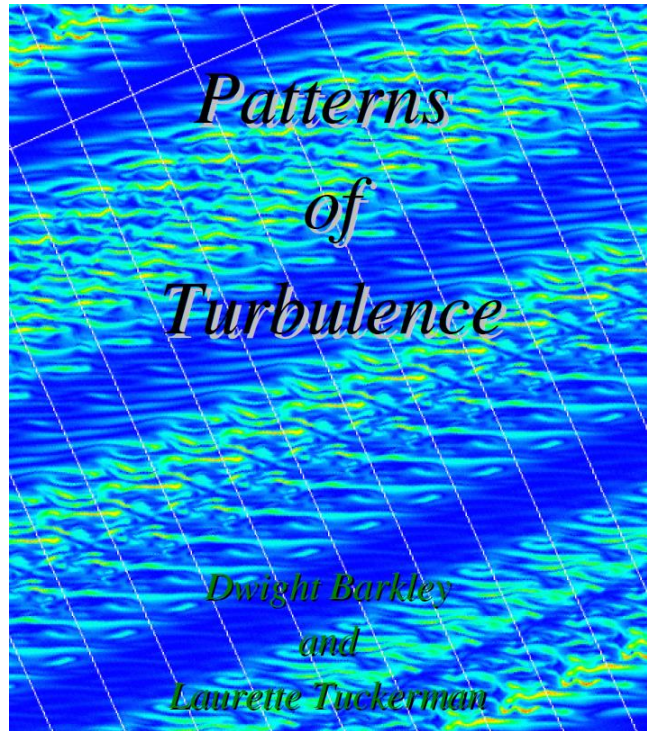


Fig. 6.4 Stripe の微細構造 (Barkley & Tuckerman)

ムービーも見れます。 [Movie by D. Barkley, You Tube.](#) 'How the turbulence got his stripe.
Google で検索。開く

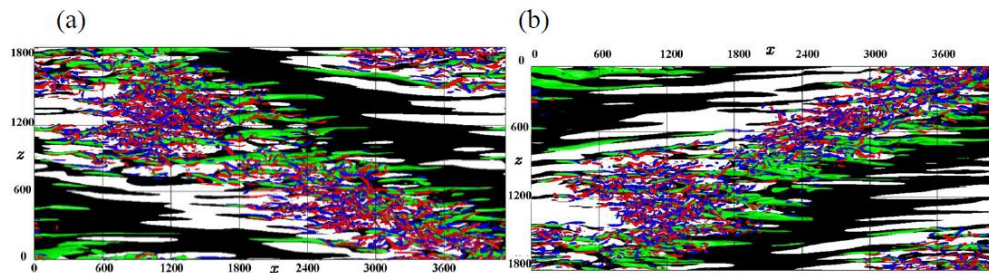


Figure 2: Instantaneous distribution of low-speed streaks and quasi-streamwise vortices at $Re = 60$. (a) and (b) are the upper- and lower-channel sides viewed from the channel centre, respectively. Black represents $u' < 0$ at $y = 10$ as low-speed fluids, while green iso-surfaces, i.e., $u' = -3.0$, are low-speed streaks. Both red and blue iso-surfaces, i.e., $\Pi = -u'_{i,j}u'_{j,i} = 0.01$, represent streamwise vortical structures, where superscript ()' represents the deviation from the mean value; red and blue indicate the vortical structures of positive and negative streamwise vorticity, respectively.

Fig. 6.5: Stripe 構造 (Fukudome et al. 2012)

このような stripe 構造は Kerswell らにより、管路流でも確認されています。

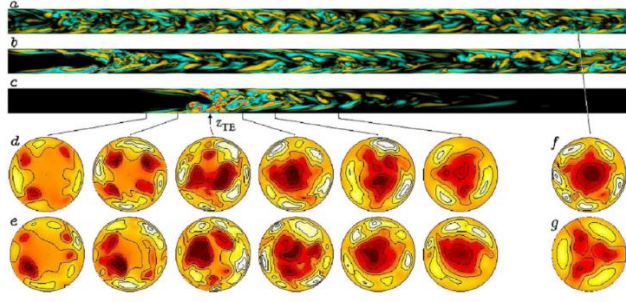


FIG. 2 (color online). Axial component of vorticity in (r, z) -plane, 25D shown of 50D computational domain; (a) slug turbulence at $Re = 2800$; (b) inhomogeneous turbulence at $Re = 2400$ (c) puff turbulence at $Re = 2000$. Cross sections in (r, θ) show the axial flow relative to the laminar profile with fast streaks (light/white) and slow streaks (dark/red), contour lines each $0.2U$; (d) $m = 4$ and $m = 3$ structures seen upstream and downstream of the trailing edge z_{TE} (flow is left to right); (e) sections from a puff where no clear structures are observed; (f) energetic section at $Re = 2800$, but resembling $m = 5$ structure; (g) exact solution with threefold rotational symmetry.

Fig. 6.6 : (Willis & Kerswell 2008)

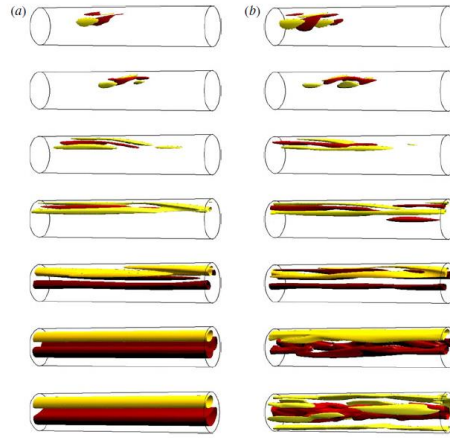


FIGURE 12. (Colour online) Snapshots showing isocontours of streamwise perturbation velocity during the evolution of the final states produced by the iterative scheme for (a) $E_0 = 7.058 \times 10^{-6}$ and (b) 7.124×10^{-6} . The isocontours in each plot correspond to 50% of the maximum (light/yellow) and 50% of the minimum (dark/red) of the streamwise perturbation velocity in the pipe at that time. The snapshots correspond to times $t = 0, 0.5, 5, 10, 20, 40$ and $75D/U$. In both cases the energy is initially localized in the streamwise direction and the disturbance quickly spreads. By $t = 10$ both disturbances have created streamwise streaks, but only for the lower energy do they become streamwise independent. The larger amplitudes of the higher energy streaks are subject to a turbulence-triggering instability.

Fig. 6.7 : 管路の場合(Prigent & Kerswell 2012)

these spectra
former measures the spectra created by the disturbance while the latter shows the instability of
 $v = 520 \backslash \Omega$ and spectrumwise dependence (highest given lowest lines at $v = 520 \backslash \Omega$) basis. The
(quasi) energy is split into spectrumwise independent (quasi) energy modes at
the disturbance is calculated for $E^0 = 1.028 \times 10^{-6}$ (solid lines) and $E^0 = 1.154 \times 10^{-6}$
FIGURE 13. (Colour online) The energy associated with the $m = 1$ axial component of

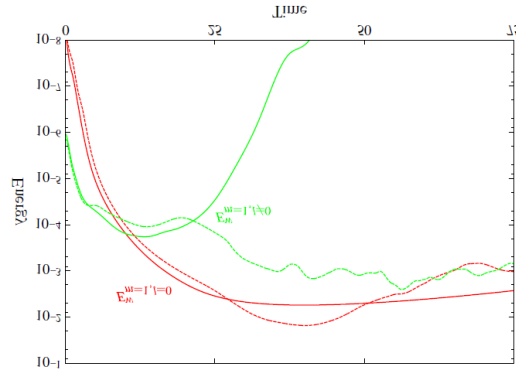


Fig. 6.8 : 管路の場合のエネルギーの増加，減衰の時間変化. (Prigent & Kerswell 2012)

この stripe の発生を更に詳しく分類したのがこの表です。
Stripe の発生の理論は未だ十分には進んでおりません。

6.3 遷移域の定義 2つの限界レイノルズ数および亜臨界遷移と超臨界遷移

限界レイノルズ数には，2種類の定義—'大域的(global)限界レイノルズ数 Re_g 'と'局所的(local)限界レイノルズ数 Re_c '，もしくは'線形臨界レイノルズ数 Re_L 'があり— $Re_g < Re_c$ である。

i)大域的限界レイノルズ数 Re_g (あるいはエネルギー安定閾値 Re_E もしくは R_E)は，流れに与えられる擾乱の振幅や形の如何を問わず流れが乱流化するという意味であり；それ以下のレイノルズ数では擾乱の影響 (Reynolds の云う '*flashes of turbulence*')は十分長い時間には消滅し，それ以上のレイノルズ数では擾乱の影響は管全体に広がるレイノルズ数を云う。

ii) '局所的限界(local critical)レイノルズ数 Re_c '，もしくは'線形臨界(linear critical)レイノルズ数 Re_L 'は，微小擾乱に対して流れが安定である限界と言う意味である。

一般には， $Re_g < Re_L$ であり，この2つの間の領域を'亜臨界遷移域(subcritical region)'と呼び，安定な層流—乱流域の共存の可能性を特徴とする(Dauchot & Daviaud 1996, p.1).

2種類の定義 Re_g と $Re_L(Re_c)$ の中間の流れの安定性は，擾乱の形や強さに依存する。いま一つの臨界レイノルズ数 Re_t は，定常的な乱流と層流—乱流の共存域の界のレイノルズ

数である． Re_g と Re_t の間の領域を**遷移域**(transitional range)と呼ぶ(Manneville 2015).

a) 管路流. 壁乱流. 境界層流における遷移は亞臨界(subcritical)型遷移であり, b)

Rayleigh-Bernard 対流や同軸回転 2 重円筒間の Taylor-Couette 流の遷移は超臨界

(supercritical)型である. supercritical 型遷移は比較的単純で, 層流解から段階的に複雑化し, 非線形方程式の分岐問題として理論的に記述が可能である. これに反し a)の亞臨界遷移は, 層流状態から亞臨界遷移により乱流状態へと急激に進行する(注 3).

(注 1) 参考のために, 亞臨界遷移型の似たような 3 種の流れの各種限界レイノルズ数は以下の表に載せる. レイノルズ数の定義の速度 U と代表長さ D (もしくは L)は, Hagen-Poiseuille 流については平均流速と管径, 平面クエット流では 2 平板間の速度差と平板間の間隔の半分, 平面ポワズイユ流の場合は層流の中心速度と平板間の間隔の半分.

流れ	Re_c (理論)	Re_g	Re_t
Hagen-Poiseuille 流	∞	2040	~ 2700
平面クエット流	∞	~ 325	$\lesssim 415$
平面ポワズイユ流	5772	~ 840	$\lesssim 1600$

(注 2)最近の研究によれば, 亞臨界遷移の様相. シナリオはより複雑である. ~~が、~~これについては河原 (2010), Kerswell (2010, 2011)などを参照されたい. Kerswell (2011)によれば,

亜臨界遷移の場合には少なくとも以下のレイノルズ数が存在する(図 3.36 Kerswell 2011, p.3, fig. 2 & 3; 表 3.1).

R_E : それ以下では攪乱が単調に減衰するレイノルズ数

R_S : それ以上では不安定な単純な解 (サドル解) が存在するレイノルズ数

R_T : それ以上ではカオス的なサドル解が存在するレイノルズ数

R_G : それ以下では層流が大域的なアトラクターであるレイノルズ数

R_L : 線形臨界レイノルズ数

様々な流れの上記レイノルズ数は, Kerswell(2011, Table 1)に載っています. $R < R_E$ では全ての解は単調に減衰し基本流になる. 3.9 節および 5 章で述べる永田(1990)の解等 (3 次元有限振幅定常解, 進行波解; 単純サドル解) が現れるのは R_S と R_T の間($R_E < R < R_S$)である. 他方, 3.5 節の斜め縞の問題はまだ解明されていないが, 一般的に斜め縞は有限寿命を持ち, 最終的には減衰する('long-lived' transient)と考えられており, カオス的サドル解であろうと思われる. もしそれが正しいとすると, R_T と R_G の間($R_T < R < R_G$)となる.

ただし、無限寿命を持つ斜め縞が存在すると考えている研究者もあり、その場合には、何らかのメカニズムで斜め縞が R_G を超えることとなる。現在の研究の対象は、まさに、如何にして無限寿命の乱れが現れるかとの問いに答えることであり、非平衡統計物理 (directed percolation) 的アプローチをや力学系的アプローチが試みられている。 $R > R_L$ では、流れは基本流から離れる。(以上は河原源太氏(大阪大)からの私信による。参考 Kerswell 2011, p.3)

レイノルズ数が有限擾乱による臨界値を越えると、擾乱の振幅や形状に応じて、層流状態と乱流状態のいずれも実現しうる。流れの状態の相空間では層流アトラクターと乱流アトラクターが共存し、相空間における初期点(初期状態)が、2つのアトラクターの吸引領域のいずれの側にあるかに従って、その後の時間発展の結果流れが層流化するか乱流が実現するかが決まる。

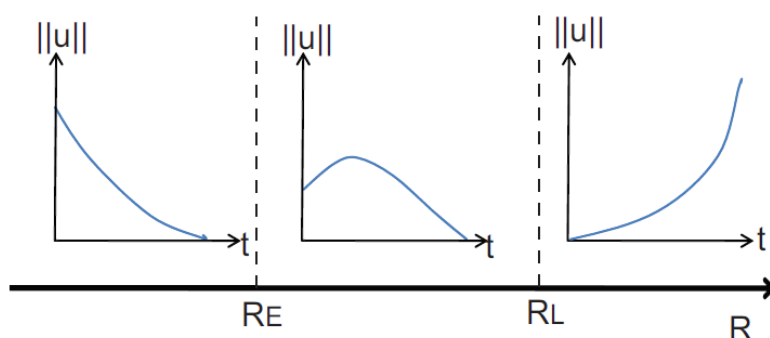


Figure 2: Sketch of different solution characteristics under different values of R for the supercritical scenario.

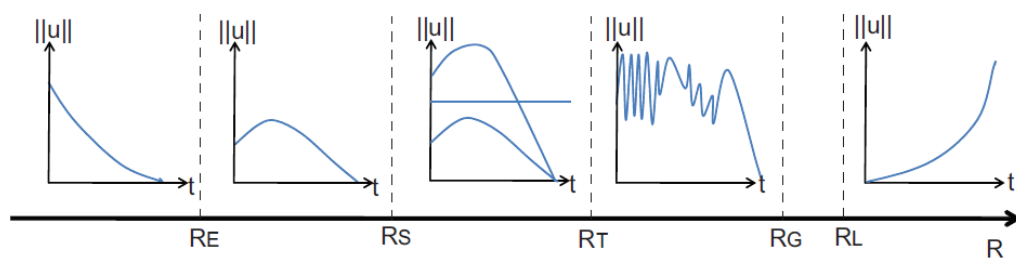


Figure 3: Sketch of different solution characteristics under different values of R for the subcritical scenario.

6.6 境界層流と平面ポワズイユ・クエット流の乱流斑点 (省略)